

На правах рукописи



**Тюнин Николай Николаевич**

**Анализ и решение задач оптимизации направленности  
фазированных антенных решеток коротковолнового  
диапазона**

Специальность 05.13.01 —  
«Системный анализ, управление и обработка информации  
(радиотехника) »

**Автореферат**  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Омск — 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки «Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук».

Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук, доцент  
**Еремеев Антон Валентинович**

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** В настоящее время разработка и анализ эффективных систем радиосвязи имеет большое значение для народного хозяйства. Одной из актуальных задач в этой области является задача оптимизации направленности фазированных антенных решеток (ФАР), представляющих собой антенные системы, распределение фаз и амплитуд на излучателях которых позволяет получать направленное излучение. Будучи собранными в антенную систему и разведенными в пространстве, излучатели формируют диаграмму направленности, которая зависит от расположения и конструкции излучателей, а также выбора фаз и амплитуд сигналов, подаваемых на вход излучателей. В диапазоне сверхвысоких частот (СВЧ) задачи оптимизации направленности ФАР успешно решаются благодаря допустимости некоторых упрощающих предположений (С. Шелкунов, Г. Фриис, 1952; Инденбом, Ижуткин и др, 2018). Однако, в диапазоне высоких частот (ВЧ), также называемом коротковолновым, требуется использовать методы электродинамического моделирования для оценки наведенных токов в каждой паре излучателей, в результате задача оптимизации направленности ФАР оказывается более сложной, и потому менее изученной (В.П. Кудин, 2014; А.С. Юрков, 2016). При этом требуется решать невыпуклые задачи квадратичного программирования, которые, вообще говоря, являются NP-трудными (K.G. Murty, S.N. Kabadi, 1987) и для их решения могут применяться методы ветвей и границ, отсечений, ДС-программирования, полуопределенной релаксации, эволюционных вычислений и локального поиска (А.В. Еремеев, 2013; Кочетов Ю.А., 2005; М.С. Нечаева, О.В. Хамисов, 2000; А.С. Стрекаловский, 2003; Boriskin et al, 2010; В. Fuchs, 2014, R. Horst, P. Pardalos, 2013). Диссертационная работа посвящена исследованию свойств задачи оптимизации направленного излучения ФАР ВЧ диапазона и разработке алгоритмов решения этой задачи с использованием градиентного подъема и эволюционных вычислений.

**Целью** данной работы является увеличение дальности передачи радиосигнала в коротковолновом диапазоне и сокращения расходов энергии и площади, занимаемой ФАР.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Разработать реализации алгоритмов для решения задачи оптимизации направленности ФАР КВ диапазона и сравнить их результаты с результатами коммерческих решателей.
2. Исследовать целесообразность учета взаимного влияния излучателей при оптимизации направленности ФАР КВ диапазона.
3. Разработать программный комплекс для построения и решения задач оптимизации направленного излучения ФАР.

**Научная новизна:** Использование ФАР широко распространено в диапазоне сверхвысоких частот (СВЧ), поскольку к достоинствам данного диапазона относятся малые размеры антенн и более широкая абсолютная полоса частот. Однако, радиосистемы СВЧ диапазона характеризуются малой дальностью действия. ФАР высокочастотного диапазона (ВЧ), также называемого коротковолновым (КВ), менее распространены ввиду больших габаритов, однако, возможность увеличения дальности действия привлекает к ним особый интерес [0].

Рассматриваемая в статье задача состоит в максимизации направленности излучения ФАР за счет выбора фаз и амплитуд в каждом излучателе. Задача осложняется за счет взаимного влияния излучателей друг на друга. В СВЧ диапазоне такое влияние можно нивелировать с помощью дополнительных устройств (см. [0], § 6.7), после чего задача существенно упрощается [0]. В случае же с ВЧ диапазоном, в котором используются иначе спроектированные излучатели, такое допущение невозможно.

Известны следующие постановки задачи оптимизации направленности ФАР КВ диапазона с учетом взаимного влияния излучателей [0]: при ограничении суммарной мощности, подаваемой на антенную систему, и при ограничении на мощность по каждому входу антенной системы. В случае с ограничением на суммарную мощность задача может быть решена аналитически. В данной работе разработаны методы решения задачи оптимизации направленности ФАР КВ диапазона с учетом взаимного влияния излучателей при ограничениях на мощность по каждому входу антенной системы.

**Практическая значимость.** ФАР КВ диапазона не так широко распространены ввиду невозможности нивелировать взаимное влияние излучателей, что существенно осложняет оптимизацию их направленности. В рамках данной работы были получены важные практические результаты, обосновывающие необходимость учета взаимного влияния излучателей при оптимизации направленности ФАР. Кроме того, в работе демонстрируются подходы и техники, позволяющие оптимизировать направленность антенной системы с учетом взаимного влияния излучателей, а также разработан программный комплекс, позволяющий производить все необходимые расчеты.

### **Методология и методы исследования.**

Методологической базой являются работы по методам математической оптимизации. Использованы методы системного анализа, исследования операций, теории оптимизации и прикладной статистики.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. В большинстве случаев, коммерческий решатель показывает лучшие результаты по сравнению с градиентными методами.

2. Использование алгоритмов дифференциальной эволюции позволяет достичь более качественных решений по сравнению с градиентными методами.
3. Проведены вычислительные эксперименты, выявляющие наличие непрерывных групп симметрий допустимых решений. Для всех рассмотренных задач выявлено наличие только фазовой симметрии.
4. Учет взаимного влияния излучателей друг на друга может оказать существенное влияние на результирующее излучение.
5. Выявлены конфигурации решеток, для которых учет взаимного влияния ведет к существенному увеличению коэффициента усиления.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается их соответствием с результатами коммерческих решателей, а также проведенными исследованиями адекватности модели в сравнении с общими физическими принципами.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на:

1. VII Международной конференции «Проблемы оптимизации и их приложения» - Омск, июль 2018.
2. Международной конференции «Теория математической оптимизации и исследование операций» - Екатеринбург, июль 2019.
3. V Международной научно-технической конференции «Радиотехника, электроника и связь» - Омск, октябрь 2019.
4. Международная конференция «Теория математической оптимизации и исследование операций» - Иркутск, июль 2022.

**Личный вклад.** Автор принимал активное участие в разработке программного комплекса, разработке эволюционных алгоритмов, адаптации метода градиентного подъема к специфике рассматриваемой задачи, проведении вычислительных экспериментов, анализе и интерпретации их результатов.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 6 печатных изданиях, 1 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 2 — в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus, 3 — в тезисах докладов.

## Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость

представляемой работы. В последующих главах сначала дается обзор литературы по тематике работы, вводятся термины и обозначения, выводится постановка задачи математического программирования из физических соображений, приводятся приемы и техники, способствующие улучшению качества решения и анализу полученных результатов. Затем приводится исследование структуры локальных оптимумов с помощью различных алгоритмов оптимизации. Описываются исследования возможностей ФАР в различных условиях.

**Первая глава** посвящена обзору имеющейся литературы и постановке задачи математического программирования. Здесь рассматриваются источники, позволяющие сформулировать постановку задачи [0], приводится анализ похожих исследований [0].

Задачей данной работы является максимизация излучения антенной решетки в заданном направлении при ограничениях на мощность, подводимую к каждому излучателю. В терминах комплексных токов, подводимых к излучателям, эта задача сформулирована в работах [0]. Целевая функция задачи оптимизации определяется следующим образом:

$$F = \mathbf{i}^+ \mathbf{A} \mathbf{i}, \quad (1)$$

где верхний индекс  $+$  означает эрмитово сопряжение,  $A = (a_{ij})$ ,

$$a_{ij} = \sum_{l=1}^2 \bar{f}_i^{(l)} f_j^{(l)}. \quad (2)$$

Здесь  $f_i^{(l)}$  - парциальное поле, то есть поле, которое излучается при подаче единичного тока на  $i$ -ю точку питания излучающей системы, в то время, как ток в других точках питания равен нулю.

Существуют различные формы ограничений, которые соответствуют различным антенным системам. В данной работе рассматривается случай, когда ограничение на мощность накладывается по каждой точки питания. В этом случае задача формулируется в виде:

$$\begin{cases} \mathbf{i}^+ \mathbf{A} \mathbf{i} \rightarrow \max, \\ 0 \leq \mathbf{i}^+ \mathbf{B}^{(1)} \mathbf{i} \leq 1, \\ \dots \\ 0 \leq \mathbf{i}^+ \mathbf{B}^{(n)} \mathbf{i} \leq 1, \\ \mathbf{i} \in \mathbb{C}^N \end{cases} \quad (3)$$

где  $\mathbb{C}$  - поле комплексных чисел,  $n$  - число точек питания, на которые накладываются ограничения (в общем случае  $n$  может быть не равно  $N$ ),

$$\mathbf{B}^{(k)} = \frac{1}{4P_{max}^{(k)}} (\mathbf{Z}^+ \mathcal{P}^{(k)} + \mathcal{P}^{(k)} \mathbf{Z}), \quad (4)$$

$P_{max}^{(k)}$  - максимально допустимая мощность в  $k$ -й точке питания,  $\mathcal{P}^{(k)}$  - матрицы-проекторы имеющие единственный ненулевой элемент  $\mathcal{P}_{kk}^{(k)} = 1$ . Матрицы-проекторы имеют размерность  $N \times N$ .

Следует отметить, что задача (3), сформулированная в комплексных числах, имеет симметрию относительно преобразования  $\mathbf{i} \rightarrow e^{j\phi} \mathbf{i}$  всех комплексных координат (по произвольному углу  $\phi$ ). За  $j$  здесь обозначена мнимая единица. Данная симметрия может найти применение для уменьшения размерности области поиска на единицу. Например, фиксируя  $Im(y_N) = 0$ , что эквивалентно добавлению ограничения  $x_{2N} = 0$  к задаче (5).

Для разработки алгоритма решения задачи удобно переформулировать ее в вещественных числах. В вещественных числах задача (3) эквивалентна следующей:

$$\begin{cases} \mathbf{x}^T \mathbf{G} \mathbf{x} \rightarrow \max, \\ 0 \leq \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(1)} \mathbf{x} \leq 1, \\ \dots \\ 0 \leq \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(n)} \mathbf{x} \leq 1, \\ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{2N}. \end{cases} \quad (5)$$

Задача (5) имеет целевую функцию, заданную квадратичной формой с положительно полуопределенной матрицей  $\mathbf{G}$ . Каждое ограничение формулируется квадратичной формой, определенной симметричной матрицей  $\mathbf{H}^{(k)}$ ,  $k = \overline{1, n}$  с двумя парами идентичных собственных значений, два из которых положительны, а другие два отрицательны или равны нулю, все остальные собственные числа равны нулю.

Для данной задачи существует преобразование, позволяющее привести к допустимой области решения  $\mathbf{x}$ , которое нарушает только ограничивающие неравенства задачи (5) вида  $\mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x} \leq 1$ :

$$\mathbf{x}' := \alpha(\mathbf{x})^{-1/2} \mathbf{x}, \quad (6)$$

где  $\alpha(\mathbf{x}) := \max_{k=\overline{1, n}} \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x}$ . Данная процедура применяется для выбора начального решения, а также для масштабирования итогового решения.

В вычислительных экспериментах бывает полезно ограничить множество допустимых решений задачи шаром или параллелепипедом, так как это позволяет более обоснованно выбрать начальное решение для итерационных методов с мультистартом или сократить перебор в методе ветвей и границ. Отметим, что если  $\mathbf{x}$  удовлетворяет всем ограничениям задачи (5), то

$$\|\mathbf{x}\| \leq \sqrt{\frac{N}{\lambda_{\min}}}. \quad (7)$$

Глобально-оптимальное решение задачи невыпуклого математического программирования вида (5) может быть найдено методом ветвей и границ [0] или с использованием методов ДС программирования [0]. Локально-оптимальное решение задачи может быть найдено средствами градиентной оптимизации или методом Ньютона [0]. В случае большой размерности могут быть применены различные метаэвристики (см. [0]).

**Вторая глава** посвящена исследованию структуры локальных оптимумов с помощью различных алгоритмов оптимизации. Процедура решения задачи оптимизации ФАР при ограничении мощности по каждой точке питания состоит в следующем:

1. Для каждого излучателя в решетке рассчитать парциальные компоненты полей  $f_i^{(l)}, i = \overline{1, N}, l = \overline{1, 2}$ .
2. Вычислить матрицы  $\mathbf{G}$  and  $\mathbf{H}^{(k)}, k = \overline{1, n}$ .
3. Оценить радиус допустимой области.
4. Решить задачу (5) с дополнительными ограничениями  $x_N = 0, \|\mathbf{x}\| \leq \sqrt{\frac{N}{\lambda_{\min}}}$ .

Данный подход может гарантировать нахождение как локального, так и глобального оптимума, в зависимости от решателя, используемого на шаге 4. Как один из базовых оптимизационных методов, мы рассматриваем метод градиентной оптимизации (максимизационный вариант) с алгоритмом одномерного поиска Дэвиса, Свенна и Кэмпби (ДСК) [0]. Далее целевая функция задачи (5) будет обозначаться символом  $\tilde{F}$ .

В нашей работе от задачи условной оптимизации мы переходим к задаче безусловной оптимизации методом штрафных функций, а именно - методом внешней точки [0]:

$$\mathbf{x}^T \mathbf{G} \mathbf{x} - r \cdot \sum_{k=1}^n \left( \min \left( 0, \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x} \right) + \min \left( 0, 1 - \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x} \right) \right)^4 \rightarrow \max, \quad (8)$$

где  $r$  - достаточно большой штрафной параметр. Алгоритм градиентной оптимизации повторяется многократно, при этом используется случайно сгенерированный вектор  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{2N}$  в качестве стартовой точки.

Вычислительный эксперимент был поставлен для задач, построенных на основе четырех типов ФАР: широкополосных вертикальных излучателей, широкополосных вертикальных диполей и симметричных вертикальных диполей. При моделировании полей был использован пакет NEC2, для которого были предоставлены соответствующие геометрические конфигурации антенных систем. В качестве рабочей частоты было выбрано 5 МГц. Рассмотрены квадратные ФАР конфигурации 2x2, 3x3 и 5x5. Заранее отметим, что конфигурация 5x5 была рассмотрена только для решеток СВД, поскольку NEC2 не смог обработать 5x5 ШВИ и 5x5 ШВД из-за высокой сложности этих моделей. В случае с ФАР кольцевой структуры были рассмотрены решетки, состоящие из 8 и 16 излучателей. В качестве



направления максимизации излучения выбраны: азимутальный угол  $45^\circ$ , полярный угол  $70^\circ$ .

Здесь сравниваются результаты работы градиентного метода и решателя BARON в его режиме по умолчанию. Во всех экспериментах, описанных ниже, было установлено ограничение по времени 1000с. Все эксперименты проводились на ЭВМ с процессором Intel i7 (тактовая частота: 2.8ГГц), ОЗУ: 16Гб. В случае сходимости градиентного метода (завершение по минимально допустимому приращению целевой функции  $10^{-4}$ ), алгоритм перезапускается заново до истечения запаса времени.

Во время каждой инициализации градиентного метода стартовая точка  $\mathbf{x}$  выбирается независимо с равномерным распределением в кубе  $[-5000, 5000]^{2N}$ . Такой выбор оказался достаточным для всех задач, кроме СВД 2х2, чтобы получить решение, по целевой функции соответствующее решению, предоставляемому решателем BARON. Лучшее из найденных таким образом решений принимается за конечный результат. Параметр штрафа  $r$  в методе градиентной оптимизации установлен равным  $10^6$  на всех запусках. Такое значение было определено эмпирически. В таблице 1 приводятся результаты вычислительного эксперимента. Значения целевой функции " $\tilde{F}$ " точке, полученной алгоритмом градиентного подъема, приводятся после процедуры масштабирования (6). Для решателя BARON версии 18.5.8 было выбрано то же самое ограничение сверху на процессорное время, что и для градиентного метода (группа колонок "BARON"), и 50000с. для проверки глобальной оптимальности. Во всех таблицах, колонка "t" содержит время до получения лучшего найденного решения или до установления глобальной оптимальности. Во всех запусках градиентного метода были получены решения, где активными оказались все ограничения вида  $\mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x} \leq 1$ .

Из таблицы 1 видно, что на всех видах решеток, кроме решеток СВД конфигураций 3х3 и 5х5, а также СВД' конфигураций 2х2 и 3х3, разница в значениях целевой функции не превосходит 1%. Для решеток СВД конфигураций 3х3 и 5х5, а также СВД' конфигураций 2х2 и 3х3 градиентный алгоритм существенно уступает по качеству найденного решения. Кроме решеток ШВИ и ШВД конфигурации 2х2 BARON демонстрирует лучшее время счета. Однако, следует отметить, что для обоих алгоритмов время, затраченное на поиск решения, было либо существенно меньше, либо сравнимо со временем, затраченным на построение исходных данных пакетом моделирования NEC, что делает оба подхода равноценными по времени работы с практической точки зрения. Важным результатом, не приведенным в таблице 1, является то, что для ФАР конфигураций ШВИ 2х2, ШВД 2х2 и ШВИ 3х3 была доказана глобальная оптимальность найденного решателем BARON решения.

Для оценки общего числа локальных оптимумов использовался метод переписи Шнабеля. Данный метод имеет применение в экологии

Тип	$\lambda_{min}$	$\sqrt{\frac{N}{\lambda_{min}}}$	Град.		BARON	
			$\tilde{F}$	t, с	$\tilde{F}$	t, с
ШВИ 2x2	0.0215	13.6	138.2	<b>0.054</b>	<b>139.2</b>	0.12
ШВИ 3x3	0.0177	70	575.7	0.93	<b>580.6</b>	<b>0.34</b>
ШВД 2x2	0.009	21	459.7	<b>0.13</b>	<b>463.6</b>	0.27
ШВД 3x3	0.0013	6767	915	24.4	<b>925</b>	<b>0.34</b>
СВД 2x2	$2 \cdot 10^{-3}$	44	357	1.9	<b>361</b>	<b>0.16</b>
СВД 3x3	$5.6 \cdot 10^{-9}$	$8.4 \cdot 10^5$	1138	25.6	<b>1261</b>	<b>0.38</b>
СВД 5x5	-	-	5318	1000	<b>6716</b>	1000
СВД' 2x2	$7.76 \cdot 10^{-9}$	$22 \cdot 10^3$	233	2.52	<b>253</b>	<b>0.25</b>
СВД' 3x3	0.0008	$1 \cdot 10^4$	664	71	<b>1153</b>	<b>1.48</b>
СВД' 5x5	-	-	<b>1382.7</b>	1000	33.5	<b>217.94</b>
Кольц. 8	$3 \cdot 10^{-3}$	154	217	8.06	<b>218</b>	<b>0.23</b>
Кольц. 16	$6.7 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^6$	727	90.9	<b>734</b>	<b>1.37</b>

Таблица 1 — Результаты оптимизации, полученные с помощью градиентного подъема и решателя BARON.

ФАР	$M$	$M_{ne}$	$M_f$	$\mathcal{B}_{M_f}$	$\mathcal{L}_{M_f}$	$M_{y \approx 0}$	$\mathcal{B}_{M_{y \approx 0}}$	$\mathcal{L}_{M_{y \approx 0}}$
ШВИ 2x2	18368	4	1	1	1	4	4	4
ШВД 2x2	7678	4	1	1	1	4	4	4
СВД 2x2	523	1	1	1	1	1	1	1
СВД 3x3	39	9	2	2	2	5	5	5
СВД' 2x2	396	370	3	3	3	338	1000	1213
СВД' 3x3	14	14	3	3	3	1	1	1
ШВИ 3x3	1070	3	1	1	1	3	3	3
ШВД 3x3	41	4	4	4	4	1	1	1
Кольц. 8	124	9	2	2	2	9	9	9
Кольц. 16	11	6	1	1	1	6	6	6

Таблица 2 — Структура локальных оптимумов.

и заключается в выводе статистических оценок численности популяции на основе числа особей, помеченных в результате эксперимента, из популяции с неизменным составом, где каждая особь имеет константную вероятность отлова. В [0] предлагается адаптация такого метода для оценки числа локальных оптимумов. В таблице 2 приводится статистика по числу различных точек останова (в пределах заданной точности) процедуры мултистарта в течение 1000 с. процессорного времени. Для каждого решения была применена процедура линеаризации задачи и проверки необходимых условий локальной оптимальности. Приемлемыми считались отличия целевой функции линеаризованной задачи от значения целевой функции, найденного градиентным методом менее чем на 1%. Здесь  $M$  - число выполненных запусков за отведенное время,  $M_{ne}$  - число групп решений, отличающихся не более чем на 10% по каждой из координат,  $M_f$

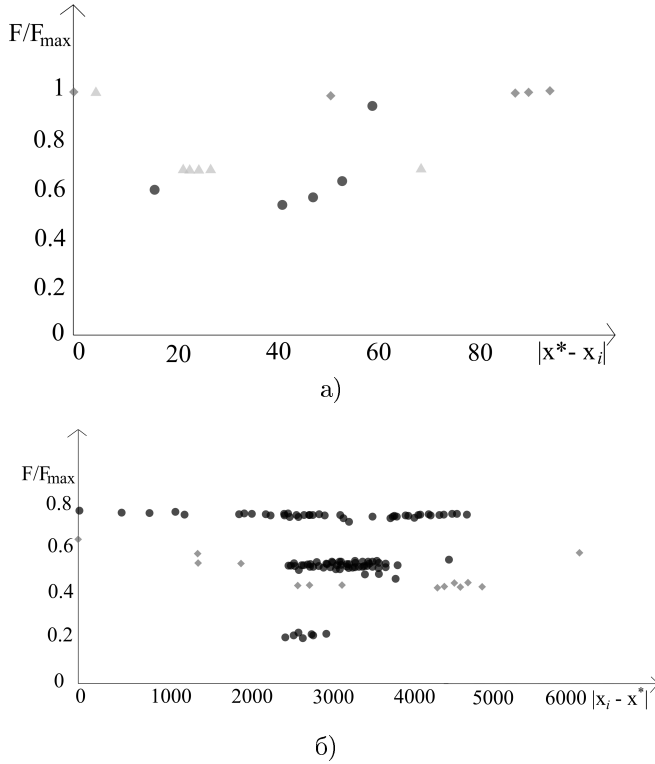


Рис. 1 — Структура множества найденных решений для задач ШВИ, ШВД, СВД (а) и СВД' (б)

- число групп значений целевой функции у таких неэквивалентных решений (с точностью до 10%, приведенных в таблице 1).  $M_{y \approx 0}$  - число групп решений, для которых были выполнены необходимые условия локальной оптимальности.  $\mathcal{B}$  и  $\mathcal{L}$  - оценка нижней границы и оценка максимального правдоподобия числа локальных оптимумов, рассчитанные по методу переписи Шнабеля. Доверительная вероятность для данного метода была выбрана равной 95%. Оценки для числа решений с различными значениями целевой функции обозначены  $\mathcal{B}_{M_f}$  и  $\mathcal{L}_{M_f}$ . Оценки для числа решений, для которых были выполнены необходимые условия локальной оптимальности, обозначены  $\mathcal{B}_{M_{y \approx 0}}$  и  $\mathcal{L}_{M_{y \approx 0}}$ .

Как видно из таблицы, во всех экспериментах в некоторых запусках были найдены неразличимые с практической точки зрения решения.

На рис. 1 приведены диаграммы локальных оптимумов, где по оси ординат отложены значения целевой функции, а по оси абсцисс - расстояние до лучшего известного решения. В случае а) точками обозначены результаты для кольцевых решеток, состоящих из 8 излучателей, ромбами - для

кольцевых решеток, состоящих из 16 излучателей, пятиугольниками - для СВД 3x3. В случае б) точками обозначены результаты для СВД' 2x2, ромбами - для СВД' 3x3. Диаграмма показывает, что значения, соответствующие одному и тому же значению целевой функции, могут находиться достаточно далеко друг от друга, что позволяет сделать предположение о наличии неучтенных симметрий задачи (о множестве линейных симметрий задачи см. в [0]). Наличие большого количества решений, соответствующих одному и тому же значению целевой функции, приводит нас к исследованию групп симметрий. В [0] показано, что любой элемент группы непрерывных симметрий задачи 5 может быть описан в виде 9.

$$Q = e^{\sum_n a_n G_n}. \quad (9)$$

где  $a_n$  - вещественные числа,  $G_n$  - генераторы. В качестве генераторов можно выбрать косо-симметричные матрицы, которые содержат над главной диагональю один единичный элемент, симметричный ему противоположный элемент и остальные нули. Введем матрицу:  $\mathbf{H}_\Sigma = \sum_i \mathbf{H}_i$ , которая может быть представлена в виде конгруэнтного преобразования диагональной матрицы  $D$ :

$$\mathbf{H}_\Sigma = S^T D S,$$

Нахождение непрерывных групп симметрий сводится к решению задачи 10.

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{H}}_i \left( \sum_n a_n G_n \right) = \left( \sum_n a_n G_n \right) \tilde{\mathbf{H}}_i, \\ \tilde{\mathbf{G}} \left( \sum_n a_n G_n \right) = \left( \sum_n a_n G_n \right) \tilde{\mathbf{G}}. \end{cases} \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{G}} = (S^{-1})^T \mathbf{A} S^{-1}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_i = (S^{-1})^T \mathbf{B}_i S^{-1}, \quad i = 1, \dots, M. \quad (11)$$

Вычислительный эксперимент состоит из следующих этапов:

1. Обработка. На этом этапе возможная неточность данных нивелируется усреднением симметричных компонент матриц (матрицы  $\mathbf{G}$  и  $\mathbf{H}$  должны быть симметричны).
2. Преобразование  $\mathbf{H}_\Sigma = \sum_i \mathbf{H}_i$  к канонической форме используя метод Лагранжа для вычисления матриц  $S$  и  $S^{-1}$ .
3. Применение метода Гаусса к системе линейных (10) для вычисления генераторов  $\hat{G}_n$ .

Описанная процедура нахождения непрерывных групп симметрий применяется к примерам, описанным во второй главе. Для всех рассмотренных задач было выявлено только наличие фазовой симметрии. Возможно,

множественность решений объясняется наличием дискретных симметрий. Выявление дискретных симметрий является объектом дальнейших исследований.

Как было показано выше, градиентный метод может предоставить решение, не являющийся локальным оптимумом, если целевая функция слабо изменяется в окрестности текущей точки. Алгоритм дифференциальной эволюции не подвержен такому поведению. Эксперименты показывают, что в целом эволюция популяции соответствует динамике случайного облака точек, движущегося как целое вдоль рельефа оптимизируемой функции, повторяя его характерные особенности. В случае попадания в овраг «облако» принимает форму этого оврага и распределение точек становится таким, что математическое ожидание разности двух случайных векторов оказывается направленным вдоль длинной стороны оврага. Это обеспечивает быстрое движение вдоль узких вытянутых оврагов, тогда как для градиентных методов в аналогичных условиях характерно колебательная динамика «от стенки к стенке». Приведенные эвристические соображения иллюстрируют наиболее важную и привлекательную особенность алгоритма ДЭ — способность динамически моделировать особенности рельефа оптимизируемой функции. Именно этим объясняется замечательная способность алгоритма быстро проходить сложные овраги, обеспечивая эффективность даже в случае сложного рельефа.

Кратко опишем идею алгоритма ДЭ. В начале происходит генерация популяции. Если нет дополнительной информации, такая популяция особи популяции генерируются случайным образом с равномерным распределением. Затем, пока все особи не сойдутся в одной точке, каждая особь подвергается мутации путем присваивания ей признаков другой особи. Процедура, определяющая, в какой степени признаки других особей участвуют в эволюции конкретной особи является параметром алгоритма. Далее происходит сравнение значений целевой функции мутировавшей особи со значением целевой функции исходной особи. Выживает особь с лучшим значением целевой функции.

Данный алгоритм хорошо поддается модификации для запуска в параллельных потоках. В этом случае, на очередной итерации алгоритма выбирается некоторый набор особей, эволюция каждой из которых на данной итерации происходит независимо от эволюции другой. В данной работе был предложен вариант реализации алгоритма дифференциальной эволюции, адаптированный для запуска на графическом устройстве. Использование алгоритма ДЭ позволило достичь решения с целевой функцией  $\tilde{F} = 253$  для задачи СВД' 2x2.

**Третья глава** посвящена исследованию ФАР в различных условиях.

На практике использование высоко симметричных ФАР вызывает особый интерес из следующих соображений: измерение матрицы сопротивлений является тривиальной задачей, в то время как измерение

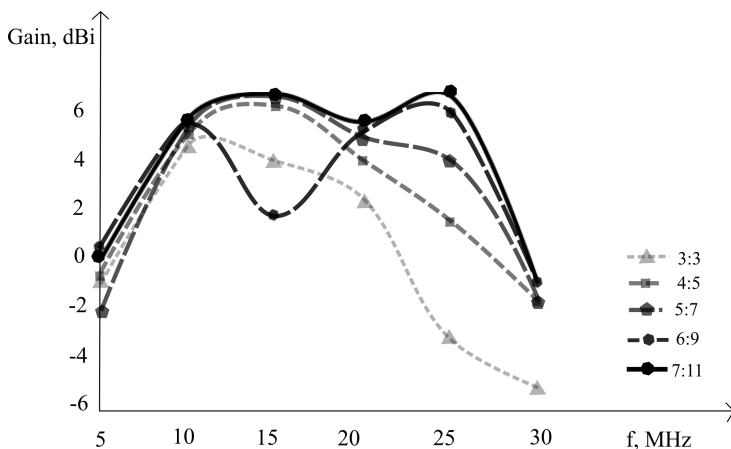


Рис. 2 — Зависимость от частоты общего коэффициента усиления ФАР при оптимизации в направлении 70:45

парциальных полей требует большое количество приемников для всех возможных направлений излучения. Использование высокосимметричных ФАР позволяет выполнить расчеты для одного направления и затем легко адаптировать их для других симметричных направлений. Другой особенностью, влияющей на результаты моделирования является наличие потерь в земле (см. [0]). Чтобы ослабить этот эффект, антенные системы с противовесами подняты над землей на 2 м.

В данной главе мы изучаем, как изменяется общий коэффициент усиления с ростом радиочастоты и плотности системы противовесов. Общий коэффициент усиления является суммой частичных коэффициентов усиления в двух ортогональных поляризациях. Плотность системы противовесов определяется числом продольных и поперечных проводов, относящихся к одному и тому же излучателю. Частота изменяется от 5 до 30 МГц. Вычисления производились на решетках ШВИ, состоящих из 8 излучателей. Для расчета матрицы сопротивлений и матрицы излучений использовался пакет моделирования антенных систем NEC2 [0].

Для проведения вычислительного эксперимента использовался решатель BARON в пакете GAMS, поскольку, в основном он деонстрирует лучшие результаты по сравнению с градиентным подъемом. Результаты оптимизации направленности решетки сравниваются с коэффициентом усиления одиночного излучателя, установленного в центре такой же системы противовесов. Плотность системы противовесов обозначается в формате *long : trans*, где *long* - число продольных проводов, относящихся к одному излучателю, а *trans* - поперечных. Высота каждого ШВИ - 15м. В качестве направления оптимизации выбирается 70° полярного угла и 45° азимутального угла в сферических координатах.

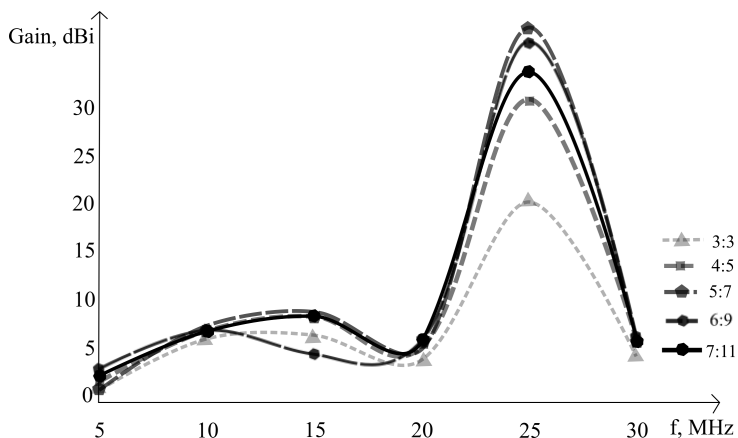


Рис. 3 — Сравнение коэффициентов усиления ФАР и одиночного излучателя

На рис. 2 показано, как изменяется коэффициент усиления с ростом радиочастоты. Мы можем наблюдать, что при значениях частоты 5 и 30 МГц решетка оптимизируется довольно плохо. Также можно увидеть, что, в основном, увеличение плотности системы противовесов приводит к росту коэффициента усиления. Единственное исключение - решетка с плотностью системы противовесов 6 : 9 на частоте 15МГц, где наблюдается неожиданное падение коэффициента усиления. Такое поведение может быть объяснено тем, что BARON не достиг глобального оптимума.

На рис. 3 показано, как изменяется разница коэффициентов усиления ФАР и одиночного излучателя с ростом частоты. Заметным результатом здесь является то, что на частоте 25МГц усиление ФАР существенно больше усиления одиночного излучателя. Объяснение этого эффекта будет приведено далее при сравнении диаграмм направленности. При 5МГц усиление ФАР существенно не превосходит усиление одиночного излучателя, однако, уже на 10МГц разница возрастает до 7.53дБ. Даже при 30МГц, где ФАР не оптимизируется хорошо, разница с одиночным излучателем составляет 6.63дБ в лучшем случае и 4.84дБ в худшем.

Интересный результат наблюдается при 25МГц (см Рис. 4), где усиление ФАР существенно больше усиления одиночного излучателя. Сравнение их диаграмм направленности показывает, что одиночный излучатель довольно плохо излучает в направлении оптимизации, тогда как ФАР имеет максимум излучения в этом направлении. Предположительно, такой эффект был получен вследствие учета взаимного влияния. Согласно (2), если пренебречь взаимным влиянием излучателей, плотность мощности  $F$  будет максимальна тогда, когда комплексные амплитуды парциальных полей будут синфазны. Для проверки гипотезы о необходимости учета взаимного

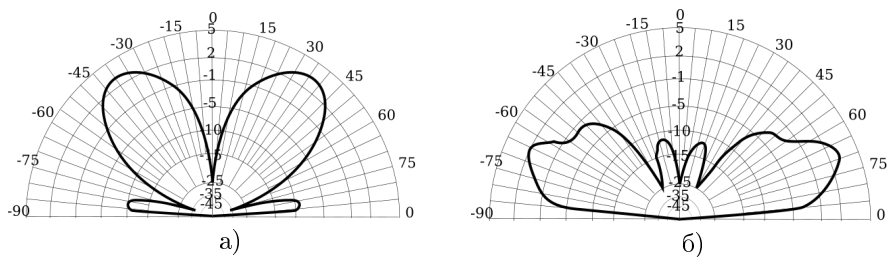


Рис. 4 — Вертикальный план диаграммы направленности одиночного излучателя (а) и ФАР 5:7 (б) при 25МГц

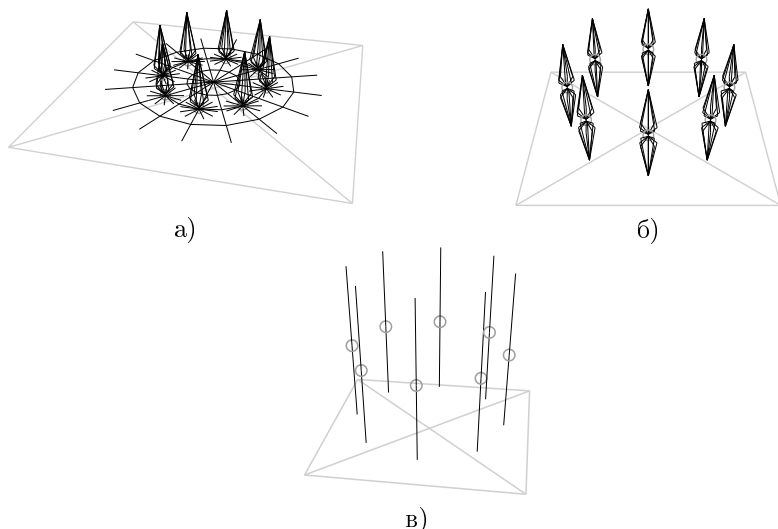


Рис. 5 — ФАР кольцевой структуры: ШВИ (а) ШВД (б) и СВД (в)

влияния в данной работе производилось сравнение диаграмм направленности решеток разных конфигураций после математической оптимизации их направленности в заданном направлении согласно модели (5) с соответствующими диаграммами одиночного излучателя и со случаем фазирования решетки без учета взаимного влияния (далее — простое фазирование).

Для проведения вычислительного эксперимента использовался решатель BARON в пакете GAMS, поскольку, как правило, он обеспечивает большую точность решений по сравнению с градиентным подъемом [A1]. Высота каждого ШВИ равна 15 м. Длина плеча симметричных излучателей также равна 15 м. Направление оптимизации по умолчанию было установлено на  $70^\circ$  полярного угла и  $45^\circ$  азимутального угла в сферических координатах. Для некоторых экспериментов было проведено дополнительное исследование при  $85^\circ$  полярного угла.



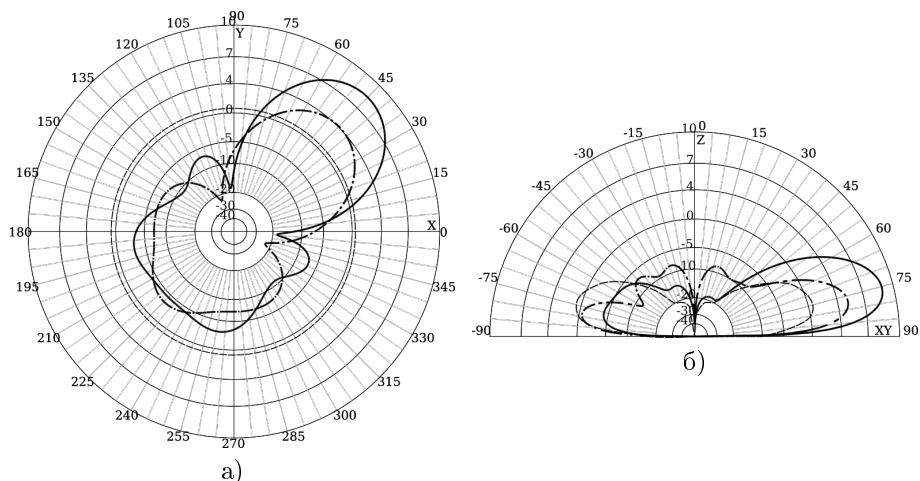


Рис. 6 — Горизонтальный (а) и вертикальный (б) план диаграммы направленности ШВД при расстоянии от центра излучателя до центра решетки 20 м. Пунктирной линией обозначено усиление одиночного излучателя, штрихпунктирной — простое фазирование, сплошной — решение задачи мат. программирования.

Для решеток ШВИ (см. Рис. 5, а.) производилось сравнение диаграмм направленности при варьировании расстояния центра излучателя до центра решетки (от 7 до 80 м.), длины радиальных противовесов (от 3 до 20 м.) и присутствия или отсутствия общей системы противовесов. Диаграммы направленности при этом имели различную форму, однако, качественно различие между коэффициентами усиления всегда сохранялось: результат оптимизации не дает значимого преимущества перед простым фазированием.

Для ШВД (см. Рис. 5, б.) производилось исследование диаграмм направленности при варьировании расстояния центра излучателя до центра решетки от 5 до 50 м. В большинстве случаев, использование решения задачи математического программирования не давало существенного преимущества перед простым фазированием. Тем не менее, при расстоянии между центром излучателя и центром решетки равным 20 м. это различие составило около 4 дБ (см. Рис. 6).

Аналогичные результаты были получены и для решетки (см. Рис. 5, в.). При оптимизации в направлении полярного угла равном  $70^\circ$  при варьировании расстояния от центра излучателя до центра решетки от 35 до 37 м. разница между коэффициентом усиления решения задачи математического программирования и усилением простого фазирования также достигала 4 дБ. При оптимизации в направлении полярного угла равном  $85^\circ$  при

варьировании расстояния от центра излучателя до центра решетки от 25 до 29 м. эта разница достигала 5 дБ.

В четвертой главе приведено разработанного программного комплекса. Для проведения вычислительных экспериментов был разработан интерпретатор «Exri» и его графическая оболочка «ExriIDE».

Формат языка «Exri» позволяет в декларативной форме объявлять правила построения моделей и задавать параметры запуска экспериментов. В языке «Exri» предоставлены возможности моделировать конфигурации проводников в зависимости от динамических параметров, объединять их в группы и применять к ним геометрические преобразования. Также имеется возможность экспорта определенных конфигураций в формат NEC. Отдельно следует отметить возможность языка выполнять серии вычислительных экспериментов. В «Exri» уже встроен интерфейс для работы с пакетом GAMS, а также имеется возможность интеграции любого пользовательского пакета.

Графическая оболочка «ExriIDE» представляет собой файловый инспектор с возможностью редактировать и запускать файлы экспериментов exr, просматривать и экспортировать диаграммы направленности и геометрию антенных систем.

В заклучении приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. В текущей работе была рассмотрена постановка задачи оптимизации направленности излучения антенной системы, представленной в виде регулярной решетки излучателей. Для данной задачи была разработана модель квадратичного программирования в вещественных числах. Произведено сравнение результатов разработанных алгоритмов в вычислительном эксперименте.
2. Проведены вычислительные эксперименты, выявляющие наличие непрерывных групп симметрий допустимых решений. Для всех рассмотренных задач выявлено наличие только фазовой симметрии.
3. В рамках данного исследования было выявлено наличие ситуаций, в которых коэффициент усиления, соответствующий решению задачи математического программирования, имеет существенное преимущество перед коэффициентом усиления простого фазирования. Выявлено, что, при оптимизации направленности ФАР КВ диапазона целесообразны расчеты с учетом взаимного влияния излучателей.
4. Для генерации тестовых примеров, автоматизации вычислительных экспериментов и визуализации их результатов были разработаны интерпретатор «Exri» и его графическая оболочка «ExriIDE».

LITERATURE REMOVED!!!

*Тюнин Николай Николаевич*

Анализ и решение задач оптимизации направленности фазированных антенных  
решеток коротковолнового диапазона

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. тех. наук

