

# РАСЧЕТ УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕАКЦИИ ПРЯМОГО ПОДХВАТА ТРЕХ НУКЛОНОВ

**В.С. Мастеров, Н.П. Савельев**

*Обнинский институт атомной энергетики, г.Обнинск*



В работе проводится построение расчетной модели для описания прямой реакции вида  $(p,\alpha)$  с передачей трех нуклонов. Предложен метод расчета динамической амплитуды дифференциального сечения. Приводятся результаты расчетов сечений для ядер  $^{39}\text{K}$ ,  $^{42}\text{Ca}$ ,  $^{58}\text{Ni}$  в диапазоне энергий от 20 до 72 МэВ.

## ВВЕДЕНИЕ

Реакции с участием легких нуклидов вызывают неослабевающий интерес на протяжении многих лет по нескольким причинам. Характерная зависимость сечений реакций  $(p,\alpha)$  и  $(n,\alpha)$  от передаваемого углового момента делает их мощным средством изучения спектроскопических параметров [1]. С другой стороны, реакция  $(n,\alpha)$  исключительно важна в ядерной энергетике, так как является одной из причин “распухания” конструкционных материалов атомных реакторов. Существует масса экспериментальных данных по этим реакциям, например, [13-15]. Тем не менее, в силу ряда причин невозможно получить экспериментальные данные для всех нуклидов, образующихся в активной зоне и конструкциях реактора во всем диапазоне энергий нейтронов. Новейшие концепции атомных энергетических установок еще более расширяют потребности в сведениях о сечении ядерных реакций, в основном, из-за участия в реакциях протонов с большими энергиями (вплоть до нескольких ГэВ). Эти причины стимулируют теоретические разработки в данной области. Ведущими механизмами реакции  $(n,\alpha)$ , приводящей к образованию в конструкциях гелия, принято считать статистический и полустатистический (предравновесный). Тем не менее, остается неясным вопрос, так ли уж мал вклад в образование  $\alpha$ -частиц прямого механизма реакции. На наш взгляд, нет оснований предполагать, что им можно пренебрегать даже для энергий в области порога реакции, т.к. попытки описать теоретически всю совокупность экспериментальных данных в широком диапазоне энергий и испытываемых нуклидов не привели к успеху. Детальные обзоры по теории этих процессов  $(n,\alpha)$  и  $(p,\alpha)$  можно найти в [14,15]. Предметом настоящей работы является расчет сечения реакций  $(p,\alpha)$  и  $(n,\alpha)$  с учетом именно прямого механизма.

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Модель развита на основе теории прямых ядерных реакций [2] для случая передачи трех нуклонов. Для расчетов используется приближение искаженных волн. Сечение реакции  $A(a,b)B$  согласно [2,9] может быть записано в виде:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_{aA}\mu_{bB}}{(2\pi\eta^2)^2} \cdot \frac{k_{bB}}{k_{aA}} \cdot \frac{1}{(2S_a + 1)(2J_A + 1)} \sum_{m_a m_b \substack{M_A M_B}} |T_{DW}|^2, \quad (1)$$

где  $\mu_{aA}$  - приведенная масса в канале (a,A),  $k_{aA}$  - импульс относительного движения,  $S_a$  и  $J_A$  - спины налетающей частицы и ядра мишени соответственно. Суммирование проводится по магнитным квантовым числам частиц, участвующих в реакции. Амплитуда реакции  $T_{DW}$  в методе искаженных волн дается выражением

$$T_{DW} = J \int d\mathbf{p}_{aA} \int d\mathbf{p}_{bB} \chi_{bB}^{(-)}(\mathbf{p}_{bB}, \mathbf{p}_{bB}) \langle bB | V | aA \rangle \chi_{aA}^{(+)}(\mathbf{p}_{aA}, \mathbf{p}_{aA}), \quad (2)$$

где  $J$  - якобиан перехода к координатам относительного движения систем (aA) и (bB),  $\chi^{(\pm)}(\mathbf{p}, \mathbf{p})$  - сходящаяся и расходящаяся искаженные волновые функции. Формфактор  $\langle bB | V | aA \rangle$  можно представить как

$$\langle bB | V | aA \rangle = 2C \int d\xi_B \dots \int \Psi_{J_B M_B}^*(\xi_B) \Psi_b^*(\xi_b) V \Psi_{J_A M_A}^*(\xi_A, 1, 2, 3), \quad (3)$$

где  $\Psi_{J_A M_A}(\xi_B, 1, 2, 3)$  и  $\Psi_{J_B M_B}(\xi_B)$  - волновые функции ядра-мишени и остаточного ядра,  $\Psi_b(\xi_b)$  - внутренняя волновая функция образовавшейся частицы b, а коэффициент равен  $(C_1^Z)^{1/2} (C_2^N)^{1/2}$  в случае реакции (p,α) или для (n,α) реакции -  $(C_1^Z)^{1/2} (C_2^N)^{1/2}$ . Волновая функция ядра-мишени может быть разложена по произведениям волновых функций остаточного ядра и переданных нуклонов

$$\Psi_{J_A M_A}(\xi_B, 1, 2, 3) = \sum_{\substack{JT \\ q_1 q_2 q_3}} S_{AB}^{1/2}(q_1 q_2 q_3, LSJT) \langle J_B J_{M_B} M | J_A M_A \rangle \langle T_B T_{N_B} N | T_A N_A \rangle \times \\ \left[ \Psi_{J_B M_B}(\xi_B) \Psi^{LSJT}(1, 2, 3) \right]_{J_A M_A}. \quad (4)$$

Здесь  $\langle J_1 J_2 M_1 M_2 | JM \rangle$  - коэффициенты векторного сложения, а  $L, S, J, T$  - орбитальный, спиновой, полный и изотопический моменты. Коэффициенты разложения  $S_{AB}^{1/2}$ , которые принято называть спектроскопическими амплитудами, вычисляются согласно выражению

$$S_{AB}^{1/2}(q_1, q_2, q_3, LSJT) = 2C \int d\xi_B \dots \int \Psi_{J_A M_A}^*(\xi_B, 1, 2, 3) \left[ \Psi_{J_B M_B}(\xi_B) \Psi_M^{LSJT}(1, 2, 3) \right]_{J_A M_A}. \quad (5)$$

В новых обозначениях выражение для амплитуды реакции имеет вид:

$$T_{DW} = \sum_{\substack{q_1 q_2 q_3 \\ LSJT}} \langle J_B J_{M_B} M | J_A M_A \rangle \langle T_B T_{N_B} N | T_A N_A \rangle S_{AB}^{1/2}(q_1 q_2 q_3, LSJT) \times \\ \times \int d\mathbf{p}_{\alpha B} \int d\mathbf{p}_{\alpha A} \chi_{\alpha B}^{(-)*}(\mathbf{p}_{\alpha B}, \mathbf{p}_{\alpha B}) F_{LS}^{q_1 q_2 q_3} \chi_{\alpha A}^{(+)}(\mathbf{p}_{\alpha A}, \mathbf{p}_{\alpha A}), \quad (6)$$

где  $F_{LS}^{q_1 q_2 q_3}$  - есть динамический формфактор.

В этом приближении задача восстановления сечения реакции сводится к двум этапам: вычисление формфактора в рамках предположений о динамике процесса и расчет спектроскопической амплитуды, которые будут сформулированы ниже.

## ФОРМФАКТОР

Внутренняя волновая функция α-частицы для LS-связи с квантовыми числами  $L\alpha=S\alpha=J\alpha=T\alpha=0$  может быть записана в виде:

$$\Psi_{\alpha}^{J_{\alpha}=T_{\alpha}=0}(1,2,3,4) = \Phi_{\alpha}^{L_{\alpha}=0}(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) \chi_{\alpha}(1,2,3,4)^{J_{\alpha}=T_{\alpha}=0}. \quad (7)$$

Здесь мы положим, что пространственная волновая функция  $\alpha$ -частицы имеет вид гауссиана:

$$\Phi_{\alpha}^0(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) = N_{\alpha} \exp \left\{ -\eta^2 \sum_{i < j} |\rho_i - \rho_j|^2 \right\}, \quad (8)$$

где  $\eta = 0,233 \text{ фм}^{-1}$  - параметр размера  $\alpha$ -частицы, а  $N_{\alpha} = (128\eta^6 / \pi^3)^{3/4}$  - нормировочная постоянная.

Предположим, что налетающий нуклон (для определенности будем в дальнейшем говорить о протоне) взаимодействует именно с трехнуклонной системой, которая впоследствии войдет в состав  $\alpha$ -частицы. В соотношении (4) соответствующая нуклонная ассоциация описывается волновой функцией  $\Psi_a^{\gamma, LSJT}(1,2,3)$ . Эта волновая функция может быть представлена через волновые функции одночастичных состояний:

$$\Psi_a^{\gamma, LSJT}(1,2,3) = [\Phi^{q_1}(1) \Phi^{q_2}(2) \Phi^{q_3}(3)]_a^{LSJT}. \quad (9)$$

Подразумевается, что  $\Psi_{\alpha}$  антисимметризована.  $\Phi^{q_i}(i)$  - одночастичные волновые функции с соответствующим набором квантовых чисел  $q_i = n_i, l_i, j_i$ , при этом

$$\Phi^{q_i}(i) = [\Phi_{m_i}^{l_i}(\rho_i) \chi^{\frac{1}{2}t_i}(i)]^{JT}, \quad (10)$$

где  $\Phi_{m_i}^{l_i}(\rho_i)$  - ее пространственная, а  $\chi^{\frac{1}{2}t_i}(i)$  - спин-изоспиновая части, где  $\frac{1}{2}$  - спин нуклона, а  $t$  - изоспин. Пространственная волновая функция есть стандартное решение уравнения Шредингера для нуклона с потенциалом Саксона-Вудса. С учетом сделанных предположений волновая функция трехнуклонной системы принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \Psi_a^{q_1 q_2 q_3, JT}(\rho_1 \sigma_1, \rho_2 \sigma_2, \rho_3 \sigma_3) = \sum_{LS} \sum_{L_{12}} \langle (l_1 \frac{1}{2})_{j_1} (l_2 \frac{1}{2})_{j_2} (l_3 \frac{1}{2})_{j_3} | (l_1 l_2)_{L_{12}} (\frac{1}{2} \frac{1}{2})_{S_{12}} (l_3 \frac{1}{2})_{j_3} \rangle \times \\ \langle (l_1 \frac{1}{2})_{j_1} (l_2 \frac{1}{2})_{j_2} (l_3 \frac{1}{2})_{j_3} | (l_1 l_2)_{L_{12}} (\frac{1}{2} \frac{1}{2})_{S_{12}} (l_3 \frac{1}{2})_{j_3} \rangle \times \\ \left\{ \Phi_{Ma}^{q_1 q_2 q_3, L}(\rho_1, \rho_2, \rho_3) \left[ \chi^{\frac{1}{2}}(\sigma_1) \chi^{\frac{1}{2}}(\sigma_2) \right]_{L_{12}} \chi^{\frac{1}{2}}(\sigma_3) \right\}_S^{JM}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\langle | \rangle$  - коэффициенты разложения по одночастичным волновым функциям, а  $\Phi_{Ma}^{q_1 q_2 q_3, L}$  - пространственная волновая функция трехнуклонной системы, антисимметризованная по одночастичным состояниям.

Взаимодействие налетающего протона с трехнуклонной ассоциацией представим в виде:

$$U = V(\rho_4 - \rho_1) + V(\rho_4 - \rho_2) + V(\rho_4 - \rho_3), \quad (12)$$

где  $V(\rho_4 - \rho_i)$  - потенциал нуклон-нуклонного взаимодействия протона с  $i$ -м нуклоном, входящим в ассоциацию. В дальнейшем предположим, что взаимодействие осуществляется в случае, если координата протона  $\rho_4$  совпадает с координатой центра масс ассоциации. Это приближение носит название нулевого радиуса действия. Тогда

$$U \Phi_{\alpha}(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) \approx d_0(\rho_1, \rho_2) \delta(\rho), \quad (13)$$

где  $\beta_1, \beta_2$  и  $\beta$  - координаты относительного движения.

Нуклон-нуклонное взаимодействие выберем в виде гауссиана

$$V(x) = V_0 e^{-\beta x^2} \quad (14)$$

с параметрами  $V_0 = 70$  МэВ,  $\beta = \eta^2$ .

Это приближение локального взаимодействия дает удовлетворительные результаты в случае, когда переданные угловые моменты не слишком велики, поэтому в дальнейшем ограничимся соответствующими энергиями.

Теперь можно выписать выражение для формфактора, принятое нами для расчета:

$$\begin{aligned} F_{LS}^{q_1 q_2 q_3}(\vec{r}_4) = \sum_{L_{23}} \left\langle \left( l_1 \frac{1}{2} \right)_{j_1} \left( l_2 \frac{1}{2} \right)_{j_2} \left( l_3 \frac{1}{2} \right)_{j_3} \left| \left( l_1 \frac{1}{2} \right)_{j_1} \left( l_2 l_3 \right)_{L_{23}} \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right)_{s_{23}} \right\rangle \times \right. \\ \left. \times \left\langle \left( l_1 \frac{1}{2} \right)_{j_1} \left( l_2 l_3 \right)_{L_{23}} \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right)_{s_{23}} \left| \left( l_1 l_2 l_3 \right)_L \left( \frac{1}{2} s_{23} \right)_S \right\rangle N^{-\frac{1}{2}} \times \right. \\ \left. \int d\rho_1 \int d\rho_2 \int (\vec{\rho}_1 \vec{\rho}_2) \exp \left\{ -\frac{\rho_1^2}{4\Delta^2} - \frac{\rho_2^2}{3\Delta^2} \right\} U_{0,L}(\rho_1, \rho_2, r_4) [Y^\lambda(\hat{\rho}_1) Y^\mu(\hat{\rho}_2)]_0^0 \right. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь  $Y^\lambda(\hat{\rho})$  - сферические волновые функции, а  $\hat{\rho}$  - углы, определяющие соответствующий вектор.

Спектроскопический фактор представляет собой интеграл перекрытия волновой функции ядра мишени и прямого произведения функций остаточного ядра и трехнуклонной ассоциации:

$$S_{AB}^{\frac{1}{2}}(\gamma, LSJ) = \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 d\vec{r}_3 d\xi_B \Psi^{J_A T_A *}(\xi_B, \vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) [\Psi^{J_B T_B}(\xi_B) \Psi_{\mu}^{\gamma, JT}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)]^{J_A T_A}. \quad (16)$$

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Для расчетов по развитой методике была использована широко известная программа расчета сечений прямых реакций DWUCK4 (P.Kunz [12]), дополненная для наших целей рядом процедур. Вычисления дифференциального сечения реакции  $(p, \alpha)$  были про-

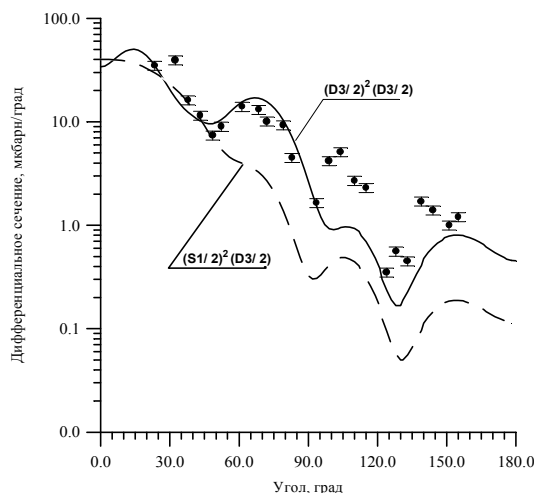


Рис.1. Угловое распределение реакции  $^{39}\text{K}(p, \alpha)^{36}\text{Ar}$  с энергией протона  $E_p = 22$  МэВ. Верхняя кривая соответствует подхвату нейтронной пары с оболочки -  $d_{3/2}$ , нижняя -  $d_{1/2}$

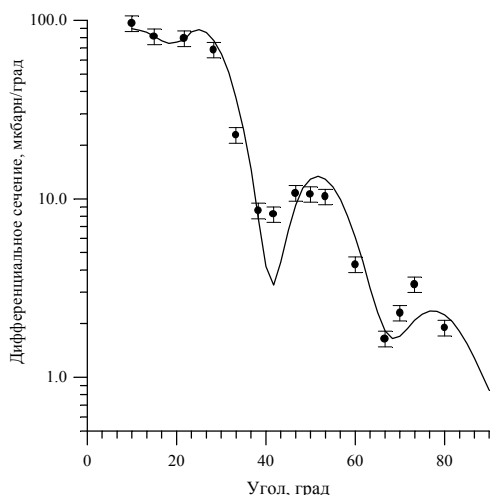


Рис.2. Угловое распределение реакции  $^{42}\text{Ca}(p, \alpha)^{39}\text{K}$ , энергия протона  $E_p = 40.2$  МэВ, с передачей углового момента  $L=0$  (экспериментальные данные взяты из работ [14,15])

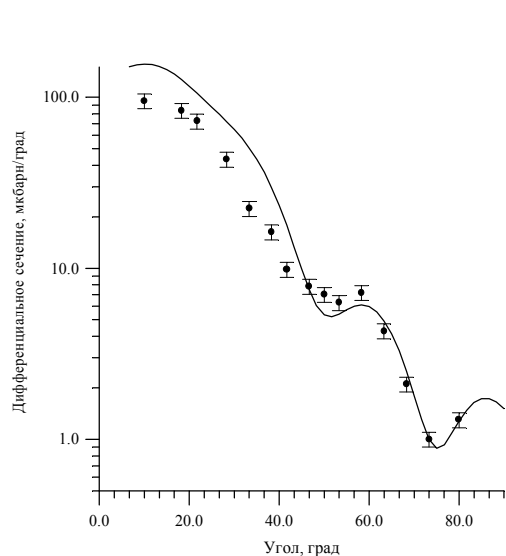


Рис. 3. Угловое распределение реакции  $^{42}\text{Ca}(p,\alpha)^{39}\text{K}$ , энергия протона  $E_p=40.2\text{МэВ}$ , с передачей углового момента  $L=2$  (экспериментальные данные взяты из работ [14,15])

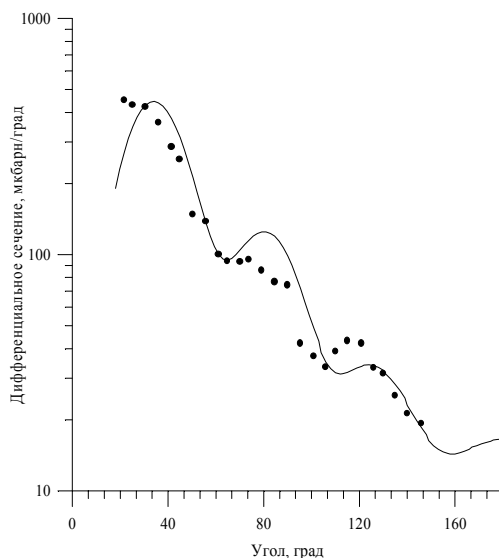


Рис. 4. Угловое распределение реакции  $^{58}\text{Ni}(p,\alpha)^{55}\text{Co}$  с энергией налетающего протона  $E_p=22\text{МэВ}$  (экспериментальные данные взяты из [13])

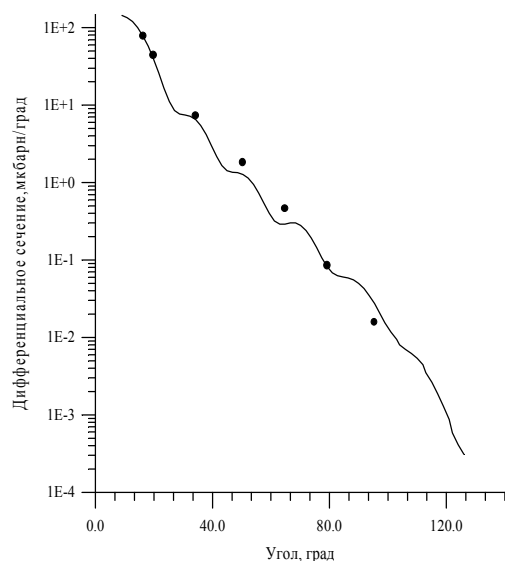


Рис.5. Угловое распределение реакции  $^{58}\text{Ni}(p,\alpha)^{55}\text{Co}$  с энергией налетающего протона  $E_p=72\text{МэВ}$  (экспериментальные данные взяты из [13])

на 22 МэВ. Верхняя кривая соответствует подхвату двух нейтронов и протона с оболочки  $d_{3/2}$ , нижняя – подхвату нейтронной пары с  $s_{1/2}$  оболочки. На наш взгляд сравнение данных говорит о том, что реакция включает в себя когерентную сумму обоих процессов.

На рис.2 и 3 изображены угловые распределения  $\alpha$ -частиц, образующихся в реакции протонов с энергией 40,2 МэВ с ядром  $^{40}\text{Ca}$ . На рис.2 представлены данные без передачи углового момента ( $L=0$ ), на рис.3 – с передачей  $L=2$ . В обоих случаях остаточное ядро остается в основном состоянии.

ведены для нескольких ядер с  $A<100$  и для различных энергий налетающей частицы. Данная работа носит методический характер, и поэтому нашей целью являлось выяснение способности предложенной расчетной модели дать качественное согласие с экспериментальными данными. Детальное описание экспериментов не подразумевалось, поэтому расчетные параметры брались стандартными и их подгонки не проводилось. Параметры для изотопов были взяты из таблиц Г.Ауди и А.Вапстера [16], параметры потенциалов также были выбраны стандартными: для протонного канала это были параметры Беччети-Гринлиса, для нейтронного – Берселона, а для  $\alpha$ -частицы – Макфаддена-Сатчлера [17].

На рис.1 представлены результаты расчетов и экспериментальные данные для реакции  $^{39}\text{K}(p,\alpha)^{36}\text{Ar}$  при энергии протона

Рис.4 и 5 показывают сечение  $^{58}\text{Ni}(p,\alpha)^{55}\text{Co}$  для энергий протона 22 и 72 МэВ, соответственно, с передачей углового момента  $L=3$  в обоих случаях.

Данные, представленные на рисунках, демонстрируют адекватность выбранной методики расчета для описания экспериментальных данных. Это позволяет надеяться на дальнейшее продвижение как в область более тяжелых ядер, так и в область больших энергий без потери аккуратности в расчетах.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность А.Ю. Конобееву, А.Ф. Гурбичу и В.П. Луневу за полезные обсуждения затронутых здесь проблем, а также Н.О. Савельевой за техническую помощь при подготовке данной статьи.

## Список литературы

1. *Gadioli E. et al.* // *Zeitschrift fur Physik, A – Atomic Nuclei.* - 1986. - V.325. - P.61-68.
2. *Satchler G.R.* *Direct nuclear reactions*, Oxford University Press, Oxford OX2 6DP, 1983.
3. *Сутенко А.Г.* *Теория ядерных реакций.* - М.: Энергоатомиздат, 1983.
4. *Престон М.* *Физика ядра.* - М.: Мир, 1964.
5. *Norman K. Glendenning.* // *Phys. Rev.* - 1965. - V.137. - №15.
6. *Zhang Jingchang, Yan Shiwei, Wang Cuilan.* // *Zeitschrift fur Physik A Hadrons and Nuclei.* - 1993. - A344.
7. *Iwamoto A. and Harada K.* // *Phys. Rev.* - 1982. - V.137. - №5.
8. *Fliessbach T.* // *Zeitschrift fur Physik A Hadrons and Nuclei*, 1976, A278.
9. *Baytan B.F. and Kalio A.* // *Phys. Rev.* - 1967. - V.156. - №4.
10. *Воршалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К.* *Квантовая теория углового момента.* - Л.: Наука, 1975.
11. *Крылов В.И.* *Приближенное вычисление интегралов.* - М.: Физ.-мат. лит., 1959.
12. *Kunz P.D. and Rost E.* *General description of DWUCK4*, Department of Physics University of Colorado.
13. *Bonetti R., Crespi F.* // *Nucl. Phys.* - 1989. - A499. - P.381-391.
14. *Falk W.R.* // *Phys. Rev.* - 1973. - V.8. - №8. - P.1757-1769.
15. *Gadioli E., Hodgson P.E.* // *Rep. Prog. Phys.* - 1989. - V.52. - P.247-299.
16. *Audi G., Wapstra A.H.* // *Nucl. Phys.* - A596. - V.4. - P.409-480.
17. *Bersellon O.* *SCAT2: un programme de modele optique spherique.*

Поступила в редакцию 2.03.99.

The experimental study carried out using probes of two types have shown that the violation of periodicity in staking of the cut spring rings results in distortion of the temperature field both over the length and radius of the TC. Thus a conclusion is reached that it is possible to extrapolate the size of the gas clearance on the base of the temperature field distribution.

**УДК 539.1.04:669.017.3**

*Cluster Structures in FCC-materials at High Levels of Radiation Damage* \ V.S. Khmelevskaya, N.V. Kulikova, A.V. Nakin, V.G. Malynkin; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 6 pages, 2 tables, 5 illustrations. - References, 8 titles.

It is shown, that in various metal materials (alloys on the basis Fe-Ni-Cr, Ni-Cr, Cu-Ni, Fe-Cr, V-Ti-Cr, and also pure Zr and Ti) as a results of interaction with ion radiation special non-equilibrium states arise. The model of local reorganization of a crystal lattice in the vicinity of vacancy is suggested atomic groups and small clusters of icosahedral symmetry are formed. The computer experiment shows that a bimodal distribution of lengths of edges of a polyhedron appears at such transformation and it should lead to splitting of X-ray diffraction peaks.

**УДК 539.163.517.91**

*Information Reference System «Transmutation of Nuclides in Nuclear Reactors»* \ V.I. Plyaskin, R.A. Kosilov; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 9 pages. - References, 5 titles.

Description of the information reference system is given permits to perform calculations of nuclides transmutation in nuclear reactors. The offered algorithms of calculation of the basic parameters of the transmutation are based on the directional graph of the transmutations of nuclides, have allowed to increase the rate of calculations. The calculations are carried out using newest databases for nuclear-physical constants which raise the reliability of results.

**УДК 539.17.212**

*Calculation of Angular Distribution of Direct Pick-up Reaction with Transfer of Three Nucleons* \ V.S. Masterov, N.P. Savelyev; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 6 pages, 5 illustrations. - References, 17 titles.

The computational model for the three-nucleon transfer reaction ( $p, \alpha$ ) is developed. The approach to calculation of the dynamic amplitude of the differential cross-section is offered. The results of calculations of the cross-sections for nuclei  $^{39}\text{K}$ ,  $^{42}\text{Ca}$ ,  $^{58}\text{Ni}$  within the energy range from 20 up to 72 MeV are given.