УДК 621.039.51

О НЕКОТОРЫХ МОДИФИКАЦИЯХ УРАВНЕНИЙ ТОЧЕЧНОЙ КИНЕТИКИ

Б.Д. Абрамов
ГНЦ РФ - Физико-энергетический институт им. А.И.Лейпунского, г. Обнинск

В работе предлагаются перспективные модификации уравнений точечной кинетики реактора, обобщающие известные модели по линиям расчета произвольных функционалов, расширения ассортимента весовых функций и учета особенностей кинетики в общего вида смесях расщепляющихся нуклидов.

Разработке и обоснованию различных алгоритмов математического моделирования нейтронно-физических процессов в рамках одно- и многоточечных моделей кинетики посвящено большое количество работ (см., например, [1-21]), и в настоящее время эти проблемы в значительной мере решены. Однако ряд важных вопросов специального характера, касающихся выбора тех или иных постановок такого рода задач, внесения различных уточнений и т.д., остаются, по-видимому, открытыми. Некоторые из них и обсуждаются ниже.

Рассмотрим (в обозначениях работ [19 -21]) систему уравнений

$$\frac{1}{v}\frac{\partial\varphi}{\partial t}+M\varphi=F\varphi+\sum_{l}\sum_{m'}\left(\lambda_{(l)}^{(m')}R_{(l)}^{(m')}-F_{(l)}^{(m')}\varphi\right)+Q, \tag{1а}$$

$$\frac{\partial R_{(l)}^{(m')}}{\partial t}=-\lambda_{(l)}^{(m')}R_{(l)}^{(m')}+F_{(l)}^{(m')}\varphi, \tag{1б}$$

описывающих эволюцию потока нейтронов $\varphi(x,E,\Omega,t)$ в реакторе, где $Q(x,E,\Omega,t)$ - независимый источник нейтронов; v - скорость нейтрона; $R_{(l)}^{(m')}=\chi_{(l)}^{(m')}C_{(l)}^{(m')}$; $\chi_{(l)}^{(m')}(E)$ - спектр; $C_{(l)}^{(m')}(x,t)$ - концентрация эмиттеров запаздывающих нейтронов с постоянной распада $\lambda_{(l)}^{(m')}$ и номером $m'=m'(l)$, порожденных нуклидом l; $\beta_{(l)}^{(m')}$ - их доля; M, F, $F_{(l)}^{(m')}$ - операторы, задаваемые формулами

$$M=\Omega\nabla+C,\quad C=\Sigma-S,\quad S=K_s,\quad F=K_f,$$

$$K_b\varphi=\int dE'\int d\Omega'\omega_b(x,E,E',\Omega,\Omega')\varphi(x,E',\Omega',t),\quad b=s,f,$$

$$F_{(l)}^{(m')}\varphi=\chi_{(l)}^{(m')}(E)\int dE'\beta_{(l)}^{(m')}(E')\nu_{fl}(E')\Sigma_{fl}(x,E')\int d\Omega'\varphi(x,E',\Omega',t)/4\pi$$

на функциях $\varphi(x,E,\Omega,t)$, удовлетворяющих определенным условиям гладкости внутри и вакуумному граничному условию на поверхности Γ объема G реактора. Здесь зависимость коэффициентов уравнений (1) от времени не указывается,

$$\omega_{b'l}(x,E,E',\Omega,\Omega') = \nu_{b'l}(E')\Sigma_{b'l}(x,E')W_{b'l}(E',E,\Omega',\Omega),\quad \omega_s = \sum_{b'\neq c,f}\sum_{l}\omega_{b'l},$$

$$\omega_f = \sum_{l}\omega_{fl},\quad \int dE\int W_{b'l}(E',E,\Omega',\Omega)d\Omega = 1,\quad \Sigma(x,E) = \sum_{b'}\sum_{l}\Sigma_{b'l}(x,E),$$

$\nu_{b'l}(E)$, $W_{b'l}(E',E,\Omega',\Omega)$ - число вторичных нейтронов и плотность вероятности распределения их по энергиям E и направлениям разлета Ω, образовавшихся в реакции типа b' нейтрона с ядром l-го нуклида; $\Sigma_{b'l}(x,E') = N_l(x)\sigma_{b'l}(E')$ - макроскопическое сечение этой реакции; $\sigma_{b'l}(E')$ - микроскопическое сечение; $N_l(x)$ - плотность ядер l-го нуклида; суммирование ведется по номерам l нуклидов и типам b' процессов: упругого рассеяния (b'=e), неупругого рассеяния (b'=i), радиационного захвата (b'=c), деления (b'=f) и т.д.[4].

Отметим, что в этих уравнениях учитывается также возможная зависимость постоянных распада эмиттеров от номера l материнского нуклида. Отсутствующая теоретически в силу спонтанного характера распада эмиттеров такая зависимость появляется, как известно [3-6, 17], при практическом определении эффективных групповых постоянных распада, причем как от номера нуклида, так и от энергии инициировавшего его деление нейтрона.

Пусть $\psi,\psi^* \geq 0$- положительные решения уравнений

$$M\psi = F\psi / k_{эф}, \tag{2}$$

$$M^*\psi^* = F^*\psi^* / k_{эф}, \tag{3}$$

где M^*, F^* - сопряженные к M, F операторы; $k_{эф}$ - эффективный коэффициент размножения. Умножая уравнения (1) на ψ^*, уравнение (3) – на φ, интегрируя по $x\in G$ и всем E, Ω, вычитая результаты и используя представление потока в виде

$$\varphi(x,E,\Omega,t) = P(t)\tilde{\psi}(x,E,\Omega,t)/(p,\tilde{\psi}), \tag{4}$$

можно получить модифицированные уравнения

$$\left[\frac{d}{dt} + \left(\bar{\alpha} - \frac{\rho - \bar{\beta}}{\Lambda}\right)\right]P = \left[\sum_{m=1}^{m}\bar{\lambda}^{(m)}C^{(m)} + Q\right]/k_p\Lambda, \tag{5а}$$

$$\left[\frac{d}{dt} + \left(\bar{\lambda}^{(m)} - \alpha^{(m)}\right)\right]\bar{C}^{(m)} = \bar{\beta}^{(m)}k_p P \tag{5б}$$

кинетики точечной модели реактора относительно неизвестных

$$P(t) = (p,\varphi),\quad C^{(m)}(t) = \sum_{l,m\in m}(\psi^*, R_{(l)}^{(m)}) \tag{6}$$

с коэффициентами

$$\bar{\alpha} = \frac{(\psi^*, v^{-1}\partial\xi/\partial t)}{(\psi^*, v^{-1}\xi)},\quad \Lambda = \frac{(\psi^*, v^{-1}\tilde{\psi})}{(\psi^*, F\tilde{\psi})},\quad \bar{\lambda}^{(m)} = \frac{\sum_{l,m\in m}(\psi^*, \lambda_{(l)}^{(m)}R_{(l)}^{(m)})}{\sum_{l,m\in m}(\psi^*, R_{(l)}^{(m)})}, \tag{7а}$$

$$\alpha^{(m)} = \frac{\sum_{l,m\in m}(\partial\psi^*/\partial t, R_{(l)}^{(m)})}{\sum_{l,m\in m}(\psi^*, R_{(l)}^{(m)})},\quad k_p = \frac{(\psi^*, F\tilde{\psi})}{(p,\tilde{\psi})},\quad \bar{\beta}^{(m)} = \frac{\sum_{l,m\in m}(\psi^*, F_{(l)}^{(m)}\tilde{\psi})}{(\psi^*, F\tilde{\psi})}, \tag{7б}$$

$$\overline{\beta}=\beta_{эф}=\sum_{m=1}^{\overline{m}}\overline{\beta}(m),\quad \overline{Q}=(\psi^*,Q),\ \xi=\tilde{\psi}/(p,\tilde{\psi}),\ \rho=1-1/k_{эф}, \tag{7в}$$

где m - номер эффективной группы запаздывающих нейтронов; $\overline{m}$ - число групп; $m'\in m$ - множество номеров $m'=m'(l)$ эмиттеров, отнесенных к m-ой группе; (,) - символ интеграла по всем $x\in G$ и E,Ω; $p(x,E,\Omega,t)\geq 0$ - заданная функция («плотность» искомого функционала $P=(p,\varphi)$); $\tilde{\psi}(x,E,\Omega,t)\geq 0$ - функция формы потока, выбираемая из тех или иных соображений аппроксимации, например, $\tilde{\psi}=\psi$ и т.д.

Уравнения (5)-(7), как уравнения интегрального баланса, точные. Они отличаются от обычных уравнений точечной кинетики коэффициентом k_p, характеризующим различие функций p и $F^*\psi^*$, а также поправками $\overline{\alpha}, \alpha^{(m)}$, непосредственно учитывающими деформации форм-функций $\tilde{\psi},\psi^*$, и являются обобщением их на произвольные функционалы $P=(p,\varphi)$ в общем случае зависимости функций $\psi^*,\tilde{\psi}$ от t и постоянных распада эмиттеров $\lambda_{(l)}^{(m')}$ от l. В частном случае выбора

$$\partial\psi^*/\partial t=0,\ p=\psi^*/v,\ \lambda_{(l)}^{(m')}=\lambda^{(m)}\delta_{mm'},\ \beta_{(l)}^{(m')}=\beta^{(m)}\delta_{mm'} \tag{8}$$

когда $\overline{\alpha}=\alpha^{(m)}=0$, $\Lambda^k{}_p=1$, $P=(\psi^*,\varphi/v)$ и перегруппировка эмиттеров не производится ($\delta_{mm'}$ - символ Кронекера), они переходят в некоторую разновидность уравнений A.F.Henry [2-6]. В случае $p=F^*\psi^*$из них следуют уравнения для функционала $P(t)=(\psi^*,F\varphi)$, имеющего смысл (пропорционального) интегральной ценности нейтронов деления ЦНД=$(\psi^*,F\psi)$ в реакторе [1]. При выборе в качестве p сечения поглощения детектора функционал P будет «откликом» детектора [8,9,11], и т.д. Если же, допустим,

$$\omega_f(x,E,E',\Omega,\Omega')=\sum_l \chi_{fl}(E)\nu_{fl}(E')\Sigma_{fl}(x,E')/4\pi,\ p=\sum_l \nu_{fl}\Sigma_{fl}, \tag{9}$$

то $P(t)=(p,\varphi)=(1,F\varphi)$ будет скоростью генерации нейтронов деления и т.п.[21].

Коэффициенты (7) уравнений (5) зависят от выбора функций $\psi^*,\tilde{\psi}$ и могут быть вычислены обычно лишь приближенно. Например, полагая в (7)

$$R_{(l)}^{(m')}\approx F_{(l)}^{(m')}\varphi/\lambda_{(l)}^{(m')}, \tag{10}$$

и выбирая в качестве $\tilde{\psi}$ решение $\psi\geq 0$ уравнения (2) (либо при $Q\neq 0$, уравнения типа $(M-F)\tilde{\psi}=Q$), приходим к некоторой разновидности адиабатического приближения [1-6], когда в уравнениях (1) и в уравнениях (2),(3) и т.д. для ψ,ψ^* используются одни и те же сечения, являющиеся параметрическими функциями времени, и предполагается, что форма потока мгновенно следует за изменением свойств реактора. В этом приближении из формул (7) при $\overline{\alpha}=\alpha^{(m)}=0$ вытекают обобщения известных определений [1], дополняющие их, в частности, формулой

$$\frac{1}{\overline{\lambda}^{(m)}}=\frac{1}{\overline{\beta}^{(m)}}\sum_{l,m'\in m}\frac{\overline{\beta}_{(l)}^{(m')}}{\lambda_{(l)}^{(m')}}, \tag{11}$$

необходимой для вычисления $\overline{\lambda}^{(m)}$ в смеси расщепляющихся нуклидов [19-21].

В соответствии с представлением (4) решение исходной задачи (1) распадается на решение уравнений (5) для амплитуды P и решение уравнения

$$\frac{1}{v}\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}+\xi\frac{dP}{Pdt}\right)=(F_0-M)\xi+\sum_{l,m}\lambda_{(l)}^{(m)}\int_{-\infty}^{t}dt'\frac{P(t')}{P(t)}e^{-\lambda_{(l)}^{(m)}(t-t')}F_{(l)}^{(m)}\xi(t')+\frac{Q}{P} \qquad (12)$$

для функции формы ξ, где F_0 - оператор деления на мгновенных нейтронах,

$$F_0=F-F_d, \quad F_d=\sum_{l,m}F_{(l)}^{(m)}. \qquad (13)$$

Это «расщепление» порождает различные приближенные методы типа квазистатического приближения и т.п.[2-6]. Рассмотрим некоторые из них.

Предполагая, например, что при $t=t_{i-1}$ реактор описывался невозмущенными величинами $M, F, F_0, F_{(l)}^{(m)}$ и $\psi_{i-1}^{*}=\psi^{*}(x,E,\Omega,t_{i-1})$, $\tilde{\psi}_{i-1}=\tilde{\psi}(x,E,\Omega,t_{i-1})$, а в интервале (t_{i-1},t_i) выбирается $\partial p/\partial t=0$ и производится изменение (возмущение) сечений в форме

$$F'=F+\delta F, \quad F'^{(m)}_{(l)}=F_{(l)}^{(m)}+\delta F_{(l)}^{(m)}, \quad M'=M+\delta C, \qquad (14)$$

можно вычислить по данным $\psi_{i-1}^{*}, \tilde{\psi}_{i-1}$ и т.д. приближенные значения коэффициентов соответствующих уравнений типа (5) с возмущенными коэффициентами

$$\rho'=\rho+\delta\rho, \quad \bar{\beta}'=\bar{\beta}+\delta\bar{\beta}, \quad \bar{\beta}'^{(m)}=\bar{\beta}^{(m)}+\delta\bar{\beta}^{(m)}, \qquad (15)$$

найти их решение $P(t)$ в узлах $t\in(t_{i-1},t_i)$ некоторой мелкой сетки, после чего определить $\psi_i^{*}, \tilde{\psi}_i$ из уравнений (3),(12) и перейти к следующему шагу крупной сетки (t_i, t_{i+1}).

Здесь функции ψ^{*}(а значит, и $C^{(m)}$) допускают разрывы при $t=t_{i-1}$,

$$\rho'-\bar{\beta}'=\rho-\bar{\beta}+\delta\rho_0, \quad \delta\rho_0=(\psi^{*},(\delta F_0-\delta C)\tilde{\psi})/(\psi^{*},F\tilde{\psi}), \qquad (16а)$$

$$\alpha^{(m)}=0, \quad \bar{\alpha}=\frac{d}{dt}\ln(\psi^{*},v^{-1}\xi)=\left[\frac{(\psi^{*},\dot{\varphi}/v)}{(\psi^{*},\varphi/v)}-\frac{(p,\dot{\varphi})}{(p,\varphi)}\right], \qquad (16б)$$

$\dot{\varphi}=\partial\varphi/\partial t$, величины $\rho, \bar{\beta}, \bar{\beta}^{(m)}, \Lambda, \bar{\lambda}^{(m)}, k_p, \alpha^{(m)}, \bar{\alpha}, \psi^{*}, \tilde{\psi}$ не зависят от $t\in(t_{i-1},t_i)$ и соответствуют невозмущенным состояниям при $t=t_{i-1}$, $i=1,2,\ldots$

Указанный подход является обобщением подхода A.F. Henry [2], опирающегося на использование решений уравнения (3) не для всех, а лишь для некоторых дискретных моментов времени $t=t_{i-1}$, $i=1,2,\ldots$ Алгоритмы такого рода (в многогрупповом диффузионном приближении при $Q=0$ и без введения коэффициентов $\bar{\alpha}, k_p$) реализованы, например, в работе [16] применительно к описанию нестационарных и аварийных процессов в быстрых реакторах.

Отметим, что эквивалентная (5),(7),(12) формулировка заключается в совместном решении уравнения (12) и уравнения

$$\left[\frac{d}{dt}+\left(\bar{\alpha}-\frac{\rho-\bar{\beta}}{\Lambda}\right)\right]P=\left[\sum_{l,m}\lambda_{(l)}^{(m)}\int_{-\infty}^{t}dt'(\psi_{t'}^{*},F_{(l)}^{(m)}\xi_{t'})P(t')e^{-\bar{\lambda}_{(l)}^{(m)}(t-t')}+\bar{Q}\right]/k_p\Lambda, \qquad (17)$$

из которого, в свою очередь, вытекает некоторое обобщение

$$\rho=\bar{\beta}+\Lambda\left[\bar{\alpha}+\frac{1}{P}\frac{dP}{dt}\right]-\left[\sum_{l,m}\frac{\lambda_{(l)}^{(m)}}{k_p P}\int_{-\infty}^{t}dt'(\psi_{t'}^{*},F_{(l)}^{(m)}\xi_{t'})P(t')e^{-\bar{\lambda}_{(l)}^{(m)}(t-t')}+\bar{Q}\right] \qquad (18)$$

«обращенных решений уравнения кинетики» (1);(22);(4,37) работ [8;9;11], где t, t' -

соответствующие аргументы. Последнюю, вводя функции «эффективностей детекторов» типа

$$\varepsilon_{(l)}^{(m)}(t,t') = (\psi_{t'}^{*}, F_{(l)}^{(m)}\xi_{t}), \quad \varepsilon(t) = k_p\overline{\beta} = (\psi_{t'}^{*}, F_d\xi_t) \tag{19}$$

и пренебрегая вторым слагаемым, пропорциональным

$$\alpha = \alpha_{\xi} + \alpha_p = (\psi^{*}, v^{-1}\partial\varphi/\partial t)/(\psi^{*}, v^{-1}\varphi), \quad \alpha_{\xi} = \overline{\alpha}, \ \alpha_p = \frac{1}{P}\frac{dP}{dt}, \tag{20}$$

можно представить также в виде следующего обобщения уравнений (4.37),(4.38) [11]:

$$\rho/\overline{\beta} = 1 - \{\sum_{l,m}\lambda_{(l)}^{(m)}\int_{-\infty}^{t} dt'\,\varepsilon_{(l)}^{(m)}(t,t')P(t')e^{-\overline{\lambda}_{(l)}^{(m)}(t-t')} + \overline{Q}\}/\varepsilon(t)P(t) \tag{21}$$

на случай произвольных P вида (6) и зависимости $\lambda_{(l)}^{(m)}$ от l в предположении

$$\Lambda|\alpha| << \overline{\beta} = \beta_{эф}. \tag{22}$$

Этот пример показывает, что предлагаемый в работе подход приводит к естественному обобщению и обращенных решений уравнения кинетики, используемых в работах [8,9,11] в целях расчетно-экспериментального определения реактивности. Отметим, что наряду с $k_{эф}$ аналогичным образом могут быть определены и вводимые ниже величины k_0, k_d, α_0 и т.п.

Обратимся к проблеме выбора ψ^{*}. Поскольку выбор в виде решения уравнения (1.3) не является ни единственно возможным, ни, по-видимому, наилучшим. то могут оказаться полезными и другие варианты, связанные, например, с выбором в качестве ψ^{*} положительных решений однородных уравнений типа

$$M^{*}\psi^{*} = F_0^{*}\psi^{*}/k_0; \ M^{*}\psi^{*} = F_d^{*}\psi^{*}/k_d; \ M^{*}\psi^{*} = F_0^{*}\psi^{*} - \alpha_0\psi^{*}/v, \tag{23}$$

и т.д., приводящим к замене в обсуждаемых выше уравнениях величин $\rho - \overline{\beta}$, F на

$$(1 - 1/k_0), F_0; \ (\psi^{*}, F_0\varphi)/(\psi^{*}, F_d\varphi) - 1/k_d, \ F_d; \ \alpha_n, \ 1/v, \tag{24}$$

и т.п.; положительных решений неоднородных уравнений типа

$$M^{*}\psi_q^{*} = q; \ (-\Omega\nabla + C^{*})\psi^{*} = 0, \ \psi^{*} = f^{*} \ на \ \Gamma_{+}, \tag{25}$$

и т.д., приводящим соответственно к замене ρ на

$$1 - 1/k_q, \quad k_q = (\psi_q^{*}, F\varphi)/(q,\varphi); \ 1 - 1/k_f, \quad k_f = (\psi^{*}, F\varphi)/(1, \Omega\nabla\psi^{*}\varphi), \tag{26}$$

и т.п., где $\Gamma_{\pm} = \{x \in \Gamma, E, \Omega : \Omega n(x) \gtrless 0\}$, $q(x.E.\Omega, t) \geq 0$ - произвольная функция, скажем, $q=p$, и. т.д., а функционал

$$(1, \Omega\nabla\psi^{*}\varphi) = \int_{\Gamma_{+}} \Omega n(x) f^{*}(x,E,\Omega)\varphi(x,E,\Omega,t)\,d\gamma dE d\Omega \tag{27}$$

характеризует утечку нейтронов из реактора (равен одностороннему току нейтронов из реактора через его поверхность при f^{*}=1 и т.п.) (подробности см. в [21]).

Отметим, что использование решений уравнений типа (23),(25) в качестве $p=\psi^{*}/v$ позволяет в ряде случаев значительно упростить процедуру вычисления $\overline{\alpha}$. Например, из (16б), (26) в пренебрежении вкладами запаздывающих нейтронов и источника Q находим, что

$$\overline{\alpha}(t) \approx [(\rho - \overline{\beta} + \delta\rho_0)/\Lambda] - [(\rho_q - \overline{\beta}_q + \delta\rho_q)/\Lambda_q], \tag{28}$$

где $\rho_q, \overline{\beta}_q, \delta\rho_q, \Lambda_q$ - величины ρ, $\overline{\beta}$, $\delta\rho_0, \Lambda$ с заменой в них $k_{эф}$, ψ^{*} на k_q, ψ_q^{*} и т.д.

Уравнения (5) отличаются от обычных уравнений точечной кинетики, в частности, наличием поправок $\overline{\alpha}$ и $\alpha^{(m)}$ к реактивности и постоянным распада эмиттеров. Оценим эти поправки для критического при t<0 реактора, переходящего под влиянием внесенного в момент t=0 возмущения в фиксированное подкритическое состояние. Тогда его поведение при t>0 описывается задачей Коши для уравнений (1) с заданными при t=0 начальными условиями и не зависящими от t коэффициентами, откуда в рамках предположения $\partial p/\partial t = 0$ вытекают формулы (16б). Используя разложение по собственным функциям типа

$$\varphi = a_0\psi_0 e^{\alpha_0 t} + a_1\psi_1 e^{\alpha_1 t} + \ldots, \quad 0 > \alpha_0 > \alpha_1 > \ldots, \tag{29}$$

находим из (16б),(29), что

$$\overline{\alpha} \approx (\alpha_1 - \alpha_0)\frac{a_1}{a_0}\left[\frac{(\psi^*, \psi_1/v)}{(\psi^*, \psi_0/v)} - \frac{(p, \psi_1)}{(p, \psi_0)}\right] e^{(\alpha_1 - \alpha_0)t} + \ldots, \tag{30}$$

где оценка (30) имеет смысл как для малых времен, когда идет быстрый процесс изменения формы потока, обусловленный перераспределением источников мгновенных нейтронов деления, после завершения которого наблюдается экспоненциальное затухание потока с декрементом α_0 (где под α_0, ψ_0 понимается наибольшее собственное значение и положительное решение уравнения $\alpha_0\psi_0/v + M\psi_0 = F_0\psi_0$), так и для больших времен, когда определяющую роль начинает играть процесс перераспределения эмиттеров запаздывающих нейтронов, после завершения которого поток затухает с асимптотическим декрементом α_0 (где под α_0, ψ_0 понимаются уже надлежащие решения уравнения с запаздывающими нейтронами).

Отсюда следует, что $\overline{\alpha}(t)$ - некоторая осциллирующая в общем случае функция, обращающаяся в нуль при выходе реактора на асимптотический режим на запаздывающих нейтронах. Поскольку знак $\overline{\alpha}$ зависит от выбора (локализации носителя) функции p а модуль в целом пропорционален отклонению p от ψ^*/v (ибо $\overline{\alpha} = 0$ при $p=\psi^*/v$), то становится очевидным, что учет $\overline{\alpha}$ будет актуальным при рассмотрении достаточно сильных локальных возмущений для функционалов P с «плотностью» p, значительно отличающейся от ψ^*/v .

Более точно поведение $\overline{\alpha}$ оценим на примере допускающей аналитическое решение задачи Коши для односкоростного диффузионного уравнения с учетом запаздывающих нейтронов

$$\frac{1}{v}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + (-D\nabla^2 + \Sigma_a)\varphi = (1 - \beta)\nu\Sigma_f\varphi + \sum_{m=1}^{m}\lambda_m C_m \tag{31а}$$

$$\frac{\partial C_m}{\partial t} = -\lambda_m C_m + \beta_m\nu\Sigma_f\varphi, \tag{31б}$$

в однородном объеме G с соответствующими граничными условиями, упомянутое решение

$$\varphi(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty}(X_k, \varphi(0))T_k(t)X_k(x) \tag{32}$$

которой представляется в виде ряда (32) по ортонормированным собственным функциям $X_k(x)$ надлежащего оператора Лапласа

$$\nabla^2 X_k = -B_k^2 X_k, \quad (X_k, X_n) = \delta_{kn}, \quad k, n = 0.1\ldots, \tag{33}$$

где $\varphi(0) = \varphi(x,0) > 0$ - начальное условие,

$$T_k(t) = \sum_{s=0}^{m} A_{ks} e^{\alpha_{ks} t}, \quad A_{ks} = \rho_k / \alpha_{ks} [\Lambda + \sum_{m=1}^{m} \frac{\lambda_m \beta_m}{(\alpha_{ks} + \lambda_m)^2}] > 0, \tag{34}$$

α_{ks}<0 - корни соответствующего уравнения «обратных часов» [3-6]

$$\alpha_{ks}\Lambda = \rho_k - \beta + \sum_{m=1}^{m} \frac{\lambda_m \beta_m}{\alpha_{ks} + \lambda_m} = \rho_k - \alpha_{ks} \sum_{m=1}^{m} \frac{\beta_m}{\alpha_{ks} + \lambda_m}, \tag{35а}$$

$$\Lambda = \frac{1}{v\nu\Sigma_f}, \quad \rho_k = \frac{v\nu\Sigma_f - DB_k^2 - \Sigma_a}{v\nu\Sigma_f}, \quad \overline{\alpha} = \frac{d}{dt} \ln \frac{(X_0, \varphi)}{(p, \varphi)}, \tag{35б}$$

и учтено, что в данном случае $\psi^* = X_0$, $\rho = \rho_0$, $d\ln v/dt = 0$.

При выборе $p(x) = X_0(x) + bX_k(x) \geq 0$, $k>0$ из (32)-(35) тогда, например, следует, что

$$\overline{\alpha}(t) = [\frac{(X_0, \dot{\varphi})}{(X_0, \varphi)} - \frac{(p, \dot{\varphi})}{(p, \varphi)}] \approx -b \frac{(X_k, \varphi(0))}{(X_0, \varphi(0))} \frac{d}{dt} \frac{T_k(t)}{T_0(t)}, \tag{36}$$

то есть что в рамках обычных предположений о коэффициентах уравнения (31)), когда

$$0 > \alpha_{00} > \alpha_{k0} > -\lambda_1 > \alpha_{01} > \alpha_{k1} > -\lambda_2 > \ldots, \tag{37}$$

функция $|\overline{\alpha}(t)|$ сначала возрастает, затем испытывает колебания вблизи точек $t_{ks} = |\alpha_{ks}|^{-1}$, и, наконец, экспоненциально затухает с декрементом $(\alpha_{k0} - \alpha_{00})$.

Вклад поправки $\overline{\alpha}$ в формирование решения оценим на упрощенном варианте задачи (31) без учета запаздывающих нейтронов, когда

$$\overline{m} = 0, \; T_k(t) = e^{\alpha_k t}, \quad \alpha_k = (\rho_k - \beta) / \Lambda. \tag{38}$$

В этом случае находим, что решение

$$P(t) = P(0) e^{\alpha_0 t}, \quad P(0) = (p, \varphi(0)) = \sum_{k=0}^{\infty} (p, X_k)(X_k, \varphi(0)) \tag{39}$$

обычного уравнения точечной кинетики (5а) $dP/dt = [(\rho - \beta)/\Lambda]P = \alpha_0 P$ (без учета $\overline{\alpha}$) при $p \neq X_0$ значительно отличается от соответствующего точного выражения

$$P(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{\alpha_k t} (p, X_k)(X_k, \varphi(0)) \tag{40}$$

вытекающего из (32),(38), в то время как решение модифицированного уравнения (5а) $dP/dt = (\alpha_0 - \overline{\alpha})P$ (с учетом $\overline{\alpha}$) совпадает с ним, ибо в последнем случае, очевидно,

$$P(t) = P(0) \exp[\alpha_0 t - \int_0^t dt' \overline{\alpha}(t')] = P(0) e^{\alpha_0 t} \frac{(p, \varphi)}{(X_0, \varphi)} \frac{(X_0, \varphi(0))}{(p, \varphi(0))} = (p, \varphi). \tag{41}$$

Таким образом, учет $\overline{\alpha}$ в случае $p \neq X_0$ действительно приводит к повышению точности.

В заключение отметим, что предлагаемые в работе модификации уравнений точечной кинетики для расчета произвольных функционалов с учетом зависимости постоянных распада эмиттеров от порождающих их материнских нуклидов, в общем случае выбора зависящих от времени прямых и сопряженных форм-функций, представляются перспективным инструментом моделирования нестационарных нейтронно-физических процессов в ядерных реакторах и могут использоваться для оценки старых и разработки новых алгоритмов нейтронной кинетики.

Более подробное рассмотрение этих и смежных вопросов можно найти в [21].

Литература

1.*Усачев Л.Н.* Уравнение для ценности нейтронов, кинетика реакторов и теория возмущений: В кн. «Реакторостроение и теория реакторов». - М.: Изд-во АН СССР, 1955.

2.*Henry A.F.* The Application of Reactor Kinetics to the Analysis of Experiments// Nucl. Sci. and Engng. – 1958. - V.3. - № 1. - P. 52-70.

3. *Кипин Д.Р.* Физические основы кинетики ядерных реакторов. - М.: Атомиздат, 1967.

4. *Шихов С.Б.* Вопросы математической теории реакторов. - М.: Атомиздат, 1973.

5. *Белл Д., Глесстон С.* Теория ядерных реакторов. - М.:Атомиздат, 1974.

6. *Хетрик Д.* Динамика ядерных реакторов. - М.: Атомиздат, 1975.

7. *Стумбур Э.А.* Применение теории возмущений в физике ядерных реакторов. - М.:Атомиздат, 1976.

8. *Казанский Ю.А., Матвеенко И.П., Тютюнников П.Л., Шокодько А.Г.* К учету пространственных эффектов при измерении реактивности методом обращенного решения уравнения кинетики//Атомная энергия. – 1981. - Т.51ю - Вып.6ю - С. 387-389.

9. *Колесов В Е., Макаров О.И., Матвеенко И.П., Шокодько А.Г.* Программа ДНЕСТР и ее применение для учета пространственных эффектов при измерении реактивности методом ОРУК. Препринт ФЭИ- 1062. - Обнинск, 1981.

10. *Шиманская Т.М., Зродников А.В.* Эффективный метод интегрирования уравнений кинетики реактора на основе численных методов Гира. Препринт ФЭИ-1478. - Обнинск, 1983.

11. *Казанский Ю.А., Матусевич Е.С.* Экспериментальные методы физики реакторов. - М.: Энергоатомиздат, 1984.

12.*Кузнецов И.А.* Аварийные и переходные процессы в быстрых реакторах. - М.: Энергоатомиздат, 1987.

13. Динамика ядерных реакторов/Под ред. Я.В. Шевелева. - М.: Энергоатомиздат, 1990.

14. *Гулевич А.В., Кухарчук О.Ф., Полевой В.Б., Пупко С.В.* Применение интегральной модели нейтронной кинетики к расчету многозонных размножающих систем. Препринт ФЭИ-2129. - Обнинск, 1990.

15.*Румянцев Г.Я.* Расчет нестационарного распределения нейтронов в приближении «мгновенного скачка». Препринт ФЭИ-2458. - Обнинск, 1995.

16.*Безбородов А.А., Волков А.В., Ганина С.М., Гинкин В.П., Кузнецов И.А., Троянова Н.М., Швецов Ю.Е.* Программа совместного решения уравнений пространственно-временного переноса нейтронов и теплогидравлических нестационарных и аварийных процессов в быстрых реакторах. Препринт ФЭИ-2637. - Обнинск, 1997.

17. *Забродская С.В., Николаев М.Н., Цибуля А.М.* Данные по запаздывающим нейтронам в системе константного обеспечения БНАБ-93.//ВАНТ. Сер. Яд. Константы. – 1998. - Вып.1. - С. 21-27.

18. *Колесов В.Ф.* Апериодические импульсные реакторы. – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 1999.

19. *Абрамов Б.Д.* Некоторые вопросы математического моделирования кинетики реакторов. Препринт ФЭИ – 2778. - Обнинск, 1999.

20. *Абрамов Б.Д., Данилычев А.В., Стогов В.Ю., Суслов И.Р.* Вопросы моделирования кинетики гетерогенных зон с различными видами топлива в точечном приближении. Препринт ФЭИ-2855. - Обнинск, 2000.

21. *Абрамов Б.Д.* Некоторые обобщения уравнений кинетики реактора. Препринт ФЭИ- 2875. - Обнинск, 2001.

Поступила в редакцию 26.03.2001

of fine - film multilayer structures (hundred thousands of layers) which consist of fissile and structural materials. The conversion efficiency is up to 30 %.

In the paper consideration is given to a cell - converter of uranium fission fragments energy into electric energy, based on which the EGE has been designed. Besides, one of the options of «cold» reactor - converter is described as well as some calculational and experimental studies are indicated. They are required for the further development of design and for perfection of methods for calculation of proposed reactor -converter parameters.

УДК 504.064+504.423

Procedure of Sensitivity and Uncertainty Estimation for the box Model of Pollution Transport by Sea\ A.N. Ershov, D.A. Kamaev, O.V. Shershakov; Editorial board of Journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy, Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 2001. - 7 pages, 6 illustrations.- References, 6 titles.

The present work is devoted to elaboration of the procedure of sensitivity and uncertainty estimation for the box model of pollution transport by sea. For sensitivity estimation of the model relatively to small perturbations of input data and parameters, the transition to conjugated system of equations have been used. The problem of uncertainty estimation of modeling, caused by inexact knowledge of model parameters and input data. This problem removes to laborious problem of global optimization. In respect to the box model such approach is inapplicable, because of large dimension of parameters space. There is shown the procedure of finding conservative estimates of uncertainty in the work, based on interval mathematics. There are demonstrated the results of computations, illustrating the efficiency of suggested procedure of uncertainty estimation.

УДК 504.4:621.039

The Modeling of the Radionuclide Transportation in Reservoirs Located in the Head Part of the East Ural Radioactive Trace\ P.M.Stukalov, A.I.Smagin; Editorial board of Journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy, Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 2001. - 8 pages, 3 illustrations.- References, 7 titles.

It is presented the results of modeling for the radioactive contamination dynamics of the reservoirs located in the East Ural trace head part. The satisfactory comparison of experimental data and calculated results is shown.

УДК 621.039.73

Estimation of the research light water reactor release influence on the population exposure\ M. Moniri, V.E. Cherkashin; Editorial board of Journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy, Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 2001. - 7 pages, 2 illustrations, 6 tables.- References, 8 titles.

The preliminary results of the calculation of the population irradiation dose values are presented during the normal operation and the hypothetical design accident of the light water research reactor. The thermal reactor power was adopted equal to 10 MW. The stack height is equal to 100 m. The supposed reactor site is located near Isfahan city (Iran). The radionuclide composition of the reactor for the different situations are estimated. The collective dose values for the largest cities located near this reactor are in the range from $2.17.10^{-6}$ man*Sv/yr (Falavarjan city) to $1.45.10^{-4}$ man*Sv/yr (Isfahan city). The average annual individual dose value for this region is equal to $1.0.10^{-11}$ Sv/yr approximately and it is not higher than 0.0005% of the external irradiation dose connected with the natural radionuclides and with the "global" radioactive environment contamination. Annual ^{137}Cs fallout is in the range of 0.02-0.2 mBq/m^2, which is equal to 10^{-7}-th fraction of the accumulated soil activity after the atmospheric nuclear tests.

УДК 621.039.51

On Some Modifications of the Point Reactor Kinetics Equations\ B.D.Abramov; Editorial board of Journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy, Yadernaya energetica" (Communications of Higher

Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2001. - 8 pages. - References, 21 titles.

In the paper some new modifications of the conventional point kinetics equations are proposed. The equations are provided an arbitrary functional, shape functions and delayed neutron precursors decay constants definitions and are intended for the description of the neutron flux evolution in nuclear reactor with fuel as an arbitrary mixture of the fissile nuclides

УДК 621.039.51

Calculational Benchmark – Test Model of BR-10 Reactor\A.V. Lyapin, N.A. Prochorova, E.P. Popov, S.V. Zabrodskaia, A.G. Tzikunov; Editorial board of Journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy, Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 2001. - 8 pages, 1 illustration, 7 tables.- References, 2 titles.

This article contains the international of fast reactor BR-10 on radioactive characteristics of irradiated materials. The purpose of this benchmark is to increase the accuracy and reliability mentioned above characteristics by comparison of different constant sets and codes.

УДК 621.039.51

Calculational Benchmark on Activation of Constructional Materials of Research Reactor AM\ R.I. Mukhamadeev, A.P. Suvorov; Editorial board of Journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy, Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 2001. - 5 pages, 2 illustrations, 4 tables.- References, 4 titles.

Description of developed calculational benchmark for the First NPP decommission is given. Two base functionals are supposed to calculate in the benchmark: 1) absolute neutron flux density (as function of neutron energy and distance from the core); 2) specific induced activity (as function of distance from the core and time after reactor shut-down).

УДК 621.039.51

Calculations of Netronic Characteristics of EAP-80 Reactor\ P. Pereslavtsev, D. Sahrai; Editorial board of Journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy, Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 2001. - 11 pages, 17 illustrations, 11 tables.- References, 8 titles.

The subcritical reactor core with different type fuels loaded was investigated. Highly enriched fuel of the German SNR fast breeder reactor as well as the Superphenix fuel can be successfully installed in the active region of the subcritical reactor. The irregularities in the heat generation naturally occurring in the core in this case could be reduced by replacing the empty fuel boxes in the outer rounds of the core with lead-bismuth eutectic.

УДК 621.039.586

Code PPRKRS Abstract\M.V. Kachtcheev; Editorial board of Journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy, Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 2001. - 5 pages.

The brief information about the program of calculation of corium interaction with VVER reactor internals and vessel under severe accident is presented. The program enables to predict the reactor vessel failure with the account of stratification of corium components.

УДК 621.311.25:621.384.01(043)

Transient Model of Two-phase Flow Heat Exchanger for NPP Simulator\A.A. Kazantsev, V.A. Levtchenko; Editorial board of Journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy, Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 2001. - 10 pages, 3 illustrations, 1 table.- References, 5 titles.

In the paper the description of a mathematical model of the two-phase flow transient heat exchanger, designed for NPP simulator is set up briefly. It was developed for real time calculations.