УДК 519.7: 621.039.643

АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДВУХТЕМПЕРАТУРНОЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

П.П. Волосевич, Е.И. Леванов
Институт математического моделирования РАН, г. Москва

Уравнения двухтемпературной магнитной гидродинамики составляют основу математического моделирования широкого круга актуальных задач физики плазмы. Так в [1,2] проводится анализ нагрева и сжатия плазмы осевым магнитным полем (тета-пинч), в том числе с учетом торцевых потерь энергии и массы. Ряд работ, например, [3-5] посвящен исследованию с помощью вычислительных экспериментов и автомодельных решений процессов, происходящих при сильноточном разряде в плазме.

В настоящей работе излагается ряд результатов анализа автомодельных решений уравнений двухтемпературной магнитной гидродинамики с учетом электронной теплопроводности, электронно-ионной релаксации и электропроводности как бесконечной (вмороженное магнитное поле), так и конечной, зависящей от температуры и плотности. Аналогично [6] исследование проводится с помощью сочетания качественных методов с вычислительными экспериментами. Рассматриваются различные виды магнитогидродинамических температурных волн.

1. УРАВНЕНИЯ ДВУХТЕМПЕРАТУРНОЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Уравнения магнитной гидродинамики объединяют уравнения газовой динамики, в которых учтены эффекты, связанные с влиянием на движение электромагнитных полей, и уравнения Максвелла, описывающие электродинамические процессы. Соответствующую систему уравнений рассмотрим в одножидкостном двухтемпературном приближении [7] в предположениях плоской (ν=0) и осевой (ν=1) симметрии.

Пусть векторы скорости $\overline{V}$, напряженности магнитного поля $\overline{H}$ и электрического поля $\overline{E}$ имеют вид

$$\overline{V}=\{V_r,0,V_z\},\quad \overline{H}=\{H_r,0,H_z\},\quad \overline{E}=\{0,H_\phi,0\}, \tag{1.1}$$

где V_r и H_r - продольные компоненты векторов; V_z, H_z и E_ϕ - компоненты, поперечные к движению. В одномерном случае $H_r \equiv H_{r0} = const$, причем в случае осевой симметрии H_{r0}=0 и, следовательно, $V_z \equiv 0$.

Будем считать выполненными известные приближения магнитной гидродинамики о квазинейтральности среды, малости токов смещения по сравнению с током проводимости и отсутствии релятивистских эффектов [8,9]. При не слишком большом отношении ионной и электронной температур T_i/T_e можно пренебречь ионной вязкостью и ионной теплопроводностью. Не будем учитывать также собственное тепловое излучение среды.

В полностью ионизованной (водородоподобной) плазме можно считать справедливыми уравнения состояния идеального газа

$$P_i = R\rho T_i\,, \quad P_e = Rz\rho T_e\,, \quad \varepsilon_i = \frac{R}{\gamma-1}T_i\,, \quad \varepsilon_e = \frac{R}{\gamma-1}zT_e. \tag{1.2}$$

Здесь $P_{i,e}$ и $\varepsilon_{i,e}$ - ионные и электронные компоненты соответственно давления и удельной внутренней энергии; R - газовая постоянная; z и $\gamma>1$ - постоянные значения зарядового числа и отношения удельных теплоемкостей.

Величины, выражающие свойства вещества (коэффициент электронной теплопроводности κ_e, электропроводность среды σ и время электронно-ионной релаксации τ_{ie}), в водородоподобной плазме являются известными степенными функциями своих аргументов [7,10]:

$$\mathrm{K}_e = \mathrm{K}_{e0}T_e^{5/2}\,, \quad \sigma = \sigma_0 T_e^{3/2}\,, \quad \tau_{ie} = \tau_{ie0}T_e^{3/2}\rho^{-1}, \tag{1.3}$$

где ρ - плотность, κ_{e0}, σ_0 и τ_{ie0} - положительные постоянные.

В дальнейшем положим

$$\mathrm{K}_e = \mathrm{K}_{e0}T_e^{a}\rho^{b}\,, \quad \sigma = \sigma_0 T_e^{a_0}\rho^{b_0}\,, \quad \tau_{ie} = \tau_{ia_0}T_e^{a_1}\rho^{-b_1}, \tag{1.4}$$

где $a > 0$, $a_0 > 0$, $0 < a_1 < a$.

Рассмотрим также случай бесконечной электропроводности

$$\sigma_0 = \infty. \tag{1.5}$$

Обмен энергией между электронами и ионами выразим по классической формуле [11]

$$Q_{ie} = \tau_{ie}^{-1}(T_i - T_e). \tag{1.6}$$

Полагая $V \equiv V_z$, $H \equiv H_z$, $E \equiv cE_\phi$, где c - скорость света, систему уравнений двухтемпературной магнитной гидродинамики в массовых переменных Лагранжа m и t можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\rho}\right) = \frac{\partial}{\partial m}\left(r^\nu V\right), \quad \frac{\partial r}{\partial t} = V\,, \tag{1.7}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -r^\nu \frac{\partial}{\partial m}\left(P_e + P_i + \frac{H^2}{8\pi}\right), \quad \frac{\partial V_z}{\partial t} = \frac{H_{r0}}{4\pi}\frac{\partial H}{\partial m}, \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_e}{\partial t} = P_e \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\rho}\right) - \frac{\partial}{\partial m}\left(r^\nu W_e\right) + Q_{ie} + \frac{\sigma E^2}{\rho}, \tag{1.9}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial t} = -P_i \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\rho}\right) - Q_{ie}\,, \tag{1.10}$$

$$W_e = -\mathrm{K}_e \rho^\nu \frac{\partial T_e}{\partial m}, \tag{1.11}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{H}{\rho}\right) = H_{r0}\frac{\partial V_z}{\partial m} - \frac{\partial}{\partial m}\left(r^\nu E\right), \tag{1.12}$$

$$E = -\frac{\rho r^\nu}{4\pi\sigma}\frac{\partial H}{\partial m}, \tag{1.13}$$

Здесь $r = r(m, t)$ - переменная Эйлера; W_e - плотность потока тепла, обусловленного электронной теплопроводностью; производная по времени - Лагранжева (производная вдоль траектории частиц). Члены с множителем H_{r0} записаны для случая плоской симметрии.

Известно, что скорость малых возмущений в газовой динамике определяется скоростью звука C [12]. В двухтемпературной среде без учета ионной теплопроводности и в случае справедливости уравнений состояния идеального газа (1.2) скорость звука C определяется соотношением

$$C = \sqrt{R(zT_e + \gamma T_i)}. \tag{1.14}$$

В магнитной гидродинамике в общем случае существует три скорости звука [8] - т.н. альфвеновская (C_A), которая определяется формулой

$$C_A = \frac{H_{r0}}{\sqrt{4\pi\rho}}, \tag{1.15}$$

быстрая (C_+) и медленная (C_-) скорости звука. В рассматриваемом случае функции C_+ и C_- имеют вид

$$C_\pm = \sqrt{0.5\left[\frac{C^2 + C_A^2 + H^2}{4\pi\rho} \pm \sqrt{\left(\frac{C^2 + C_A^2 + H^2}{4\pi\rho}\right)^2 - 4C^2C_A^2}\right]}. \tag{1.16}$$

Перечисленные выше магнитные скорости звука находятся в следующем соотношении:

$$C_- \le C_A \le C_+. \tag{1.17}$$

В магнитной гидродинамике, как и в обычной газовой динамике, возможны решения разрывного типа - ударные волны сжатия [8,9].

Обозначим индексом «1» величины впереди фронта разрыва, а индексом «2» - за фронтом разрыва. Пусть $m = m_1(t)$ - траектория движения фронта разрыва по массовой лагранжевой координате m, $D = \dfrac{\partial m_1}{\partial t}$ - «массовая» скорость разрыва, $U_1 = \dfrac{D}{r_1^\nu \rho_1}$ и $U_2 = \dfrac{D}{r_1^\nu \rho_2}$ - скорости фронта ударной волны относительно газа соответственно перед волной и за волной.

Для газодинамических ударных волн сжатия справедливы соотношения

$$U_1^2 > C_1^2, \quad U_2^2 < C_2^2. \tag{1.18}$$

В магнитной гидродинамике существуют различные типы сильных разрывов. Существует т.н. быстрая магнитогидродинамическая ударная волна, для которой справедливы неравенства

$$U_1^2 > C_{+,1}^2, \quad C_{A_2}^2 < U_2^2 < C_{+,2}^2 \tag{1.19}$$

и медленная ударная волна -

$$U_2^2 > C_{-,2}^2, \quad C_{-,1}^2 < U_1^2 < C_{A_1}^2. \tag{1.20}$$

При $H_{r0} = 0$ и, следовательно, $C_A = C_- = 0$ возможны лишь быстрые магнитогидродинамические ударные волны.

Помимо перечисленных выше типов ударных волн существуют т.н. альфвеновские разрывы, распространяющиеся со скоростью Альфвена C_A:

$$U_1^2 = U_2^2 = C_{A_1}^2 = C_{A_2}^2. \tag{1.21}$$

На фронте альфвеновского разрыва все термодинамические величины и продольная компонента вектора скорости $\overline{V}$ неизменны. Однако для магнитного поля и поперечной составляющей скорости получаем

$$H_2 = -H_1, \quad V_{z_2} = V_{z_1} + 2H_1\sqrt{\frac{1}{4\pi\rho_1}}. \tag{1.22}$$

Разрывы указанного типа называют вращательными.

При учете в среде электронной теплопроводности аналогично обычной газодинамике в магнитной гидродинамике на фронте перечисленных выше сильных разрывов электронная температура T_e неизменна, а гидродинамические величины - плотность потока тепла W_e и ионная температура T_i - разрывны. Разрыв является изоэлектронно-термическим [13,6].

В случае $\sigma_0 = \infty$ ($E \equiv 0$) разрывными являются напряженность магнитного поля H и тангенциальная компонента скорости V_z.

Если электропроводность конечна и определяется по формуле $\sigma = \sigma_0 T_e^{a_0}\rho^{b_0}$, то разрыв является изомагнитным: на нем не меняется напряженность магнитного поля H и поперечная компонента скорости V_z, а напряженность электрического поля (магнитный поток $E = -\frac{\rho r^{\nu}}{4\pi\sigma}\frac{\partial H}{\partial m}$) является разрывной.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. УСЛОВИЯ АВТОМОДЕЛЬНОСТИ

Одной из распространенных моделей, которая используется для построения автомодельных решений в газовой и магнитной гидродинамике, является модель поршня [6, 8, 14, 15].

Задача о поршне в одномерном плоском случае формулируется следующим образом. Однородный покоящийся газ занимает полупространство $m > 0$, ограниченное слева ($m = 0$) плоскостью - поршнем. При $t > 0$ поршень под действием внешних сил начинает двигаться со скоростью, закон изменения которой во времени задан. При учете в среде теплопроводности на поршне должен быть задан также закон изменения со временем температуры или плотности потока тепла. Наряду с плоским поршнем можно рассматривать цилиндрический поршень, расширяющийся от оси симметрии.

Если газ обладает конечной проводимостью, то на границе с поршнем кроме упомянутых выше условий должен быть задан закон изменения со временем напряженности магнитного или электрического поля.

Движение газа перед поршнем может быть автомодельным, если величины, заданные при $m = 0$, являются степенными функциями времени.

Таким образом, при $m = 0$ граничные условия запишем в следующем виде:

$$V(0,t) = V_0 t^{n_1}, \quad V_z(0,t) = V_{z0} t^{n_1}, \quad W_e(0,t) = W_0 t^g, \quad H(0,t) = H_0 t^q. \tag{2.1}$$

Кроме условия поршня плоскость $m = 0$ (n=0) может характеризовать границу проводящего газа с вакуумом:

$$\rho(0,t) = 0, \quad W_r(0,t) = W_0 t^g, \quad H(0,t) = H_0 t^g. \tag{2.1'}$$

Функция $H = H(0,t)$ при $m = 0$ задается, если $\sigma_0 \neq \infty$.

В начальный момент времени $t = 0$ будем считать, что газ является покоящимся, холодным и имеет распределенную по массовой координате m начальную плотность

$$V(m,0)=0\,,\quad V_z(m,0)=W_0t^g\,,\quad T_{e,i}(m,0)=0\,,\quad \rho(m,0)=\rho_0 m^e. \tag{2.2}$$

Кроме того, будем предполагать, что в любой момент времени $t\geq 0$ в невозмущенной области среды $m>M(t)\,,0<M(t)\leq\infty$ задано магнитное поле вида

$$H(m,t)=H_1t^q\,,\quad H_1=const. \tag{2.3}$$

При $\sigma_0\neq\infty$ возможно $H_1=0$.

Анализ размерностей постоянных определяющих параметров задачи (1.2), (1.4)-(1.13), (2.1)-(2.3) приводит к следующим условиям автомодельности.

При $\sigma_0=\infty\,,H_{z0}=0$ должны выполняться соотношения

$$g[2(a-1)(1-l)-(\nu+1)(1-b)l]-3-l[(2a-3b)(\nu+1)+2\nu-1]=0\,, \tag{2.4}$$

$$n_1=\frac{g(1-l)-(\nu+1)l}{3-(2-\nu)l} \tag{2.5}$$

$$[(2a_1+1)(2a+1-3b)-(2a-1)(2a_1+3b_1)](1-l)+[(2a_1+1)(1-b)-(2a-1)b_1][(2-\nu)l-3]=0. \tag{2.6}$$

При $\sigma_0=\infty\,,H_{r0}\neq 0\,(\nu=0)$ требуется также выполнение условия

$$l=-\frac{2}{2(a-b)-1}\,,\quad a-b\neq\frac{1}{2}. \tag{2.7}$$

В случае $\sigma_0\neq\infty$ помимо вышеперечисленных соотношений должно выполняться следующее условие автомодельности:

$$2(a+a_0)+l\,[(\nu+1)(1-b-b_0)+2a(\nu+1)(b_0-1)+2a_0(\nu-b)]=0. \tag{2.8}$$

Отметим, что при $a_1 = a - 1$, $b_1 = 1 - b$ (в том числе при параметрах полностью ионизованного газа) соотношение (2.6) выполняется тождественно. Из условия конечности массы на конечном интервале по r следует неравенство $l < 1$ [6].

Выберем за определяющие параметры с независимыми размерностями константы R, K_{e0}, ρ_0 и время t.

При выполнении в общем случае условий автомодельности (2.4)-(2.8) независимые переменные m и t можно представить в виде следующей безразмерной комбинации:

$$S=\frac{m}{\left[R^{a+1}K_{e0}^{-1}\rho_0^{2(a-1)/(\nu+1)+1-b}\right]^{\phi_0}t^n}, \tag{2.9}$$

где

$$\phi_0=\frac{(\nu+1)}{2(a-1)(1-l)-(\nu+1)(1-b)l}\,,\quad n=\frac{\phi_0(1-l+(\nu+1)(1-b)l)+\nu+1}{1-l}>0\,.$$

Искомые величины представимы в виде

$$\Phi(m,t)=\phi(s)\Phi_0t^{n_0}\,, \tag{2.10}$$

где Φ_0 представляет собой степенной одночлен, выраженный через параметры R, K_{e0}, и R, $\phi=\phi(s)$ - соответствующие безразмерные функции.

Пусть $\delta = \delta(s)$ безразмерная функция плотности $\rho = \rho(s)$, $\alpha = \alpha(s)$ - скорости $V=V(m,t)$, $\lambda = \lambda(s)$ эйлеровой переменной $r = r(m, t)$, $f_{i,e}=f_{i,e}(s)$ ионной и электронной температуры $T_{e,i}=T_{e,i}(m,t)$,, $\alpha_z = \alpha_z(s)$ - поперечной компоненты скорости $V_z=V_z(m,t)$, $h=h(s)$ - напряженности магнитного поля $H=H(m,t)$, $w_e=w_e(s)$ - плотности потока тепла $W_e=W_e(m,t)$, $\tilde{e}=\tilde{e}(s)$ - напряженности электрического поля $E=E(m,t)$.

С помощью замены переменных (2.9)-(2.10) систему (1.7)-(1.13) с учетом соотношений (1.2), (1.4)-(1.6) сведем к следующей системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$-nl\delta + ns\delta' = \delta^2(\lambda^\nu\alpha)', \tag{2.11}$$

$$0.5n_0\alpha - ns\alpha' = -\lambda^\nu\left(\delta' f + f'\delta + \frac{h}{4\pi}h'\right), \quad f = f_i + zf_e, \tag{2.12}$$

$$0.5n_0\alpha_z - ns\alpha_z' = \frac{\tilde{H}_0}{4\pi}h', \tag{2.13}$$

$$\frac{z}{\gamma-1}(n_0 f_e - nsf_e') = -z\delta f_e(\lambda^\nu\alpha)' - (\lambda^\nu w_e)' + \tilde{\sigma}_0 f_e^{a_0}\delta^{b_0-1}\tilde{e}^2 + \tilde{\tau}_{ie0}^{-1} f_e^{-a_1}\delta^{b_1}(f_i - f_e), \tag{2.14}$$

$$\frac{1}{\gamma-1}(n_0 f_i - nsf_i') = -\delta f_i(\lambda^\nu\alpha)' - \tilde{\tau}_{ie0}^{-1} f_e^{-a_1}\delta^{b_1}(f_i - f_e), \tag{2.15}$$

$$w_e = -f_e^{a}\delta^{b+1}\lambda^\nu f_e', \tag{2.16}$$

$$(q - nl)\frac{h}{\delta} - ns\left(\frac{h}{\delta}\right)' = \tilde{H}_0\alpha_z' - (\lambda^\nu\tilde{e})', \tag{2.17}$$

$$\tilde{e} = -\frac{1}{4\pi}\lambda^\nu\tilde{\sigma}_0^{-1} f_e^{-a_0}\delta^{-b_0}h', \tag{2.18}$$

$$ns = \delta\lambda^\nu((0.5n_0 + 1)\lambda - \alpha), \tag{2.19}$$

где $n_0 = \dfrac{2\phi[1 - l + (\nu+1)(1-b)l]}{\nu+1}$, $q = 0.5(n_0 + nl)$, $\tilde{H}_0$, $\tilde{\sigma}_0$, $\tilde{\tau}_{ie0}, \ldots$ - безразмерные константы, выражающиеся через постоянные определяющие параметры задачи, штрихом обозначена производная по s.

При $\tilde{\sigma}_0 = \infty$ имеем $\tilde{e} \equiv 0$. При этом в случае $\tilde{H}_0 = 0$ уравнение (2.17) интегрируется:

$$h = const\, S^{\frac{q-nl}{n}}\delta. \tag{2.20}$$

В переменных (2.9), (2.10) граничные и начальные условия (2.1)-(2.3) примут вид:

$$\alpha(0) = \alpha_0, \quad \alpha_z(0) = \alpha_{z0}, \quad w(0) = w_0, \quad h(0) = h_0, \tag{2.21}$$

$$\alpha(s_0) = 0, \quad \alpha_z(s_0) = 0, \quad f_e(s_0) = 0, \quad f_i(s_0) = 0, \quad \delta(s_0) = s_0^l, \quad h(s_0) = \bar{h}_0, \tag{2.22}$$

где $0 < s_0 \le \infty$, α_0, α_{z0}, w_0, h_0 и $\bar{h}_0$ - заданные безразмерные постоянные.

Перечисленные выше различные магнитогидродинамические скорости звука в безразмерных переменных обозначим волнистой чертой сверху ($\tilde{C}$, $\tilde{C}_A$, $\tilde{C}_\pm$). В дальнейшем нас будут интересовать автомодельные решения, описывающие магнитогидродинамические и тепловые возмущения, которые аналогично случаю непроводящего газа [6] распространяются по «начальному» фону (2.22) с конечной скоростью ($0 < s_0 < \infty$).

3. АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ В ОКРЕСТНОСТИ ФРОНТА МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ВОЛНЫ

Мы покажем возможность существования конечного фронта температурных волн в магнитной гидродинамике, если построим асимптотическое решение системы уравнений (2.11)-(2.19) в окрестности $s = s_0$, $0 < s_0 < \infty$, удовлетворяющее условиям (2.22).

Анализ показывает, что указанное решение можно построить, если выполняются условия

$$a>0,\quad a_0>0,\quad 0<a_1<a+1. \tag{3.1}$$

Безразмерные функции температур f_e и f_i и плотности потока тепла w_e в окрестности $s = s_0$ имеют вид:

$$f_e=\frac{1}{z}S_0^{k_0}\left(\frac{A_0}{S_0}\right)^{\frac{1}{a}}(s_0-s)^{\frac{1}{a}}+\ldots,$$

$$w_e=\frac{nz}{\gamma-1}\left(\frac{1-l}{\nu+1}\right)^{\frac{\nu}{\nu+1}}s_0^{\frac{(1+l)\nu}{\nu+1}}f_e+\ldots, \tag{3.2}$$

$$f_i=\tilde{\tau}_{ie0}^{-1}B_0(s_0-s)^{\frac{a+1-a_1}{a}}+\ldots,$$

где $k_0=\dfrac{n_0}{n}+\dfrac{1}{na}$, а постоянные $A_0 > 0$, $B_0 > 0$ в силу громоздкости здесь не выписываются.

Распределение магнитогидродинамических величин в окрестности $s = s_0$ будет различным в зависимости от величины электропроводности $\tilde{\sigma}=\tilde{\sigma}_0 f_e^{a_0}\delta^{b_0}$.

1. При $\tilde{\sigma}_0\neq\infty$ и произвольном значении постоянной $\tilde{H}_0$ получим

$$\alpha=\frac{z}{d_0}f_e+\ldots,\quad \delta=s_0^l\left(1+\frac{z}{d_0^2}f_e+\ldots\right),\quad \tilde{e}=\tilde{e}_0-\frac{h_1}{d_0}zf_e+\ldots,$$

$$h=h_1+\frac{4\pi\tilde{\sigma}_0 s_0^{l(b_0-1)}a}{\lambda_0^{\nu}z^a}\left(\frac{\tilde{e}_0}{a_0+a}-\frac{h_1 z}{(a_0+a+1)d_0}f_e+\ldots\right), \tag{3.3}$$

$$\alpha_z=-\frac{\tilde{H}_0}{4\pi s_0^l}\frac{1}{d_0}(h-h_1)+\ldots.$$

Здесь $d_0=\dfrac{ns_0}{\lambda_0^{\nu}-s_0^l}$ - относительная скорость фронта температурной волны в «автомодельных» переменных (2.9).

2. При $\tilde{\sigma}_0=\infty$, $d_0\neq\tilde{C}_{+0}=\sqrt{\tilde{C}_{A0}^2+\dfrac{h_1^2}{4\pi s_0^l}}$, $d_0\neq\tilde{C}_{A0}=\dfrac{\tilde{H}_0}{2\sqrt{\pi s_0^l}}$ магнитогидродинамические величины вблизи фронта температурной волны имеют вид

$$\alpha=\frac{d_0^2-\tilde{C}_{A0}^2}{(d_0^2-\tilde{C}_{+0}^2)d_0}zf_e+\ldots,\quad \delta=s_0^l\left(1+\frac{d_0^2-\tilde{C}_{A0}^2}{d_0^2-\tilde{C}_{+0}^2}zf_e+\ldots\right), \tag{3.4}$$

$$h=h_1\left(1+\frac{z}{d_0^2-\tilde{C}_{+0}^2}f_e+\ldots\right),\quad \alpha_z=-\frac{\tilde{H}_0}{4\pi s_0^l}\frac{1}{d_0}(h-h_1)+\ldots.$$

Из (3.4) следует, что при $\tilde{H}_0\neq 0$, исходя из требования $\alpha\geq 0$ в окрестности $s = s_0$, можно говорить о возможности существования тепловых волн с различными свойствами в зависимости от соотношения между скоростью движения их фронта d_0 и магнитогидродинамическими скоростями звука $\tilde{C}_{+0}$, $\tilde{C}_{-0}$ и $\tilde{C}_{A0}$. По аналогии с определением различных типов разрывов в классической магнитной гидродинамике ($W_e \equiv 0$) тепловую волну, скорость распространения которой удовлетворяет условию

$$d_0 > \tilde{C}_{+0} > \tilde{C}_{A0} > \tilde{C}_{-0}, \qquad (3.5)$$

назовем быстрой температурной волной (БТВ), а в случае

$$\tilde{C}_{+0} > \tilde{C}_{A0} > d_0 > \tilde{C}_{-0} \qquad (3.6)$$

- медленной температурной волной (МТВ) [16].

Из формул (3.4) следует, что с ростом температуры $f_e=f_e(s)$ за фронтом БТВ магнитное поле усиливается, а за фронтом МТВ - ослабляется. Появление каждого из указанных типов температурных волн определяется выбором конкретных граничных и начальных условий. При $\tilde{H}_0 = 0$ имеем $\tilde{C}_{A0} = 0$, и, таким образом, всякая температурная волна представляет собой быструю тепловую волну.

При $\sigma_0 \neq \infty$ поведение функции напряженности магнитного поля в окрестности фронта тепловой волны (см. формулы (3.3)) не зависит от типа температурной волны [17].

3. Пусть $\tilde{\sigma}_0 = \infty$, $d_0 = \tilde{C}_{A0} < \tilde{C}_{+0}$. Магнитогидродинамические величины в окрестности $X = s_0 - s$ имеют вид

$$\alpha = -\frac{\tilde{\chi}_0 z}{s_0^l (d_0^2 - \tilde{C}_{+0}^2)} X f_e + \ldots, \quad \delta = s_0^l - \frac{nl}{d_0} X + \ldots, \qquad (3.7)$$

$$h = h_1\left(1 + \frac{z}{d_0^2 - \tilde{C}_{+0}^2} f_e + \ldots\right), \quad \alpha_z = -\frac{\tilde{H}_0}{4\pi s_0^l}\frac{1}{d_0}(h - h_1) + \ldots,,$$

где $\tilde{\chi}_0 = \dfrac{(2a-1)(3a-4b)}{2(a+1)[(a-1)(2a-2b-1)+2a-b-1]} > 0$ постоянная.

Скорость рассматриваемой температурной волны удовлетворяет условию

$$\tilde{C}_{-0} < d_0 = \tilde{C}_{A0} < \tilde{C}_{+0}.$$

Ее можно назвать альфвеновской температурной волной. Она представляет собой слабый разрыв альфвеновского типа, но с учетом диссипативных тепловых процессов.

4. СТРУКТУРА МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЛН. РАЗЛИЧНЫЕ ТИПЫ РАЗРЫВОВ

Аналогично [6] с помощью качественного анализа системы уравнений в «автомодельных» переменных (2.11)-(2.19) и вычислительных экспериментов можно определить характер распределения искомых величин в области $0 \le s \le s_0$ между поршнем ($s = 0$) и фронтом магнитогидродинамических тепловых волн ($s = s_0$). Анализ и расчеты приводят к следующим результатам [16-19].

1. Так же, как и в случае теплопроводного непроводящего газа [6] в глубине фронта тепловых волн плотность газа, скорость и плотность теплового потока терпят разрыв. При этом разрыв является изоэлектронно-термическим: электронная температура непрерывна, а ионная - разрывна.

2. В случае конечной электропроводности ($\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}_0 f_e^{a_0} \delta^{b_0}$) разрыв является также изомагнитным - напряженность магнитного поля h и тангенциальная компонента скорости α_z непрерывны. При $\tilde{\sigma}_0 = \infty$ магнитное поле и поперечная скорость терпят разрыв.

3. В случае $\tilde{\sigma}_0 = \infty$, но $\tilde{H}_0 \neq 0$ характер поведения искомых функций в области $0 \leq s \leq s_0$ может быть различным.

Если рассматриваемое автомодельное решение описывает упомянутую выше быструю магнитогидродинамическую температурную волну, то в области между ее фронтом и поршнем следуют друг за другом ударные волны с непрерывной на своем фронте электронной температурой - быстрая и медленная. Положение обоих разрывов характеризуют два параметра: $s = s_1 < s_0$ и $s = s_2 < s_1$. При некоторых граничных условиях между фронтами быстрой и медленной ударных волн в точке $s = s_3$ $0< s_2 < s_3 < s_1 < s_0$ может существовать альфвеновский вращательный разрыв. Постоянные параметры s_1 и s_2 определяются из решения.

В случаях, когда имеют место медленная и альфвеновская тепловые волны, в глубине их фронта распространяется один разрыв – изоэлектронно-термическая медленная ударная волна.

4. Анализ и численные расчеты показывают, что аналогично обычной газовой динамике [6] в движущейся проводящей теплопроводной среде могут существовать различные режимы теплопереноса. В зависимости от изменения параметров задачи имеет место либо режим ТВ-I (сверхзвуковой прогрев с различными видами магнитогидродинамических разрывов между фронтом тепловой волны и границей газа с поршнем), либо режим ТВ-II, представляющий собой дозвуковой прогрев с немонотонным профилем температуры по массовой лагранжевой координате m и волной сжатия впереди фронта тепловой волны.

В [16-19] приводится большое число численных примеров, иллюстрирующих перечисленные выше свойства магнитогидродинамических температурных волн при различных значениях электропроводности плазмы.

Литература

1. *Бусурина Л.Н., Волосевич П.П., Зукакишвили Г.Г. и др*. Численные эксперименты по тета-пинчу//Физика плазмы. – 1982. - Т.8. - №5. - С.1053-1062.

2. *Волосевич П.П., Корнилина М.А., Леванов Е.И., Эджибиа. Г.В.* Автомодельные и численные решения уравнений магнитной гидродинамики с учетом нелинейных объемных источников и стоков//Математическое моделирование. – 1993. - Т. 5. - №2. - С. 25-41.

3. *Дьяченко В.Ф., Имшенник В.С.* К магнитогидродинамической теории пинч-эффекта в высокотемпературной плазме. Вопросы теории плазмы/Под ред. М.А. Леонтовича. Вып. 5. – М.: Атомиздат, 1967.- С. 394-438.

4. *Волосевич П.П., Гольдин В.Я., Калиткин Н.Н. и др*. Некоторые стадии сильноточного разряда в плазме: Препринт №40. - М.: ИПМ АН СССР, 1971. - 38 с.

5. *Волосевич П.П., Курдюмов С.П., Попов Ю.П., Самарский А.А.* Автомодельная задача о сильноточном разряде в плазме//ЖВМиМФ. – 1970. - Т.10. - №6. - С. 1447-1457.

6. *Волосевич П.П., Леванов Е.И.* Автомодельные решения задач газовой динамики и теплопереноса – М.: Издательство МФТИ, 1997. - 240 с.

7. *Брагинский С.Н.* Явления переноса в плазме. Вопросы теории плазмы/Под ред. М.А. Леонтовича. Вып. 1. - М.: Атомиздат, 1963. - С. 183-271.

8. *Куликовский А.Г., Любимов Г.А.* Магнитная гидродинамика - М: Физматгиз, 1962. - 246 с.

9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред - М: Гостехиздат, 1957. - 532 с.

10. *Спитцер Л.* Физика полностью ионизованного газа. - М: Мир, 1965. - 212 с.

11. *Ландау Л.Д.* Кинетическое уравнение в случае кулоновского равновесия//ЖЭТФ. – 1937. - Т. 7. - Вып. 2. - С. 203-209.

12. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика - М: Наука, 1988. - 733 с.

13. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. - М: Наука, 1966. - 686 с.

14. *Седов Л.Н.* Методы подобия и размерности в механике. - М: Наука, 1988. - 736 с.

15. *Коробейников В.П.* Задача теории точечного взрыва. - М: Наука, 1985. - 400 с.

16. *Волосевич П.П., Леванов Е.И.* Автомодельная задача о движении плоского поршня в теплопроводном газе при наличии вмороженного магнитного поля: В сб. «Численные методы решения задач математической физики». - М: Наука, 1966. - С. 87-102.

17. *Волосевич П.П.* Автомодельные решения задач двухтемпературной газовой динамики и магнитной гидродинамики: Препринт. № 205. - М.: ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, 1982. - 30 с.

18. *Волосевич П.П.* Движение газа перед поршнем в магнитном поле в случае нелинейной теплопроводности и проводимости: В сб. «Численные методы решения задач математической физики». - М: Наука, 1966. - С. 103-112.

19. *Волосевич П.П., Дарьин Н.А., Леванов Е.И., Лацабидзе Г.С.* Автомодельные задачи двухтемпературной магнитной гидродинамики: Препринт № 131. - М.: ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, 1980. - 32 с.

20. *Самарский А.А., Попов Ю.П.* Разностные методы решения задач газовой динамики. - М: Наука, 1980. - 350 с.

Поступила в редакцию 2.02.2002

nation of the absorbed dose in the thyroid. The thyroid dose coefficient calculations for the ^{131}I, ^{132}I and ^{133}I. The proposed models and methods are based on the data obtained during the analysis of the case histo-ries of about 400 patients, which have passed the radioiodine therapy course.

УДК 519.7: 621.039.643

Automodelling solutions of two-temperature magnetohydrodynamics equations \ P.P. Volosevich, E.I. Levanov; Editorial board of Journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy, Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2002. – 10 pages. – References, 20 titles.

The equations of two-temperature magnetohydrodynamics are essential in mathematical simulation of some actual problems of plasma physics. The analysis of automodelling solutions of two-temperature magnetohydrodynamics equations including electrons thermoconductivity, electron-ion relaxation and electroconductivity is given in the article.

УДК 519.7: 621.039.51

Mathematical simulation and numerical experiment for nuclear-physics researches \ V.I. Saveliev; Editorial board of Journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy, Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2002. – 14 pages, 8 illustrations. – References, 12 titles.

Some aspects of creation of systems for mathematical simulation and analysis of large-scale nuclear-physics experiments are given in this work. The questions of systems solution of hardware choices, algorithms and structure of software are considered in details. There is also considered the specific example of experiment – HERA-B which permits to demonstrate the main tendencies of creation of system for mathematical simulation and analysis at the modern stage.

УДК 519.7: 539.1.03

Simulation of transition radiation for periodical and spatial distributed structures \ S.J.Aplin, V.I.Saveliev; Editorial board of Journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy, Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2002. – 12 pages, 8 illustrations. – References, 12 titles.

The mathematical model for description of transition radiation appearing when charged particle crosses the border of two mediums with different dielectric properties is given in the article. This model can be applied for investigation of transition radiation from moving charged particles in periodical ultra dense mediums – intranuclear arias.