

# АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ РОТОРА В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКАХ

**Е.В. Гайворонская, С.В. Лебедева**

*Нижегородский государственный технический университет, г.Н. Новгород*



Применительно к высокотемпературным газовым реакторам рассматривается проблема создания вертикальных турбомашин на электромагнитных подшипниках. На базе аналитических решений уравнений движения вала для частных случаев получены простые формулы для частот прецессии и нутации вала в зависимости от параметров системы.

## ВВЕДЕНИЕ

В последнее время интенсивно начало развиваться направление высокотемпературных газовых реакторов. При большом разнообразии схем и компоновочных решений для этого типа реакторов характерно использование циркуляторов на электромагнитных подшипниках (ЭМП) вертикального исполнения. Неизбежность применения ЭМП объясняется, с одной стороны, высокими требованиями к чистоте теплоносителя, а с другой - относительно низкими аэродинамическими показателями (недостаточными для создания аэродинамических опор).

Использование ЭМП определяет необходимость анализа движения вала в нежестких опорах, когда усилия, создаваемые в ЭМП зависят от координаты вала (не только координаты вала в ЭМП, но и его центра масс, поскольку прикладывается не только сила, но и момент  $FL$ ).

Для математического описания движения вала возможно использование хорошо исследованных уравнений для гироскопов [1].

Ниже аналитически исследуются различные частные случаи движения ротора в различных предположениях, что позволяет хотя бы в первом приближении оценить ту или иную конструкцию турбомшины (ТМ).

## ТЕОРИЯ

Подробное исследование движения ротора проводилось в ОКБМ, где и продолжается развитие работ по данному направлению.

Анализ динамики вращающегося тела достаточно подробно исследован в гироскопии. Применение систем, аналогичных гироскопическим, объясняется тем, что гироскоп обладает повышенной сопротивляемостью по отношению к действующим на него моментам внешних сил и наделен способностью сохранять направление оси ротора неизменным в пространстве (в большей мере, чем невращающееся твердое тело). Следует лишь учесть, что гироскопы прецессируют в горизонтальной плоскости, тогда как ротор турбомшины расположен вертикально и допустимые отклонения от вертикали очень малы (в пределах зазоров страховочных

© *Е.В. Гайворонская, С.В. Лебедева, 2000*

подшипников). При конструировании вала ТМ решается, в первую очередь, основная задача – передача вращающего момента, поэтому гироскопические свойства ротора, естественно, много хуже, нежели у гироскопов, поскольку имеют другое назначение.

Эта специфика определяет характеристики ротора:

- нельзя стремиться держать ротор строго вертикально, т.к. резко возрастает частота прецессии;
- геометрические параметры ротора, как правило, таковы, что частота нутации близка к частоте вращения.

В данной статье основное внимание уделяется вопросам устойчивости собственно ротора без системы управления ЭМП. Система управления рассматривается как внешнее возможное возмущение и анализируется влияние внешних возмущающих моментов на движение ротора. Следует отметить, что в данной работе рассматривается только линейный случай.

На рис.1 упрощенно изображен вал, прецессирующий вокруг оси  $Oz$ . Ось симметрии  $z$  называется главной осью, а вращение вокруг этой оси – главным вращением.

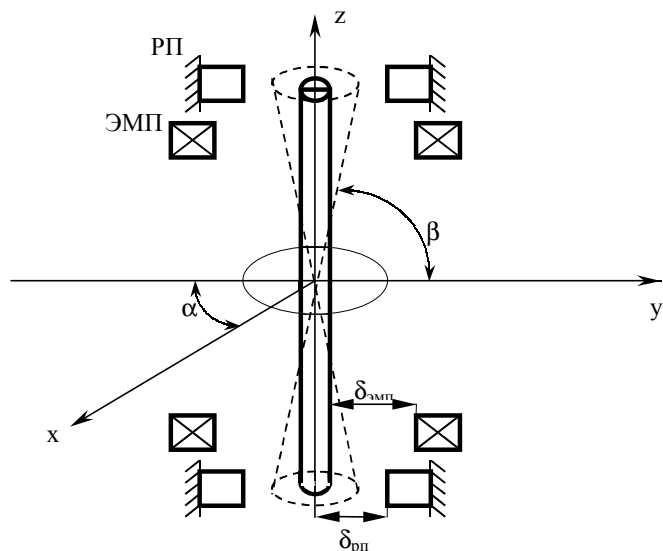


Рис. 1. Вал

Следует обратить внимание на следующие особенности:

- главная ось – вертикальна;
- зазоры между валом и резервным подшипником (РП)  $\delta_{РП}$  по величине меньше, чем зазоры между валом и ЭМП  $\delta_{ЭМП}$ .

Для рассмотрения движения вала использовалась математическая модель, приведенная ниже, при следующих упрощающих допущениях:

- ротор считается жестким;
- центр масс считается неподвижной точкой;

- учитывается подвижность верхнего и нижнего концов ротора в горизонтальной плоскости (движение вдоль оси  $Z$  не рассматривается);
- исходная математическая модель динамики ротора универсальна для описания любых вращающихся изотропных предметов, обладающих массой;
- решается система дифференциальных уравнений только для верхнего конца вала ротора; динамика нижнего конца с учетом второго допущения будет аналогична динамике верхнего конца вала с точностью пересчета из-за разницы длин концов вала от центра масс;
- для определения положения вала использовалась инерциальная система  $Oxzy$ -координат с началом в неподвижной точке  $O$  центра масс вала.

## УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ В ОБЩЕМ ВИДЕ

### Уравнение нутации

$$A \frac{d^2\beta}{dt^2} + (A - C) \cdot \left( \frac{d\alpha}{dt} \right)^2 \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta - H \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot \cos\beta = M_\beta. \quad (1)$$

### Уравнение прецессии

$$A \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} \cdot \cos\beta - (2 \cdot A - C) \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot \frac{d\beta}{dt} \cdot \sin\beta + H \cdot \frac{d\beta}{dt} = M_\beta, \quad (2)$$

где  $A$  - момент инерции относительно всех осей, лежащих в экваториальной плоскости ротора (гироскопа),  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $C$  - момент инерции ротора относительно главной оси ( $z$ ),  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $H$  - собственный кинетический момент ротора,  $(\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{рад})/\text{с}$ ;  $\Omega$  - абсолютная угловая скорость вращения (частота) вала вокруг оси  $Oz$ ,  $\text{рад}/\text{с}$ ;  $\beta$  - (нутация) угловой поворот ротора вокруг центра масс,  $\text{рад}$ ;  $\alpha$  - (прецессия) угловой поворот ротора вокруг главной оси,  $\text{рад}$ ;  $M_\beta$  - возмущающие моменты, действующие вокруг центра масс ротора, вызываемые радиально направленными силами,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ ;  $M_\alpha$  - возмущающие моменты, действующие вокруг центра масс ротора,

вызываемые тангенциально направленными силами,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ ;  $\omega_{\text{нут}} = \frac{d\beta}{dt}$  - частота нутации,  $\text{рад}/\text{с}$ ;  $\omega_{\text{прец}} = \frac{d\alpha}{dt}$  - частота прецессии,  $\text{рад}/\text{с}$ ;  $\Omega = \frac{H}{C}$  - абсолютная угловая скорость вращения (частота) вала вокруг оси  $Oz$ ,  $1/\text{с}$ .

### Уравнение главного вращения вала

$$C \cdot \frac{d\Omega}{dt} = M_{\text{дв}} - M_{\text{сопр}}, \quad (3)$$

где  $M_{\text{дв}}$  - движущий момент вращения ротора относительно главной оси,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ ;  $M_{\text{сопр}} = k \cdot \Omega^2$  - момент сопротивления,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ .

В практических приложениях (в гироскопии) в дифференциальных уравнениях движения (прецессии и нутации) быстро вращающегося вала угловые скорости  $\alpha'$  и  $\beta'$  в процессе движения ротора обычно считаются малыми. Пренебрегая

величинами  $\frac{d\alpha}{dt}$ ,  $\frac{d\beta}{dt}$ ,  $\cos\beta$ , полагая  $\sin\beta \approx 1$ , получаем приближенные уравнения движения гироскопа:

$$\begin{aligned} A \frac{d^2\beta}{dt^2} - H \frac{d\alpha}{dt} &= M_1, \\ A \frac{d^2\alpha}{dt^2} + H \frac{d\beta}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим несколько возможных случаев для этих приближенных уравнений движения вала ротора в предположении, что  $\Omega_z = \text{const}$ ,  $H = \text{const}$ .

1. Нутация отсутствует:  $\beta = \text{const}$ ;  $\omega_{\text{нут}} = 0$ .

В этом случае вал вращается с постоянной частотой и прецессирует с частотой:

$$\omega_{\text{прец}} = \frac{M_1}{H}. \quad (5)$$

## 2. Прецессия с нутацией:

а). Свободное движение вала ротора, когда  $M_1=0$  (на вал не действуют моменты внешних сил). В этом случае приближенные уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} A \frac{d^2\beta}{dt^2} - H \frac{d\alpha}{dt} &= 0, \\ A \frac{d^2\alpha}{dt^2} + H \frac{d\beta}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Начальные условия движения ротора при  $t=0$ :  $\alpha=\beta=\alpha'=0$ ;  $\alpha'=\alpha'_0$

Получаем частные решения:

$$\alpha = \left( \frac{A}{H} \right) \frac{d\alpha_0}{dt} \sin(\omega_{\text{нута}} t), \quad (7)$$

$$\beta = \left( \frac{A}{H} \right) \frac{d\alpha_0}{dt} (1 - \cos(\omega_{\text{нута}} t))$$

$$\omega_{\text{нута}} = \frac{H}{A}, \quad (8)$$

$$\omega_{\text{прец}} = 0. \quad (9)$$

В этом случае траектория движения вала будет определяться только начальными условиями и геометрическими размерами.

б). Рассмотрим более общий случай, когда  $M_1 \neq 0$ .

При начальных условиях по скоростям  $\left( \frac{d\alpha}{dt} \right)_0 = 0$  и  $\left( \frac{d\beta}{dt} \right)_0 = 0$  получаем выражения для частот прецессии и нутации:

$$\begin{aligned} \omega_{\text{нута}} &= \frac{d\beta}{dt} = \frac{M_1}{H} \cdot \sin\left(\frac{H}{A} \cdot t\right) \\ \omega_{\text{прец}} &= \frac{d\alpha}{dt} = \frac{M_1}{H} \cdot \cos\left(\frac{H}{A} \cdot t\right) - \frac{M_1}{H}. \end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом, изменения частот происходят с одним и тем же периодом  $T = 2\pi \frac{A}{H}$  и с амплитудой  $\frac{M_1}{H}$ .

Углы прецессии и нутации:

$$\begin{aligned} \beta &= \beta_0 + \frac{M_1 A}{H^2} \cos\left(\frac{H}{A} t\right) \\ \alpha &= \alpha_0 - \frac{M_1 A}{H^2} \cos\left(\frac{H}{A} t\right) - \frac{M_1}{H} t. \end{aligned} \quad (11)$$

В этом случае движение ротора устойчиво при любых параметрах. Для рассмотренного случая отношение  $\frac{H}{A}$  приблизительно равно частоте вращения вала  $\Omega$ , т.е. частота нутации близка к частоте вращения вала ротора.

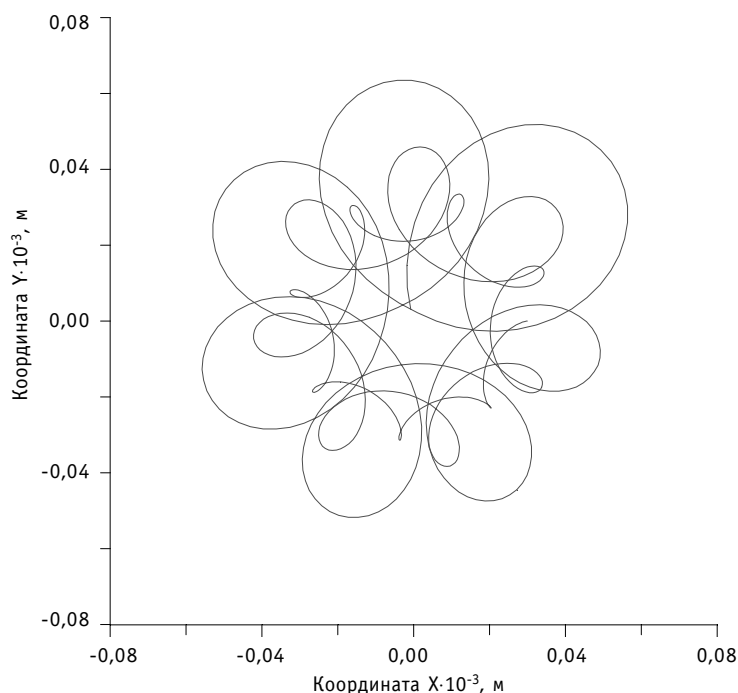


Рис.2. Расчетная орбита вала при коэффициенте усиления дифференциального регулятора  $K_3=2.88 \cdot 10^{-2}$

Анализ собственно динамики движения ротора должен проводиться путем решения нелинейной системы уравнений, записанных с учетом перемещения центра масс, сил и моментов, действующих на вал (в первую очередь, от системы управления электромагнитными подшипниками) по трем координатам.

В качестве системы управления используется, как правило, обычный ПД-регулятор (пропорционально-дифференциальный регулятор). В последнее время появились публикации [3] о применении FUZZY-логики в этих системах. Результаты численного эксперимента динамики вертикально расположенного ротора в случае благоприятного выбора коэффициентов ПД-регулятора на базе изложенных выше результатов приведены на рис. 2.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе были рассмотрены частные случаи движения ротора. На основе исходной математической модели с учетом начальных условий, соответствующих каждому случаю, были получены простые аналитические зависимости для частот прецессии и нутации. Эти зависимости позволяют предварительно оценить характер движения ротора в зависимости от параметров турбомашин.

## Литература

1. Пельпор Д.С. Гироскопические системы. Теория гироскопов и гиросtabilизаторов. - М.: Высшая школа, 1986.
2. Вибрация в технике. Справочник. /Под ред. Ф.М.Диментберга, К.С.Колесникова. Т.3. - М.: Машиностроение, 1980.
3. Fuzzy-control applications for active magnetic supported drives/H.Stegemann, F. Worlits, R. Hampel: Proc. 5 Zittau Fuzzy-colloquium, September 4-5, 1997.

Поступила в редакцию 31.03.2000

## ABSTRACTS OF THE PAPERS

### УДК 621.039.564:53.082.4

*Automatic Control System of Stressed State of a Metal for Technological Channels at Steel-zirconium Adapter of RBMK-type Nuclear Reactors* \A.I. Trofimov, S.I. Minin, M.A. Trofimov, A.A. Zilper; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering)-Obninsk,2000.- 6 pages, 7 illustrations, 9 tables.-References, 9 titles.

The results of development system for measuring of changes of stressed metal construction states have been shown in this article. The system can be used for control of the stressed state of adapters of RBMK-type reactor fuel channels. The changes of stressed state are determined by means of ultrasonic wave velocity changes which are generated in the suffered materials.

### УДК 51-72:531.15

*Analysis of a Rotor Working Equations with Electromagnetic Bearings* \E.V. Gaivoronskaya, S.V. Lebedeva; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering)-Obninsk,2000.- 5 pages, 2 illustrations.-References, 3 titles.

The problem of the creation of vertical turbine machine with electromagnetic bearings is considered with reference to high-temperature gas reactor. Simple formulas of the precession frequency and nutation frequency of the shaft are derived on the basis of solutions of the shaft working equations for the special cases depending on a sistem parameters.

### УДК 621.039.584

*The Calculational Study of the Possibility of Corium Confinement in the Catcher with the Walls Cooled by Impinging Jets* \M.V. Kachtcheev; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering)-Obninsk,2000.- 6 pages, 4 illustrations.-References, 5 titles.

A catcher with the walls cooled by impinging jets has been considered as a device for corium cooling and confinement outside the reactor vessel. The proposed catcher design enables the basic problems of corium confinement and cooling after its release from the reactor vessel to be solved. The calculational study for corium-to-catcher shell interaction using the PPRKRS code has been performed. It can be applied for the analysis of the possibility of corium confinement in the catcher of any design.

### УДК621.039.526

*On Selection of Optimal Composition of the Na-K-Cs-alloy for LMFR Core Cooling* \V.S. Okunev; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering)-Obninsk,2000.- 7 pages, 1 illustration.-References, 5 titles.

The Na-K-Cs-alloy may be considered as a potential coolant for the LMFR. In this paper are discussed the selection of the optimal composition of this alloy. This composition may be obtained as the solution of multicriteria optimization problem.

### УДК 681.3:621.039.548

*The Calculation Analysis of Experiments on Destruction of Electroheated Fuel Element Simulators* \G.N. Vlasichev; Editorial board of journal "Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika" (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering)-Obninsk,2000.- 10 pages, 6 illustrations.-References, 18 titles.

The technique and computer program for account of emergency process of cylindrical fuel elements heating and melting are developed. Calculating analysis of experiments on electrical