

自动控制理论——滤波

Python 综合应用与仿真考察

2025 年 12 月 11 日

说明：本测试旨在考察将 PPT 中的状态估计理论（卡尔曼滤波、扩展卡尔曼滤波、无迹卡尔曼滤波、粒子滤波）转化为 Python 计算代码和解决实际工程问题的能力。请结合理论知识及 Python 编程完成以下开放性题目。

题目 1：异步多传感器融合与“隧道效应” (KF/EKF)

题目背景：在自动驾驶定位系统中，你需要融合两类传感器数据：

- **GNSS (全球导航卫星系统)：**提供绝对位置 (x, y) ，精度低 ($\sigma = 3m$)，更新频率低 (1Hz)，且存在**信号中断区域**（隧道）。
 - **IMU (惯性测量单元)：**提供加速度 (a_x, a_y) 和角速度 ω ，精度高但在积分时会产生漂移，更新频率高 (100Hz)。
1. **滤波器设计：**编写一个融合滤波器（建议使用 **Error-State Kalman Filter, ESKF** 或松耦合 EKF）。
 2. **异步更新实现：**要求必须处理 100Hz 的预测 (IMU) 和 1Hz 的更新 (GNSS)，不能简单地将两者降采样到同一频率。
 3. **仿真验证：**
 - 模拟车辆行驶轨迹，并生成带有噪声的 IMU 和 GNSS 数据。
 - 人为制造一段 10 秒的 GNSS 信号完全丢失（即测量值置为空或不可信），模拟“隧道效应”。
 4. **评估与分析：**
 - 当 GNSS 信号消失时，滤波器应该如何操作？此时协方差矩阵 P 会发生什么变化？
 - 在隧道期间，纯靠 IMU 积分的位置会漂移，你的滤波器能在 10 秒后将漂移控制在什么范围内？

题目 2：未知的空气阻力系数 (Augmented UKF)

题目背景：你需要跟踪一个高空再入的物体（如返回舱）。其运动受重力和空气阻力影响，阻力公式为 $F_d = -\frac{1}{2}\rho v^2 C_d A$ 。难点在于，阻力系数 C_d 是未知的，且可能随着物体的姿态发生缓慢变化。

1. **状态增广：**使用 无迹卡尔曼滤波器 (UKF) 实现联合估计，将未知的参数 C_d 加入状态向量，即 $x = [p_x, p_y, v_x, v_y, C_d]^T$ 。
2. **参数演变模型：** C_d 在状态方程中应如何建模？（通常假设为随机游走模型 $\dot{C}_d = 0 + \text{noise}$ ）。
3. **仿真验证：**
 - 生成一组真实数据，其中 C_d 从 0.5 缓慢线性变化到 0.7。
 - 仅使用雷达提供的位置 (p_x, p_y) 作为观测。
4. **难点分析：**由于系统对 C_d 极为敏感，讨论 UKF 的 Sigma 点选择（参数 α, β, κ ）和初始协方差 P 的设定对滤波器收敛性的影响。

题目 3：复杂环境下的多目标跟踪与数据关联 (GNN-KF)

题目背景：雷达监测空域，屏幕上有两架飞机交叉飞过。雷达每一帧会返回若干个点迹（检测点）。问题在于雷达不仅有噪声，还有虚警 (Clutter/False Alarms)，而且雷达不知道哪个点属于飞机 A，哪个属于飞机 B。

1. **系统实现：**实现一个全局最近邻 (Global Nearest Neighbor, GNN) 卡尔曼滤波器组。你需要维护一个滤波器的列表 (List of KFs)，而不是单个滤波器。
2. **数据生成：**模拟两架飞机以不同角度交叉飞行。每一帧额外生成 2-3 个随机分布的噪声点（虚警）。
3. **数据关联算法：**在滤波更新步之前，计算预测位置与所有观测点之间的马氏距离 (Mahalanobis Distance)。使用匈牙利算法 ('`scipy.optimize.linear_sum_assignment`')。
3. **轨迹管理逻辑：**设计逻辑：如果一个点连续几帧无法关联到现有轨迹，则视为新目标；如果一个轨迹连续几帧没有观测更新，则删除该轨迹。
4. **难点讨论：**当两架飞机靠得很近时，观测点可能会被错误分配 (ID Switch)。如何调整过程噪声 Q 或关联门限来缓解这个问题？

题目 4：绑架机器人与对称环境 (Particle Filter)

题目背景：地图是一个完全对称的“回”字形走廊，或者是四个完全相同的房间。机器人装备了激光雷达（模拟为到墙壁的距离）。

1. **多峰分布维持：**机器人被“绑架”（随机放置），由于环境对称，使用粒子滤波器 (Particle Filter) 使粒子迅速汇聚成**两簇或四簇**可能的分布（即机器人“认为”自己可能在房间 A，也可能在房间 C）。
2. **消歧实验：**控制机器人从对称区域移动到非对称区域（例如某个房间多了一根柱子）。观察并记录粒子群如何从多峰分布塌缩到单峰分布（唯一解）。
3. **自适应算法：**实现 **KLD-Sampling (Kullback-Leibler Divergence)** 的简化版（自适应粒子数）。
 - 当粒子非常分散时（迷路），使用较多粒子。
 - 当粒子高度集中时（自信），自动减少计算量，使用较少粒子。
4. **理论对比：**标准的 KF/EKF 为什么无法处理这种多峰分布？如何通过计算有效粒子数 N_{eff} 来检测粒子是否过于集中？

题目 5：鲁棒滤波——抗野值干扰 (Robust EKF)

题目背景：无人机使用气压计测量高度。通常情况下气压计噪声符合高斯分布。但是，当有阵风或经过建筑物边缘时，气压计会产生巨大的**非高斯尖峰 (Outliers)**。普通的卡尔曼滤波器对这些尖峰非常敏感，会导致高度估计瞬间跳变，进而导致控制系统震荡。

1. **算法设计：**实现一个带有 χ^2 检验（卡方检验）门控的鲁棒 EKF。
2. **数据构造：**生成平滑的高度正弦波，加入高斯噪声。然后随机加入 5% 的大幅度野值（例如误差是正常标准差的 10 倍）。
3. **门控逻辑：**在更新步骤前，计算新息 (Innovation) 的归一化平方误差 (NIS)：

$$\epsilon_k = \tilde{y}_k^T S_k^{-1} \tilde{y}_k$$

4. **抗差策略：**设定阈值（查阅卡方分布表，如 95% 或 99% 置信区间）。如果 ϵ_k 超过阈值（说明该测量大概率是野值），则**拒绝执行更新步骤**（只做预测），或者**极大地膨胀测量噪声矩阵 R** （降低该测量的权重）。
5. **对比分析：**画图对比标准 EKF 和你的鲁棒 EKF 在面对野值时的表现。讨论如果拒绝了所有的测量，滤波器会发生什么？如何平衡“拒绝野值”和“接受动态变化”？