

# ПАРАМЕТРЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ КВАЗИОДНОМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ ДВУХФАЗНЫХ НЕРАВНОВЕСНЫХ ПОТОКОВ. ОБОБЩЕНИЕ ДЛЯ ТЕЧЕНИЙ В КАНАЛАХ ПРОСТОЙ ГЕОМЕТРИИ

**Ю.Н. Корниенко**

*ГНЦ РФ-Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского, г. Обнинск*



Работа посвящена построению обобщенных иерархически замкнутых аналитических зависимостей для параметров распределений  $C_{ks}$  квазиодномерной формы уравнений неразрывности, энергии и движения двухфазных неравновесных потоков на примере модели потока дрейфа. Основным допущением при выводе квадратур и проведении количественных оценок является справедливость степенных аппроксимаций профилей локальных параметров фаз. Выявлены и доказаны свойства дополнительности и зеркальной симметрии для параметров распределений фаз, полезные для верификации замыкающих соотношений  $C_{ks}$ .

## ВВЕДЕНИЕ

В отечественной и зарубежной литературе представлено большое количество работ по гидродинамике, тепло- и массообмену неравновесных двухфазных потоков, выполненных с использованием различных многомерных уравнений законов сохранения массы, импульса и энергии. Однако только относительно недавно были приняты строгие и систематические исследования корректных форм двухфазных уравнений сохранения [1-4]. Эти исследования показали, что хотя и вполне возможно записать точные уравнения сохранения, но высокая степень их сложности и огромное количество детализированной локальной и статистической информации, требуемой для решения, препятствуют их использованию в практических приложениях. Таким образом, необходимо применять упрощенные формы уравнений сохранения для многих проблем, имеющих практическое значение. Это в особенности относится к задачам анализа аварий с «большой» и «малой» потерей теплоносителя из контура ЯЭУ и используемым для этого кодам «улучшенных оценок» типа RELAP5, RETRAN (США), CATHARE (Франция), ТРАП (Россия). Текущие версии этих кодов основаны на одномерных формах уравнений законов сохранения и замыкающих соотношениях, полученных в ограниченном диапазоне режимных условий и поэтому не всегда адекватных исследуемым аварийным режимам.

Большинство предыдущих упрощенных формулировок уравнений сохранения игнорировали или не полностью учитывали радиальные распределения фаз, фазовых скоростей и энтальпий. Эти эффекты радиальных распределений явно учитываются

© Ю.Н. Корниенко, 2002

в данной работе путем введения интегральных параметров распределений двухфазных потоков ( $C_{ks}$ ), представляющих [5] поправочные множители (подобные коррективам Буссинеска и Кориолиса для однофазных течений). Необходимо отметить, что различные формы одномерных уравнений законов сохранения, в том числе содержащие и параметры распределений разной степени полноты, использовались ранее в отдельных исследованиях [6-10] и в кодах, например, RELAP5/M3.2 использует  $C_0$ .

Однако оказался не рассмотренным ряд теоретически важных и полезных в практике экспериментальных и расчетных исследований вопросов, связанных с собственно свойствами параметров распределений, как таковых: 1) анализ и взаимосвязь параметров распределений различных субстанций между собой; 2) проблемы получения компактной и универсальной формы замыкающих соотношений для параметров распределений и их верификации, 3) их количественная оценка и диапазоны изменения. Данный цикл статей посвящен рассмотрению указанных проблем на основе единой квазиодномерной формулировки.

## 1. КВАЗИОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ НЕРАВНОВЕСНОГО ДВУХФАЗНОГО ПОТОКА

Корректным приемом перехода к одномерной формулировке является осреднение в поперечном сечении ( $A$ ) канала  $\langle f_{ks} \rangle = \int_A f_{ks} dA / A$  \*) локальных субстанций и их потоков  $f_{ks} = f(x, y, z, t)$  таких как масса, инерция, энергия, количество движения, помеченных далее индексами ( $s=0, 1, 2, 3$ ) для каждой из фаз ( $k=f$  или  $g$  - жидкость или пар (газ)). Подынтегральная функция  $f_{ks}$  в общем случае конвективно-диффузионных явлений переноса [1-5, 10], записанная в виде произведения переменных ( $\phi_{ks}$ , например, фазосодержания  $\alpha_{ks}$ , энтальпии  $h_{ks}$ , плотности потока  $j_{ks}$ , или скорости фаз  $w_k$ ), представляет собой плотность объемного потока массы, импульса или энергии  $f_{ks} = \phi_{ks} \cdot j_s$ . Из-за отличий в распределениях (профилях)  $\phi_{ks}$  и возникают осреднения вида

$$C_{ks} = \frac{\langle \phi_{ks} j_s \rangle}{\langle \phi_{ks} \rangle \langle j_s \rangle} = \frac{A \int_A \phi_{ks} j_s dA}{\int_A \phi_{ks} dA \int_A j_s dA} \Bigg|_{\text{при осевой симметрии}} = \frac{\int_0^1 \phi_{ks} j_s \gamma R^{\gamma-1} dR}{\int_0^1 \phi_{ks} \gamma R^{\gamma-1} dR \int_0^1 j_s \gamma R^{\gamma-1} dR}, \quad (1)$$

иллюстрируемые определениями из колонок 1 и 2 табл. 1. В частности, при  $\phi_{ks} \equiv \alpha$  и  $j_s \equiv j$  имеем  $C_0$  - параметр распределения двухфазного потока Зубера-Финдлея [11].

Здесь уместно отметить, что поскольку параметры распределений составлены из локальных переменных, входящих в законы сохранения, то в них отражается как структура (другими словами «иерархия») взаимосвязей параметров  $C_{ks}$ , так и взаимосвязь самих законов сохранения между собой. Последнее будет приводить к итеративному характеру алгоритмов расчета, использующих параметры распределений в квазиодномерных расчетных кодах.

Изложенное выше определение параметров распределений представляет собой обобщение введенных в [6, 11, 12] коэффициентов осреднения. Запись одномерных уравнений с параметрами распределений, равными единице  $C_{ks} \equiv 1$ , соответствует принятию допущения о плоских профилях параметров фаз. Вид и количество парамет-

\*) В цилиндрических координатах ( $r, \theta, z$ ) имеем  $\langle f_{ks} \rangle = \frac{1}{A} \int_0^{\theta_0} \int_0^{r_0} f_{ks} 2\pi r dr d\theta$  или  $\langle f_{ks} \rangle = \int_0^1 f_{ks} \gamma R^{\gamma-1} dR$  - при осевой симметрии с  $R=r/r_w$ . Параметр  $\gamma$  обобщает геометрию для плоской ( $\gamma=1$ ) или круглой ( $\gamma=2$ ) трубы.

ров распределений зависят от принятой модели двухфазного потока - модель потока дрейфа, двухжидкостная и т.д.

В основе настоящего анализа лежит модель потока дрейфа (МПД), впервые предложенная в работе [11]. Модель потока дрейфа связывает локальные характеристики фаз [2, 13] с движением центра объема двухфазной смеси через скорость всплытия (дрейфа) легкой фазы соотношениями МПД (см. табл. 1). Подставляя их в локальные уравнения законов сохранения в результате действия оператора осреднения (1), приходим к следующей одномерной форме, содержащей параметры распределений в качестве поправочных коэффициентов к осредненным значениям переменных в уравнениях неразрывности фаз, импульса и энергии смеси:

$$\frac{\partial m_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} G_k = \langle \Gamma_k^m \rangle, \quad (2)$$

Таблица 1

**Функциональный вид параметров распределений  $C_{ks}$  для одномерных уравнений законов сохранения двухфазного (двухкомпонентного) потока для случая монотонных профилей истинного объемного содержания фазы  $k$  и энтальпии фазы  $k$ , ( $k=1,2$ )**

Наименование коэффициента осреднения	Определение	Аналитическая зависимость	Соотношения дополнительности и балансы
	МПД: $j = j_1 + j_2$ ; $j_k = \alpha_k w_k$ ; $j_{kj} = \alpha_k (w_k - j)$		
Параметр распределения двухфазного потока (фазы $k$ ) * энтальпии	$C_{k0} = \frac{\langle \alpha_k j \rangle}{\langle \alpha_k \rangle \langle j \rangle}$  $* C_{kh} = \frac{\langle h_k j \rangle}{\langle h_k \rangle \langle j \rangle}$	$C_{k0} = 1 + \frac{\gamma}{m+n+\gamma} \left( 1 - \frac{\alpha_{kw}}{\langle \alpha_k \rangle} \right)$  $C_{kh} = 1 + \frac{\gamma}{l_k+m+\gamma} \left( 1 - \frac{h_{kw}}{\langle h_k \rangle} \right)$	$1 \equiv \sum_{k=1}^2 C_{k0} \langle \alpha_k \rangle$  -
Параметр распределения энтальпии фазы $k$	$C_{k1} = \frac{\langle \alpha_k h_k \rangle}{\langle \alpha_k \rangle \langle h_k \rangle}$	$C_{k1} = 1 + \frac{\gamma^2 \left( 1 - \frac{\alpha_{kw}}{\langle \alpha_k \rangle} \right)}{l_k + n + \gamma} \left( 1 - \frac{h_{kw}}{\langle h_k \rangle} \right)$	$\sum_{k=1}^2 C_{k1} \langle \alpha_k \rangle \langle h_k \rangle = h_{e1}$  $h_{e1} = \langle \sum_{k=1}^2 C_{k1} h_k \rangle$
Параметр распределения потока энтальпии фазы $k$	$C_{k2}^j = \frac{\langle \alpha_k h_k j \rangle}{\langle \alpha_k j \rangle \langle h_k \rangle}$  $C_{k2} = \frac{\langle \alpha_k h_k w_k \rangle}{\langle \alpha_k w_k \rangle \langle h_k \rangle}$	$C_{k2}^j = 1 + (C_{kh} - 1) \left( 1 + F_k \frac{C_{k0} - 1}{C_{k0}} \right)$  $C_{k2} = \left( C_{k2}^j + \frac{C_{k1} \tilde{W}_{kj}}{C_{k0}} \right) \frac{1}{1 + W_{kj}}$	$\sum_{k=1}^2 C_{k2} \langle \alpha_k \rangle \langle h_k \rangle = h_{e2}$  $h_{e2} = \frac{\int_0^z q_w^m(z) dz}{\langle \rho w \rangle}$
Динамический параметр распределения фазы $k$	$C_{k3}^j = \frac{\langle \alpha_k j^2 \rangle}{\langle \alpha_k \rangle \langle j \rangle^2}$  $C_{k3} = \frac{\langle \alpha_k w_k^2 \rangle}{\langle \alpha_k \rangle \langle w_k \rangle^2}$	$C_{k3}^j = 1 + \frac{2m+n+2\gamma}{2\gamma m} (C_{k0} - 1)$  $C_{k3} = \frac{C_{k3}^j + 2C_{k0} \tilde{W}_{kj} + \tilde{W}_{kj}^2}{(1 + W_{kj})^2}$	$1 \equiv \sum_{k=1}^2 C_{k3}^j \langle \alpha_k \rangle$  $0 \equiv \sum_{k=1}^2 \tilde{W}_{kj} \langle \alpha_k \rangle$
Относительная скорость дрейфа и другие дополнительные определения	$\tilde{W}_{kj} = \frac{\langle \alpha_k w_{kj} \rangle}{\langle \alpha_k \rangle \langle j \rangle}$  $\langle X_k \rangle = \frac{\langle \alpha_k \rho_k w_k \rangle}{\langle \rho w \rangle}$	$c_k = \alpha_k \rho_k / \rho$ ; $\langle j \rangle = \langle j \rangle / \langle \rho w \rangle$  $\rho = \sum_{k=1}^2 \alpha_k \rho_k$ ; $\rho w = \sum_{k=1}^2 \alpha_k \rho_k w_k$	$1 \equiv \langle j \rangle \sum_{k=1}^2 \rho_k \langle \alpha_k \rangle C_{k0}^w$  $C_{k0}^w = C_{k0} + \langle \tilde{W}_{kj} \rangle$
$\langle \varphi \rangle = \int_0^1 \varphi \gamma R^{\gamma-1} dR$ , $\gamma = \begin{cases} 1 - \text{пл. канал} \\ 2 - \text{кр. труба} \end{cases}$		$F_k = \frac{(m+\gamma)^2}{l_k n} \left[ \frac{(l_k + \gamma)(n + \gamma)(l_k + m + \gamma)(m + n + \gamma)}{\gamma(m + \gamma)(l_k + n + \gamma)(l_k + m + n + \gamma)} - 1 \right]$	

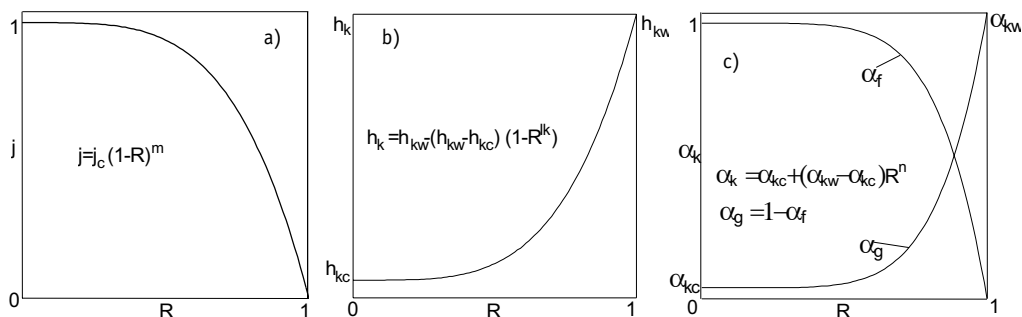


Рис. 1. Степенные аппроксимации профилей параметров: а) плотности объемного потока смеси; б) энтальпии фаз  $h_k$  с) истинного объемного фазосодержания  $\alpha_k$

где  $k=f$  или  $g$  - жидкость или пар (газ),

$$\frac{\partial \langle \rho w \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( C_{g3} \frac{G_g^2}{m_g} + C_{f3} \frac{G_f^2}{m_f} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} - \Delta P'_s - g \langle \rho \rangle - \langle F_w''(\lambda, \dots) \rangle, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( C_{g1} m_g \langle h_g \rangle + C_{f1} m_f \langle h_f \rangle + \left( C_{g3} \frac{G_g^2}{m_g} + C_{f3} \frac{G_f^2}{m_f} \right) \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( C_{g2} G_g \langle h_g \rangle + C_{f2} G_f \langle h_f \rangle + \left( C_{g4} \frac{G_g^3}{m_g^2} + C_{f4} \frac{G_f^3}{m_f^2} \right) \right) = \langle q_w'''(h_q, \dots) \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

где массовая скорость смеси

$$\langle \rho w \rangle = \left\langle \sum_{k=1}^2 \alpha_k \rho_k w_k \right\rangle = \langle j \rangle [\rho_f - \langle \alpha \rangle C_0 (\rho_f - \rho_g)] - \langle \alpha \rangle \bar{w}_{gj} (\rho_f - \rho_g), \quad (5)$$

объемные расходы паровой и жидкой фаз на единицу площади

$$\langle j_g \rangle = \langle \alpha \rangle (C_0 \langle j \rangle + \bar{w}_{gj}), \quad (6)$$

$$\langle j_f \rangle = \langle j \rangle - \langle \alpha \rangle (C_0 \langle j \rangle + \bar{w}_{gj}), \quad (7)$$

массы фаз на единицу объема и массовые скорости фаз

$$m_k = \langle \alpha_k \rangle \rho_k \quad (8)$$

$$G_k = \rho_k \langle j_k \rangle. \quad (9)$$

При выводе уравнений (2) - (4) были приняты следующие допущения: 1) давление в поперечном сечении канала постоянно, 2) влияние изменения температуры в поперечном сечении на плотности фаз отсутствует. В левых частях этих уравнений стоят осредненные в поперечном сечении канала изменения во времени масс фаз, энтальпии смеси в единице объема и массовой скорости смеси, а также изменения (ускорения) в аксиальном направлении массовых скоростей фаз, потока энтальпии смеси и потока количества движения смеси.

Таким образом, как это хорошо видно из системы уравнений (2)-(9), отличные от единицы коэффициенты  $C_{ks}$  корректируют названные субстанции и их потоки по каждому из контрольных объемов, используемых в схемах дискретизации («нодализации») расчетных кодов. Например, параметр распределения двухфазного потока  $C_0$ ,

учитывающий профили паро(газо)содержания и плотности потока смеси\*), осуществляет коррекцию массовой скорости смеси, а также приведенных скоростей фаз по соотношениям (5)-(7). Кроме того, являясь структурообразующей компонентой в полной системе параметров распределений МПД (см. табл. 1),  $C_{k0}$  корректирует потоки энергии и импульса. Здесь следует отметить, что параметры распределений  $C_{k3}$  и  $C_{k4}$  представляют собой обобщение для условий двухфазных течений известных в однофазной гидравлике коррективов Буссинеска и Кориолиса для потоков количества движения и кинетической энергии. Необходимость учета  $C_{k4}$  в уравнении энергии возникает при «газодинамических» скоростях – от 100м/с и выше. В правых частях системы уравнений (2) - (4) стоят осредненные в поле течения источники паровой фазы, плотность теплового потока  $q_w'''$  (как функция коэффициента теплоотдачи  $h_q$ ), указанные выше перепады давлений и потери на трение  $F_w'''$  (как функция коэффициента трения  $\lambda$ ).

Уравнения (2)-(4) с зависимостями (5)-(7) являются общей квазиодномерной формой модели потока дрейфа уравнений законов сохранения для двухфазного неравновесного потока, в которых с помощью коэффициентов  $C_{ks}$  учитываются профили пространственной распределенности параметров фаз в одномерной формулировке.

## 2. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ДЛЯ КАНАЛОВ ПРОСТОЙ ГЕОМЕТРИИ И АНАЛИТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ НИХ

Одним из наиболее общих свойств параметров распределений  $C_{ks}$ , вводимых с помощью системы уравнений законов сохранения (2)-(4) на основе определений (1) и табл. 1, является их последовательно усложняющаяся, иерархическая структура. А именно, в более сложных, представляющих более высокий уровень «свертки» параметрах распределений, таких как  $C_{k3}$  и  $C_{k2}$ , составными компонентами являются более «простые» -  $C_{k0}$  и  $C_{k1}$ . Таким образом, в свойствах сложных коэффициентов будут проявляться основные черты более простых коэффициентов. Анализ (и использование) иерархической структуры  $C_{ks}$  является одним из принципиальных отличий данной работы, обобщающим и углубляющим разработанные ранее методики [6].

Как следует из определений коэффициентов осреднения (параметров распределений  $C_{ks}$ , см. вторую колонку табл. 1), по своему физическому смыслу они являются мерой отклонения реальных профилей параметров фаз и их потоков от плоских. Количественной мерой такого отклонения является отличие этих коэффициентов от единицы, что очевидно из соотношения (1) при каком-либо из его параметров, являющемся неизменным в поперечном сечении. На примере системы уравнений законов сохранения (2)-(4) видно, что каждый из коэффициентов  $C_{ks}$  представляет собой корректив к соответствующей компоненте, т.е. это поправки в массы паровой и жидкой фаз, их расходы, инерция системы, потоки импульса и энергии. При умеренных скоростях вблизи номинальных режимов работы энергетического оборудования с малой степенью термодинамической и динамической неравновесностью фаз эти параметры распределений весьма близки к единице и не проявляются ни в расчетных предсказаниях термогидравлических переменных, ни при анализе экспериментальных результатов. И наоборот, при значительной термодинамической и скорост-

\*) Справедливость допущения о степенных аппроксимациях профилей следует в частности из полуэмпирических теорий [14]. Например, профиль относительной скорости жидкости имеет вид  $w^* = C_w (m_w)(yw_w/v_w)^{1/m_w}$ . (9')

Значения параметров представлены в табл. 2.

Таблица 2 (см. [14])

$m_w$	7	8	9	10
$C_w$	8,74	9,71	10,6	11,5

ной неравновесности в потоках с сильным изменением профилей параметров их отличие от единицы значительно. Такие условия возможны в течение продолжительных отрезков времени в ходе аварийных ситуаций. Кипение с недогревом и закризисный теплообмен являются также типичными примерами таких процессов в оборудовании ЯЭУ.

Наиболее удобной формой представления коэффициентов осреднения  $C_{ks}$  для выяснения их физического смысла и характера поведения являются аналитические зависимости, выраженные в виде интегралов (квадратур) через элементарные функции. Это позволяет исчерпывающе, компактно и наглядно представить основные свойства полученных параметров распределений.

В анализах как однофазных [14], так и двухфазных [5, 6, 8, 9, 12] течений большую пользу принесли представления о степенном монотонном характере распределения параметров в поперечном сечении потока. Допустим возможность таких распределений для каждой из фаз ( $k$ ) в модели потока дрейфа

$$j(R) = j_c(1 - R^m), \quad (10)$$

$$h_k(R) = h_{kc} + (h_{kw} - h_{kc})R^{\ell_k}, \quad (11)$$

$$\alpha_k(R) = \alpha_{kc} + (\alpha_{kw} - \alpha_{kc})R^n, \quad (12)$$

$$\sum_{k=1}^2 \alpha_k(R) \equiv 1 \quad (13)$$

для плотности объемного потока смеси  $j$ , энтальпий фаз  $h_k$  и истинного объемного фазосодержания  $\alpha_k$  соответственно (см. рис. 1).

Для функции локального истинного объемного фазосодержания (ИОФ)  $\alpha_k$  здесь следует еще раз подчеркнуть важный для последующих выводов интегральных замыкающих соотношений для  $C_{ks}$  аддитивный характер определения ИОФ (13), а именно,

$$\alpha_g(R) + \alpha_f(R) \equiv 1, \quad (14)$$

где  $\alpha(R)$  - истинное объемное влагосодержание в точке  $R$ . Заметим, что именно это свойство лежит в основе принципа измерения [15, 16] ИОФ или верификации и обработки сигналов датчиков. Аналогичные (14) соотношения дополнительности имеют место и для локальных значений  $\alpha_k$  на стенке и на оси канала.

При этом степенная аппроксимация влагосодержания описывается кривой с тем же показателем степени, что и газосодержание (см. [5], лемма 2 раздела 4), а меняется лишь характер кривизны зависимости для фазосодержания - вогнутая кривая паросодержания  $\alpha_g$  (см. рис. 1с) становится выпуклой кривой влагосодержания  $\alpha_f$ , поскольку меняется знак разности:

$$\alpha_{gw} - \alpha_{gc} = -(\alpha_{fw} - \alpha_{fc}). \quad (15)$$

В общем случае для анализа нестационарных потоков применение степенных аппроксимаций (10)-(12) соответствует принятию допущения о справедливости квазистационарного подхода к описанию профилей распределения параметров. В табл. 1 дана конкретизация обобщения (1) на исходные определения коэффициентов осреднения (второй столбец) для уравнений законов сохранения (2)-(4).

Подстановка зависимостей (10)-(12) в исходные определения параметров распределений  $C_{ks}$  приводит к интегралам от линейной комбинации дифференциальных биномов [17], квадратурные выражения для которых через элементарные функции представлены в третьем столбце табл. 1. Параметры распределений потоков кинетической энергии  $C_{k4r}$  важные, например, для газовой динамики ( $w > 100$  м/с) и при ис-

следовании критических истечений, в данной работе не рассматриваются.

При выводе зависимостей для коэффициентов  $C_{k1}$  было пренебрежено работой проталкивания, а при выводе  $C_{k2}$  и  $C_{k3}$  пренебрежено профилем  $w_{kj}$  по сечению канала; в этом случае имеем  $\bar{W}_{kj} = W_{kj}$ . Учет знака в скорости относительного всплытия (дрейфа)  $\tilde{W}_{kj}$  осуществляется на основе [5] (лемма 1 раздела 4). В случае необходимости учет профиля  $w_{kj}$  может быть произведен либо с помощью введения степенной зависимости вида (10) [6], либо принятием известного соотношения [13].

Как видно из табл. 1 параметр  $C_{k0}$  распределения фазосодержания двухфазного потока для фазы  $k$  входит в структуру каждого из параметров распределений  $C_{ks}$ , управляя тем самым, характером поведения каждого из них, поэтому целесообразно остановиться на его свойствах более подробно. Его наиболее удобная форма записи имеет вид

$$C_{k0} = \frac{\langle \alpha_k j \rangle}{\langle \alpha_k \rangle \langle j \rangle} = 1 + \frac{\gamma}{m+n+\gamma} \left( 1 - \frac{\alpha_{kw}}{\langle \alpha_k \rangle} \right). \quad (16)$$

Очевидно, что соотношение (16) переходит в классический параметр распределения Зубера-Финдлера  $C_0$  [11] при  $k = g$  для паросодержания.

Параметр распределения влагосодержания тогда запишется в виде

$$C_{f0} = \frac{\langle \alpha_f j \rangle}{\langle \alpha_f \rangle \langle j \rangle} = 1 + \frac{\gamma}{m+n+\gamma} \left( 1 - \frac{\alpha_{fw}}{\langle \alpha_f \rangle} \right). \quad (17)$$

Он обладает подобными параметру Зубера-Финдлера  $C_0$  фундаментальными свойствами, определяя интегральное скольжение жидкой фазы в двухфазном потоке, и служит дополнительной к  $C_{g0}$  характеристикой кинематических свойств потока.

Записав обобщенный параметр фазосодержания  $C_{k0}$  в виде

$$C_{k0} = 1 + \frac{\gamma \cdot n \cdot (\alpha_{kc} - \alpha_{kw})}{(m+n+\gamma)(n+\gamma)\langle \alpha_k \rangle} \quad (18)$$

и учитывая знак разности (15) видим, что для выпуклых кривых  $\alpha_{kc} > \alpha_{kw}$  величина  $C_{k0} > 1$ , для вогнутых - наоборот. Отсюда следует первое качественное утверждение: если  $C_{g0} > 1$ , то  $C_{f0} < 1$  и, наоборот, если  $C_{g0} < 1$ , то  $C_{f0} > 1$ . Это указывает на существование определенной связи между ними, раскрыть которую поможет ряд вспомогательных утверждений (или лемм) о свойствах симметрии и дополненности этих интегральных параметров, представленных более подробно в [5] в виде простых, но строгих алгебраических выкладок.

### 3. СООТНОШЕНИЯ СИММЕТРИИ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОСТИ. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ БАЛАНСЫ ДЛЯ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Как видно из системы уравнений МПД (2)-(4), параметры распределений  $C_{ks}$  с учетом взаимосвязи между локальными искомыми переменными двухфазного потока присутствуют в интегральных балансовых соотношениях субстанций (неразрывности, энергии и количества движения), отражая их пространственную распределенность. Это является, с другой стороны, основой получения и верификации их полуэмпирических корреляций из опытных данных, что, в свою очередь, стимулирует поиск взаимосвязей  $C_{ks}$  с другими интегральными характеристиками течения. В [2, 6, 11-13] описаны некоторые основные свойства модели потока дрейфа. Однако для МПД существует ряд неочевидных и неисследованных ранее, но полезных как в теоретическом плане, так и для практических приложений свойств, связывающих между собой

локальные распределения параметров и их интегральные характеристики. Эти свойства можно обосновать, используя лишь определения МПД и законы сохранения. В [5] представлены локальные формулировки и строгие формы вывода в виде лемм (от простого - к сложному) основных соотношений симметрии и дополнительности для параметров распределений. Они основаны на определении МПД и иерархической структуре связей между параметрами распределений в законах сохранения (см. систему (2)-(4) и табл. 1), и поэтому могут быть выведены в виде ряда простых, но строгих выкладок - лемм, связывающих локальные и интегральные переменные. Например, соотношение аддитивности (или дополнительности) истинных объемных фазосодержаний (14) и плотности потока дрейфа приводит к дополнительному (неочевидному) утверждению о симметрии между векторными плотностями потока дрейфа фаз  $\vec{J}_{gj} = -\vec{J}_{jf}$ , доказанному в виде леммы 1 [5] в логически более строгой и обобщенной форме, чем вывод Уоллиса [2, 13] для локальных скоростей дрейфа фаз. В качестве примера приведем одну из лемм [5].

**Лемма 3.** Из дополнительности (аддитивности) интегральных свойств  $\langle \alpha_g \rangle \equiv 1 - \langle \alpha_f \rangle$  следует дополнительность их эффективных (т.е. с учетом параметра распределения  $C_{k0}$ ) интегральных фазосодержаний в форме взаимных произведений фазосодержаний на соответствующие параметры распределений фаз  $C_{k0}$ :

$$1 \equiv C_{g0} \langle \alpha_g \rangle + C_{f0} \langle \alpha_f \rangle \quad \text{или} \quad 1 \equiv \sum_{k=1}^2 C_{k0} \langle \alpha_k \rangle. \quad (19)$$

*Доказательство* элементарно и следует из зависимостей (14)-(16):

$$C_{g0} \langle \alpha_g \rangle + C_{f0} \langle \alpha_f \rangle = \langle \alpha_g \rangle + \langle \alpha_f \rangle + \frac{\gamma \{ (\langle \alpha_g \rangle - \alpha_{gw} + \langle \alpha_f \rangle - \alpha_{fw}) = 0 \}}{m + n + \gamma} \equiv 1, \text{ ч.т.д.}$$

Доказанные в [5] леммы о свойствах дополнительности или зеркальной симметрии интегральных параметров распределений и потока дрейфа помещены в четвертой колонке табл. 1. Они обобщают и обосновывают свойство зеркальной симметрии (ранее замеченное [6] только для динамических параметров распределений фаз  $C_{k3}$ ) на весь набор параметров распределений  $C_{ks}$ . Эти соотношения дополнительности завершают логическую и математическую структуры вывода полного набора замыкающих соотношений для параметров распределений  $C_{ks}$  в рамках степенной аппроксимации монотонных распределений параметров фаз.

С физической (точнее кинематической) точки зрения соотношения дополнительности отражают баланс эффективных «скольжений» плотностей потоков фаз, энтальпий, потоков энтальпий и потоков импульсов фаз в рамках модели потока дрейфа. Здесь следует отметить также, что соотношения дополнительности обеспечивают методическую основу для построения верификации и валидации [5, 15, 16] моделей двухфазных потоков, формулируя взаимное дополнение рассчитываемых или измеряемых интегральных параметров распределений, например, паросодержания  $C_{gs}$  через влагосодержание  $C_{fs}$ .

В иллюстративном плане соотношения дополнительности позволяют ограничиться представлением графического материала для какой-либо одной из фаз, например, паросодержания. Одной из прикладных целей настоящего анализа параметров распределений  $C_{ks}$  являлось исследование характера их поведения в широком диапазоне параметров и выявление возможных аномальных областей их изменения. Поэтому приведенные в последующих разделах расчеты по полученным аналитическим выражениям параметров распределений  $C_{ks}$  (см. табл. 1) проводились в максимальном возможном диапазоне изменения переменных.



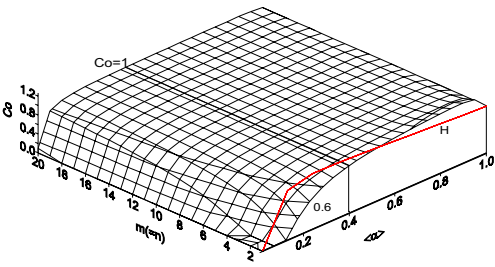


Рис. 2. Параметр распределения двухфазного потока для выпуклых и вогнутых профилей истинного объемного паросодержания  $C_0$ :  $\alpha_w=0.4$ ; H - Ханкокс [5]

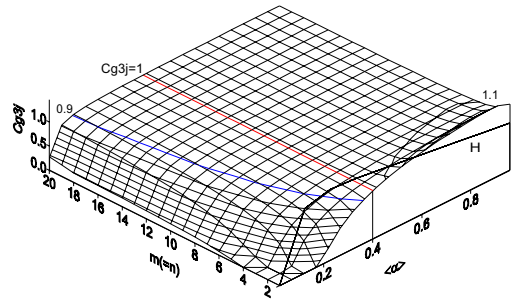


Рис. 3. Динамический параметр распределения паровой фазы  $C_{g3j}$  как функция показателя степени  $m$  и  $\langle\alpha\rangle$  при  $\alpha_w=0.4$ ; H - Ханкокс [5]

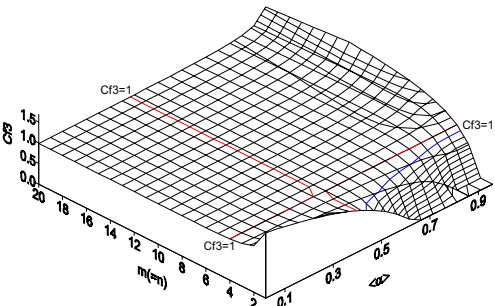


Рис. 4. Динамический параметр распределения жидкой фазы  $C_{f3}$  как функция показателя степени  $m$  и среднего по сечению  $\langle\alpha\rangle$  при  $\alpha_w=0.4$ ,  $\bar{W}_f=0.5$

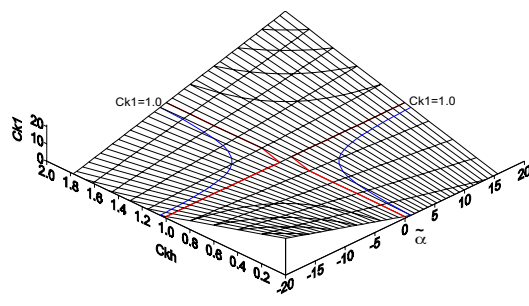


Рис. 5. Параметр распределения энтальпии  $C_{k1}$  как функция термического параметра распределения  $C_{kh}$  и фактора формы паросодержания  $\tilde{\alpha}=1-\alpha_{kw}/\langle\alpha_k\rangle$

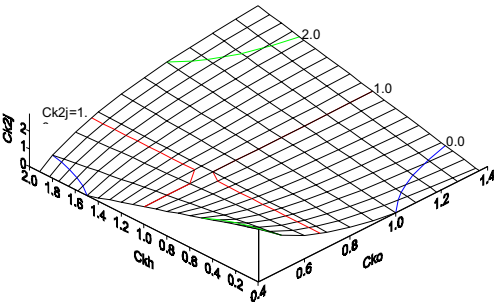


Рис. 6. Параметр распределения потока энтальпии  $C_{k2j}$  как функция параметров распределения: термического -  $C_{kh}$  и фазосодержания -  $C_{k0}$ , при  $F_k=2$

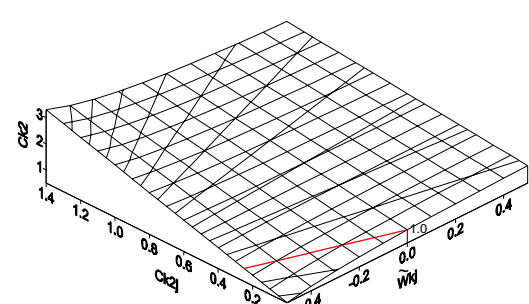


Рис. 7. Параметр распределения потока энтальпии  $C_{k2}$  как функция параметров распределения  $C_{k2j}$  и относительного всплытия  $\bar{W}_{fj}$  при  $C_{k1}/C_{k0}=0.5$

#### 4. ИЛЛЮСТРАЦИИ ПОВЕДЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

На основе аналитических соотношений для параметров распределений  $C_{ks}$ , представленных в табл. 1, было проведено их параметрическое исследование [5] с тем, чтобы найти области наиболее значительных отклонений  $C_{ks}$  от единицы, характерные для двухфазных неравновесных течений.

Рисунки 2-7 дают наиболее полное представление о поведении параметров распределений  $C_{ks}$  в широком диапазоне режимных условий в виде трехмерных поверхностей отклика  $C_{ks}$ . Эти иллюстрации сделаны для наиболее общих случаев течения двухфазного потока в круглой трубе с выпуклыми и вогнутыми профилями истинно-

го объемного паросодержания. Аргументами являются как параметры, связанные с режимными условиями (например,  $m = f(\text{Re}, \lambda, \dots)$ ), так и собственно параметры распределений (например,  $C_{ks}$ ).

Отмечено возможное значительное влияние формы профиля фазосодержания на параметры распределений, в частности для параметра распределения двухфазного потока на рис. 2 и других. Сравнение с эмпирической зависимостью Ханкокса-Никола [12] приведено на рис. 2 и 3. Хотя в первом приближении сравнение можно считать вполне удовлетворительным, на этих рисунках видны обширные области отличий от единицы. Рисунки 4 и 7 демонстрируют значительную степень влияния относительной скорости дрейфа (всплытия) на параметры распределений при различных режимах течения двухфазного потока.  $C_{ks}$ .

Параметр распределения фазосодержания  $C_{k0}$  (в частности, параметр распределения двухфазного потока  $C_0$ ) включен в структуру каждого из параметров распределений и управляет их характером поведения. Следовательно,  $C_0$  может служить основой для исследования поведения других параметров распределений, включая общий случай немонотонного распределения паросодержания [6]. Кроме того, используя параметр распределения фазосодержания  $C_{k0}$  в качестве аргумента для других более сложных параметров распределений, например,  $C_{k2}$ , становится возможным более комплексное и универсальное описание поведения последнего (см. рис. 6). Именно благодаря иерархической структуре полученных аналитических соотношений для параметров распределений становится возможным построение более сложных параметров распределений (например, для компонент уравнений движения и энергии) как функций более простых (например,  $C_{k0}$  и  $C_{kh}$ ). Это свойство иерархии в структурах параметров распределений обеспечивает возможность наиболее лаконичного и универсального представления сложных параметров распределений через более простые (см. рис. 5-7).

Соотношения дополнительности или зеркальной симметрии о характере поведения параметров распределений паро- и влагосодержания можно записать в виде [5]

$$C_{gs}(m, n, \alpha_{gw}, \langle \alpha_g \rangle) = C_{fs}(m, n, \alpha_{fw}, \langle \alpha_f \rangle) \quad \text{для } s=0 \text{ или } 3. \quad (20)$$

Видно, что свойства  $C_{gs}$  полностью аналогичны отмеченным свойствам и в этом смысле нет необходимости его иллюстрации. Однако, следует подчеркнуть, что обладая свойством дополнительности  $C_{fs}$  становится альтернативой  $C_{gs}$  в тестовых и верификационных исследованиях.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В приближении степенных аппроксимаций профилей параметров фаз полученная замкнутая в рамках модели потока дрейфа система аналитических зависимостей для параметров распределений  $C_{ks}$ , входящих в уравнения неразрывности, энергии и количества движения, двухфазного неравновесного потока.

2. Полученные аналитические формы параметров распределений образуют иерархическую структуру взаимосвязей переноса субстанций в уравнениях законов сохранения. При этом кинематические параметры распределений простой структуры, такие как  $C_{k0}$  и  $C_{k1}$ , входят составной частью в структуру более сложных параметров распределений для уравнений переноса энергии  $C_{k2}$  и импульса  $C_{k3}$ .

3. Приведенные леммы о свойствах дополнительности интегральных параметров распределений фаз  $C_{ks}$  одномерных моделей демонстрируют свойство зеркальной симметрии и взаимосвязь фазовых параметров распределений между собой, что является весьма полезным и важным как для квазиодномерных теорий моделирования двухфазных течений, так и для их полуэмпирических приложений, включая проблемы верификации замыкающих соотношений  $C_{ks}$ .

4. Представленные иллюстрации  $C_{ks}$  указывают на значительное влияние формы профиля фазосодержания на параметры распределений. Выявленные обширные области отклонений значений  $C_{ks}$  от единицы указывают на неправомерность использования приближения плоских профилей параметров в одномерных моделях для ряда неравновесных режимов, например, при течении недогретого до состояния насыщения двухфазного потока, а также для условий «закризисного» теплообмена. Отмечается заметное влияние относительной скорости дрейфа (всплытия) на параметры распределений при различных режимах течения двухфазного потока.

5. Предложенные подходы позволяют проводить как систематический анализ пределов применимости одномерной теории, так и количественную оценку погрешностей одномерной модели, а также указывают направления совершенствования одномерных кодов, логику и количественные формы связей одномерных и многомерных моделей.

## ОБОЗНАЧЕНИЯ

$A$	- площадь поперечного сечения	<b>Греческие символы</b>	
$C_{ks}$	- параметры распределений	$\alpha$	- истинное объемное паросодерж.
$\langle \rho w \rangle$	- массовая скорость	$1-\alpha$	- истинное объемное влагосодерж.
$g$	- гравитационное ускорение	$\Gamma$	- интенсивность генерации пара
$h$	- удельная энтальпия,	$\rho$	- плотность, $\rho_m = \sum \alpha_k \rho_k$
	- " смеси, $h_m = \sum (\alpha_k \rho_k h_k) / \rho_m$	$\Phi$	- обобщенная переменная
$j$	- плотность объемного расхода	$\nu$	- кинематическая вязкость
$l, m, n$	- показатели степени профилей	<b>Индексы</b>	
$P$	- давление	$c$	- ось канала, центральная зона
$q$	- плотность теплового потока	$j$	- центр объема
$r=r_w-y$	- радиальная координата, радиус	$k$	- фаза: 1- жидкость; 2- г пар
$R=r/r_w$	- " , безразмерная	$s$	- субстанция
$t$	- время	$w$	- стенка, пристенная зона
$w^+=w/w_\tau$	- относительная скорость	$\tau$	- для скорости трения
$w_{gj}$	- скорость всплытия (дрейфа)	$w$	- для представления по Шлихтингу
$w_k$	- аксиальная скорость фазы $k$	$'''$	- на единицу объема
$z$	- аксиальная координата.	$\langle \rangle$	- символ осреднения по площади

## Литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Часть 1, 2. - М.: Наука, 1987.
2. Делайе Дж., Гуо М., Рейтмюллер М. Теплообмен и гидродинамика в атомной и тепловой энергетике. Пер. с англ. под ред. Н.Л.Кириллова. - М.: Энергоатомиздат, 1984.
3. Ishii M. Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow. - Paris: Eyrolles, 1975.
4. Kornienko Yu.N. Generalized integral forms for friction, heat and mass transfer coefficients // Intern. J. Heat Mass Transfer. - 1995. - V. 38. - №16. - P. 3103-3108.
5. Корниенко Ю.Н. Обобщение параметров распределений для квазиодномерных моделей двухфазных неравновесных потоков. Часть 1. Течение в трубах плоской и круглой формы. ГНЦ-РФ ФЭИ-2898. - Обнинск, 2001. - 43 с.

6. Kornienko Yu.N., Kuzevanov V.S., Sorokin A.P. The technique of calculation of non-equilibrium two-phase flow in pin bundles using quasi-2D approaches and sub-channel approximation. // Proc. Intern. Symp. on gas-liquid two-phase flows. – ASME. – 1990. – FED V. 99. – P. 321-330.
7. Ishii M., Mishima K. Two-fluid model and hydrodynamic constitutive relations. // Nuclear Engineering and design. – 1984. – V. 82. – №1. – P.107-126.
8. Roy R.P., Ho S. Influence of transverse intraphase velocity profiles and phase fraction distributions on the character of two-phase flow equations. // Int. J. Heat Mass Trans. – 1980. – V. 23. – P. 1162-1167.
9. Song J.H., Ishii M. The well-posedness of incompressible one-dimensional two-fluid model. // Int. J. Heat Mass Trans. – 2000. – V. 43. – P. 2221-2231.
10. Podowski M.Z. CFD Simulation of Critical Heat Flux in PWR Fuel Assemblies. // Proc. 4-th Intern. Seminar on Subchannel Analysis. – Tokyo, 1997. – P.15-26.
11. Зубер Н., Финдлей Д. Средняя объемная концентрация фаз в системах с двухфазным потоком. // Теплопередача. Сер. С. – М.: Мир, 1965, Т. 87. – №4. – С. 29-47.
12. Hancox W.T., Nicoll W.B. A general technique for the prediction of void distribution in non-steady two-phase forced convection. // Int. J. Heat Mass Trans. – 1972. – V. 14. – №12. – P. 1377.
13. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. – М.: Мир, 1972.
14. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974.
15. Болтенко Э.А., Горшков В.Д., Корниенко Ю.Н., Кустов В.П. Датчик определения концентрации газа в газожидкостном потоке. Авторское свидетельство № 1037762, Гос. комитет СССР по делам изобретений и открытий, 1983.
16. Корниенко Ю.Н., Болтенко Э.А. Способ тарировки устройства для измерения истинного объемного паросодержания смеси. Авторское свидетельство № 1005559, Гос. комитет СССР по делам изобретений и открытий, 1987.
17. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1978.

Поступила в редакцию 14.11.2002

**УДК 621.039.51**

*Determination of Absolute Intensity of Extensive Sources by A Coincidence Method* \ V.V. Doulin; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering). - Obninsk, 2002. - 6 pages, 3 illustrations, 1 table. - References, 5 titles.

Determination of absolute intensity of a point source by a coincidence method is used for a long time. Sometimes there is a need to determine the absolute intensity of an extensive source. Measurements and analysis results on its determination are presented in this work. A need of spatial Diven factor accounting for obtaining of a more accurate value of absolute intensity is demonstrated. A calculation of neutron flux  $\varphi(x)$  distribution from the source and adjoint flux  $\varphi^*(x)$  (importance) in relation to detector counts for the Diven factor obtaining has to be done.

**УДК 621.039.58**

*Application of Main Components Method for High and Low Pressure Pumps Diagnostic Based on Testing Data Analysis* \ S.T. Leskin, V.V. Valui; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering). - Obninsk, 2002. - 8 pages, 8 illustrations, 1 table. - References, 7 titles.

The application of main components method for diagnostic of the VVER high and low pressure pumps is discussed. On the basis of selected statistical model with use of entropy the complex of informative attributes describing dynamics of pumps behavior is received. The results of data processing of the forth block of the Balakovo NPP are presented. Pumps statement anomalies and caused their occurrence parameters are allocated.

**УДК 621.039.526:621.039.546.8**

*Verification of Hydraulic Characteristics of Experimental Facility "Circulating Loop"* \ E.F. Avdeev, I.A. Chusov, V.I. Belozarov, V.V. Maksimovskiy, A.Ia. Ustujanin, S.P. Pashkov, A.V. Shuvalov; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering). - Obninsk, 2002. - 8 pages, 7 illustrations, 4 tables. - References, 8 titles.

Description of the experimental facility "Circulating Loop" of the thermal physics department is given. The developed system of dynamic control of thermal hydraulic modes necessary during experimental works is described. The results of an experimental research of some characteristics of the stand, in comparison with the experimental data of other authors and standard calculating dependences are given.

**УДК 621.039.534**

*Distribution Parameters for the Quasi-One-Dimensional Two-Phase Non-Equilibrium Flow Models. Generalization for Simple-Form Channel Flows* \ Yu.N. Kornienko; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering). - Obninsk, 2002. - 12 pages, 7 illustrations, 2 tables. - References, 17 titles.

The article is devoted to construction of the generalized hierarchically closed analytical relationships (using drift flux model of two-phase non-equilibrium flow) for distribution parameters  $C_{ks}$  in quasi-one-dimensional form of the continuity, energy and momentum equations. A main assumption is power approximations of the local phase profiles for derivation of the quadratures of distribution parameters and their assessment. The complementarity and mirror symmetry properties are revealed for parameter distributions, which are useful for verification purposes of the closure relationships for  $C_{ks}$ .

**УДК 621.039.534**

*Distribution Parameters for the Quasi-One-Dimensional Two-Phase Non-Equilibrium Flow Models. Generalization For Non-Monotone Parameter Profiles* \ Yu.N. Kornienko; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineer-