УДК 532.582

ВЫВОД И ОБОБЩЕНИЕ ФОРМ-ФАКТОРОВ КВАЗИОДНОМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРИСТЕННОГО ТРЕНИЯ, ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА НЕОДНОРОДНЫХ ПОТОКОВ. КАНАЛЫ КОЛЬЦЕВОЙ ГЕОМЕТРИИ*

Ю.Н. Корниенко

ГНЦ РФ-Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского, г. Обнинск



Предложенная в [1] методика построения обобщенных замыкающих соотношений на основе форм-факторов для пристенного трения, тепло- и массообмена распространена на описание неоднородного потока теплоносителя в каналах кольцевой геометрии. Приведена обобщенная зависимость, связывающая величины коэффициентов трения, тепло- и массообмена на каждой из стенок с их общим для канала значением. Получен общий вид выражений для форм-факторов, который обобщает лайон-подобные интегральные соотношения для коэффициентов трения и массообмена не только в отношении распределенности теплофизических (т/ф) свойств и обобщенных массовых сил, но также и геометрии канала.

ВВЕДЕНИЕ

В большинстве практических случаев течения одно- и двухфазных потоков в элементах оборудования ЯЭУ, их геометрия и граничные условия могут в значительной степени отличаться от условий, типичных для круглой трубы. Так весьма распространенными являются каналы кольцевой формы, поэтому разработка для них наиболее полной и универсальной формы замыкающих соотношений коэффициентов пристенного трения, тепло- и массообмена неоднородных потоков теплоносителей с отражением в их интегральных соотношениях основных механизмов, управляющих распределением переменных и плотностей потока субстанций, представляет собой актуальную для теории и важную для практики задачу.

Настоящая работа развивает предложенный ранее [1, 2] обобщенный подход построения интегральных аналитических замыкающих соотношений для коэффициентов пристенного трения тепло- и массообмена течений в осесимметричных каналах кольцевой геометрии. Основная идея предлагаемого подхода заключается в предположениях о допустимости: 1) применения метода разделения переменных и 2) су-

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 03-01-96338).

[©] Ю.Н. Корниенко, 2004

перпозиции частных решений для выделенных зон течения при построении общей зависимости в кольцевом канале. Существующие в литературе аналитические описания и модели для замыкающих соотношений [3-6] основаны на этих и дополнительных допущених, и были разработаны для решения конкретных проблем, что сужает их область применения и возможности совершенствования. Поэтому весьма существенным для теоретических исследований и практических приложений является сохранение наибольшей общности и унификации переменных как в исходных модельных описаниях, так и в искомых коэффициентах трения, тепло- и массообмена, а также их представление в аналитической интегральной форме, обеспечивающей возможность учета как структурных особенностей и механизмов потока, так и геометрии течения.

Данный метод следует отнести к квазиодномерным, поскольку он исходит из трехмерной формы уравнений законов сохранения при выводе поправок в виде формфакторов к коэффициентам трения, тепло и массообмена, учитывающих влияние неоднородных распределений переменных в поперечном сечении. Именно эти формфакторы позволяют наиболее полно, теоретически последовательно и строго учитывать необходимые эффекты и строить новые замыкающие соотношения [7].

Список основных обозначений представлен в [1], остальные приведены по тексту работы.

1. ОПИСАНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ПЕРЕМЕННЫХ В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ

В рассматриваемой геометрии движение теплоносителя в осесимметричном кольцевом канале с граничными условиями J_{w1} и J_{w2} представлено происходящим по двум кольцевым зонам (a=1, 2): внутренней 1 и внешней 2, толщиной δ_{J1} и δ_{J2} соответственно (см. рис. 1). Начало координат r_{J0} помещено на линию экстремальных значений переменных. Причем радиальная координата представлена как

$$y = r_{J0} \mp y_a; \tag{1}$$

здесь и в дальнейшем знак «-» соответствует первой, а знак «+» - второй зоне. Заметим, что в общем случае $\delta_{J1} \neq \delta_{J2}$, т.е. линия раздела зон не проходит на половине ширины кольцевого канала, а определяется на основе рассмотрения гидродинамических или тепловых задач (см. следующий раздел). В частности, в зависимости от граничных условий на стенках это может быть линия экстремума значений вязкого напряжения или плотности теплового потока, или профиля скорости, или температуры, что отражено индексом J в этом и последующих соотношениях.

После элементарных преобразований связь относительных площадей зон с их толщиной принимает вид

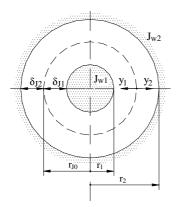


Рис. 1. Геометрические параметры и обозначения в кольцевом канале

$$\widetilde{A}_{Ja} = \frac{A_{Ja}}{A} = \frac{\widetilde{\delta}_{Ja}(1 \mp \widetilde{\delta}_{Ja})}{\sum \widetilde{\delta}_{Ja}(1 \mp \widetilde{\delta}_{Ja})},$$
(2)

где $\widetilde{\delta}_{J_a} = \delta_{J_a} / 2r_{J_0}$, индекс a принимает значения 1 или 2 для внутренней или внешней зоны.

Исходная формулировка модели основывается, как и ранее [1], на трехмерном описании законов сохранения в рамках модели потока дрейфа и ограничена допущением течения в протяженных каналах с высоким отношением l/d >> 1, что предопределяет наличие одного преимущественного направления изменения — аксиального. Последнее позволяет физические эффекты в других направлениях учитывать через ха-

Таблица 1

 $\langle \rho w \rangle_a$ $\int\limits_{Y}^{1} \frac{\widetilde{N}_{a}}{\widetilde{\rho}_{a}\widetilde{D}_{Ta}} dY' \left| 1 \mp 2\widetilde{\delta}_{Na}Y_{a} \right| dY$ α_{Na} -αλ $Pe_{Na} = \langle \rho w \rangle_a \delta_{Na} / (\rho D)_{wa}$ $\bar{c}_a = \int c_a (1 \mp 2 \tilde{\delta}_{Na} Y_a) dY$ $\widetilde{D}_{Ta} = \widetilde{D}_a + \widetilde{v}_{ta} S c_a / S c_{ta}$ N_{Wa} ; $St_{Na} =$. βς 9γ $\widetilde{\widetilde{\rho}}_{a}\widetilde{\widetilde{D}}_{a}$ $Rm_{Na}=N_{wa}/(c_{wa}-\bar{c}_a)$ $Pe_{N*a}=w_{*a}\delta_{Na}/D_{wa}$ $c_{*a}=N_{wa}/(\rho_{wa}w_{*a})$ $\int_{0}^{1} \langle \rho w \rangle_{a}$ $\mathbf{f} \; \mathsf{P}_{a} \mathsf{W}_{a}$ Для $\sigma = 1$, $\tilde{\eta} = 1$ если $\rho_a w_a \neq f(Y)$ массы $N_a = \rho D_{\tau}$ $c_{wa}^{+}-c_{a}^{+}=Pe_{N*a}$ $-=Pe_{Na}$]- $\alpha_{Na}= St_{Na}$ \vdash $\widetilde{k}_{Ta} = \widetilde{k}_a + \widetilde{v}_{ta} \operatorname{Pr}_a / \operatorname{Pr}_{ta} \ (\tau - \text{o6mee})$ Формулировки локальных плотностей потока субстанций, чисел и коэффициентов для кольцевой щели (радиусов r1 и r2) по зонам a(=1,2) $T_{fa} \rho_{a} w_a (1 \mp 2 \delta_{qa} Y) dY$ $\int_{0}^{\infty} \frac{\tilde{q}_{a}}{\tilde{p}_{a}\tilde{k}_{Ta}} dY'$ $(1 \mp 2\widetilde{\delta}_{qa}Y_a)dY$ $\rho_a w_a (1 \mp 2 \delta_{qa} Y) dY$ Для $\sigma=$ 1, $\widetilde{\eta}_a=$ С $_{pwa}/\overline{c}_{pa}$ Pe = $\langle \rho w \rangle_a \delta_{qa} / (\rho k)_{wa}$ $Rm_{qa}=q_{wa}/(h_{wa}-\overline{h}_{fa})$ $h_{qa}=q_{wa}/(T_{wa}-\bar{T}_{fa});$ $St_{qa} = h_{qa}/\langle \wp w \rangle_a \, \bar{C}_{pfa}$ r PaWa $\langle \rho w \rangle_a$ $\rho k_{r} \frac{\partial h}{\partial y}$ $h_{*a}=q_{wa}/(\rho_{wa}w_{*a})$ $Pe_{*a}=w_{*a}\delta_{qa}/k_{wa}$ $h_{wa}^+ - h_a^+ = Pe_{*a} \int$ $-=\widetilde{\eta}_a Pe_a \int$ $\int_{Y}^{1} \frac{\tilde{q}_{a}}{\widetilde{\rho}_{a} \tilde{k}_{Ta}} dY' \bigg|_{Y}$ тепла $q_a = 1$ St_{qa} $\bar{7}_{fa}$ $Rm_{\tau a} = au_{wa}/\overline{w}_a$, для $w_{wa} = 0$ $\widetilde{\mathbf{v}}_{n_0} = \widetilde{\mathbf{v}}_{s} + \widetilde{\mathbf{v}}_{n_0}$ (t - турбулентное) $w_a^+ = \operatorname{Re}_{*a} \int_{V}^{1} \frac{\widetilde{\tau}_a}{\widetilde{\rho}_a \widetilde{V}_{r_a}} dY' , w_{wa} = 0$ $\widetilde{\tau}_a - dY' \left(1 \mp 2 \widetilde{\delta}_{\tau a} Y_a \right) dY$ $\left(\frac{\partial w}{\rho v_T} \frac{\partial w}{\partial y}\right)$ Для $w_{wq} = 0$, $\tilde{\eta} = 1$, $\sigma = 0$ $=\frac{8\tau_{wa}}{\langle \rho w \rangle_a \overline{w}_a}$ Re = $\langle \rho w \rangle_a \delta_{\tau a} / (\rho v)_{wa}$ $\rho_{a}w_{a}2\pi ydy$ $\rho_a 2\pi y dy$ $Re_{*a} = w_{*a} \delta_{\tau a} v_{wa}$ движения $\tau_a = = \frac{\operatorname{Re}_{a}}{8} \int_{0}^{1} \frac{\rho_{a}}{\langle \rho \rangle_{a}}.$ $w_{*a}^2 = \tau_{wa} / \rho_{wa}$ $\lambda_a = \frac{\lambda_a = \frac{1}{\langle \rho \rangle_a \overline{w}_a^2}}{\langle \rho \rangle_a \overline{w}_a^2}$ $8\tau_{wa}$ $\int_{Y} \frac{\tilde{g}}{\tilde{\rho}} a \tilde{\tilde{v}}_{Ta} d$ $\overline{W}_{\alpha} = -$ -*q*λ $(1 \mp 2\widetilde{\delta}_{Ja} Y_a) dY$ $\langle \rho w \rangle_a \widetilde{\eta}_a (\overline{\phi_{wa}} - \overline{\phi}_a)$ субстанции $J_a = \left(\rho \varepsilon_T \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)$ $\varphi_{wa}^+ - \varphi_a^+ = P e_{J^*a} \int_{V} \frac{\tilde{\omega}}{\tilde{\varphi}_a \tilde{\varepsilon}_{Ta}} u$ $Pe_{Ja} = \langle \rho w \rangle_a \delta_{Ja} / (\rho \varepsilon)_{wa}$ $Rm_{Ja}=J_{wa}/\widetilde{\eta}_a(\varphi_{wa}-\overline{\varphi}_a)$ $\langle \rho w^{\sigma} \rangle_q$ \tilde{J}_a $\rho_a w_a^{\sigma}$ $\Phi_{*a}=J_{wa}/(\rho_{wa}w_{*a})$ $\varphi_a \rho_a w_a^G dA_a$ $Pe_{J*a}=w_{*a}\delta_{Ja}/\varepsilon_{wa}$ J_{Wa} $\int \rho_{\alpha} w_{\alpha}^{G} dA_{\alpha}$ $(\widetilde{\varepsilon}_{Ta} = \varepsilon_{Ta} / \varepsilon_{wa})$ $-=\widetilde{\eta}_a Pe_{Ja}$ $(\frac{1}{r} \quad \tilde{J}_{a} - dY' \mid Y')$ $\varepsilon_{Ta} = \varepsilon_a + \varepsilon_{ta}$; $\int_{Y} \widetilde{\rho}_{a} \widetilde{\varepsilon}_{Ta}$ $St_{Ja} = St_{Ja}$ Φ 5. Осреднение по сечению кольцевой зоны A_a , где $a \ (=1,2)$ 2. Коэффициент переноса 7. Коэффициент трения, 9. Число Стантона субстанции для зоны *а* 6. Число переноса - по субстанции трения тепло- и массообмена 4. Субстанция трения 1. Плотность потока 8. Плотность потока Рейнольдса $\varphi_a(w_a, h_a, (T_a), c_a)$ 3. Переменная

рактеристики переноса и соответствующие модели, а уравнения движения для нормальной и азимутальной скоростей опустить.

Использование предложенной в настоящей работе системы координат (см. рис.1) обеспечивает преемственность описания кольцевого канала и круглой трубы, что вместе с унификацией обозначений [1], градиентной моделью переноса (см. табл. 1) и концепцией обобщенного коэффициента переноса субстанции Рейнольдса [8] существенно сокращает количество преобразований при выводе искомых соотношений. При этом для идентификации течения по какой-либо из зон кольцевого канала использован индекс зоны а и представление геометрии зон из рис. 1. В общем случае при отличиях профилей переменных и граничных условиях по зонам необходимо рассматривать решения по каждой из зон раздельно. Здесь следует отметить, что хотя возможно влияние одной зоны на другую, в данной работе предполагается отсутствие такого эффекта.

В табл. 1 приведены необходимые определения и обозначения переменных, а также плотностей потока субстанций для задач построения замыкающих соотношений термогидравлики в каналах кольцевой геометрии. Используя эти данные, нетрудно из унифицированного и обобщенного субстанционального представления (см. первую колонку табл. 1) восстановить соответствующие профили аксиальной скорости, энтальпии, концентрации и других параметров для гидродинамической, тепловой и массообменной задач по каждой из кольцевых зон соответственно, что подробно проиллюстрировано в табл. 1.

1.1. Определение границы между зонами в кольцевом канале

В общем случае граница между зонами при течении в кольцевом канале может быть получена на основе обобщенного соотношения для профиля плотности потока субстанций [1], записанного для кольцевой зоны a,

$$\frac{\mp 1}{r_{J_0} \mp y_a} \frac{\partial}{\partial y_a} ((r_{J_0} \mp y_a)J) = I_v - \rho w \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mp \rho v \frac{\partial \varphi}{\partial y_a} - \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}.$$
 (3)

Точнее говоря, именно условие баланса переносимых субстанций в радиальном и аксиальном направлениях, записанное для каждой из зон кольцевого канала, определяет искомую границу. Так для уравнения движения (см. рис. 2), используя баланс

сил по каждой из зон осесимметричного кольцевого канала и пренебрегая всеми эффектами кроме гидростатической компоненты и отличия в давлениях между зонами, нетрудно получить следующие соотношения для линии максимальных скоростей (или нулевых вязких напряжений):

$$R_{\tau_0} = R_{12} \sqrt{\frac{1 + E_{\rho} \, \widetilde{\tau}_{12} / R_{12}}{1 + E_{\rho} \, \widetilde{\tau}_{12} \cdot R_{12}}}, \tag{4a}$$

$$E_{p} = (1 - \Delta_{p_{12}}) \frac{1 - \langle \widetilde{\widetilde{p}} \rangle_{2}}{1 - \langle \widetilde{\widetilde{p}} \rangle_{2}}, \tag{46}$$

где

$$R_{\tau 0} = \frac{r_{\tau 0}}{r_2}, \tag{5a}$$

$$R_{12} = \frac{r_1}{r}$$
, (56)

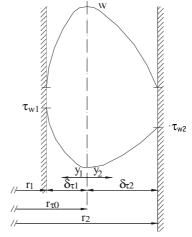


Рис. 2. Типичное распределение скорости и вязких напряжений в кольцевом канале

$$\widetilde{\tau}_{12} = \frac{\tau_{w1}}{\tau_{w2}},\tag{5b}$$

$$\Delta_{P12} = \left(\frac{dP_1}{dz} - \frac{dP_2}{dz}\right) / \frac{dP_1}{dz} \tag{5r}$$

И

$$\frac{d\widetilde{P}_a}{dZ} = \frac{dP_a}{dz} \frac{\delta_{\tau a}}{\tau_{wa}},\tag{6a}$$

$$\langle \widetilde{\widetilde{\rho}} \rangle_a = \frac{\langle \rho \rangle_a}{\rho_{wa} F r_{*a}} / \frac{d\widetilde{P}_a}{dZ_a}, \tag{66}$$

$$Fr_{*_a} = \frac{w_{*_a}^2}{q\delta_{r_a}} = \lambda_a Fr_a, \tag{6b}$$

$$Fr_{a} = \frac{\langle \rho w \rangle_{a}^{2}}{\rho_{wa}^{2} g \delta_{\tau a}} \cdot \tag{6r}$$

Связь относительного радиуса между зонами с толщиной зон $\delta_{\tau 1}$ или $\delta_{\tau 2}$ имеет вид

$$R_{\tau 0} = \frac{1}{1 + 2\widetilde{\delta}_{\tau 2}},\tag{7a}$$

или

$$R_{\tau_0} = \frac{1}{1 + 2\tilde{\zeta}_{21} - 2\tilde{\delta}_{\tau_1}},\tag{76}$$

$$\tilde{r}_{21} = \frac{r_2 - r_1}{2r_{20}} . {7b}$$

Из уравнений (4а,6) видно, что на координату нулевых вязких напряжений в кольцевом канале кроме геометрического фактора (5б), отличия в перепадах давления (5г) (6а) и распределений плотности по зонам (6б) влияют также и граничные условия (5в,г), в том числе и через величину коэффициента трения (6в) для данной зоны. Последнее предопределяет итеративный характер данного метода расчета. В условиях пренебрежимо малого влияния эффектов плотности и перепада давления приходим к предложенным ранее в литературе соотношениям [9, 10].

Аналогично для уравнений переноса тепла и массы, сохраняя лишь компоненты источников/стоков тепла (или массы), а также отличия в аксиальных градиентах энтальпии (или концентрации), получим уравнение для линии экстремальных энтальпий (или концентраций) в кольцевом канале:

$$R_{J0} = R_{12} \sqrt{\frac{1 + E_{I_v} \tilde{J}_{12} / R_{12}}{1 + E_{I_v} \tilde{J}_{12} \cdot R_{12}}},$$
 (8a)

$$E_{I_{v}} = (1 - \Delta_{J12}) \frac{1 - \langle \widetilde{I}_{v} \rangle_{2}}{1 - \langle \widetilde{I}_{v} \rangle_{1}}, \tag{86}$$

где

$$\langle \tilde{I}_{\nu} \rangle_{a} = \frac{\langle I_{\nu} \rangle_{a} r_{a}}{J_{wa}},$$
 (9a)

$$\Delta_{J12} = \frac{J_{w1} - J_{w2}}{J_{w1}},\tag{96}$$

$$\tilde{J}_{12} = \frac{J_{w1}}{J_{w2}},$$
 (9B)

причем индекс $_{J(=q\ или\ N)}$ и переменные J_{wa} , а также I_{va} принимают значения q_{wa} и N_{wa} , а также q_{va} и N_{va} для задач тепло- и массообмена соответственно.

Таким образом, для тепловой задачи соотношения (8) и (9) подобно уравнениям (4)-(6), обобщают модель [10] расчета координаты нулевой плотности теплового потока в кольцевом канале на учет отличий в теплоподводе и распределений источников/стоков тепла по сечению зон. Аналогичное суждение справедливо и для массообменных задач.

1.2. Связь теплогидравлических характеристик кольцевого канала с их локальными значениями на каждой из стенок

Полагая известной границу между зонами в кольцевом канале и используя осредненные уравнения неразрывности и движения по зонам и кольцевому каналу в целом, нетрудно, подобно [9], получить искомую связь между общим и индивидуальными для каждой из стенок коэффициентами трения в виде следующего гармонического соотношения:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \sqrt{\frac{\tilde{d}_{\tau_1}}{\lambda_1 \langle \tilde{\rho} \rangle_1}} \tilde{A}_{\tau_1} + \sqrt{\frac{\tilde{d}_{\tau_2}}{\lambda_2 \langle \tilde{\rho} \rangle_2}} \tilde{A}_{\tau_2}, \tag{10}$$

где

$$\langle \widetilde{\rho} \rangle_{1} = \frac{\langle \rho \rangle_{1}}{\langle \rho \rangle_{1} + \langle \rho \rangle_{2}}, \ \langle \widetilde{\rho} \rangle_{2} = \frac{\langle \rho \rangle_{2}}{\langle \rho \rangle_{1} + \langle \rho \rangle_{2}}. \tag{11}$$

Относительные гидравлические диаметры зон определены через соответствующие площади A и периметры Π как

$$\widetilde{d}_{\tau a} = \frac{d_{\tau a}}{d_{\tau a}} = \frac{4A_{\tau a}}{f_{\tau a}} \left/ \frac{4(A_{\tau 1} + A_{\tau 2})}{f_{\tau 1} + f_{\tau 2}};\right.$$
 (12) выраженные через относительные радиусы они имеют вид

$$\tilde{d}_{\tau_1} = \frac{R_{\tau_0}^2 - R_{12}^2}{R_{12}(1 - R_{12})},\tag{13a}$$

$$\tilde{d}_{\tau_2} = \frac{1 - R_{\tau_0}^2}{1 - R_{\tau_2}} \,. \tag{136}$$

Для связи последних с относительной толщиной зон следует использовать соотношения (7).

В условиях применимости аналогии Рейнольдса соотношение (10) описывает также и коэффициенты тепло- и массообмена в виде соответствующих чисел Стантона. При отсутствии аналогии Рейнольдса и при несовпадении границ экстремальных значений вязких напряжений, плотности потоков тепла и массы, используя осредненные уравнения неразрывности и энергии по зонам и кольцевому каналу в целом, нетрудно получить искомую связь между коэффициентами тепло(или массо)обмена на разных стенках и общим значением для всего канала

$$\frac{1}{\sqrt{St_{J}}} = \sqrt{\frac{\tilde{d}_{J1}}{St_{J1}\langle\tilde{p}\rangle_{1}}} \tilde{A}_{J1} + \sqrt{\frac{\tilde{d}_{J2}}{St_{J2}\langle\tilde{p}\rangle_{2}}} \tilde{A}_{J2}, \qquad (14)$$

индекс J, как и выше, является признаком тепловой q, или массообменной N задачи.

В общем случае нахождение границ экстремальных значений гидродинамических, тепло- и массообменных переменных требует комплексного и сопряженного решения задач построения (по крайней мере) двумерных полей этих переменных или разработки методов типа [9-11] для течений неоднородных потоков, что выходит за рамки данной работы.

Уравнение для распределения локальной плотности потока субстанции получим аналогично работе [1]: после интегрирования обобщенного уравнения переноса (3) по сечению каждой из зон (a) сначала с переменным верхним пределом Y_a а затем до стенки $Y_a = 1$ и объединения полученных интегралов (с использованием обозначений табл. 2):

$$\widetilde{J}_{a} = \frac{1 \mp 2\widetilde{\delta}_{Ja}}{1 \mp 2\widetilde{\delta}_{Ja} Y_{a}} \Re_{Ja} \left(1 - \frac{\mp 2\widetilde{\delta}_{Ja}}{1 \mp 2\widetilde{\delta}_{Ja}} \sum_{e} \Phi_{e\phi a} K_{e\phi a} \right),$$
(15)

где весовая функция

$$\mathfrak{R}_{Ja} = \int_{0}^{Y_{a}} (\rho w)_{a}^{\sigma} \left(1 \mp 2 \widetilde{\delta}_{Ja} Y_{a} \right) dY / \int_{0}^{1} (\rho w)_{a}^{\sigma} \left(1 \mp 2 \widetilde{\delta}_{Ja} Y_{a} \right) dY$$
 (16)

построена на основе массовой скорости для уравнения энергии $_{(J=q)}$ и конвективной диффузии $_{(J=N)}$ при $\sigma=1$. Легко видеть, что для «ударных» (плоских) профилей массовой скорости при $\rho w\neq f(Y_a)$, а также при рассмотрении уравнения движения $_{(J=\tau)}$, когда $\sigma=0$, имеем

$$\mathfrak{R}_{J_a}|_{\sigma=0} = \mathfrak{R}_{\tau a} = Y_a \left(1 \mp \widetilde{\delta}_{\tau a} Y_a\right) / \left(1 \mp \widetilde{\delta}_{\tau a}\right), \tag{17}$$

что приводит к линейной (при $\widetilde{\delta}_{\tau a} << 1$) или квадратичной (при $\widetilde{\delta}_{\tau a} >> 1$) зависимости $\Re_{\tau a}$ по сечению каждой из зон, интерпретируя их плоской щелью или круглой трубой соответственно, тогда как общий множитель перед скобкой в уравнении для обобщенной плотности потока субстанции, в частности для профиля вязких напряжений, остается линейным. Деформация линейного профиля J_a происходит как за счет рассматриваемых эффектов e на основе представляемых ниже форм-факторов, так и за счет кольцевой геометрии канала.

Как и для круглой трубы [1], отсутствие влияния радиально распределенных эф-

Таблица 2 Определения осреднений компонент $\Phi_{\rm eqa}$ и форм-факторов $K_{\rm eqa}$ уравнения переноса субстанции (ϕ_a) по зонам (a) кольцевого канала (аксиальная симметрия)

| е | Осредненные компоненты переноса $\Phi_{\mathrm{e}_{\phi}}$ | Форм-факторы профиля ϕ -переменной $K_{\mathrm{e}_{\phi^{\mathrm{a}}}}$ |
|--------|---|--|
| 1 | $\Phi_{\nu\varphi a} = \int_{0}^{1} \widetilde{I}_{\nu\varphi a} Y_{Ja} dY$, где $Y_{Ja} = 1 \mp 2\widetilde{\delta}_{Ja} Y_{a}$ (1) | $K_{\nu\varphi a} = 1 - \int_{0}^{Y_{a}} \widetilde{I}_{\nu\varphi a} Y_{Ja} dY \left/ \left(\Phi_{\nu\varphi a} \Re_{Ja} \right) \right. \tag{2}$ |
| ⊗ 2 | $\Phi_{Z\phi a} = \int_{0}^{1} \widetilde{\rho}_{a} w_{a}^{+} \frac{\partial \varphi_{a}^{+}}{\partial Z} Y_{Ja} dY \tag{3}$ | $K_{z\phi a} = 1 - \int_{0}^{\gamma_{a}} \tilde{\rho}_{a} w_{a}^{+} \frac{\partial \varphi_{a}^{+}}{\partial Z} \gamma_{Ja} dY / \left(\Phi_{z\phi a} \Re_{Ja} \right) $ (4) |
| 3 | $\Phi_{y\phi a} = \int_{0}^{1} \widetilde{\rho}_{a} v_{a}^{+} \frac{\partial \varphi_{a}^{+}}{\partial Y} \gamma_{Ja} dY $ (5) | $K_{y\phi a} = 1 - \int_{0}^{Y_{a}} \widetilde{\rho}_{a} v_{a}^{+} \frac{\partial \varphi_{a}^{+}}{\partial Y} Y_{Ja} dY / \left(\Phi_{y\phi a} \Re_{Ja} \right) $ (6) |
| 4 | $\Phi_{\cos a} = \frac{1}{Sr_{*a}} \int_{0}^{1} \tilde{\rho}_{a} \frac{\partial \varphi_{a}}{\partial \tilde{t}} Y_{Ja} dY \tag{7}$ | $K_{\omega\varphi\alpha} = 1 - \frac{1}{S_{I_{*\alpha}}} \int_{0}^{\gamma_{\alpha}} \widetilde{\int} \widetilde{\rho}_{a} \frac{\partial \varphi_{a}^{+}}{\partial \widetilde{t}} \gamma_{J\alpha} d\gamma / \left(\Phi_{\omega\varphi\alpha} \Re_{J\alpha} \right) $ (8) |

 \otimes - отсутствует для плотности теплового потока и потока массы, полученных с использованием $\partial \phi_a^+/\partial Z$.

фектов включая массовую скорость $\rho_a w_a \neq f(Y)$, а также $\Phi_{e\phi a} \to 0$ и/или $K_{e\phi a} \to 0$ приводит к обычному линейному распределению плотности потока субстанции: вязких напряжений, плотности потока тепла и массы [5] по каждой из зон кольца. И наоборот, в случае заметного их влияния зависимость (15) обеспечивает поправку к линейному распределению тем большую, чем выше значения соответствующей компоненты и форм-фактора.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ФОРМ-ФАКТОРОВ В КОЛЬЦЕВЫХ ЗОНАХ

Подобно круглой трубе [1], компоненты $\Phi_{e\phi a}$ и форм-факторы $K_{e\phi a}$ управляют поведением плотности потока субстанции при течении в кольцевом канале (см. (15)). Они ответственны за эффекты распределенных в поле течения переменных и источников/стоков субстанций и приведены в табл. 2 для кольцевой зоны (a). При этом, если компонента $\Phi_{e\phi a}$ отражает нормированный относительно «шкалы трения» масштаб данного явления e, то форм-фактор $K_{e\phi a}$ представляет собой меру отличия локальной переменной от ее средне-интегрального значения, отнесенную к величине этой компоненты в кольцевой зоне (a).

Осредненные компоненты $\Phi_{e\phi a}$ и форм-факторы $K_{e\phi a}$ обобщенного уравнения переноса субстанции, приведенные в табл. 2, обращаются в соответствующие компоненты и форм-факторы для уравнений количества движения, тепла и конвективной диффузии, описывающие влияние формы профиля переменных $\phi(=w,v,h)$ или T и c), а также источников/стоков субстанций. При этом компоненты $\Phi_{e\phi a}$ можно охарактеризовать как обобщенные субстанциональные массовые силы, в частности, связанные с источниками e=1 или с процессами аксиального e=2 и радиального e=3 ускорений, а также нестационарностью e=4. Они представляют собой обобщение чисел Грасгофа для этих процессов, что нетрудно проверить непосредственной подстановкой соответствующих переменных в каждый из рассматриваемых законов сохранения.

Таким образом, введение форм-факторов $K_{e\phi a}$, по своему физическому и математическому смыслу отражающих влияние распределенных в поперечном сечении кольцевого канала обобщенных субстанциональных массовых сил на распределение плотности потока субстанции, приводит к возможности его значительных отклонений от характерной (в простейшем случае линейной) зависимости. В количественном отношении форм-факторы отражают меру влияния радиально распределенных эффектов обобщенных массовых сил в квазиодномерной модели кольцевого канала.

3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТРЕНИЯ, ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА ПО ЗОНАМ КОЛЬЦЕВОГО КАНАЛА

При допущении неизменности аксиального градиента давления в поперечном сечении зоны (a) кольцевого канала из уравнения для коэффициента трения (см. табл.1, строка 9, колонка 2) и уравнения (15) после интегрирования по частям получим следующую обобщенную зависимость для коэффициента трения:

$$\frac{8}{\lambda_{a}} = \operatorname{Re}_{a} \cdot \int_{0}^{1} \left(1 - \frac{\mp 2\widetilde{\delta}_{\tau a}}{1 \mp 2\widetilde{\delta}_{\tau a}} \sum_{e} \Phi_{ewa} K_{ewa} \right) \frac{\langle \widetilde{\rho} \rangle_{\gamma_{a}} \left(1 \mp 2\widetilde{\delta}_{\tau a} \right) \cdot \mathfrak{R}_{\tau a}}{\widetilde{\rho}_{a} \widetilde{v}_{\tau a} \left(1 \mp 2\widetilde{\delta}_{\tau a} \gamma_{a} \right)} d\gamma , \tag{18}$$

где интегральные компоненты и форм-факторы идентичны соотношениям (1)-(8) табл.2 при замене φ на w и I_v на ρg ;

$$\langle \widetilde{\rho} \rangle_{\gamma_{a}} = \int_{0}^{\gamma_{a}} \widetilde{\rho}_{a} \left(1 \mp 2 \widetilde{\delta}_{\tau a} Y_{a} \right) dY / \int_{0}^{1} \widetilde{\rho}_{a} \left(1 \mp 2 \widetilde{\delta}_{\tau a} Y_{a} \right) dY . \tag{19}$$

Соотношение (18) обобщает интеграл Б.С. Петухова, В.Н. Попова [5] для коэффициента сопротивления трения не только в отношении профиля плотности, аксиального Φ_{zw} и радиального Φ_{yw} ускорений потока в поле течения, но и кольцевой формы канала.

Полагая, как и выше, что в рассматриваемой кольцевой зоне (а) аксиальный градиент энтальпии (и концентрации) не является функцией радиальной координаты из уравнения для коэффициента тепло(или массо)обмена (см. табл. 1, строка 9, колонки 3 или 4) и уравнения (15) после интегрирования по частям получим

$$\frac{1}{St_{qa}} = Pe_{a}\widetilde{\eta}_{a}\int_{0}^{1} \left(1 - \frac{\mp 2\widetilde{\delta}_{qa}}{1 \mp 2\widetilde{\delta}_{qa}} \sum_{e} \Phi_{eha} K_{eha} \right) \frac{\left(1 \mp 2\widetilde{\delta}_{qa}\right) \cdot \mathfrak{R}_{qa}^{2}}{\widetilde{\rho}_{a}\widetilde{K}_{Ta} \left(1 \mp 2\widetilde{\delta}_{qa} Y_{a}\right)} dY, \tag{20}$$

где интегралы Φ_{eha} и K_{eha} идентичны (1)-(8) табл. 2 при замене переменной ϕ на h и I_v на q_v ;

$$\left\langle \widetilde{q}_{v} \right\rangle_{Y_{a}} = \int_{0}^{Y_{a}} \widetilde{q}_{va} \left(1 \mp 2\widetilde{\delta}_{qa} Y_{a} \right) dY / \int_{0}^{1} \widetilde{q}_{va} \left(1 \mp 2\widetilde{\delta}_{qa} Y_{a} \right) dY . \tag{21}$$

Зависимость для коэффициента массообмена St_{Na} функционально идентична уравнению (20), отличаясь лишь коэффициентом $\tilde{\eta}=1$ и индексом N вместо A.

Сопоставление полученных уравнений (18) и (20) с имеющимися в литературе [3-5] позволяет утверждать, что они являются обобщением интегральных соотношений Лайона [4], Новикова-Воскресенского [3], Петухова-Попова [5] для описания теплообмена однофазных потоков в плоских и круглых каналах, а также обобщением замыкающих соотношений по трению и тепло- и массообмену [1,2,7] для течений неоднородных потоков в кольцевых каналах.

Как и для течений в каналах простой геометрии [1], полученные аналитические выражения представляют собой нелинейные интегродифференциальные уравнения, для замыкания которых необходимы соответствующие модельные представления для включенных в рассмотрение физических явлений. Требуются как модели турбулентного переноса субстанций в одно- и двухфазных неравновесных потоках, так и модели их радиального и аксиального переносов, представленные в табл. 2; необходима также разработка соответствующих численных методов решения. Однако при ряде дополнительных упрощений и допущений, устраняющих нелинейности, возможно получение квадратурных решений [12], сохраняющих обобщающие и эвристические свойства полученных выше интегральных форм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлено развитие методики [1] построения обобщенных лайонподобных интегральных замыкающих соотношений на основе форм-факторов для коэффициентов пристенного трения, тепло- и массообмена для течений неоднородного потока теплоносителя в каналах кольцевой геометрии, показаны их предельные переходы к плоской щели и круглой трубе. Форм-факторы $K_{e\phi a}$ по своему физическому и математическому смыслу отражают влияние распределенных в поперечном сечении кольцевого канала обобщенных субстанциональных массовых сил на поведение плотности потока субстанции, приводя к возможности ее значительных отклонений от характерной (в простейшем случае линейной зависимости).

Получено обобщенное гармоническое соотношение, связывающее величины ко-эффициентов трения, тепло- и массообмена на каждой из стенок с их общим для кольцевого канала значением. Приведено обобщенное уравнение для линии экстремальных значений вязкого напряжения, плотности теплового (массового) потока, или же профиля скорости, энтальпии (концентрации) в кольцевом канале.

Предложенный квазиодномерный метод представляет собой основу для наиболее полного, теоретически последовательного и строгого учета пространственной неоднородности рассматриваемых эффектов при разработке и обосновании новых полуэмпирических замыкающих соотношений термогидравлики в каналах кольцевой геометрии.

Литература

- 1. Корниенко Ю.Н. Вывод и обобщение форм-факторов квазиодномерных моделей коэффициентов пристенного трения, тепло- и массообмена неоднородных потоков. Каналы круглой и щелевой геометрии. // Известия вузов. Ядерная Энергетика. 2003. № 3. С. 105-115.
- 2. Kornienko Y.N. Generalized integral forms for friction, heat and mass transfer coefficients//Int. J. Heat Mass Transfer. 1995. V. 38. №16. P. 3103-3108.
- 3. *Новиков И.И., Воскресенский К.Д*. Прикладная термодинамика и теплопередача. М.: Атомиздат, 1977.
- 4. Lyon R.N. Liquid metal heat-transfer coefficients//Chemical Engin-ng Progr. 1951. V. 47. –№ 2. P. 87-97.
- 5. Петухов Б.С. Избранные труды. Вопросы теплообмена. М.: Наука, 1987.
- 6. Щукин В.К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. М.: Машиностроение, 1980.
- 7. Komienko Y. On Development of Analytical Closure Relationships for Local Wall Friction, Heat and Mass Transfer Coefficients for Sub-Channel Codes // International Atomic Energy Agency. TECDOC-1157. LMFR core thermohydraulics: Status and prospects. Vienna. Austria. 2000. P.347-363.
- 8. Рейнольдс А. Дж. Турбулентные течения в инженерных приложениях. М.: Энергия, 1979.
- 9. Maubach K. Rough annulus pressure drop interpretation of experiments and recalculation for square ribs//Int. J. Heat Mass Transfer. 1972. V. 15/-P. 2489-2498.
- 10. Боришанский В.М., Кутателадзе С.С., Новиков И.И., Федынский О.С. Жидкометаллические теплоносители. М.: Атомиздат, 1976.
- 11. *Jones J.C., Leung J.C.M.* An improvement in the calculation of turbulent friction in smooth concentric annuli//J. of Fluids Engineering. 1981. V. 103. № 4. P. 159-168.
- 12. Kornienko Yu., Ninokata H. Development of generalized integral forms of local and sub-channel wall friction, heat and mass transfer coefficients in single- and two-phase flows. Preprint IPPE-2791. Obninsk, 2000.

Поступила в редакцию 20.04.2003

УДК 621.039.54

External Problem with Reference to a Technique of a Local Heat Source for the Calculation of the Conjugated Heat Transfer Problem in Fuel Rods Assembles \V.S. Golba, A.S. Shelegov; Editorial board of journal "Izvestia vissikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher School. Nuclear Power Engineering). – Obninsk, 2004. – 6 pages, 7 illustrations. – References, 7 titles.

The partial solutions of the energy equation (responses of temperatures) for the coolant by a numerical method are obtained. The responses of temperatures are used for solution of the conjugate heat transfer problem in fuel rod assembly. Qualitative comprising of calculation responses and experimental responses of temperatures for the equivalent ring channe is presented. The numerical solution of the external problem allows doing without expensive experiments.

УДК 532.582

Derivation and Generalization of the Form-Factors for Quasi-one-dimension Models of Wall Friction, Heat- and Mass Transfer Coefficients in Non-homogeneous Coolant Flow. Channels of Annular Geometry \ Yu.N. Kornienko; Editorial board of journal "Izvestia vissikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher School. Nuclear Power Engineering). — Obninsk, 2004. — 10 pages, 2 illustrations, 2 tables. — References, 12 titles.

Proposed earlier [1] method of derivation and construction of generalized closure relationships based on form- factor notion for friction, heat- and mass transfer coefficients is extend on description of non-homogeneous coolant flow in an annular channel. The generalized closure relationship between friction, heat- and mass transfer coefficients for each of the wall with their total channel value is presented. An extended form-factors' descriptions derived, and it generalize Lyon-type integral relationships for friction, heat- and mass transfer coefficients not only for thermophysiscal properties and generalized body forces distributions, but also annular channel geometry.