УДК 621.039.58: 621.18

К ВОПРОСУ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ И РЕСУРСА ТРУБЧАТКИ АЭС С ВВЭР

В.П. Дерий*, В.К. Семенов, В.С. Щебнев****
** ФГУДП «Атомтехэнерго», г. Мытищи*
*** Ивановский государственный энергетический университет, г. Иваново*

В работе предлагается математическая модель, позволяющая прогнозировать количество заглушенных теплообменных трубок парогенераторов АЭС с ВВЭР. Прогноз базируется на использовании уравнения Колмогорова, на основе которого в аналитической форме получены зависимости среднего числа заглушенных трубок и дисперсии распределения в функции времени.

Опыт эксплуатации АЭС с реакторами ВВЭР показывает, что большинство случаев простоя станций связано с выходом из строя теплоэнергетического оборудования, преимущественно парогенераторов. Поэтому прогнозирование их технического состояния является одной из важнейших задач эксплуатации [1]. Главным элементом, обеспечивающим ресурс парогенераторов АЭС, являются теплообменные трубки, состояние которых, в первую очередь, определяется водно-химическим режимом. Задача прогноза ресурса трубчатки должна заключаться в определении времени достижения числом заглушенных трубок некоторого критического значения. По наступлению названного момента времени устройство должно сниматься с эксплуатации. Обычно указанная задача решается методом аппроксимации реального распределения числа заглушенных трубок одной из известных функций распределения. При таком подходе весь промежуток времени работы парогенератора разбивается на отдельные этапы и на каждом этапе находятся свои параметры функции распределения, которые отличаются друг от друга [2]. Поэтому, строго говоря, вопрос прогнозирования момента снятия аппарата с эксплуатации остается открытым.

Коррозионные повреждения теплообменных трубок определяются целым комплексом условий: накоплением отложений занесенных продуктов коррозии оборудования и трубопроводов второго контура, тепловым и динамическим режимами работы аппарата, внешними механическими воздействиями, наличием химически активных частиц и т.д. Многие величины можно считать определенными, детерминированными, тогда как сам процесс глушения трубок – процесс дискретный и случайный, а число заглушенных трубок – случайная величина. В таких условиях можно допустить существование вероятности того, что парогенератор, имевший в начальный момент времени t_0 определенное число заглушенных трубок, в последующий момент времени приобретет некоторое дополнительное число заглушенных трубок. Далее естественно также допустить, что процесс глушения трубок – стохастический процесс марковского типа [3], т.е. определенная выше вероятность зависит от начального числа заглушенных трубок, но не зависит от предшествующей моменту t_0 истории поведения аппарата. Последнее предположение является весьма общим и, хотя вначале не может быть доказано, получает обоснование в дальнейшем. Так будет показано, что уравнения, описывающие кинетику глушения трубок на детерминированном уровне, являются, по существу, следствием сделанного допущения. Будем считать процесс глушения трубок марковским процессом дискретным по числу заглушенных трубок и непрерывным во времени. Состояние аппарата (системы) характеризуем числом заглушенных трубок N. Далее введем следующие обозначения и определения величин: $P(N_0, t_0; N, t)$ – вероятность того, что парогенератор, имевший в момент времени t_0 число заглушенных трубок N_0, к моменту t будет иметь число заглушенных трубок N; $Q_m(N, t)dt$ – вероятность глушения группы из m трубок, когда число заглушенных трубок фиксировано и равно N. На величину $Q_m(N, t)$ можно смотреть и как на средний поток заглушенных трубок. В самом деле, вероятность глушения за время dt двух групп равна $[Q_m(N, t)dt]^2$. Она представляет собой величину второго порядка малости по dt и ею можно пренебречь, тем более можно пренебречь вероятностями глушения трех и большего числа групп. Среднее число заглушенных трубок за время dt, по определению среднего, будет равно

$$0\cdot\left[1-Q_m(N,t)dt\right]+1\cdot Q_m(N,t)dt=Q_m(N,t)dt\,. \tag{1}$$

Следовательно, средний поток числа заглушенных трубок равен $Q_m(N, t)$.

Вначале рассмотрим случай, когда $m = 1$, т.е. глушение трубок происходит не группами, а по одной. Найдем вероятность $P(N_0, t_0; N, t+dt)$. На основании теоремы сложения вероятностей искомая вероятность складывается из вероятностей двух возможностей: из вероятности того, что парогенератор уже имел N заглушенных трубок и за время dt не было заглушено ни одной трубки, и из вероятности того, что к моменту времени t было заглушена N–1 трубка, а к моменту $t+dt$ заглушили еще одну трубку. Возможность глушения за время dt двух и большего числа трубок исключается, поскольку их вероятности второго и более высокого порядка малости по dt. Следовательно,

$$\begin{gathered}P(N_0,t_0;N,t+dt)=P(N_0,t_0;N,t)\left[1-Q_1(N,t)dt\right]+\\+P(N_0,t_0;N-1,t)Q_1(N-1,t)dt,\end{gathered} \tag{2}$$

откуда следует уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t}P(N_0,t_0;N,t)=P(N_0,t_0;N-1,t)Q_1(N-1,t)-P(N_0,t_0;N,t)Q_1(N,t). \tag{3}$$

Полученное уравнение в теории марковских процессов называется уравнением чистого размножения и представляет собой частный случай уравнения Колмогорова [3]. Заметим, что при $N = N_0$ правая часть уравнения не должна содержать первого слагаемого. Как правило, зависимость $Q(N)$ нелинейная, поэтому решение уравнения (3) можно найти только численными методами при помощи вычислительной техники. Между тем для практики достаточно знать, как ведут себя средние числа заглушенных трубок и их флуктуации. Для знания этих величин не требуется определения явного вида функции распределения.

Найдем уравнение для среднего числа заглушенных трубок. С этой целью умножим левую и правую части уравнения (3) на N и просуммируем по всевозможным значениям числа заглушенных трубок от N_0 до полного числа трубок в парогенераторе N_p. После несложных преобразований получим

$$\left(\frac{d\langle N\rangle}{dt}\right)_{N_0}=\langle Q_1(N,t)\rangle_{N_0}\,. \tag{4}$$

Индекс N_0 означает, что усреднение ведется при фиксированном значении начального числа заглушенных трубок N_0. Под начальным числом N_0 понимается то число заглушенных трубок, которое система имела до ввода ее в эксплуатацию, здесь

$$\left\langle Q_1(N,t)\right\rangle_{N_0} = \sum_{N_1=N_0}^{N_p} P(N_0, t_0; N_1, t)Q_1(N_1, t). \qquad (5)$$

Усредняя по числу начальных заглушенных трубок, получим уравнение

$$\frac{d\langle N\rangle}{dt} = \left\langle Q_1(N,t)\right\rangle, \qquad (6)$$

которое имеет очевидный физический смысл: скорость глушения трубок определяется средним потоком заглушенных трубок. Заметим, что это уравнение носит общий характер, связанный с переходом от стохастического уровня описания к детерминированному. Однако, чтобы им воспользоваться для нахождения средней величины $\langle N\rangle$, вместо среднего потока в правой части уравнения подставляют поток как функцию от среднего, т.е. уравнение искажают и записывают в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}P(N_0,t_0;N,t) = P(N_0,t_0;N-1,t)Q_1(N-1,t) - P(N_0,t_0;N,t)Q_1(N,t). \qquad (7)$$

Подобная замена, строго говоря, допустима лишь в случае, когда $Q_1(N,t)$ линейно зависит от N. В остальных же случаях указанная замена возможна лишь в приближенном смысле при условии, что флуктуации $(\sqrt{\Delta})$малы по сравнению с $\langle N\rangle$. Действительно, вблизи $\langle N\rangle$

$$Q_1(N) \approx Q_1\left(\langle N\rangle\right) + \frac{1}{2}Q_1'\left(N-\langle N\rangle\right) + \frac{1}{2}Q_1''\left(N-\langle N\rangle\right)^2. \qquad (8)$$

Здесь индексом ʹ и индексом ʺ обозначены соответственно первая и вторая производные по переменной N. Усредняя по N, получим

$$\left\langle Q_1(N)\right\rangle \approx Q_1\left(\langle N\rangle\right) + \frac{1}{2}Q_1''\Delta. \qquad (9)$$

Поскольку $\dfrac{Q_1'' \cdot \Delta}{Q_1}$ имеет второй порядок малости по относительной флуктуации $\dfrac{\Delta}{\langle N\rangle^2}$, то вторым слагаемым можно пренебречь, и приходим к уравнению (7).

Выведем теперь уравнение для дисперсии распределения

$$\Delta = \left\langle \left(N-\langle N\rangle\right)^2 \right\rangle = \left\langle N^2\right\rangle - \left\langle N\right\rangle^2. \qquad (10)$$

Согласно (6),

$$\frac{d\left\langle N^2\right\rangle}{dt} = 2\langle N\rangle\langle Q_1\rangle. \qquad (11)$$

Умножая (3) на N^2, суммируя N и по N_0, с учетом (11), получим

$$\frac{d\Delta}{dt} = 2\left(\langle NQ_1\rangle - \langle N\rangle\langle Q_1\rangle\right) + \langle Q_1\rangle. \qquad (12)$$

Раскладывая NQ_1 в ряд Тейлора вблизи $\langle N\rangle$ и усредняя по N, имеем

$$\left\langle NQ_1(N,t)\right\rangle \approx Q_1\left(\langle N\rangle,t\right)\langle N\rangle + \frac{1}{2}\left[Q_1N\right]''_{N=\langle N\rangle} \cdot \Delta.$$

Окончательно уравнение (12) приобретает вид:

$$\frac{d\Delta}{dt}=2Q'_{1_{N=\langle N\rangle}}\cdot\Delta+Q_1\left(\langle N\rangle,t\right). \tag{13}$$

Если зависимость $Q_1(N, t)$ можно представить в виде $Q_1(N, t) = f(t)Q_1(N)$, то поделив уравнение (13) на уравнение (7), найдем зависимость дисперсии распределения от среднего числа заглушенных трубок

$$\frac{d\Delta}{d\langle N\rangle}=2\Delta\frac{d}{d\langle N\rangle}\left[\ln Q_1\left(\langle N\rangle\right)\right]+1. \tag{14}$$

Полученное уравнение является линейным и интегрируется в квадратурах

$$\Delta=\frac{Q_1^{\,2}\left(\langle N\rangle\right)}{Q_1^{\,2}\left(\langle N_0\rangle\right)}\left[\Delta_0+Q_1^{\,2}\left(\langle N_0\rangle\right)\int\limits_{\langle N_0\rangle}^{\langle N\rangle}\frac{dN}{Q_1^{\,2}(N)}\right]. \tag{15}$$

Аналогичным образом можно найти уравнения для третьего момента распределения $\Gamma=\left\langle\left(N-\langle N\rangle\right)^3\right\rangle$, характеризующего меру асимметрии распределения вероятностей. Опуская вычисления, приведем лишь окончательный результат

$$\frac{d\Gamma}{dt}=3Q_1'\Gamma+3Q_1'\Delta+Q_1. \tag{16}$$

Предлагаемая математическая модель легко может быть обобщена на случай, когда глушение трубок производится пачками. Опираясь на вероятностные соображения, аналогичные тем, которые привели нас к уравнению (3), получим следующее уравнение для $P(N_0, t_0; N, t)$:

$$\frac{\partial}{\partial t}P(N_0,t_0;N,t)=\sum_{N'}P(N_0,t_0;N',t)Q_{N-N'}(N',t)-P(N_0,t_0;N,t)\sum_{N'}Q_{N-N'}(N',t). \tag{17}$$

Для больших $N–N'$ $Q(N', t)=0$, но для сохранения общности записи уравнений суммирование сохраним по всем значениям N'. Уравнение (17) представляет собой общее уравнение Колмогорова для случая, когда состояние системы описывается одной дискретной переменной [3]. Если задано распределение по начальному числу заглушенных трубок $f(N_0)$, то безусловные вероятности $P(N, t)$ связаны с условными вероятностями соотношением

$$P(N,t)=\sum_{N'+N_0=N}f(N_0)P(N_0,t_0;N',t).$$

Проведя вычисления, аналогичные предыдущим, получим уравнение для $\langle N\rangle$

$$\frac{d\langle N\rangle}{dt}=\sum_m m\langle Q_m(N,t)\rangle, \tag{18}$$

выражение для дисперсии распределения

$$\Delta=\frac{\left[\sum_m mQ_m\left(\langle N\rangle\right)\right]^2}{\left[\sum_m mQ_m\left(\langle N_0\rangle\right)\right]^2}\left\{\Delta_0+\left[\sum_m mQ_m\left(\langle N_0\rangle\right)\right]^2\int\limits_{\langle N_0\rangle}^{\langle N\rangle}\frac{\sum_m m^2Q_m}{\left(\sum_m mQ_m\right)^3}dN\right\} \tag{19}$$

и уравнение для третьего момента $\Gamma=\left\langle\left(N-\langle N\rangle\right)^3\right\rangle$

$$\frac{d\Gamma}{dt}=3\sum_m mQ_m'\Gamma+3\sum_m m^2Q_m'\Delta+\sum_m m^3Q_m. \tag{20}$$

В заключение общей части заметим, что полученные формулы применимы не только для процесса глушения трубок, но при малой дисперсии к любым стохастическим процессам марковского типа с дискретным пространством состояний. В случае линейной зависимости Q от N вышеизложенная теория становится точной.

Коррозионное повреждение теплообменных трубок парогенераторов обусловлено действием многих перекрестных механизмов: физико-химическими процессами на поверхности металлов (гетерогенным катализом, диффузией, адсорбцией), изменением структуры материалов под действием тепловых и динамических нагрузок, радиационно-химическими процессами и др. Теоретически учесть действие всех этих механизмов вряд ли возможно, поэтому, на наш взгляд, правомерным представляется следующий формальный подход. Будем считать, что среднее, нормированное на единицу число повреждаемых трубок $\langle N^* \rangle = \frac{\langle N \rangle}{N_p}$ пропорционально числу не заглушенных трубок $\left(1-\langle N^* \rangle\right)$. Считая процесс накопления дефектов непрерывным во времени, имеем уравнения баланса

$$\langle N^*(t+dt) \rangle = \langle N^*(t) \rangle + \lambda(t)\left(1-\langle N^* \rangle\right)dt\,, \tag{21}$$

где $\lambda(t)$ – коэффициент пропорциональности, равный вероятности повреждения одной трубки за единицу времени. Раскладывая левую часть уравнения (21) в ряд Тейлора и ограничиваясь линейным членом разложения, получим

$$\frac{d\langle N^* \rangle}{dt} = \lambda(t)\left(1-\langle N^* \rangle\right) = Q_1\left(\langle N^* \rangle\right). \tag{22}$$

Зависимость $\lambda(t)$ можно представить в виде ряда

$$\lambda(t) = \lambda_0 + \alpha t + \beta t^2 + \ldots \tag{23}$$

Вначале эксплуатации для малых времен доминирующую роль играет первый член разложения, т.е. вероятность повреждения трубок от возраста аппарата зависеть не будет. С течением времени аппарат стареет, в нем накапливается усталость, и вероятность λ будет зависеть от возраста аппарата. Количество слагаемых в разложении (23) определяется видом экспериментальной зависимости числа заглушенных трубок для данного аппарата от времени.

Подставляя (22) в уравнение (15), получим выражение для дисперсии распределения (Δ_0=0, N_0=0)

$$\frac{\Delta}{N_p} = \left(1-\langle N^* \rangle\right)^2 \int_0^{<N^*>} \frac{d\langle N \rangle}{\left(1-\langle N \rangle\right)^2}\,, \tag{24}$$

которое после вычисления интеграла приводится к виду

$$\frac{\Delta}{N_p} = \langle N^* \rangle\left(1-\langle N^* \rangle\right). \tag{25}$$

Максимум дисперсии имеет место при, а дисперсия в максимуме . График зависимости дисперсии распределения от представлен на рис.1. Как следует из формулы (25), относительная флуктуация удовлетворяет условию

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{\langle N \rangle} = \sqrt{\frac{1-\langle N^* \rangle}{N_p\langle N^* \rangle}} << 1, \tag{26}$$

чем и подтверждается правильность введенных предположений.

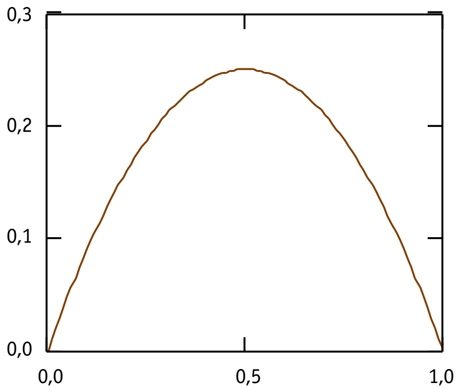

Рис.1. График зависимости дисперсии распределения $\frac{\Delta}{N_p}$ от $\langle N \rangle$: ——— $D(N)$

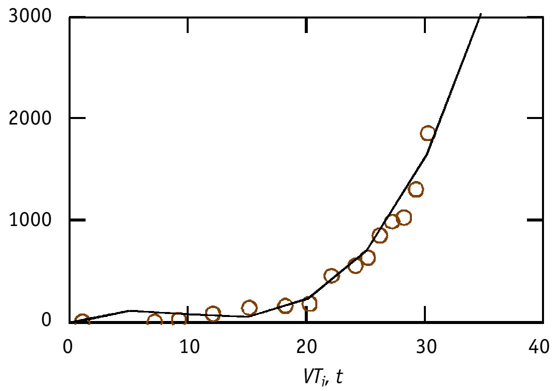

Рис. 2. Зависимость числа заглушенных трубок от времени: ○○○ – VA_i; ——— – $N(t)$

В качестве примера применения предложенной выше математической модели приведем прогноз числа заглушенных теплообменных трубок 3-го блока НВАЭС с ВВЭР-440. Обработка опубликованных экспериментальных данных [2] методом регрессии на основе формул (22) и (23) с наименьшей квадратичной погрешностью дает следующие значения коэффициентов:

$$\lambda_0 = 1{,}302 \cdot 10^{-3} 1/\text{c},\ \frac{\alpha}{2} = -1{,}715 \cdot 10^{-6} 1/\text{c}^2,\ \frac{\beta}{3} = 6{,}145 \cdot 10^{-6} 1/\text{c}^3.$$

Функция прогноза $N(t)$ и экспериментальные точки представлены на рис. 2. Здесь время измеряется годами. Заметим, что прогноз на основе распределения Вейбулла [3] потребовал разбиения экспериментальной зависимости на девять временных интервалов с различными подгоночными коэффициентами.

ВЫВОДЫ

1. Предложена математическая модель прогнозирования глушения теплообменных трубок парогенераторов АЭС с ВВЭР. Наряду со средним числом заглушенных трубок модель позволяет рассчитать и их флуктуации.

2. Модель апробирована на примере прогноза числа заглушенных теплообменных труб парогенераторов блока №3 НВАЭС с ВВЭР-440.

Литература

1. *Острейковский В.А.* Старение и прогнозирование ресурса оборудования атомных станций. – М.: Энергоатомиздат, 1994.

2. *Олейник С.Г., Беляков О.А., Костюков О.Е., Марцинюк Л.С.* Использование вероятностных методов при изучении повреждаемости теплообменных трубок парогенераторов на АЭС с ВВЭР / ЭНИЦ-2004: Годовой отчет. – 2004. – С.184-190.

3. *Баруча-Рид А.Т.* Элементы теории марковских процессов и их приложения. – М.: Наука, 1969.

Поступила в редакцию 11.06.2006