

## О МЕТОДЕ ОРУК ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕАКТИВНОСТИ\*

**Б.Д. Абрамов**

*ГНЦ РФ-Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского, г. Обнинск*



Рассматриваются актуальные вопросы математического моделирования нейтронной кинетики реактора и определения реактивности методом ОРУК.

### ВВЕДЕНИЕ

В работе формулируются обобщенные уравнения точечной кинетики реактора, позволяющие снять характерные для традиционных уравнений точечной кинетики ограничения на тип рассматриваемого функционала; учет зависимости констант распада предшественников запаздывающих нейтронов от вида порождающих их материнских нуклидов и спектра нейтронов в реакторе; на выбор форм-функций и т.д. Обсуждаются различные формы уравнений обратной кинетики (обращенных решений уравнений кинетики, ОРУК) для определения реактивности реактора, исследуются причины возникновения и способы минимизации погрешности метода ОРУК, зависимости ее от параметров запаздывающих нейтронов и т.д.

### 1. УРАВНЕНИЯ КИНЕТИКИ РЕАКТОРА

1.1. Рассмотрим, следуя [1-29], достаточно общую систему уравнений

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + M\varphi = F\varphi + \sum_{r,l,m'} (\lambda_{(r,l)}^{(m')} R_{(r,l)}^{(m')} - F_{(r,l)}^{(m')} \varphi) + Q, \quad (1.1a)$$

$$\frac{\partial R_{(r,l)}^{(m')}}{\partial t} = -\lambda_{(r,l)}^{(m')} R_{(r,l)}^{(m')} + F_{(r,l)}^{(m')} \varphi, \quad (1.16)$$

описывающих эволюцию потока нейтронов  $\varphi(x, E, \Omega, t)$  в реакторе, где  $Q(x, E, \Omega, t)$  – источник нейтронов;  $v$  – скорость нейтрона;  $R_{(r,l)}^{(m')} = \chi_{(r,l)}^{(m')} C_{(r,l)}^{(m')}$ ;  $\chi_{(r,l)}^{(m')}(E)$  – спектр;  $C_{(r,l)}^{(m')}(x, t)$  – концентрация предшественников запаздывающих нейтронов с постоянной распада  $\lambda_{(r,l)}^{(m')}$  и номером  $m' = m'(r, l)$ , рожденных при делении нуклида  $l$  нейтроном фракции  $r$ ;  $\beta_{(r,l)}^{(m')}$  – их доля;  $M, F, F_{(r,l)}^{(m')}$  – операторы, задаваемые формулами

$$M = \Omega \nabla + C, \quad C = \Sigma - S, \quad S = K_s, \quad F = K_f,$$

$$K_b \varphi = \int dE' \int d\Omega' \omega_b(x, E, E', \Omega, \Omega') \varphi(x, E', \Omega', t), \quad b = s, f,$$

**\* Исследования проведены при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и администрации Калужской области (проект № 04-01-97207).**

© Б.Д. Абрамов, 2004

$$F_{(r,l)}^{(m')} \Phi = \chi_{(r,l)}^{(m')}(E) \int dE' \beta_{(r,l)}^{(m')}(E') v_{fl}(E') \Sigma_{fl}(x, E') \Phi_r(x, E', t) / 4\pi,$$

на функциях  $\Phi(x, E, \Omega, t)$ , удовлетворяющих определенным условиям гладкости внутри и вакуумному граничному условию на поверхности  $\Gamma$  объема  $G$  реактора. Здесь зависимость коэффициентов уравнений (1.1) от времени не указывается,

$$\omega_{b'l}(x, E, E', \Omega, \Omega') = v_{b'l}(E') \Sigma_{b'l}(x, E') W_{b'l}(E', E, \Omega', \Omega), \quad \omega_s = \sum_{b' \neq c, f} \sum_l \omega_{b'l},$$

$$\omega_f = \sum_l \omega_{fl}, \quad \int dE \int W_{b'l}(E', E, \Omega', \Omega) d\Omega = 1, \quad \Sigma(x, E) = \sum_{b'} \sum_l \Sigma_{b'l}(x, E),$$

где  $v_{b'l}(E)$ ,  $W_{b'l}(E', E, \Omega', \Omega)$  – число вторичных нейтронов и плотность вероятности распределения их по энергиям  $E$  и направлениям разлета  $\Omega$ , образовавшихся в реакции типа  $b'$  нейтрона с ядром  $l$ -го нуклида;  $\Sigma_{b'l}(x, E') = N_l(x) \sigma_{b'l}(E')$  – макроскопическое сечение этой реакции;  $N_l(x)$  – плотность ядер  $l$ -го нуклида; суммирование ведется по номерам  $l$  нуклидов и типам  $b'$  процессов: упругого рассеяния ( $b' = e$ ), неупругого рассеяния ( $b' = i$ ), радиационного захвата ( $b' = c$ ), деления ( $b' = f$ ) и т.д. [5].

Уравнения (1.1) имеют несколько необычный вид, поскольку в них учитывается возможная зависимость постоянных распада предшественников от номера  $l$  материнского нуклида и от номера  $r$  энергетической фракции (спектра), к которой принадлежит инициировавший его деление нейтрон. Отсутствующая теоретически в силу спонтанного характера распада предшественников такая зависимость появляется, как известно [3, 24-28], при практическом определении эффективных групповых постоянных распада.

Действительно, в ходе экспериментального определения постоянные распада обычно приобретают параметрическую зависимость от спектра энергий нейтронов, инициировавших деления материнских ядер, в связи с чем, например, при измерениях с использованием тепловых или быстрых нейтронов появляются константы  $\lambda_{(r,l)}^{(m')}$ , соответствующие тепловым (thermal,  $r = t$ ) или быстрым (fast,  $r = f$ ) спектрам (фракциям) [3, 25-28].

Учет этой информации в предположении, что спектр энергий нейтронов в реакторе расщепляется на соответствующие фракции  $X_r$  так, что каждой из них сопоставляется своя концентрация предшественников  $C_{(r,l)}^{(m')}(x, t)$ , распадающихся с постоянными  $\lambda_{(r,l)}^{(m')}$ , и приводит к уравнениям (1.1), где  $\Phi_r$  – вклад глобального потока  $\Phi = \int d\Omega \Phi \approx \sum_r \Phi_r$  в  $X_r$ . Если вся область изменения энергии разбивается на непересекающиеся интервалы (фракции) с характеристическими функциями  $\theta_r(E)$ , то  $\Phi_r = \theta_r \Phi$ , если же используются налегающие друг на друга спектры (фракции)  $X_r$ , то  $\Phi_r = a_r X_r$ , где  $a_r(x, t)$  – коэффициенты, определяемые, например, из условия минимизации функционала  $\langle (\Phi - \sum_r a_r X_r)^2 \rangle$ , где  $\langle \cdot \rangle$  – интеграл по всем энергиям и т.д. [28].

Таким образом, уравнения (1.1) являются некоторым расширением традиционных уравнений распределенной кинетики реактора для учета экспериментальной зависимости постоянных распада предшественников от энергии нейтронов. В случае отсутствия таковой они переходят в уравнения работы [26], которые, в свою очередь, переходят при изменении порядка нумерации  $l, m' \rightarrow j$  в обычные уравнения кинетики

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + M \Phi = F \Phi + \sum_j (\lambda_j R_j - F_j \Phi) + Q, \quad \frac{\partial R_j}{\partial t} = -\lambda_j R_j + F_j \Phi, \quad (1.2)$$

являющиеся точными лишь в том случае, когда учитываются все возможные (их из-

вестно около 270 [25]) предшественники с их истинными постоянными распада  $\lambda_j$ , образовавшиеся лишь непосредственно в процессе деления. Последнее обусловлено тем, что прямой учет цепочек последовательных бета-распадов в этих уравнениях отсутствует [3].

1.2. Уравнения (1.1) весьма сложны. Их обычно преобразуют к некоторым упрощенным уравнениям точечной модели реактора с исключенной пространственной, энергетической и угловой зависимостью. Достаточно общие уравнения такого рода:

$$\left[ \frac{d}{dt} + \left( \bar{\alpha} - \frac{\rho - \bar{\beta}}{\Lambda} \right) \right] P = \left[ \sum_{m=1}^{\bar{m}} \bar{\lambda}^{(m)} \bar{c}^{(m)} + \bar{Q} \right] / k_p \Lambda, \quad (1.3a)$$

$$\left[ \frac{d}{dt} + \left( \bar{\lambda}^{(m)} - \bar{\alpha}^{(m)} \right) \right] \bar{c}^{(m)} = \bar{\beta}^{(m)} k_p P, \quad (1.3b)$$

эквивалентные (при  $\tilde{\psi} = \varphi$ ) уравнениям (1.1) относительно функционалов

$$P(t) = (p, \varphi), \quad \bar{c}^{(m)}(t) = \sum_{r, l, m' \in m} (\psi^*, R_{(r, l)}^{(m')}) \quad (1.4)$$

с коэффициентами

$$\bar{\alpha} = \frac{(\psi^*, v^{-1} \partial \xi / \partial t)}{(\psi^*, v^{-1} \xi)}, \quad \Lambda = \frac{(\psi^*, v^{-1} \tilde{\psi})}{(\psi^*, F \tilde{\psi})}, \quad k_p = \frac{(\psi^*, F \tilde{\psi})}{(p, \tilde{\psi})}, \quad (1.5a)$$

$$\bar{\lambda}^{(m)} = \frac{\sum_{r, l, m' \in m} (\psi^*, \lambda_{(r, l)}^{(m')} R_{(r, l)}^{(m')})}{\sum_{r, l, m' \in m} (\psi^*, R_{(r, l)}^{(m')})}, \quad \bar{\alpha}^{(m)} = \frac{\sum_{r, l, m' \in m} (\partial \psi^* / \partial t, R_{(r, l)}^{(m')})}{\sum_{r, l, m' \in m} (\psi^*, R_{(r, l)}^{(m')})}, \quad (1.5b)$$

$$\bar{\beta}_{(r, l)}^{(m')} = \frac{(\psi^*, F_{(r, l)}^{(m')} \tilde{\psi})}{(\psi^*, F \tilde{\psi})}, \quad \bar{\beta}_{(l)}^{(m')} = \sum_r \bar{\beta}_{(r, l)}^{(m')}, \quad \bar{\beta}^{(m)} = \sum_{l, m' \in m} \bar{\beta}_{(l)}^{(m')}, \quad (1.5b)$$

$$\bar{\beta} = \beta_{\text{эф}} = \sum_{m=1}^{\bar{m}} \bar{\beta}^{(m)}, \quad \bar{Q} = (\psi^*, Q), \quad \xi = \tilde{\psi} / (p, \tilde{\psi}), \quad (1.5g)$$

были предложены в [26]. Они уточняют уравнения Л.Н. Усачева [1], А.Ф. Henry [3, 8, 9] и другие по линии введения коэффициента  $k_p = (\psi^*, F \xi)$ , характеризующего отличие целевой весовой функций  $p$  от стандартной  $F^* \psi^*$ , а также поправок  $\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\alpha}^{(m)}$ , учитывающих деформации функций  $\tilde{\psi}$ ,  $\psi^*$  в ходе рассматриваемого процесса, и являются обобщением их для расчета произвольных функционалов  $P(p, \varphi)$  в общем случае зависимости функций  $\psi^*$ ,  $\tilde{\psi}$  от времени  $t$  и зависимости постоянных распада  $\lambda_{(r, l)}^{(m')}$  от номеров  $l$  нуклидов и  $r$  фракций; другие уравнения см. в [1-29].

Здесь  $m$  – номер эффективной группы запаздывающих нейтронов;  $\bar{m}$  – число групп;  $m' \in m$  – множество номеров  $m' = m'(l)$  предшественников, отнесенных к  $m$ -ой группе;  $(\cdot)$  – символ интегрирования по всем  $x \in G$  и  $E, \Omega$ ;  $p(x, E, \Omega, t) \geq 0$  – заданная функция (плотность искомого функционала  $P(p, \varphi)$ );  $\tilde{\psi}(x, E, \Omega, t) \geq 0$  – функция формы потока, выбираемая из тех или иных соображений аппроксимации (например,  $\tilde{\psi} = \psi$  или  $\tilde{\psi}(M - F)^{-1} Q$ );  $\psi, \psi^* \geq 0$  – положительные решения уравнений

$$M\psi = F\psi / k_{\text{эф}}, \quad (1.6a)$$

$$M^* \psi^* = F^* \psi^* / k_{\text{эф}}; \quad (1.6b)$$

$M^*, F^*$  – сопряженные к  $M, F$  операторы,  $k_{\text{эф}}$  – эффективный коэффициент размножения реактора,  $\rho = 1 - 1/k_{\text{эф}}$  – его реактивность, которая может в общем случае зависеть от времени в соответствии с соответствующей зависимостью сечений в уравнениях (1.6).

1.3. Свойства и методы решения уравнений типа (1.3) подробно обсуждались в [26-28]. Отметим некоторые из них. Так, например, в соответствии с представлением

$$\varphi(x, E, \Omega, t) = P(t) \tilde{\psi}(x, E, \Omega, t) / (p, \tilde{\psi}), \quad (1.7)$$

использованном при выводе уравнений (1.3), решение исходной задачи (1.1) распадается на решение уравнений (1.3) для амплитуды  $P$  и решение соответствующего уравнения для функции формы  $\xi = \tilde{\psi} / (p, \tilde{\psi})$  [26-28]. Это порождает различные приближенные методы типа квазистатического и т.п. [3,8,9,26]. Напомним некоторые из них.

Предполагая, например, что при  $t = t_{i-1}$  реактор описывался невозмущенными величинами  $M, F, F_{(r,l)}^{(m)}$  и  $\Psi_{i-1}^*, \tilde{\Psi}_{i-1}$ , а в интервале  $(t_{i-1}, t_i)$  выбирается  $\partial p / \partial t = 0$  и производится изменение (возмущение) сечений в форме

$$F' = F + \delta F, F_{(l)}'^{(m)} = F_{(l)}^{(m)} + \delta F_{(l)}^{(m)}, M' = M + \delta C, \quad (1.8)$$

можно вычислить по данным  $\Psi_{i-1}^*, \tilde{\Psi}_{i-1}$  и т.д. приближенные значения коэффициентов соответствующих уравнений типа (1.3),

$$\left( \frac{d}{dt} - \frac{\rho' - \bar{\beta}}{\Lambda} \right) P = \left( \sum_{m=1}^{\bar{m}} \bar{\lambda}'^{(m)} \bar{C}^{(m)} + \bar{Q} \right) / k_p \Lambda, \quad (1.9a)$$

$$\left( \frac{d}{dt} + \bar{\lambda}'^{(m)} \right) \bar{C}^{(m)} = \bar{\beta}'^{(m)} k_p P, \quad (1.9b)$$

с возмущенными коэффициентами

$$\rho' = \rho + \delta \rho, \bar{\beta}' = \bar{\beta} + \delta \bar{\beta}, \bar{\beta}'^{(m)} = \bar{\beta}^{(m)} + \delta \bar{\beta}^{(m)}, \bar{\lambda}'^{(m)} = \bar{\lambda}^{(m)} + \delta \bar{\lambda}^{(m)},$$

найти их решение  $P(t)$  в узлах некоторой мелкой сетки, после чего определить  $\Psi_i^*, \tilde{\Psi}_i$  из уравнений (1.5) и перейти к следующему шагу крупной сетки  $(t_i, t_{i+1})$ .

При этом вводимая таким образом «динамическая» [8,20] реактивность  $\rho'$  отличается в общем случае от нормативной, «статической» реактивности  $\rho = 1 - 1/k_{эф}$ ; функции  $\Psi^*$  (а значит и  $\bar{C}^{(m)}$ ) могут иметь разрывы при  $t = t_{i-1}$ ;

$$\rho' - \bar{\beta}' = \rho - \bar{\beta} + \delta \rho, \delta \rho = (\Psi^*, (\delta F_o - \delta C) \tilde{\psi}) / (\Psi^*, F \tilde{\psi}), \bar{\alpha}^{(m)} = \bar{\alpha} = 0; \quad (1.10)$$

величины  $\rho, \bar{\beta}, \bar{\beta}^{(m)}, \Lambda, \bar{\lambda}^{(m)}, k_p, \alpha^{(m)}, \bar{\alpha}, \Psi^*, \tilde{\psi}$  не зависят от  $t \in (t_{i-1}, t_i)$  и соответствуют невозмущенным состояниям при  $t = t_{i-1}, i = 1, 2, \dots; F_o = F - F_d, F_d = \sum_{r,l,m} F_{(r,l)}^{(m)}$ .

1.4. Отметим, что обычные уравнения точечной кинетики вытекают из уравнений (1.9) при выборе в качестве форм-функций каких-либо фиксированных решений уравнений (1.6) (соответствующих, например, некоторому критическому состоянию и т.п.) в рамках предположений о том, что данному нуклиду  $l$  в данной группе  $m$  может соответствовать, как обычно, лишь один эффективный предшественник, и что

$$p = F^* \Psi^*, \bar{\beta}'^{(m)} \approx \bar{\beta}^{(m)}, \bar{\lambda}'^{(m)} \approx \bar{\lambda}^{(m)}, \quad (1.11)$$

когда  $k_p = 1$  и уравнения (1.9) переходят в уравнения

$$\Lambda \frac{dP}{dt} = (\rho' - \bar{\beta})P + \sum_{m=1}^{\bar{m}} \bar{\lambda}^{(m)} \bar{C}^{(m)} + \bar{Q}, \frac{d\bar{C}^{(m)}}{dt} = -\bar{\lambda}^{(m)} \bar{C}^{(m)} + \bar{\beta}^{(m)} P \quad (1.12)$$

точечной кинетики традиционного вида, но с учетом возможных процедур свертки постоянных распада. Такие уравнения часто применяются и без использования каких-либо процедур свертки постоянных распада путем распространения суммирования в (1.12) на все предшественники, присутствующие в смеси (когда суммирование по  $l, m$  заменяется на суммирование по некоторому индексу типа

$i = (l-1)\bar{m} + m, l = 1, 2, \dots; m = 1, 2, \dots, \bar{m}$ ), что приводит, однако, к соответствующему увеличению числа уравнений (1.12) [13].

## 2. УРАВНЕНИЯ ОБРАТНОЙ КИНЕТИКИ

2.1. Обратимся к выводу и обсуждению уравнений обратной кинетики реактора (или, в терминах работы [2], обращенных решений уравнения кинетики, ОРУК). Напомним, если прямые уравнения кинетики (уравнения предыдущего раздела) используются для определения изменений потока по заданным изменениям сечений или реактивности, то обратные уравнения кинетики, наоборот, используются для определения изменений реактивности по известным из эксперимента или расчета изменениям потока нейтронов.

Известно достаточно много различных ОРУК [2-29]. Отметим некоторые из них.

Рассмотрим сначала характерную для импульсных экспериментов [6] постановку задачи о решении уравнения (1.3) с импульсным источником  $Q = q(x, E, \Omega)\delta(t)$  в предположении о неизменности свойств реактора, независимости функций  $\psi^*$ ,  $\rho$ ,  $p$  от времени и в пренебрежении запаздывающими нейтронами, т.е. уравнения

$$\left[ \frac{d}{dt} + \left( \bar{\alpha} - \frac{\rho - \bar{\beta}}{\Lambda} \right) \right] P = \bar{q} \delta(t) / k_p \Lambda, \quad (2.1)$$

где в данном случае  $\bar{\alpha} = d[\ln(k_p \Lambda)] / dt$ ,  $\bar{q} = (\psi^*, q)$ . Его решение имеет вид

$$P(t) = \frac{\bar{q}}{k_p(t) \Lambda(t)} \exp \left\{ \int_0^t dt' \frac{\rho - \bar{\beta}(t')}{\Lambda(t')} \right\}, \quad (2.2)$$

и оно точное в том смысле, если коэффициенты  $\bar{\beta}$ ,  $\Lambda$ ,  $k_p$  вычислены с весом  $\tilde{\psi} = \phi$  точного решения  $\phi$  надлежащего уравнения (1а) без учета запаздывающих нейтронов:

$$(1/\nu) \partial \phi / \partial t + M \phi = F_o \phi + Q, \quad (2.3)$$

то формула (2.2) дает точное значение соответствующего функционала  $P = (p, \phi)$ .

Искомое ОРУК для определения  $\rho$  по известным  $P$ ,  $\bar{\beta}$ ,  $\Lambda$ ,  $k_p$  принимает тогда вид

$$\rho = \left[ \ln \frac{k_p(t) \Lambda(t)}{\bar{q}} P(t) + \int_0^t dt' \frac{\bar{\beta}(t')}{\Lambda(t')} \right] / \left[ \int_0^t dt' \frac{1}{\Lambda(t')} \right], \quad (2.4)$$

и оно в указанном смысле также является точным. Более известные [6, 20] формы записи уравнений типа (2.2), (2.4) вытекают из (2.2), (2.4) при  $\tilde{\psi} = \phi$ , когда  $k_p \Lambda P = (\psi^*, \phi / \nu)$ .

2.2. Перейдем к обсуждению ОРУК, оперирующих с кинетикой на запаздывающих нейтронах. Трансформируя уравнения (1.3) к эквивалентному уравнению

$$\frac{\rho}{\bar{\beta}} = 1 + \frac{\Lambda \alpha}{\bar{\beta}} - \frac{\bar{Q}}{k_p \bar{\beta} P} - \sum_{m=1}^{\bar{m}} \bar{\lambda}^{(m)} \int_{-\infty}^t dt' \frac{k_p(t') \bar{\beta}^{(m)}(t') P(t')}{k_p(t) \bar{\beta}(t) P(t)} e^{-\int_{t'}^t dt'' (\bar{\lambda}^{(m)} - \bar{\alpha}^{(m)})},$$

выводим отсюда в предположении

$$\Lambda |\alpha| \ll \bar{\beta} = \beta_{эф}, \quad \alpha = (\psi^*, \nu^{-1} \partial \phi / \partial t) / (\psi^*, \nu^{-1} \phi), \quad (2.5)$$

используем обычно при описании сравнительно медленных процессов перераспределения предшественников [17], одну из новых разновидностей такого рода ОРУК [27]:

$$\rho / \bar{\beta} = 1 - \left[ \bar{Q} + \sum_{m=1}^{\bar{m}} \bar{\lambda}^{(m)} \int_{-\infty}^t dt' \epsilon^{(m)}(t') P(t') e^{-\int_{t'}^t dt'' (\bar{\lambda}^{(m)} - \bar{\alpha}^{(m)})} \right] / \epsilon(t) P(t) \quad (2.6)$$

с коэффициентами

$$\varepsilon^{(m)}(t') = k_p(t')\bar{\beta}^{(m)}(t'), \quad \varepsilon(t) = k_p(t)\bar{\beta}(t), \quad (2.7)$$

для определения реактивности  $\rho/\bar{\beta}$  в долларах.

Особенностью ОРУК (2.6) является использование коэффициентов  $\bar{\alpha}^{(m)}(t), \bar{\lambda}^{(m)}(t)$ . Оно также дает точное значение искомой реактивности, если его коэффициенты вычисляются с весом  $\tilde{\Psi} = \varphi$  точного решения  $\varphi$  соответствующих уравнений (1.1) в приближении мгновенного скачка (когда в левой части уравнения (1.1a) кладется  $\partial\varphi/\partial t = 0$ ).

2.3. Более традиционную разновидность ОРУК, не использующую свертку постоянных распада, можно записать в виде эквивалентного (2.6) уравнения [27]

$$\rho/\bar{\beta} = 1 - \left\{ \bar{Q} + \sum_{r;l,m'} \lambda_{(r,l)}^{(m')} \int_{-\infty}^t dt' \varepsilon_{(r,l)}^{(m')}(t, t') P(t') e^{-\lambda_{(r,l)}^{(m')}(t-t')} \right\} / \varepsilon(t) P(t) \quad (2.8)$$

с коэффициентами

$$\varepsilon_{(r,l)}^{(m')}(t, t') = (\psi_t^*, F_{(r,l)}^{(m')} \xi_{t'}), \quad \varepsilon(t) = k_p \bar{\beta} = \sum_{r,l,m'} (\psi_t^*, F_{(r,l)}^{(m')} \xi_t), \quad (2.9)$$

где  $\psi^* = \psi_t^*$ ,  $\varphi_{t'} = \varphi(x, E, \Omega, t')$ .

Уравнение (2.8) является обобщением ОРУК работ [2-19] на случай зависимости  $\lambda_{(r,l)}^{(m')}$  от  $r$ . Оно дает точное значение  $\rho$ , если его коэффициенты вычисляются с весом точного решения уравнений (1.1a) в приближении мгновенного скачка.

2.4. Ряд важных разновидностей ОРУК вытекает из уравнений (2.4)–(2.9) в случае перехода от прежней одноточечной (1.7) к многоточечным аппроксимациям вида [26]:

$$\varphi(x, E, \Omega, t) \approx \sum_k P_k(t) \xi_k(x, E, \Omega, t), \quad \xi_k = \theta_k \tilde{\Psi}_k / (p_k, \theta_k \tilde{\Psi}_k), \quad (2.10)$$

применяемым обычно при наличии в реакторе нескольких датчиков (детекторов нейтронов) с «сечениями»  $p_k(x, E, \Omega)$ , локализованных в непересекающихся подобластях  $G_k$ , на которые условно подразделяется исходная область реактора  $G$ , где  $\theta_k$  – характеристическая функция подобласти  $G_k$ , а  $\tilde{\Psi}_k$  – функция формы в ней.

Эти разновидности можно получить из соответствующих уравнений (2.4)–(2.9), если заменить в них  $\xi P \rightarrow \varphi$  и затем воспользоваться аппроксимацией (2.10). Они в общем случае отличаются от исходных ОРУК, поскольку из (1.7) при  $p = p_1 + p_2 + \dots$  следует, что

$$\varphi(x, E, \Omega, t) \approx \tilde{\Psi}(x, E, \Omega, t) \left[ \sum_k P_k(t) \right] / \left[ \sum_k (p_k, \tilde{\Psi}) \right]. \quad (2.11)$$

Дальнейшие обобщения получают при переходе в (2.4)–(2.9) к аппроксимациям

$$\varphi(x, E, \Omega, t) \approx \sum_{k,i} P_k^i(t) \xi_k^i(x, E, \Omega, t), \quad \xi_k^i = \theta_k^i \tilde{\Psi}_k^i / (p_k^i, \theta_k^i \tilde{\Psi}_k^i), \quad (2.12)$$

нацеленным на дифференциацию детекторов как по пространству, так и по энергии, где  $\theta_k^i(x, E) = \theta_k(x) \theta^i(E)$ ,  $\theta^i(E)$  – характеристическая функция  $i$ -го интервала энергии.

В этих ОРУК суммирование показаний  $P_k$  датчиков будет производиться с весом функции ценности нейтронов деления, что часто считается более предпочтительным [29].

2.5. Некоторые другие разновидности ОРУК можно получить, рассматривая уравнения (1.1) в текущий момент времени, а уравнение (1.6b) и его решение  $\psi^* = \psi_{t_0}^*$  – в фиксированный момент  $t_0$ . Пусть также  $F_{t_0}, F_{d_{t_0}}, \dots$  – операторы  $F, F_d, \dots$  при  $t = t_0$ . Тогда из уравнений (1.1), (1.6) в предположении (2.5) вытекает, например, ОРУК вида:

$$\rho/\bar{\beta}=1-\left\{\bar{Q}_o+\sum_{r,l,m'}\lambda_{(r,l)}^{(m')}\int_{-\infty}^tdt'\varepsilon_{(r,l)}^{(m')}(t_o,t')P(t')e^{-\lambda_{(r,l)}^{(m')}(t-t')}\right\}/\varepsilon_o(t)P(t) \quad (2.13)$$

с коэффициентами

$$\varepsilon_{(r,l)}^{(m')}(t_o,t')=(\psi_{t_o}^*,F_{(r,l)}^{(m')}\xi_{t'}), \quad \varepsilon_o(t)=(\psi_{t_o}^*,F_d\xi_t), \quad \bar{Q}_o=(\psi_{t_o}^*,Q) \quad (2.14)$$

для отыскания так называемой [8,20] динамической реактивности  $\rho$

$$\rho=\rho_o+\delta\rho, \quad \delta F=F-F_{t_o}, \quad \delta C=C-C_{t_o}, \quad (2.15a)$$

$$\delta\rho=\frac{(\psi^*,(\delta F-\delta C)\varphi_t)}{(\psi^*,F_{t_o}\varphi_t)}, \quad \bar{\beta}=\frac{(\psi^*,F_d\varphi_t)}{(\psi^*,F_{t_o}\varphi_t)}, \quad (2.15b)$$

где  $\rho_o$  – реактивность в момент  $t_o$  и т.д. (см. [27]).

В аналогичных предположениях вместо ОРУК (2.6) получается ОРУК вида

$$\rho/\bar{\beta}=1-\left[\bar{Q}_o+\sum_{m=1}^{\bar{m}}\bar{\lambda}^{(m)}\int_{-\infty}^tdt'\varepsilon^{(m)}(t_o,t')P(t')e^{-\int_{t'}^t\bar{\lambda}^{(m)}(t'')dt''}\right]/\varepsilon_o(t)P(t), \quad (2.16)$$

где  $\varepsilon^{(m)}(t_o,t')$  дается формулой (2.7) при замене  $\psi_{t'}^* \rightarrow \psi_{t_o}^*$ .

ОРУК (2.13),(2.16) также являются точными уравнениями в том смысле, если их коэффициенты вычисляются с весом  $\tilde{\psi}=\varphi$  точного решения  $\varphi$  соответствующих уравнений (1.1) в приближении мгновенного скачка, то они дают точное значение динамической реактивности  $\rho$ , определяемой формулами (2.15). Последняя, однако, отличается в общем случае от нормативной, статической реактивности  $\rho=1-1/k_{\text{эф}}$ , в частности, тем, что может испытывать изменения, обусловленные изменениями во времени  $\varphi$  (или  $\xi$ ), и при неизменном состоянии реактора, а значит не является (по Я.В. Шевелеву [20]) мерой отклонения реактора от критического состояния.

Среди прочих ОРУК отметим также ОРУК для определения реактивности стационарного подкритического состояния реактора с внешним источником  $Q$ :

$$\rho=-Q/(\psi^*,F\varphi), \quad \varphi=(M-F)^{-1}Q; \quad (2.16)$$

ОРУК, связанные с использованием функций  $\psi^*$ , отличных от функции ценности нейтронов деления (и предназначенные, таким образом, для определения реактивностей  $\rho$ , отличных от нормативной реактивности  $\rho=1-1/k_{\text{эф}}$ ) и т.п. [2-29].

2.6. Было отмечено, что для получения точных значений искомой реактивности коэффициенты ОРУК (2.6),(2.8) следует вычислять с весом  $\tilde{\psi}=\varphi$  решения  $\varphi$  уравнений (1.1) в приближении мгновенного скачка (а вовсе не точного решения, как это иногда предполагается). На практике же используют иные подходы. Обсудим некоторые из них.

Обратимся к задаче с мгновенным вводом возмущения в момент  $t=0$ . Предполагая, что при  $t<0$  и  $t>0$  свойства реактора фиксированы, что  $\partial\rho/\partial t=0$ , и полагая

$$\tilde{\psi}\approx\theta(-t)\psi_-+\theta(t)\psi_+, \quad \psi^*\approx\theta(-t)\psi_-^*+\theta(t)\psi_+^*, \quad (2.17)$$

где  $\psi_{\pm}, \psi_{\pm}^*$  – известные функции,  $\theta(\pm t)$  – функции Хевисайда, равные единице при  $t\geq 0$  и нулю при прочих  $t$ , трансформируем (2.8) при  $t>0$  к ОРУК вида:

$$\rho/\bar{\beta}=1-\left\{Q_{\text{эф}}+\sum_{r,l,m'}a_{(r,l)}^{(m')}\lambda_{(r,l)}^{(m')}\left[\eta_{(r,l)}^{(m')}\int_{-\infty}^0+\int_0^t\right]e^{-\lambda_{(r,l)}^{(m')}(t-t')}P(t')dt'\right\}/P(t), \quad (2.18)$$

которое является непосредственным обобщением традиционных ОРУК типа уравнения (4.38) работы [17] по линии учета зависимости  $\lambda_{(r,l)}^{(m')}$  от  $r, l, m'$ , где

$$a_{(r,l)}^{(m')}=\frac{(\psi_+^*,F_{(r,l)}^{(m')}\xi_+)}{(\psi_+^*,F_d\xi_+)}, \quad \eta_{(r,l)}^{(m')}=\frac{(\psi_+^*,F_{(r,l)}^{(m')}\xi_-)}{(\psi_+^*,F_{(r,l)}^{(m')}\xi_+)}, \quad Q_{\text{эф}}=\frac{\bar{Q}_+}{\varepsilon_+}, \quad (2.19)$$

а  $\varepsilon_{\pm}, \xi_{\pm}, \bar{Q}_{\pm}$  – значения функций  $\varepsilon(t), \xi(t), \bar{Q}$  при  $t_{\pm} \geq 0$  [27].

2.7. Аналогичным образом формируются ОРУК (2.8) и другие ОРУК в задаче определения реактивности реактора, переходящего под воздействием распределенного в промежутке  $(t_+ - t_-)$  возмущения (движения стержня и т.д.) из одного фиксированного состояния при  $t < t_-$  в другое при  $t > t_+$ . Предполагая, что форм-функции меняются от исходного до конечного состояния пропорционально изменению некоторого параметра  $\tau(t)$  (реактивности [12], координаты стержня и т.п.):

$$\zeta = \psi^*, \psi: \zeta(t) = \zeta_-, t < t_-; \zeta(t) = \zeta_+, t > t_+; \quad (2.20a)$$

$$\zeta(t) = \zeta_t = \zeta_- \frac{\tau_+ - \tau(t)}{\Delta} + \zeta_+ \frac{\tau(t) - \tau_-}{\Delta} = \zeta_- + (\zeta_+ - \zeta_-) \tilde{\tau}(t), \quad (2.20б)$$

$$\tilde{\tau}(t) = (\tau(t) - \tau_-) / \Delta, \Delta = \tau_+ - \tau_-, \tau_{\pm} = \tau(t_{\pm}), t \in (t_-, t_+), \quad (2.20в)$$

и подставляя (2.20) в (2.9), можно выписать конкретные выражения коэффициентов и само соответствующее ОРУК (2.8), которое при  $t > t_+$  можно представить в виде [27]

$$\frac{\rho}{\beta} = 1 - \left\{ \frac{Q_{эф}}{P(t)} + \sum_{r,l,m'} \frac{a_{(r,l)}^{(m')}\lambda_{(e,l)}^{(m')}}{P(t)} \left[ \eta_{(r,l)}^{(m')} \int_{-\infty}^{t_-} + \int_{t_-}^{t_+} \mu_{(r,l)}^{(m')} + \int_{t_+}^t \right] e^{-\lambda_{(r,l)}^{(m')}(t-t')} P(t') dt' \right\}, \quad (2.21)$$

где  $a_{(r,l)}^{(m')}, \eta_{(r,l)}^{(m')}$ ,  $Q_{эф}$  даются прежними формулами (2.19), а коэффициент

$$\mu_{(r,l)}^{(m')}(t') = \frac{(\psi_+^*, F_{(r,l)}^{(m')}\xi_{t'})}{(\psi_+^*, F_{(r,l)}^{(m')}\xi_+)} \quad (2.22)$$

пробегает значения от  $\eta_{(r,l)}^{(m')}$  при  $t = t_-$  до 1 при  $t = t_+$ . Отметим, что при  $t > t_+$  ОРУК (2.21) отличается от ОРУК (2.18) лишь уточнением поведения реактора во время действия возмущения и переходит в него при  $t_+ \rightarrow t_- = 0$  (см. [12, 17, 27]).

Согласно этим формулам, коэффициенты (2.19), (2.22) ОРУК (2.18), (2.21) вычисляются приближенно с использованием форм-функций (2.17), (2.20), рассчитываемых обычно на основе условно критических уравнений (1.6). Иногда используются и другие аппроксимации, когда эти коэффициенты рассчитываются, например, с весом численного решения уравнений (1.1) для данной модели эксперимента [29] или определяются, скажем, методом наименьших квадратов в ходе самого эксперимента [7, 12].

### 3. О ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДА ОРУК

3.1. Отыскание  $\rho/\bar{\beta}$  по методу ОРУК сводится, как известно [2, 17], к вычислению правых частей соответствующих уравнений типа (2.4), (2.6), (2.8) по заданным (например, расчетным) значениям коэффициентов и экспериментальным значениям функционала  $P(t)$ , характеризующего показания детекторов нейтронов в реакторе.

Но всегда ли метод ОРУК приводит к отысканию реактивности? Ведь реактивность, в соответствии с нормативным определением, принятом экспертами МАГАТЭ в 1969 г. [4], есть  $1 - 1/k_{эф}$ , где  $k_{эф}$  – эффективный коэффициент размножения нейтронов в реакторе, характеризующий отношение числа нейтронов деления в соседних поколениях и не допускающий обычно [17] непосредственного измерения, поскольку отделить одно поколение нейтронов от другого в реальном реакторе затруднительно. А, кроме того, известно и множество других определений реактивности, как меры отклонения реактора от критического состояния [8,20]. Таким образом, сама постановка задачи об измерении реактивности нуждается, вообще говоря, в некотором уточнении.



Рассмотрим в этой связи, скажем, ОРУК (2.8). Очевидно, что если исходное и конечное состояния реактора неизвестны, то ничего измерить методом ОРУК нельзя, поскольку, чтобы определить с помощью ОРУК (2.8) реактивность, нужно знать его коэффициенты (2.9); а чтобы вычислить коэффициенты, нужно знать начальное и конечное состояния реактора. Если же интересующее нас конечное состояние реактора известно недостоверно, то речь может идти лишь о приближенном определении реактивности в дополнительном предположении о малости возмущения и/или о неизменности коэффициентов (2.9) в ходе возмущения. Тогда их можно рассчитать заранее (например, для исходного состояния реактора и/или для некоторого вероятного состояния после возмущения) и затем по измеренным  $P(t)$  вычислить реактивность. Однако в итоге можно получить не искомую реактивность, а некоторую иную, отличную от нее величину типа динамической реактивности [27].

3.2. Уточним эти положения. Истинной (нормативной) реактивностью назовем, следуя [4], величину  $\rho_{ист} = 1 - 1/k_{эф}^{ист}$ , где  $k_{эф}^{ист}$  – истинный эффективный коэффициент размножения нейтронов в реакторе (существование которого математически строго установлено в работе [5]). Пусть также  $\rho_{укр} = 1 - 1/k_{эф}^{укр}$  – реактивность, определяемая из решения уравнений (1.6);  $\rho_{экс}$  – реактивность, определяемая экспериментально с помощью реактиметра по методу ОРУК; а  $\rho_{чис}$  – реактивность, полученная по методу ОРУК в ходе численного моделирования эксперимента по уравнениям (1.1) (в приближении мгновенного скачка), т.е. при замене  $P_{экс} \rightarrow P_{чис}$ , где  $P_{чис}$  – расчетные показания датчиков по модели (1.1). Предполагается, что  $\rho_{экс} = \rho_{чис}$ , если  $P_{экс} = P_{чис}$ . Тогда систематические погрешности метода ОРУК можно охарактеризовать мерой отличия  $\rho_{экс}$  от  $\rho_{ист}$ . Эти погрешности условно делятся на три группы:

а) погрешности экспериментального определения  $P_{экс}$  истинных показаний  $P_{ист}$ ;  
б) погрешности математической модели (1.1) описания кинетики реактора;  
в) погрешности рассматриваемого ОРУК относительно исходной модели (1.1), где погрешности (а) обусловлены несовершенством аппаратуры, радиационным фоном, и т.д. и выражаются в отклонении  $P_{экс}$  от  $P_{ист}$ ; погрешности (б) связаны с неадекватным описанием реальных процессов в реакторе с помощью модели (1.1) и проявляются, в частности, в отклонении  $\rho_{ист}$  от  $\rho_{укр}$ ; погрешности (в) обусловлены рассогласованием математических моделей (1.1) и ОРУК, выражающемся в отклонении  $\rho_{укр}$  от  $\rho_{чис}$ .

При этом минимизация погрешностей типа (б) достигается лишь на пути уточнения как самих исходных уравнений (1.1), так и входящих в них нейтронно-физических параметров (сечений реакций, констант), и в этом смысле выходит за рамки метода ОРУК. Для минимизации погрешностей типа (в) обычно прибегают либо к уточнению коэффициентов ОРУК путем введения «эффективностей детекторов» типа (2.9) [7, 12, 13, 17, 19, 29], либо к коррекции  $\rho_{экс}$  с помощью поправок вида [13,18,22]

$$\rho_{ист} \approx \rho_{экс} \gamma, \gamma = \rho_{укр} / \rho_{чис}, \quad (3.1a)$$

$$\rho_{ист} \approx \rho_{экс} + \delta, \delta = \rho_{укр} - \rho_{чис} \quad (3.16)$$

с целью обеспечения равенства  $\rho_{ист} = \rho_{укр}$  в случае  $\rho_{экс} = \rho_{чис}$ .

Подобные процедуры используются обычно для минимизации пространственных эффектов реактивности, выражающихся в зависимости  $\rho_{экс}$  от места расположения детектора в реакторе и, тем самым, в отклонении  $\rho_{экс}$  от  $\rho_{ист}$  [2-29]. Они не решают, однако, проблемы полностью, поскольку не устраняют погрешности типов (а), (б), включая обсуждаемые ниже погрешности за счет данных по запаздывающим нейтронам.

3.3. Таким образом, метод ОРУК характеризуется сразу несколькими реактивностями, обладающими различными свойствами. Рассмотрим некоторые из них.

Влияние вариаций  $\delta\lambda_{(r,l)}^{(m)}, \delta\beta_{(r,l)}^{(m)}$  на  $\rho_{укр}$  обсудим в рамках представления

$$\omega_f(x, E, E', \Omega, \Omega') = \sum_l \chi_l(E, E') v_{fl}(E') \Sigma_{fl}(x, E') / 4\pi, \quad (3.2)$$

где, как обычно [1-11], либо

$$\chi_l(E, E') = \chi_{(l)}(E) [1 - \beta_{(l)}(E')] + \sum_{r, m'} \chi_{(r, l)}^{(m')}(E) \beta_{(r, l)}^{(m')}(E'), \quad (3.2a)$$

либо в дополнительном приближении

$$\chi_l(E, E') = \chi_{(l)}(E), \quad (3.26)$$

где  $\chi_{(r, l)}^{(m')}$ ,  $\chi_{(l)}$  – спектры запаздывающих и мгновенных нейтронов;  $\beta_{(l)} = \sum_{r, m'} \beta_{(r, l)}^{(m')}$ .

Пусть также

$$\delta\rho = \rho' - \rho = \frac{(\psi^*, (\delta F / k'_{эф} - \delta C) \psi')}{(\psi^*, F \psi')} \approx \frac{(\psi^*, (\delta F / k_{эф} - \delta C) \psi)}{(\psi^*, F \psi)} \quad (3.3)$$

– возмущение  $\rho_{укр}$  при внесении в реактор возмущений  $\delta C$ ,  $\delta F$ , где  $k_{эф}$ ,  $\psi$  и  $k'_{эф}$ ,  $\psi'$  – положительные решения уравнений  $M\psi = F\psi/k_{эф}$ ,  $M'\psi' = F'\psi'/k'_{эф}$ , описывающих реактор до и после возмущения,  $\rho = 1 - 1/k_{эф}$ ,  $\rho' = 1 - 1/k'_{эф}$ . Тогда, если возмущением является  $\delta\beta_{(r, l)}^{(m')}$ , то из (3.2), (3.3) следует, что в данном случае

$$\delta\rho \approx \int dx \int dE [\chi_{(r, l)}^{(m')} - \chi_{(l)}] \Phi^* \int dE' \delta\beta_{(r, l)}^{(m')} v_{fl} \sigma_{fl} N_l \Phi_r / k_{эф} (\psi^*, F \psi). \quad (3.4)$$

Из (3.4) вытекает, что эффект от изменения долей  $\beta_{(r, l)}^{(m')}$  запаздывающих нейтронов будет отличным от нуля лишь при учете различий в спектрах мгновенных и запаздывающих нейтронов деления, и он равен нулю в противном случае (3.26). Что же касается зависимости  $\rho_{укр}$  от постоянных распада  $\lambda_{(r, l)}^{(m')}$  и  $Q$ , то таковая вообще отсутствует, поскольку последние просто не фигурируют в уравнениях (1.6).

3.4. Таким образом, влияние неточностей в данных по запаздывающим нейтронам и источнику на реактивность  $\rho_{укр}$  сравнительно мало для  $\beta_{(r, l)}^{(m')}$  и совсем отсутствует для  $\lambda_{(r, l)}^{(m')}$  и  $Q$ . Иначе обстоит дело с реактивностью  $\rho_{чис}$  определяемой правыми частями ОРУК (2.6), (2.8), в силу которых она приобретает очевидную зависимость от  $\lambda_{(r, l)}^{(m')}$ , от источника  $\bar{Q}$  и т.п. Рассмотрим эти вопросы на упрощенном примере ОРУК вида:

$$\frac{\rho}{\beta} = 1 - \frac{1}{n(t)} \sum_i a_i \lambda_i \int_{-\infty}^t dt' n(t') e^{-\lambda_i(t-t')} - \frac{q}{\beta n(t)}, \quad (3.5)$$

вытекающего из обычных уравнений точечной кинетики типа (1.12).

$$0 = (\rho - \beta)n + \sum_i \lambda_i c_i + q, \quad \frac{dc_i}{dt} = -\lambda_i c_i + \beta_i n, \quad (3.6)$$

с постоянными коэффициентами  $a_i = \beta_i/\beta$  в приближении  $\Lambda = 0$ , где в данном случае  $n(t)$ ,  $q$  – поток и внешний источник нейтронов. Более общее рассмотрение см. в [27].

Пусть  $\delta\beta_i$ ,  $\delta\lambda_i$ ,  $\delta q$ ,  $\delta n$  – вариации параметров  $\beta_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $q$  и потока  $n$ . Тогда обусловленное ими приращение  $\delta(\rho/\beta)$  величины  $\rho/\beta$  может быть представлено в рамках теории малых возмущений, например, в виде

$$\delta\left(\frac{\rho}{\beta}\right) = \sum_i \left[ \frac{\partial}{\partial \beta_i} \left(\frac{\rho}{\beta}\right) \delta\beta_i + \frac{\partial}{\partial \lambda_i} \left(\frac{\rho}{\beta}\right) \delta\lambda_i \right] + \frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{\rho}{\beta}\right) \delta q + \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\rho}{\beta}\right) \delta n, \quad (3.7)$$

где в соответствии с непосредственным дифференцированием уравнения (3.5)

$$\frac{\partial}{\partial \beta_i} \left( \frac{\rho}{\beta} \right) = \left( \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta_i} \right) \frac{a_i \lambda_i}{n(t)} \int_{-\infty}^t dt' n(t') e^{-\lambda_i(t-t')} + \frac{q}{\beta^2 n(t)}, \quad (3.8a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_i} \left( \frac{\rho}{\beta} \right) = -\frac{a_i \lambda_i}{n(t)} \int_{-\infty}^t dt' n(t') \left[ \frac{1}{\lambda_i} - (t-t') \right] e^{-\lambda_i(t-t')}, \quad \frac{\partial}{\partial q} \left( \frac{\rho}{\beta} \right) = \frac{-1}{\beta n(t)}; \quad (3.8б)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\rho}{\beta} \right) \delta n \approx \sum_i a_i \lambda_i \int_{-\infty}^t dt' \frac{n(t')}{n(t)} \left[ \frac{\delta n(t)}{n(t)} - \frac{\delta n(t')}{n(t')} \right] e^{-\lambda_i(t-t')} + \frac{q}{\beta} \frac{\delta n(t)}{n^2(t)} \quad (3.8в)$$

и предположено, что подаваемый на вход ОРУК (3.5) поток  $n(t) = n_{\text{ЭКС}}$  не зависит от выбора параметров запаздывающих нейтронов и источника в уравнении (3.5).

Согласно (3.7), (3.8), реактивность, которая не должна, казалось бы, зависеть в этой задаче от  $\delta\beta_i$ ,  $\delta\lambda_i$ ,  $\delta q$ , такую зависимость проявляет. Обсудим причины этого.

3.5. Появление зависимости реактивности от  $\beta_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $q$  здесь обусловлено предположением о независимости  $n_{\text{ЭКС}} = n_{\text{чис}} + \delta n$  от  $\beta_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $q$ , поскольку на самом деле  $n_{\text{чис}}$  как решение уравнений (3.6), конечно же, зависит от  $\beta_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $q$ , а учет этой зависимости как раз и аннулирует соответствующие производные в (3.7), ибо условие независимости  $\rho$  от  $\beta_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $q$  вытекает из самой постановки задачи (3.6) как задачи с заданным  $\rho$ .

Следовательно, правильный результат мы получим, переходя в (3.7) от частных производных по  $\beta_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $q$  к полным:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho}{\beta} \right) \rightarrow \frac{d}{dx} \left( \frac{\rho}{\beta} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho}{\beta} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\rho}{\beta} \right) \frac{\partial n}{\partial x}, \quad x = \beta_i, \lambda_i, q, \quad (3.9)$$

и преобразуя, тем самым, в силу полной компенсации вкладов от соответствующих приращений  $\delta\beta_i$ ,  $\delta\lambda_i$ ,  $\delta q$ , формулу (3.7) к виду

$$\delta\rho \approx \sum_i a_i \lambda_i \int_{-\infty}^t dt' \frac{n(t')}{n(t)} \left[ \frac{\delta n(t)}{n(t)} - \frac{\delta n(t')}{n(t')} \right] e^{-\lambda_i(t-t')} + \frac{q}{\beta} \frac{\delta n(t)}{n^2(t)}. \quad (3.10)$$

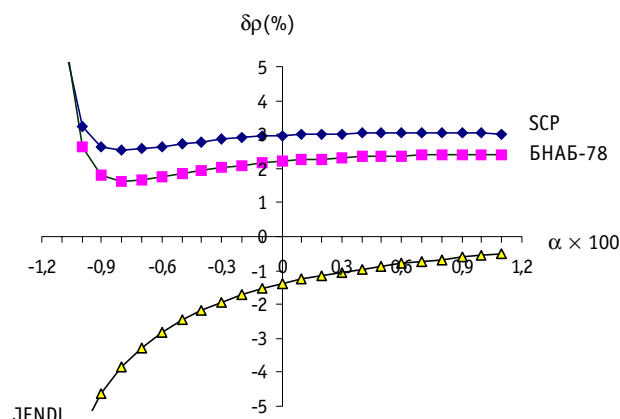
В итоге приходим к важному выводу о том, что при малых  $\delta n$  в линейном по возмущениям  $\delta\beta_i$ ,  $\delta\lambda_i$ ,  $\delta q$ ,  $\delta n$  приближении (когда соответствующими квадратичными и т.п. членами можно пренебречь), зависимость  $\rho_{\text{ЭКС}}$  от  $\beta_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $q$  можно не учитывать.

В общем же случае произвольных  $\delta n = n_{\text{ЭКС}} - n_{\text{чис}}$ , когда упомянутая компенсация вкладов уже не будет полной, зависимость  $\rho_{\text{ЭКС}}$  от  $\beta_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $q$  имеет место.

3.6. Таким образом, отличие  $n_{\text{ЭКС}}$  от  $n_{\text{чис}}$  (или в общем случае экспериментально-расчетных аппроксимаций потока типа (1.7), (2.10) – (2.12) от  $\phi_{\text{чис}}$ ), т.е. несоответствие реального объекта его математической модели, и порождает в общем случае наблюдаемую зависимость реактивности  $\rho_{\text{ЭКС}}$  от запаздывающих нейтронов и источника.

Отметим, что поскольку истинная реактивность  $\rho_{\text{ист}}$  от постоянных распада запаздывающих нейтронов и внешнего источника также не зависит, то правильнее было бы говорить о такой зависимости не самой реактивности, а лишь погрешности ее определения. Однако эти понятия не всегда разделяются, что приводит к неточным оценкам коэффициентов чувствительности, к некорректным утверждениям типа зависимости эффективности стержней от интенсивности внешнего источника и т.д. (в частности, в вытекающем из (3.5) ОРУК  $\rho = -q/n$  вида (2.16) от  $q$  зависит, конечно же, не  $\rho$ , а поток  $n$  и погрешность  $\delta\rho \approx q\delta n/n^2 - \delta q/n = \rho(\rho\delta n + \delta q)/q$  определения реактивности).

3.7. Проиллюстрируем эти положения, следуя [28], также на примере ОРУК


 Рис. 1. Зависимость  $\delta\rho$  от  $\alpha$  для U-235

$$\rho/\beta = \alpha \sum_i a_i / (\lambda_i + \alpha), \quad (3.11)$$

вытекающего из ОРУК (3.5) в рамках предположений  $q = 0$ ,  $n(t) = \exp(\alpha t)$ , и связывающего между собой значения реактивности  $\rho$  и обратного периода реактора  $\alpha$ . Будем интересоваться влиянием разброса данных по запаздывающим нейтронам из различных библиотек на значения реактивности  $\rho/\beta$  в долларах.

Результаты расчетов по формуле (3.11) относительных отклонений  $\delta\rho$  реактивностей  $(\rho/\beta)(\alpha)$ , вычисленных с использованием 8-групповых констант (SCP) [26] и 6-групповых констант БНАБ-78 [11], JENDL-3.2 [25], от реактивностей, вычисленных с константами Кипина (с. 98 [3]) для U-235, приведены на рис. 1.

Видно, что выбор тех или иных  $a_i$ ,  $\lambda_i$  оказывает заметное (особенно при  $\alpha \rightarrow \lambda_1$ , где  $\delta\rho \rightarrow \infty$ ) влияние на значения реактивности, вычисленные по ОРУК (3.11), что связано в данном случае с переходом к новым значениям  $a_i$ ,  $\lambda_i$  при сохранении старых значений решений  $\alpha$ , точных в данном примере лишь для констант Кипина. Вернее, этот выбор влияет, очевидно, лишь на погрешности определения реактивности методом ОРУК, поскольку значения самой реактивности в ее истинном, нормативном толковании не зависят в этой задаче от  $a_i$ ,  $\lambda_i$ .

## Литература

1. Усачев Л.Н. Уравнение для ценности нейтронов, кинетика реакторов и теория возмущений/В кн.: Реакторостроение и теория реакторов. М.: АН СССР, 1955.
2. Бриккер И.Н. Обращенное решение уравнения кинетики ядерного реактора//Атомная энергия. – 1966. – Т. 21. – Вып. 6. – С. 9.
3. Кипин Д.Р. Физические основы кинетики ядерных реакторов. – М.: Атомиздат, 1967.
4. Reactivity Measurements. Technical Report № 108. – Vienna, 1969.
5. Шихов С.Б. Вопросы математической теории реакторов. – М.: Атомиздат, 1973.
6. Теоретические и экспериментальные проблемы нестационарного переноса нейтронов/Под ред. В.В.Орлова и Э.А.Стумбура. – М.: Атомиздат, 1972.
7. Могильнер А.И., Фокин Г.Н., Чайка Ю.Б., Кузнецов Ф.М. Применение малых ЭВМ для измерения реактивности//Атомная энергия. – 1974. – Т. 6. – Вып. 5. – С. 358.
8. Белл Д., Глестон С. Теория ядерных реакторов. – М.: Атомиздат, 1974.
9. Хетрик Д. Динамика ядерных реакторов. – М.: Атомиздат, 1975.
10. Тарасов В.А. О погрешности метода измерения реактивности по обратному решению уравнений кинетики/Препринт ФЭИ – 1016. – Обнинск, 1980.
11. Абагян Л.П., Базазянц Н.О., Николаев М.Н., Цибуля А.М. Групповые константы для расчета

реакторов и защиты. – М.: Энергоатомиздат, 1981.

12. Казанский Ю.А., Матвеев И.П., Тютюнников Т.Т., Шокодько А.Г. К учету пространственных эффектов при измерении реактивности методом обращенного решения уравнения кинетики//Атомная энергия. – 1981. – Т. 51. – Вып. 6. – С. 387-389.

13. Колесов В.Е., Макаров О.И., Матвеев И.П., Шокодько А.Г. Программа ДНЕСТР и ее применение для учета пространственных эффектов при измерении реактивности методом ОРУК/Препринт ФЭИ – 1062. – Обнинск, 1981.

14. Литицкий В.А. Бондаренко В.В., Куприянова И.А. Методы и средства измерения реактивности размножающих сред. Ч. III. Инверсно-кинетические методы. – Обнинск: ФЭИ, 1982.

15. Матвеев И.П., Случевская В.М., Сулов И.Р., Шокодько А.Г. Влияние различий в исходных данных при расчете эффективной доли запаздывающих нейтронов // ВАНТ: Сер. Физика и техника ядерных реакторов. – 1984. – Вып. 8(45). – С. 68-72.

16. Воропаев А.И., Матвеев И.П., Шикина В.И., Шокодько В.Г. Анализ погрешностей реактивности по методу обращенного решения уравнения кинетики//ВАНТ: Сер. Ядерные константы. – 1984. – Вып. 1(55). – С. 18-24.

17. Казанский Ю.А., Матусевич Е.С. Экспериментальные методы физики реакторов. – М.: Энергоатомиздат, 1984.

18. Каминский А.С., Крылов И.Д. Особенности и некоторые методы учета пространственной кинетики при измерении реактивности/Препринт ИАЭ 3884/4. – М., 1984.

19. Шокодько А.Г. Строгое уравнение кинетики ядерного реактора//ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1988. – Вып. 4. – С. 3-8.

20. Динамика ядерных реакторов/ Под ред. Я.В. Шевелева. – М.: Энергоатомиздат, 1990.

21. Гулевич А.В., Дьяченко П.П., Зродников А.В., Кухарчук О.Ф. Связанные реакторные системы импульсного действия. – М.: Энергоатомиздат, 2003.

22. Акимов И.С. Учет пространственных эффектов при измерении эффективности стержней СУЗ реакторов Билибинской АЭС//Атомная энергия. – 1999. – Т. 86. – Вып. 3. – С. 167-171.

23. Селезнев Е.Ф. Использование комплекса ГЕФЕСТ для анализа нестационарных процессов в быстром реакторе с внешним источником/В сб. «Нейтроника-99». – Обнинск: ФЭИ, 2000. – С. 329-337.

24. JENDL-3.2, JAERI-DATA/CODE97-044.

25. Spriggs G.D., Campbell I.M., Pikaikin V.M. //Report LA-UR-98-1619, LANL, 1999.

26. Абрамов Б.Д. Некоторые модификации теории связанных реакторов//Атомная энергия. – 2001. – Т. 90. – Вып. 5. – С. 337-345.

27. Абрамов Б.Д. Некоторые обобщения уравнений обратной кинетики реактора/Препринт ФЭИ-2970. – Обнинск, 2003.

28. Абрамов Б.Д. О моделировании кинетики реактора с использованием различных данных по запаздывающим нейтронам//ВАНТ. Сер. Ядерные константы. – 2003. – Вып. 1-2. – С. 34-47.

29. Цыганов С.В., Шишков Л.К. Измерение эффективности органов регулирования ВВЭР//Атомная энергия. – 2004. – Т. 96. – Вып. 3. – С. 183-187.

Поступила в редакцию 26.03.2004

## ABSTRACTS OF THE PAPERS

### УДК 621.039.56

*On Expediency of Change of Requirements RNS RI APP to Sodium Density a Component of Reactivity of a Feedback In Fast Reactors \ A.V. Danilytshev, D.G. Elistratov, V.I. Matveev; Editorial board of Journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2004. – 16 pages, 5 tables, 10 illustrations. – References, 11 titles.*

Most generalizing requirement GSR-88/89 to all effects of reactivity is added in RNS RI APP with the additional limiting requirement of negativity sodium density reactivity coefficient. At the analysis of the major accidents obviously expressed communication of their consequences with the given additional requirement is not found out. It is shown, that at observance by the designer of basic requirements OPB-88/ in a combination to correct selection of interrelation of all others a component of reactivity and Thermal-physical properties of materials of an active zone the additional requirement of negativity sodium density reactivity may be considered as the account excessive.

### УДК 621.039.56

*On Inverse Kinetics Method for Reactivity Determination \ B.D. Abramov; Editorial board of Journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2004. – 13 pages, 1 illustration. – References, 29 titles.*

In the paper some mathematical problems of the reactors neutron kinetic simulation and reactivity determination are considered.

### УДК 621.039.51:519.85

*Direct Simulation of Thermal Neutron Scattering by Monte Carlo Method Using Free Gas Model and Short Collision Time Approximation \ P.A. Androsenko, M.R. Malkov, N.A. Soloviev; Editorial board of Journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2004. – 11 pages, 6 illustrations. – References, 12 titles.*

Direct simulation algorithms of thermal neutron scattering using free gas scattering law and short collision time approximation realized in BRAND code collection are described. The comparison of BRAND algorithms with MCNP algorithms and modified MCU algorithms is given. An example of calculation task on neutron penetration through O in H<sub>2</sub>O barrier is given. The agreement between BRAND results and MCU results is rather good but there is disagreement between BRAND results and MCNP results. The reason for this disagreement is likely to be caused in the fact that BRAND carry out the calculations using the algorithms that recommended by ENDF-6 format whereas the algorithms of MCNP is corrected to better coincide with benchmark experiments results.

### УДК 621.039.524: 621.039.526

*The Method for Description of Fission Fragments by Two Pseudo-Fission Fragments. Part II – Testing. \ Yu. V. Volkov, O.B. Duginov; Editorial board of Journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2004. – 7 pages, 5 tables, 4 illustrations. – References, 5 titles.*

The model for description of isotope transitions taking into account the most significant for the neutron balance isotopes and two pseudo-fission fragments has been tested. This model was applied for thermal and fast reactors.

### УДК 621.039.524.4: 621.039.519.2

*Integral In-Pile Experiments with a VVER-Type Fuel Assembly «SB-LOCA»-Test. A. V. Goryachev, I. V. Kiseleva, V. M. Makhin, V. N. Shulimov; Editorial board of Journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2004. – 9 pages, 2 tables, 3 illustrations. – References, 10 titles.*

Results of 19-rod and 7-rod VVER-type fuel assembly tests «SB LOCA» in research reactor MIR are presented. The influence of regime parameters LOCA and design peculiarities of fuel assembly on fuel behaviour was investigated.