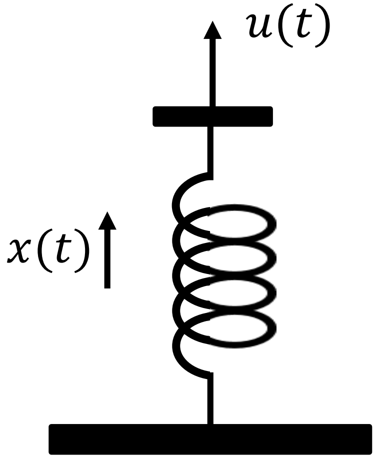
自动控制理论——拉氏变换

胡标

目录
Contents

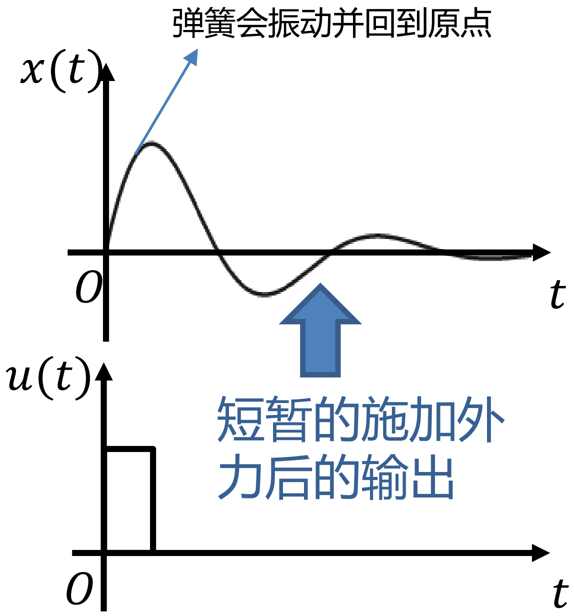
动态系统的本质 – 卷积

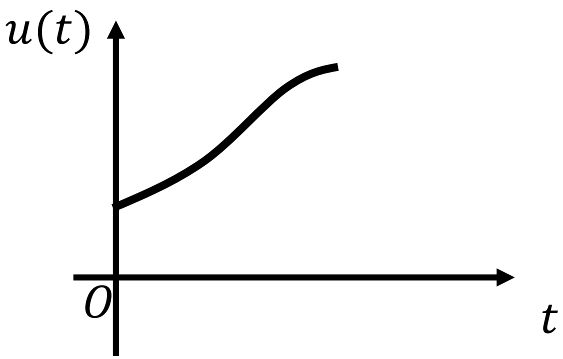
- 线性时不变系统：输入与输出之间是**卷积（Convolution）**关系
- 例子：欠阻尼弹簧系统



$u(t)$：外力(系统输入)

$x(t)$：位移(系统输出)

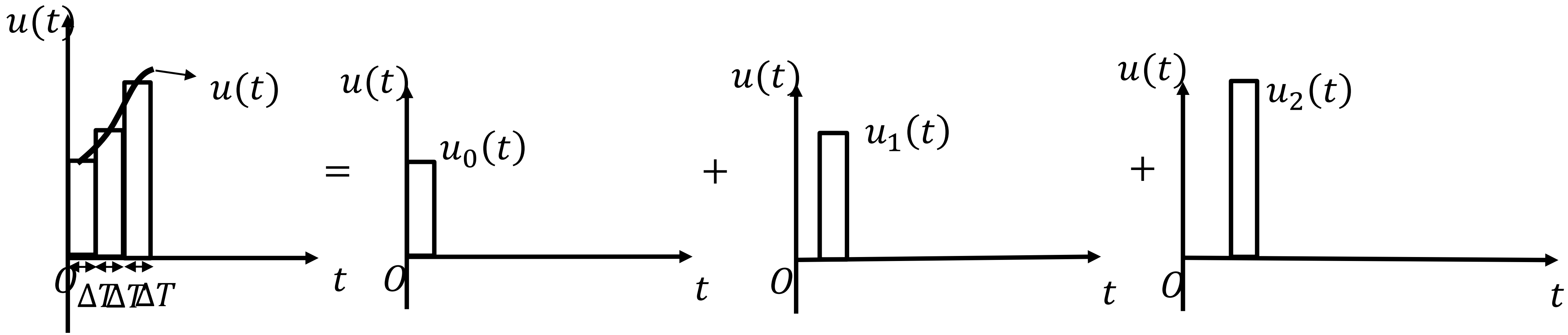




问题：连续的外力输入施加会产生什么效果？

中国农业大学
China Agricultural University

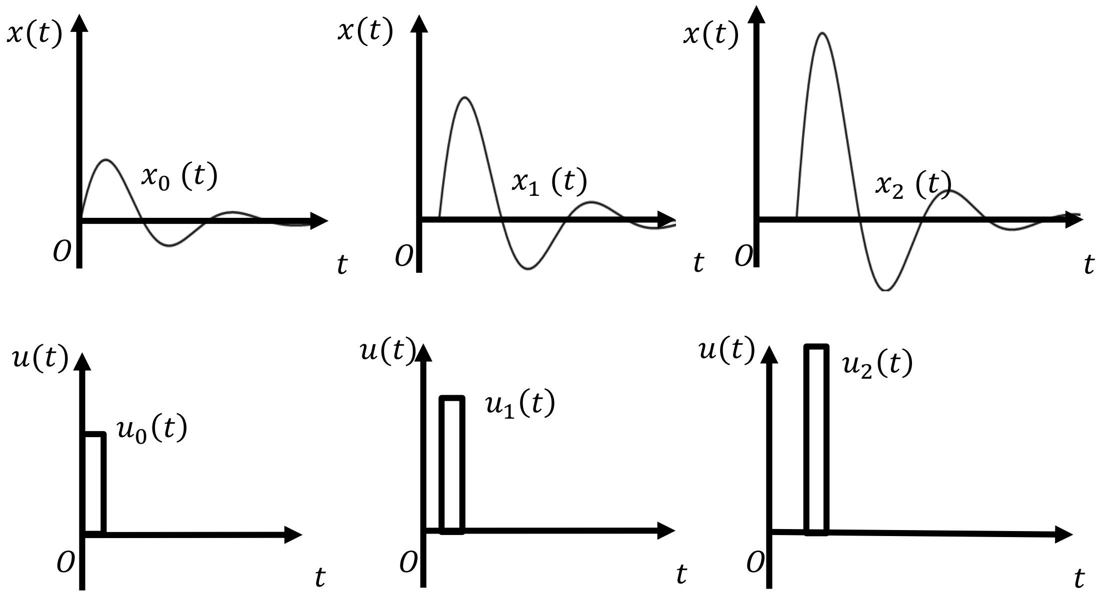
- 考虑一小段连续的输入信号，做如下处理：
  - 将其考虑为三个离散输入的叠加
  - 这三块离散性输入分别为$u_0(t)$，$u_1(t)$和$u_2(t)$，间隔为ΔT



如上图所示，这样的处理将连续问题转化为离散问题并进行分析

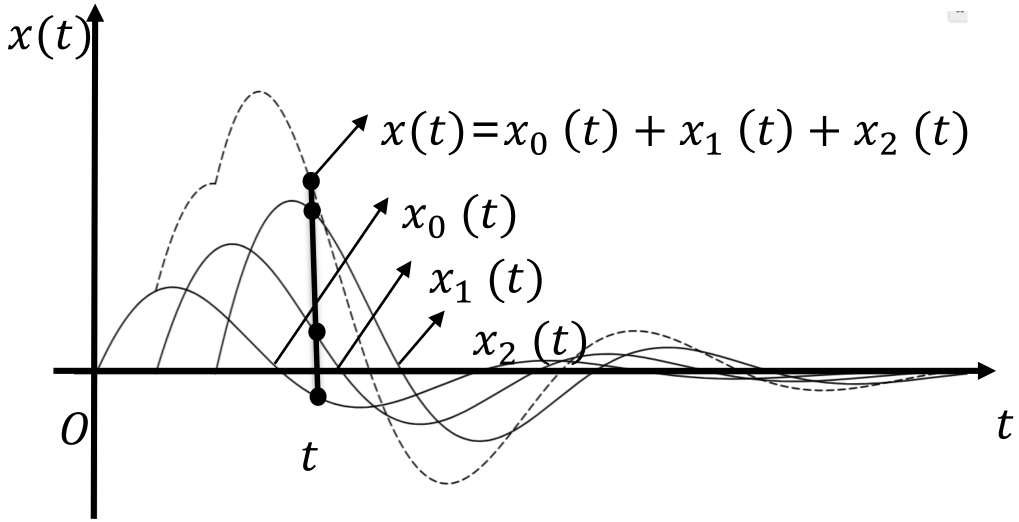
卷积推导 －离散输入的单独作用

- 考虑每一个小段单独施加在系统上的表现
- 对于线性时不变系统，这三个输出的形状相同，只是存在**延迟**和**幅度**上的差别



- 当三个输入叠加作用在系统上时，系统的输出则为**三部分之和**：

$$\boxed{x(t) = x_0(t) + x_1(t) + x_2(t)}$$

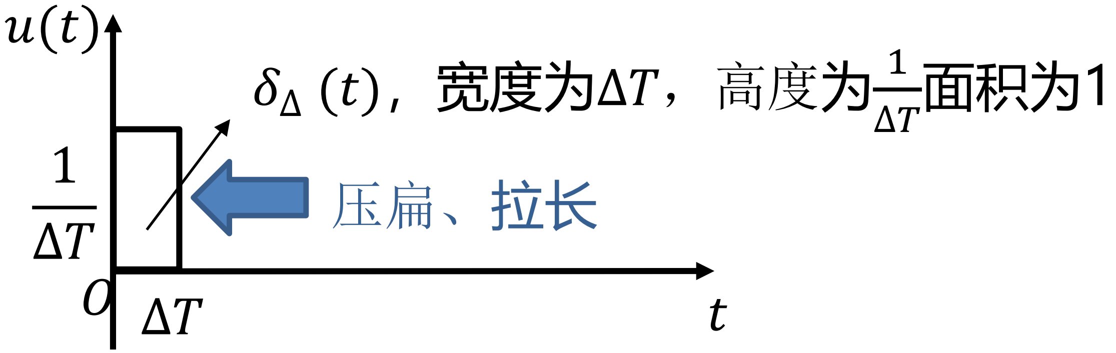


卷积推导 – 单位冲激函数

- 引入**单位冲激函数（Unit Impulse）**，也称为**狄拉克函数（Dirac Delta）**

定义为：$\begin{cases} \delta(t)=0, & t\neq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1 \end{cases}$

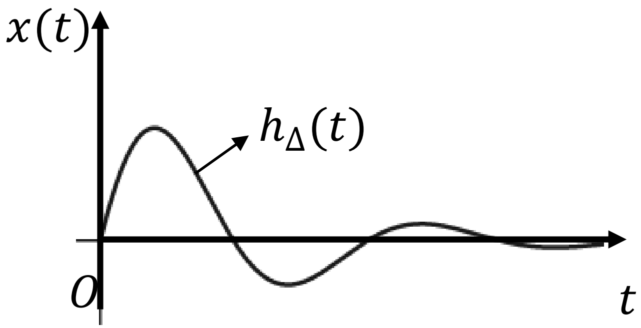
- 从离散形式入手考虑



$$\boxed{\lim_{\Delta T\to 0}\delta_\Delta(t)=\delta(t)}$$

卷积推导 – 单位冲激响应与推广

- 当$\delta_\Delta(t)$作用在上述弹簧系统上时，定义系统对其响应为$h_\Delta(t)$



输入		输出
$\delta_\Delta(t)$	$\longrightarrow$	$h_\Delta(t)$

根据线性时不变系统的性质:

$$A\delta_\Delta(t-T) \longrightarrow Ah_\Delta(t-T)$$

A倍单位面积的$\delta_\Delta(t)$在延迟了T之后作用到系统上的系统输出为A倍单位面积的$h_\Delta(t)$在延迟了T

卷积推导 – 离散形式

- 当$\delta_\Delta(t)$作用在上述弹簧系统上时，定义系统对其响应为$h_\Delta(t)$

输入 输出

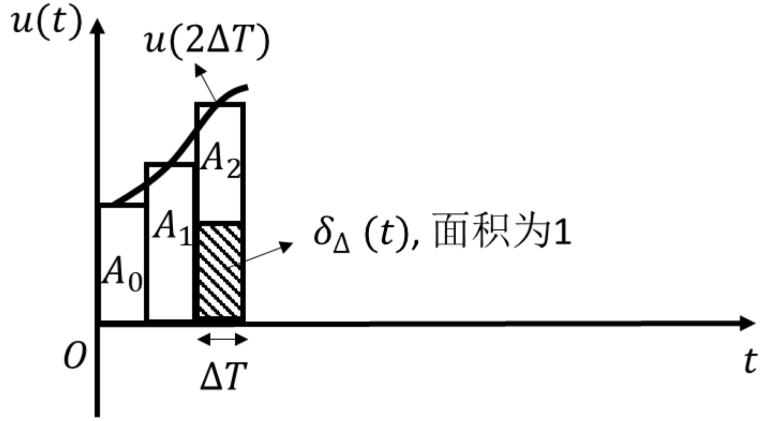
$$\delta_\Delta(t) \longrightarrow h_\Delta(t)$$

根据线性时不变系统的性质：

$$A\delta_\Delta(t-T) \longrightarrow Ah_\Delta(t-T)$$

A倍单位面积的$\delta_\Delta(t)$在延迟了T之后作用到系统上

系统输出为A倍单位面积的$h_\Delta(t)$延迟了T



输入 输出

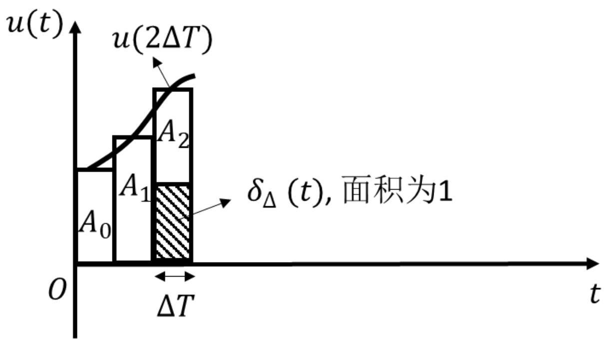
$$\begin{cases} u_0\ (t) = u(0)\Delta T\delta_\Delta(t) \\ u_1(t) = u(\Delta T)\Delta T\delta_\Delta(t-\Delta T) \\ u_2(t) = u(2\Delta T)\Delta T\delta_\Delta(t-2\Delta T) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0\ (t) = u(0)\Delta Th_\Delta(t) \\ x_1(t) = u(\Delta T)\Delta Th_\Delta(t-\Delta T) \\ x_2(t) = u(2\Delta T)\Delta Th_\Delta(t-2\Delta T) \end{cases}$$

$$x(t) = u(0)\Delta Th_\Delta(t) + u(\Delta T)\Delta Th_\Delta(t-\Delta T) + u(2\Delta T)\Delta Th_\Delta(t-2\Delta T)$$

$$\boxed{x(t) = \sum_{i=0}^{2} u(i\Delta T)\Delta Th_\Delta(t-i\Delta T)}$$

离散形式卷积

卷积推导 – 连续形式



将ΔT缩小，划成$(n+1)$个小区域块

$$x(t)=\sum_{i=0}^{2}u(i\Delta T)\Delta T h_\Delta(t-i\Delta T)$$

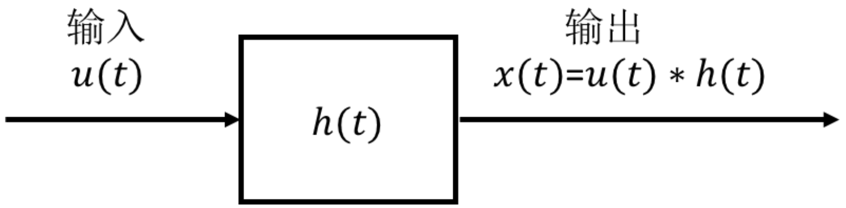
$$x(t)=\sum_{i=0}^{n}u(i\Delta T)\Delta T h_\Delta(t-i\Delta T)$$

进一步缩小ΔT，令$\Delta T\to 0$

$$x(t)=\lim_{\Delta T\to 0}\sum_{i=0}^{n}u(i\Delta T)\Delta T h_\Delta(t-i\Delta T)$$

$$=\int_0^t u(\tau)\,h(t-\tau)\mathrm{d}\tau=u(t)*h(t)$$

$h(t)$是系统对冲激函数$\delta(t)$的**冲激响应（Impulse Response）**

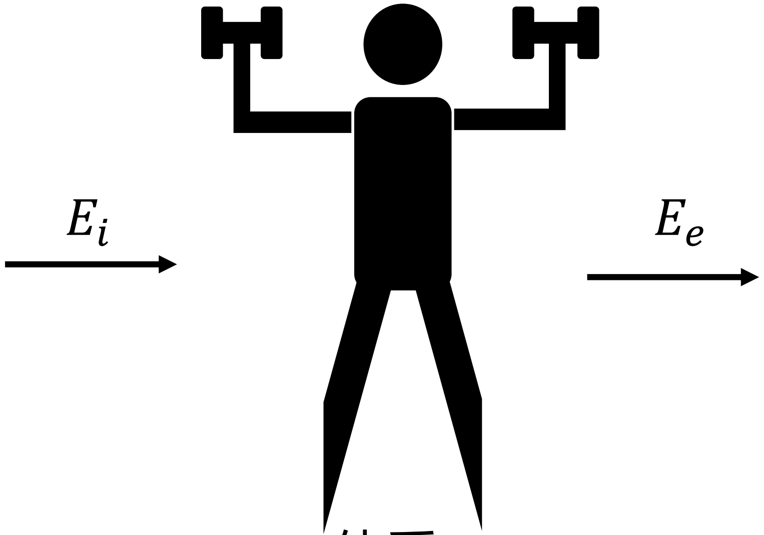


线性时不变系统输入与输出之间的卷积关系，
单位冲激响应可以完全地定义线性时不变系统

动态系统与微分方程 – 举例

- 使用微分方程可以直接描述动态系统输入与输出之间的卷积关系

例：体重控制



体重　热量摄入　热量消耗

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \frac{E_i - E_e}{7000}$$

劳动强度系数　基础代谢率

$$E_e = E_a + \alpha P$$

$$P = 10m + 6.25h - 5a + S$$

性别系数
男性：$S = 5$
女性：$S = -161$

身高　年龄

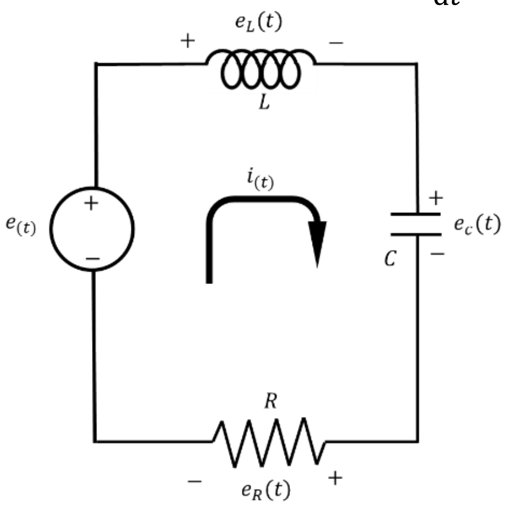
$$7000\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} + 10\alpha m = E_i - E_a - \alpha(6.25h - 5a + S)$$

动态系统与微分方程 – 电路系统

- 使用微分方程可以直接描述动态系统输入与输出之间的卷积关系。

例：电路网络

电感电压：$e_L(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$



电容电压：$e_c(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,\mathrm{d}t$

电阻电压：$e_R(t) = i(t)R$

基尔霍夫电压定律(Kirchhoff's Voltage Law):

沿着闭合回路的所有电动势的代数和等于所有电压降的代数和

$$e_L(t) + e_c(t) + e_R(t) - e(t) = 0$$

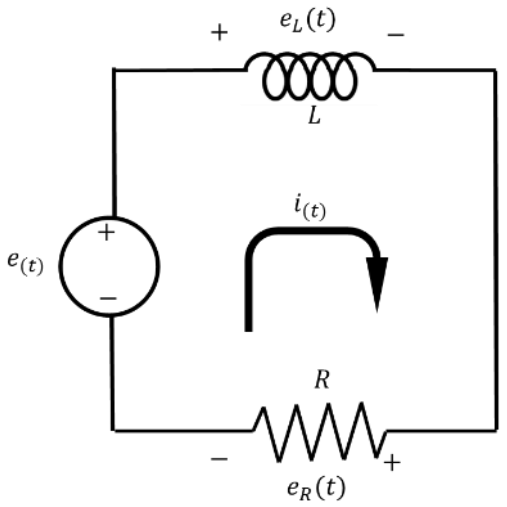
$$\Downarrow$$

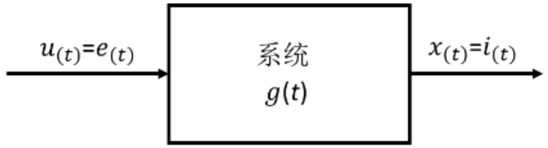
$$L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,\mathrm{d}t + i(t)R - e(t) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}^2 i(t)}{\mathrm{d}t^2} + R\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}i(t)$$

- **拉普拉斯变换**：将时域上的函数$f(t)$转换成一个复数域上的函数$F(s)$
- **例子：**





动态系统：$e(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + Ri(t)$

定义：　输入：$u(t) = e(t)$

　　　　输出：$x(t) = i(t)$

卷积关系： $x(t) = u(t) * g(t) = \int_0^t u(\tau)\, g(t-\tau)d\tau$

直接求解微分方程或卷积的过程会非常复杂，因此需要引入数学工具 --- 拉普拉斯变换

目录
Contents

拉普拉斯变换的定义

定义: 对实变量函数 $f(t)$, 若积分 $\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$ 绝对收敛, 则定义该积分式为其拉普拉斯变换, 简称拉氏变换, 记为

$$\boxed{F(s)=L[f(t)]=\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t}$$

记拉普拉斯逆变换为

$$f(t)=L^{-1}[F(s)]$$

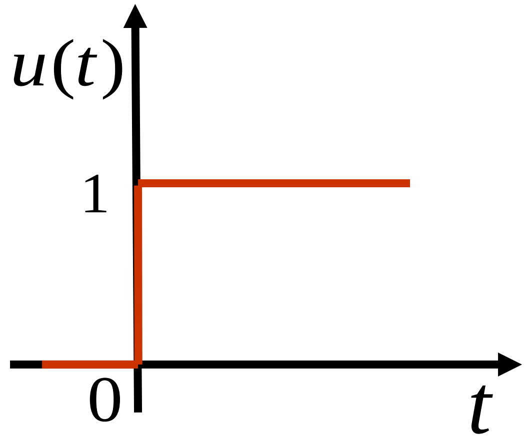
$F(s)$—拉普拉斯变换的像函数

$f(t)$—拉普拉斯变换的像原函数

拉普拉斯变换的定义

例 单位阶跃函数 $u(t)=\begin{cases}1 & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$ **常值函数** $g(t)=\begin{cases}1 & t\geq 0\\ 1 & t<0\end{cases}$

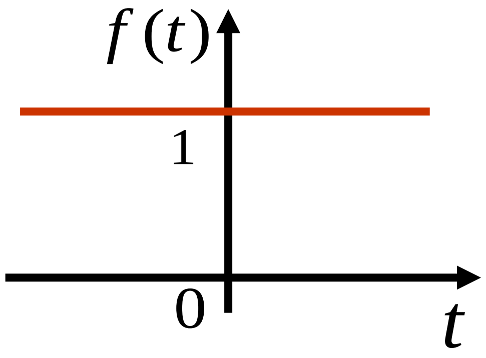
求函数的拉氏变换



解:

$$L[u(t)]=\int_0^{+\infty}u(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=\int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=\frac{1}{-s}\mathrm{e}^{-st}\Big|_0^{+\infty}=\frac{1}{s}$$

$$L[g(t)]=\int_0^{+\infty}g(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=\int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=\frac{1}{s}$$



问题：为什么两个函数的拉氏变换结果是一样的?

目录

Contents

1. 线性性质

若$F_1(s)=L[f_1(t)]$　$F_2(s)=L[f_2(t)]$ 对于常数α和β 有

$$L[\alpha f_1(t)+\beta f_2(t)]=\alpha F_1(s)+\beta F_2(s)$$

$$L^{-1}[\alpha F_1(s)+\beta F_2(s)]=\alpha L^{-1}[F_1(s)]+\beta L^{-1}[F_2(s)]$$

证明

$$L[\alpha f_1(t)+\beta f_2(t)]=\int_0^{+\infty}[\alpha f_1(t)+\beta f_2(t)]\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$$

$$=\alpha\int_0^{+\infty}f_1(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t+\beta\int_0^{+\infty}f_2(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$$

$$=\alpha F_1(s)+\beta F_2(s)$$

微分性质

用分部积分法对 *f*(*t*) 拉氏变换

$$L[f(t)]=\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$$

$$=f(t)\frac{\mathrm{e}^{-st}}{-s}\Bigg|_0^{+\infty}-\int_0^{+\infty}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\right]\frac{\mathrm{e}^{-st}}{-s}\mathrm{d}t=\frac{f(0)}{s}+\frac{1}{s}L\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\right]$$

对 *f*(*t*) 的二次微分，定义 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)=h(t)$则

$$L\left[\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}f(t)\right]=L\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}h(t)\right]=sL[h(t)]-h(0)=sL\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\right]-f'(0)$$

$$=s^2F(s)-sf(0)-f'(0)$$

对于*f*(*t*)的 *n*阶导数，即拉氏变换的微分性质为

$$L\left[\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n}f(t)\right]=s^nF(s)-s^{n-1}f(0)-s^{n-2}f^{(1)}(0)-\cdots-sf^{(n-2)}(0)-f^{(n-1)}(0)$$

当函数*f*(*t*)及其导函数的初值满足 $f(0)=f'(0)=\cdots=f^{(n-1)}(0)=0$

(即零初始条件)时, 微分性质可简化为

$$\boxed{L\left[\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n}f(t)\right]=s^nF(s)}$$

积分性质

记函数 $f(t)$ 拉氏变换为 $L[f(t)]=F(s)$，其积分的拉氏变换为

$$L\left[\int f(t)\mathrm{d}t\right]=\int_0^{+\infty}\left[\int f(t)\mathrm{d}t\right]\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=\left[\int f(t)\mathrm{d}t\right]\frac{\mathrm{e}^{-st}}{-s}\Bigg|_0^{+\infty}-\int_0^{+\infty}f(t)\frac{\mathrm{e}^{-st}}{-s}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{s}\int f(t)\mathrm{d}t\Big|_{t=0}+\frac{1}{s}\int_0^{+\infty}f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=\frac{1}{s}\int f(t)\mathrm{d}t\Big|_{t=0}+\frac{F(s)}{s}$$

若函数满足条件 $\int f(t)\mathrm{d}t\Big|_{t=0}=0$ 则积分性质可简化为

$$\boxed{L\left[\int f(t)\mathrm{d}t\right]=\frac{F(s)}{s}}\qquad\boxed{L\left[\underbrace{\int\int\cdots\int}_{n次} f(t)\mathrm{d}t\right]=\frac{F(s)}{s^n}}$$

技巧：微分性质的应用比积分性质更为简洁，在系统分析中，尽可能用微分性质

初值定理

记函数 $f(t)$ 拉氏变换为 $L[f(t)]=F(s)$ ，如果极限 $\lim\limits_{s\to\infty} sF(s)$ 存在, 且 $f(t)$ 不包含脉冲函数，则拉氏变换的初值定理

$$\boxed{f(0)=\lim_{t\to 0} f(t)=\lim_{s\to\infty} sF(s)}$$

初值定理建立了原函数 $f(t)$ 在时刻 $t=0$ 值与象函数当 $s\to\infty$ 时极限的关系，为计算函数初值提供了一种方法

证明：利用微分性质证明

对 $L\left[\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\right]=sF(s)-f(0)$ 两边同时取极限 $s\to\infty$ ，则左边有

$$\lim_{s\to\infty} L\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\right]=\lim_{s\to\infty}\int_0^{+\infty}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\right]\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=0$$

因此 $\lim\limits_{s\to\infty}\left[sF(s)-f(0)\right]=0$ ，证毕

终值定理

记函数 $f(t)$ 拉氏变换为 $L[f(t)]=F(s)$ ，如果极限 $\lim\limits_{s\to 0} sF(s)$ 存在，则拉氏变换的终值定理

$$\boxed{f(\infty)=\lim_{t\to\infty} f(t)=\lim_{s\to 0} sF(s)}$$

终值定理建立了原函数 $f(t)$ 在的值 $t\to\infty$ 与象函数当 $s\to 0$ 时极限的关系，为计算函数终提供了一种方法

证明：利用微分性质证明

对 $L\left[\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\right]=sF(s)-f(0)$ 两边同时取极限 $s\to 0$，则左边有

$$\lim_{s\to 0} L\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\right]=\lim_{s\to 0}\int_0^{+\infty}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\right]\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=\int_0^{+\infty}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\right]\lim_{s\to 0}\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=\int_0^{+\infty}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\right]\mathrm{d}t$$

因此 $$\lim_{s\to\infty} sF(s)=f(0)+\int_0^{+\infty}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\right]\mathrm{d}t=f(\infty)$$

卷积定理

已知实变量函数 $f_1(t)$和 $f_2(t)$ ，在傅里叶变换中卷积的定义为

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

在拉氏变换中，定义当 $t<0$ 时，$f(t)=0$

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau)\mathrm{d}\tau = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

卷积定理 定义 $L[f_1(t)] = F_1(s)$ $L[f_2(t)] = F_2(s)$

$$\boxed{\begin{aligned} L[f_1(t) * f_2(t)] &= F_1(s)\cdot F_2(s) \\ L^{-1}[F_1(s)\cdot F_2(s)] &= f_1(t) * f_2(t) \end{aligned}}$$

目录

Contents

拉普拉斯逆变换的定义

根据拉氏变换积分公式，在$f(t)$的连续点有

$$f(t)u(t)\mathrm{e}^{-\beta t}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}[\int_{-\infty}^{+\infty}f(\tau)u(\tau)\mathrm{e}^{-\beta t}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}\tau]\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}\omega$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}[\int_{0}^{+\infty}f(\tau)\mathrm{e}^{-(\beta+\mathrm{j}\omega)t}\mathrm{d}\tau]\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}\omega$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\beta+\mathrm{j}\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}\omega\qquad(t>0)$$

等式两边同乘以$\mathrm{e}^{\beta t}$则

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\beta+\mathrm{j}\omega)\mathrm{e}^{(\beta+\mathrm{j}\omega)t}\mathrm{d}\omega\quad(t>0)$$

令 $s=\beta+\mathrm{j}\omega$

$$\boxed{f(t)=\frac{1}{2\pi\mathrm{j}}\int_{\beta-\mathrm{j}\infty}^{\beta+\mathrm{j}\infty}F(s)\mathrm{e}^{st}\mathrm{d}s\quad(t>0)}$$

直接求积分
往往较为困难

中国农业大学 China Agricultural University

例：已知 $L[f(t)]=F(s)$ ，且当 $t\le 0$ 时 $f(t)=0$ 求 $f(t)$

$$F(s)=\frac{5s+3}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

解：

$$F(s)=\frac{A}{s+1}+\frac{B}{s+2}+\frac{C}{s+3}$$

$$A=\left.\frac{5s+3}{(s+2)(s+3)}\right|_{s=-1}=-1$$

$$B=\left.\frac{5s+3}{(s+1)(s+3)}\right|_{s=-2}=7$$

$$C=\left.\frac{5s+3}{(s+1)(s+2)}\right|_{s=-3}=-6$$

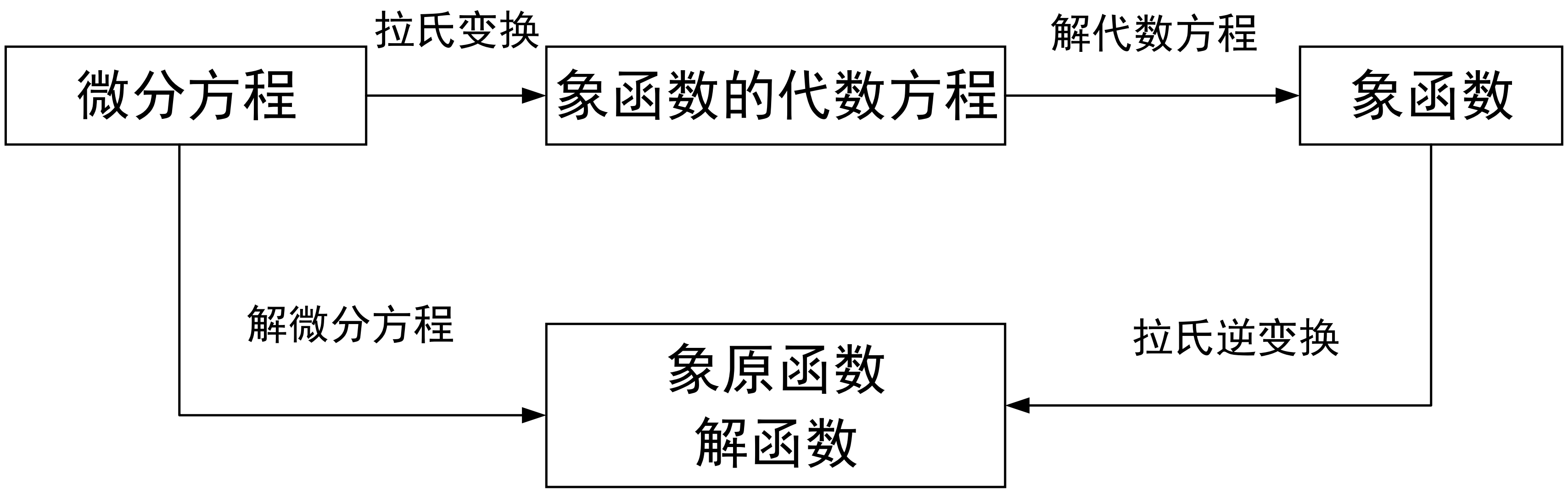
$$F(s)=-\frac{1}{s+1}+\frac{7}{s+2}-\frac{6}{s+3}$$

$$f(t)=L^{-1}[F(s)]=-\mathrm{e}^{-t}+7\mathrm{e}^{-2t}-6\mathrm{e}^{-3t}$$

目录
Contents

解微分方程步骤：

- 首先取拉氏变换将微分方程化为象函数的代数方程
- 解代数方程求出像函数
- 再经过逆变换得到最后的解，即原函数



例5.20 求方程$y''+2y'-3y=e^{-t}$

满足初始条件$y\big|_{t=0}=0$，$y'\big|_{t=0}=1$的解

解: 设$\mathcal{L}[y(t)]=Y(s)$，对方程的两边取拉氏变换，并考虑到初始条件，则得

$$\left[s^2Y(s)-sy(0)-y'(0)\right]+2[sY(s)-y(0)]-3Y(s)=\frac{1}{s+1}$$

即 $$s^2Y(s)-1+2sY(s)-3Y(s)=\frac{1}{s+1}$$

解得 $$Y(s)=\frac{s+2}{(s+1)(s^2+2s-3)}=\frac{s+2}{(s+1)(s-1)(s+3)}$$

谢谢

问题 1

1.线性时不变系统的输入与输出之间是什么关系？（）

A. 乘积关系

B. 卷积关系

C. 加减关系

D. 平方关系

2. 拉普拉斯变换中，单位冲激函数又被称为（ ）

A. 阶跃函数

B. 狄拉克函数

C. 指数函数

D. 正弦函数

3.描述动态系统输入与输出卷积关系的数学工具不包括（ ）

A. 微分方程

B. 拉普拉斯变换

C. 三角函数

D. 基尔霍夫定律推导式

4.拉普拉斯变换的定义中，若积分绝对收敛，则该积分式为原函数的拉氏变换，其中象函数记为（ ）

A. f (t)

B. F (s)

C. L [f (t)]

D. δ(t)

5. 单位阶跃函数 u (t) 的拉普拉斯变换结果为（ ）A. 1/s

B. s

C. 1

D. 0

6. 拉普拉斯变换的线性性质中，对于常数 α 和 β

，L $[\alpha f_1(t)+\beta f_2(t)]$ 等于（ ）

A. $\alpha F_1(s)+\beta F_2(s)$

B. $\alpha F_1(s)-\beta F_2(s)$

C. $(\alpha+\beta)[F_1(s)+F_2(s)]$

D. D. $\alpha\beta F_1(s)\ F_2(s)$

7. 拉普拉斯变换的微分性质中，f (t) 一阶导数的拉氏变换为（ ）

A. sF (s)+f (0)

B. sF (s)-f (0)

C. F (s)/s +f (0)

D. F (s)/s -f (0)

8. 拉普拉斯变换的积分性质中，若满足特定条件，函数积分的拉氏变换可简化为（ ）

A. F (s)/s

B. sF (s)

C. F (s)+s

D. F (s)-s

问题 9

9. 初值定理建立了原函数在哪个时刻的值与象函数极限的关系？（ ）

A. $t \to \infty$

B. $t=0$

C. $t=1$

D. $t=-1$

10. 终值定理中，原函数的终值等于（ ）

A. $\lim_{s \to 0} sF(s)$

B. $\lim_{s \to \infty} sF(s)$

C. $\lim_{s \to 0} F(s)$

D. $\lim_{s \to \infty} F(s)$

11. 拉氏变换中，卷积的定义要求当 $t<0$ 时，相关函数满足（ ）

A. $f(t)=1$

B. $f(t)=t$

C. $f(t)=0$

D. $f(t)=e^{t}$

12. 拉普拉斯逆变换的计算中，直接求积分往往较为困难，常用的替代方法不包括（ ）

A. 部分分式分解法

B. 查表法

C. 直接积分法

D. 利用变换性质推导

问题 13

13. 利用拉普拉斯变换解微分方程的第一步是（ ）

A. 求逆变换

B. 解代数方程

C. 取拉氏变换将微分方程化为代数方程

D. 整理初始条件

14. 对于线性时不变系统，完全定义该系统的是（ ）

A. 输入函数

B. 输出函数

C. 单位冲激响应

D. 积分函数

15. 拉普拉斯变换中，象原函数指的是（ ）

A. F (s)

B. f (t)

C. L [f (t)]

D. sF (s)

16. 拉普拉斯变换的卷积定理中，若 L $[f_1(t)]=F_1(s)$，L $[f_2(t)]=F_2(s)$，则 L $[f_1(t)*f_2(t)]$ 等于（ ） A. $F_1(s)+F_2(s)$

B. $F_1(s)-F_2(s)$

C. $F_1(s)\ F_2(s)$

D. $F_1(s)/F_2(s)$

问题 17

17. 基尔霍夫电压定律的核心是（ ）

A. 闭合回路中电动势代数和等于电压降代数和

B. 电流处处相等

C. 电阻与电流成正比

D. 电容电压不能突变

18. 拉普拉斯变换的微分性质中，f (t) n 阶导数的拉氏变换公式不包含的项是（ ）

A. $s^nF(s)$

B. $s^{n-1}f(0)$

C. $f^{(n)}(0)$

D. $e^{-st}f(t)$

19. 下列函数中，拉普拉斯变换结果与单位阶跃函数相同的是（ ）

A. $f(t)=1 \quad (t \geq 0)$

B. $f(t)=t \quad (t \geq 0)$

C. $f(t)=e^{-t} \quad (t \geq 0)$

D. $f(t)=\sin t \quad (t \geq 0)$

20. 拉普拉斯变换的应用主要针对哪类问题？（ ）

A. 静态代数方程求解

B. 动态系统微分方程求解

C. 几何图形绘制

D. 概率统计计算