

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА «ОБЪЕКТ ЗАЩИТЫ – СИСТЕМА БЕЗОПАСНОСТИ» С ВОССТАНАВЛИВАЕМЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ И ПЕРИОДИЧЕСКИМ КОНТРОЛЕМ СИСТЕМЫ БЕЗОПАСНОСТИ

А.И. Перегуда, Д.А. Тимашов

*Обнинский государственный технический университет атомной энергетики,
г. Обнинск*



В данной работе предлагается математическая модель надежности функционирования автоматизированного технологического комплекса «объект защиты – система безопасности». Разработана математическая модель процесса функционирования автоматизированного технологического комплекса «объект защиты – система безопасности», в которой учитывается предусмотренная система планово-восстановительных мероприятий ОЗ и СБ, целью которых является обеспечение безопасной эксплуатации объекта защиты. Для вероятности того, что авария комплекса произойдет в интервале времени $[0, t]$, получен каскад интегральных уравнений и его решение. Применение метода малого параметра позволило получить асимптотическое решение данной задачи.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Использование опасных технологий, таких как атомные электростанции, требовало включения в состав оборудования, реализующего эти технологии, систем безопасности. Обеспечение надежности ядерного реактора является одной из важных задач в комплексе мероприятий, гарантирующих стабильную и непрерывную работу АЭС. В данной работе будет построена модель функционирования автоматизированного технологического комплекса, состоящего из объекта защиты (ОЗ) и системы безопасности (СБ). При нормальном функционировании ОЗ системы безопасности не нужны, тогда как при нарушении нормального функционирования ОЗ системы безопасности переводят аварийные ситуации в ранг неопасных. Следовательно, системам безопасности отводится важная роль обеспечения безопасности функционирования, но они не являются средством, обеспечиваю-

© А.И. Перегуда, Д.А. Тимашов, 2007

щим надежную работу ОЗ. Эту особенность функционирования СБ требуется учитывать при оценке показателей надежности и вероятностного анализа систем безопасности. Математические модели надежности АТК с восстанавливаемыми элементами рассматривались в работах [1–3].

Под скрытым отказом будем понимать отказ, обнаружение которого невозможно без проведения специальных операций по контролю работоспособности СБ. Ложный отказ – отказ, появление которого сопровождается признаками, обнаруживаемыми без проведения операций по контролю работоспособности СБ. В данной работе рассматривается случай, когда СБ и ОЗ – восстанавливаемые системы. Процесс функционирования элементов АТК можно представить в виде графической модели, которая отражает эволюцию комплекса (см. рис. 1).

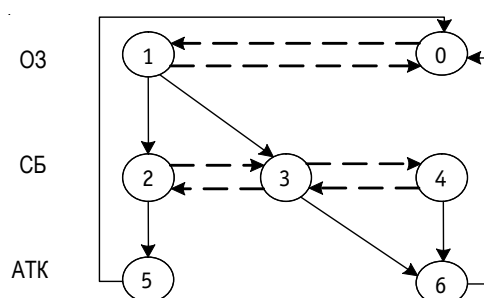


Рис. 1. Диаграмма состояний и переходов АТК «ОЗ – СБ»

Здесь горизонтальные пунктирные линии означают переходы из одного состояния в другое элементов АТК, а вертикальные и косые сплошные линии – переходы АТК. Состояния на диаграмме означают следующее: 0 – исправная работа ОЗ; 1 – отказ ОЗ; 2 – скрытый отказ СБ; 3 – исправная работа СБ; 4 – ложный отказ СБ; 5 – авария АТК; 6 – останов комплекса. Если ОЗ будет находиться в состоянии 1, а СБ – в состоянии 3, то произойдет переход комплекса в состояние аварии 5. Авария – это событие, заключающееся в крупном нарушении режимов работы системы, приводящем к созданию опасных условий для жизни человека и окружающей среды. Все остальные возможные ситуации приводят к состоянию останова 6. Переход из 6 в 0 соответствует проведению планово-восстановительных мероприятий. В данной работе рассматриваются только те траектории процесса функционирования комплекса, которые приводят к аварии системы.

Кроме того, будем рассматривать процесс периодического контроля СБ. Пусть процедура периодических контрольных профилактик выполняется за определенный ненулевой конечный промежуток времени, причем в это время СБ не функционирует. Нахождению оптимального периода профилактики посвящены работы [4–7].

Пусть наработки на отказ СБ – это независимые случайные величины ξ_i с одной и той же произвольной функцией распределения $F_{\xi}(x)=P(\xi \leq x)$; контрольные профилактики производятся через время T , а длительность контрольной проверки равна θ . В случае обнаружения отказа СБ выполняются восстановительные работы. Пусть времена восстановления СБ – это независимые случайные величины η_i с одной и той же произвольной функцией распределения $G_{\eta}(x)=P(\eta \leq x)$. Множество интервалов времени, в течение которых СБ исправна, обозначим Q^+ , а множество остальных интервалов – Q^- . Нарботки на отказ ОЗ – это независимые случайные величины χ_i с одной и той же произвольной функцией распределения $F_{\chi}(x)=P(\chi \leq x)$. Предполагаем, что восстановление ОЗ после отказа полное. Пусть

времена восстановления ОЗ – это независимые случайные величины γ_i с одной и той же произвольной функцией распределения $F_\gamma(x)=P(\gamma \leq x)$. Для перехода аварийной ситуации в аварию необходимо, чтобы ей предшествовал скрытый отказ СБ. Таким образом, процесс функционирования ОЗ, в этом контексте, является определяющим, т.к. именно он задает моменты регенерации автоматизированного технологического комплекса «ОЗ–СБ», характеризующегося продолжительностью цикла регенерации $\tau = \chi + \gamma$. Последовательность $\{(\chi_i, \gamma_i), i \geq 1\}$ независимых, одинаково распределенных неотрицательных величин есть альтернирующий процесс восстановления.

Целью работы является создание математической модели надежности АТК «ОЗ–СБ», а также вычисление вероятности аварии комплекса.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Очевидно, что авария произойдет, если отказ ОЗ придется на тот промежуток времени, когда СБ не действует, т.е. условие аварии можно записать в виде $\chi \in Q^-$. Заметим, что авария АТК может быть реализована по одному из двух возможных сценариев: 1) $\chi_1 < t \leq \chi_1 + \gamma_1$; 2) $\chi_1 + \gamma_1 < t$. Вероятность аварии автоматизированного технологического комплекса за время t обозначим функцией $P_a(t)$. Тогда вероятность аварии $P_a(t)$ комплекса за время $(0, t)$ определяется соотношением:

$$P_a(t) = M(J_{\chi \in Q^-} J_{\chi < t \leq \chi + \gamma} + J_{\chi \in Q^-} J_{\chi + \gamma < t}),$$

$$\text{где } J_A = J(w \in A) = \begin{cases} 1, & w \in A \\ 0, & w \notin A \end{cases} - \text{индикатор события } w \in A.$$

Учитывая возможные сценарии реализации аварии, представим $P_a(t)$ в виде

$$P_a(t) = M(J_{\chi \in Q^-} J_{\chi < t \leq \chi + \gamma}) + M(J_{\chi \in Q^-} J_{\chi + \gamma < t}) = M(J_{\chi \in Q^-} J_{\chi \leq t}) + M(J_{\chi + \gamma \leq t} P_a(t - \chi - \gamma)).$$

Для вероятности аварии АТК запишем следующее интегральное уравнение:

$$P_a(t) = f(t) + \int_0^t P_a(t - z) dF_\tau(z), \quad (1)$$

где $F_\tau(z) = P(\tau \leq z) = P(\chi + \gamma \leq z)$ – функция распределения продолжительности цикла регенерации процесса функционирования объекта защиты. Преобразуем $f(t)$:

$$f(t) = M(J_{\chi \in Q^-} J_{\chi \leq t}) = M \int_0^t J_{t \in Q^-} dF_\chi(t) = \int_0^t P(t \in Q^-) dF_\chi(t).$$

Получим выражение для вероятности $P(t \in Q^-)$; в соответствии с формулой полной вероятности имеем:

$$P(t \in Q^-) = \int_0^\infty \int_0^\infty P(t \in Q^- | \xi_1 = x, \eta_1 = y) dF_\xi(x) dG_\eta(y),$$

где ξ_1 и η_1 – случайные времена до первого отказа и первого восстановления соответственно. Рассматривая процесс функционирования СБ с контрольными профилактиками, нетрудно заметить, что это полумарковский процесс с моментом

регенерации $\tau = (T + \theta) \left(\left\lceil \frac{\xi}{T + \theta} \right\rceil + 1 \right) + \eta$ ($[x]$ и $\{x\}$ – это целая и дробная части числа x). Таким образом, возможны два варианта: $\tau(\xi, \eta) > t$ и $\tau(\xi, \eta) \leq t$, а следовательно, $P(t \in Q^-)$ можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$P_{Q^-}(t) = \iint_{\tau(x,y) \leq t} P(t \in Q^- | \xi_1 = x, \eta_1 = y) dF_\xi(x) dG_\eta(y) + \\ + \iint_{\tau(x,y) > t} P(t \in Q^- | \xi_1 = x, \eta_1 = y) dF_\xi(x) dG_\eta(y) = I_1 + I_2.$$

Тогда, опуская преобразования, I_2 запишем как:

$$I_2 = MMJ_{t \in [0, (\lceil \frac{\xi}{T+\theta} \rceil + 1)(T+\theta) + \eta + \theta \lfloor \frac{\xi}{T+\theta} \rfloor - \xi]} = \bar{F}_{(\lceil \frac{\xi}{T+\theta} \rceil + 1)(T+\theta) + \eta + \theta \lfloor \frac{\xi}{T+\theta} \rfloor - \xi}(t) = g(t),$$

а интеграл I_1 в виде:

$$I_1 = \iint_{\tau(x,y) \leq t} P_i(t \in Q^- | \xi_1 = x, \eta_1 = y) dF_\xi(x) dG_\eta(y) = \int_0^t P_{Q^-}(t-z) dF_\tau(z).$$

Сложим теперь I_1 и I_2 и получим интегральное уравнение для $P_{Q^-}(t)$:

$$P_{Q^-}(t) = g(t) + \int_0^t P(t-z) dF_\tau(z), \quad (2)$$

где $g(t) = \bar{F}_{(\lceil \frac{\xi}{T+\theta} \rceil + 1)(T+\theta) + \eta + \theta \lfloor \frac{\xi}{T+\theta} \rfloor - \xi}(t)$, $F_\tau(t) = P\left(\left(\left\lceil \frac{\xi}{T+\theta} \right\rceil + 1\right)(T+\theta) + \eta \leq t\right)$ – функция распределения случайной величины $\tau = \left(\left\lceil \frac{\xi}{T+\theta} \right\rceil + 1\right)(T+\theta) + \eta$.

Таким образом, мы показали, что выражение для вероятности аварии можно получить, решая каскад интегральных уравнений (1) и (2).

Поскольку уравнение (2) является интегральным уравнением в свертках, то его решение будем искать, используя преобразование Лапласа–Стилтьеса:

$$\tilde{P}_{Q^-}(s) = \tilde{g}(s) + \tilde{P}_{Q^-}(s) \tilde{F}_\tau(s),$$

где $\tilde{F}_\tau(s) = \int_0^\infty e^{-st} dF_\tau(t) = M e^{-s\tau}$, $\tilde{P}_{Q^-}(s) = \int_0^\infty e^{-st} dP_{Q^-}(t)$ и $\tilde{g}(s) = \int_0^\infty e^{-st} dg(t)$ – соответствующие преобразования Лапласа–Стилтьеса функций $F_\tau(t)$, $P_{Q^-}(t)$ и $g(t)$. Тогда

$$\tilde{P}_{Q^-}(s) = \frac{\tilde{g}(s)}{1 - \tilde{F}_\tau(s)} = \frac{1 - M e^{-s\left(\left(\left\lceil \frac{\xi}{T+\theta} \right\rceil + 1\right)(T+\theta) + \eta + \theta \lfloor \frac{\xi}{T+\theta} \rfloor - \xi\right)}}{1 - M e^{-s\left(\left(\left\lceil \frac{\xi}{T+\theta} \right\rceil + 1\right)(T+\theta) + \eta\right)}}.$$

Найдем теперь асимптотическое соотношение для $P_{Q^-}(t)$, применяя таубернову теорему $\lim_{t \rightarrow \infty} P_{Q^-}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \tilde{P}_{Q^-}(s)$. Вычислим $\lim_{s \rightarrow 0} \tilde{P}_{Q^-}(s)$, воспользовавшись правилом Лопиталя:

$$P_{Q^-} = \lim_{t \rightarrow \infty} P_{Q^-}(t) = 1 - \frac{M\xi - M\left\lceil \frac{\xi}{T+\theta} \right\rceil \theta}{M\eta + M\left(\left\lceil \frac{\xi}{T+\theta} \right\rceil + 1\right)(T+\theta)}.$$

Таким образом, предел $P_{Q^-}(t)$ при $t \rightarrow \infty$ совпадает с коэффициентом неготовности СБ $K_{\text{нр}}^{\text{СБ}}$. Тогда асимптотическое соотношение для функции $f(t)$ принимает следующий вид:

$$f(t) \cong \int_0^t K_{\text{нр}}^{\text{СБ}} dF_\chi(t) = K_{\text{нр}}^{\text{СБ}} F_\chi(t).$$

Будем теперь искать решение интегрального уравнения (1) для $P_a(t)$. Применив преобразование Лапласа–Стилтьеса к этому уравнению, получим

$$\tilde{P}_a(s) = \tilde{f}(s) + \tilde{P}_a(s) \tilde{F}_{\chi+\gamma}(s),$$

где $\tilde{F}_{\chi+\gamma}(s)$, $\tilde{P}_a(s)$ и $\tilde{f}(s)$ – соответствующие преобразования Лапласа–Стилтьеса функций $P_a(t)$, $F_{\chi+\gamma}(t)$ и $f(t)$.

Решение уравнения (1) запишется как $\tilde{P}_a(s) = \frac{\tilde{f}(s)}{1 - \tilde{F}_{\chi+\gamma}(s)}$.

Вычисляя преобразование Лапласа–Стилтьеса функции $f(t)$, перепишем решение уравнения

$$\tilde{P}_a(s) = \frac{K_{\text{нр}}^{\text{сб}} \tilde{F}_{\chi}(s)}{1 - \tilde{F}_{\chi+\gamma}(s)}.$$

Заметим, что $\frac{\tilde{F}_{\chi}(s)}{1 - \tilde{F}_{\chi+\gamma}(s)}$ – решение уравнения восстановления для процесса функционирования ОЗ, которое записывается в виде

$$H_0^{03}(t) = F_{\xi}(t) + \int_0^t H_0^{03}(t-x) dF_{\xi}(x),$$

где $H_0^{03}(t)$ – функция 0-восстановления объекта защиты, порожденная функциями $F_{\chi}(t)$ и $F_{\chi+\gamma}(t)$. Преобразование Лапласа–Стилтьеса вышезаписанного уравнения позволяет представить изображение функции $H_0^{03}(t)$ в виде:

$$\tilde{H}_0^{03}(s) = \frac{\tilde{F}_{\chi}(s)}{1 - \tilde{F}_{\chi+\gamma}(s)}.$$

Тогда $\tilde{P}_a(s) = K_{\text{нр}}^{\text{сб}} \tilde{H}_0^{03}(s)$. Выполняя обратное преобразование Лапласа, получим $P_a(t) = K_{\text{нр}}^{\text{сб}} H_0^{03}(t)$.

Это соотношение неудобно для практического применения из-за трудностей, связанных с вычислением функции восстановления. Поэтому воспользуемся элементарной теоремой восстановления [8], в соответствии с которой

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{H_0^{03}(t)}{t} = \frac{1}{M(\chi + \gamma)}.$$

Тогда

$$P_a(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_a(t) = K_{\text{нр}}^{\text{сб}} \frac{t}{M(\chi + \gamma)} = K_{\text{нр}}^{\text{сб}} K_{\text{нр}}^{03} \frac{t}{M\gamma} = K_{\text{нр}}^{\text{сб}} K_{\text{р}}^{03} \frac{t}{M\chi},$$

где $K_{\text{нр}}^{03}$ – стационарный коэффициент неготовности ОЗ, $K_{\text{нр}}^{03} = 1 - K_{\text{р}}^{03}$.

Таким образом, удалось получить каскад интегральных уравнений (1) и (2) для вероятности аварии АТК, а также найти асимптотическое решение данного каскада уравнений.

Вероятности аварии АТК можно более точно вычислять, если использовать следующую теорему [9]:

$$\lim_{\frac{q\psi}{T_0} \xrightarrow{x} 0} P\left\{\frac{q\rho}{T_0} > x\right\} = e^{-x},$$

где q – вероятность аварии на полуинтервале $[t_n, t_{n+1})$, являющемся периодом регенерации; ψ – длительность периода регенерации при условии, что на этом периоде аварии не произошло; $T_0 = M\psi$; ρ – момент первой аварии. Здесь $\xi \xrightarrow{x} 0$ означает сходимость ξ к нулю по Хинчину. Кроме того, известно [9], что если

$$\frac{M\left(\frac{q\psi}{T_0}\right)^2}{M\left(\frac{q\psi}{T_0}\right)} = \frac{M\psi^2 q}{(M\psi)^2} \rightarrow 0, \text{ то } \frac{q\psi}{T_0} \xrightarrow{x} 0.$$

Таким образом, имеет место следующее асимптотическое соотношение:

$$P\left\{\frac{q\rho}{T_0} > x\right\} \approx e^{-x} \text{ при условии } \frac{M\psi^2 q}{(M\psi)^2} \rightarrow 0.$$

Тогда распределение времени наработки до аварии можно записать в виде

$$F_p(t) \approx 1 - e^{-qt/T_0}.$$

Очевидно, что $T_0 = M(\chi + \gamma)$, а $\psi = \chi + \gamma$. Определим теперь вероятность аварии за период регенерации q . Для этого введем в рассмотрение две вспомогательные случайные величины U_n и V_n , определяемые соотношениями:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \xi_i + \sum_{i=1}^{n-1} \left((T + \theta) - \left\{ \xi_i / T + \theta \right\} (T + \theta) \right) + \sum_{i=1}^{n-1} \eta_i &= U_n, \\ \sum_{i=1}^n \xi_i + \sum_{i=1}^n \left((T + \theta) - \left\{ \xi_i / T + \theta \right\} (T + \theta) \right) + \sum_{i=1}^n \eta_i &= V_n, \end{aligned}$$

где U_n – время функционирования системы безопасности до n -го отказа, V_n – время функционирования СБ до n -го восстановления. Очевидно, если отказ ОЗ произойдет во время проведения восстановления СБ, то произойдет авария АТК «ОЗ–СБ». Условие аварии для этого случая запишем в виде $U_n \leq \chi < V_n$. Но аварии комплекса могут произойти и в случаях, когда отказ ОЗ будет происходить во время проведения контрольной профилактики. Условие аварии в этом случае запишем в виде последовательности событий:

$$\begin{aligned} V_{n-1} + T \leq \chi < V_{n-1} + (T + \theta); \quad V_{n-1} + (T + \theta) + T \leq \chi < V_{n-1} + 2(T + \theta); \dots \\ V_{n-1} + \left(\left\{ \xi_n / T + \theta \right\} - 1 \right) (T + \theta) + T \leq \chi < V_{n-1} + \left\{ \xi_n / T + \theta \right\} (T + \theta). \end{aligned}$$

Тогда, опуская несложные преобразования, вероятность аварии за период регенерации процесса функционирования ОЗ запишем

$$\begin{aligned} q &= \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} (P(U_n \leq x) - P(V_n \leq x)) + \\ &+ M \sum_{i=1}^{\left\{ \xi_n / T + \theta \right\}} (P(V_{n-1} + (i-1)(T + \theta) + T \leq x) - P(V_{n-1} + i(T + \theta) \leq x)) dF_{\chi}(x). \end{aligned}$$

Последняя запись позволяет представить q в виде суммы $q = q_1 + q_2$. Вычислим последовательно каждое из этих слагаемых. Если обозначить через

$$F_1(x) = P\left(T + \theta - \left\{ \xi_i / T + \theta \right\} (T + \theta) \leq x\right), \text{ то нетрудно увидеть, что } q_1 \text{ допускает запись}$$

$$q_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} (F_{\xi} * (F_{\xi} * F_{\eta} * F_1)^{*(n-1)}(x) - (F_{\xi} * F_{\eta} * F_1)^{*(n)}(x)) dF_{\tau}(x),$$

где $P(\xi_1 + \xi_2 \leq t) = \int_0^t P(\xi_1 \leq t - z) dF_2(z) = F_1 * F_2(t)$ – свертка функций распределений $F_1(t)$ и $F_2(t)$, а $F^{*(2)}(x) = F * F(x)$ и т.д.

Замечая, что $H_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} F_{\xi} * (F_{\xi} * F_{\eta} * F_1)^{*(n-1)}(x)$ и $H_1(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (F_{\xi} * F_{\eta} * F_1)^{*(n)}(x)$ – функции 0-восстановления и 1-восстановления альтернирующего процесса восстановления $\{\xi_i, \eta_i\}_{i \geq 1}$, q_1 переписываем как:

$$q_1 = \int_0^{\infty} (H_0(x) - H_1(x)) dF_{\chi}(x) = \int_0^{\infty} \int_0^x (1 - F_1 * F_{\eta}(x - y)) dH_0(y) dF_{\chi}(x).$$

Вычислим теперь функцию q_2 :

$$q_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} M \sum_{i=1}^{\left[\frac{\xi}{T+\theta}\right]} (P(V_{n-1} + (i-1)(T+\theta) + T \leq x) - P(V_{n-1} + i(T+\theta) \leq x)) dF_{\chi}(x).$$

Меняя порядок суммирования и интегрирования и вводя обозначение, $F_{2i}(x) = P(V_{n-1} + i(T+\theta) \leq x)$ приведем подынтегральное соотношение к виду

$$M \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(F_{2i} \left(x + \theta J_{i \leq \left[\frac{\xi}{T+\theta}\right]} \right) - F_{2i}(x) \right),$$

и заметим, что $\sum_{n=1}^{\infty} F_{2i}(x) = H_{0i}(x)$ – функция 0-восстановления, тогда

$$q_2 = \int_0^{\infty} M \sum_{i=1}^{\infty} \left(H_{0i} \left(x + \theta J_{i \leq \left[\frac{\xi}{T+\theta}\right]} \right) - H_{0i}(x) \right) dF_{\chi}(x). \quad (3)$$

Используя основную теорему восстановления [8], представим (3)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (H_0(x) - H_1(x)) = \frac{M\eta + M \left(T + \theta + \left[\frac{\xi}{T+\theta} \right] (T+\theta) \right) - M\xi}{M\eta + M \left(T + \theta + \left[\frac{\xi}{T+\theta} \right] (T+\theta) \right)} = K_1.$$

Отсюда следует, что $q_1 \approx K_1$. Чтобы вывести асимптотическое соотношение для (3) используем теорему Блекуэлла [8] и получим:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} M \sum_{i=1}^{\infty} \left(H_{0i} \left(x + \theta J_{i \leq \left[\frac{\xi}{T+\theta}\right]} \right) - H_{0i}(x) \right) = \frac{M \left[\frac{\xi}{T+\theta} \right] \theta}{M\eta + M \left(T + \theta + \left[\frac{\xi}{T+\theta} \right] (T+\theta) \right)} = K_2.$$

Отсюда следует, что $q_2 \approx K_2$. Сложив полученные результаты, представим q в виде

$$q = 1 - \frac{M\xi - M \left[\frac{\xi}{T+\theta} \right] \theta}{M\eta + M \left(T + \theta + \left[\frac{\xi}{T+\theta} \right] (T+\theta) \right)} = (1 - K_r^{CB}) = K_{нг}^{CB}.$$

Тогда распределение времени наработки до аварии можно записать в виде:

$$F_p(t) \approx 1 - e^{-\frac{K_{нг}^{CB} t}{M(\chi+\gamma)}} \text{ при условии } \frac{K_{нг}^{CB} M(\chi+\gamma)^2}{(M(\chi+\gamma))^2} \rightarrow 0.$$

Пример. Считаем, что все случайные величины имеют экспоненциальное распределение. Зададим, для примера, следующие значения параметров: интенсивность отказов ОЗ $\lambda_{\chi} = 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$; интенсивность отказов СБ $\lambda_{\xi} = 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$; интенсивность восстановлений ОЗ $\lambda_{\gamma} = 10^1 \text{ ч}^{-1}$; интенсивность восстановлений СБ $\lambda_{\eta} = 1 \text{ ч}^{-1}$; контрольные профилактики проводятся через $T=10^3 \text{ ч}$; длительность контрольной профилактики $\theta=10 \text{ ч}$.

Сначала вычислим значение выражения

$$M \left[\frac{\xi}{T+\theta} \right] = \sum_{n=0}^{\infty} n (F_{\xi}((n+1)(T+\theta)) - F_{\xi}(n(T+\theta))).$$

При сделанных предположениях имеем $M \left[\frac{\xi}{T+\theta} \right] = \frac{e^{-\lambda_{\xi}(T+\theta)}}{1 - e^{-\lambda_{\xi}(T+\theta)}}$. Тогда, очевидно, коэффициент неготовности системы безопасности вычисляется по формуле:

$$K_{нг}^{CB} = 1 - \frac{1/\lambda_{\xi} - \theta e^{-\lambda_{\xi}(T+\theta)} / (1 - e^{-\lambda_{\xi}(T+\theta)})}{1/\lambda_{\eta} + (T+\theta) + (T+\theta) e^{-\lambda_{\xi}(T+\theta)} / (1 - e^{-\lambda_{\xi}(T+\theta)})} = 0,05788.$$

Таким образом, можно записать

$$P_a(t) = K_{\text{нр}}^{\text{СБ}} \frac{t}{1/\lambda_{\chi} + 1/\lambda_{\gamma}} = 5,788 \times 10^{-8} t, F_p(t) \approx 1 - e^{-\frac{K_{\text{нр}}^{\text{СБ}} t}{1/\lambda_{\chi} + 1/\lambda_{\gamma}}} = 1 - e^{-5,788 \times 10^{-8} t},$$

$$\frac{K_{\text{нр}}^{\text{СБ}} M(\chi + \gamma)^2}{(M(\chi + \gamma))^2} = \frac{K_{\text{нр}}^{\text{СБ}} (2/\lambda_{\chi}^2 + 2/\lambda_{\chi} \lambda_{\gamma} + 2/\lambda_{\gamma}^2)}{1/\lambda_{\chi}^2 + 2/\lambda_{\chi} \lambda_{\gamma} + 1/\lambda_{\gamma}^2} = 0,116.$$

Приведем теперь графики полученных зависимостей.

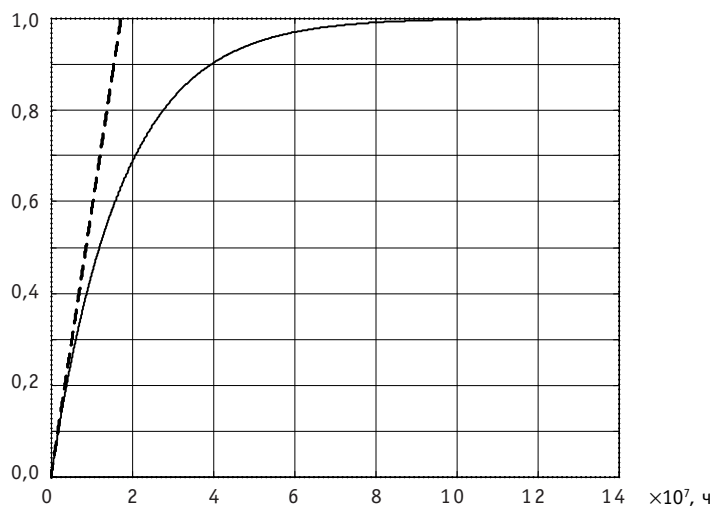


Рис. 2. Графики полученных зависимостей: ———— – асимптотическая оценка функции распределения времени наработки до аварии; - - - - - асимптотическая оценка вероятности аварии

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотренная математическая модель функционирования АТК «ОЗ–СБ» позволяет без каких-либо предположений о законах распределения случайных величин получить соотношения для вероятности того, что авария комплекса произойдет в интервале времени $[0, t]$. При этом данное соотношение получено путем составления каскада интегральных уравнений и нахождения их асимптотических решений. Применив метод малого параметра, получили асимптотическое распределение для времени наработки до аварии. Поскольку данная модель исследовалась без каких-либо предположений о функциях распределения случайных величин, то можно утверждать, что полученные результаты точны и в то же время они достаточно просты для их практического применения.

Литература

1. Перегуда А.И. Надежность и безопасность. Модели, показатели и методы их вычисления: Научная монография. – Обнинск: ИАТЭ, 2005. – 208 с.
2. Перегуда А.И. Вычисление показателей надежности комплекса «объект защиты – система управления и защиты» // Атомная энергия – 2001. – Т. 90. – Вып. 6.
3. Перегуда А.И. О показателях надежности комплекса «объект защиты – система безопасности» // Известия вузов. Ядерная энергетика – 2003. – № 1. – С. 3 – 13.
4. Митичкин Е.Н. Определение оптимальной дисциплины обслуживания периодически контролируемой аппаратуры // Автоматика и вычислительная техника. – 1976. – № 1. – С. 32 – 36.
5. Умрихин Ю.Д. Надежность периодически контролируемой системы // Известия. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1978. – № 6.

6. *Островский Е.И., Перегуда А.И.* Оптимальный периодический контроль с восстановлением// Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1981. – № 3. – С.198 – 201.

7. *Островский Е.И., Перегуда А.И.* О периодическом контроле восстанавливаемых систем//Автоматика и телемеханика. – 1984. – № 11. – С.39 – 43.

8. *Байхельт Ф., Франкен П.* Надежность и техническое обслуживание, Математический подход (пер. с нем.). – М.: Радио и связь, 1988. – 392 с.

9. *Барзилович Е.Ю., Беляев Ю.К., Кашианов В.А. и др./Под ред. Б.В.Гнеденко* Вопросы математической теории надежности. – М.: Радио и связь, 1983 – 376 с.

Поступила в редакцию 2.05.2007

code that is a model of degradation of a water-cooled reactor fuel rod under severe accidents.

УДК 621.039.5+519.85

Monte Carlo Precise Solution of Electron Transport Problem \ P.A. Androsenko, V.I. Belousov, A.G. Tsarina; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher School. Nuclear Power Engineering). – Obninsk, 2007. – 6 pages, 2 illustrations. – References – 8 titles.

The approach of the work is to consider questions of the semi-analytic Monte Carlo method application for the problems decision of charged particles deep transmission, and also albedo, in conditions of barrier geometry. Estimation recurrent formulas for building of the sampling process without simulating of the particles free path length are deduced that allow the researcher to solve problems of deep penetration by simulating of electrons transport with the individual collisions technique successfully. The results of calculations from new BRAND version code that based on developed algorithms are given.

УДК 621.039.5+519.85

Monte Carlo Simulation of Ionizing Radiation Influence on Chemical Composition of Human Tissues \ P.A. Androsenko, V.I. Belousov, A.G. Tsarina; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher School. Nuclear Power Engineering). – Obninsk, 2007. – 5 pages, 1 table, 1 illustration. – References – 4 titles.

The description and justification of the algorithm for modeling of radiation influence on tissue cells structure is developed on the basis of a statistical testing method. The main researched parameter is a dynamics of the concentration changes of free radicals and substances that are structural elements of cells. The received results agree well with theoretical and experimental data.

УДК 621.362

Universal mathematical model of electricity generation channel for heat, electrical and physical characteristics calculation \ D.G. Lazarenko; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher School. Nuclear Power Engineering). – Obninsk, 2007. – 12 pages, 2 illustrations. – References – 16 titles.

Mathematical model of cylindrical geometry electricity generation channel for termionic reactor-converter for heat, electrical and physical characteristics calculation is considered. Proposed calculation method is suitable for multivariate calculations including optimization of output characteristics of electricity generation channels.

УДК 621.039.58

Mathematical Model of the Automated Technological Complex «Protection Object - Safety System» Function Process with Renewable Unit and Recurrent Control of Safety System \ A.I. Pereguda, D.A. Timashov; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher School. Nuclear Power Engineering). – Obninsk, 2007. – 9 pages, 2 illustrations. – References – 9 titles.

In the paper mathematical model of the automated technological complex «protection object - safety system» function process is proposed, in which system of scheduled recovery procedures is considered. The aim of this system is to provide safety operation of protection object. Cascade of integral equations was obtained and solved to calculate propability of complex crash on time interval $[0, t]$.

УДК 621.534:519.7

Scattering Problem for Model Potential of Fission for Heavy Nucleus and Program Systems in Applied Mathematical Programs \ A.V. Tikhonenko; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetika» (Communications of Higher School. Nuclear Power Engineering). – Obninsk, 2007. – 10 pages, 5 tables, 8 illustrations. – References – 16 titles.

Models of two- and tree-peaked fission barriers for heavy nucleus are formulated and program systems are developed in order to obtain exact solutions for wave functions, calculate transmission