УДК 539.17.013

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР В РАСПРЕДЕЛЕНИИ ДЕФЕКТОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ В КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ ЯЭУ, ПОД ДЕЙСТВИЕМ СТАЦИОНАРНОГО ИСТОЧНИКА

И.Р. Багдасарова, В.А. Галкин
Обнинский институт атомной энергетики, г. Обнинск.

Исследуется возможный механизм возникновения периодических структур в спектре дефектов, возникающих в конструкционных материалах ЯЭУ, обусловленный взаимными слияниями дефектов и действием стационарного пространственно однородного источника.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе рассматривается возможный механизм образования пространственных периодических структур в распределении дефектов конструкционных материалов ЯЭУ, возникающих под действием стационарного внешнего источника (источником может служить, например, поток нейтронов или γ-квантов). В основу эволюции стационарных дефектов положим явление слияния пор в процессе их движения в кристаллической решетке. Предположим, что энергия связи пор при их слиянии достаточно высока, и явлением их распада можно пренебречь. Кроме того, предположим, что движение пор происходит вдоль оси *X* (одномерная модель), что естественно с физической точки зрения, поскольку локально поры движутся вдоль градиента температур.

Пусть $f^{(\omega)}(x,t)$ - функция распределения пор по размерам, где ω -объем поры, x – пространственная координата, t – время, $q^{(\omega)}$ - интенсивность образования пор под действием внешнего источника. Тогда кинетическое уравнение переноса имеет следующий вид:

$$\frac{\partial f^{(\omega)}(x,t)}{\partial t}+v^{(\omega)}\frac{\partial f^{(\omega)}(x,t)}{\partial x}=S^{(\omega)}(f^{(\cdot)}(x,t))+q^{(\omega)},$$

где $v^{(\omega)}$ - скорость переноса пор, имеющих объем ω, $S^{(\omega)}(f^{(\cdot)}(x,t))$ - оператор столкновений. При сделанных предположениях относительно характера движения пор, оператор $S^{(\omega)}(f^{(\cdot)}(x,t))$ имеет вид оператора Смолуховского:

© *И.Р. Багдасарова, В.А. Галкин, 1999*

$$S^{(\omega)}(f^{(\cdot)}(x,t))=\frac{1}{2}\int_0^{\omega}\Phi(\omega-\omega_1,\omega_1)f^{(\omega-\omega_1)}(x,t)f^{(\omega_1)}(x,t)d\omega_1-$$

$$-f^{(\omega)}(x,t)\int_0^{\infty}\Phi(\omega,\omega_1)f^{(\omega_1)}(x,t)d\omega_1,$$

где $\Phi(\omega,\omega_1)$ - известная функция, называемая ядром, которая имеет смысл интенсивности слияния пор.

Пусть процесс является стационарным и $v^{(\omega)}>0$. Тогда, введя новую переменную $u^{(\omega)}(x)=v^{(\omega)}f^{(\omega)}(x)$, приходим к уравнению:

$$\frac{du^{(\omega)}(x)}{dx}=\bar{S}^{(\omega)}(u^{(\cdot)}(x))+q^{(\omega)},$$

где $\bar{S}^{(\omega)}(u^{(\cdot)}(x))$ - оператор Смолуховского с ядром: $\bar{\Phi}(\omega,\omega_1)=\dfrac{\Phi(\omega,\omega_1)}{v(\omega)v(\omega_1)}$.

Обозначив в полученном уравнении переменную x через t, приходим к известному пространственно однородному уравнению Смолуховского:

$$\frac{du^{(\omega)}(t)}{dt}=\bar{S}^{(\omega)}(u^{(\cdot)}(t))+q^{(\omega)}. \tag{1}$$

Следует отметить, что наличие или отсутствие классического решения уравнения (1) зависит от свойств ядра $\Phi(\omega,\omega_1)$.

В случае ограниченного ядра существование классического решения было доказано в [1], а при условии что функция $\Phi(\omega,\omega_1)$ возрастает не быстрее, чем линейно по своим аргументам – в [2,3]. При $\Phi(\omega,\omega_1)=\omega\omega_1$ существование классического решения было доказано в [4]. В случае, когда функция $\Phi(\omega,\omega_1)$ возрастает быстрее, чем линейно по своим аргументам, у уравнения Смолуховского нет классического решения, что было показано в [5].

Ряд работ [4, 6-12] посвящен поиску аналитических решений уравнения Смолуховского, а также их свойств для различных случаев.

В настоящей работе исследуется возможный механизм возникновения периодических структур в спектре дефектов, возникающих в конструкционных материалах ЯЭУ, обусловленный взаимными слияниями дефектов и действием стационарного пространственно однородного источника и доказывается периодичность по времени решения уравнения (1) при наличии источника частиц.

ПЕРИОДИЧНОСТЬ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ СМОЛУХОВСКОГО (1) ПРИ НАЛИЧИИ ИСТОЧНИКА ЧАСТИЦ

Рассмотрим случай, когда действует внешний источник, поставляющий частицы в систему. Функцию, определяющую действие источника частиц, обозначим $q^{(\omega)}$.

Рассмотрим задачу Коши:

$$\begin{aligned}&\frac{du^{(\omega)}(t)}{dt}=S^{(\omega)}(u^{(\cdot)}(t))+q^{(\omega)},\quad \text{где } \omega\in R_1^+,\quad t\in R_1^+;\\ &u^{(\omega)}\Big|_{t=0}=u_0^{(\omega)},\end{aligned} \tag{2}$$

где S – оператор Смолуховского, а $q^{(\omega)}$ - источник частиц, $q^{(\omega)} \geq 0$, $q \in L_1(R_1^+)$. На функцию $\Phi(\omega,\omega_1)$, определенную на $\omega,\omega_1 \in R_1^+$, накладываем условия (А):

1) $\Phi(\omega,\omega_1) \geq 0$,
2) $\Phi(\omega,\omega_1) = \Phi(\omega_1,\omega)$,
3) $\Phi(\omega,\omega_1)$ непрерывна по своим аргументам.

Рассмотрим следующие три класса ядер:

- $\underline{\lim}_{\omega,\omega_1\to\infty} \Phi(\omega,\omega_1)(\omega^\alpha + \omega_1^\alpha)^{-1} > 0$, $\alpha>2$,
- $\underline{\lim}_{\omega,\omega_1\to\infty} \Phi(\omega,\omega_1)\omega^{-\alpha}\omega_1^{-\alpha} > 0$, $\alpha>2$,
- $\underline{\lim}_{\omega,\omega_1\to\infty} \Phi(\omega,\omega_1)(\omega+\omega_1)^{-\alpha} > 0$, $\alpha\geq 2$.

В настоящей работе через С будем обозначать постоянные величины.

Л е м м а 1. При $\omega>1$, $\omega_1>1$ для каждого из этих трех классов ядер справедлива оценка: $\Phi(\omega,\omega_1) \geq C\omega^{\frac{\alpha}{2}}\omega_1^{\frac{\alpha}{2}}$. (3)

Д о к а з а т е л ь с т в о. Доказательство утверждения леммы, ввиду его простоты, приводить не будем.

Домножим обе части уравнения (2) на ω^α и проинтегрируем по пространству R_1^+. Получаем:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\infty \omega^\alpha u^{(\omega)}(t)d\omega = \frac{1}{2}\int_0^\infty \omega^\alpha \int_0^\omega \Phi(\omega-\omega_1,\omega_1)u^{(\omega_1)}(t)u^{(\omega-\omega_1)}(t)d\omega_1 d\omega -$$

$$-\int_0^\infty u^{(\omega)}(t)\omega^\alpha \int_0^\infty \Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}(t)d\omega_1 d\omega + \int_0^\infty q^{(\omega)}\omega^\alpha d\omega.$$

Произведя замену $\omega' = \omega-\omega_1$, $\omega_1' = \omega_1$ в первом слагаемом, стоящем в правой части, получаем:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\infty \omega^\alpha u^{(\omega)}(t)d\omega = \frac{1}{2}\int_0^\infty\int_0^\infty (\omega+\omega_1)^\alpha \Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}(t)u^{(\omega)}(t)d\omega_1 d\omega -$$

$$-\int_0^\infty u^{(\omega)}(t)\omega^\alpha \int_0^\infty \Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}(t)d\omega_1 d\omega + \int_0^\infty q^{(\omega)}\omega^\alpha d\omega.$$

В силу свойства симметричности ядра $\Phi(\omega,\omega_1)$ верно:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\infty \omega^\alpha u^{(\omega)}(t)d\omega =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^\infty\int_0^\infty \{(\omega+\omega_1)^\alpha - \omega^\alpha - \omega_1^\alpha\}\Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}(t)u^{(\omega)}(t)d\omega_1 d\omega + \int_0^\infty q^{(\omega)}\omega^\alpha d\omega.$$

Лемма 2. При $\alpha \ge 2$ верна оценка: $(x+y)^{\alpha} - x^{\alpha} - y^{\alpha} \ge Cx^{\frac{\alpha}{2}} y^{\frac{\alpha}{2}}$, где C>0. (4)

Доказательство. Доказательство утверждения леммы, ввиду его простоты, не приводится.

Используя полученные оценки (3) и (4), при $\alpha \ge 2$ имеем:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\infty \omega^{\alpha} u^{(\omega)}(t)d\omega = \frac{1}{2}\int_0^\infty\int_0^\infty \{(\omega+\omega_1)^{\alpha} - \omega^{\alpha} - \omega_1{}^{\alpha}\}\Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}u^{(\omega)}d\omega_1 d\omega +$$

$$+\int_0^\infty q^{(\omega)}\omega^{\alpha}d\omega \ge \frac{1}{2}\int_0^\infty\int_0^\infty C\omega^{\alpha}\omega_1{}^{\alpha}u^{(\omega)}u^{(\omega_1)}d\omega d\omega_1 + \int_0^\infty q^{(\omega)}\omega^{\alpha}d\omega.$$

Тогда при $\alpha \ge 2$ для рассматриваемых классов ядер получаем неравенство:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\infty \omega^{\alpha}u^{(\omega)}d\omega \ge \frac{1}{2}\int_0^\infty\int_0^\infty C\omega^{\alpha}\omega_1{}^{\alpha}u^{(\omega)}u^{(\omega_1)}d\omega d\omega_1 + \int_0^\infty q^{(\omega)}\omega^{\alpha}d\omega.$$

Таким образом, мы пришли к дифференциальному неравенству относительно $\int_0^\infty \omega^{\alpha}u^{(\omega)}d\omega.$

Предполагая наличие момента порядка α у источника, введем обозначения:

$$z = \int_0^\infty \omega^{\alpha}u^{(\omega)}d\omega,\ Q = \int_0^\infty \omega^{\alpha}q^{(\omega)}d\omega.$$

Во введенных обозначениях полученное дифференциальное неравенство имеет вид:

$$\dot z \ge 0.5Cz^2 + Q. \tag{5}$$

Используя лемму о дифференциальных неравенствах (см. [13]), решаем (5):

$$\dot p = 0.5Cp^2 + Q.$$

Вводя обозначение C_1=0.5C, имеем: $\dot p = C_1 p^2 + Q$.

Интегрируя полученное уравнение, получаем:

$$p = \sqrt{\frac{Q}{C_1}}\,tg\{\sqrt{QC_1}(t - C_2)\}.$$

По лемме о дифференциальных неравенствах: $z \ge p$, т.е. $z \ge C_7 tg(C_3(t - t_k))$, где

$$C_3 = \sqrt{QC_1},\ C_7 = \sqrt{\frac{Q}{C_1}},\ t_k = C_2.$$

Вернемся к уравнению (2). Оценим $\int_0^\infty \Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}d\omega_1.$

- Если $\Phi(\omega,\omega_1)(\omega^{\alpha} + \omega_1{}^{\alpha})^{-1} > 0$ при $\alpha > 2$, то

$$\int_0^\infty \Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}d\omega_1 \ge \int_0^\infty C(\omega^{\alpha} + \omega_1{}^{\alpha})u^{(\omega_1)}d\omega_1 =$$

$$=C\left(\omega^{\alpha}\int_0^{\infty}u^{(\omega_1)}d\omega_1+\int_0^{\infty}\omega_1{}^{\alpha}u^{(\omega_1)}d\omega_1\right)\geq C\int_0^{\infty}\omega^{\alpha}u^{(\omega)}d\omega=Cz.$$

• Пусть $\omega>1$, $\omega_1>1$. Будем рассматривать интегралы на отрезке $[1,\infty]$.Это можно сделать, т. к. на сходимость интеграла влияет лишь его сходимость на указанном отрезке. Если $\Phi(\omega,\omega_1)\omega^{-\alpha}\omega_1{}^{-\alpha}>0$ при $\alpha>1$, то

$$\int_0^{\infty}\Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}d\omega_1\geq C\int_0^{\infty}\omega^{\alpha}\omega_1{}^{\alpha}u^{(\omega_1)}d\omega_1\geq C\int_1^{\infty}\omega^{\alpha}u^{(\omega)}d\omega=Cz.$$

• В случае, когда $\Phi(\omega,\omega_1)(\omega+\omega_1)^{-\alpha}>0,\ \alpha\geq 2$, получаем:

$$\int_0^{\infty}\Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}d\omega_1\geq C\int_0^{\infty}(\omega+\omega_1)^{\alpha}u^{(\omega_1)}d\omega_1\geq\int_0^{\infty}C(\omega^{\alpha}+\omega_1{}^{\alpha})u^{(\omega_1)}d\omega_1\geq C\int_1^{\infty}\omega^{\alpha}u^{(\omega)}d\omega=Cz.$$

В силу оценки, полученной для z, во всех трех случаях имеем:

$$\int_0^{\infty}\Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}(t)d\omega_1\geq Ctg(C_3(t-t_k)).\tag{6}$$

Для дальнейших рассуждений нам нужно доказать изложенную ниже лемму.

Лемма 3. $\forall\omega:\ 0\leq\omega\leq A,\ \forall t:\ 0\leq t\leq T$, где A и T - любые неотрицательные постоянные, функция $u^{(\omega)}(t)$, являющаяся решением уравнения Смолуховского, ограничена.

Доказательство. Рассмотрим уравнение Смолуховского (2). Выбросив отрицательное слагаемое из правой части, получаем:

$$\frac{\partial u^{(\omega)}}{\partial t}\leq\frac{1}{2}\int_0^{\omega}\Phi(\omega-\omega_1,\omega_1)u^{(\omega-\omega_1)}u^{(\omega_1)}d\omega_1+q^{(\omega)},$$

$$\frac{\partial u^{(\omega)}}{\partial t}\leq\frac{1}{2}\max_{0\leq\omega,\omega_1\leq A}\Phi(\omega-\omega_1,\omega_1)\int_0^{\omega}u^{(\omega-\omega_1)}u^{(\omega_1)}d\omega_1+\max_{0\leq\omega\leq A}q^{(\omega)}.$$

Введем обозначения $C(A)=\frac{1}{2}\max\limits_{0\leq\omega,\omega_1\leq A}\Phi(\omega-\omega_1,\omega_1)$, $Q_1(A)=\max\limits_{0\leq\omega\leq A}q^{(\omega)}$, где C(A), Q_1(a) - неотрицательные постоянные, зависящие от *A*. Тогда:

$$\frac{\partial u^{(\omega)}(t)}{\partial t}\leq C(A)\int_0^{\omega}u^{(\omega-\omega_1)}(t)u^{(\omega_1)}(t)d\omega_1+Q_1(A).$$

Кроме того, обозначим $I(A,t)=\sup\limits_{0\leq\omega\leq A}u^{(\omega)}(t)$. Тогда:

$$\frac{\partial u^{(\omega)}(t)}{\partial t}\leq C(A)I(A,t)\int_0^{\omega}u^{(\omega-\omega_1)}(t)d\omega_1+Q_1(A).$$

Заметим, что $\int_0^{\omega}u^{(\omega_1)}(t)d\omega_1\leq\int_0^{\infty}u^{(\omega_1)}(t)d\omega_1$, причем $\int_0^{\infty}u^{(\omega_1)}(t)d\omega_1=N(t)$, где N(t) - общее количество частиц в системе в момент времени t.

Предполагая суммируемость функции источника, проинтегрируем обе части уравнения (2) по переменной ω по всему пространству R_1^+. Получаем:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\infty u^{(\omega)}(t)d\omega=\frac{1}{2}\int_0^\infty\int_0^\omega \Phi(\omega-\omega_1,\omega_1)u^{(\omega_1)}(t)u^{(\omega-\omega_1)}(t)d\omega_1 d\omega-$$

$$-\int_0^\infty u^{(\omega)}(t)\int_0^\infty \Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}(t)d\omega_1 d\omega+\int_0^\infty q^{(\omega)}d\omega,$$

откуда, произведя замену $\omega'=\omega-\omega_1$, $\omega'_1=\omega_1$ в првом слагаемом, стоящем в правой части, получаем:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\infty u^{(\omega)}(t)d\omega=-\frac{1}{2}\int_0^\infty\int_0^\infty \Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}(t)u^{(\omega)}(t)d\omega_1 d\omega+\int_0^\infty q^{(\omega)}d\omega.$$

Таким образом, общее число частиц, находящихся в системе, удовлетворяет уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial t}N(t)=-\frac{1}{2}\int_0^\infty\int_0^\infty \Phi(\omega,\omega_1)u^{(\omega_1)}(t)u^{(\omega)}(t)d\omega_1 d\omega+\int_0^\infty q^{(\omega)}d\omega.$$

Тогда, рассматривая $\omega: \quad 0\le\omega\le A$ и, выбросив отрицательный член из правой части равенства, получаем относительно $N(t)$ дифференциальное неравенство: $\frac{dN(t)}{dt}\le Q_2$, где $Q_2=\int_0^\infty q^{(\omega)}d\omega.$

Применяя лемму о дифференциальных неравенствах [13], получаем: $N(t)\le N(0)+Q_2 t.$ Откуда, рассматривая $t: \quad 0\le t\le T$, получаем: $N(t)\le N(0)+Q_2 T.$

Обозначим $P(T)=N(0)+Q_2 T.$ Тогда для функции $u^{(\omega)}(t)$ имеем неравенство:

$$\frac{\partial u^{(\omega)}(t)}{\partial t}\le C(A)I(A,t)P(T)+Q_1(A).$$

Решим его, применив лемму о дифференциальных неравенствах:

$$u^{(\omega)}(t)\le u^{(\omega)}(0)+C(A)P(T)\int_0^\infty I(A,s)ds+Q_1(A)t,$$

откуда, пользуясь определением $I(A,t)$, получаем:

$$I(A,t)\le I(A,0)+C(A)P(T)\int_0^\infty I(A,s)ds+Q_1(A)t.$$

Мы получили неравенство Гронуолла [14] относительно $I(A,t)$, решение которого ограничено на отрезке $[0,T]$. Тогда $\exists I_{max}: \quad \forall t\in[0,T]$ выполнено неравенство $I(A,t)\le I_{max}$. Таким образом, для $u^{(\omega)}(t)$ получаем следующую оценку:

$$u^{(\omega)}(t)\le \max_{0\le\omega\le A} u^{(\omega)}(0)+C(A)P(T)I_{max}T+Q_1(A)T.$$

Заметим, что выражение, стоящее в правой части, не зависит от t и ω т.е. мы оценили $u^{(\omega)}(t)$ постоянной величиной: $C=\max\limits_{0\le\omega\le A} u^{(\omega)}(0)+C(A)P(T)I_{max}T+Q_1(A)T.$ (7)

Лемма доказана.

Используя доказанную лемму 3, а также ограниченность функции $\Phi(\omega,\omega_1)$ и $q^{(\omega)}$ при $\omega\in[0,A]$, оценим два слагаемых из правой части (2) константой C:

$$\frac{1}{2}\int_0^{\omega}\Phi(\omega-\omega_1,\omega_1)u^{(\omega-\omega_1)}u^{(\omega)}d\omega_1+q^{(\omega)}<C.$$

Тогда из (2), воспользовавшись оценками (6) и (7), получаем дифференциальное неравенство относительно $u^{(\omega)}(t)$:

$$\frac{\partial u^{(\omega)}(t)}{\partial t}\le C-C_1 tg(C_3(t-t_k))u^{(\omega)}(t).$$

Это неравенство верно для любого ω, т.к. для любого фиксированного ω существует положительная постоянная A: $\omega\in[0,A]$, а на таком отрезке справедливость неравенства доказана выше. Кроме того, выведенное неравенство верно для любого $t\in[0,T]$, где T - любая положительная постоянная.

Докажем теперь, что $u^{(\omega)}(t)$ является периодической функцией по времени, то есть по переменной t.

Положим C_3=1 (иначе делаем замену переменных $t_1=C_2t$, которая не влияет на периодичность $u^{(\omega)}(t)$).

Применим лемму о дифференциальных неравенствах. Методом вариации произвольной постоянной получаем:

$$\dot{y}+C_1 tg(t-t_k)y=C,\qquad |y|=C_5(t)|\cos(t-t_k)|^{C_1}.$$

Пусть $y\ge C_5(t)\cos^{C_1}(t-t_k)$, тогда $y=C_5(t)\cos^{C_1}(t-t_k)$, откуда:

$$C_5(t)=\int\frac{C}{\cos^{C_1}(t-t_k)}dt.$$

Заметим, что если $y<C_5(t)\cos^{C_1}(t-t_k)$, то $-y=C_5(t)\cos^{C_1}(t-t_k)$, и, положив $C_5(t):=-C_5(t)$, далее можно рассуждать аналогично.

Покажем, что $y=C_5(t)\cos^{C_1}(t-t_k)$ периодически обращается в ноль. Множитель $\cos^{C_1}(t-t_k)$ обращается в ноль при $t=\pi n/2+t_k$, где $n\in N$. Но эти же самые точки являются особыми для $C_5(t)$, так как в этих точках обращается в бесконечность подынтегральное выражение.

Рассмотрим решение y(t) при $t\in[0,t_{k1}]$, где t_{k1} - ближайшая к нулю особая точка. В δ_- - окрестности точки t_{k1} разложим $\cos(t-t_k)$ в ряд Тейлора. Кроме того, при *t*, принадлежащем δ_- - окрестности точки t_{k1}, $C_5(t)$ можно представить следующим образом:

$$C_5(t)\cong\int_0^{t_{k_1}-\delta}\frac{C}{\cos^{C_1}(s-t_k)}ds+\int_{t_{k_1}-\delta}^{t}\frac{ds}{(C(t_{k_1}-s))^{C_1}}.$$

В δ_- - окрестности точки t_{k1} и первый и второй интеграл вычисляются явно. Тогда в

δ_- - окрестности точки t_{k1} получаем:

$$y \cong \{ \int_0^{t_{k_1}-\delta} \frac{C}{\cos^{C_1}(s-t_k)} ds + \int_{t_{k_1}-\delta}^{t} \frac{ds}{(C(t_{k_1}-s))^{C_1}})\}(t_{k_1}-t)^{C_1} = (C + \int_{t_{k_1}-\delta}^{t} \frac{ds}{(C(t_{k_1}-s))^{C_1}})(t_{k_1}-t)^{C_1}.$$

Чтобы показать, что *y* обращается в ноль при $t=t_{k1}$, нужно взять предел вышестоящего выражения при $\delta \to 0$, т.е.при $t \to t_{k1}$.

$$\lim_{t \to t_{k_1}} (C + \int_{t_k-\delta}^{t} \frac{ds}{(C(t_{k_1}-s))^{C_1}})(t_{k_1}-t)^{C_1} =$$

$$= \lim_{t \to t_{k_1}} \begin{cases} (C\dfrac{1}{(t_{k_1}-t)^{C_1-1}} - C\dfrac{1}{\delta^{C_1-1}})(t_{k_1}-t)^{C_1}, & C_1 \neq 1, \\ (C\ln\left|t_{k_1}-t\right| - C\ln\left|\delta\right|)(t_{k_1}-t)^{C_1}, & C_1 = 1 \end{cases} = 0.$$

Таким образом, мы доказали, что y в точке $t=t_{k1}$, обращается в ноль. По лемме о дифференциальных неравенствах $u^{(\omega)}(t) \leq y(t)$. С другой стороны, $u^{(\omega)}(t) \geq 0$, следовательно, $u^{(\omega)}(t)$ также обращается в ноль в точке $t=t_{k1}$.

Заметим, что в точке $t=t_{k1}$ функция $u^{(\omega)}(t)$ обращается в ноль независимо от начальных данных. Тогда, стартуя с точки $t=t_{k1}$, и повторяя предыдущие рассуждения, докажем, что y, а следовательно и $u^{(\omega)}(t)$, обращаются в ноль периодически, т. е. когда в ноль обращается $\cos(t-t_k)$. Это происходит, когда $t = \pi n/2 + t_k$, где $n \in N$.

Таким образом, мы доказали следующую теорему.

Теорема.

Для ядер вида:

- $\underline{\lim}_{\omega,\omega_1 \to \infty} \Phi(\omega,\omega_1)(\omega^\alpha + \omega_1{}^\alpha)^{-1} > 0, \alpha>2,$
- $\underline{\lim}_{\omega,\omega_1 \to \infty} \Phi(\omega,\omega_1)\omega^{-\alpha}\omega_1{}^{-\alpha} > 0, \alpha>2,$
- $\underline{\lim}_{\omega,\omega_1 \to \infty} \Phi(\omega,\omega_1)(\omega + \omega_1)^{-\alpha} > 0, \alpha \geq 2$

при ограниченной положительной суммируемой функции источника $q^{(\omega)}$, обладающей моментом порядка α, функция $u^{(\omega)}(t)$, являющаяся решением уравнения Смолуховского (2) периодична (периодически обращается в ноль) по времени, то есть по переменной t.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Melzak Z.A.* A scalar transport education // Trans. Amer. Math. Soc., 1957. - V. 85. - P.547-566.

2. *Галкин В.А.* О существовании и единственности решения уравнения коагуляции // Дифференциальные уравнения, 1977. - Т.13. - №8. - С.1460-1470.

3. *Галкин В.А.* Об устойчивости и стабилизации решения уравнения коагуляции // Дифференциальные уравнения, 1978. - Т.14. - №10. - С.1863-1874.

4. *Галкин В.А.* О решении уравнения коагуляции с ядром Ф=xy // Метеорология и гидрология, 1984. - № 5. - С.33-39.

5. *Галкин В.А.* Об одном свойстве процесса коагуляции атмосферного аэрозоля // Метеорология и гидрология, 1983. - № 12. - С.11-19.

6. *Туницкий Н.Н.* О коагуляции полидисперсных систем // ЖЭТФ, 1938. - Т.8. - Вып.4. - С.418-424.

7. *Головин А.М.* К вопросу о решении уравнения коагуляции дождевых капель с учетом конденсации // ДАН СССР, 1963. - Т.148. - № 6. - С.1290-1293.

8. *Головин А.М.* Решение уравнения коагуляции облачных капель в восходящем потоке воздуха // Изв. АН СССР, Сер. геофизика, 1963. - № 5. - С.783-791.

9. *Головин А.М.* О спектре коагулирующих облачных капель // Изв. АН СССР, Сер. геофизика, 1963. - № 9. - С.1438-1447.

10. *Головин А.М.* О кинетическом уравнении коагулирующих облачных капель // Изв. АН СССР, Сер. геофизика, 1963. - № 10. - С.1571-1580.

11. *Тупчиев В.А.* Об асимпротических свойствах решения уравнения коагуляции // Труды ИЭМ, 1971. - Вып.23. - С.17-27

12. *I.B. McLeod.* On the scalar transport equation // Proc. London Math. Soc.,1964. – 14. - P.445-458.

13. *Арнольд В.И.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1975.

14. *Хартман Ф.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Мир, 1970.

Поступила в редакцию 15.02.99.

УДК 519.688:621.039.58

Information Authenticity Control in Vibro-Diagnostics System of the Novovoronezh NPP \ A.O.Skomorokhov, M.T.Slepov; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 10 pages, 3 tables, 6 illustrations. - References, 8 titles.

The paper is devoted to the questions of automation of spectrum spoilage check procedure for the vibration monitoring system installed at 3 and 4 units of the Novovoronezh NPP. The indications are described which allow to divide the original set of spectra into the "normal" and "abnormal" classes. The selection of the most informative spectrum indications is demonstrated. The diagnostics of specified faultiness is made based on the criteria developed by the authors.

УДК 541.15+543.51

Main Objectives of the Ecological Estimation of Properties of Secondary Substances Formed after Contaminated Food Irradiation \ T.V. Melnikova, L.P. Polyakova, G.V. Kozmin; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 9 pages, 5 tables, 1 illustration. - References, 11 titles.

The problem of secondary contamination of irradiated food by organochlorinated pesticides (OCP) residues that degraded upon treatment with ionizing radiation is discussed in this article. The absence of systematic concept in the solution of the problem at the reviewed publications is demonstrated. On the base of performed OCP monitoring the concentration ranges of the OCP are determined at that types of food which can be exposed to radiation treatment. Irradiation of model objects is carried out and the estimation of OCP degradation is given. The methods investigating of new chemical compounds that are formed after the irradiation of OCP containing objects are proposed.

УДК 621.039.6

The Energetic Approach to Solve the Problem of Tokamak Plasma Control with Gas Puffing \ O.N. Alexandrova, N.V. Pashatsky; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 5 pages, 2 illustrations. - References, 12 titles.

The interaction processes between the molecular hydrogen being injected into tokamak's camera and plasma were studied at the current increase stage. Using energetic approach the criterion of optimum gas puffing was calculated.

УДК 621.039.526:621.039.534.6

Lead Coolant for Fast Reactor-Burner with Hard Neutron Spectrum \ G.L. Khorasanov, A.P. Ivanov, V.V. Korobeinikov, A.I. Blokhin, A.L. Shimkevich; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 5 pages, 5 tables, 4 illustrations. - References, 4 titles.

The possibility of increasing minor actinides (MA) burn out efficiency due to their fission in a fast reactor with lead isotope, Pb-208, as a coolant is considered. Calculation of MA fission and capture rate in a fast reactor blanket with different coolants: sodium, lead natural, and lead isotope, Pb-208, is given. It is shown that the use of Pb-208 in the fast reactor results in increase by 20-30 percent of MA incineration in comparison with a conventional fast reactor. The induced radioactivity of sodium, bismuth, lead, and its stable isotopes is analyzed.

УДК 539.17.013

Simulation of Periodic Structures in Distribution of Defects, Generated in NPP Structures Materials by the Stationary Source \ I.R.Bagdasarova, V.A.Galkin; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 9 pages. - References, 14 titles.

A possible mechanism is studied as to formation of periodic structures in a defect spectrum due to influence of stationary spatially homogeneous source effect and the fusion of defects.

УДК 517.911.5:621.039.58

Numerical Solution of Vlasov Equation with Noncontinuos Coefficients Applied to NPP Simulation \ M.G.Tkachenko, V.A.Galkin; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 10 pages. - References, 6 titles.

This paper is devoted to analytical and numerical simulation of the Vlasov-Liouville equation. This equation appeare in the models of heat and mass transfer related to the laser fusion problem. Exact solutions are constructed and peculiarities of their applications are discussed.

УДК 536.423

Analytical Estimation of the Efficiency of Steam Flow Transpiration Cooling \ V.T.Buglaev, A.S.Strebkov; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 6 pages, 1 table, 4 illustrations. - References, 5 titles.

The results of simulation of the process of transpiration cooling of steam flow by dispersed liquid depending on the initial mode parameters of steam-drop mixture are analyzed. The estimations are made of the length of cooler evaporation zone and of the extent of steam cooling under different pressures of two-phase flow. The data on the dynamics of evaporating drops for one of the fractions of cooler poly-disperse spay are given.

УДК 536.33

Radiation from a Flat Layer of Scattering Medium with Volume Sources of Heat Generation \ Yu.V. Lipovtsev; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 6 pages, 1 table, 2 illustrations. - References, 3 titles.

Consideration is made of boundary-value problem on the intensity distribution of radiative heat transfer in flat layer of a semitransparant material with volume sources of heat generation. An analitical solution for the space density of radiation from the layer was obtained which can be used in various problems of this type.