

Омский филиал Федерального государственного бюджетного
учреждения науки Института математики им. С.Л. Соболева Сибирского
отделения Российской академии наук (ОФ ИМ СО РАН)

Представление на соискание учёной степени кандидата технических
наук по специальности 2.3.1 Системный анализ, управление и
обработка информации

Анализ и решение задач оптимизации
направленности фазированных антенных решеток
коротковолнового диапазона

Выступающий: Н. Н. Тюнин
Руководитель: д.ф.-м.н., доц. А. В. Евемеев

Омск, 2022

Будучи собранными в антенную систему, излучатели формируют диаграмму направленности, которая зависит от их расположения и конструкции, а также выбора фаз и амплитуд сигналов, подаваемых на вход излучателей. Возможность формирования направленного излучения позволяет достичь увеличения дальности радиосвязи или уменьшить затраты ресурсов (энергии, площади, занимаемой антеннами, стоимости оборудования и др.).

В СВЧ диапазоне задачи оптимизации направленности ФАР решаются с использованием упрощающих предположений (М. Инденбом, В. Ижуткин и др, 2018; С. Щелкунов, Г. Фриис, 1952; И.А. Фаняев, В.П. Кудин, 2017).

В ВЧ диапазоне требуется использовать методы электродинамического моделирования для оценки наведенных токов в каждой паре излучателей и учитывать свойства подстилающей поверхности, в результате задача оптимизации направленности ФАР оказывается более сложной, и потому менее изучена (В.П. Кудин, 2014; А.С. Юрков, 2016).

Существует постановка задачи при ограничении суммарной мощности, подаваемой на антенную систему. Такая задача может быть решена аналитически (А.С. Юрков, 2014).

Цель: Создание алгоритмов оптимизации направленности излучения ФАР и исследование области применимости различных методов решения этой задачи.

Задачи:

- 1 Изучить структуру множества локальных оптимумов и наличие симметрий в рассматриваемой задаче.
- 2 Разработать алгоритмы решения задачи, учитывающие структуру множества локальных оптимумов и использующие известные методы математической оптимизации.
- 3 Сравнить в вычислительных экспериментах предложенные алгоритмы с известными
- 4 Исследовать на основе вычислительных экспериментов влияние расположения излучателей и используемой радиочастоты на эффективность работы алгоритмов оптимизации
- 5 Сравнить коэффициент усиления ФАР при оптимизации направленности излучения с учетом взаимного влияния излучателей и без учета этого фактора

Методы градиентной оптимизации, эволюционные алгоритмы, проведение вычислительного эксперимента, методы математической статистики, использование линейных симметрий задачи

- 1 Глава 1. Задача оптимизации направленности фазированных антенных решеток
 - Постановка задачи
 - Верхняя оценка нормы допустимых решений
 - Масштабирование решения в допустимую область
- 2 Глава 2. Структурные свойства задачи оптимизации направленности фазированных антенных решеток
 - Вычислительный эксперимент
 - Область притяжения глобального оптимума
 - Группы симметрий
- 3 Глава 3. Алгоритм дифференциальной эволюции для задачи оптимизации фазированных антенных решеток
 - Базовый вариант
 - Гибридная реализация
 - Результаты вычислительного эксперимента
- 4 Глава 4. Возможности оптимизации фазированных антенных решеток в различных условиях
 - Радиочастотные зависимости эффективности ФАР
 - Взаимное влияния излучателей

Глава 1. Задача оптимизации направленности фазированных антенных решеток

$$f_{\Sigma}^{(l)} = \sum_{i=1}^N I_i \tilde{f}_i^{(l)} \quad (1)$$

$$F = \sum_{l=1}^2 \bar{f}_{\Sigma}^{(l)} f_{\Sigma}^{(l)} \quad (2)$$

$$F = \mathbf{i}^+ \mathbf{A} \mathbf{i} \rightarrow \max \quad (3)$$

Юрков А.С.: Оптимизация возбуждения передающих фазированных антенных решеток декаметрового диапазона длин волн // ОНИИП 2014.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{i}^+ \mathbf{A} \mathbf{i} \rightarrow \max, \\ 0 \leq \mathbf{i}^+ \mathbf{B}^{(1)} \mathbf{i} \leq 1, \\ \dots \\ 0 \leq \mathbf{i}^+ \mathbf{B}^{(n)} \mathbf{i} \leq 1, \\ \mathbf{i} \in \mathbb{C}^N \end{array} \right. \quad (4)$$

где n - число точек питания, на которые накладываются ограничения

$$\mathbf{B}^{(k)} = \frac{1}{4P_{max}^{(k)}} (\mathbf{Z}^+ \mathcal{P}^{(k)} + \mathcal{P}^{(k)} \mathbf{Z}), \quad (5)$$

$P_{max}^{(k)}$ - максимально допустимая мощность в k -й точке питания, $\mathcal{P}^{(k)}$ - матрицы-проекторы имеющие единственный ненулевой элемент $\mathcal{P}_{kk}^{(k)} = 1$.

Юрков А.С.: Оптимизация возбуждения передающих фазированных антенных решеток декаметрового диапазона длин волн // ОНИИП 2014.

- 1 Все матрицы $\mathbf{B}^{(k)}$ имеют не более чем два ненулевых собственных значения. Одно из собственных значений положительно, остальные отрицательные или нулевые.
- 2 Матрицы \mathbf{A} и $\mathbf{B}^{(k)}$ эрмитово-самосопряженные, то есть $a_{ij} = \bar{a}_{ji}$ для всех $i = \overline{1, N}, j = \overline{1, N}$.
- 3 Матрица \mathbf{A} положительно полуопределена.
- 4 Кроме того, из физических соображений вытекает, что матрица $\mathbf{B}_{\Sigma} := \sum_{k=1}^n \mathbf{B}^{(k)}$ положительно определена, так как суммарная активная мощность, поглощаемая пассивной цепью, не может быть отрицательной либо нулем, поскольку, часть энергии обязательно излучится.

Юрков А.С.: Оптимизация возбуждения передающих фазированных антенных решеток декаметрового диапазона длин волн // ОНИИП 2014.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}^T \mathbf{G} \mathbf{x} \rightarrow \max, \\ 0 \leq \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(1)} \mathbf{x} \leq 1, \\ \dots \\ 0 \leq \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(n)} \mathbf{x} \leq 1, \\ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{2n}. \end{array} \right. \quad (6)$$

Задача (6) имеет целевую функцию, заданную квадратичной формой с положительно полуопределенной матрицей \mathbf{G} . Каждое ограничение формулируется квадратичной формой, определенной симметричной матрицей $\mathbf{H}^{(k)}$, $k = \overline{1, n}$ с двумя парами идентичных собственных значений, два из которых положительны, а другие два отрицательны или равны нулю, все остальные собственные числа равны нулю.

Ereemeev A.V., Tynin N.N., Yurkov A.S.: Non-Convex Quadratic Programming Problems in Short Wave Antenna Array Optimization. // MOTOR 2019 (11584)

Метод штрафных функций

$$\mathbf{x}^T \mathbf{G} \mathbf{x} - r \cdot \sum_{k=1}^n \left(\min \left(0, \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x} \right) + \min \left(0, 1 - \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x} \right) \right)^\alpha \rightarrow \max \quad (7)$$

Фазовая симметрия

$$\mathbf{i} \rightarrow e^{j\phi} \mathbf{i} \quad (8)$$

Верхняя оценка нормы допустимых решений

Если \mathbf{x} удовлетворяет всем ограничениям задачи (6), то

$$\sum_{k=1}^n \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x} \leq N.$$

$$\mathbf{H}_{\text{sum}} := \sum_{k=1}^n \mathbf{H}^{(k)}$$

$$\lambda_{\min} > 0$$

$$\min\{\mathbf{z}^T \mathbf{H}_{\text{sum}} \mathbf{z} : \mathbf{z} \in \mathbb{R}^{2N}, \|\mathbf{z}\| = 1\} = \lambda_{\min},$$

$$\mathbf{x}^T \mathbf{H}_{\text{sum}} \mathbf{x} \geq \|\mathbf{x}\|^2 \lambda_{\min}$$

$$\|\mathbf{x}\| \leq \sqrt{\frac{N}{\lambda_{\min}}}. \quad (9)$$

Тюнин Н.Н.: Задачи невыпуклого квадратичного программирования, связанные с оптимизацией фазированных антенных решеток //Дискретный анализ и исследование операций, 2021, 28(3)

Масштабирование решения в допустимую область

Если решение \mathbf{x} нарушает только ограничивающие неравенства задачи (6) вида $\mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x} \leq 1$, то:

$$\mathbf{x}' := \mu(\mathbf{x})^{-1/2} \mathbf{x}, \quad (10)$$

где $\mu(\mathbf{x}) := \max_{k=1, n} \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x}$.

Тюнин Н.Н.: Задачи невыпуклого квадратичного программирования, связанные с оптимизацией фазированных антенных решеток // Дискретный анализ и исследование операций, 2021, 28(3)

Глава 2. Структурные свойства задачи оптимизации направленности фазированных антенных решеток

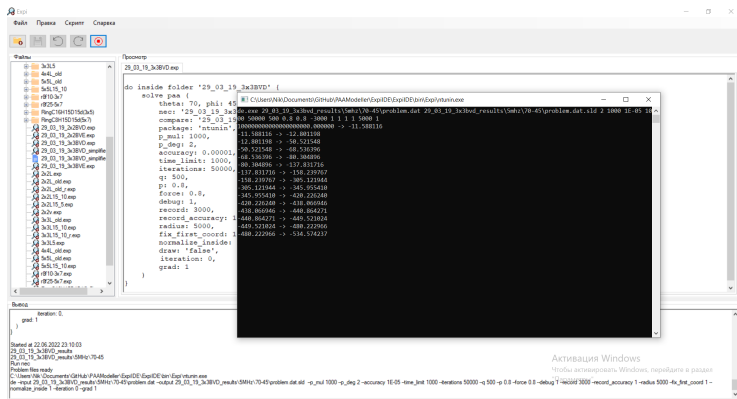


Рис. 1: Графический интерфейс программного комплекса

Сравнение результатов оптимизации градиентного подъема и решателя BARON

Таблица 1: Результаты оптимизации, полученные с помощью градиентного подъема и решателя BARON.

Тип	$\sqrt{\frac{N}{\lambda_{\min}}}$	Град.		BARON	
		\tilde{F}	t, c	\tilde{F}	t, c
ШВИ 2x2	13.6	138	0.054	139	0.12
ШВИ 3x3	22.5	576	0.93	581	0.34
ШВД 2x2	21	460	0.13	464	0.27
ШВД 3x3	82.2	915	24.4	925	0.34
СВД 2x2	44.7	357	1.9	361	0.16
СВД 3x3	641.9	1138	25.6	1261	0.38
СВД 5x5	$1.1 \cdot 10^5$	5318	1000	6716	1000
СВД' 2x2	$2.3 \cdot 10^4$	233	2.52	253	0.25
СВД' 3x3	$6 \cdot 10^5$	664	71	1153	1.48
СВД' 5x5	-	1382	1000	33.5	217.94
Кольц. 8	87	217	8.06	218	0.23
Кольц. 16	154	727	90.9	734	1.37

ФАР	M	M_{ne}	M_f	\mathcal{B}_{M_f}	\mathcal{L}_{M_f}	$M_{y \approx 0}$	$\mathcal{B}_{M_{y \approx 0}}$	$\mathcal{L}_{M_{y \approx 0}}$
ШВИ 2x2	18368	4	1	1	1	4	4	4
ШВД 2x2	7678	4	1	1	1	4	4	4
СВД 2x2	523	1	1	1	1	1	1	1
СВД 3x3	39	9	2	2	2	5	5	5
СВД' 2x2	396	370	3	3	3	338	1000	1213
СВД' 3x3	14	14	3	3	3	1	1	1
ШВИ 3x3	1070	3	1	1	1	3	3	3
ШВД 3x3	41	4	4	4	4	1	1	1
Кольц. 8	124	9	2	2	2	9	9	9
Кольц. 16	11	6	1	1	1	6	6	6

Область притяжения глобального оптимума

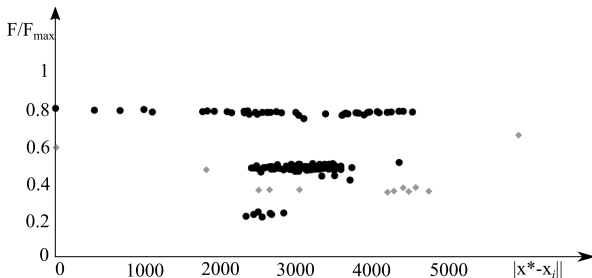


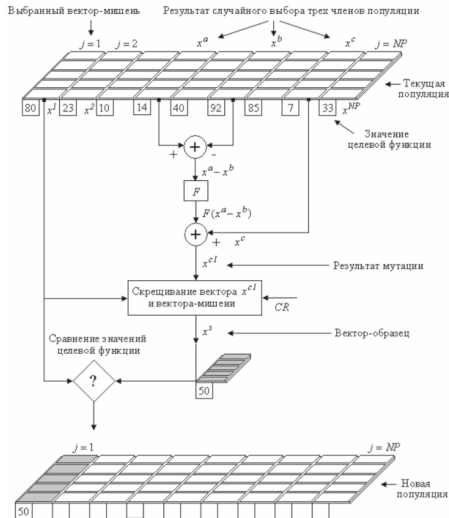
Рис. 2: Зависимость качества локальных оптимумов от расстояния до глобального. Точками обозначены результаты для СВД' 2x2, ромбами - для СВД' 3x3.

Принимая на вход возмущенное порядка 0.5% относительно нормы решения решателя BARON, градиентный подъем приводил к худшему решению.

$$\mathbf{i} \rightarrow e^{j\phi} \mathbf{i}$$

$$\hat{G}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & . & -1 & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & -1 & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & 0 & -1 & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & 0 & 0 & . & 0 & 0 & 0 & . \\ 0 & 1 & 0 & . & 0 & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & 1 & . & 0 & 0 & 0 & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \end{pmatrix}$$

Глава 3. Алгоритм дифференциальной эволюции для задачи оптимизации фазированных антенных решеток



- Комбинация ДЭ и градиентного метода.
- Масштабирование в допустимую область.
- Фиксация фазы.

Пусть G_0 – номер поколения, когда было последнее улучшение рекорда,

$Grad(X)$ – результат применения градиентного подъема с начальным решением X ,

X_G – лучшая особь популяции на итерации G .

Если $G > D$ и $G > 2G_0$, то положить

$X' := Grad(X_G)$.

Если $X' = X_G$, то завершить выполнение алгоритма, выдать решение X_G .

Иначе положить

$X_G := X'$,

$G_0 := G$.

Пусть G – номер текущей итерации,
 G_0 – номер итерации, на которой было получено улучшение рекорда,
 G_1 – номер итерации, на которой произошло предыдущее увеличение штрафа,
 r – текущее значение штрафного коэффициента.

Если $G > D$ и $G > 1.5G_0$ и $G > 2G_1$, то положить

$$r := 2r$$

$$G_1 := G.$$

Результаты градиентного подъема, гибридного алгоритма ДЭ и BARON

Тип	град. подъем	ДЭ	BARON	
	\tilde{F}	\tilde{F}	\tilde{F}	t, c
ШВИ 2x2	138	139	139	0.12
ШВИ 3x3	576	580	580	0.34
ШВД 2x2	460	463	463	0.27
ШВД 3x3	915	924	925	0.34
СВД 2x2	357	361	361	0.16
ШВИК 8-15(3:3)	217	218	218	0.23
ШВИК 16-15(3:7)	727	732	734	1.37
ШВДК 8-20	1454	1454	1455	2.78
ШВДК 8-30	2422	2422	2422	1.47
СВДК 8-25	740	740	740	0.23
СВДК 8-37	1487	1487	1487	0.23

Результаты градиентного подъема, гибридного алгоритма ДЭ и BARON

Тип	град. подъем \tilde{F}	ДЭ \tilde{F}	BARON	
			\tilde{F}	t, c
СВД 3x3	1138	1163	1261	0.38
СВД 5x5	5318	7132	6716	1000
СВД' 2x2	233	198	253	0.25
СВД' 3x3	664	834	1153	1.4
СВД' 5x5	1382	2755	33	217.94
ШВИК 8-15(2:3)	1536	1664	-	14.62

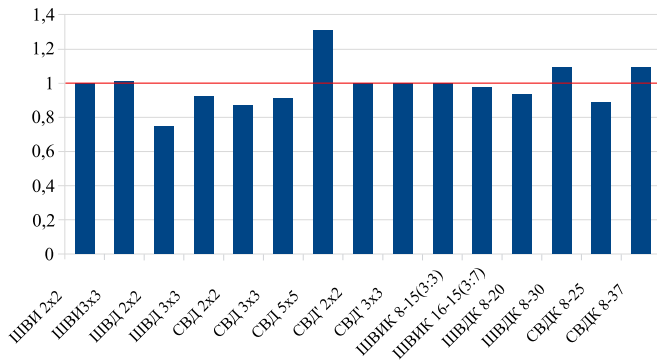


Рис. 3: Отношение длительности вычислений с фиксацией первой координаты к исходной длительности вычислений

Глава 4. Возможности оптимизации фазированных антенных решеток в различных условиях

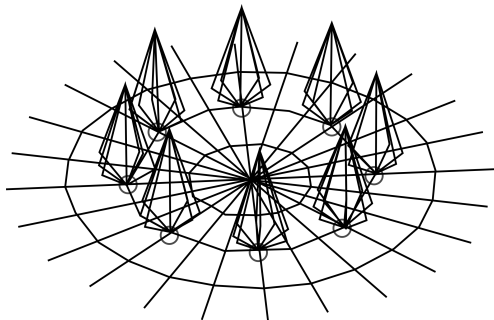


Рис. 4: ФАР кольцевой структуры

Радиочастотные зависимости эффективности ФАР

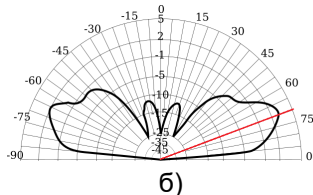
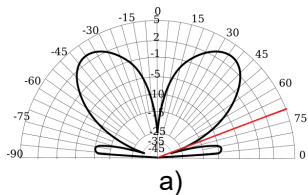


Рис. 5: Вертикальный план диаграммы направленности одиночного излучателя (а) и ФАР 5:7 (б) при 25МГц

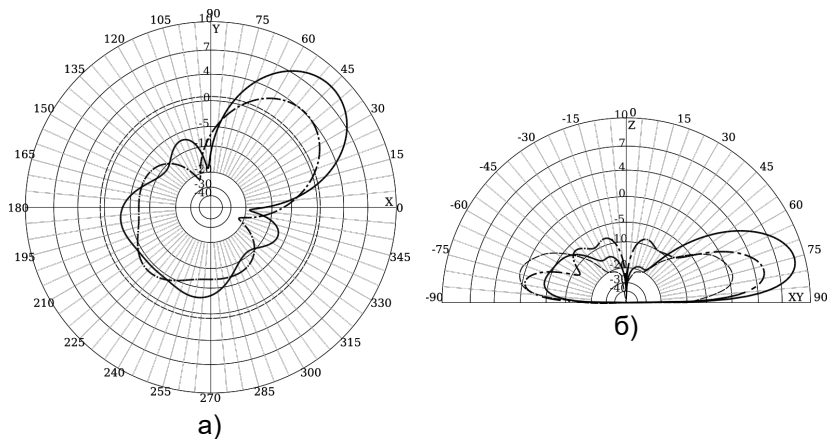


Рис. 6: Горизонтальный (а) и вертикальный (б) план диаграммы направленности ШВД при расстоянии от центра излучателя до центра решетки 20 м. Пунктирной линией обозначено усиление одиночного излучателя, штрихпунктирной – простое фазирование, сплошной – решение задачи мат. программирования.

- 1 Предложенный гибридный алгоритм дифференциальной эволюции отличается от известных ранее наличием процедуры адаптации штрафа.
- 2 Учет инвариантности относительно равного сдвига фаз позволяет снизить размерность задачи и сократить среднее время счета решателя, основанного на методе ветвей и границ и локальном спуске.
- 3 Впервые для задачи оптимизации направленности ФАР показано наличие кластеров из локальных оптимумов с одинаковым значением целевой функции, и не эквивалентных относительно равного сдвига фаз во всех излучателях.
- 4 Впервые обоснована целесообразность учета взаимного влияния излучателей при оптимизации направленности ФАР КВ диапазона.

- Разработанные алгоритмы оптимизации возбуждения ФАР могут применяться в системах связи коротковолнового диапазона для увеличения дальности радиосвязи.
- Созданное программное обеспечение позволяет производить необходимые для этого расчеты.
- Полученное обоснование необходимости учета взаимного влияния излучателей при оптимизации направленности ФАР, а также, результаты вычислительных экспериментов для различных вариантов ФАР могут быть полезны при проектировании новых антенных систем.

- Осуществленный в работе переход от задачи оптимизации направленности ФАР в комплексных числах к задаче математического программирования позволил переформулировать в терминах математического программирования известные физические свойства задачи, в частности, инвариантность относительно сдвига фаз и закон сохранения энергии.
- Предложенная процедура возврата в допустимую область с помощью масштабирования вектора решения, а также построенная верхняя оценка евклидовой нормы допустимых решений, могут быть использованы при разработке новых методов решения задач, аналогичных рассмотренной в работе.

- Международная конференция «Теория математической оптимизации и исследование операций (МОТОР)» - Петрозаводск, июль, 2022; Иркутск, июль 2021; Екатеринбург, июль 2019.
- V Международной научно-технической конференции «Радиотехника, электроника и связь» - Омск, октябрь 2019.
- VII Международная конференции «Проблемы оптимизации и их приложения» - Омск, июль 2018.
- Семинар «Математическое моделирование и дискретная оптимизация», ОФ ИМ СО РАН, Омск, 2018 — 2022.
- Семинар «Современные проблемы радиофизики и радиотехники», ОмГУ им. Ф.М. Достоевского, Омск, 2021.
- Семинар «Перспективы развития радиосвязи и приборостроения», АО «ОНИИП», Омск, 2018.

1. *Eremeev A. V., Tyunin N. N., Yurkov A. S.* — Non-Convex Quadratic Programming Problems in Short Wave Antenna Array Optimization. — // Khachay, M., Kochetov, Y., Pardalos, P. (eds) Mathematical Optimization Theory and Operations Research. MOTOR 2019. Lecture Notes in Computer Science. — 2019.
2. *Tyunin N. N.* — On mutual influence of emitters in directivity optimization of shortwave phased antenna arrays. — // Journal of Physics: Conference Series. — 2021.
3. *Еремеев А. В., Тюнин Н. Н.* — Алгоритм дифференциальной эволюции для оптимизации направленности фазированных антенных решеток. — // Математические структуры и моделирование. — 2022.
4. *Еремеев А. В., Тюнин Н. Н., Юрков А. С.* — Об оптимизации направленности коротковолновых фазированных антенных решеток кольцевой структуры. — // Научно-технический сборник «Техника радиосвязи». — 2022.

5. *Тюнин Н. Н.* — Задачи невыпуклого квадратичного программирования, связанные с оптимизацией фазированных антенных решеток. — // Дискретный анализ и исследование операций. — 2021.

- 1 Задача оптимизации направленности ФАР имеет многочисленные локальные оптимумы, большое число из которых совпадают по целевой функции, однако не эквивалентны между собой с точностью до сдвига фаз.
- 2 Учет фазовой симметрии позволяет снизить размерность задачи на одну переменную и сократить время счета коммерческого решателя BARON.
- 3 Предложена модификация алгоритма дифференциальной эволюции в комбинации с градиентным алгоритмом, показавшая свою конкурентоспособность по сравнению с коммерческим решателем BARON.
- 4 Обнаружено, что имеются конфигурации, при которых усиление ФАР существенно превосходит усиление одиночного излучателя, что может быть объяснено учетом взаимного влияния.
- 5 Выявлены ситуации, в которых коэффициент усиления, соответствующий решению задачи квадратичной оптимизации, имеет существенное преимущество (до 5 дБ) перед коэффициентом усиления, получаемым стандартным методом простого фазирования.

Спасибо за внимание!

Основные положения, выносимые на защиту

- 1 Задача имеет несколько кластеров из локальных оптимумов с одинаковым значением целевой функции, не эквивалентных относительно равного сдвига фаз во всех излучателях.
- 2 Группа непрерывных симметрий рассматриваемой задачи одномерна и ее элементы соответствуют сдвигу фаз во всех излучателях на равную величину.
- 3 Использование метода ДЭ в комбинации с градиентным подъемом позволяет достичь конкурентоспособных решений по сравнению с коммерческим решателем BARON в задаче оптимизации фаз и амплитуд ФАР.
- 4 Имеется интервал параметров кольцевых ФАР, в котором учет взаимного влияния излучателей ведет к существенному увеличению коэффициента усиления в заданном направлении.
- 5 Коэффициент усиления, соответствующий решению задачи оптимизации направленности ФАР, может быть существенно больше по сравнению с коэффициентом усиления, получаемым с помощью простого фазирования.

Под линейной симметрией задачи будем понимать линейное преобразование P пространства поиска, имеющее вид (11), заданное невырожденной матрицей P , такое что при подстановке новых координат у задача совпадает с исходной.

$$\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y} = P\mathbf{x} \quad (11)$$

$$\mathbf{H}_\Sigma = \sum_{j=1}^M \mathbf{H}_j \quad (12)$$

$$\mathbf{H}_\Sigma = \mathbf{S}^T \mathbf{D} \mathbf{S} \quad (13)$$

Далее считаем, что \mathbf{H}_Σ диагональна.

$$\mathbf{P} = e^{\sum_n a_n G_n} = e^{\sum_m a_m \hat{G}_m} \quad (14)$$

Еремеев А.В., Юрков А.С.: On Symmetry Groups of Some Quadratic Programming Problems // MOTOR 2020. Shpringer, 2020. Vol. 12095.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H}_i \left(\sum_n a_n G_n \right) = \left(\sum_n a_n G_n \right) \mathbf{H}_i, \\ \mathbf{G} \left(\sum_n a_n G_n \right) = \left(\sum_n a_n G_n \right) \mathbf{G}. \end{array} \right. \quad (15)$$

Еремеев А.В., Юрков А.С.: On Symmetry Groups of Some Quadratic Programming Problems // MOTOR 2020. Shpringer, 2020. Vol. 12095.

- Обработка. На этом этапе возможная неточность данных нивелируется усреднением симметричных компонент матриц (матрицы \mathbf{G} и \mathbf{H} должны быть симметричны).
- Преобразование $\mathbf{H}_\Sigma = \sum_i \mathbf{H}_i$ к канонической форме используя метод Лагранжа для вычисления матриц S и S^{-1} .
- Применение метода Гаусса к системе линейных уравнений (15) для вычисления генераторов \hat{G}_n .