

# ВЫРОЖДЕННЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ЭКОНОМИКИ И ЭНЕРГЕТИКИ

**А.В. Клименко**

*ОФ «Институт системно-экономических исследований им. Я.В. Шевелёва»*

*144001, г.Электросталь, Московская обл., ул. К.Маркса, 6а*

*НИЯУ МИФИ. 115409, г.Москва, Каширское шоссе, 31*



Оптимизация больших систем экономики и энергетики приводит к вырожденным решениям большой размерности. Это очень сильное математическое усложнение. Однако оно позволяет рассматривать будущее развитие энергетики как на совместной работе ядерных энергетических установок (ЯЭУ), энергетических установок (ЭУ) на угле, энергетических установок на газе, так и только на ЯЭУ. Для этого нужна системная оптимизация параметров ЯЭУ.

Расчетные исследования оптимальных систем большой размерности привели к пониманию вырожденного пространства допустимых решений экономики и энергетики как множества точек на лунной поверхности, изрытой конечным количеством кратеров. Такое вырожденное пространство можно было бы назвать «невыпуклым, невогнутым».

Иначе говоря,  $N$ -мерное вырожденное «невыпуклое, невогнутое» пространство оптимизационной задачи большой размерности ( $N \geq 10\,000$ ) подобно «лунной поверхности» с кратерами разной глубины. Кратеры – это окрестности локально-оптимальных планов, сам же локально-оптимальный план находится на дне кратера. Глубина кратера определяет значение оптимизируемого функционала. Среди самых глубоких, но разных кратеров, встречаются кратеры одинаковой глубины, т.е. кратеры с одинаковыми значениями функционалов локально-оптимального плана. Локальный оптимум (локальный план) в разных кратерах может различаться по структуре, а функционалы оптимизационной задачи для этих точек могут быть одинаковыми по значению.

Расчеты показывают, что среди равновеликих кратеров (с одинаковыми значениями функционалов локально-оптимальных планов развития экономики и энергетики) встречаются кратеры с локально-оптимальными планами развития экономики и энергетики (среди прочих возможных разнородных комбинаций состояний экономики и энерготехнологий) только на угольных и газовых ЭУ либо на угольных, газовых, ядерных ЭУ, либо на ЯЭУ. Соизмеряя значения функционалов локально-оптимальных планов в разных кратерах, можно найти оптимальное решение – локально-оптимальный план с наилучшим значением функционала (например, в случае минимизации функционала, – с минимальным значением функционала из всех рассмотренных кратеров).

**Ключевые слова:** вырожденная задача оптимизации, экономика, энергетика, энергосистема, энергоустановка, ядерная энергетическая установка, оптимальность, лунная поверхность, кратер.

© А.В. Клименко, 2015

## О ПРИРОДЕ ВЫРОЖДЕННОСТИ

Оптимизация больших систем энергетики (или экономики) представляет собой задачу математического программирования, в которой на выпуклом множестве решений отыскивается оптимальный план по вогнутому или вогнуто-выпуклому функционалу (целевой функции). Динамика в таких задачах вносит свои коррективы. Материальные балансы в задачах оптимизации описываются равенствами и неравенствами, а ввод мощностей в эксплуатацию, как и график установленной мощности, описываются с помощью дельта-функций от моментов ввода этих мощностей в эксплуатацию; график текущей загрузки (производительности) также претерпевает скачок либо в момент ввода в эксплуатацию объекта, либо в момент переключения объекта с режима отслеживания спроса на режим полной (предельной) нагрузки. Есть и другие соотношения модели оптимизации, нарушающие выпуклость множества решений. Трудность решения таких задач была отмечена еще классиками [1 – 4]. Такие задачи математического программирования, на наш взгляд, следовало бы отнести к классу «*невыхпуклых, невогнутых*» задач оптимизации. Обычно такие задачи имеют большую размерность. Типичной размерностью обратной матрицы в такой оптимизационной задаче  $10\,000 \times 10\,000$  (а также большей размерностью) сегодня уже никого не удивишь.

Теория решения по отдельности «выпуклых» и «вогнутых» задач математического программирования хорошо разработана, а численные методы решения таких задач часто входят в библиотеку стандартных программ для компьютеров.

Класс «невыхпуклых, невогнутых» задач оптимизации разработан хуже. Между тем, именно они являются *реальными* задачами экономики и энергетики. В таких задачах есть еще одно важное усложнение (по выражению одного из классиков С. Вайды [1]). В оптимизационных задачах большой размерности, отыскивающих оптимальный план развития больших систем энергетики и экономики, локально-оптимальный план оказывается, как правило, *вырожденным*. В терминах задачи линейного программирования [2] вырожденным опорным (допустимым, согласованным) планом называется такой план, в котором некоторая переменная  $x_i$  равна нулю, причем  $i$  совпадает с номером одного из векторов базиса рассматриваемого плана. Вырожденная ситуация характеризуется тем, что в разложении вектора  $P_0$  по векторам некоторого базиса  $P_1, P_2, \dots, P_m$

$$P_0 = x_1 P_1 + x_2 P_2 + \dots + x_m P_m$$

все коэффициенты  $x_i \geq 0$  и, по крайней мере, один из них равен нулю.

Математические методы, нацеленные на отыскание оптимального плана задачи, например, симплексный процесс, предполагают *невыврожденность* всех опорных планов задачи. Это допущение гарантировало уменьшение значения линейной формы (если линейная форма – функционал или целевая функция – минимизировалась) после каждой итерации симплексного метода. Так как любая задача (после линеаризации) обладает лишь конечным числом базисов, то оптимальный план определяется через конечное число итераций.

Эта логика теряет силу, как только допускается существование вырожденных опорных планов, что является, разумеется, более близким к действительности.

Кроме того, вырожденные оптимизационные задачи большой размерности обладают свойством *цикличности*. Другими словами, алгоритмы оптимизации выбирают последовательность базисов, приводящую к циклу, т.е. последовательность базисов, периодически выбирающихся и не удовлетворяющих критерию оптимальности. Очевидно, что в этом случае оптимальный план никогда не будет достигнут. Выбраться из «цикличности» можно созданием алгоритмов распознавания и выходом

да из циклов.

До настоящего времени в литературе нет описания пространств допустимых решений в классе вырожденных «невыпуклых, невогнутых» задач оптимизации большой размерности. Эти динамические задачи оптимизации нас интересуют прежде всего с точки зрения применимости и конкурентоспособности ЯЭУ в небольших, средних и крупных энергосистемах.

### **ВЫРОЖДЕННЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ И ПРОСТРАНСТВО ИХ ДОПУСТИМЫХ РЕШЕНИЙ (ЭМПИРИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОСТРАНСТВА)**

В [5] приведены оптимальные решения для энергетики России в зависимости от эффективной процентной ставки в экономике России. Экономика России различалась по величине нормы дисконтирования, которая численно приравнивалась к эффективной процентной ставке на строительство и эксплуатацию энергетических объектов. Эффективная процентная ставка численно менялась от 0,05 (1/год) до 0,25 (1/год). Показано, что при ставках 0,15 (1/год) и выше ЯЭ не входит в оптимальную структуру энергетики России. В действительности, это *одно* из решений развития энергетики России, которое можно назвать локально-оптимальным вырожденным решением. Существуют и *другие* вырожденные решения развития энергетики России (с участием ЯЭ) с равновеликим функционалом принятия решений. Прежде чем их рассмотреть, отметим некоторые свойства «невыпуклых, невогнутых» вырожденных пространств допустимых решений. Эти свойства получены экспериментально Я.В. Шевелёвым и автором еще в начале 1980-х гг. в процессе моделирования и решения задач развития энергетики большой размерности, но лишь несколько лет назад оформились в непротиворечивое представление вырожденного пространства решений.

Опишем геометрически понятие вырожденности.

В терминах задачи линейного программирования оптимизационная задача выглядит так:

$$F = cx \rightarrow \min \quad (1)$$

при ограничениях

$$Ax = b, \quad (2)$$

$$x \geq 0. \quad (3)$$

Здесь  $F$  – целевая функция (функционал), подлежащая оптимизации;  $c$  – вектор-строка коэффициентов целевой функции;  $A$  – матрица условий-ограничений задачи оптимизации;  $x$  – вектор-столбец переменных задачи оптимизации;  $b$  – вектор-столбец свободных членов (правая часть ограничений). Решение такой задачи  $x = A^{-1}b$  представляет минимум функции  $F$ , где  $A^{-1}$  – обратная матрица к матрице  $A$ .

Осмелимся изобразительными возможностями двухмерного пространства (лист бумаги) показать геометрию  $N$ -мерного вырожденного пространства.

Снизим размерность оптимизационной задачи так, что размерность матрицы  $A^{-1}$  будет  $3 \times 3$ . Пусть множеством допустимых решений такой задачи будет куб (выпуклое множество), показанный на рис. 1. В любой точке внутри этого куба и на его поверхности достигается допустимое решение оптимизационной задачи. В теории линейного программирования доказывается [1 – 4], что оптимальное решение достигается в вершине куба. Все вершины этого куба для показанной системы координат являются невырожденными, так что координаты произвольной вершины  $A(x, y, z)$  не равны нулю. Штриховыми линиями показаны проекции

этого куба на плоскостях  $(X, Y)$ ,  $(Y, Z)$ ,  $(Z, X)$ .

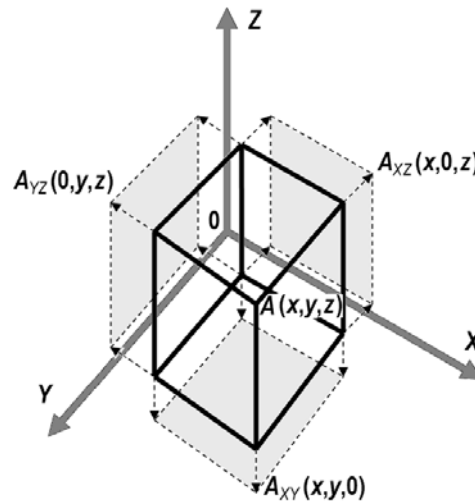


Рис. 1. Множество (пространство) допустимых решений оптимизационной задачи. Все вершины выпуклого многогранника (куба), подобно вершине  $A(x, y, z)$ , – невырожденные решения с ненулевыми координатами. Вырожденность вершин, подобно вершине  $A(0, y, z)$ , появляется только на проекциях куба на плоскостях  $(X, Y)$ ,  $(Y, Z)$ ,  $(Z, X)$ , образованных осями координат  $X, Y, Z$

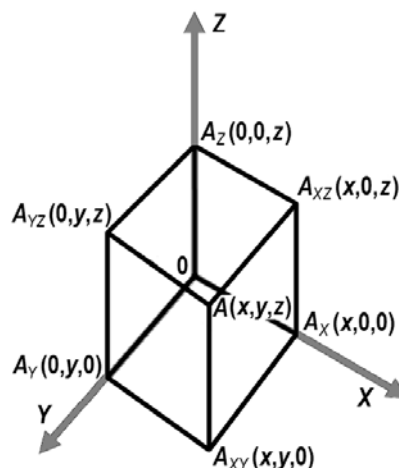


Рис. 2. Множество (пространство) допустимых решений оптимизационной задачи. Точка-план  $A(x, y, z)$  – невырожденная на выпуклом многограннике (кубе); точки-планы  $A_{xy}(x, y, 0)$ ;  $A_{yz}(0, y, z)$ ;  $A_{xz}(x, 0, z)$  – вырожденные на выпуклом многограннике (кубе); точки-планы  $A_x(x, 0, 0)$ ;  $A_y(0, y, 0)$ ;  $A_z(0, 0, z)$  – вырожденные на выпуклом многограннике (кубе) – случай более сильной вырожденности

Оставим куб неподвижным, а систему координат перенесем в одну из вершин куба так, чтобы оси координат совпадали с гранями куба, исходящими из этой вершины (рис. 2). Теперь только одна вершина  $A(x, y, z)$  является невырожденным допустимым решением. Остальные вершины являются проекциями  $A_{xy}(x, y, 0)$ ,  $A_{yz}(0, y, z)$ ,  $A_{xz}(x, 0, z)$  на плоскости и проекциями  $A_x(x, 0, 0)$ ,  $A_y(0, y, 0)$ ,  $A_z(0, 0, z)$  на оси координат – все суть вырожденные допустимые решения. Если трактовать эту задачу как задачу оптимизации энергетики (или экономики), то чаще всего именно в одной из вырожденных вершин достигается минимум функции  $F$ .

Куб в пространстве трех координат не изменил своей сущности, он остался на том же месте. Сместив систему координат и сделав перенормировку начала коор-

динат, мы, не изменив сущности задачи, изменили значения координат вершин и всех других точек куба. Значит, одно и то же пространство решений в одной системе координат (системе отсчета) может быть невырожденным и в то же время в другой системе отсчета – вырожденным.

**Замечание.** Как уже говорилось, при построении алгоритмов оптимизации в принятой системе отсчета изначально предполагается, что пространство допустимых решений невырожденно. Однако решение задач оптимизации экономики и энергетики большой размерности приводит к вырожденным локально-оптимальным решениям. Следовательно, по правилам математической логики, в этой системе отсчета первоначальное предположение о невырожденности пространства допустимых решений неверно. Природа задач оптимизации экономики и энергетики большой размерности относит их к классу вырожденных задач оптимизации. Другими словами, пока не удастся найти такую систему отсчета, в которой эти задачи были бы невырожденными, и, следовательно, с полным основанием к ним можно было бы применить хорошо разработанные алгоритмы и методы поиска оптимума невырожденных задач оптимизации. Переход от вырожденных пространств к невырожденным не только требует математических преобразований, но и затрагивает метафизическое представление об  $N$ -мерных пространствах и их свойствах. Это особенно важно при переходе от пространства меньшей размерности к пространству большей размерности (хотя бы на единицу) и наоборот. В этом случае возникает вопрос: управляет ли пространство большей размерности действиями пространства хотя бы на единицу меньшей размерности? Если да, то живя в вырожденном пространстве, мы выполняем, как нам кажется, свою волю и свои действия, не осознавая, что воля эта и действия идут нам «свыше», из пространства большей размерности, подобно тому как движущийся «солнечный зайчик» на стене «думает», что это он сам движется в любую точку стены.

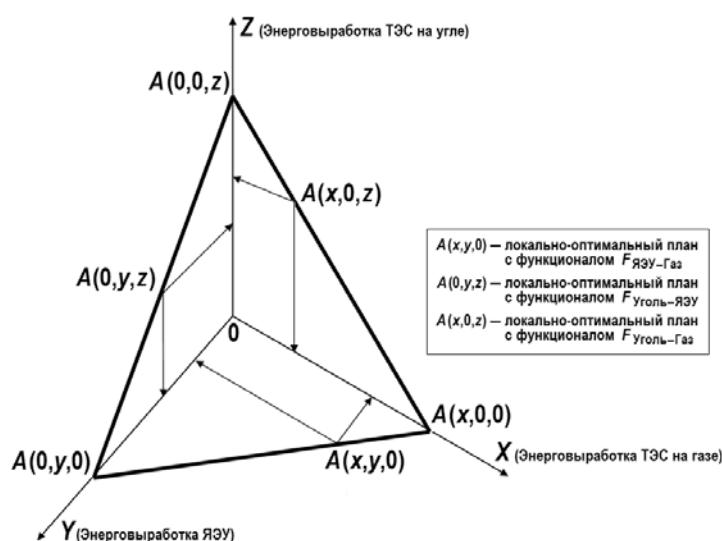


Рис. 3. Энерговыводка в **вырожденных** локально-оптимальных планах с одинаковыми значениями функционала. Функционал – интегральные приведенные затраты на всю программу энерговыводки системы  $F_{\text{Уголь-ЯЭУ}} = F_{\text{Уголь-Газ}} = F_{\text{ЯЭУ-Газ}}$

Усложним пример. На рисунке 3 приведен пример трехмерного пространства решений вырожденной оптимизационной задачи. Оси этого пространства ассоциированы с энерговыводкой: ось  $X$  – с энерговыводкой на газовых ТЭС (теплоэлектростанциях),  $Y$  – на ЯЭУ,  $Z$  – на угольных ТЭС. Этот рисунок показывает, что могут быть вырожденные решения, например, развития энергетики системы, в точках  $A(0, y, z)$  с участием угольных ТЭС и ЯЭУ, в точках  $A(x, 0, z)$  – газовых и угольных ТЭС, в точках  $A(x, y, 0)$  –

газовых ТЭС и ЯЭУ. Могут быть вырожденные решения в точке  $A(0, y, 0)$  с участием *только* ЯЭУ; в точке  $A(0, 0, z)$  – *только* угольных ТЭС; в точке  $A(x, 0, 0)$  – *только* газовых ТЭС. При этом значения целевой функции (функционала) для этих решений могут быть одинаковыми. Другими словами, развитие энергетики системы может происходить по равноценным по значению функционала, но разным по структуре стратегиям (Уголь – ЯЭ; Уголь – Газ; Газ – ЯЭ; ЯЭ; Уголь; Газ). Возможны более сложные комбинации равноценных стратегий развития энергетики системы.

Многочисленные расчеты на многомерных «невыпуклых, невогнутых» пространствах допустимых решений оптимизационной задачи дают основание представить (рис. 4) это пространство в виде «лунной поверхности» с большим, но конечным количеством кратеров (если речь идет о минимизации функционала). Если же речь идет о максимизации функционала, то кратеры превращаются в свою противоположность – горы.

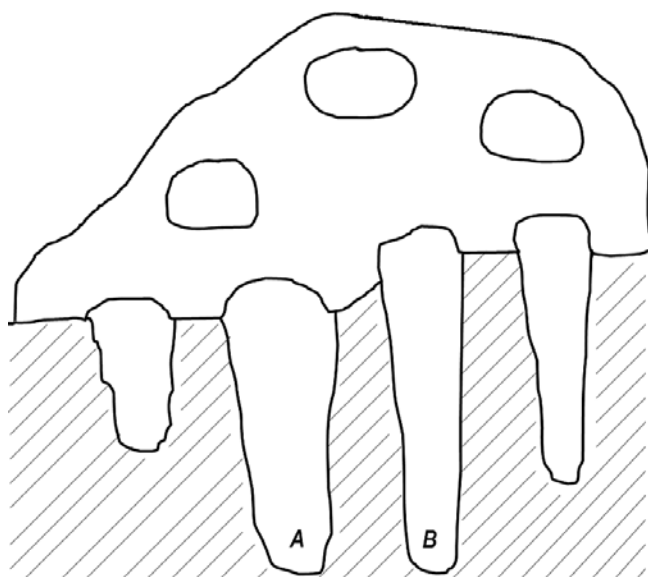


Рис. 4. Фрагмент «лунной поверхности»  $N$ -мерного «невыпуклого, невогнутого» пространства в вырожденной оптимизационной задаче большой размерности. Локально-оптимальный план в точке  $A$  одного кратера «лунной поверхности» отличается по структуре от такового в точке  $B$  другого кратера

Иначе говоря,  $N$ -мерное вырожденное «невыпуклое, невогнутое» пространство оптимизационной задачи большой размерности ( $N \geq 10\,000$ ) подобно «лунной поверхности» с кратерами разной глубины. Кратеры – это окрестности локально-оптимальных планов. На дне кратера находится сам локально-оптимальный план. Глубина кратера характеризует значение оптимизируемого функционала. Среди самых глубоких, но разных кратеров, встречаются кратеры одинаковой глубины. Другими словами, встречаются разные кратеры с одинаковыми значениями функционала локально-оптимального плана. Локальный оптимум (локальный план) в таких кратерах может различаться по структуре. Например, на рис. 4 локально-оптимальный план в точке  $A$  одного из кратеров отличается от такового в точке  $B$  другого кратера, а функционалы оптимизационной задачи для этих точек равны:  $F_A = F_B$ . Попад в кратер, выбраться из него нельзя. Остается отыскать самую глубокую точку кратера (локальный оптимум).

Меняя исходные опорные точки в качестве начала оптимизационного процесса, можно попадать в разные кратеры. Поскольку число кратеров конечно, их можно перебрать все. Соизмеряя значения функционалов локально-оптимальных планов в разных кратерах, можно найти локально-оптимальный план с наилучшим значением функционала (например, в случае минимизации функционала, – с минимальным значением функционала из



всех рассмотренных кратеров). Это и есть оптимальное решение.

Исходные опорные точки можно менять, возмущая правую часть **b** или коэффициенты матрицы условий **A** из (2).

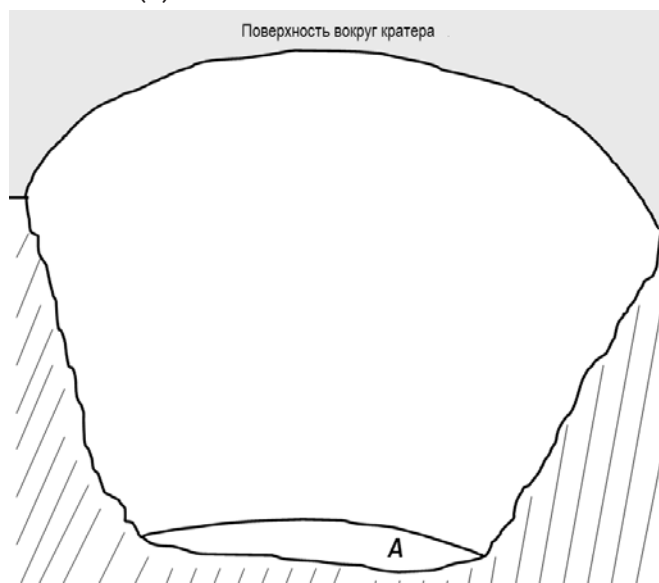


Рис. 5. Типичный кратер «лунной поверхности» с пологим дном в вырожденной оптимизационной задаче большой размерности. Точка A – локальный оптимум среди всех точек этого кратера

На рисунке 5 показано как выглядят кратер «лунной поверхности» и его дно в таких задачах. Видно, что в вырожденных оптимизационных задачах дно кратера пологое. Каждая точка дна кратера – допустимое решение задачи, отличающееся от соседней точки дна по функционалу на малую величину, однако структура плана в этих соседних точках – разная. В самой глубокой точке A достигается локальный оптимум. Попад на пологое дно кратера, можно медленно двигаться в точку локального оптимума A. В этой точке значение оптимизируемого функционала минимально среди всех точек этого кратера.

На рисунке 6 показан более подробно разрез кратера «лунной поверхности». Функционал плана в опорной точке F на несколько порядков больше, чем в точке локального оптимума A кратера. Точка F (583 T\$) обозначает точку F, в которой значение функционала плана равно  $583 \cdot 10^{12}$  долларов США при норме дисконтирования 0,10 (1/год). При другой норме дисконтирования значения функционалов в общем случае будут другими. Стрелками показан путь поиска локального оптимума в кратере. Допустимое вырожденное решение на краю обрыва в кратер (точка F) является опорной точкой (по терминологии математического программирования), с которой начинается по оптимизационному алгоритму «слалом» на дно кратера в точку локального оптимума A. В скобках при каждой точке – допустимом решении (плане) – дано значение функционала в T\$, т.е.  $1 \cdot 10^{12}$  долларов США. Как видно, между точкой F – началом «слалома» и точкой A – концом «слалома» значение функционала уменьшается на несколько порядков (для конкретного примера на рис. 6 уменьшение составляет два порядка; оно может быть и больше). Движение начинается с точки F (583 T\$) обрывом вертикально вниз до площадки с практически одинаковыми значениями функционала в любой точке этой площадки, но все-таки различающимися на малую величину, и далее продолжается по площадке до крайней точки E (282 T\$). Затем – опять обрыв вертикально вниз до следующей площадки, и далее – по площадке до крайней точки D (117 T\$). Далее – опять обрыв, и все повторяется в крайних точках C (10 T\$), B (9 T\$). При движении по дну кратера значение функционала изменяется очень слабо, вплоть до локального оптимума – точки A (8 T\$).

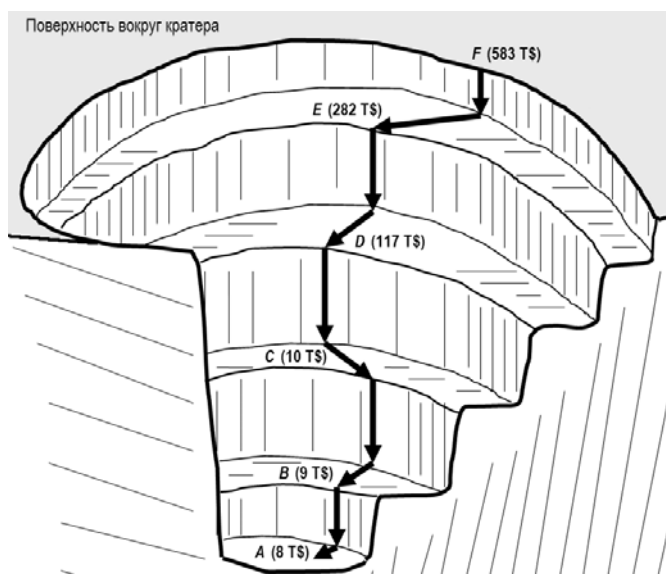


Рис. 6. Типичный кратер «лунной поверхности» в вырожденной оптимизационной задаче большой размерности

Следует отметить, что в вырожденных задачах оптимизации экономики, энергетики, ЯЭ в одном кратере «лунной поверхности» пространства допустимых решений может существовать локально-оптимальный план энергетики со структурой на угольных и газовых энергоустановках (ЭУ), а рядом, в соседней точке, – допустимый план на угольных ЭУ, газовых ЭУ и ЯЭУ. В другом кратере может существовать локально-оптимальный план энергетики с угольными ЭУ, газовыми ЭУ и ЯЭУ, а рядом, в соседней точке, – допустимый план на угольных ЭУ, газовых ЭУ. Под структурой локально-оптимального плана понимается весь базисный вектор переменных математической модели, вошедших в решение, включая комбинацию видов ЭУ и доли их энерговыработки.

Существуют кратеры, в которых локально-оптимальным планом энергетики может быть *только* ЯЭ, а рядом, в соседних точках, – допустимые планы на угольных ЭУ и газовых ЭУ.

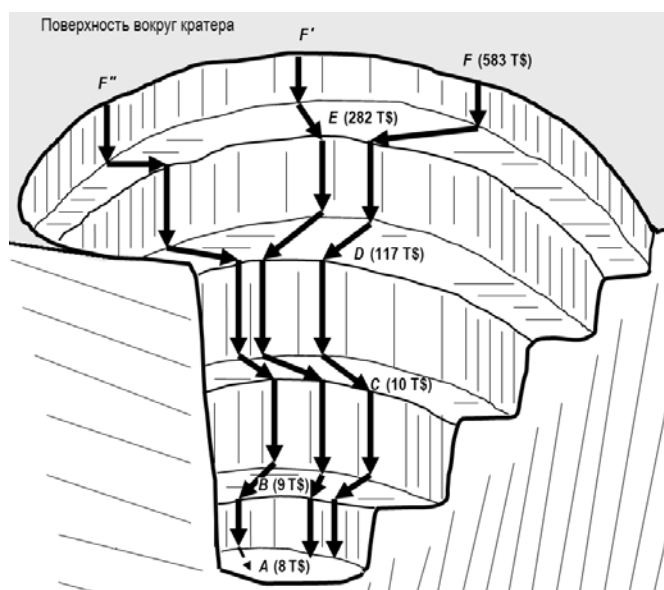


Рис. 7. Кратер «лунной поверхности» с плоским дном в вырожденной оптимизационной задаче большой размерности



Возможны любые комбинации конкурирующих энерготехнологий в допустимых планах, находящихся рядом с локально-оптимальным планом кратера.

В вырожденных задачах оптимизации большой размерности возможны поверхности допустимых решений с небольшим числом кратеров или даже с одним кратером. На рисунке 7 показан такой кратер. Поиск локального оптимума может происходить из разных опорных точек, например, точек  $F, F', F''$ . Спуск на дно кратера из точек  $F, F', F''$  производится по своему пути до *плоского* дна кратера. Плоское дно кратера, включая границу дна, образует множество точек (локально-оптимальных планов) с наименьшим в этом кратере одинаковым значением функционала. Плоское дно, например, может быть параллельно плоскости  $X, Y$  (см. рис. 3), так что геометрически становится понятным, что у всех точек дна значение функционала одинаково. Однако в разных точках дна кратера разная структура локально-оптимального плана. Так, всего лишь в одном кратере поверхности допустимых решений раскрывается на его дне, *если дно плоское*, вся возможная картина вырожденных локально-оптимальных планов. Например, в отношении энергетики возможны все вышеупомянутые комбинации энерговыработки с угольными ЭУ, газовыми ЭУ, ЯЭУ. Разумеется, в  $N$ -мерных пространствах под плоскостью подразумевается гиперплоскость, а под поверхностью –  $N$ -мерная поверхность, т.е. гиперповерхность.

На рисунке 7 показаны на дне кратера точки, являющиеся граничными точками дна кратера, куда приводит алгоритм оптимизации. В этих точках разные по структуре локально-оптимальные планы. Дальше алгоритм в поиске плана с еще меньшим функционалом не сдвинется с места, поскольку «поисковик» алгоритма, реагирующий на изменение значения функционала, попал на поверхность (дно), все точки которой имеют одинаковое значение функционала. Чтобы продолжить поиск локально-оптимального плана с другой структурой (например, структурой, в которой присутствуют ЯЭУ), нужно в алгоритм ввести процедуры «возмущения» границ ресурсов и переменных оптимизационной задачи. Это позволяет находить точки (локально-оптимальные планы) дна кратера, удаленные от границы этого дна. Все точки плоского дна имеют наименьшее в этом кратере одинаковое значение функционала. Таким образом, множество точек дна, включая границы этого дна, порождают множество локально-оптимальных планов в вырожденной оптимизационной задаче большой размерности. Штриховой линией на плоском дне кратера рис. 7 показан путь-вектор, который приводит к точке, удаленной от границы дна кратера, в процессе поиска локально-оптимального плана с другой структурой плана, чем локально-оптимальный план в точке на границе плоского дна.

Прежде всего далее нас будут интересовать кратеры, в которых в локально-оптимальных планах присутствуют ЯЭУ.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Принятие системных решений (и особенно сложных) основывается на теории оптимального планирования. К таким решениям относятся решения в области экономики и энергетики. В *реальных* задачах оптимального планирования подобные решения являются вырожденными решениями экономики и энергетики.

В примитивно понимаемой математике вырожденность – это упрощение. Однако это не так. В современной математике  $N$ -мерных пространств (именно они описывают реальные процессы) вырожденность – это серьезное усложнение. Она связана с «особенностями», например, большим количеством базисных переменных решения задачи, равных нулю. Небольшое возмущение условий задачи (в рамках неопределенности исходных данных) меняет номера базисных переменных, равных нулю. Получить устойчивое допустимое решение всей системы (например, энергосистемы) как согласованное решение отдельных ее звеньев весьма затруднительно. Ведь в базисах решений каждого звена системы происходит упомянутая «текучесть» вырожден-

ного решения. К сожалению, на сегодня нет эффективных методов решения вырожденных задач большой размерности из-за величайшей сложности таких задач.

Расчетные исследования оптимальных систем большой размерности привели к пониманию вырожденного пространства допустимых решений экономики и энергетики как множества точек на «лунной поверхности», изрытой конечным количеством кратеров. Локально-оптимальные решения таких задач достигаются на дне кратеров. Среди равновеликих кратеров с одинаковыми значениями функционалов развития экономики и энергетики встречаются кратеры, отображающие ситуацию в экономике и энергетике (среди прочих возможных разнородных комбинаций состояний экономики и энергетических технологий) только на угольных и газовых энергоустановках; только на угольных, газовых, ядерных энергоустановках; только на ЯЭУ.

Эмпирическое описание пространства допустимых решений вырожденных задач оптимизации экономики и энергетики основано на почти 40-летнем авторском опыте решения задач оптимизации большой размерности. Некоторые результаты таких расчетов для энергетики России приведены в [5]. В последующих статьях будут рассмотрены вырожденные оптимальные планы развития энергетики России для вариантов экономики с разной ценой времени и показаны системные критерии оценки оптимальности имеющихся и перспективных ЭУ (включая разные типы ЯЭУ). Это важный этап системного проектирования ЭУ (ЯЭУ).

### **Литература**

1. Линейные неравенства и смежные вопросы. / Сб. статей под ред. Г.У. Куна и А.У. Таккера. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1959. – 472 с.
2. Гасс С. Линейное программирование (методы и приложения). – М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1961. – 304 с.
3. Данциг Дж. Линейное программирование, его обобщения и применения. – М.: Прогресс, 1966. – 600 с.
4. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Прогресс, 1975. – 606 с.
5. Клименко А.В. Может ли ядерная энергетика стать конкурентоспособной на свободном рынке энергии // Известия вузов. Ядерная энергетика. 2013. №4. С.17-28.

Поступила в редакцию 16.02.2015 г.

### **Автор**

Клименко Анатолий Васильевич, директор Общественного фонда  
Института системно-экономических исследований им. Я.В. Шевелёва;  
доктор техн. наук, профессор НИЯУ МИФИ  
E-mail: [anatoly-klimenko@yandex.ru](mailto:anatoly-klimenko@yandex.ru)

UDC 519.87:621.039.5

## **DEGENERATE OPTIMIZATION PROBLEMS OF ECONOMICS AND POWER ENGINEERING**

Klimenko A.V.

Social Fund «Y.V. Shevelyov Institute for Systems and Economic Research»  
6a, K. Marx str., Elektrostal', Moscow Reg., 144001 Russia  
NRNU MEPhI. 31, Kashirskoe shosse, Moscow, 115409 Russia

### **ABSTRACT**

Optimization of large economic and power engineering systems leads to degenerate solutions of high dimension. This is a very strong mathematical complication. However it allows to consider future development of the power industry based on simultaneous use of nuclear power plants (NPPs) together with coal- and gas power plants, or solely

on NPPs. This requires system optimization of NPP parameters.

Calculations of optimal systems of high dimension have shown that the degenerate space of possible solutions for economics and power engineering can be seen as a set of points on a lunar surface pitted with a finite number of craters. This degenerate space can be referred to as «non-convex, non-concave».

In other words, the N-dimensional degenerate «non-convex, non-concave» space of large dimension ( $N \geq 10\,000$ ) resembles a «lunar surface» with craters of different depth. Craters are the neighborhoods of locally-optimal solutions, the latter being at the crater's bottom. The crater's depth defines the value of the optimization functional. Among the most deep, but otherwise different craters, there are craters of equal depth, i.e. craters with the same value of the locally-optimized optimization functional. Local optima (local plans) in different craters can differ by the structure but have the same value of the optimization functional.

Calculations show that among the craters of equal size (with the same values of the functional at the locally-optimized plans of economics and power engineering development) there are craters with locally-optimal plans of development (among other possible heterogeneous combinations of economics and power technologies) only with coal and gas, or coal, gas and nuclear facilities, or only with NPPs. Comparing the values of the optimization functional in different craters, one can find the optimal solution – a locally-optimal plan with the best value of the functional (for example, in the case of minimization – with the minimal value of the functional among all craters).

**Key words:** degenerate optimization problem, economy, power, electric power system, power plant, nuclear power plant, an optimality, non-optimality, rate of discounting, lunar surface, crater.

#### REFERENCES

1. Linejnye neraventstva i smezhnye voprosy. Sbornik statej pod redakciej H.W. Kuhn i A.W. Tucker [Linear Inequalities and Related Systems. Edited by H.W. Kuhn and A.W. Tucker. Princeton. 1956]. Moscow, Inostrannaya Literatura Publ., 1959. 472 p. (in Russian).
2. Gass S.I. Linejnoe programmirovaniye (metody i prilozheniya) [Gass S.I. Linear Programming. Methods and Applications. New York-Toronto-London. 1958]. Moscow, Fiziko-matematicheskoy Literatury State Publ., 1961. 304 p. (in Russian).
3. Dantzig G.B. Linejnoe programmirovaniye, ego obobscheniya i primeneniya [Dantzig G.B. Linear Programming and Extensions. Prinseton-New Jersey. 1963]. Moscow, Progress Publ., 1966. 600 p. (in Russian).
4. Intriligator M. Matematicheskie metody optimizatsii i ekonomicheskaya teoriya [Intriligator M. Mathematical Optimization and Economic Theory. N.Y., 1971]. Moscow, Progress Publ., 1971. 606 p. (in Russian).
5. Klimenko A.V. Mozhno li yadernaya energetika stat' konkurentosposobnoy na svobodnom rynke energii [There can be a nuclear power to competitive energy in the free market]. *Izvestiya vuzov. Yadernaya energetika*. 2013, no. 4, pp. 17-28. (in Russian).

#### Author

Klimenko Anatoly Vasil'evich, Director of the Social Fund «Y.V. Shevel'yov Institute for Systems and Economic Research», Dr.Sci. (Engineering), Professor  
E-mail: [anatoly-klimenko@yandex.ru](mailto:anatoly-klimenko@yandex.ru)