

К КОНЦЕПЦИИ МЕТОДА ОРУК ИЗМЕРЕНИЯ РЕАКТИВНОСТИ*

Б.Д. Абрамов

ГНЦ РФ-Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского, г. Обнинск



Рассматриваются актуальные вопросы математического моделирования нейтронной кинетики реактора и определения его реактивности методом ОРУК (обращенного решения уравнения кинетики). Показывается, что традиционная концепция метода ОРУК, как метода измерения реактивности, не совсем верна, поскольку реактивность неизвестного состояния реактора этим методом в принципе не может быть определена точно. Формулируются уточненная концепция метода и вытекающие из нее новые разновидности уравнений метода ОРУК.

УРАВНЕНИЯ КИНЕТИКИ РЕАКТОРА

Кинетика нейтронов в реакторе описывается нестационарным уравнением переноса [1–12]

$$(1/v)\partial\phi/\partial t + M\phi = F_0\phi + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} F_j \phi_{t'} + Q, \quad (1)$$

где $\phi(x, E, \Omega, t)$ – поток нейтронов, v – скорость нейтрона; Q – внешний источник; $M = \Omega\nabla + \Sigma - S$ и $F = F_0 + F_d$ – операторы, описывающие процессы утечки, поглощения, рассеяния и генерации (мгновенных F_0 и запаздывающих $F_d = \sum_j F_j$) нейтронов; λ_j – постоянная распада предшественника запаздывающих нейтронов; ϕ – его обобщенный номер [9, 11]; $\phi_t = \phi(x, E, \Omega, t')$.

В стационарном случае оно переходит в уравнение

$$M\phi = F\phi + Q \quad (2)$$

критического (при $Q = 0$) или подкритического (при $Q \geq 0$) состояния реактора.

Наряду с уравнениями (1), (2) для описания критических и не критических реакторов широко используются и так называемые условно-критические уравнения вида

$$M\psi = F\psi / k_{\text{эф}}, \quad (3a)$$

$$M^*\psi^* = F^*\psi^* / k_{\text{эф}}, \quad (36)$$

где M^* , F^* – сопряженные к M и F операторы, $k_{\text{эф}}$ – эффективный коэффициент размножения нейтронов в реакторе, вводимый с целью фиктивного вывода реактора в критическое состояние за счет умозрительного увеличения выхода нейтронов деления в $1/k_{\text{эф}}$ раз [1, 2].

** Исследования проведены при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Калужской области (гранты 04-01-97207, 05-08-33480).*

УРАВНЕНИЯ ОБРАТНОЙ КИНЕТИКИ

Уравнения (1)–(3) иногда называют прямыми уравнениями (кинетики) реактора. Они служат для расчетного определения потока нейтронов и/или $k_{эф}$ по известным значениям сечений и источников. Наряду с ними используются также и обратные уравнения кинетики реактора (или обращенные решения уравнения кинетики, ОРУК), предназначенные для экспериментально-расчетного определения реактивности по известным значениям потока нейтронов. Напомним их [2–12].

Умножая уравнение (1) на ψ^* , уравнение (3б) – на ϕ , интегрируя по всем рассматриваемым значениям x, E, Ω и вычитая результаты друг из друга, запишем искомое ОРУК в виде уравнения

$$\frac{\rho}{\bar{\beta}} = 1 + \frac{\alpha\Lambda}{\bar{\beta}} - \frac{\bar{Q} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} (\psi^*, F_j \phi_{t'})}{(\psi^*, F_d \phi_t)} \quad (4a)$$

с коэффициентами

$$\alpha = \frac{(\psi^*, \nu^{-1} \partial \phi / \partial t)}{(\psi^*, \nu^{-1} \phi)}, \quad \Lambda = \frac{(\psi^*, \nu^{-1} \phi)}{(\psi^*, F \phi)}, \quad \bar{\beta} = \frac{(\psi^*, F_d \phi)}{(\psi^*, F \phi)}, \quad \bar{Q} = (\psi^*, Q) \quad (4б)$$

для нахождения реактивности $\rho_\beta = \rho / \bar{\beta}$ (в единицах $\bar{\beta}$) по заданным $\alpha, \Lambda, \lambda_j, \bar{\beta}, \bar{Q}, F, F_j, \psi^*, \phi$, где $(,)$ – символ интеграла по всем рассматриваемым значениям переменных x, E, Ω , а величина $\rho = 1 - 1/k_{эф}$ – реактивность, зависимость которой от времени определяется соответствующей параметрической зависимостью сечений (свойств реактора) в уравнениях (3).

ОРУК (4) является точным уравнением (дает точное значение реактивности), если в качестве ψ^*, ϕ в (4) используются точные решения уравнений (3), (1)). Приближенные одноточечные или многоточечные ОРУК обычно получают, пренебрегая в (4) слагаемым $\alpha\Lambda/\bar{\beta}$ и используя аппроксимации типа

$$\phi(x, E, \Omega, t) = P(t) \xi(x, E, \Omega, t), \quad \xi = \tilde{\psi} / (p, \tilde{\psi}), \quad (5a)$$

$$\phi(x, E, \Omega, t) \approx \sum_k P_k(t) \xi_k(x, E, \Omega, t), \quad \xi_k = \theta_k \tilde{\psi}_k / (p_k, \theta_k \tilde{\psi}_k), \quad (5б)$$

где $P = (p, \phi)$, $P_k = (p_k, \theta_k \phi)$ – показания датчиков нейтронного поля в реакторе, характеризующих «сечениями детекторов» $p(x, E)$, $p_k(x, E)$; $\theta_k(x)$ – характеристическая функция подобласти $G_k \subset G$ реактора, в которой локализован k -й датчик; G – область пространства, занимаемая реактором; $\tilde{\psi}(x, E, \Omega, t)$, $\tilde{\psi}_k(x, E, \Omega, t)$ – функции формы нейтронного поля в G, G_k , выбираемые из тех или иных соображений аппроксимации потока $\phi(x, E, \Omega, t)$. Например, в адиабатическом приближении полагают $\tilde{\psi} = \psi$ [2–9]. При выборе $\tilde{\psi} = \phi$ соотношения (5) обращаются в тождества.

Отметим, что на практике под P, P_k часто понимаются более сложные выражения, включающие процедуры преобразования непрерывных функций $P(t), P_k(t)$ в серии импульсов с последующим приближенным восстановлением исходных $P(t), P_k(t)$. Однако учет этого обстоятельства, служащего источником дополнительных погрешностей метода ОРУК [5,6], не вносит каких-либо принципиальных изменений в результаты данного исследования.

В частности, подставляя (5a) в (4), приходим к одноточечному ОРУК традиционного вида

$$\frac{\rho}{\bar{\beta}} = 1 - \frac{Q_{эф} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' \bar{a}_j(t, t') P(t') e^{-\lambda_j(t-t')}}{P(t)}, \quad (6a)$$

для определения $\rho/\bar{\beta}$ в приближении $\Lambda = 0$ по заданным $P(t)$ с коэффициентами

$$\bar{a}_j(t, t') = (\psi_t^*, F_j \xi_{t'}) / (\psi_t^*, F_d \xi_t), \quad Q_{эф} = \bar{Q} / (\psi_t^*, F_d \xi_t), \quad (66)$$

вычисляемыми с весом функций ψ^* , $\xi = \tilde{\psi} / (p, \tilde{\psi})$ [5].

В случае стационарного подкритического реактора, описываемого уравнением (2), уравнения (4), (5а) переходят соответственно в ОРУК

$$\rho = - \frac{(\psi^*, Q)}{(\psi^*, F\varphi)} \approx - \frac{(\psi^*, Q)}{(\psi^*, F\xi)} \frac{1}{P} \quad (7)$$

метода обратного умножения (умножения $(\psi^*, F\varphi) / (\psi^*, Q)$ нейтронов источника (ψ^*, Q)) для определения реактивности заглушенного реактора [5].

Наконец, в случае экспоненциального режима, когда $Q = 0$ и имеет место разделение переменных $\varphi = \psi_0(x, E, \Omega) \exp(\alpha t)$, уравнение (4) переходит в уравнение (ОРУК) обратных часов

$$\rho = \alpha \left[\Lambda + \sum_j \frac{\bar{\beta}_j}{\alpha + \lambda_j} \right] \quad (8)$$

для определения реактивности по измеряемому периоду $1/\alpha$ реактора и расчетным значениям коэффициентов $\Lambda = (\psi^*, \nu^{-1} \psi_0) / (\psi^*, F\psi_0)$, $\bar{\beta}_j = (\psi^*, F_j \psi_0) / (\psi^*, F\psi_0)$.

МОЖНО ЛИ ИЗМЕРИТЬ РЕАКТИВНОСТЬ МЕТОДОМ ОРУК?

Идентификация того или иного состояния реактора по методу ОРУК сводится к определению его реактивности $\rho/\bar{\beta}$ или $k_{эф}$ путем вычисления правых частей соответствующих уравнений типа (6а) по заданным (например, расчетным) значениям коэффициентов (6б) и экспериментальным значениям функционала $P(t)$, характеризующего показания датчиков нейтронного поля в реакторе. Обычно предполагается, что такая процедура позволяет находить с приемлемой точностью искомые характеристики $\rho/\bar{\beta}$ или $k_{эф}$ исследуемого состояния реактора, причем переход к точному ОРУК (4) позволяет находить и их точные значения. Однако это не совсем так.

В самом деле, если исследуемое состояние реактора неизвестно, то оно не может быть идентифицировано методом ОРУК, поскольку для этого необходимо знать коэффициенты соответствующего ОРУК, а для вычисления этих коэффициентов необходимо знать само это состояние. Поэтому точное значение реактивности неизвестного состояния реактора в принципе не может быть ни измерено методом ОРУК, ни рассчитано, что не всегда ясно осознается (отметим, что случай критического реактора не является исключением, ибо из $P(t) = \text{const} > 0$ следует $\rho = 0$ лишь при $\bar{Q} = (\psi^*, Q) = 0$, т.е. при известном коэффициенте $\bar{Q} = 0$).

Вместе с тем, оно может быть определено приближенно. На практике это достигается обычно заменой искомых коэффициентов иными, «пробными» коэффициентами, вычисленными для некоторого известного, близкого к исследуемому «пробного» состояния (пробной модели) реактора. Однако подобный вариант метода ОРУК содержит неустранимую погрешность, обусловленную неточным выбором пробной модели, и является, строго говоря, не столько методом измерения реактивности, сколько методом уточнения ее расчетных значений.

Поясним это. Пусть $\bar{\rho}$ – расчетная реактивность пробного состояния, ρ – истинная реактивность искомого состояния, а $\tilde{\rho}$ – его реактивность, измеренная методом ОРУК с пробными коэффициентами. Тогда $\tilde{\rho} = \bar{\rho} = \rho$, если пробное состояние совпадает с искомым, и $\tilde{\rho} \neq \bar{\rho} \neq \rho$ в общем случае. При этом $\tilde{\rho}$ является уточнением $\bar{\rho}$ в том смысле, что она рассчитывается по данной $\bar{\rho}$ и обычно лежит ближе к ρ , чем $\bar{\rho}$:

$|\rho - \bar{\rho}| \leq |\rho - \check{\rho}|$. Степень близости $\check{\rho}, \bar{\rho}$ к ρ может характеризоваться невязкой $\check{\rho} - \bar{\rho}$, но лишь косвенно, ибо из $\bar{\rho} = \check{\rho}$ в общем случае не следует $\bar{\rho} = \check{\rho} = \rho$.

Следовательно, однократное применение расчетной процедуры метода ОРУК не приводит в общем случае к определению реактивности. Не приводит к этому и многократное ее применение, когда по найденной реактивности $\bar{\rho}$ корректируются параметры расчетной модели с целью обеспечения равенства $\bar{\rho} = \check{\rho}$, на этой основе пересчитываются коэффициенты ОРУК, вычисляется новое $\bar{\rho}$ и т.д. В самом деле, если этот итерационный процесс сходится, то он приводит лишь к некоторому уточнению пробной модели, гарантирующему выполнение равенства $\bar{\rho} = \check{\rho}$, но не равенства $\bar{\rho} = \check{\rho} = \rho$ (поскольку само уравнение, решаемое итерационно, не точное, а приближенное).

Таким образом, реактивность неизвестного состояния реактора нельзя измерить точно. Но можно (сколь угодно) точно мерить малые эффекты реактивности. В этом смысле метод ОРУК и является методом измерения не столько самой реактивности, сколько ее малых эффектов, позволяющим оценивать в рамках теории малых возмущений отклонения $\delta\rho_{12} = \rho_1 - \rho_2$ реактивности ρ_2 возмущенного состояния реактора от реактивности ρ_1 исходного состояния [5].

Продemonстрируем эти положения на примерах уравнений (3), (6)–(8).

ВОЗМУЩЕНИЯ УСЛОВНО-КРИТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Поскольку реактивность $\rho = 1 - 1/k_{эф}$ определяется через ведущее собственное значение $k_{эф}$ условно-критических уравнений (3), то и все ее свойства определяют этими же уравнениями. Поэтому, в частности, она не зависит ни от внешнего источника Q , ни от постоянных распада λ_j , совсем не фигурирующих в уравнениях (3), и лишь слабо зависит от спектров и выходов запаздывающих нейтронов деления [9–12]. Итак, обратимся сначала к рассмотрению уравнений (3).

Обозначая через $C = \Sigma - S$ оператор, описывающий процессы поглощения и рассеяния нейтронов и переписывая оператор $M = \Omega\nabla + \Sigma - S$ в виде $M = \Omega\nabla + C$, ограничимся рассмотрением возмущений, меняющих лишь операторы C, F , но не меняющих внешних границ реактора.

Предположим, что интересующее нас состояние реактора, характеризуемое операторами C, F , известно лишь приближенно так, что $C = \check{C} + \delta C, M = \check{M} + \delta C, F = \check{F} + \delta F$, где \check{C}, \check{F} – известные, а $\delta C, \delta F$ – неизвестные линейные ограниченные операторы. Тогда из уравнений (3а) и (3б) с операторами C, F и \check{C}, \check{F} соответственно следуют известные соотношения [1, 2]

$$\delta\rho = \rho - \bar{\rho} = \frac{(\check{\psi}^*, (\delta F/k_{эф} - \delta C)\check{\psi})}{(\check{\psi}^*, \check{F}\check{\psi})} \approx \frac{(\check{\psi}^*, (\delta F/\check{k}_{эф} - \delta C)\check{\psi})}{(\check{\psi}^*, \check{F}\check{\psi})} \quad (9)$$

для точного и приближенного (в линейном по возмущениям приближении) вычисления погрешности $\delta\rho = 1/\check{k}_{эф} - 1/k_{эф}$ реактивности, обусловленной погрешностями $\delta C, \delta F$ знания операторов (свойств реактора) C, F , где $\check{\psi}, \check{\psi}^*, \check{k}_{эф}$ – решения уравнений (3) с операторами \check{C}, \check{F} .

Из (9) вытекает, что при неизвестных $\delta C, \delta F \neq 0$ реактивность $\rho = \bar{\rho} + \delta\rho$ исследуемого состояния реактора в принципе не может быть определена точно. Однако она может быть определена приближенно, например, соотношением $\rho \approx \bar{\rho}$ с точностью $\delta\rho \approx \delta\rho^{(0)}$ (см. дальше).

Перейдем к рассмотрению эффектов реактивности. Пусть $\delta F^{(0)}$, $\delta C^{(0)}$ – погрешности знания исходного состояния $n = 0$ реактора, трактуемые как возмущения, а $\delta F^{(n)}$, $\delta C^{(n)}$ – реальные возмущения, вносимые в реактор в n -ом эксперименте, где $n = 1, 2, \dots$. Из возмущенных уравнений

$$(\bar{M} + \delta C^{(0)} + \delta C^{(n)})\psi_n = (\bar{F} + \delta F^{(0)} + \delta F^{(n)})\psi_n / k_{эф}^n \quad (10)$$

и невозмущенного уравнения (3б) нетрудно вывести требуемое обобщение формул (9):

$$\delta \rho_{mn} = \rho_m - \rho_n = \delta \rho_m^{(0)} + \delta \rho_m - (\delta \rho_n^{(0)} + \delta \rho_n) \approx \delta \rho_m - \delta \rho_n, \quad (11)$$

где

$$\delta \rho_n^{(0)} = \frac{(\bar{\psi}^*, (\delta F^{(0)} / k_{эф}^n - \delta C^{(0)})\psi_n)}{(\bar{\psi}^*, \bar{F}\psi_n)} \approx \frac{(\bar{\psi}^*, (\delta F^{(0)} / \bar{k}_{эф} - \delta C^{(0)})\bar{\psi})}{(\bar{\psi}^*, \bar{F}\bar{\psi})} = \delta \rho^{(0)} = \delta \rho_0^{(0)}, \quad (12a)$$

$$\delta \rho_n = \frac{(\bar{\psi}^*, (\delta F^{(n)} / k_{эф}^n - \delta C^{(n)})\psi_n)}{(\bar{\psi}^*, \bar{F}\psi_n)} \approx \frac{(\bar{\psi}^*, (\delta F^{(n)} / \bar{k}_{эф} - \delta C^{(n)})\bar{\psi})}{(\bar{\psi}^*, \bar{F}\bar{\psi})}. \quad (12б)$$

Из этих формул следует, что неопределенности $\delta F^{(0)}$, $\delta C^{(0)}$ знания исходного состояния реактора в линейном по возмущениям приближении $\delta \rho_n^{(0)} \approx \delta \rho^{(0)}$ не оказывают влияния на эффекты реактивности (11) (ибо соответствующие вклады $\delta \rho^{(0)}$ взаимно компенсируются).

Поскольку погрешность определения эффектов реактивности $\delta \rho_{mn}$ таким образом, неограниченно убывает при $\delta \rho_m, \delta \rho_n \rightarrow 0$, а погрешность определения самой реактивности ρ не может быть меньше $\delta \rho^{(0)}$, то в этом смысле метод ОРУК и является скорее методом определения малых эффектов реактивности, нежели самой реактивности.

ОРУК (7) С НЕДОСТОВЕРНО ИЗВЕСТНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Обратимся к методу обратного умножения (7). Предположим, что функционал $P = (p, \varphi)$ измеряется точно, а состояние реактора известно лишь приближенно: $C = \bar{C} + \delta C$, $F = \bar{F} + \delta F$. Тогда из всех входящих в правую часть формулы (7) величин ψ^* , F , $\xi = \varphi/P$ и P будет известна лишь P (поскольку вычисление ψ^* , ξ требует знания операторов C , F), а, значит, соответствующее уравнение (7) не может быть использовано для определения ρ . Таким образом, реактивность неизвестного состояния реактора не может быть определена по методу ОРУК (7) точно.

Однако она может быть определена приближенно. Действительно, заменяя ψ^* , F , $\xi = \varphi/P$ на соответствующие величины $\bar{\psi}^*$, \bar{F} , $\bar{\xi} = \bar{\varphi}/\bar{P}$, фигурирующие в уравнениях (2), (3) с операторами \bar{C} , \bar{F} , приходим к следующей известной [5] аппроксимации ОРУК (7):

$$\rho = -\frac{(\psi^*, Q)}{(\psi^*, F\varphi)} \approx -\frac{(\bar{\psi}^*, Q)}{(\bar{\psi}^*, \bar{F}\bar{\xi})} \frac{1}{P} = -\frac{(\bar{\psi}^*, Q)}{(\bar{\psi}^*, \bar{F}\bar{\varphi})} \frac{\bar{P}}{P} = \bar{\rho} \frac{\bar{P}}{P} = \tilde{\rho}, \quad (13)$$

уже допускающей практическую реализацию, т.к. входящие в (13) величины $\bar{\rho} = 1 - 1/\bar{k}_{эф}$, $\bar{\varphi} = (\bar{M} - \bar{F})^{-1}Q$, $\bar{P} = (p, \bar{\varphi})$ могут быть получены, например, расчетным путем.

ОРУК (13) позволяет оценивать реактивность ρ неизвестного состояния реактора по известным $\bar{\rho}$, \bar{P} , P соотношением $\rho \approx \tilde{\rho} = 1 - 1/\bar{k}_{эф}$, а также невязку $\bar{\rho} - \tilde{\rho} = \bar{\rho}[(\bar{P}/P) - 1]$, косвенно характеризующую точность этой оценки.

Поскольку далее, замена $\tilde{F} \rightarrow \tilde{F}(\tilde{k}_{\text{эф}}/\tilde{k}_{\text{эф}})$ в (пробных) уравнениях (3) влечет (не меняя $\tilde{\psi}^*$) замену $\tilde{k}_{\text{эф}} \rightarrow \tilde{k}_{\text{эф}}$, то его можно рассматривать и как метод (одноразовой) коррекции «параметра» \tilde{F} расчетной модели реактора с целью совмещения расчетных и экспериментальных $k_{\text{эф}}$. Следует, однако, иметь в виду, что такое совмещение еще не означает выхода на истинное значение $k_{\text{эф}}$. Не ведет к этому в общем случае и многократная коррекция, поскольку соответствующие итерации

$$\tilde{\rho}_{i+1} = -\frac{\bar{Q}(p, \tilde{\phi}_i)}{(\tilde{\psi}^*, \tilde{F}_i \tilde{\phi}_i)P}, \quad \tilde{\phi}_i = (\tilde{M} - \tilde{F}_i)^{-1}Q, \quad \tilde{F}_i = \tilde{F} \frac{\tilde{k}_i}{k_{\text{эф}}}, \quad \tilde{k}_i = \frac{1}{1 - \tilde{\rho}_i}, \quad \tilde{\rho}_1 = \tilde{\rho}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (14)$$

по уточнению $\tilde{\rho}$ при данном P не сходится в общем случае к искомому ρ . Это же справедливо, очевидно, и в отношении использования других, отличных от \tilde{F} , подгоночных параметров.

Перейдем к рассмотрению эффектов реактивности. Из соответствующего аналога

$$(\tilde{M} + \delta C^{(0)} + \delta C^{(n)})\varphi_n = (\tilde{F} + \delta F^{(0)} + \delta F^{(n)})\varphi_n + Q$$

уравнения (11) и невозмущенного уравнения (36) нетрудно вывести уравнение

$$\rho'_n = \tilde{\rho} + \delta\rho_n^{(0)} + \delta\rho_n = -\frac{(\tilde{\psi}^*, Q)}{(\tilde{\psi}^*, \tilde{F}\varphi_n)} \approx -\frac{(\tilde{\psi}^*, Q)}{(\tilde{\psi}^*, \tilde{F}\xi)} \frac{1}{P_n} = \tilde{\rho} \frac{\tilde{P}}{P_n} \quad (15)$$

для определения реактивности ρ'_n в n -ом эксперименте по известной правой части уравнения (15), где $\delta\rho_n^{(0)} \approx \delta\rho^{(0)}$, $\delta\rho_n^{(0)}$ даются формулами (12) при замене в последних ψ_n , $\tilde{\psi}$ на φ_n , ξ .

Из (15) следует, что при $\delta F^{(0)}$, $\delta C^{(0)} \neq 0$ реактивность не может быть определена методом ОРУК (7), ибо содержат неустраняемую компоненту $\delta\rho_n^{(0)}$, обусловленную неопределенностями знания исходного состояния реактора. Поскольку в приближении малых возмущений $\delta\rho_n^{(0)} \approx \delta\rho^{(0)}$ эта компонента не влияет на эффекты реактивности вида

$$\delta\rho'_{mn} = \rho'_m - \rho'_n \approx (\delta\rho_m - \delta\rho_n) \approx \tilde{\rho} \delta P_{mn}, \quad \delta P_{mn} = \left(\frac{\tilde{P}}{P_m} - \frac{\tilde{P}}{P_n} \right), \quad (16)$$

то малые эффекты реактивности (16) допускают определение с большей точностью, нежели сама реактивность, в силу чего метод ОРУК (7) и является, скорее, методом определения малых эффектов реактивности, нежели самой реактивности.

Заметим, что если реактивность ρ исходного состояния известна, то ее можно измерить методом ОРУК, ибо компонента $\delta\rho^{(0)}$ в этом случае допускает устранение. Так обстоит дело, например, в критическом состоянии, где $\rho = 0$, $k_{\text{эф}} = 1$. Действительно, если $\rho'_0 = \tilde{\rho} + \delta\rho_0^{(0)} \neq 0$, т.е. расчетное значение $\tilde{k}_{\text{эф}} = k_{\text{кр}} = 1/(1 - \delta\rho_0^{(0)})$ коэффициента $k_{\text{эф}}$ отличается от единицы, то вклад $\delta\rho_0^{(0)}$ можно компенсировать коррекцией выхода нейтронов деления $\tilde{F} \rightarrow \tilde{F} = \tilde{F}/k_{\text{кр}}$ [7]. Однако качество этой коррекции по мере удаления реактора от критического состояния будет ухудшаться.

Возвращаясь к анализу соотношений (13), (15), следует отметить также, что величина ρ'_n , вводимая формулой (15) и интерпретируемая как реактивность ρ_n возмущенного состояния, на самом деле является таковой, вообще говоря, лишь в случае достаточно малых возмущений, когда

$$\rho_n = 1 - \frac{1}{k_{эф}^n} = - \frac{(\bar{\psi}^* + \delta\psi_n^*, Q)}{(\bar{\psi}^* + \delta\psi_n^*, (\bar{F} + \delta F^{(0)} + \delta F^{(n)}) \varphi_n)} \approx$$

$$\approx \rho'_n \left[1 + \left(\delta\bar{\psi}^*, \frac{Q}{(\bar{\psi}^*, Q)} - \frac{\bar{F}\bar{\xi}}{(\bar{\psi}^*, \bar{F}\bar{\xi})} \right) - \frac{(\bar{\psi}^*, (\delta F^{(0)} + \delta F^{(n)}) \bar{\xi})}{(\bar{\psi}^*, \bar{F}\bar{\xi})} \right] \approx \rho'_n, \quad (17)$$

где $k_{эф}^n$, $\psi_n^* = \bar{\psi}^* + \delta\psi_n^*$ – решение сопряженного возмущенного уравнения

$$(\bar{M} + \delta C^{(0)} + \delta C^{(n)})^* \psi_n^* = (\bar{F} + \delta F^{(0)} + \delta F^{(n)})^* \psi_n^* / k_{эф}^n.$$

Таким образом, даже в случае $\delta\rho_n^{(0)} = 0$ формулы (15), (16) не являются точными, а дают лишь некоторые оценки ρ'_n реактивности ρ_n или возмущения $\rho'_n - \bar{\rho} = \delta\rho_n^{(0)} + \delta\rho_n$. При этом левая часть $\bar{\rho} + \delta\rho_n^{(0)} + \delta\rho_n$ формулы (15) показывает, что же на самом деле получают, когда пытаются определить реактивность ρ_i по известной (из расчета и эксперимента) правой части.

Схемы практических приложений метода обратного умножения см. в [5].

ОРУК (6) С НЕДОСТОВЕРНО ИЗВЕСТНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Обратимся к анализу свойств уравнения (6а) с недостоверно известными коэффициентами (6б). Предполагая вновь, что функционал $P = (p, \varphi)$ измеряется точно, а состояние реактора известно лишь приближенно (так, что $C = \bar{C} + \delta C$, $F_j = \bar{F}_j + \delta F_j$), приходим к заключению, что ОРУК (6) в этом случае также не позволяет определить реактивность $\rho_\beta = \rho / \bar{\beta}$ исследуемого недостоверно известного состояния реактора, поскольку нельзя вычислить коэффициенты (6б).

Однако он позволяет определить ее приближенно: заменяя ψ^* , F_j , $\xi = \varphi / P$ в уравнениях (6) на соответствующие величины $\bar{\psi}^*$, \bar{F}_j , $\bar{\xi} = \bar{\varphi} / \bar{P}$, фигурирующие в уравнениях (1), (3) с известными \bar{C} , \bar{F}_0 , \bar{F}_j , приходим к следующему обобщению ОРУК (13):

$$\rho_\beta P \approx \bar{\rho}_\beta \bar{P} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' [\bar{a}_j(t, t') \delta P(t) - \bar{a}_j(t, t') \delta P(t')] e^{-\lambda_j(t-t')} \quad (18a)$$

для приближенного определения реактивности $\rho_\beta = \rho / \bar{\beta}$ в единицах $\bar{\beta}$, где $\bar{a}_j(t, t')$ – коэффициенты (6б) невозмущенного состояния реактора, $\bar{\rho}_\beta = \bar{\rho} / \bar{\beta}$ – его реактивность в единицах невозмущенного $\bar{\beta}$, $\bar{P} = (p, \bar{\varphi})$ – расчетный невозмущенный «сигнал», $\delta P = P - \bar{P}$.

Соответствующее уравнение относительно самой реактивности ρ принимает при этом вид

$$\rho P \approx \bar{\rho} \bar{P} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' [\bar{\beta}_j(t, t') \delta P(t) - \bar{\beta}_j(t, t') \delta P(t')] e^{-\lambda_j(t-t')}, \quad (186)$$

где $\bar{\beta}_j(t, t') = (\bar{\psi}_t^*, F_j \bar{\xi}_{t'}) / (\bar{\psi}_t^*, F_j \bar{\xi}_t)$. В стационарном случае оно переходит в ОРУК (13).

Уточним смысл знака \approx в этих уравнениях. Для этого рассмотрим соотношение [10, 11]

$$\bar{\rho} = \frac{(\bar{\psi}^*, (\bar{F}_d - \delta F_o + \delta C)\varphi - Q)}{(\bar{\psi}^*, \bar{F}\varphi)} - \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} \frac{(\bar{\psi}^*, F_j \varphi_{t'})}{(\bar{\psi}^*, \bar{F}\varphi_t)},$$

вытекающее из уравнения (1) (в приближении $(\partial\varphi/\partial t)/\nu = 0$) и уравнения (3б) с достоверно известными операторами \bar{C}, \bar{F} . Из этого соотношения в дополнительных предположениях

$$\rho \approx \bar{\rho} + \delta\rho, \quad \xi \approx \bar{\xi}, \quad \delta\rho \approx \frac{(\bar{\psi}^*, (\delta F_o - \delta C)\bar{\xi})}{(\bar{\psi}^*, \bar{F}\bar{\xi})} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} \frac{(\bar{\psi}^*, \delta F_j \bar{\xi}_{t'})}{(\bar{\psi}^*, \bar{F}\bar{\xi}_{t'})} \frac{P(t')}{P(t)} \quad (19)$$

и следует уравнение (18б), обобщающее уравнение (13) на случай нестационарных задач.

Таким образом, уравнение (18б) справедливо в следующих предположениях: 1) постоянство Q и λ_j ; 2) приближение мгновенного скачка $(\partial\varphi/\partial t)/\nu = 0$; 3) приближение малых возмущений $\varphi \bar{P} \approx \bar{\varphi} P$, когда изменениями форм-функции $\bar{\xi} = \bar{\varphi}/\bar{P}$ можно пренебречь. Аналогичные заключения справедливы и в отношении уравнения (18а).

ОРУК (18) дает оценку реактивности ρ неизвестного состояния реактора по известным $\bar{\rho}, \bar{P}, P$ и в этом смысле может рассматриваться (в полной аналогии с ОРУК (13)) в качестве метода коррекции расчетного значения $\bar{\rho}$ или метода коррекции параметров расчетной модели реактора, причем в качестве последних здесь могут выступать, например, и λ_j [11, 12]. Хорошим приближением к уравнениям (18) в ряде задач с ненулевым $Q \geq 0$ могут оказаться также уравнения

$$\rho_\beta \approx \bar{\rho}_\beta (\bar{P}/P), \quad \rho \approx \bar{\rho} (\bar{P}/P), \quad (20)$$

последнее из которых совпадает по форме с уравнением (13) и переходит в него при $t \rightarrow \infty$ в случае, когда $P(t) \rightarrow \text{const} > 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Перейдем к рассмотрению разностных эффектов реактивности. Предполагая теперь, что $\delta C = \delta C^{(0)} + \delta C^{(n)}$, $\delta F_o^{(n)} = \delta F_o^{(0)} + \delta F_o^{(n)}$, $\delta F_j^{(n)} = \delta F_j^{(0)} + \delta F_j^{(n)}$, выводим из уравнений (18),(19), записанных для возмущенных состояний m и n реактора, искомые обобщения уравнения (16):

$$\delta\rho_\beta^{mn} = \bar{\rho}_\beta \delta P_{mn} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' [\bar{a}_j(t, t) \delta P_{mn}(t) - \bar{a}_j(t, t') \delta P_{mn}(t')] e^{-\lambda_j(t-t')}, \quad (21a)$$

$$\delta\rho_{nm} = \bar{\rho} \delta P_{mn} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' [\bar{\beta}_j(t, t) \delta P_{mn}(t) - \bar{\beta}_j(t, t') \delta P_{mn}(t')] e^{-\lambda_j(t-t')}, \quad (21б)$$

где $\delta\rho_\beta^{mn} = \rho_\beta^m - \rho_\beta^n$, а $\rho_\beta^n = (\rho/\bar{\beta})_n$ – реактивность n -го состояния реактора в единицах $\bar{\beta}$.

Из вывода этих уравнений следует, что погрешность $\delta\rho^{(0)}$, определяемая последним уравнением (19) при $\delta C = \delta C^{(0)}$, $\delta F_o^{(n)} = \delta F_o^{(0)}$, $\delta F_j^{(n)} = \delta F_j^{(0)}$, вкладает в эффекты реактивности $\delta\rho_\beta^{mn}$ и $\delta\rho_{mn}$, в отличие от самой реактивности ρ , не вносит. Таким образом, метод ОРУК (6) также является скорее методом определения малых эффектов реактивности, нежели самой реактивности.

Уравнения (18),(21) могут оказаться удобным инструментом для приближенного вычисления как самой реактивности, так и ее эффектов по расчетным функционалам $\bar{\rho}, \bar{P}, \bar{a}_j, \bar{\beta}_j$ и экспериментальному «сигналу» P , поскольку позволяют в ряде

случаев ограничиваться при вычислении интегралов в правых частях формул (18), (21) достаточно грубыми приближениями для коэффициентов $\bar{a}_j(t, t')$, $\bar{\beta}_j(t, t')$, простейшими из которых являются, очевидно, приближения типа (16):

$$\delta p_{\beta}^{mn} = \bar{\rho}_{\beta} \delta P_{mn}, \quad \delta p_{nm} = \bar{\rho} \delta P_{mn}, \dots \quad (22)$$

В заключение этого раздела заметим также, что в задачах с нулевым или пренебрежимо малым источником Q более удобными, чем (18), могут оказаться уравнения

$$\rho_{\beta} \approx \bar{\rho}_{\beta} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' \bar{a}_j(t, t') \left[\frac{\bar{P}(t')}{\bar{P}(t)} - \frac{P(t')}{P(t)} \right] e^{-\lambda_j(t-t')}, \quad (23a)$$

$$\rho \approx \bar{\rho} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' \bar{\beta}_j(t, t') \left[\frac{\bar{P}(t')}{\bar{P}(t)} - \frac{P(t')}{P(t)} \right] e^{-\lambda_j(t-t')}, \quad (23b)$$

вытекающие в аналогичных предположениях из уравнений (6).

ОРУК (8) С НЕДОСТОВЕРНО ИЗВЕСТНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Требуемая аппроксимация ОРУК (8) может быть записана в этом случае в виде уравнения

$$\rho \approx \bar{\rho} \frac{\alpha}{\bar{\alpha}} - \alpha \sum_j \left[\frac{\bar{\beta}_j}{\bar{\alpha} + \bar{\lambda}_j} - \frac{\bar{\beta}_j}{\alpha + \bar{\lambda}_j} \right], \quad (24)$$

где $\bar{\alpha}, \bar{\beta}_j, \bar{\lambda}, \bar{\lambda}_j, \bar{\rho}$ – соответствующие величины пробной модели, α – экспериментальное значение, ρ – искомая реактивность. При малых α из (24) следует, что $\rho \approx \bar{\rho}(\alpha/\bar{\alpha})$.

ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР

Проиллюстрируем эти положения на примере упрощенной краевой задачи типа (1) для односкоростного уравнения диффузии нейтронов с одной группой запаздывающих нейтронов [2, 3, 5]

$$\left(\frac{1}{v} \frac{d}{dt} - D\Delta + \Sigma_a \right) \varphi = v\Sigma_f(1-\beta)\varphi + \lambda\beta v\Sigma_f \int_{-\infty}^t dt' \varphi(t') e^{-\lambda(t-t')} + Q, \quad (25)$$

рассматриваемого в однородной области G с нулевыми граничными условиями на ее (экстраполированной) границе Γ . Пусть $u_s(x)$, $s = 1, 2, \dots$ – полная ортонормированная система собственных функций оператора Лапласа в этой области, $-\Delta u_s = B_s^2 u_s$, $(u_s, u_{s'}) = \delta_{s,s'}$, а φ_s, p_s, Q_s – соответствующие коэффициенты разложения функций $\varphi(x, t)$, $p(x)$, $Q(x)$ в ряды по u_s . Тогда коэффициенты $\varphi_s = (u_s, \varphi)$ определяются из уравнения точечной кинетики

$$\left[\Lambda \frac{d}{dt} + (\beta - \rho_s) \right] \varphi_s = \lambda\beta \int_{-\infty}^t dt' \varphi_s(t') e^{-\lambda(t-t')} + q_s/k_{\infty}, \quad (26)$$

где, как обычно [2,3,5],

$$k_{\infty} = \frac{v\Sigma_f}{\Sigma_a}, \quad \Lambda = \frac{1}{v\Sigma_a k_{\infty}}, \quad \rho_s = 1 - \frac{1}{k_s}, \quad k_s = \frac{k_{\infty}}{1 + B_s^2 L^2}, \quad q_s = \frac{Q_s}{\Sigma_a}, \quad L^2 = \frac{D}{\Sigma_a}, \quad (27)$$

причем величины $\rho = \rho_1$, $k_{эф} = k_1$ соответствуют положительной в G функции $u_1(x) > 0$.

Предполагается, что в момент времени $t = 0$ произведено возмущение свойств реактора, под воздействием которого он перешел из критического при $t < 0$ состояния (без источника) в подкритическое при $t > 0$ состояние (с источником) с коэффи-

циентами (27). Поскольку $\varphi_s(t) = \varphi_1(-0) \delta_{s,1}$ в критическом состоянии, то из (26) в приближении «мгновенного скачка» $\Lambda = 0$ получаем [3]

$$\varphi_s(t) = \frac{\beta}{\beta - \rho} \varphi_1(-0) \delta_{s,1} e^{\frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} t} - \frac{q_s}{k_{\infty} \rho_s} \left(1 - e^{\frac{\lambda \rho_s}{\beta - \rho_s} t} \right). \quad (28)$$

Отсюда и из последней формулы (20) находим, что

$$\rho \approx \tilde{\rho}(\tilde{P}/P) \approx \tilde{\rho} \frac{1 - \rho/\beta}{1 - \tilde{\rho}/\beta} \exp \left[\left(\frac{\tilde{\rho}}{\beta - \tilde{\rho}} - \frac{\rho}{\beta - \rho} \right) \lambda t \right] \quad (29a)$$

при малых $t > 0$ и что

$$\rho \approx \tilde{\rho}(\tilde{P}/P) \approx \tilde{\rho} \frac{k_{\infty}}{\tilde{k}_{\infty}} \left(\sum_s \frac{p_s q_s}{\tilde{\rho}_s} \right) / \left(\sum_s \frac{p_s q_s}{\rho_s} \right) \quad (29b)$$

при $t \rightarrow \infty$, где величины с «крышечками» соответствуют расчетной модели реактора.

Из (29) следует, что наблюдаемая в реальном методе ОРУК (6) (с коэффициентами, вычисленными на основе пробной модели типа (25)–(27)) реактивность меняется при малых ρ/β , $\tilde{\rho}/\tilde{\beta}$ от расчетного значения $\tilde{\rho}$ при $t \approx 0$ до некоторого асимптотического при $t \rightarrow \infty$ значения (29b), равного реактивности (13) метода обратного умножения и совпадающего с истинной реактивностью ρ лишь в случае $p_s q_s = p_1 q_1 \delta_{s,1}$, $\tilde{k}_{\infty} = k_{\infty}$, когда источники $Q(x)$ и/или «детекторы» $p(x)$ распределены по функции $u_1(x) > 0$, а k_{∞} не меняется в процессе возмущения. В этом же случае, кстати, сходятся к ρ и итерации (14). Если же $\tilde{k}_{\infty} \neq k_{\infty}$, то они сходятся к отличной от ρ величине $\rho(k_{\infty}/\tilde{k}_{\infty})\{1 + [\rho(k_{\infty}/\tilde{k}_{\infty}) - \tilde{\rho}]\}$, где $\tilde{\rho}$ – реактивность исходной пробной модели.

Приведенные заключения о характере переходного процесса и зависимости наблюдаемой реактивности от времени согласуются с известными результатами такого рода [1-5] и свидетельствуют, тем самым, об удовлетворительном качестве предлагаемых аппроксимаций вида (20), (22) в задачах с доминирующим внешним источником $Q > 0$. Вместе с тем, в задачах с нулевым или пренебрежимо малым источником Q , где поток нейтронов после возмущения не выходит на (ненулевой) стационарный уровень, приближение (20) оказывается неработоспособным, ибо не обеспечивает выхода наблюдаемой реактивности на искомый асимптотический уровень. В таких задачах более целесообразным представляется использование аппроксимаций типа (23), (24).

В частности, для задачи об импульсном вводе в момент времени $t = 0$ нейтронов в подкритический реактор, описываемый уравнением (25) при $Q = 0$, где уравнение (23b) приобретает вид:

$$\rho \approx \tilde{\rho} + \lambda \tilde{\beta} \int_0^t \left[\frac{\tilde{P}(t')}{\tilde{P}(t)} - \frac{P(t')}{P(t)} \right] e^{-\lambda_j(t-t')} dt' = \tilde{\rho}, \quad (27)$$

а асимптотическое при $t \rightarrow \infty$ представление соответствующего решения $\varphi(x, t)$ (в приближении $\Lambda = 0$ мгновенного скачка) принимает форму

$$\varphi(x, t) \approx \varphi_1(t) u_1(x), \quad \varphi_1(t) \approx \varphi_1(0) \exp(\alpha t), \quad \rho = \beta - \lambda \beta / (\lambda + \alpha), \quad (28)$$

наблюдаемая реактивность $\tilde{\rho}$ будет меняться от значения $\tilde{\rho}$ при малых $t > 0$ до значения

$$\tilde{\rho} \approx (\tilde{\beta}/\beta) \rho \quad (29)$$

при больших $t \rightarrow \infty$, где в данном случае $\tilde{\varphi}_1(t) \approx \varphi_1(0) \exp(\tilde{\alpha} t)$, $\tilde{\rho} = \tilde{\beta} - \lambda \tilde{\beta} / (\lambda + \tilde{\alpha})$. Этот же результат (29) вытекает (в дополнительном предположении $\tilde{\lambda} = \lambda$) и из ОРУК (24).

Из (29), в частности, следует, что данный импульсный эксперимент (или ОРУК типа (23),(24)) также не приводит при неточной пробной модели (при $\tilde{\beta} \neq \beta$) к истинной реактивности ρ .

В заключение этого раздела отметим, что отмеченное выше соотношение:

$$\rho \rightarrow \tilde{\rho} \quad (30)$$

при $t \rightarrow +0$ является в случае точного ОРУК (4) просто следствием неявного предположения о совпадении истинной и расчетной математических моделей реактора при $t < 0$, а в случае приближенных ОРУК типа (6) – еще и дополнительного предположения о близости этих моделей при $t > 0$ (поскольку величина скачка потока при переходе от $t = -0$ к $t = +0$ зависит от выбора модели). В согласии с ним в указанных экспериментах реактивность будет меняться от расчетной при $t \rightarrow +0$ до откорректированной (путем замены $\tilde{P}(t) \rightarrow P(t)$) расчетной (типа (20)) при $t \rightarrow \infty$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе дано уточнение и дальнейшее развитие известной концепции метода ОРУК, лежащей в основе практических способов измерения реактивности ядерных реакторов. Показано, что в отличие от эффектов реактивности, саму реактивность неизвестного состояния реактора в принципе нельзя измерить методом ОРУК точно. Сформулированы вытекающие отсюда следствия и новые разновидности уравнений метода ОРУК для приближенного определения реактивности. Полученные результаты могут использоваться в целях дальнейшего совершенствования методов диагностики состояний ядерных реакторов.

Литература

1. Шихов С.Б. Вопросы математической теории реакторов. – М.: Атомиздат, 1973.
2. Белл Д., Глестон С. Теория ядерных реакторов. – М.: Атомиздат, 1974.
3. Хетрик Д. Динамика ядерных реакторов. – М.: Атомиздат, 1975.
4. Казанский Ю.А., Матвеев И.П., Тютюнников Т.Т., Шокодько А.Г. К учету пространственных эффектов при измерении реактивности методом обращенного решения уравнения кинетики// Атомная энергия. – 1981. – Т. 51. – Вып. 6. – С. 387-389.
5. Казанский Ю.А., Матусевич Е.С. Экспериментальные методы физики реакторов. – М.: Энергоатомиздат, 1984.
6. Шиманская Т.М., Шиманский А.А., Матусевич Е.С., Зайцев М.Ю. Новые алгоритмы идентификации заданного периода разгона и текущей реактивности реактора в режиме реального времени// Атомная энергия. – 1990. – Т. 69. – Вып. 5. – С. 278-282.
7. Селезнев Е.Ф. О «некритичности» критического реактора/В сб. «Нейтроника –95». – Обнинск: ФЭИ, 1997. – С. 68-75.
8. Абрамов Б.Д. Некоторые обобщения уравнений обратной кинетики реактора/Препринт ФЭИ-2970. – Обнинск, 2003.
9. Абрамов Б.Д. О методе ОРУК определения реактивности//Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2004. – № 3. – С. 19-31.
10. Абрамов Б.Д. Некоторые вопросы классификации и оценки погрешностей метода ОРУК определения реактивности//ВАНТ, Сер.: Физика ядерных реакторов. – 2004. – Вып. 3 (Динамика и безопасность ядерных энергетических установок). – С. 3-13.
11. Абрамов Б.Д. Вопросы математического моделирования кинетики на запаздывающих нейтронах/Препринт ФЭИ-3052. – 2005.
12. Абрамов Б.Д. Критерий оптимального выбора данных по запаздывающим нейтронам// Атомная энергия. – 2006. – Т. 100. – Вып. 5. – С. 407-411.

Поступила в редакцию 15.05.2006