УДК 621.039.516

СТОХАСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ НУЛЕВОЙ МОЩНОСТИ. ЧАСТЬ 2. ВЕРОЯТНОСТЬ ВЫРОЖДЕНИЯ ВЕТВЯЩЕГОСЯ ПРОЦЕССА И ВОПРОСЫ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЯДЕРНОЙ АВАРИИ

Ю.В. Волков

Обнинский институт атомной энергетики НИЯУ МИФИ.
249033, Обнинск, Калужской обл., Студгородок, 1.

Выведена формула для оценки вероятности вырождения, в которой условная вероятность того, что процесс деления не закончится к моменту времени t, определяется из полученной в работе системы нелинейных дифференциальных уравнений. Из формулы следует, что ветвящийся процесс без внешней инициации никогда не возникнет с вероятностью единица в реакторе с любым коэффициентом размножения.
Найдено общее соотношение для асимптотического значения вероятности прекращения процесса деления в ядерном реакторе. Показано, что модель Хансена является квадратичным приближением общей модели и всегда завышает эту вероятность.
Представлен теоретический анализ, показавший, что модель Хансена занижает оценку вероятности ядерной аварии по сравнению с оценками по полученной в работе общей модели.

Ключевые слова: ветвящийся процесс, вероятность вырождения, нейтронная популяция, разгон реактора на мгновенных нейтронах, ядерная авария, модель, процесс деления, незатухающая цепочка делений.

ВЕРОЯТНОСТЬ ВЫРОЖДЕНИЯ ВЕТВЯЩЕГОСЯ ПРОЦЕССА

Здесь вероятность вырождения ветвящегося процесса понимается как вероятность того, что к моменту времени t в реакторе не останется ни одной частицы типов T_1 и T_2 (мгновенные нейтроны и предшественники запаздывающих нейтронов) при произвольном числе частиц типа T_0 (нейтроны источника), если в начальный момент времени $t = 0$ в реакторе была одна частица типа T_0 (все использованные здесь обозначения соответствуют введенным в первой части работы [1]). Такое понимание вероятности вырождения несколько отличается от общепринятого [2] и связано с физическими особенностями изучаемого ветвящегося процесса (заметим, что в теории ветвящихся процессов принято считать, что процесс рождения и гибели вырождается, если исчезают частицы всех типов).

Дело в том, что частицы типа T_0 – нейтроны постороннего источника, которые в процессе размножения нейтронов не рождаются, т.е. не появляются из цепочек делений. Вне зависимости от наличия или отсутствия цепочек делений, т.е. частиц типов T_1 и T_2, в реакторе всегда присутствуют частицы типа T_0 в соответствии с распределением их числа, определяемым мощностью постороннего источника. Если цепочки делений (а значит, частицы T_1 и T_2) исчезнут к моменту времени t, то вне зависимости от наличия или отсутствия частиц типа T_0 можно считать, что ветвящийся процесс размножения и гибели нейтронов в реакторе, начавшийся в момент времени $t = 0$ частицы типа T_0, выродился (закончился) к моменту времени t.

Пусть вероятность этого события есть $P_0^{(0)}(t)$. Ясно, что

$$P_0^{(0)}(t) = \sum_{\alpha_0} P_{\alpha_0,0,0}^{(0)}(t),$$

где $P_{\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2}^{(0)}(t)$ определена в работе [1]. Вероятности $P_{\alpha_0,0,0}^{(0)}(t)$ определяются из производящей функции $\mathrm{P}^{(0)}(t, s)$ по формулам [2]

$$\begin{aligned} &P_{0,0,0}^{(0)}(t) = \Pi^{(0)}(t,0,0,0) = 0, \\ &P_{1,0,0}^{(0)}(t) = \left.\frac{\partial \Pi^{(0)}(t,s_0,0,0)}{\partial s_0}\right|_{s_0=0} = \frac{1}{s_0}\Pi^{(0)}(t,s_0,0,0)\Big|_{s_0=0}, \\ &P_{\alpha_0,0,0}^{(0)}(t) = \left.\frac{\partial^{\alpha_0} \Pi^{(0)}(t,s_0,0,0)}{\partial s^{\alpha_0}}\right|_{s_0=0} = 0 \quad (\alpha_0 > 1), \end{aligned} \tag{1}$$

поэтому

$$P_0^{(0)}(t) = \frac{1}{s_0}\Pi^{(0)}(t,s_0,0,0)\Big|_{s_0=0}.$$

Из системы уравнений (5′) в [1] видно, что решение первого уравнения можно найти независимо от решения остальных двух уравнений. Оно имеет вид

$$\Pi^{(0)}(t,s) = s_0 \exp\left(-S\int_0^t \left[1-\Pi^{(1)}(\tau,s_1,s_2)\right]d\tau\right).$$

Здесь в записи $\Pi^{(1)}$ аргумент s_0 для краткости опущен, т.к. $\Pi^{(1)}$ и $\Pi^{(2)}$ от s_0 не зависят. Таким образом,

$$P_0^{(0)}(t) = \exp\left(-S\int_0^t \left[1-\Pi^{(1)}(\tau,0,0)\right]d\tau\right). \tag{2}$$

Функция $Q_{\text{в}}^{(1)}(t) = \Pi^{(1)}(t, 0, 0)$ есть вероятность вырождения ветвящегося процесса к моменту времени t, если он начался в момент времени $t = 0$ с одной частицы типа T_1. Соответственно, $Q_{\text{п}}^{(1)}(t) = 1 - Q_{\text{в}}^{(1)}(t)$ – вероятность продолжения процесса после времени t при том же условии.

Вероятности $Q_{\text{в}}^{(1)}(t)$ и $Q_{\text{п}}^{(1)}(t)$ имеют вполне прозрачный физический смысл. Пусть создан «идеальный» реактор, полностью изолированный от посторонних источников нейтронов (естественный фон, спонтанные деления и т.п.). Если каким-либо образом в этот реактор впустить один единственный нейтрон в момент времени $t = 0$, то начинается ветвящийся процесс, т.к. в реакторе уже есть одна частица типа T_1. Вероятности $Q_{\text{в}}^{(1)}(t)$ и $Q_{\text{п}}^{(1)}(t)$ есть вероятности окончания и, соответственно, продолжения ветвящегося процесса в момент времени $t > 0$ в таком «идеальном» реакторе.

Можно предложить другое начало ветвящегося процесса в «идеальном» реакторе:

в момент времени $t = 0$ в реактор каким-либо образом впущен один предшественник запаздывающих нейтронов (частица типа T_2). Тогда можно ввести в рассмотрение соответствующие вероятности $Q_в^{(2)}(t)$, $Q_п^{(2)}(t) = 1 - Q_в^{(2)}(t)$ вырождения и продолжения ветвящегося процесса.

Итак, формулу (2) можно переписать в виде

$$P_0^{(0)}(t) = \exp[-S\gamma(t)], \tag{3}$$

где

$$\gamma(t) = \int_0^t Q_п^{(1)}(\tau)d\tau \ .$$

Вероятность $Q_п^{(1)}(t)$ определяется в соответствии с системой уравнений (5′) в [1] из системы нелинейных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dQ_п^{(1)}}{dt} &= \frac{1}{L}\left\{\frac{k}{\bar{\nu}}\left\{1-\sum_{\nu=0}^{N} r(\nu)\left[1-(1-\beta)Q_п^{(1)}-\beta Q_п^{(2)}\right]^{\nu}\right\}-Q_п^{(1)}\right\}, \\ \frac{dQ_п^{(2)}}{dt} &= \lambda\left(Q_п^{(1)}-Q_п^{(2)}\right) \end{aligned} \tag{4}$$

с начальными условиями

$$Q_п^{(1)}(0) = Q_п^{(2)}(0) = 1. \tag{5}$$

Согласно формуле (3), при $S = 0$, т.е. при отсутствии в реакторе постороннего источника нейтронов, $P_0^{(0)}(t) = 1$ для любого $t \geq 0$. Это означает (что вполне очевидно): *без внешней инициации ветвящегося процесса он никогда не возникнет с вероятностью единица в реакторе с любым коэффициентом размножения*.

Следуя работе [2], можно показать, что в случае неоднородного ветвящегося процесса, т.е. когда k есть функция времени t, система уравнений (4) остается в силе.

ВЕРОЯТНОСТЬ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЯДЕРНОЙ АВАРИИ

Под ядерной аварией здесь и далее понимается неконтролируемый разгон ядерного реактора на мгновенных нейтронах. Такая авария на реакторе происходит, если при коэффициенте размножения на мгновенных нейтронах, равном или больше единице, возникает хотя бы одна незатухающая (бесконечная по времени) цепочка делений. Тогда нейтронная популяция в реакторе неограниченно возрастает за очень короткое время ($\sim L$).

С точки зрения оценки вероятности возникновения ядерной аварии, все цепочки делений, инициируемые нейтронами источника, можно разделить на два дополняющих друг друга класса – класс затухающих (конечных по времени) и класс незатухающих цепочек делений. Вероятность вырождения ветвящегося процесса $P_0^{(0)}(t)$, определенная формулой (3), есть также вероятность того, что все цепочки делений в реакторе в интервале времени $[0, t]$ окажутся затухающими, или вероятность того, что время до появления первой незатухающей цепочки делений (ПНЦД) превысит t, следовательно,

$$\lim_{t\to\infty} P_0^{(0)}(t) = P_0^{(0)}(\infty)$$

есть вероятность того, что незатухающие цепочки делений не возникнут за конечное время.

Если $P_0^{(0)}(\infty) = 0$, то можно говорить о распределении времени до появления ПНЦД. Оно задается функцией распределения $F(t) = P\{\tau \leq t\} = 1 - P_0^{(0)}(t)$. Если $P_0^{(0)}(\infty) \neq 0$, то следует говорить об условном распределении этого времени, при условии, что ПНЦД возникла за конечное время. Это условное распределение задается отношением

$$[1 - P_0^{(0)}(t)]/\ [1 - P_0^{(0)}(\infty)].$$

Таким образом, для плотности распределения времени до появления ПНЦД справедлива формула

$$f(t) = \begin{cases} SQ_{п}^{(1)}(t)e^{-S\gamma(t)}, & P_0^{(0)}(\infty) = 0\ ; \\ \dfrac{SQ_{п}^{(1)}(t)}{1 - P_0^{(0)}(\infty)} e^{-S\gamma(t)}, & P_0^{(0)}(\infty) \neq 0\ . \end{cases} \tag{6}$$

Согласно формулам (3) и (6), поведение функций $P_0^{(0)}(t)$ и $f(t)$ во времени, а следовательно, характер распределения времени до появления ПНЦД (в том числе и в асимптотическом случае при $t \to \infty$) полностью определяется функцией $\gamma(t)$. Эта функция зависит от вероятностей $Q_{п}^{(1)}(0)$ и $Q_{п}^{(2)}(0)$ продолжения ветвящегося процесса в «идеальном» реакторе, являющихся решениями системы уравнений (4) с начальными условиями (5).

Исследование асимптотического поведения функций $Q_{п}^{(1)}(t)$ и $Q_{п}^{(2)}(t)$ при $t \to \infty$ дает представление о некоторых важных физических особенностях ветвящегося процесса рождения и гибели нейтронов в ядерном реакторе. Согласно теории ветвящихся процессов (см. [2]), вероятности

$$q_{в}^{(1)} = 1 - q_{п}^{(1)} = \lim_{t\to\infty} Q_{в}^{(1)}(t)$$

и

$$q_{в}^{(2)} = 1 - q_{п}^{(2)} = \lim_{t\to\infty} Q_{в}^{(2)}(t)$$

есть компоненты вектора $\boldsymbol{q}_{в} = \{q_{в}^{(1)}, q_{в}^{(2)}\}$, который является корнем системы уравнений

$$\rho^{(1)}\,(\Pi^{(1)}, \Pi^{(2)}) = 0,$$
$$\rho^{(2)}\,(\Pi^{(1)}, \Pi^{(2)}) = 0,$$

где $\rho^{(i)}(s)$ – введенные в части 1 этой работы производящие функции плотностей вероятностей перехода изучаемого ветвящегося процесса.

Следовательно, $q_{в}^{(1)}$ и $q_{в}^{(2)}$, а соответственно, и предельные вероятности $q_{п}^{(1)}$, $q_{п}^{(2)}$ могут быть найдены из системы уравнений

$$1 - \pi - q_{в}^{(1)} + \pi\sum_{\nu=0}^{N} r(\nu)\left[(1-\beta)q_{в}^{(1)} + \beta q_{в}^{(2)}\right]^{\nu} = 0,$$
$$q_{в}^{(1)} - q_{в}^{(2)} = 0.$$

Отсюда следует, что $q_{в}^{(1)} = q_{в}^{(2)}$ и, соответственно, $q_{п}^{(1)} = q_{п}^{(2)}$, т.е. вероятность появления незатухающих цепочек делений за конечное время не зависит от того, с какой частицы (типа T_1 или типа T_2) начался ветвящийся процесс в «идеальном» реакторе. Подстановка решения второго уравнения в первое приводит к нелинейному уравнению для $q_{в}^{(1)}$

$$1 - \pi - q_{в}^{(1)} + \pi\sum_{\nu=0}^{N} r(\nu)\left[q_{в}^{(1)}\right]^{\nu} = 0\,, \tag{7}$$

где $\pi = k / \bar{\nu}$ – отношение коэффициента размножения к среднму число вторичных нейтронов, появляющихся при одном акте деления.

Следовательно, вероятность появления незатухающих цепочек делений за конечное время не зависит от доли запаздывающих нейтронов β и времени жизни мгновенных нейтронов L, а определяется только коэффициентом размножения k и распределением $r(\nu)$ полного числа вторичных нейтронов при делении.

Очевидным корнем уравнения (7) является $q_в^{(1)} = 1$. В работе [2] доказано, что если у уравнения (7) существует еще один, отличный от единицы, корень $0 \le q_в^{(1)} < 1$, то он единственен и является искомой вероятностью $q_в^{(1)}$. В этом случае ветвящийся процесс называется *невырождающимся*. Если другого корня, кроме очевидного $q_в^{(1)} = 1$, не существует, то ветвящийся процесс называется *вырождающимся*.

Анализ уравнения (7) показывает, что единственное решение $0 \le q_в^{(1)} < 1$, кроме очевидного, существует только при $k > 1$.

В самом деле, используя факториальные моменты распределения $r(\nu)$ и учитывая, что $\pi = k/\overline{\nu}$, уравнению (7) можно придать более удобный для последующего анализа вид

$$q_n^{(1)}\left\{1+\frac{k}{\overline{\nu}}\sum_{l=1}^{N}(-1)^l\frac{\gamma_l}{l!}\left[q_п^{(1)}\right]^{l-1}\right\}=0, \quad \text{где } \gamma_l=\overline{\nu(\nu-1)\ldots(\nu-l+1)}\,. \qquad (7')$$

Здесь γ_l – факториальный момент l-го порядка распределения $r(\nu)$. Из уравнения (7′) выделяется очевидное решение $q_п^{(1)} = 0$ ($q_в^{(1)} = 1$), а единственное неочевидное решение $q_в^{(1)} \ne 1$ может быть получено приравниванием нулю содержимого фигурных скобок. После ряда преобразований это равенство для $q_в^{(1)} \ne 1$ принимает вид

$$\frac{k-1}{k}=\frac{1}{\overline{\nu}\left(1-q_в^{(1)}\right)}\left\{\sum_{\nu=0}^{N}r(\nu)\left[q_в^{(1)}\right]^{\nu}+\overline{\nu}-1\right\}.$$

Поскольку $\overline{\nu} > 1$, $0 \le r(\nu) < 1$ и, по определению, $0 \le q_в^{(1)} \le 1$, то для существования $q_в^{(1)} \ne 1$ требуется, чтобы правая часть полученного равенства была положительна. Тогда из левой части равенства следует, что для k должно выполняться неравенство $k > 1$.

Таким образом, в подкритическом и критическом «идеальных» реакторах ($k \le 1$) незатухающие цепочки делений не могут возникнуть за конечное время с вероятностью единица. В надкритическом «идеальном» реакторе эти цепочки возникают за конечное время с вероятностью $q_п^{(1)} = 1 - q_в^{(1)} \ne 0$.

Из уравнения (7) видно, что в предположении малости неочевидного решения $q_п^{(1)}$ (близости $q_в^{(1)} \ne 1$ к единице) для его оценки достаточно оставить малое число слагаемых в сумме (например, до степени $q_п^{(1)} \le 2$), т.е. оценивать неочевидное решение $q_п^{(1)}$, например, по формуле

$$q_п^{(1)} \approx \frac{k-1}{k}\bigg/\frac{\overline{\nu(\nu-1)}}{2\overline{\nu}}. \qquad (8)$$

Требуется оценить качество такого «квадратичного» приближения.

На рисунке 1 приведены результаты расчетов по уравнению (7) зависимости $q_в^{(1)}$ от величины k для реактора с ураном-235 ($\overline{\nu}$ = 2.47 [4]) и результаты приближенных оценок по формуле (8).

Данные рисунка приводят к трем утверждениям.

1. Даже при максимально достижимом $k = 2.47$ величина $q_в^{(1)} \ne 0$. Это является следствием того, что $r(0) \ne 0$, т.е. при делении может не выделиться ни одного нейтрона с отличной от нуля вероятностью.

2. При значениях k близких к единице, но превышающих ее (реально при $k \ge 1 + \alpha\beta$, где $0 < \alpha \le 10$, $\beta \approx 0.0065$), вероятность $q_в^{(1)}$ достаточно высока, например, даже при $k = 1.1$, т.е. при надкритичности больше, чем 10β, $q_в^{(1)} \approx 0.9$. Физически это, например,

означает, что из десяти одинаковых «идеальных» реакторов с надкритичностью 10β, в которых полностью исключено влияние внешних источников нейтронов, после начала ветвящегося процесса в среднем только в одном возникнет ПНЦД за конечное время. В остальных девяти такая цепочка делений никогда не возникнет. Таким образом, мы пришли к неочевидному, а может быть даже парадоксальному выводу: *в реакторе без постороннего источника нейтронов начавшийся с одного нейтрона* (*или предшественника запаздывающих нейтронов*) *процесс деления может прекратиться за конечное время с большой вероятностью даже при большой надкритичности* (≈ 10β).

3. «Квадратичное» приближение всегда завышает оценку вероятности прекращения ветвящегося процесса за конечное время, причем, это завышение существенно при больших k и приемлемо при надкритичностях примерно не более 10β.

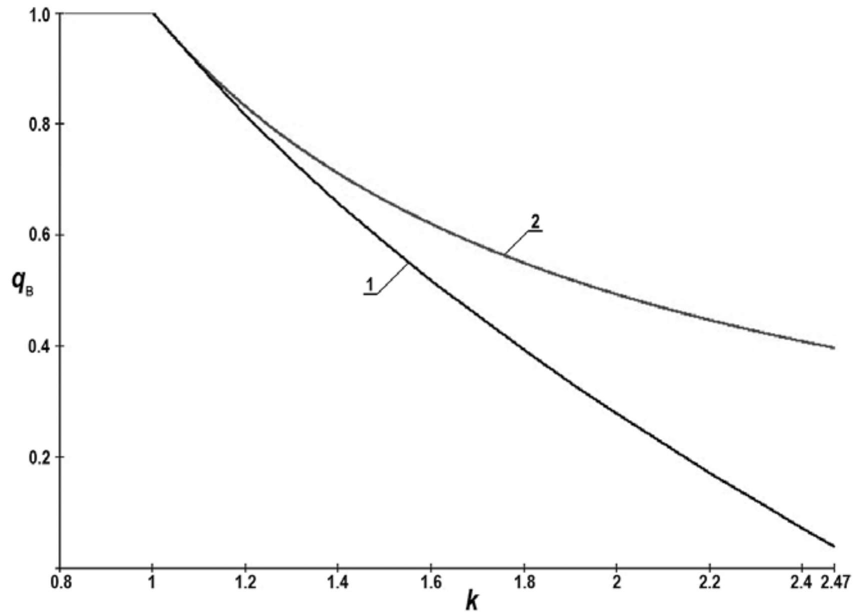

Рис. 1. Вероятность вырождения ветвящегося процесса: 1 – корни уравнения (7); 2 – «квадратичное» приближение по уравнению (8), модель Хансена

Почему же в реальных реакторах все-таки поддерживается цепная реакция деления при $k \le 1$, и даже могут возникать ядерные аварии при $k > 1$? Дело в том, что в любом реальном реакторе всегда присутствуют посторонние источники нейтронов (естественный фон, спонтанные деления, нейтроногенерирующие материалы, специально установленные источники и т.п.), следовательно, в реальном реакторе всегда интенсивность источника $S \ne 0$.

Для того, чтобы понять, что же происходит, вернемся к вероятности $P_0^{(0)}(t)$, для которой получена формула (3), и распределению $f(t)$ времени t до появления ПНЦД, для которого получена формула (6). Пусть случайное событие A_i состоит в том, что в результате попадания i-го нейтрона источника в реакторе возникают цепочки делений. В случае, когда $P_0^{(0)}(\infty) \ne 0$, все цепочки делений на интервале времени $[0, \infty)$ могут оказаться затухающими с вероятностью $P_0^{(0)}(\infty)$. Физически это означает, что если после появления в реакторе очередного i-го нейтрона источника возникшие цепочки делений прекратили свое существование, то после появления последующего i+1-го нейтрона источника цепочки делений могут вообще не возникнуть с вероятностью $P_0^{(0)}(\infty)$. Согласно работе [5], здесь мы имеем дело с возможностью обрыва потока событий A_i ($i = 1, 2, \ldots, \infty$). В этом случае общее число событий A_i конечно и имеет геометрическое распределение.

При достаточно большой интенсивности источника S вероятность $P_0^{(0)}(\infty)$ очень мала, и общее число событий A_i в случае обрыва потока, хотя и конечно, очень велико. При $P_0^{(0)}(\infty) = 0$ обрыва потока событий A_i не происходит с вероятностью единица, и процесс деления может продолжаться бесконечно долго. Распределение времени между появлениями событий A_i в обоих случаях задается формулой (6). При этом нужно помнить, что в случае $P_0^{(0)}(\infty) \neq 0$ это распределение условно относительно обрыва потока событий. При постоянном источнике нейтронов (пусть даже малой интенсивности S) и при $P_0^{(0)}(\infty) \neq 0$ после очередного потока событий A_i по мере поступления в реактор новых нейтронов источника с вероятностью $1 - \exp(-St)$ через время t возобновляется новый поток этих событий. И так процесс деления может продолжаться бесконечно долго.

В соответствии с формулой (3) и определением функции $\gamma(t)$, асимптотическое поведение при $t \to \infty$ вероятности $P_0^{(0)}(t)$ полностью определяется полученными предельными вероятностями $q_в^{(1)}$ и $q_п^{(1)}$ вырождения и продолжения ветвящегося процесса соответственно. Так, в случае $k \leq 1$, $q_п^{(1)} = 0$. Следуя работе [2], нетрудно показать, что $Q_п^{(1)}(t) \to 1/t^{1+\delta}$ при $t \to \infty$, причем $\delta > 0$, когда $k < 1$, и $\delta = 0$, когда $k = 1$.

Тогда асимптотическое поведение функций $\gamma(t)$ и $P_0^{(0)}(t)$ при $t \to \infty$ таково: при $k < 1$ $\gamma(t) \to C$ и $P_0^{(0)}(\infty) = \exp(-SC) \neq 0$; при $k = 1$ $\gamma(t) \to \ln t$ и $P_0^{(0)}(\infty) = 0$. В случае, когда $k > 1$, $q_п^{(1)} \neq 0$ и при $t \to \infty$ $P_0^{(0)}(t) \to \exp(-Sq_п^{(1)}t)$, т.е. $P_0^{(0)}(\infty) = 0$.

Таким образом, в реальном реакторе со всегда имеющимся посторонним источником нейтронов цепная реакция деления в общих чертах протекает следующим образом. При $k < 1$ цепочки делений конечны с вероятностью единица, и возникают «цугами». Распределение времени между моментами появления цепочек делений внутри цуга определяется интенсивностью источника S и вероятностью продолжения ветвящегося процесса $Q_п^{(1)}(t)$. Распределение времени между цугами определяется только интенсивностью источника S. При $k \geq 1$ цепочки делений возникают равномерно во времени, причем, в случае $k = 1$ все они конечны с вероятностью единица.

Как и в работе [6], определим *вероятность возникновения ядерной аварии* к моменту времени t как вероятность $1 - P_0^{(0)}(t)$ возникновения ПНЦД в интервале времени $[0, t]$ при условии, что к моменту времени $t = 0$ в реакторе *несанкционированно* реализовались такие условия размножения, что $k > 1$ при $t \geq 1$. Согласно изложенному, эта вероятность определяется интенсивностью источника нейтронов S и вероятностью $Q_п^{(1)}(t)$ продолжения ветвящегося процесса после момента времени t, если он начался с одного нейтрона.

Чтобы вычислить вероятность возникновения ядерной аварии, необходимо решить систему нелинейных дифференциальных уравнений (4) с переменными коэффициентами (если k зависит от t) с начальными условиями (5). Решение этой системы представляет определенные вычислительные трудности, поэтому требуются ее разумные приближения. Например, можно пренебречь запаздывающими нейтронами (положить $\beta = \lambda = 0$, а соответственно, $Q_п^{(2)}(t) = 0$). Тогда система уравнений (4) трансформируется в одно нелинейное дифференциальное уравнение для $Q_п^{(1)}(t)$, которое (с использованием факториальных моментов γ_l распределения $r(\nu)$) удобно записать в виде

$$\frac{dQ_п^{(1)}}{dt} = \frac{1}{L}\left\{\frac{k}{\bar{\nu}}\left[1 - \sum(-1)^l \frac{\gamma_l}{l!}\left(Q_п^{(1)}\right)^l\right] - Q_п^{(1)}\right\}. \tag{9}$$

Начальное условие остается прежним:

$$Q_п^{(1)}(0) = 1. \tag{10}$$

Дальнейшее упрощение можно провести, например, пренебрегая высокими степенями в сумме правой части уравнения (9), если есть уверенность, что $Q_п^{(1)}(t)$ не слишком велико. В силу начального условия, это можно сделать, если достаточно знать решение $Q_п^{(1)}(t)$ при больших t.

АНАЛИЗ МОДЕЛИ ХАНСЕНА

Модель Хансена [6] широко применялась для оценок вероятностей ядерных аварий в радиохимических производствах [7], а также при обосновании физических характеристик импульсных ядерных реакторов [8]. В ней существенно используются распределение $f(t)$ времени до ПНЦД и моменты этого распределения. Как видно из формулы (6), полученное здесь распределение существенно отличается от такого же распределения, полученного Хансеном. В модели Хансена никак не учитывается возможность остановки ветвящегося процесса, поэтому по его модели

$$f(t) = S \cdot Q_п^{(1)}(t) \cdot \exp\{-S\gamma(t)\}.$$

Для оценок вероятностей ядерной аварии и моментов распределения времени до возникновения ядерной аварии при $k \geq 1$ это выражение справедливо. Однако следует помнить, что при $k < 1$ полных моментов распределения времени до появления ПНЦД не существует, а можно говорить только об условных моментах этого распределения при условии, что ПНЦД появится за конечное время. Вероятность этого события есть $1 - P_0^{(0)}(\infty)$ и очень мала при малом S.

Рассмотрим уравнение (9) с начальным условием (10). Допустим, при достаточно больших t значения $Q_п^{(1)}(t)$ настолько малы, что можно в сумме правой части уравнения оставить только степени $Q_п^{(1)}(t)$ не выше второй. Тогда оценку $Q_п^{(1)}(t)$ можно сделать по уравнению

$$\frac{dQ_п^{(1)}}{dt} = \frac{k-1}{L} Q_п^{(1)} - \frac{k}{L} \frac{\overline{\nu(\nu-1)}}{2\overline{\nu}} \left[Q_п^{(1)}\right]^2$$

с начальным условием (10). Видно, что это уравнение и соотношение (8) для оценки предельной вероятности $q_п^{(1)}$ полностью идентичны результатам, полученным по модели Хансена.

Таким образом, модель Хансена

– является «квадратичным» приближением построенной здесь общей модели ветвящегося процесса для оценки вероятности возникновения ядерной аварии;

– справедлива для малых значений вероятности продолжения ветвящегося процесса, т.е. для достаточно больших времен после реализации условий ($k > 1$) возникновения ядерной аварии;

– завышает оценки вероятности прекращения ветвящегося процесса, а соответственно, занижает оценки вероятности возникновения ядерной аварии (см. рис.1).

Поскольку ядерные аварии – быстропротекающие процессы, и оценки вероятности их возникновения должны проводиться с запасом, то становится ясно, что оценки вероятности возникновения ядерной аварии предпочтительнее проводить по построенной здесь общей модели.

Литература

1. *Волков Ю.В.* Стохастическая теория ядерных реакторов нулевой мощности. Часть 1. Физическая и математическая модели // Известия вузов. Ядерная энергетика. №4, 2013. –С. 127-134.

2. *Севастьянов Б.А.* Ветвящиеся процессы. – М.: Наука, 1971.

3. *Судэк Г.* Проблемы кинетики реактора. В сб. Теория ядерных реакторов. – М.: Госатомиздат, 1963.

4. *Уриг Р*. Статистические методы в физике ядерных реакторов. – М.: Атомиздат, 1974.

5. *Гнеденко Б.В.*, *Коваленко И.Н.* Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Наука, 1966.

6. *Hansen G.E.* Assembly of Fissionable Material in the Presence of a Weak Neutron Source // Nucl. Sci. Eng. 1960. Vol. 8, pp. 709-719.

7. .*Hankins D.E.* Effect of Reactivity Addition Rate and of Weak Neutron Source on the Fission Yield of Uranium Solutions // Nucl. Sci. Eng. 1966. Vol. 26. pp. 110-116.

8. *Шабалин Е.П.* Импульсные реакторы на быстрых нейтронах. – М.: Атомиздат, 1976.

Поступила в редакцию 24.09.2013 г.

Автор

Волков Юрий Васильевич, доктор техн. наук, профессор
E-mail: yuvolkov@iate.obninsk.ru

UDC 621.039.516

STOCHASTIC THEORY OF ZERO POWER NUCLEAR REACTORS. PART 2. PROBABILITY OF DEGENERATION FOR A BRANCHING PROCESS AND SOME ISSUES OF ESTIMATING THE PROBABILITY OF A NUCLEAR ACCIDENT

Volkov Yu.V.

Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, National Research Nuclear University «MEPhI». 1, Studgorodok, Obninsk, Kaluga reg., 249040 Russia

ABSTRACT

A formula has been derived to estimate the degeneration probability in which the conditional probability that the fission process will not stop by the time *t* is determined by using a system of non-linear differential equations presented in the paper. It follows from the formula that whatever the breeding ratio, a branching process with a probability of one will never arise in a nuclear reactor without an external excitation.

A general relationship has been found for an asymptotic value of probability that the fission process will stop in the nuclear reactor. It has been shown that Hansen's model is a quadratic approximation of the general model and always overestimates this probability.

The paper presents a theoretical analysis which shows that Hansen's model underestimates the probability of a nuclear accident as compared to the estimates derived by using the general model presented in the paper.

Key words: branching process, degeneration probability, neutron population, uncontrolled reactor power excursion due to prompt neutrons, nuclear accident, model, fission process, self-sustaining fission chain reaction.

REFERENCES

1. Volkov Yu. V. *Stohasticheskaja teorija jadernyh reaktorov nulevoj moshhnosti. Chast' 1. Fizicheskaja i matematicheskaja modeli* [Stochastic Theory of Zero Power Nuclear Reactors. Part 1. Physical and Mathematical Models]. *Izvestiya vuzov. Yadernaya rnergetika*. 2013, no.4, pp. 127-134.

2. Sevast'yanov B. A. *Vetvjashhiesja processy* [Branching Processes]. Moscow, Nauka Publ., 1971. (in Russian)

3. Sudek G. *Problemy kinetiki reaktora. V sb. Teorija jadernyh reaktorov* [Aspects of Reactor Kinetics. In Reactor Theory] Moscow, Gosatomizdat Publ., 1963. (in Russian)

4. Uhrig R. *Statisticheskie metody v fizike jadernyh reaktorov* [Statistical Methods in Reactor Physics]. Moscow, Atomizdat Publ., 1974. (in Russian)

5. Gnedenko B. V., Kovalenko I. N. *Vvedenie v teoriju massovogo obsluzhivanija* [Introduction to Queueing Theory]. Moscow, Nauka Publ., 1966. (in Russian)

6. *Hansen G.E.* Assembly of Fissionable Material in the Presence of a Weak Neutron Source. *Nucl. Sci. Eng*. 1960, v. 8, pp. 709-719.

7. *Hankins D.E.* Effect of Reactivity Addition Rate and of Weak Neutron Source on the Fission Yield of Uranium Solutions. *Nucl. Sci. Eng*. 1966, v. 26, pp. 110-116.

8. Shabalin E.P. *Impul'snye reaktory na bystryh nejtronah* [Fast Neutron Pulsed Reactors]. Moscow, Atomizdat Publ., 1976. (in Russian)

Author

Volkov Yurij Vasil'evich, Professor, Dr. Sci. (Engineering)
E-mail: yuvolkov@iate.obninsk.ru