

ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ РОТОРА ТУРБОМАШИНЫ ОДНОКОНТУРНОЙ АЭС. О ВОЗМОЖНОСТИ ЗАМЕНЫ КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА КУБИЧЕСКУЮ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОДВЕСА РОТОРА

В.С. Востоков, А.В. Ходыкин

*ФГУП «Опытное конструкторское бюро машиностроения
им. И.И. Африкантова», г. Н.Новгород*



Методом Ляпунова доказывается асимптотическая устойчивость нелинейной системы электромагнитного подвеса без токов смещения, допустимость замены квадратичной нелинейности на кубическую с точки зрения устойчивости нулевого состояния равновесия.

ВВЕДЕНИЕ

В современных проектах газовых одноконтурных реакторов используется турбомашина на электромагнитных подшипниках (ЭМП). Несмотря на значительную отработанность создания ЭМП, продолжают проводиться расчетно-экспериментальные исследования свойств ЭМП. Результаты этих работ периодически обсуждаются на международных симпозиумах и на страницах сборника «Известия высших учебных заведений» [1, 2, 3]. Одним из таких вопросов является теоретическое обоснование устойчивости нулевого состояния равновесия при нулевом токе смещения в обмотке электромагнитного подшипника.

Известно, что в линейном приближении при наличии постоянных токовых смещений в обмотках силового магнита ($I_{см} \neq 0$) нулевое состояние равновесия устойчиво

и сила от силового магнита $F = -\left(\frac{2L_0 I_{см}}{x_0}\right) i_{упр}$. При $I_{см} = 0$ сила от силового магнита

(F) равна нулю. Следовательно, рассмотрение системы в линейном приближении при $I_{см} = 0$ невозможно и устойчивость состояния равновесия определяется нелинейными членами.

В связи со сложностью подбора функций Ляпунова для доказательства устойчивости состояния равновесия, многие разработчики ЭМП идут по пути линеаризации самой системы управления и системы в целом, вводя в нее дополнительные элементы (блоки линеаризации, токи смещения, наконец, элементы типа \sqrt{I}), которые по-

звolyют сделать заключение об устойчивости состояния равновесия в линейном приближении [4, 5].

В отличие от работ [4, 5] в данной работе приведены результаты исследования устойчивости на примере нелинейной математической модели. Такая математическая модель позволяет пользоваться аналитическими методами исследования и выяснить важность отдельных факторов на устойчивость электромагнитного подвеса в целом.

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОДВЕСА БЕЗ ТОКОВ СМЕЩЕНИЯ

При отсутствии токов смещения в любой момент времени действует только одна половина электромагнита:

$$F = \frac{L_0 x_0}{2} \begin{cases} -\frac{i_{\text{упр}}^2}{(x_0 + x)^2}, & \text{если } k_n x + k_d \dot{x} > 0 \\ \frac{i_{\text{упр}}^2}{(x_0 - x)^2}, & \text{если } k_n x + k_d \dot{x} < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где F – сила от силового магнита ЭМП; $i_{\text{упр}}$ – токи в ЭМП по оси x ; x_0 – номинальный зазор в ЭМП; L_0 – индуктивность ЭМП; x – координата ротора в плоскости ЭМП.

Выражение для сигнала с ПД-регулятора системы управления ЭМП без учета инерции силового магнита:

$$i_{\text{упр}} = k_n x + k_d \dot{x}, \quad (2)$$

где k_n – пропорциональный коэффициент; k_d – дифференциальный коэффициент.

Полное нелинейное уравнение динамики системы имеет вид:

$$m\ddot{x} = \frac{L_0 x_0}{2} \begin{cases} -\frac{(k_n x + k_d \dot{x})^2}{(x_0 + x)^2}, & \text{если } k_n x + k_d \dot{x} > 0 \\ \frac{(k_n x + k_d \dot{x})^2}{(x_0 - x)^2}, & \text{если } k_n x + k_d \dot{x} < 0, \end{cases} \quad (3)$$

где m – масса тела.

Полагая $(x_0 \pm x)^2 \approx x_0^2$ (данное предположение справедливо, т.к. рассматриваем колебания около состояния равновесия $x \ll x_0$), уравнения (3) можно записать в компактном виде:

$$m\ddot{x} = -\frac{L_0}{2x_0} |i_{\text{упр}}| i_{\text{упр}}. \quad (4)$$

Профессор ННГУ им. Н.И. Лобачевского, д.ф.-м.н. Е.Ф. Сабаев показал, что это уравнение можно представить в виде:

$$\frac{d}{dt} \left(m \frac{(i_{\text{упр}})^2}{2} + \frac{L_0}{6x_0} k_n |i_{\text{упр}}| i_{\text{упр}}^2 \right) = -\frac{L_0}{x_0} k_d |i_{\text{упр}}| (i_{\text{упр}})^2. \quad (5)$$

Таким образом, в силу уравнения (5) для уравнения (4) существует знакоположительная функция Ляпунова v :

$$v = m \frac{(i_{\text{упр}})^2}{2} + \frac{L_0}{6x_0} k_n |i_{\text{упр}}| i_{\text{упр}}^2, \quad (6)$$

производная от которой, взятая в силу исходной системы, знакопостоянна и отрицательна.

Таким образом, состояние равновесия $i_{\text{упр}} = 0$ устойчиво асимптотически по Ляпунову [6]. Следует заметить, что устойчивость доказана в переменных $i_{\text{упр}}, (i_{\text{упр}})'$, а не в переменных x, \dot{x} . Однако учитывая, что $k_n x + k_d \dot{x} = i_{\text{упр}}$ и, следовательно, $k_n x + k_d \dot{x} \rightarrow 0$ (или $k_n x + k_d \dot{x} = 0$). Решение данного уравнения: $x = C e^{-\frac{k_n}{k_d} t}$. Очевидно, что $x, \dot{x} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Таким образом, доказана устойчивость и в переменных x, \dot{x} .

ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ЗАМЕНЫ КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА КУБИЧЕСКУЮ ПРИ ИССЛЕДОВАНИЯХ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОДВЕСА

При аналитических оценках всегда желательно в максимальной степени учесть разного рода эффекты (например, инерцию датчика, силового магнита, перекрестные связи между двумя силовыми магнитами в ЭМП и др.).

В данном случае исследуется система в предположении наличия таких перекрестных связей:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -\frac{L_0}{2x_0} |i_{\text{упр}}| i_{\text{упр}} + ky \\ m\ddot{y} &= -\frac{L_0}{2x_0} |i_{\text{упр}}| i_{\text{упр}} - kx, \end{aligned} \quad (7)$$

где k – коэффициент перекрестной связи; x, y – координаты в плоскости ЭМП.

Численным экспериментом показано, что при определенной величине k возникают незатухающие колебания по осям x и y .

В принципе существует математический аппарат нахождение периодического решения – метод гармонической линеаризации [6,7].

Необходимость доказательства эквивалентности замены квадратичной нелинейности кубической продиктована обязательностью исследования методом гармонической линеаризации системы с перекрестными связями по осям x и y . Исходную систему нелинейных уравнений (7) методом гармонической линеаризации проанализировать не удастся, т.к., с одной стороны, перекрестные добавки не позволяют записать уравнения (7) относительно $i_{\text{упр}}$, а с другой, из-за дифференциального члена $k_d \dot{x}$ не удастся гармонически линеаризовать квадратичную нелинейность $|i_{\text{упр}}| i_{\text{упр}}$.

Авторами сделана попытка замены квадратичной функции $|i_{\text{упр}}| i_{\text{упр}}$ на $i_{\text{упр}}^3$. При этом надо показать, что хотя бы качественно это допустимо.

Очевидно, что сила ЭМП при кубической нелинейности при $x = 0$ также равна нулю. Следовательно, рассмотрение системы с кубической нелинейностью в линейном приближении при $I_{\text{см}} = 0$ невозможно. Попытаемся доказать, что состояние равновесия системы управления, работающей по кубическому закону, также устойчиво.

Полное нелинейное уравнение динамики системы имеет вид:

$$m\ddot{x} = -k_1 \cdot i_{\text{упр}}^3, \quad (8)$$

где $k_1 = \frac{L_0}{2x_0(k_n x_0 + k_d \tau x_0)}$ – необходимая нормировка, чтобы совместить по размерности изменения в силе ЭМП (F) с квадрата на куб; τ – инерционность реального дифференцирования в ПД-регуляторе системы управления ЭМП.

Дважды дифференцируя (2) по времени и подставляя \ddot{x} из выражения (8), получим:

$$m(i_{\text{упр}})'' = -k_1(3k_d i_{\text{упр}}^2 i_{\text{упр}}' + k_n i_{\text{упр}}^3). \quad (9)$$

Умножая правую и левую часть уравнения (9) на $(i_{\text{упр}})'$, получим:

$$m(i_{\text{упр}})'' (i_{\text{упр}})' + k_1 k_n i_{\text{упр}}^3 (i_{\text{упр}})' = -3k_1 k_d i_{\text{упр}}^2 (i_{\text{упр}}')^2. \quad (10)$$

Уравнение (10) можно преобразовать к виду:

$$m(i_{\text{упр}})'' (i_{\text{упр}})' + \frac{k_1}{4} k_n (i_{\text{упр}}^4)' = -3k_1 k_d i_{\text{упр}}^2 (i_{\text{упр}}')^2. \quad (11)$$

Легко видеть, что уравнение (11) тождественно:

$$\frac{d}{dt} \left(m \frac{(i_{\text{упр}}')^2}{2} + \frac{k_1}{4} k_n i_{\text{упр}}^4 \right) = -3k_1 k_d i_{\text{упр}}^2 (i_{\text{упр}}')^2. \quad (12)$$

Таким образом, в силу уравнения (12) для уравнения (8) существует знакоположительная функция Ляпунова v :

$$v = m \frac{(i_{\text{упр}}')^2}{2} + \frac{k_1}{4} k_n i_{\text{упр}}^4, \quad (13)$$

производная от которой, взятая в силу уравнения (12), знакопостоянна и отрицательна.

Таким образом, состояние равновесия $x = i_{\text{упр}} = 0$ устойчиво асимптотически по Ляпунову [6]. Следовательно, с точки зрения устойчивости, квадратичная нелинейность эквивалентна кубической.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Доказана асимптотическая устойчивость нелинейной системы электромагнитного подвеса без токов смещения. Доказана эквивалентность замены квадратичной нелинейности на кубическую с точки зрения исследования устойчивости состояния равновесия. Замена квадратичной нелинейности на кубическую позволяет без изменения качественного ответа (о существовании периодического решения в системе с перекрестными связями) проводить аналитический анализ нелинейной системы методом гармонической линеаризации.

Литература

1. Mitenkov F.M., Kodochigov N.G., Drumov V.V., Belov S.E., Vostokov V.S., Drumov I.V., Klochkov O.B., Khodykin A.V. Electromagnetic suspension of vertical turbomachine for nuclear power plant/Proc. of 2003 International Conf. «Physics and Control» (August 20-22, 2003, Saint Petersburg, Russia).
2. Кодочигов Н., Друмов В., Друмов И., Боровиков А. Система управления ЭМП. (англ.)/V Международн. конф. по технологии электромагнитного подвеса (сентябрь 2001, г. Циттау, ФРГ).
3. Гайворонская Е.В., Лебедева С.В. Анализ уравнений движения ротора в ЭМП//Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2000. – № 4.
4. Liu Kang-Zhi, Ikai Akihiro, Ogata Akihiro, Saito Osami. A nonlinear switching control method for magnetic bearing systems –minimizing the power consumption/ 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain.
5. Ariga Yuichi, Nonami Kenzo, Sakai Katsunori Nonlinear control of zero power magnetic bearing using Lyapunov's direct method/7th International Sump. On Magnetic Bearing, 2000, ETH Zurich.
6. Горяченко В.Д. Элементы теории колебаний. – М.: Высшая школа, 2001.
7. Попов Е.П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. – М.: Наука, 1973.

Поступила в редакцию 10.02.2004

cal computation of velocity and temperature fields of a coolant in the different cross sections throughout a model assembly height are presented.

УДК 621.039.51

The Study of the Mode of the Surface Boiling in Transport Active Zone \ V.I. Korolev, I.I. Loshchakov; Editorial board of Journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2004. – 8 pages, 3 illustrations. – References, 5 titles.

The heat transfer in the active zone of transport reactor of the atomic icebreaker was investigated. The functions of the temperature change of the bare fuel shell depending on the heat power of the reactor were obtained at the time of performing maneuver by power of the ship energy installation.

УДК 532.58

Vibrations of Hydrodynamically Coupled Systems/ V.S.Fedotovskiy, T.N.Verestchagina; Editorial board of Journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2004. – 9 pages, 7 illustrations. – References, 7 titles.

One-dimension vibrations of a body with hole filled by liquid and another body are considered as an example of hydrodynamically coupled systems. Correlations of added mass matrix elements are obtained. The analysis of natural frequencies and forced amplitudes is developed. The parameters of system when the unlimited resonant oscillations are occurring in spite of liquid viscous are obtained. The experimental data of "tube in tube" hydrodynamically coupled vibrations are presented.

УДК 621.039.53: 621.311.25

Investigation of Single-Circuit NPP Turbomachine Rotor Stability. On the Possibility of Quadratic Nonlinearity Substitution by Cubic One for the System of Electromagnetic Rotor Suspension \ V.S. Vostokov, A.V. Khodykin; Editorial board of Journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2004. – 4 pages. – References, 7 titles.

Asymptotic stability of electromagnetic suspension non-linear system without bias currents is proven by Lyapunov method. The admissibility of quadratic non-linearity substitution by cubic one is proven from the point of view of zero equilibrium state stability.

УДК 621.039: 621.311.25

The Cooperations of "ROSENERGOATOM" and Ural State Technical University in the Area of Personnel Training for Servicing and Equipment Maintenance with Reference to Nuclear Power Plants \ S.E. Sheklein, O.L. Tashlikov, V.I. Velkin, A.G. Shastin, V.N. Dementev, N.I. Markelov, Yu. I. Sorokin; Editorial board of Journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2004. – 9 pages, 6 illustrations. – References, 4 titles.

Analyses of repairing downtime durations for different types of nuclear power plant's (NPP) power units as well as the forecasting of maintenance personnel up to year 2010 is carried out. The necessity of capacity factor growth due to reducing of the repairing downtime by means of repairing period's optimization and elimination of the off-scheduled stopping associated with low quality repairs is shown. The classification of NPP personnel violations, the ways to illuminate such violations including improvements in training of the personnel for servicing and equipment maintenance (SEM) at the institutions of higher education are considered. The experience in organization of the training of personnel for SEM in Ural State Technical University and the role of the training complex at "Nuclear power" sub-faculty in improving the training of personnel with higher education are considered.

УДК 621.039.534: 536.4

The Temperature Effect upon the Oxide Layer Growth Rate which Forms during Oxidation in the Eutectic Pb-Bi Alloy Stream \ Yu. V. Shumov, I.N. Gorelov; Editorial board of Journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2004. – 11 pages, 2 tables, 2 illustrations. – References, 8 titles.

The results of X-ray examination of the model tube surface, made of the 16C12Cr2MoWSiNbVB ferritic-martensitic steel, after model lengthy testing in the stream of eutectic Pb-Bi alloy with temperature drop in from 300°C to 600°C on the length of 600 mm, are presented. Before testing the model tube did not have oxide film on the surface. X-ray researches were carried out in the surface