УДК 517.911.5 : 621.039.58

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ВЛАСОВСКОГО ТИПА С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ЯЭУ

М.Г. Ткаченко, В.А. Галкин
Обнинский институт атомной энергетики, г. Обнинск

Рассматриваются проблемы, появляющиеся при численном решении уравнения Власова-Лиувилля в процессе моделирования массопереноса в ЯЭУ при наличии встречных потоков вещества (лазерный термоядерный синтез). Обсуждаются особенности применения разностных методов, приведены точные решения.

ВВЕДЕНИЕ

Расчет ЯЭУ, основанный на применении лазерного термоядерного синтеза, связан с численным решением уравнения неразрывности (Власова-Лиувилля), содержащего разрывное поле скоростей переносимого в сталкивающихся потоках вещества. В процессе столкновения вещество приобретает значительные температуры (порядка $2\cdot 10^7 K^0$), обеспечивающие возможность выхода нейтронов.

Простейшей моделью для такого процесса служит следующая задача Коши

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial \left[\rho(x,t)v(x)\right]}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

$$\rho(x,t)|_{t=0} = \rho^0(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0, \end{cases} \tag{2}$$

$$v(x) = -\operatorname{sgn} x, \tag{3}$$

в которой возникают принципиально новые классы решений (функциональные решения [4]) не являющиеся классическими и даже обобщенными решениями:

$$\rho(x,t) = \begin{cases} 1, & x \neq 0 \\ 2t\delta_0, & x = 0 \end{cases},$$

где r(x,t) - плотность вещества, v(x) - скорость вещества, δ_0 - дельта-функция Дирака. Причина такого явления - разрыв поля скоростей v в точке x=0.

Таким образом, актуальной является проблема численного моделирования для уравнения Лиувилля типа (1) при наличии разрывных коэффициентов, так как разностные схемы в этом случае не являются аппроксимирующими.

Аналогичная проблема связана с общим классом задач для уравнения Власова теории плазмы, в котором имеется разрывной потенциал (кулоновского типа).

© *М.Г. Ткаченко, В.А. Галкин, 1999*

Настоящая работа посвящена исследованию численных методов и их обоснованию для уравнений власовского типа, содержащих разрывные коэффициенты.

ПРОБЛЕМЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Кинетические уравнения для плазмы – это замкнутая система уравнений для одночастичных функций распределения частиц плазмы по координатам x и скоростям v совместно с уравнениями Максвелла для средних напряженностей электромагнитных полей, создаваемых частицами плазмы. Кинетический подход к описанию состояния плазмы часто играет важную роль в описании макроскопических свойств плазмы.

Наиболее простыми являются кинетические уравнения для полностью ионизированной электронно-ионной плазмы – уравнения для функций распределения $p(x,v,t)$ заряженных частиц и напряженностей электрического $E(x,t)$ и магнитного $M(x,t)$ полей. Точное уравнение для функции $p(x,v,t)$ имеет вид:

$$\frac{\partial p}{\partial t}+v\,\mathrm{grad}_x\,p+e\left(E+\frac{1}{c}[vB]\right)\mathrm{grad}_v\,p=I(x,v,t), \tag{4}$$

где $I(x,v,t)$ - интеграл столкновений.

Кинетические уравнения для плазмы существенно упрощаются в двух предельных случаях. В случае, когда длина свободного пробега и время свободного пробега малы по сравнению с характерными соответствующими параметрами задачи, то возможен переход от кинетических уравнений для плазмы к соответствующим газодинамическим уравнениям, учитывающим столкновения, например, к уравнению Больцмана. В случае, когда длина свободного пробега и время свободного пробега велики по сравнению с характерными соответствующими параметрами задачи, то столкновениями частиц можно пренебречь, учитывая только коллективное взаимодействие частиц через самосогласованные поля. Это бесстолкновительное приближение приводит к уравнению Власова - уравнению, в котором интеграл столкновения $I(x,v,t)=0$.

Задачу Коши для уравнения Власова изучали Маслов [1], Браун, Хепп [2]. Были построены решения уравнения Власова для классических механических частиц, взаимодействующих посредством двухчастичного дифференцируемого потенциала, доказаны локальная теорема существования (Хепп) и единственности решения (Добрушин) для частиц, описанных выше. В [3] утверждается, что если $U\in C^2(R^3)$ и начальная функция $p^0(x,v)$ непрерывно дифференцируемая, то существует функция $p(x,v,t)$, удовлетворяющая уравнению Власова.

Рассмотрим задачу Коши для уравнения Власова без магнитного поля

$$\begin{cases}\dfrac{\partial p}{\partial t}+\mathrm{grad}_x\,vp+\mathrm{grad}_v\,Ep=0\\ p|_{t=0}=p^0\end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases}E=\mathrm{grad}\,U\\ \Delta U=-4\pi\rho e\\ U|_{\partial\Gamma}=0\end{cases}, \tag{6}$$

где $\rho = \int\limits_{R_3} p(x,v,t)dv$ - плотность заряда, U - парный потенциал взаимодействия.

Трудность построения глобального решения заключалась в том, что для реального взаимодействия частиц уравнение Власова содержит разрывные коэффициенты, например, кулоновский потенциал. Действительно, решением краевой задачи для уравнения Пуассона (6) является функция $U = \int\limits_{R_3} G(x,y) \int\limits_{R_3} p(y,v,t)dvdy$,

где $G(x,y) = \dfrac{1}{4\pi\|x-y\|}$ - функция Грина, $\|x-y\| = \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{3}(x_i - y_i)^2}$.

Уравнение Власова представляет собой некоторую модификацию уравнения Лиувилля для функции распределения частиц в фазовом пространстве - основного уравнения статистической физики

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathrm{div}[vp] = 0.$$

Доказательство единственности локального решения уравнения Власова в [3] строится через доказательство того, что если функция v в уравнении характеристик для уравнения Лиувилля $\dfrac{dx(t)}{dt} = v(t,x(t))$ имеет непрерывные вторые производные по x и начальная функция $p^0(x,v)$ непрерывно дифференцируемая, то существует функция $p(x,v,t)$, удовлетворяющая уравнению Лиувилля.

В случае, когда функция v разрывная, уравнение характеристик для уравнения Лиувилля представляет собой дифференциальное уравнение с разрывной правой частью.

В работе [6] дается определение решения дифференциальных уравнений с разрывной правой частью и изучаются свойства таких решений. В тех случаях, когда решение попав при некотором t_c на линию (поверхность разрыва) правой части дифференциального уравнения, уже не может с нее сойти, возникает вопрос о продолжении решения при $t > t_c$. Из определения решения, сформулированного в [6], вытекает, что такое решение вполне определенным образом продолжается вдоль линии (поверхности) разрыва. Этот способ продолжения допускает простое истолкование. Оказывается, что решение в смысле А.Ф.Филиппова, уравнения с разрывной правой частью можно рассматривать как хорошее приближение к решению уравнения с непрерывной правой частью, если правая часть сильно меняется в некоторой очень узкой полосе и сравнительно слабо меняется вне этой полосы.

В [4] приводится простой пример задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения с разрывной правой частью

$$\frac{du}{dt} = f(u), \quad t > 0, \quad u(0) = u_0,$$

$$f(u) = \begin{cases} -1, & u \geq 0 \\ +1, & u < 0. \end{cases} \qquad (7)$$

Для решения этой задачи строится приближенный метод, основанный на решении разностной схемы Эйлера и определяемый посредством соотношений

$$\frac{u_h(t+h)-u_h(t)}{h}=f(u_h(t)),\quad t\geq 0,$$
$$u_h(t)=u_0,\quad 0\leq t<h,\quad h>0.$$

Несложно установить, что функция $u(t)=0$ является решением этого уравнения в смысле А.Ф.Филиппова [5] при начальном условии $u(0)=0$, но не относится к классическим и обобщенным решениям. Решение задачи Коши (7) в классическом смысле существует лишь до момента его попадания на точку разрыва функции f. Разностный метод Эйлера равномерно сходится к решению А.Ф.Филиппова по всей полуоси $t\geq 0$ при $h\to 0$, а, следовательно, является регулярным функциональным решением. Этот пример служит отражением глубокой связи решений А.Ф.Филиппова для обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями и регулярных функциональных решений.

Идеи, заложенные в [3], позволили построить в работе [5] приближенный метод решения задачи Коши для уравнения Власова, основанный на регуляризации кулоновского потенциала взаимодействия, а применение теории функциональных решений [4] дало возможность обосновать сходимость приближенного метода к глобальному функциональному решению задачи.

ПОСТРОЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛИУВИЛЛЯ С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Рассмотрим одномерную задачу Коши для уравнения Лиувилля

$$\begin{cases}\dfrac{\partial p(x,t)}{\partial t}+\dfrac{\partial\left[p(x,t)v(x)\right]}{\partial x}=0,\\ p(x,t)|_{t=0}=p^0(x)\end{cases}\tag{8}$$

где $p(x,t)$ - функция распределения частиц, $v(x)=\begin{cases}v^-, & x<0\\ v^+, & x\geq 0\end{cases}$ - разрывная функция, где v^-, v^+ константы.

Рассмотрим три характерных случая для функции $v(x)$: $v^->v^+>0$, $v^+<0<v^-$, $v^-<0<v^+$ и некоторые частные случаи. Остальные возможные случаи аналогичны перечисленным.

Во всех случаях для построения решения используется метод регуляризации, основанный на сглаживании разрывной функции, методом характеристик строится решение задачи Коши для сглаженной задачи, а затем делается предельный переход.

1. $v^->v^+>0$. Запишем $v(x)=\dfrac{v^-+v^+}{2}-\dfrac{v^--v^+}{2}\operatorname{sgn}x$ и сгладим ее на интервале $|x|\leq\delta$, используя сглаживание Стеклова

$$v_\delta(x)=\frac{1}{2\delta}\int_{x-\delta}^{x+\delta}\left(\frac{v^-+v^+}{2}-\frac{v^--v^+}{2}\operatorname{sgn}\xi\right)d\xi=\frac{v^-+v^+}{2}-\frac{v^--v^+}{2\delta}x.$$

Тогда сглаженная задача примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p_\delta(x,t)}{\partial t} + \dfrac{\partial\left[p_\delta(x,t)v_\delta(x)\right]}{\partial v} = 0, \\ p_\delta(x,t)|_{t=0} = p^0\delta(x) \end{cases} \tag{9}$$

$$v_\delta(x) = \begin{cases} \dfrac{v^- + v^+}{2} - \dfrac{v^- - v^+}{2\delta}x, & |x| \le \delta \\ \dfrac{v^- + v^+}{2} - \dfrac{v^- - v^+}{2}\operatorname{sgn} x, & |x| > \delta. \end{cases} \tag{10}$$

Для применения метода характеристик перепишем уравнение

$$\frac{\partial p_\delta(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial\left[p_\delta(x,t)v_\delta(x)\right]}{\partial x} = 0$$

в виде: $$\frac{\partial p_\delta(x,t)}{\partial t} + v_\delta(x)\frac{\partial p_\delta(x,t)}{\partial x} = -p_\delta(x,t)\frac{\partial v_\delta(x)}{\partial x}.$$

Тогда имеем:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_\delta}{dt} = v_\delta \\ x_\delta(0) = \xi \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{dp_\delta}{dt} = -v'_\delta p_\delta \\ p_\delta^0(x) = p(\xi). \end{cases}$$

Уравнения характеристик для задачи (9) имеют вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v^-, & x < -\delta \\ \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{v^- + v^+}{2} - \dfrac{v^- + v^+}{2\delta}x, & |x| \le \delta \\ \dfrac{dx}{dt} = v^+, & x > \delta. \end{cases} \tag{11}$$

Их решения:

$$x(t) = x(0) + v^- t, \quad x < -\delta, \quad t < t_{-\delta},$$

$$x(t) = \frac{v^- + v^+}{v^- - v^+} - \frac{2v^-\delta}{v^- - v^+}\exp\left(-\frac{v^- - v^+}{2\delta}(t - t_{-\delta})\right), \quad |x| < \delta, \quad t_{-\delta} \le t \le t_\delta,$$

$$x(t) = x(t_\delta) + v^+ t, \quad x > \delta, \quad t > t_\delta.$$

Вдоль характеристик имеем:

$$\frac{dp_\delta(x(t),t)}{dt} + p_\delta(x,t)\frac{\partial v_\delta(x)}{\partial x} = 0.$$

Решив уравнения (11) на соответствующих интервалах, получим решение на характеристиках:

$$p_\delta(x(t),t)=\begin{cases} p_\delta^0(x(0)), & x<-\delta,\quad t<t_{-\delta}\\ p_\delta(x(t_{-\delta}),t_{-\delta})\exp\left(\dfrac{v^- - v^+}{2\delta}(t-t_{-\delta})\right), & |x|\le\delta,\quad t_{-\delta}\le t\le t_\delta\\ p_\delta(x(t_\delta),t_\delta), & x>-\delta,\quad t>t_\delta. \end{cases}$$

Для того, чтобы получить решение в произвольной точке, надо избавиться от моментов выхода на границу $x=\pm\delta$ t_δ и $t_{-\delta}$, соответственно, и начальных данных x(0). Для этого в каждой области из произвольной точки (x,t) выпускаем назад характеристику и пересчитываем начальные данные через координаты этой произвольной точки.

Таким образом, решение сглаженной задачи (9) имеет вид:

$$p_\delta(x,t)=\begin{cases} p_\delta^0(x-v^-t), & x<-\delta\\ p_\delta^0\left(-\delta-v^-t+\dfrac{2v^-\delta}{v^- - v^+}\ln\left|\dfrac{2v^-\delta}{(v^-+v^+)\delta-(v^- - v^+)x}\right|\right)\times & \\ \qquad\times\left|\dfrac{2v^-\delta}{(v^-+v^+)\delta-(v^- - v^+)x}\right|, & |x|\le\delta\\ p_\delta^0\left(-\delta-v^-t+\dfrac{v^-}{v^+}(x-\delta)+\dfrac{2v^-\delta}{v^- - v^+}\ln\left|\dfrac{v^-}{v^+}\right|\right)\left|\dfrac{v^-}{v^+}\right|, & x>\delta. \end{cases} \qquad (12)$$

Сделаем предельный переход при $\delta\to 0$. Умножим $p_\delta(x,t)$ на финитную функцию $\varphi(x,t)$ и проинтегрируем по x от $-\infty$ до ∞ и по t от 0 до ∞.

$$I(\varphi)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty}\varphi(x,t)p_\delta(x,t)dxdt=I_1+I_2+I_3+I_4.$$

Сумма в правой части этого равенства состоит из интегралов по областям, связанным с начальными условиями для характеристик. Например, интеграл I_1 относится к частицам, начальные данные для которых находятся в области $x<-\delta$.

$$I_1=\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{-\delta}\varphi(x,t)p_\delta(x,t)dxdt=\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{-\delta}\varphi(x,t)p_\delta^0(x-v^-t)dxdt\to\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{0}\varphi(x,t)p^0(x-v^-t)dxdt,$$

$\delta\to 0$.

I_2 - интеграл по области $|x|\le\delta$ разбивается на два интеграла: I_2^1 и I_2^2- по частицам, чьи начальные условия лежат в области $x<-\delta$ и $|x|\le\delta$ соответственно. Разделяющая эти группы частиц характеристика имеет вид:

$$\overline{x}(t)=\frac{v^- + v^+}{v^- - v^+}\delta - \frac{2v^-\delta}{v^- - v^+}\exp\left(-\frac{v^- - v^+}{2\delta}t\right).$$

Надо показать, что $I_2^1 \to 0$ и $I_2^2 \to 0$ при $\delta \to 0$.

I_3 интеграл по области $x > \delta$ представляется в виде суммы трех интегралов: I_3^1, I_3^2 и I_3^3 в зависимости от области нахождения начальных данных частиц $x < -\delta$, $|x| \le \delta$ и $x > \delta$. Разделяющие эти три группы частиц характеристики имеют вид:

$$\overline{x}(t) = \delta + v^+(t - t_\delta) \quad \text{и} \quad \overline{\overline{x}}(t) = \delta + v^+ t.$$

Надо показать, что

$$I_3^1 \to \frac{v^-}{v^+}\int_0^{\infty}\int_0^{v^+ t} \varphi(x,t)p^0\left(v^-\left(\frac{x}{v^+} - t\right)\right)dxdt, \quad I_3^2 \to 0, \quad I_3^3 \to \int_0^{\infty}\int_{v^+ t}^{\infty} \varphi(x,t)p^0\left(x - v^+ t\right)dxdt,$$

при $\delta \to 0$. В итоге получаем

$$I(\varphi) \to \int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x,t)\psi(x,t)dxdt, \tag{13}$$

где $\psi(x,t) = p^0(x - v^- t)H(-x) + \frac{v^-}{v^+}p^0\left(v^-\left(\frac{x}{v^+} - t\right)\right)H(x)H(v^+ t - x) + p^0(x - v^+ t)H(x)$,

H - функция Хевисайда. Функция $\psi(x,t)$ является обобщенным решением задачи (8) в смысле Соболева для $v^- > v^+ > 0$.

Частный случай $v^+ = 0$. Для построения решения функция $v(x)$ регуляризируется в два этапа:

1) $\overline{v}_\delta(x) = \begin{cases} v^-, & x < 0, \\ \delta, & x \ge 0 \end{cases} \qquad \delta > 0;$

2) $v_\delta(x) = \begin{cases} \dfrac{v^- + \delta}{2} - \dfrac{v^- - \delta}{2\delta}x, & |x| \le \delta \\ \dfrac{v^- + \delta}{2} - \dfrac{v^- - \delta}{2}\operatorname{sgn} x, & |x| > \delta \end{cases}.$

В такой формулировке задача переходит в предыдущий случай, и аналогичные рассуждения приводят к решению задачи (8)

$$p_\delta(x,t) \to \left[p^0(x - v^- t)H(-x) + p^0(x)H(x)\right] + v^-\delta(0)\int_0^t p^0(v^-(z - t))dz,$$

$$\text{слабо при } \delta \to 0. \tag{14}$$

Здесь $\delta(0)$ - обобщенная функция Дирака. Полученное решение относится к классу функциональных решений.

В частном случае $v^- = 0$ решением задачи (8) будет обобщенная функция в смысле Соболева

$$p_\delta(x,t) = p^0(x)H(-x) + p^0(x - v^+ t)H(x - v^+ t)\,. \tag{15}$$

В случае $0 < v^- < v^+$ легко проверяется, что решение задачи (8) задается формулой (13).

Случаи 2 и 3, описываемые ниже, являются наиболее интересными.

2. $v^- < 0 < v^+$. Сглаженная функция $v(x)$ задается выражением (10) и сглаженная задача в общем виде имеет вид (9). Решением уравнений характеристик (11) для (9) являются функции

$$x^\mu(t) = x^\mu(0) + v^\mu t, \quad |x| > \delta, \quad t < t_{\mu\delta},$$

$$x^\mu(t) = \frac{v^- + v^+}{v^- - v^+}\delta - \frac{2v^-\delta}{v^- - v^+}\exp\left(-\frac{v^- - v^+}{2\delta}(t - t_{\mu\delta})\right), \quad |x| \le \delta, \quad t \ge t_{\mu\delta}$$

В данном случае имеем поле "стягивающихся" к прямой $x = \dfrac{v^- + v^+}{v^- - v^+}\delta$ характеристик. Решение задачи (9) на характеристиках выглядит следующим образом

$$p_\delta(x(t),t) = \begin{cases} p_\delta^0(x^\mu(0)), & |x| > \delta, \quad t < t_{\mu\delta}, \\ p_\delta(x(t_{\mu\delta}), t_{\mu\delta})\exp\left(\dfrac{v^- - v^+}{2\delta}(t - t_{\mu\delta})\right), & |x| \le \delta, \quad t \ge t_{\mu\delta} \end{cases}$$

Решением задачи (9) в произвольной точке (x,t) будет функция

$$p_\delta(x,t) = \begin{cases} p_\delta^0(x - v^\mu t), & |x| > \delta, \\ p_\delta^0\left(-\delta - v^- t + \dfrac{2v^\mu\delta}{v^- - v^+}\ln\left|\dfrac{2v^\mu\delta}{(v^- + v^+)\delta - (v^- - v^+)x}\right|\right), & |x| \le \delta. \end{cases}$$

Предельный переход при $\delta \to 0$ показывает, что

$$p_\delta(x,t) \to \left[p^0(x - v^- t)H(-x) + p^0\left(x - v^+ t\right)H(x)\right] + \delta(0)\int_0^t \left\{v^- p^0(v^-(z - t)) - \right.$$
$$\left. - v^+ p^0(v^+(z - t))\right\}dz\} \tag{16}$$

слабо. $\delta(0)$ - обобщенная функция Дирака. Предельная функция в (16) является функциональным решением задачи (8) в случае $v^- < 0 < v^+$.

3. $v^+ < 0 < v^-$. Сглаженная функция $v(x)$ задается выражением (10) и сглаженная задача в общем виде имеет вид (9). Решением уравнений характеристик (11) для (9) являются функции

$$x^\mu(t) = x^\mu(0) + v^\mu(t - t_{\mu\delta}), \quad |x| > \delta, \quad t > t_{\mu\delta},$$

$$x^{\mu}(t)=\frac{v^{-}+v^{+}}{v^{-}-v^{+}}\delta-\left(x^{\mu}(0)-\frac{(v^{-}+v^{+})\delta}{v^{-}-v^{+}}\right)\exp\left(-\frac{v^{-}-v^{+}}{2\delta}(t-t_{\mu\delta})\right),\quad |x|\le\delta,\quad t\le t_{\mu\delta}.$$

В данном случае имеем поле "разбегающихся" характеристик. Решение задачи (9) на характеристиках выглядит следующим образом:

$$p_{\delta}(x(t),t)=\begin{cases}p_{\delta}(x^{\mu}(t_{\mu\delta}),t_{\mu\delta}), & |x|>\delta\\ p_{\delta}^{0}(x^{\mu}(0))\exp\left(\dfrac{v^{-}-v^{+}}{2\delta}t\right), & |x|\le\delta\end{cases}.$$

Решение задачи (9) в произвольной точке (x,t):

$$p_{\delta}(x(t),t)=\begin{cases}p_{\delta}^{0}(x-v^{\mu}t), & |x^{\mu}(0)|>\delta,\\ p_{\delta}^{0}(x^{\mu}(0))\exp\left(\dfrac{v^{-}-v^{+}}{2\delta}t\right), & |x^{\mu}(0)|\le\delta,\quad t<t_{\mu\delta}\\ p_{\delta}^{0}(x^{\mu}(0))\ln\left|\dfrac{(v^{-}+v^{+})\delta-(v^{-}-v^{+})x^{\mu}(0)}{2v^{\mu}\delta}\right|, & |x^{\mu}(0)|\le\delta,\quad t\ge t_{\mu\delta}\end{cases}$$

Выполнив предельный переход при $\delta\to 0$, получим

$$p_{\delta}(x,t)\to p^{0}(x-v^{-}t)H(v^{-}t-x)+p^{0}(x-v^{+}t)H(x-v^{+}t) \qquad (17)$$

слабо к решению задачи (8) в случае $v^{+}<0<v^{-}$. Полученное решение относится к классу функциональных решений и не является классическим и даже обобщенным в смысле Соболева.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛИУВИЛЛЯ С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Построенные решения являлись тестом для проверки вычислительного метода, основанного на явной разностной схеме:

$$\frac{p(x,t+\tau)-p(x,t)}{\tau}+\operatorname{sgn}v\frac{\left[v(x)p(x,t)-v(x-h\operatorname{sgn}v)p(x-h\operatorname{sgn}v,t)\right]}{h}=0,$$

$$\tau>0,\qquad h>0$$

$$p(x,0)=p^{0}(x)$$

Важным выводом вычислительного эксперимента является стабилизация численных решений при измельчении шагов сетки к построенным неклассическим решениям, полученных регуляризацией задачи (сглаживание по Стеклову).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Маслов В.П.* Уравнения самосогласованного поля // Кн. Современные проблемы математики. - М.: ВИНИТИ. - 1978.- Т. 11.- С. 153-234.

2. *Braun W., Hepp K.* The Vlasov Dynamics and its Fluctuations in the 1/N Limit of Interacting Classical Particles, Comm. Math. Phys. 56, № 2 (1977), 101-113.

3. *Добрушин Р.Л.* Уравнения Власова // Функциональный анализ. -1979. - Т.3.-Вып. 2.-С. 48-58.

4. *Галкин В.А.* Методы решения задач физической кинетики. - Обнинск: ИАТЭ, 1995. - 171 с.

5. *Ткаченко М.Г., Галкин В.А.* Регуляризация уравнений власовского типа и обоснование предельного перехода по сглаживанию Р.Л.Добрушина, Теория и приложения методов малого параметра. Тезисы докладов. - Обнинск: ИАТЭ, 1996. - 79 с.

6. *Филиппов А.Ф.* Обыкновенные дифференциальные уравнения с разрывными правыми частями // Математический сборник. -1960. - Т.51. - № 4. - С. 101-128.

Поступила в редакцию 15.02.99.

ЯДЕРНЫЕ ВЕСТИ ИЗ ПАУТИНЫ

Сообщения агентства NucNet (январь-февраль 1999г.) (http://www.aey.ch/nucnet)

Быть или не быть: версии Франции и Германии

- В Германии красно-зеленое правительство продолжает наступление на ядерную отрасль. Министр экологии Юрген Триттин объявил в канун рождества о роспуске национальных комиссий по безопасности реакторов и по радиационной защите. В дальнейшем эти комиссии должны быть воссозданы в новом составе. Г-н Триттин нашел старый состав "недостаточно антиядерным". В то же время сторонники ядерной энергетики считают, что закрытие всех АЭС страны приведет к потере 55 млрд. долл. и 150 тыс. рабочих мест.
- Премьер-министр Франции Лионел Жоспен в очередной раз публично высказал свою поддержку ядерной энергетике.
- Правительство Германии наносит новый удар по ядерной энергетике и по своим соседям. Разорван франко-британо-германский контракт на переработку выгоревшего ядерного топлива. Германия отказывается выплачивать компенсацию французской компании "Кожема" и британской BNFL, ссылаясь на форс-мажорные обстоятельства. Пострадавшие соседи устами французского премьер-министра Жоспена заявляют, что если результаты парламентских выборов можно будет рассматривать как форс-мажорные обстоятельства, то страны Европы будут испытывать в будущем серьезные трудности в дипломатических отношениях.
- Тем не менее, пока немецкие АЭС продолжают работать, хотя выработка электроэнергии на них снижается по политическим причинам.

Швеция и Швейцария: в дело вступают юристы и политики

- В Швеции Верховный суд отложил на несколько месяцев слушание дела по опротестованию решения правительства страны о закрытии первого блока АЭС "Барсебек". Юристы заявляют, что дело является одним из сложнейших в их практике.
- Правительство Швейцарии в официальном заявлении еще раз подтвердило, что не имеет планов по закрытию национальных АЭС, невзирая на многочисленные требования экологистов. Заявление было сделано в ответ на парламентский запрос.

Все вверх и немного вниз

- Министерство энергетики США (DoE) подтвердило, что США продолжит наработку трития для военных нужд на двух энергетических реакторах.
- АЭС Испании поставили новый рекорд. В 1998 г. доля электроэнергии, произведенной на АЭС, составила в этой стране 37,1%.
- Индийский ядерный парк (10 АЭС) в 1998 г. увеличил производство электроэнергии. Его доля в производстве энергии в стране составляет 2%.
- После рестарта АЭС "Моховце-1" укрепился ядерный парк Словакии, достигнув уровня Индии (11,4 млрд. кВт·ч).
- Рекорд побит и в Финляндии: почти 21 млрд. кВт·ч.
- В России за 1998 г. АЭС произвели 103,5 млрд. кВт·ч электроэнергии. Это на 4,4% меньше, чем в 1997 г.

Новости от Курчатовского центра (http//www.kiae.ru/rus/nti/novosti.htm)

Декабрь 1998 г.

- Правительство РФ постановлением № 1417 от 1 декабря 1998 г. утвердило Федеральную целевую научно-техническую программу "Международный термоядерный реактор ИТЭР и научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы в его поддержку на 1998—2001 гг.". Постановление принято с целью выполнения обязательств РФ по Соглашению между Европейским сообществом по атомной энергии, правительством РФ, правительством США и правительством Японии о сотрудничестве в разработке технического проекта Международного термоядерного реактора от 21 июля 1992 г. и поправке к нему от 22 сентября 1998 г.

- Китай выходит на рынки Африки. Сообщение о соглашении на строительство китайцами исследовательского реактора в Марокко.

Рекомендация номера

http://www.ymp.gov/ - узел проекта «Yucca Mountain». Рекомендуем посетить этот уголок Интернета, хотя для того, чтобы посмотреть на то, как профессионально можно делать подобные узлы!

A possible mechanism is studied as to formation of periodic structures in a defect spectrum due to influence of stationary spatially homogeneous source effect and the fusion of defects.

УДК 517.911.5:621.039.58

Numerical Solution of Vlasov Equation with Noncontinuos Coefficients Applied to NPP Simulation \ M.G.Tkachenko, V.A.Galkin; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 10 pages. - References, 6 titles.

This paper is devoted to analytical and numerical simulation of the Vlasov-Liouville equation. This equation appeare in the models of heat and mass transfer related to the laser fusion problem. Exact solutions are constructed and peculiarities of their applications are discussed.

УДК 536.423

Analytical Estimation of the Efficiency of Steam Flow Transpiration Cooling \ V.T.Buglaev, A.S.Strebkov; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 6 pages, 1 table, 4 illustrations. - References, 5 titles.

The results of simulation of the process of transpiration cooling of steam flow by dispersed liquid depending on the initial mode parameters of steam-drop mixture are analyzed. The estimations are made of the length of cooler evaporation zone and of the extent of steam cooling under different pressures of two-phase flow. The data on the dynamics of evaporating drops for one of the fractions of cooler poly-disperse spay are given.

УДК 536.33

Radiation from a Flat Layer of Scattering Medium with Volume Sources of Heat Generation \ Yu.V. Lipovtsev; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) - Obninsk, 1999. - 6 pages, 1 table, 2 illustrations. - References, 3 titles.

Consideration is made of boundary-value problem on the intensity distribution of radiative heat transfer in flat layer of a semitransparant material with volume sources of heat generation. An analitical solution for the space density of radiation from the layer was obtained which can be used in various problems of this type.