УДК 51-74:621.039.58

ВОПРОСЫ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ИЗДЕЛИЙ, ПОДВЕРЖЕННЫХ ДИСКРЕТНОЙ ДЕГРАДАЦИИ

А.И. Перегуда*, И.А. Соборова*, А.И.Грошев**

** Обнинский институт атомной энергетики, г. Обнинск*

***Волжский филиал Московского энергетического института (технического университета), г. Волжский*

Описывается математическая модель надежности изделия, на которое воздействуют ударные нагрузки одной и той же природы. Анализ исследуемой модели позволил получить количественные значения показателей безотказности и долговечности. В качестве иллюстрации приведен практический пример.

ВВЕДЕНИЕ

Существующие в настоящее время математические модели расчета надежности технических систем предполагают, что траектория процесса функционирования системы является непрерывной функцией. В реальной ситуации система подвергается ряду импульсных воздействий (толчки, удары, пульсации температуры, напряжения и др.). Такого рода воздействия, в дальнейшем называемые ударными, приводят к изменению показателей надежности и работоспособности изделий. Под нагрузкой будем понимать воздействие любого фактора, способствующего возникновению отказа изделия, а под прочностью - любой фактор, препятствующий его возникновению. Когда величина нагрузки превышает пороговое значение прочности, наступает отказ. Многократные ударные воздействия ведут к накоплению повреждений и, следовательно, к уменьшению заданного порогового уровня прочности. Примерами таких систем являются трубопровод Ду-500 реактора ВВЭР-440, на котором выполнение операций гидроопрессовки и гидроиспытаний снижает его прочность; оборудование реактора, на которое воздействуют аварийные сбросы стержней; газомазутные парогенераторы, в которых происходят пульсации температуры и т.д.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Создание и исследование математической модели надежности и получение соотношений для показателей безотказности и долговечности системы, функционирующей в условиях ударных нагрузок.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Остановимся сразу на постановке задачи нахождения показателей надежности и долговечности с использованием математической модели эволюции изделия, основанной на теории случайных процессов накопления. Рассмотрим изделие, на которое воздействуют пульсации напряжения, возникающие в моменты времени t_0, t_1, t_2.... Введем обозначение $\tau_i=t_i-t_{i-1}$, $i>0$. Случайные величины τ_i ($i=1,2...$) имеют одну и ту же функцию распределения $F(t)=P(\tau_i\le t)$, тогда $\{\tau_i\}_{i\ge 1}$ есть случайный процесс восстановления, с которым связан случайный процесс накопления $\{L_t\}_{t\ge 1}$

$$L_t=\begin{cases}\sum\limits_{i=0}^{N_1(t)}\Theta_i, & N_1(t)=0,1,2...\\ 0, & N_1(t)=0\end{cases},$$

где L_t - накопленная нагрузка изделия к моменту времени t; Θ_i - величина износа изделия, являющаяся результатом i-го воздействия; Θ_0 - начальная нагрузка, приложенная к изделию; $N_1(t)=N_t$ - случайное число циклов восстановления.

Последовательность случайных величин Θ_i ($i\ge 1$) образует процесс восстановления. Математическое ожидание от $N_1(t)$ называют функцией восстановления $H_1(t)=MN_1(t)$. Искомую вероятность того, что накопленная нагрузка меньше некоторого значения прочности x, обозначим через $P(t,x)=P(L_t\le x)$. По смыслу $P(t,x)$ есть вероятность исправной работы изделия, тогда

$$P(t,x)=P(L_t\le x)=P\left(\sum_{i=0}^{N_t}\Theta_i\le x\right)=P\left(\Theta_0+\sum_{i=1}^{N_t}\Theta_i\le x\right)= \\ =\sum_{k=0}^{\infty}G_0*G^{*(k)}(x)\bar{F}*F^{*(k)}(t), \qquad (1)$$

где $G^{*(k)}(x)$ - k-кратная свертка функции $G(x)$, которая определяется рекуррентной формулой

$$G^{*(k)}(x)=\int_0^x G^{*(k-1)}(x-z)dG(z),$$

$$G^{*(0)}(x)=1,\ G^{*(1)}(x)=G(x)$$

При выводе (1) предполагается, во-первых, что начальная нагрузка Θ_0 также случайная величина с произвольной функцией распределения $G_0(y)=P(\Theta_0\le y)$, а во - вторых, что изделие исправно функционирует, если выполняется условие работоспособности $\sum\limits_{i=0}^{N_t}\Theta_i\le x$.

Выполнив операцию двойного преобразования Лапласа-Стилтьеса над функцией $P(t,x)$, получим

$$\tilde{\tilde{P}}(s,w)=\frac{\tilde{G}_0(w)\tilde{\bar{F}}(s)}{1-\tilde{G}(w)\tilde{F}(s)}, \qquad (2)$$

где $\tilde{G}(w)=Me^{-w\Theta}$, $\tilde{F}(s)=Me^{-s\tau}$ - преобразования Лапласа-Стилтьеса функций $G(x)$ и $F(t)$. Из (2) следует, что $P(t,x)$ удовлетворяет интегральному уравнению Вольтерра второго рода

$$P(t,x)=G_0(x)\bar{F}(t)+\int_0^t\int_0^x P(t-y,x-z)dF(y)dG(z),$$

решение которого существует и единственно в классе непрерывных функций.

Используя (2) можно получить выражения для средней наработки на отказ изделия. Из процесса функционирования изделия следует, что отказ наступает немедленно, как только износ L_t достигает заданного уровня x. Следовательно, длительность исправной работы изделия определяется временем первого пересечения случайным процессом $\{L_t\}_{t>0}$ уровня x. Как и ранее предполагаем, что износ изделия является следствием последовательности ударных воздействий. Естественно предположить, что износ аддитивен и, кроме того, $\{L_t\}_{t>0}$ - ступенчато возрастающий процесс, а следовательно, процесс не может пересечь уровень в обратном направлении. Используя свойства преобразования Лапласа, можно записать среднее время пересечения уровня x в терминах рассматриваемого преобразования:

$$\tilde{T}(w)=\left.\frac{d\tilde{\tilde{P}}(s,w)}{ds}\right|_{s=0}=\frac{\tilde{\tilde{F}}'(0)\tilde{G}_0(w)}{1-G(w)}. \tag{3}$$

Учитывая, что $\lim\limits_{s\to 0}\tilde{T}(w,s)=\tilde{T}(w)$ и $\tilde{\tilde{F}}'(0)=M\tau$, соотношение (3) запишем в виде

$$\tilde{T}(w)=M\tau\tilde{G}_0(w)(1+\tilde{H}_2(w))=M\tau(\tilde{G}_0(w)+Me^{-w\Theta_0}\tilde{H}_2(w)).$$

При обращении $\tilde{T}(\omega)$ используем известное соотношение для преобразований Лапласа, часто называемое теоремой о сдвиге аргумента. Запишем среднее время до пересечения процессом накопления $\{L_t\}_{t>0}$ уровня x в виде

$$T(x)=Mt(G_0(x)+MH_2(x-\Theta_0)).$$

Таким образом, среднее время пересечения процессом накопления уровня x определяется при помощи функции восстановления $H_2(x)$, которая, как правило, имеет довольно сложный вид, поэтому есть смысл пользоваться асимптотическими соотношениями для этой функции. Наиболее часто используемый и наиболее простой вид функции дает элементарная теорема восстановления [1]. Используя упомянутую теорему, перепишем соотношение для T(x) так:

$$T(x)\cong M\tau\left(G_0(x)+\frac{x-M\Theta_0}{M\Theta}\right). \tag{4}$$

Таким образом, соотношение (4) позволяет достаточно просто оценивать среднее время пересечения уровня прочности x. Вероятность того, что нагрузка меньше прочности (вероятность безотказной работы), которую, как и ранее, предполагаем детерминированной для большинства распределений случайной величины Θ_i, встречающихся на практике, трудно рассчитать из-за сложности вычисления i-кратной свертки функции G(x). В этой связи нам представляется перспективным иметь оценки и неравенства, позволяющие получать приближенные значения указанной вероятности.

Используя оценки для функции восстановления, получим неравенства

$$\bar{F}(t)G_0(x)+\bar{F}*F(t)G_0*G(x)\le P(t,x)\le\frac{G_0(x)\bar{F}(t)}{1-F(t)G(x)},$$

$$F(t)G(x)\le 1,$$

позволяющие оценивать вероятность P(t,x) для малых времен функционирования t.

Часто на практике известны лишь средние значения нагрузок, по которым следует оценивать P(t,x). Поскольку $\Theta_0 + \sum_{i=1}^{N_t} \Theta_i$ - супермартингал, можно использовать неравенство Колмогорова [2]

$$P(t,x) = P\left(\sum_{i=0}^{N_t} \Theta_i \le x \right) \ge 1 - \frac{M\sum_{i=0}^{N_t} \Theta_i}{x}.$$

Вычисляя математическое ожидание накопленной нагрузки L_t и подставляя его значение в записанное выше неравенство, имеем

$$1 - \frac{M\Theta_0 + H_1(t)M\Theta}{x} \le P(t,x).$$

Пусть $h(H_1(t)) = \dfrac{x}{M\Theta_0 + H_1(t)M\Theta}$ - коэффициент запаса прочности относительно нагрузки, названный в [3] коэффициентом безопасности. В дальнейшем этим названием и будем пользоваться. Поскольку коэффициент безопасности может быть больше единицы, то оценку для P(t,x) перепишем в виде

$$1 - \frac{1}{(h(H_1(t)) \vee 1)} \le P(t,x),$$

где $a \vee b = \max(a,b)$.

Таким образом, средний коэффициент безопасности является функцией среднего числа циклов приложенной нагрузки и показывает, во сколько раз средняя прочность превосходит среднюю нагрузку. Условие работоспособности изделия $h(H_1(t))>1$, а отказ изделия наступает при $h(H_1(t))=1$. Характеристикой долговечности является среднее время t_0 до отказа изделия, определяемое из уравнения $h(H_1(t_0))=1$ и равное

$$t_0 = H_1^{-1}\left(\frac{x - M\Theta_0}{M\Theta} \right), \tag{5}$$

где $H_1^{-1}(\ )$ - обратная функция к $H_1(\ )$. Но т.к. (5) является трансцендентным уравнением, его можно решить лишь численными методами. Однако можно найти приближенное решение уравнения, для чего следует воспользоваться элементарной теоремой восстановления [4], тогда (5) перепишем в виде

$$t_0 \approx M\tau \frac{x - M\Theta_0}{M\Theta} = T(x) - M\tau \frac{M\Theta_0}{M\Theta},$$

откуда видно, что $t_0=T(x)-M\tau$. Использование коэффициента безопасности для определения среднего времени до первого отказа очень удобно с точки зрения вычислений, т.к. не требует дополнительных выкладок. Коэффициент $\dfrac{M\Theta_0}{M\Theta}$ является отношением среднего значения начальной нагрузки к средней величине ударных нагрузок, причем всегда $\dfrac{M\Theta_0}{M\Theta} > 1$. Величина $x-M\Theta_0$ есть среднее значение ресурса нагрузки в момент t=0. Некоторые ресурсные характеристики изделия можно вычислить с помощью коэффициента запаса прочности относительно нагрузки $h(H_1(t))$. Пусть состояние отказа изделия - это предельное состояние, время достижения которого определяется из уравнения $h(H_1(t))=1$, тогда $h(H_1(t_ф))$-$h(H_1(t_0))$ - остаточный ресурс прочности относительно нагрузки (см. рис.1). В момент времени $t_ф$ измеряется запас прочности, т.е. величина $h(H_1(t_ф))$ известна.

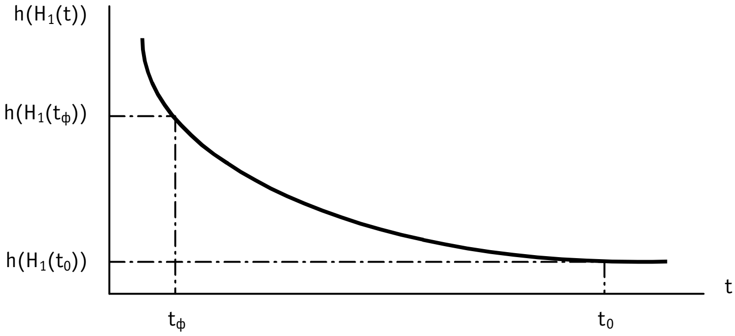

Рис. 1. Определение ресурсных характеристик

Вычислим эту разность, предполагая время функционирования изделия большим. С одной стороны

$$h(H_1(t_ф))-h(H_1(t_0))=\frac{x-M\Theta_0-t_ф\frac{M\Theta}{M\tau}}{M\Theta_0+t_ф\frac{M\Theta}{M\tau}},$$

с другой стороны, остаточный ресурс времени эксплуатации изделия равен

$$t_0-t_ф\cong\frac{x-M\Theta_0}{\frac{M\Theta}{M\tau}}-t_ф=\frac{M\Theta_0+t_ф\frac{M\Theta}{M\tau}}{\frac{M\Theta}{M\tau}}(h(H_1(t_ф))-h(H_1(t_0))).$$

Как и следовало ожидать, средний остаточный ресурс по времени связан со средним остаточным ресурсом по прочности простым соотношением

$$t_0-t_ф=\frac{xM\tau}{M\Theta}(h(H_1(t_ф))-h(H_1(t_0)))\frac{1}{h(H_1(t_ф))}.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Рассмотрим в качестве примера задачу оценки вероятности безотказной работы и среднего времени до пересечения уровня прочности экранных труб котлов. В [5] приведен большой объем наблюдений на котлах ТГМП-114 и ТГМП - 314 Костромской ГРЭС и Лукомльской ГРЭС с котлами ТГМП-114. Измерялись периоды и амплитуды колебаний температуры. Не вдаваясь в природу физических процессов, протекающих в металле стенки экранных труб, приведем сразу исходные данные, необходимые для расчетов. Лобовое напряжение вычислялось при значениях теплового потока $q=4\cdot10^5$ Вт/(мК) и внутреннего давления p=14 МПа для трубы из стали 12Х1МФ с внутренним и внешним радиусами r_1=0.017 и r_2=0.021м. При этих данных лобовое напряжение, которое в нашей модели играет роль нагрузки $M\Theta_0$, будет равно 96,3 МПа. Предел текучести для данной трубы является прочностью в нашей модели и равен 375 МПа. Расчет элементов парогенератора по длительной прочности велся для срока службы $1\cdot10^5$ ч. Частота пульсаций лежит в диапазоне 0.1-10 Гц. Показано, что за $1 \cdot 10^4$ ч работы в стационарном напряженном состоянии экранная труба расходует часть своего запаса ресурса, равную 0,1. Данные об усталостных явлениях, происходящих в металле под воздействием условий эксплуатации, позволили сделать предположение о линейном характере функции усталости, т. е. функция усталости линейно изменяется на интервале [1,0] за время службы изделия. Кроме того, измерения показали, что вследствие пульсаций температуры за $1 \cdot 10^4$ ч запас прочности исчерпался на 18,8%; при этом математическое ожидание случайной величины Θ определяется соотношением

$$M\Theta = 0.188 \cdot (x - M\Theta_0) \cdot M\tau \cdot 10^{-4}.$$

Используя приведенные выше исходные данные, вычислим показатели надежности и долговечности экранных труб. Для вычисления среднего коэффициента безопасности использовали соотношение, полученное выше, в котором x заменили на $x\left(1-\frac{t}{a}\right)$, где $a=10^5$.

Зависимость среднего коэффициента безопасности от времени функционирования изделия показана на рис.2. Среднее время достижения уровня x в данном случае $t_0=3.1 \cdot 10^4$ ч. Вычислим вероятность безотказной работы экранных труб за время t. Поскольку количество нагружений стремится к бесконечности, то можно воспользоваться центральной предельной теоремой

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{y^2}{2}} dy,$$

где $$z = \frac{x\left(1-\frac{t}{a}\right) - M\Theta_0 - \frac{t}{M\tau} M\Theta}{\sqrt{\sigma_0^2 + t\left(\frac{\sigma_\tau^2}{(M\tau)^3}(M\Theta)^2 + \frac{\sigma^2}{M\tau}\right)}}.$$

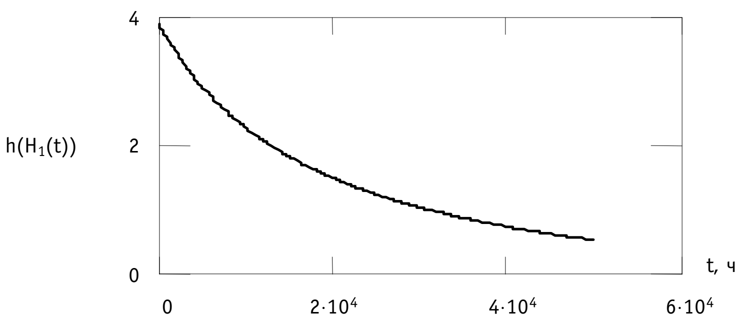

Рис. 2. Зависимость $h(H_1(t))$ от времени функционирования экранных труб

Результаты вычислений по асимптотическому соотношению приведены на рис.3.

Используя асимптотическое соотношение для P(t) можно получить среднее время сохранения работоспособности (среднее время до массовых отказов) из дифференциального уравнения

$$G(t) = \frac{d^4P(t)}{dt^4} = 0.$$

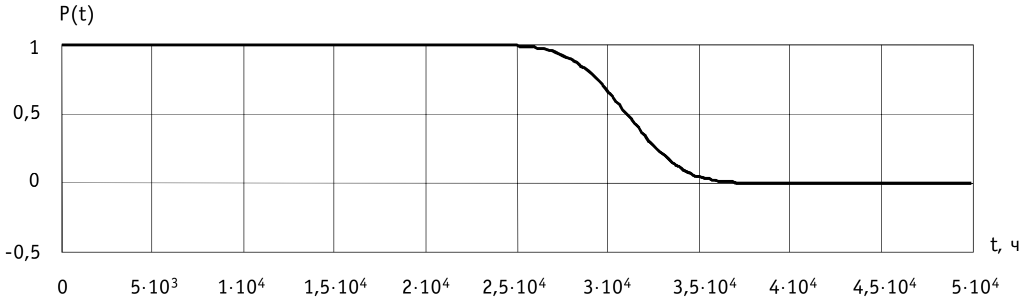

Рис.3. Зависимость вероятности безотказной работы экранных труб от времени

Время до массовых отказов экранных труб - 26850 ч. Зависимость среднего коэффициента безопасности от средней амплитуды ударных воздействий приведена на рис.4. График изображен в полулогарифмическом масштабе. Математическое ожидание случайной величины Θ изменялось в пределах от 0.01 до 1 МПа при $M\tau = \frac{1}{210}$ ч. Нетрудно убедиться, что зависимость $h(H_1(t))$ будет возрастать с ростом $M\Theta$.

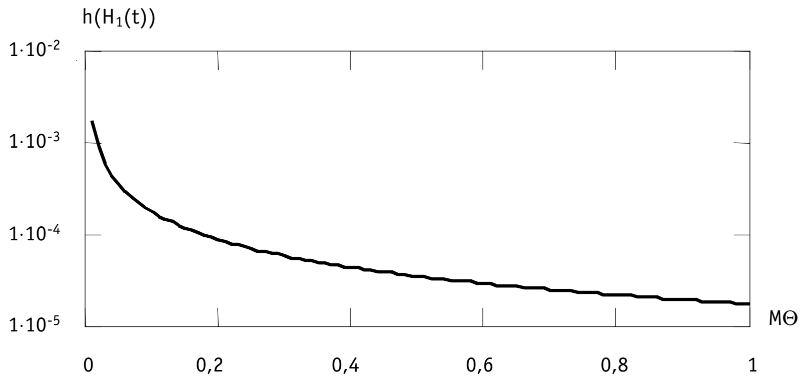

Рис. 4. Зависимость $h(H_1(t))$ от $M\Theta$

Следовательно, для улучшения показателей долговечности и надежности необходимо либо увеличивать $M\tau$, либо уменьшать $M\Theta$, что определяется свойствами конкретного типа форсунки.

ВЫВОДЫ

Представленная в данной работе математическая модель надежности позволяет оценивать показатели безотказности и долговечности изделий, на которые воздействуют ударные нагрузки только одного типа. Именно по этим соображениям выбран практический пример, для которого получены численные значения показателей, при вычислении которых можно использовать как статистические данные, так и данные, полученные при прочностных расчетах на этапе проектирования. Важно отметить, что здесь приведены результаты, полученные без каких-либо предположений о законах распределений рассматриваемых случайных величин.

Литература

1. *Кокс Д., Смит В.* Теория восстановления.- М.: Сов. радио, 1967. - 298 с.

2. *Боровков А. А.* Курс теории вероятностей. - М.: Наука, 1972. - 367 с.

3. *Капур К., Ламберсон Л.* Надежность и пректирование систем. - М.: Мир.- 1980.

4. *Байхельт Ф., Франкен П.* Надежность и техническое обслуживание. Математический подход. Пер. с нем. - М.: Радио и связь, 1988. - 392 с.

5. *Шахсуваров К. Л., Четвериков В. А., Ялова А.Я.* Влияние пульсаций температуры труб НРЧ на долговечность их службы// Теплоэнергетика. - 1977. - №6.

Поступила в редакцию 15.03.2000

ABSTRACTS OF THE PAPERS

УДК 621.039.526:662.7

Processing of Coal in Engine Fuel with Usage of Nuclear Technology - Future of Coal-Chemistry \A.V. Zrodnikov, V.M. Poplavskiy, G.I. Sidorov, A.V. Malenkov, A.A. Kritchko, A.S. Maloletnev, V.V. Zamanov, T.D. Demidova; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2000. – 11 pages, 3 illustrations, 3 tables. – References, 19 titles.

An efficient universal technology for both coal and high-boiling petroleum residues (boiling point > 360-520°C) reprocessing by hydrogenation under hydrogen pressure of 6-10 MPa has been developed in Russia, which allows an economically efficient production of gasoline, diesel and jet engines fuel, raw material for catalytic cracking, phenols, aromatic hydrocarbons $C_6 – C_8$ and other chemical products. High efficiency of the production is stipulated by combination of using of low hydrogen pressure in the processes and high-reliable, environmentally safe of BN-type fast reactors (BOR-60, BN-600) for power supply and intensification of these processes. On the basis of calculation is shown that usage of combined nuclear-chemical technology is essentially reduced the expenditure of coal and releases of noxious wastes into environment.

УДК 621.039.566

Fast Method of Prediction of Crack Growth in Pipelines \V.A. Andreev, O.M. Gulina; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2000. – 5 pages, 5 illustrations. – References, 6 titles.

The fast method of leak probability calculation using the information on initial defects allocation, characteristics of control method and parameters of the equation Peris is offered. This method is faster and more accurate then direct simulation method. For decision-making about prolongation of pipeline exploitation the method of the analysis of failure rate curve obtained on calculation data is offered.

УДК 621.039.566.007.4

Analysis of NPP Operating Personnel Activity under Stress Conditions \A.N. Anokhin, S.M. Kindinova, A.A. Bugaev, L.V. Puchkov; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2000. – 8 pages, 3 illustrations. – References, 6 titles.

The purpose of this paper is to study of the NPP operator performance under extreme conditions that are fraught with stress. The operator activity is modeled in «input-state-output» formalism. The model consists of 37 components, including 21 environmental factors, 9 operator individual indexes, 4 stress indexes, and 3 indexes of operator's efficiency. Evaluation of factors and indexes was carried out by expert estimation technique with special questionnaire. 30 operators from Kalinin and Ignalina NPPs were interviewed as experts. Each expert carried out verbal description and qualitative estimation of the most critical situation, which has been taking place in his own practice. As a result of correlation analysis of acquired data some relationships between model components were detected. Emotional pressure and deficit of time are the most significant factors that provoke stress and operator's errors.

УДК 51-74:621.039.58

Problem of Estimation of Equipment Reliability under Discrete Degradation \A.I. Pereguda, I.A. Soborova, A.I. Groshev; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2000. – 8 pages, 4 illustrations. – References, 5 titles.

The mathematical model of reliability of equipment subjected to percussion load of the same nature is described. Analysis of this model allows to receive quantitative values of indices of reliability and longevity. The practical example is given.

УДК 621.039.526

*Role of Reactivity Coefficients at Realization Principe of the Maximal Self-Protection of Fast Reactors *