

ЭФФЕКТИВНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПУЧКОВ СТЕРЖНЕЙ И ТРУБ ПРИ ИХ СЛУЧАЙНЫХ ОТКЛОНЕНИЯХ ОТ ПРАВИЛЬНОЙ РЕШЕТКИ

В.С. Федотовский, А.И. Орлов

ГНЦ РФ-Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского



В статье представлены результаты численного моделирования эффективной теплопроводности трансверсально анизотропных пучков стержней в сплошной проводящей среде, образованных круговыми цилиндрами, расположенными в узлах вытянутых и сжатых в направлении распространения теплового потока прямоугольной и треугольной решеток. Аналогичное численное моделирование выполнено для анизотропных пучков эллиптических цилиндров. Рассмотрена эффективная теплопроводность стержневых пучков в сплошной проводящей среде при случайных отклонениях стержней от узлов правильной квадратной и треугольной решеток. Отклонения от узлов правильной квадратной решетки задавались в виде смещений по двум осям с помощью программного генератора равномерно распределенных случайных чисел в диапазоне (0,1).

Ключевые слова: эффективная теплопроводность, гетерогенные среды, стержни в правильной решетке.

Keywords: effective heat conductivity, heterogeneous medium, rod bundle, tube bundle, computer modeling.

ВВЕДЕНИЕ

Эффективная теплопроводность пучков стержней и труб является одним из теплофизических свойств, необходимых для проведения расчетов теплогидравлических характеристик тепловыделяющих сборок, теплообменных аппаратов и парогенераторов.

В понятие эффективной теплопроводности может входить как собственно теплопроводность теплоносителя с пучками стержней или труб, так и эффекты турбулентной теплопроводности, межканального перемешивания, фазовые переходы, связанные с процессами замораживания и плавления жидкометаллических теплоносителей. В данной статье рассматривается поперечный перенос тепла в стержневой сборке. Задача является актуальной, например, в натриевых реакторах, если учитывать большую величину подогрева теплоносителя от входа до выхода в быстрых реакторах (200°C для натрия по сравнению с 30°C для воды) и относительно малые размеры активной зоны (без зоны воспроизводства около

метра по сравнению с 3,5 метрами в водяных реакторах).

В ГНЦ РФ-ФЭИ на основе концепции эффективных динамических свойств гетерогенных сред [4] и термомеханической аналогии [1] была получена формула для эффективной теплопроводности среды λ^* с включениями произвольной формы:

$$\frac{\lambda}{\lambda^*} = 1 + \frac{(1+\gamma)(\lambda/\lambda_0 - 1)\varphi}{\lambda/\lambda_0 + \gamma}, \quad (1)$$

где γ – форм-фактор включений, имеющий в гидродинамике смысл коэффициента присоединенной массы; φ – объемная концентрация включений, λ – коэффициент теплопроводности среды; λ_0 – коэффициент теплопроводности включений.

В общем случае формула (1) описывает зависимость тензора эффективной теплопроводности анизотропных гетерогенных сред, где форм-фактор γ является тензором второго ранга.

В частности, для не слишком концентрированных гетерогенных сред с однонаправленными и равномерно распределенными цилиндрическими включениями из (1) следует формула для поперечной компоненты тензора эффективной теплопроводности

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = \frac{(1-\varphi) + (\lambda/\lambda_0)(1+\varphi)}{(1+\varphi) + (\lambda_0/\lambda)(1-\varphi)}, \quad (2)$$

известная как формула Максвелла.

Для концентрированных систем с цилиндрическими включениями при подстановке в (1) более точных зависимостей для γ также были получены формулы, хорошо согласующиеся с результатами [7–8]. В частности, для достаточно тесных пучков стержней ($X < 1,2$), образующих правильную треугольную или квадратную решетки, формулы для эффективной теплопроводности имеют вид

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = \frac{X\sqrt{X-1}}{\sqrt{6}} \left[\arctg \left(\sqrt{\frac{2}{X-1}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} \right) \right]^{-1}, \quad (3)$$

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = \frac{X\sqrt{X-1}}{\sqrt{2}} \left[\arctg \left(\sqrt{\frac{2}{X-1}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \right) \right]^{-1}, \quad (4)$$

где X – относительный шаг пучков.

Для определения области применимости общей формулы (1) и ряда ее частных случаев были выполнены численные расчеты по методу конечных элементов в двухмерной области. Программы писались в языковой среде Matlab. В дальнейшем применение данной методики возможно в трехмерных задачах с учетом турбулентного и конвективного переноса тепла.

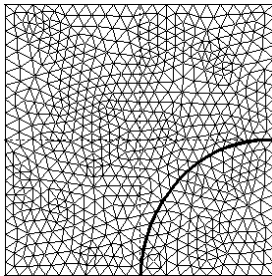


Рис. 1. Элементарная ячейка пучка

На основании достаточно точных численных решений задач стационарной теплопроводности на представительных ячейках методом конечных элементов получены зависимости для компонент тензора эффективной теплопроводности в главных осях и приведено сравнение с формулами, полученными аналитически для гетерогенных сред различной структуры (см. рис. 1, 2). В результате сравнения определены пределы применимости полученных формул и намечены способы их уточнения.

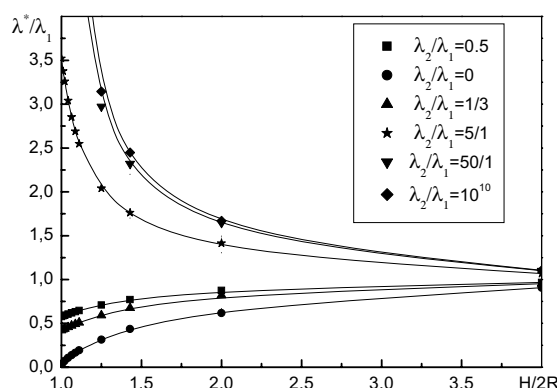


Рис.2. Зависимость эффективной теплопроводности от относительного шага

КВАДРАТНАЯ УПАКОВКА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ

Численные расчеты эффективной теплопроводности были выполнены методом конечных элементов на элементарной ячейке пучка, показанной на рис. 1.

Из решения уравнения Лапласа

$$\Delta T = 0, \quad (5)$$

удовлетворяющего граничным условиям а) на левой границе температура $T=100$; на правой – температура $T=0$; б) на верхней и нижней границах выполняется условие $dT/dy = 0$, были получены поля распределения тепловых потоков на боковых сторонах ячейки и их интегральные значения. Эффективная теплопроводность определялась как отношение теплового потока через гетерогенную ячейку к тепловому потоку через такую же ячейку, заполненную однородной средой:

$$\lambda^*/\lambda_1 = Q_{\text{гет}}/Q_{\text{одн}}. \quad (6)$$

Расчеты были проведены для различных отношений теплопроводности материала стержней и сплошной среды ($\lambda_2/\lambda_1=0; 1/2; 1/3; 5; 50; 10^{10}$). Результаты расчетов представлены точками на рис. 2 в зависимости от относительного шага квадратной решетки стержней.

ТРЕУГОЛЬНАЯ УПАКОВКА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ

Аналогичные численные расчеты были проведены для эффективной теплопроводности гетерогенной среды с пучками стержней, образующими правильную треугольную решетку. Элементарная ячейка для этого случая показана на рис. 3.

На рис. 4 приведены зависимости эффективной теплопроводности в зависимости от объемной концентрации для различных соотношений теплопроводностей.

ТРЕУГОЛЬНАЯ УПАКОВКА ТРУБ

Для моделирования был выбран тип труб с отношением толщины стенки трубы к диаметру 0.4/6.9 (трубы с такими параметрами были использованы в расчетах [6]).

Теплопроводность стенок труб принята равной $\lambda=1$. Отношения коэффициентов теплопроводности среды внутри труб λ_2 и теплопроводности среды вне трубы λ_1 принимали значения 3, 2, 0.2, 0.02.

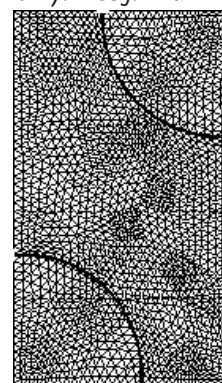
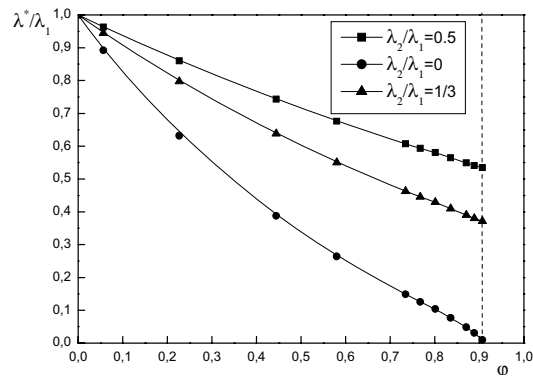
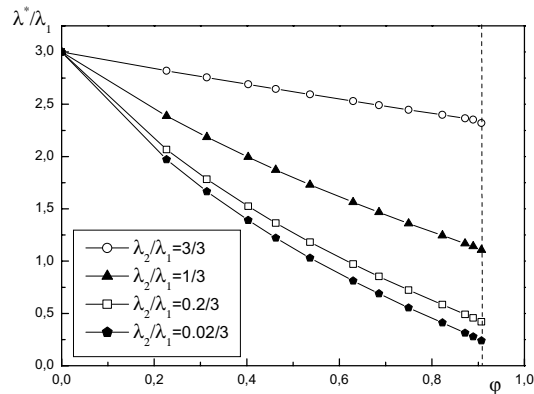
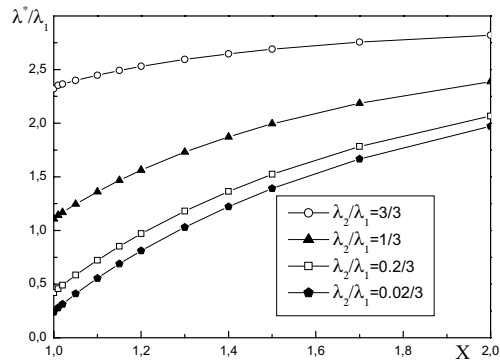


Рис. 3. Элементарная ячейка для эффективной теплопроводности гетерогенной среды с пучками стержней, образующими правильную треугольную решетку

Рис. 4. Зависимости эффективной теплопроводности от объемной концентрации для $\lambda_2/\lambda_1 = 1/2$; 0; $1/3$ Рис. 5. Зависимости эффективной теплопроводности от объемной концентрации для $\lambda_2/\lambda_1 = 3/3$; $1/3$; $0.2/3$; $0.02/3$ Рис. 6. Зависимости эффективной теплопроводности от относительного шага для $\lambda_2/\lambda_1 = 3/3$; $1/3$; $0.2/3$; $0.02/3$

Результаты численных расчетов (точки) и аналитические зависимости (сплошные линии) для эффективной теплопроводности от относительного шага X и от объемной концентрации ϕ представлены на рис. 5, 6.

ПРЯМОУГОЛЬНАЯ УПАКОВКА СТЕРЖНЕЙ

Аналогичным образом численные расчеты были выполнены для трансверсально анизотропных пучков стержней с различными относительными шагами X_1 и X_2 в двух направлениях. Концентрация стержней постоянна:

$$\lambda_2/\lambda_1 = 1/3; 3; 1/10; 10; 1/10^5.$$

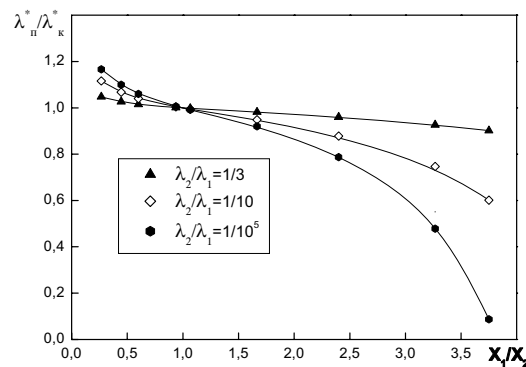


Рис. 7. Зависимости отношения эффективной теплопроводности прямоугольной ячейки $\lambda_{п}^*$ к эффективной теплопроводности квадратной ячейки $\lambda_{к}^*$ от отношения шагов X_1/X_2

На рис. 7 приведены зависимости отношения эффективной теплопроводности прямоугольной ячейки $\lambda_{п}^*$ к эффективной теплопроводности квадратной ячейки $\lambda_{к}^*$ от отношения относительных шагов X_1/X_2 .

КВАДРАТНАЯ УПАКОВКА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ

Аналогичные расчеты были проведены для квадратных упаковок эллипсов, где их концентрация для каждой серии моделей постоянна $\phi = \frac{\pi ab}{X_1 X_2} = \text{const}$, где X_i – сторона квадрата. Всего построено три серии моделей для площадей ячейки

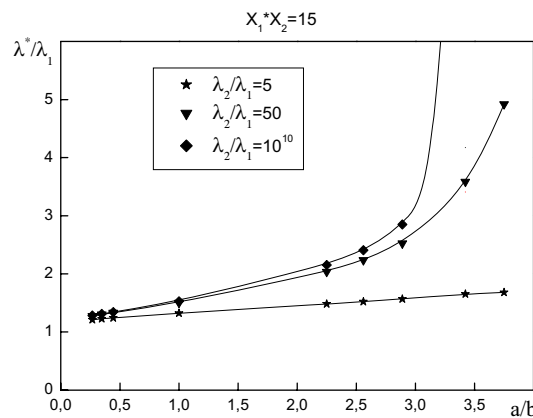


Рис. 8. Зависимости эффективной теплопроводности от отношения полуосей эллипса a/b

$X_1 X_2 = 15; 25; 100$.

На рис. 8 приведены зависимости эффективной теплопроводности от отношения полуосей эллипса a/b для концентрации $\phi=0,21$.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

На ниже приведенных рисунках приведено сравнение полученных численных результатов с аналитическими формулами и ранее полученными численными решениями [6] для различных соотношений теплопроводности включений и среды.

На рис. 9 приведены зависимости эффективной теплопроводности для случая большой разницы теплопроводностей включений и среды. Видно, что с увеличением концентрации включений наши расчеты существенно уточняют формулу Максвелла и уточненные формулы.

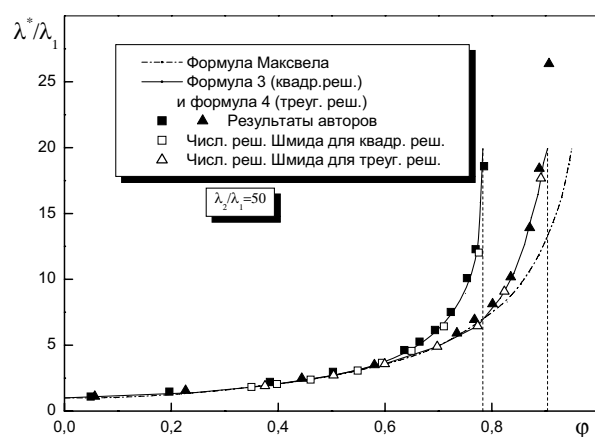


Рис. 9. Эффективная теплопроводность среды с цилиндрическими включениями в квадратной и треугольной решетках для $\lambda_2/\lambda_1 = 50$

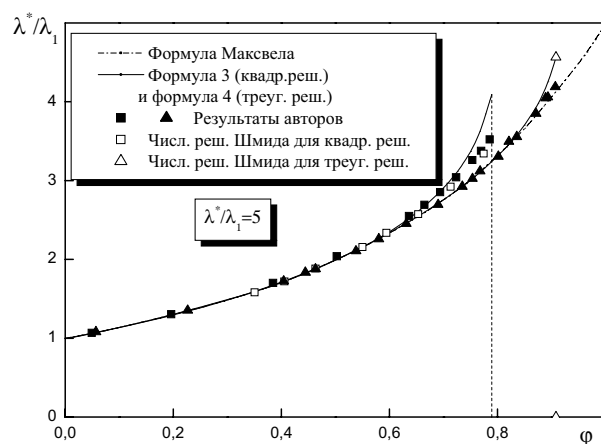


Рис. 10. Эффективная теплопроводность среды с цилиндрическими включениями в квадратной и треугольной решетках для $\lambda_2/\lambda_1 = 5$

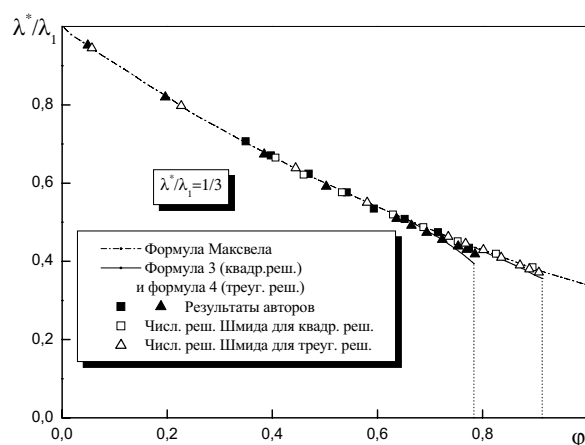


Рис. 11. Эффективная теплопроводность среды с цилиндрическими включениями в квадратной и треугольной решетках для $\lambda_2/\lambda_1 = 1/3$

Из графиков видно, что при малых и умеренных концентрациях включений эффективная теплопроводность неплохо описывается формулой (4), хорошо согласуется с результатами численных расчетов Й. Шмида и нашими численными расчетами. Однако при больших концентрациях включений формулы (3), (4), полученные с использованием моделей микроячеек, имеют отличия от более точных численных расчетов.

ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ЦИЛИНДРОВ В УПАКОВКЕ

Для определения влияния случайных отклонений цилиндров от своего нормально положения в правильной квадратной решетке на эффективную теплопроводность был произведен комплекс расчетов псевдослучайно сгенерированных решеток для ряда выбранных значений концентрации.

Построение решеток с псевдослучайно расположенными стержнями осуществлялось путем задания двухкомпонентного случайного смещения стержня от узла правильной решетки. Каждая из компонент смещения вычислялась с помощью программного генератора равномерно распределенных случайных чисел с условием непересечения границ цилиндров.

Для каждой из выбранных концентраций $\phi = 0,2; 0,39; 0,5; 0,64; 0,73$ генерировалось по 20 случайных матриц смещений, производились построение двухмерной модели и расчет ее эффективной теплопроводности.

На графиках сплошной линией показаны значения эффективной теплопровод-

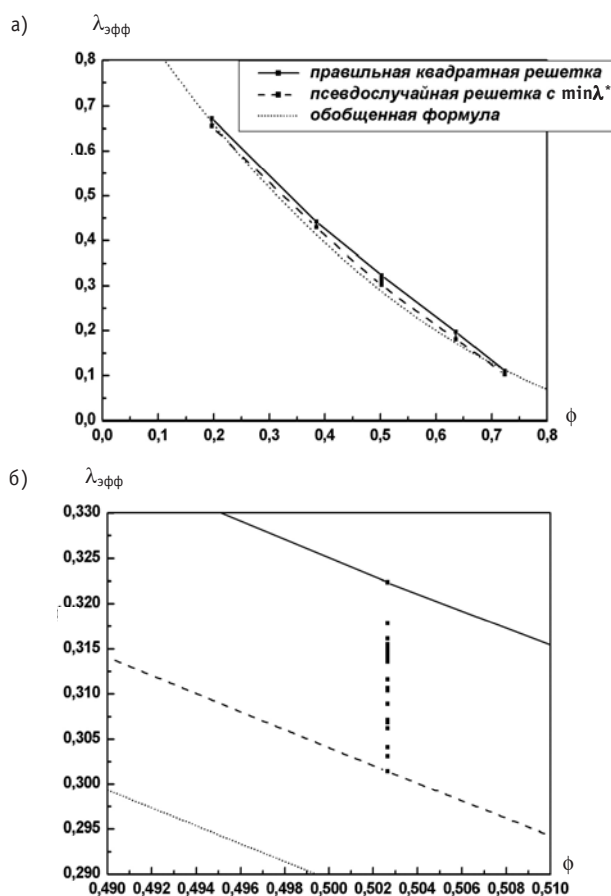


Рис. 12. Зависимость эффективной теплопроводности от концентрации

ности для правильной квадратной упаковки цилиндров, штриховой линией – минимальные значения эффективной теплопроводности для всей выборки, пунктирной линией – обобщенная формула. Как показали численные расчеты, наибольшее отклонение эффективной теплопроводности пучков с псевдослучайным расположением стержней от теплопроводности пучков с регулярной решеткой имеет место при концентрации 0,5–0,65 и составляет 6–7% .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Достаточно высокая точность полученных расчетных данных позволяет считать их эталонными для сопоставления с результатами приближенного математического моделирования и выводов относительно точности моделей и области применимости.

Из сравнения полученных численных решений по эффективной теплопроводности гетерогенных систем в виде трансверсально анизотропных пучков стержней с результатами расчетов по приближенным математическим моделям можно сделать следующие выводы.

1. Результаты данных расчетов хорошо согласуются с аналитическими решениями.
2. В области высоких концентраций данные расчеты дополняют уточненные формулы расчета эффективной теплопроводности.
3. Данный способ расчета позволяет получить точные результаты расчета эффективной теплопроводности более сложных систем, для которых не получено точных аналитических решений, что продемонстрировано на примере квадратной упаковки эллипсоидов.
4. Полученные результаты численных расчетов могут использоваться для вычисления более точных значений коэффициентов присоединенных масс цилиндрических включений в гетерогенных средах.

Литература

1. Федотовский В.С. Термомеханическая аналогия (теплопроводность и динамическая плотность гетерогенных сред): Препринт ФЭИ-2107. – Обнинск, 1990.
2. Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов: Справочная книга. – Л., 1974.
3. Чудновский А.Ф. Теплофизические характеристики дисперсных материалов. – М.: Физматгиз, 1962.
4. Федотовский В.С. Эффективная теплопроводность гетерогенных материалов/Теплопроводность и изоляция: Тр. 1-й Рос. нац. конф. по теплообмену. Т.10. Ч.2. – М.: МЭИ, 1994. – С. 116-120.
5. Федотовский В.С. Эффективная теплопроводность гетерогенных систем типа трубных пучков/Теплопроводность и изоляция: Тр. 2-й Рос. нац. конф. по теплообмену. Т.7. – М.: МЭИ, 1998. – С. 232-235.
6. Шмид Й. Расчет эффективного поперечного коэффициента теплопроводности для правильной треугольной и квадратной решеток: Отчет. – Ржеж, 1981.
7. McPhedran and McKenzie The Conductivity of Lattices of Spheres 1, The Simple Cubic Lattices/ Proc.Roy.Soc. London. A359, 1978.
8. McPhedran, McKenzie and Derric The Conductivity of Lattices of Spheres 2, The Body Centered and Face Centered Lattices/ Proc.Roy.Soc. London. A362, 1978.

Поступила в редакцию 18.07.2008

shift rigidity (Timoshenko S.P.'s beam) is developed. On the basis of the calculations spent within the limits of this model with use of experimentally received non-stationary hydrodynamic loadings possibility of excitation of intensive vibrations in area of a fuel rods beam close to the bottom basic lattice is shown. Experimental data on vibrations displacements of a fuel rods beam will well be coordinated with settlement values that confirms justice offered.

УДК 621.039.548

Effective Heat Conductivity of Rod and Tube Bundles with Random Deviation from Regular Lattice \ V. Fedotovskiy, A. Orlov; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2008. – 8 pages, 12 illustrations. – References, 8 titles.

Effective heat conductivity of rod and tube bundles is one of thermophysical properties necessary for calculation of thermo hydraulic characteristics of heat producing devices, heat exchange devices and steam generators. This report introduces results of mathematical modeling of effective heat conductivity of transversally anisotropic rod bundles in solid conductive medium formed by cylindrical rods in rectangular and triangular grids compressed or stretched in heat flow direction. Similar numerical modeling was performed for anisotropic bundles of elliptic cylinders and also for disperse-armed materials with spherical and ellipsoidal inclusions. On the basis of quite precise numerical solutions of stationary heat conductivity problems in representative cells by finite elements method dependencies for components of effective heat conductivity tensor in principal axes were received and comparison with formulas received analytically for heterogeneous mediums of various structure was performed. Effective heat conductivity of rod bundles with random deviation from regular grid was also considered. Deviation values were set as deviation matrix that was randomly generated by the normal distribution software randomizer. As a result of comparison limits of application of various analytic formulas and methods of their specification were determined.

УДК 621.039.56

Optimization of a Network Diagrams for Replacement of Steam- and Gas Generators of NPP with VVER-1000 using the Method of Nonlinear Mathematical Programming \ N.I. Yevzhik, A.N. Sesekin, O.L. Tashlykov, S.Ye. Sheklein, A.A. Kadnikov; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2008. – 7 pages, 1 table, 3 illustrations. – References, 5 titles.

Ways of time reduction of replacement of steam and gas generators nuclear energy station with VVER-1000 are shown. Necessity of time minimization of the power unit is proved. Development of algorithm and the program settlement a critical way and optimization of the network diagram on replacement of four steam and gas generators is described. The example of time replacement optimization generators is given.

УДК 621.039.548

A Method to estimate efficiency of a nuclear power unit capacity maneuver algorithm for the case of WWER reactors \ M.V. Maksimov, S.N. Pelykh, O.V. Maslov, V.E. Baskakov; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2008. – 12 pages, 5 tables, 4 illustrations. – References, 7 titles.

A nuclear power unit capacity maneuver algorithm efficiency estimation technique for a WWER reactor working in the mode of variable loadings is offered. It is shown, that fuel rod cladding material operation time under multiple cyclic nuclear reactor power changes can be estimated by calculation of the accumulated energy of irreversible cladding material creep deformations.

УДК 621.039

About an Optimal SPTE Number Search Model \ A.P. Unshchikov; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2008. – 6 pages, 2 tables, 3 illustrations. – References, 6 titles.

This paper considers the mathematical optimization model of an SPTE number search at a storage facility of some NPP subsystem. This model can help to calculate a number of SPTE to be bought with