# 入力の非二進符号化に基づく 効率的な大小比較 カードプロトコル

縫田 光司 (NUIDA, Koji)九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所 /産業技術総合研究所

SCIS 2023 @小倉/オンライン 2023年1月26日

#### 概要

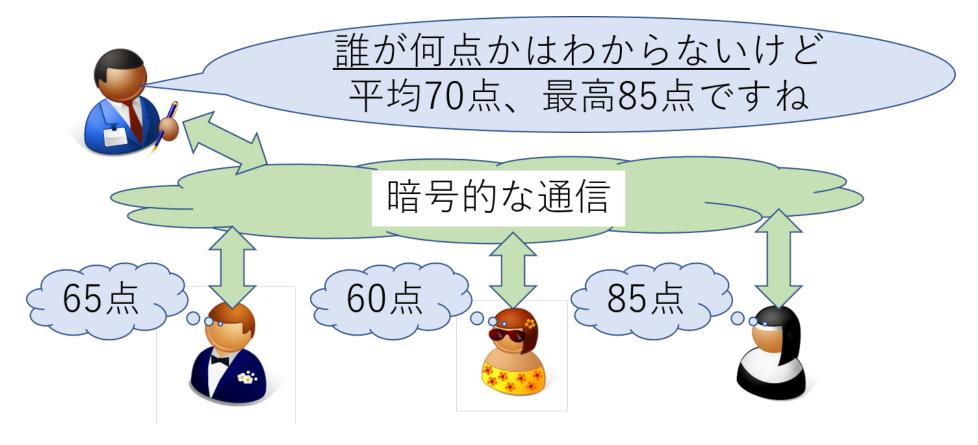
- 2値カード/番号カードを用いた(2者間) **大小比較カードプロトコル**の提案
- 「綱引きの原理」に基づく新しい構成法
- •利点1:入力値のq進符号化( $q \ge 2$ )への拡張が容易
  - q = 3を用いれば**カード枚数・シャッフル回数を** 既存方式より漸近的に削減(2値カードの場合)
- •利点2:番号カードへの拡張が容易
  - (カード枚数は増えるが) シャッフル回数を削減

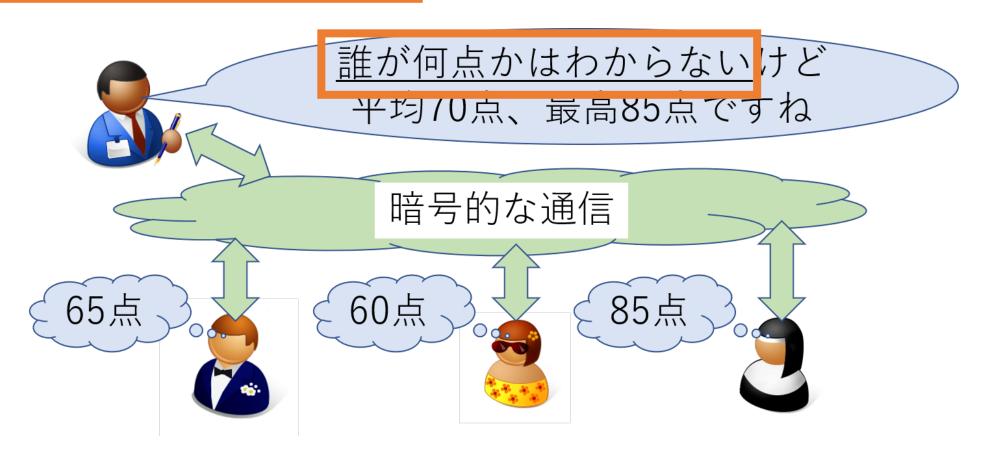
#### 目次

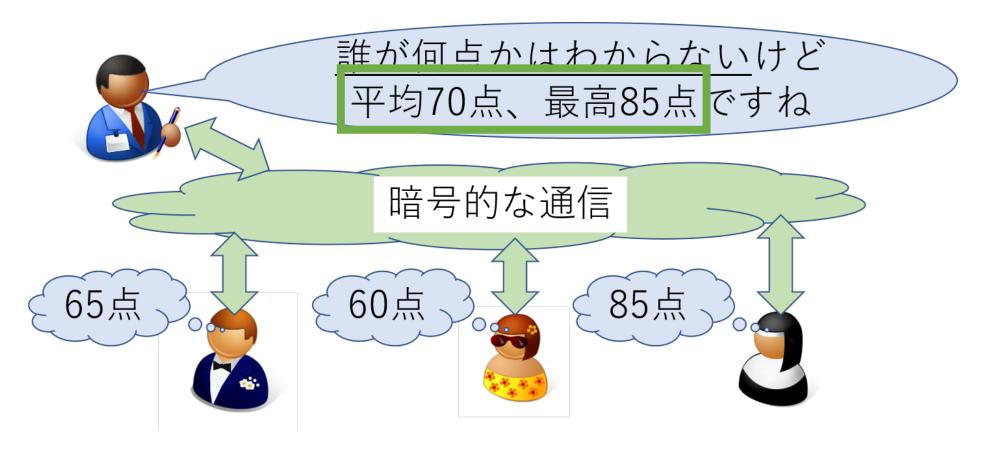
- 背景: カードベース暗号
- 大小比較カードプロトコルの既存方式
- ・提案方式(2値カード)
- 提案方式(番号カード)

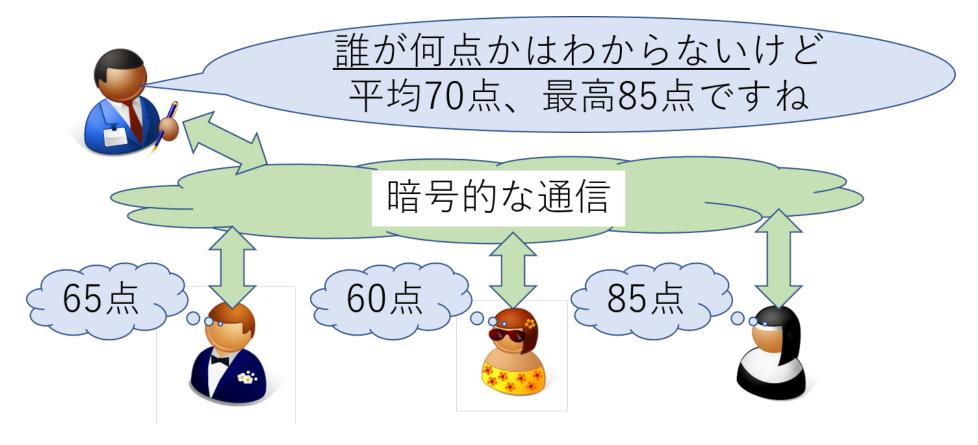
#### 目次

- ・背景:カードベース暗号
- 大小比較カードプロトコルの既存方式
- ・提案方式(2値カード)
- 提案方式(番号カード)









## カードベース暗号(カードプロトコル)

- 物理的(非電子的)なカードを用いた秘密計算 ([den Boer '89]、…)
- 裏側の模様が同一(識別不可能)なカード列を用いる
  - 2値カード:表側の模様が2種類 (♥、♠)
  - 番号カード:表側に異なる数字が書かれている
- 複数のカードの**シャッフル**によりランダム性を実現
  - ・シャッフルを含め、カードはすべて公開の場で操作 (本発表では秘匿置換は考えない)

## カードベース暗号(カードプロトコル)

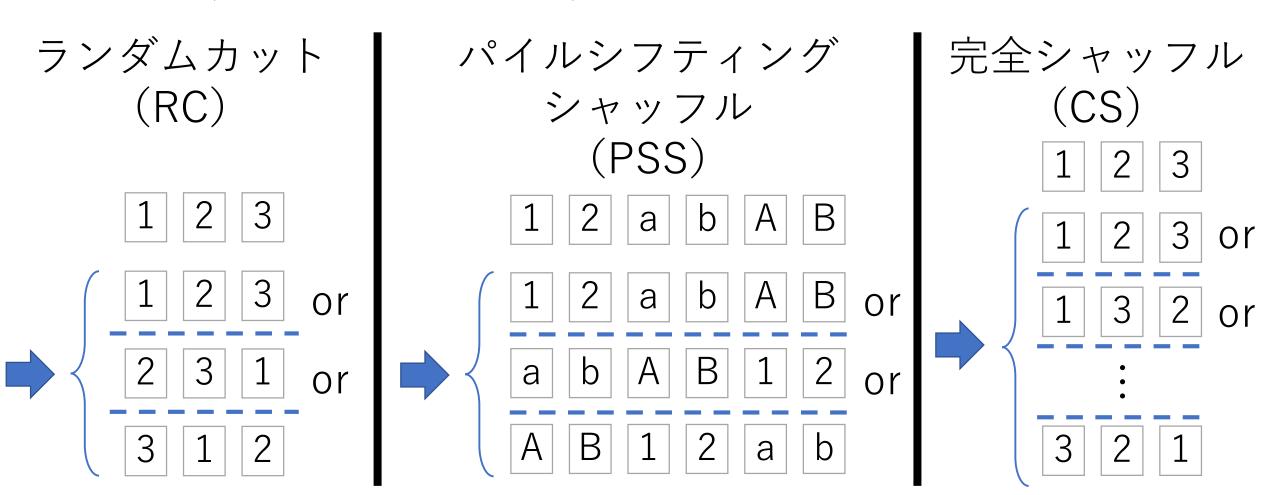
- 物理的(非電子的)なカードを用いた秘密計算 ([den Boer '89]、…)
- 裏側の模様が同一(識別不可能)なカード列を用いる
  - **2値カード**:表側の模様が2種類 (♥、♠)
  - 番号カード:表側に異なる数字が書かれている
- 複数のカードのシャッフルによりランダム性を実現
  - ・シャッフルを含め、カードはすべて公開の場で操作 (本発表では秘匿置換は考えない)

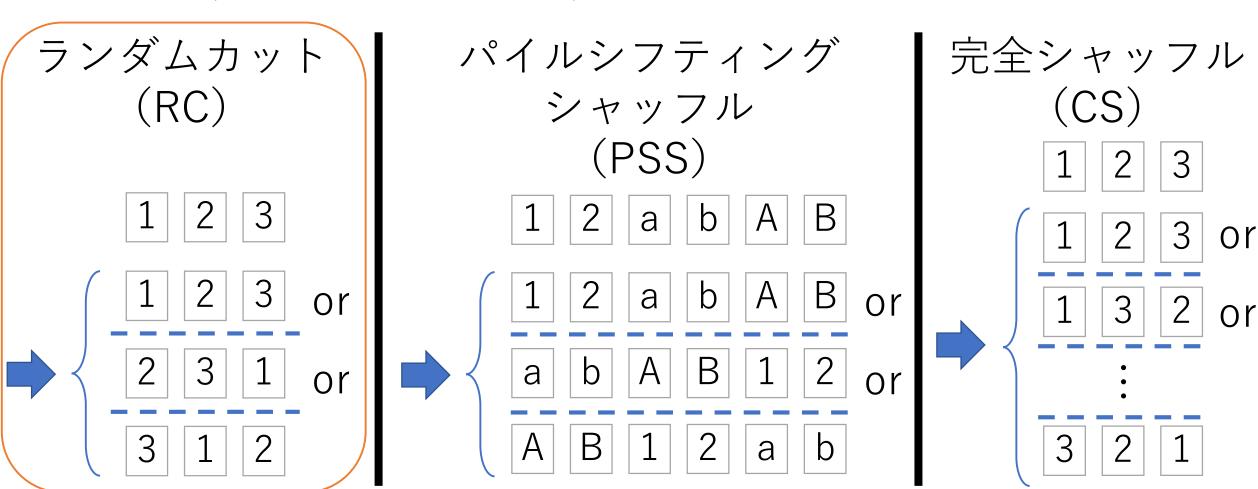
#### カードベース暗号(カードプロトコル)

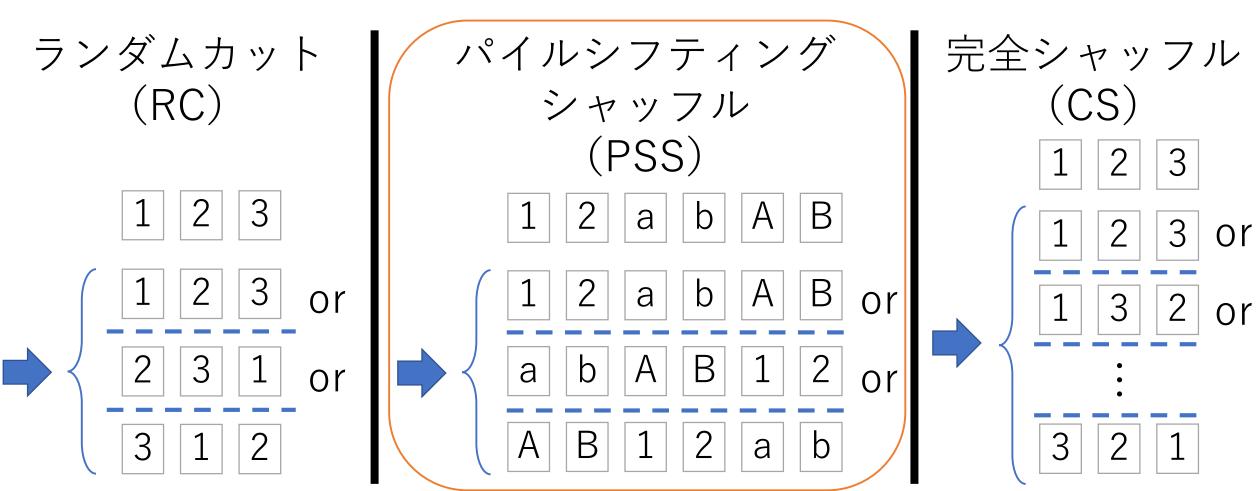
- 物理的(非電子的)なカードを用いた秘密計算 ([den Boer '89]、…)
- 裏側の模様が同一(識別不可能)なカード列を用いる
  - **2値カード**:表側の模様が2種類 (♥、♠)
  - •番号カード:表側に異なる数字が書かれている
- 複数のカードの**シャッフル**によりランダム性を実現
  - シャッフルを含め、カードはすべて公開の場で操作 (本発表では秘匿置換は考えない)

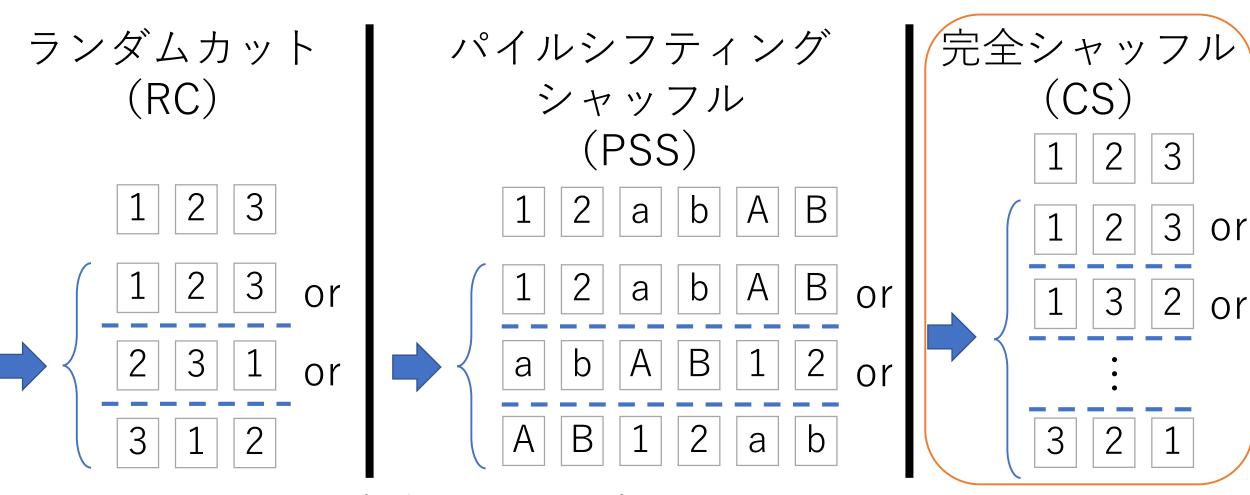
#### カードベース暗号 (カードプロトコル)

- 物理的(非電子的)なカードを用いた秘密計算 ([den Boer '89]、…)
- 裏側の模様が同一(識別不可能)なカード列を用いる
  - **2値カード**:表側の模様が2種類 (♥、♠)
  - •番号カード:表側に異なる数字が書かれている
- 複数のカードのシャッフルによりランダム性を実現
  - シャッフルを含め、カードはすべて公開の場で操作 (本発表では秘匿置換は考えない)









#### 目次

- 背景: カードベース暗号
- ・大小比較カードプロトコルの既存方式
- ・提案方式(2値カード)
- •提案方式(番号カード)

## 大小比較の秘密計算

- 2者間で(ある範囲内の)整数値入力を大小比較する
- 通常の秘密計算でも代表的な問題の一つ [Yao '82]
- カードベース暗号でも同様に重要 ([Nakai+ '16][Ono-Manabe '18][Miyahara+ '20]…)

[A. C.-C. Yao, "Protocols for Secure Computations", FOCS 1982]

- [T. Nakai et al., "Efficient Card-Based Cryptographic Protocols for Millionaires' Problem Utilizing Private Permutation", CANS 2016]
  - [H. Ono, Y. Manabe, "Efficient Card-Based Cryptographic Protocol for the Millionaires' Problem Using Private Input Operations", AsiaJCIS 2018]
  - [D. Miyahara et al., "Practical Card-Based Implementations of Yao's Millionaire Protocol", Theoretical Computer Science (2020)]

(をシャッフルベースに変換+説明しやすくしたもの)

\*[Yao '82]の大小比較プロトコルのカードベース版

(をシャッフルベースに変換+説明しやすくしたもの)

\*[Yao '82]の大小比較プロトコルのカードベース版

例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

(をシャッフルベースに変換+説明しやすくしたもの)

- \*[Yao '82]の大小比較プロトコルのカードベース版
- 例) 入力範囲[0,4]、入力 $\alpha = 3$ ,  $\beta = 1$
- 1)(Alice入力)



- 0 1 2 3 4
  - 裏返し



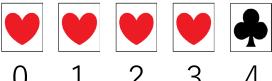
## 「Nakai+ '16 | のプロトコル

(をシャッフルベースに変換+説明しやすくしたもの)

\* [Yao '82]の大小比較プロトコルのカードベース版

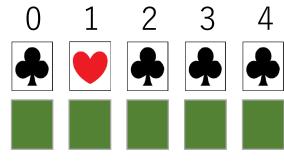
例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3,\beta=1$ 

- (Alice入力) (2) (Bob入力)









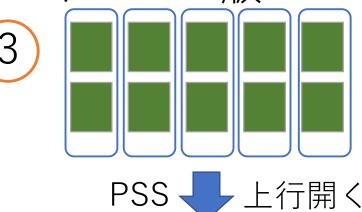


(をシャッフルベースに変換+説明しやすくしたもの)

\*[Yao '82]の大小比較プロトコルのカードベース版

- 例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$
- 1)(Alice入力) (2)(Bob入力)
  - - 裏返し



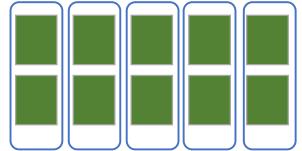


(をシャッフルベースに変換+説明しやすくしたもの)

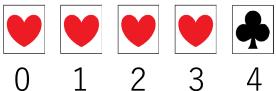
\* [Yao '82]の大小比較プロトコルのカードベース版

例) 入力範囲[0,4]、入力 $\alpha = 3$ ,  $\beta = 1$ 





- (Alice入力)
- (2)(Bob入力)

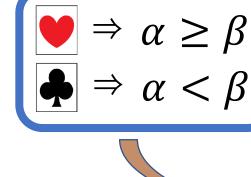


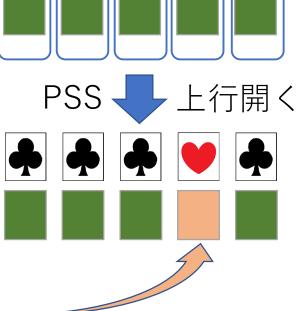












(をシャッフルベースに変換+説明しやすくしたもの)

\*[Yao '82]の大小比較プロトコルのカードベース版

例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

- (3)

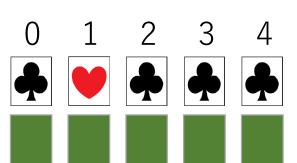
- 1)(Alice入力)
- (2) (Bob入力)



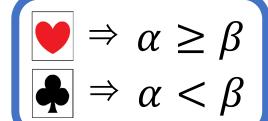
2 3 4

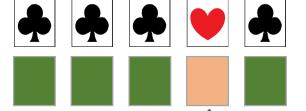












◎ カードが多い

# [Miyahara+'20]のプロトコル

- 通常の大小比較:上位ビットから順番に比較
  - 決着がつけば終了、引き分けなら次のビットを比較
- ↑を既存のビット演算カードプロトコルで実現
- ・2値カードの場合:カード4ℓ+2枚、RC 2ℓ-1回 (ℓ:入力値の最大ビット長)
- 番号カードの場合:カード4 $\ell$  + 4枚、PSS 6 $\ell$  2回
  - ランダムバイセクションカット (PSSの一種) 使用

# [Miyahara+'20]のプロトコル

- 通常の大小比較:上位ビットから順番に比較
  - 決着がつけば終了、引き分けなら次のビットを比較
- ↑を既存のビット演算カードプロトコルで実現
- 2値カードの場合:カード4ℓ + 2枚、RC 2ℓ 1回 (ℓ:入力値の最大ビット長)
- 番号カードの場合:カード4ℓ + 4枚、PSS 6ℓ 2回
  - ランダムバイセクションカット (PSSの一種) 使用

# [Miyahara+'20]のプロトコル

- 通常の大小比較:上位ビットから順番に比較
  - 決着がつけば終了、引き分けなら次のビットを比較
- ↑を既存のビット演算カードプロトコルで実現
- 2値カードの場合:カード4ℓ + 2枚、RC 2ℓ 1回 (ℓ:入力値の最大ビット長)
- •番号カードの場合:カード4 $\ell$  + 4枚、PSS 6 $\ell$  2回
  - ランダムバイセクションカット(PSSの一種)使用

- [Miyahara+ '20]のカード・シャッフル数は入力値のビット長(= 再帰の深さ)の線形オーダー
  - $\cdot q$ 進符号化(q>2)を使えば再帰の深さを減らせる
  - ↑各桁の比較部分をカードでどう実現する?
- [Nakai+ '16]を各桁の比較に使えないか?
  - ・◎ 値の範囲 q が増えてもシャッフル回数は増えない
  - ② 引き分けを区別できないので再帰的に使えない
- → [Nakai+ '16]の<u>利点を保ったまま再帰可能にしたい</u>

- [Miyahara+ '20]のカード・シャッフル数は入力値のビット長(= 再帰の深さ)の線形オーダー
  - $\cdot q$ 進符号化 (q>2) を使えば再帰の深さを減らせる
  - ↑各桁の比較部分をカードでどう実現する?
- [Nakai+ '16]を各桁の比較に使えないか?
  - ② 値の範囲 q が増えてもシャッフル回数は増えない
  - ② 引き分けを区別できないので再帰的に使えない
- → [Nakai+ '16]の<u>利点を保ったまま再帰可能にしたい</u>

- [Miyahara+ '20]のカード・シャッフル数は入力値のビット長(= 再帰の深さ)の線形オーダー
  - $\cdot q$ 進符号化 (q>2) を使えば再帰の深さを減らせる
  - ↑各桁の比較部分をカードでどう実現する?
- [Nakai+ '16]を各桁の比較に使えないか?
  - ② 値の範囲 q が増えてもシャッフル回数は増えない
  - ② 引き分けを区別できないので再帰的に使えない
- → [Nakai+ '16]の<u>利点を保ったまま再帰可能にしたい</u>

- [Miyahara+ '20]のカード・シャッフル数は入力値のビット長(= 再帰の深さ)の線形オーダー
  - $\cdot q$ 進符号化 (q>2) を使えば再帰の深さを減らせる
  - ↑各桁の比較部分をカードでどう実現する?
- [Nakai+ '16]を各桁の比較に使えないか?
  - ② 値の範囲 q が増えてもシャッフル回数は増えない
  - ② 引き分けを区別できないので再帰的に使えない
- → [Nakai+ '16]の<u>利点を保ったまま再帰可能にしたい</u>

#### 目次

- 背景: カードベース暗号
- 大小比較カードプロトコルの既存方式
- ・提案方式(2値カード)
- •提案方式(番号カード)

# アイデア:「綱引きの原理」

- 綱の中央に印を付けておく
- まず、Aliceは長さ  $\alpha$  だけ綱を自分の側に引っ張る
- •次に、Bobは長さ $\beta$ だけ綱を自分の側に引っ張る
- 印がAlice (, Bob) の側にあれば $\alpha > \beta$  (,  $\alpha < \beta$ )、 印が中央に残れば $\alpha = \beta$ 
  - [Nakai+ '16]とは異なり、引き分けも区別できる
  - \* これ自体は安全ではない (が、出力は正しい)

# アイデア:「綱引きの原理」

- 綱の中央に印を付けておく
- まず、Aliceは長さ  $\alpha$  だけ綱を自分の側に引っ張る
- •次に、Bobは長さ $\beta$ だけ綱を自分の側に引っ張る
- 印がAlice (, Bob) の側にあれば $\alpha > \beta$  (,  $\alpha < \beta$ )、 印が中央に残れば $\alpha = \beta$ 
  - [Nakai+ '16]とは異なり、引き分けも区別できる
  - \* **これ自体は安全ではない**(が、出力は正しい)

例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

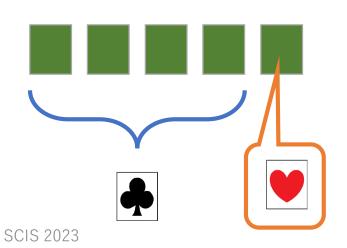
\*入力をunary符号化 
$$\alpha = 4 3 2 1 0$$
  $\beta = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4 3 2 1 0$   $\alpha = 4 3 2 1 0$ 



例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha = 3$ ,  $\beta = 1$ 

$$y = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}$$

\*入力をunary符号化 
$$\alpha = 4 3 2 1 0$$
  $\beta = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4 3 2 1 0$ 



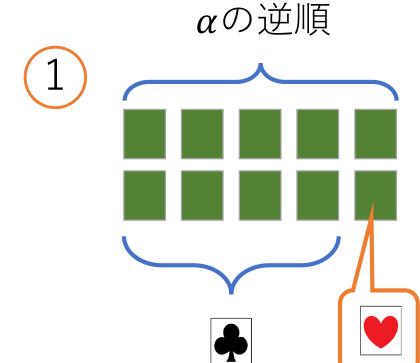
例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

\*入力をunary符号化  $\alpha = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4$   $\alpha = 4$   $\beta = 4$   $\beta = 4$ 





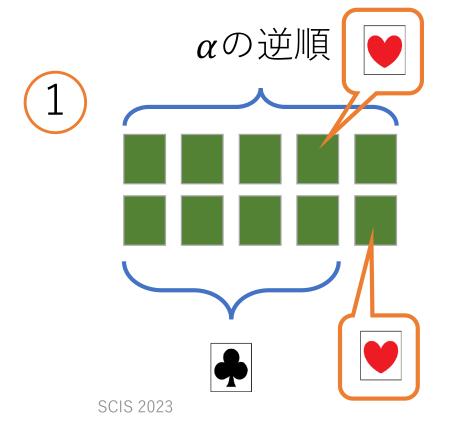




SCIS 2023

例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

\*入力をunary符号化



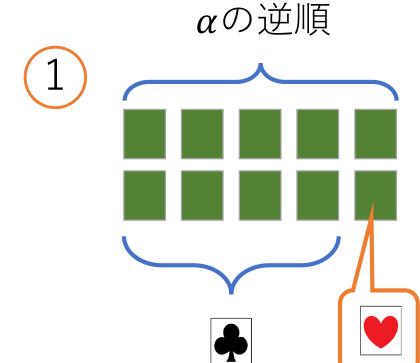
例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

\*入力をunary符号化  $\alpha = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4$   $\alpha = 4$   $\beta = 4$   $\beta = 4$ 









SCIS 2023

例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

\*入力をunary符号化  $\alpha = 4$  3 2 1 0  $\beta = 4$   $\alpha = 4$ 

αの逆順









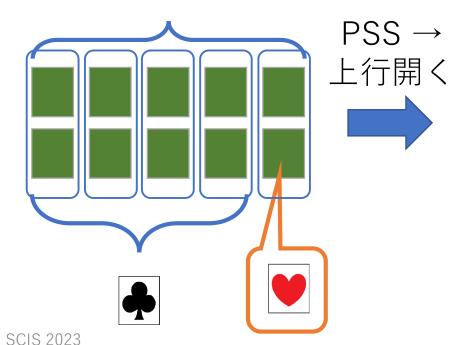










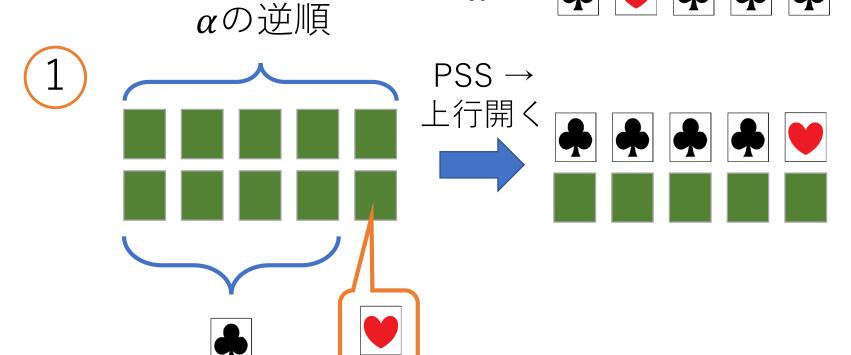


例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

SCIS 2023

\*入力をunary符号化  $\alpha = 4$  3 2 1 0  $\beta = 4$   $\alpha = 4$ 

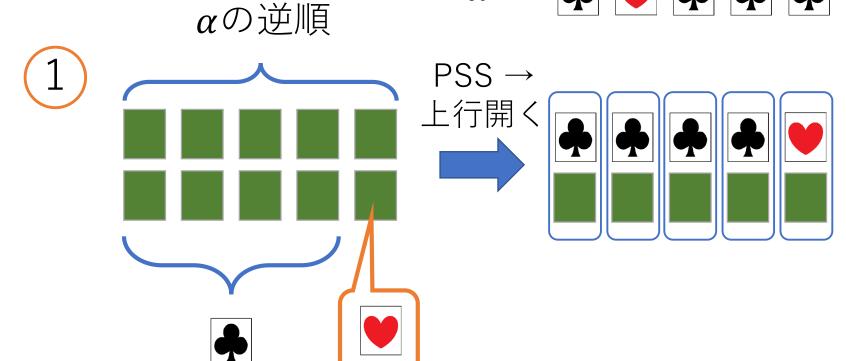




(c) Koji NUIDA

15 / 25

例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 





SCIS 2023 (c) Koji NUIDA

例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha = 3$ ,  $\beta = 1$ 

\* 入力をunary符号化

αの逆順









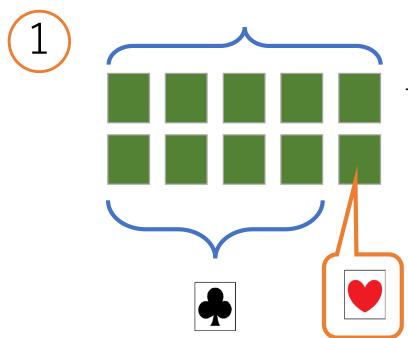
















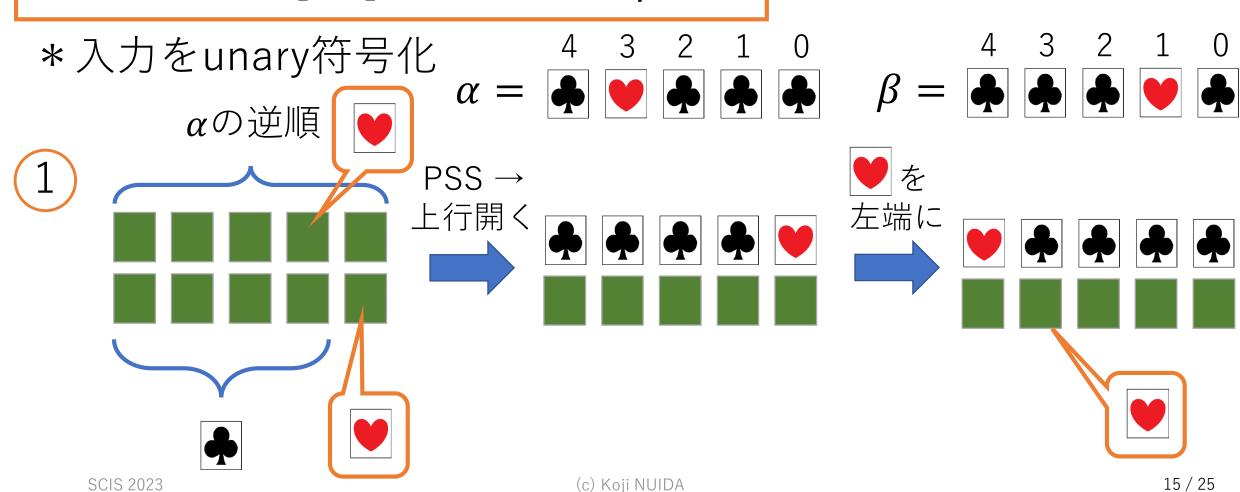




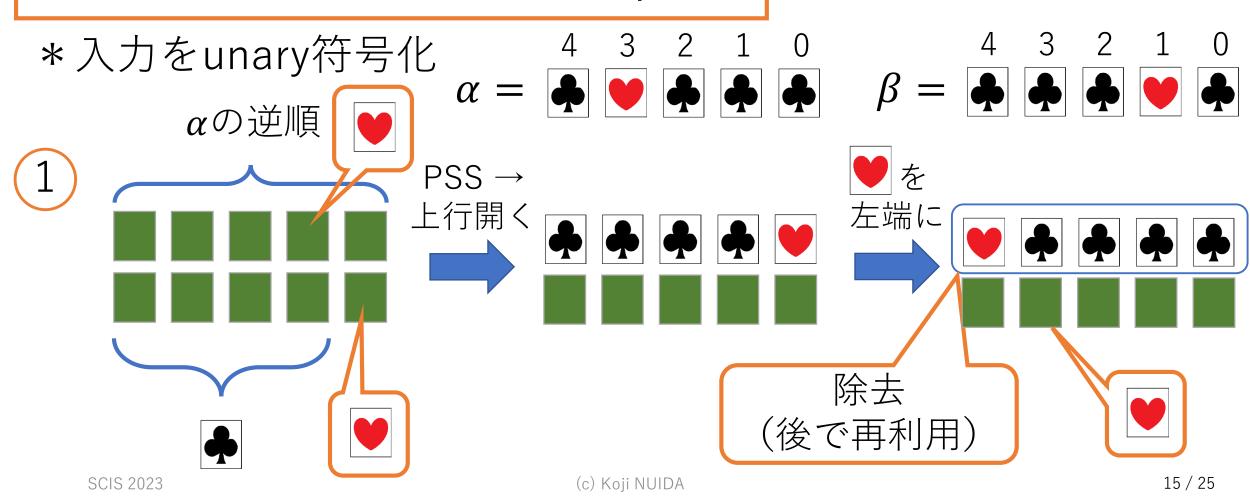




例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 



例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

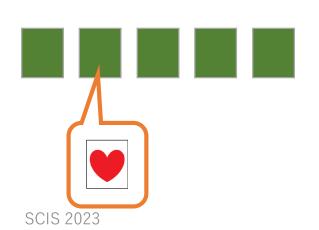


例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha = 3$ ,  $\beta = 1$ 

\*入力をunary符号化  $\alpha = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4 3 2 1 0$   $\alpha = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4 3 2 1 0$ 

$$3 = 4 \quad 3 \quad 2$$

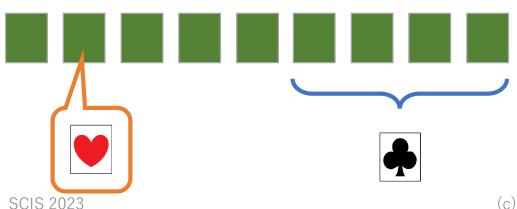
$$4 \quad 3 \quad 2$$



例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

$$\chi = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}$$

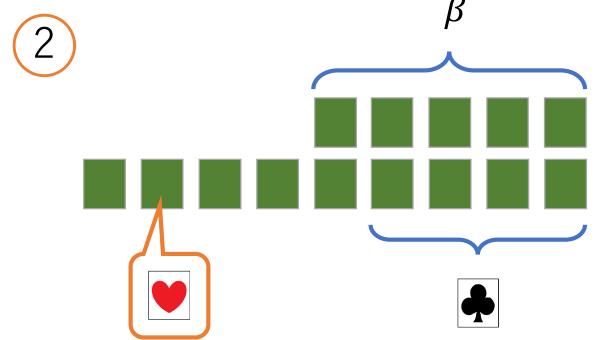
\*入力をunary符号化 
$$\alpha = 4 3 2 1 0$$
  $\beta = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4 3 2 1 0$ 



例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

SCIS 2023

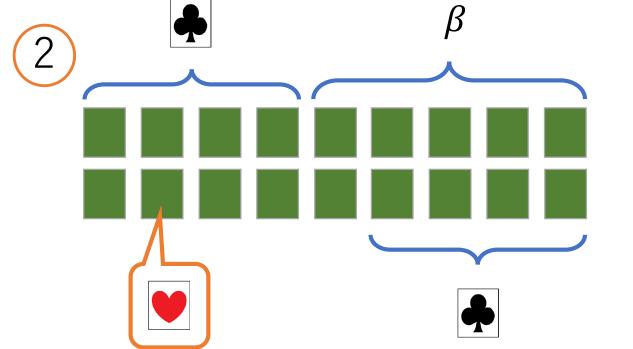
\*入力をunary符号化  $\alpha = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4 3 2$   $\alpha = 4 3 2$   $\beta = 4 3 2$ 



例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

\*入力をunary符号化  $\alpha = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4$   $\alpha = 4$   $\beta = 4$   $\beta = 4$ 

SCIS 2023

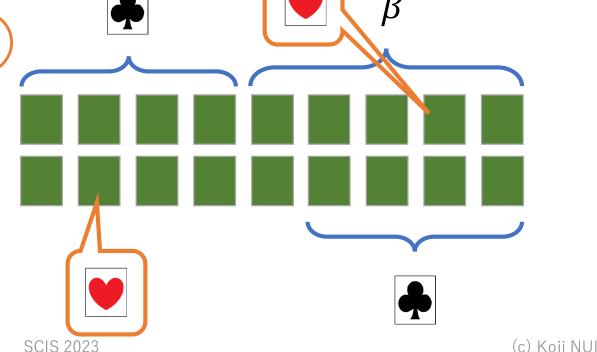


(c) Koji NUIDA

16 / 25

例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

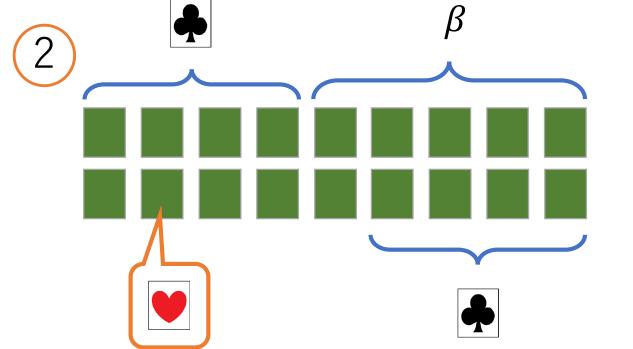




例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

\*入力をunary符号化  $\alpha = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4$   $\alpha = 4$   $\beta = 4$   $\beta = 4$ 

SCIS 2023



(c) Koji NUIDA

16 / 25

例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

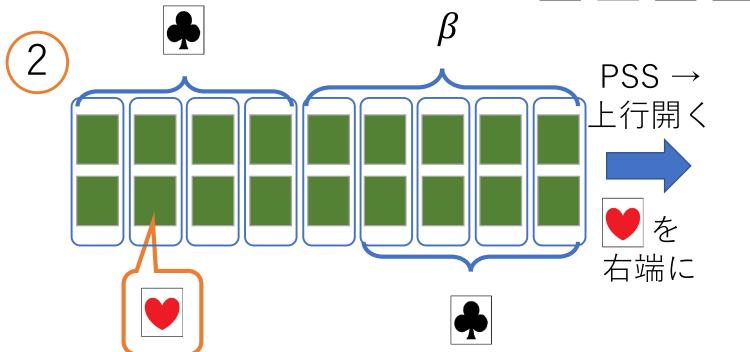
SCIS 2023







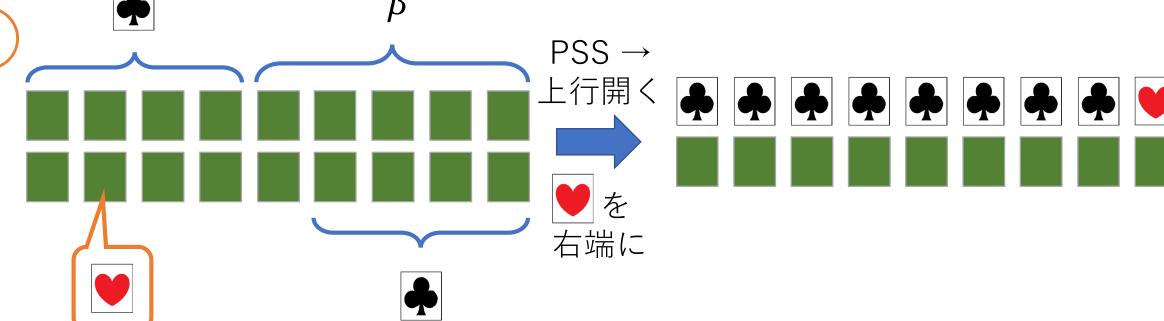
16 / 25



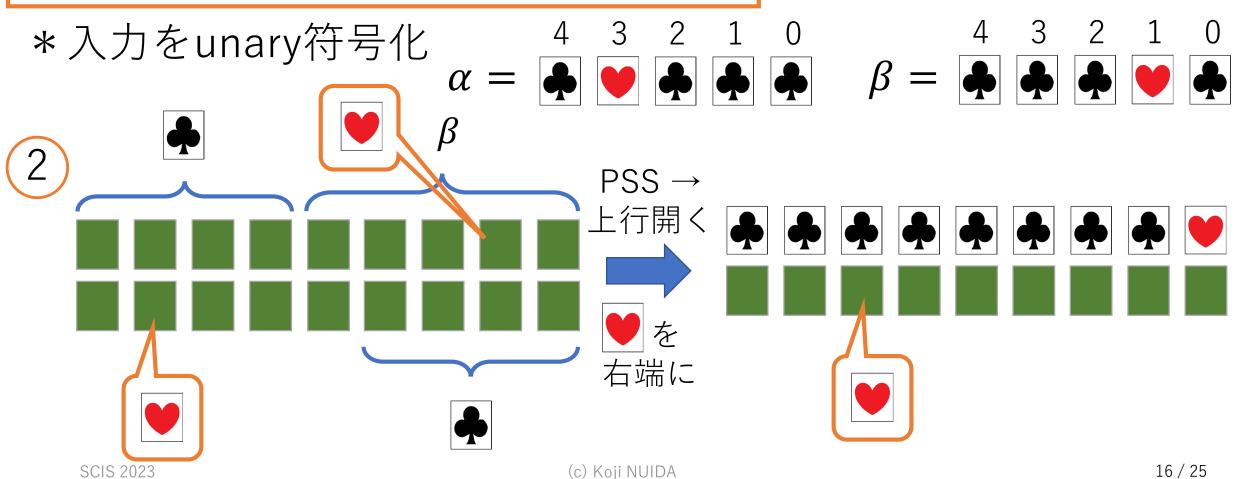
例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

SCIS 2023

\*入力をunary符号化  $\alpha = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4 3 2 1 0$ 

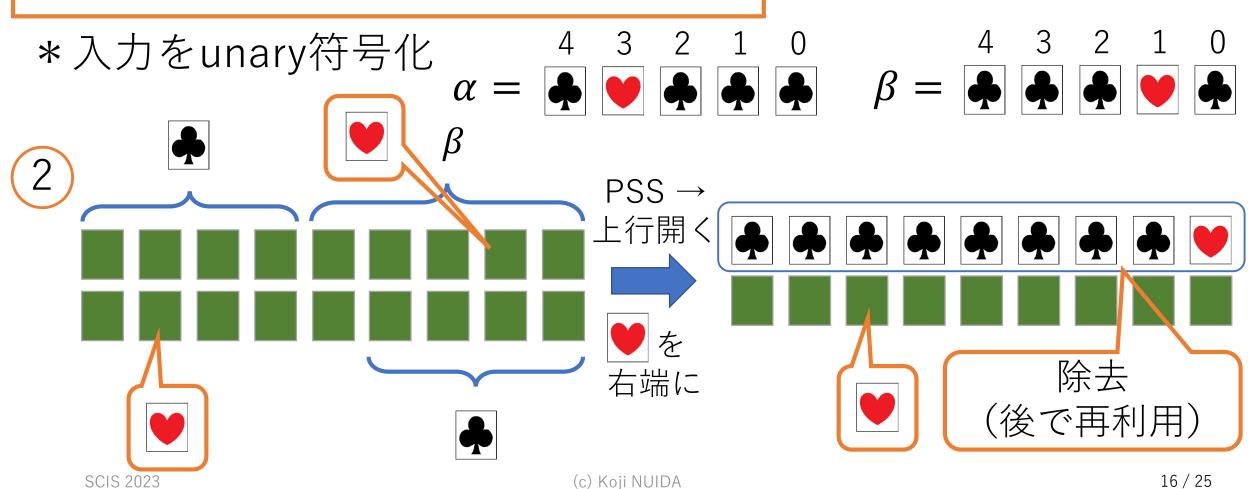


例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 



16 / 25

例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

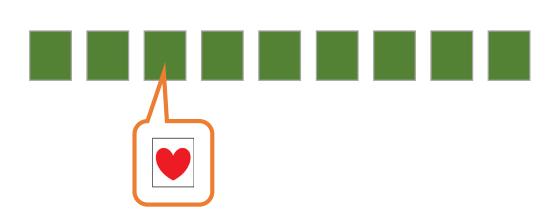


例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

\*入力をunary符号化  $\alpha = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4 3 2 1 0$   $\alpha = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4 3 2 1 0$ 



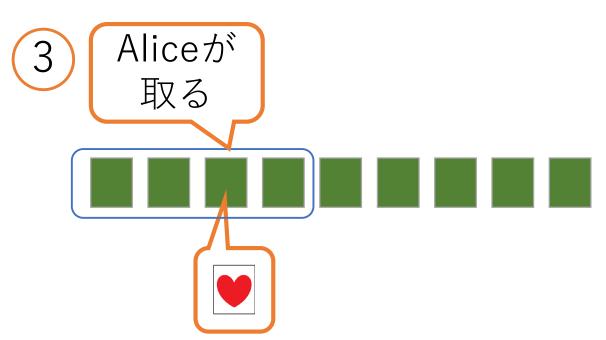




例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

\*入力をunary符号化  $\alpha = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4 3 2 1 0$   $\alpha = 4 3 2 1 0$   $\beta = 4 3 2 1 0$ 



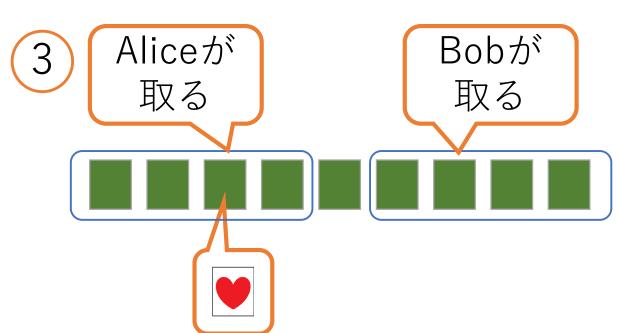


例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

\*入力をunary符号化  $\alpha = 4$  3 2 1 0  $\beta = 4$   $\alpha = 4$   $\beta = 4$   $\beta = 4$ 



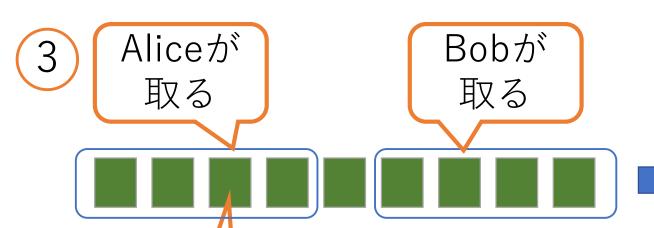




例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

\*入力をunary符号化











Bobの山



例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

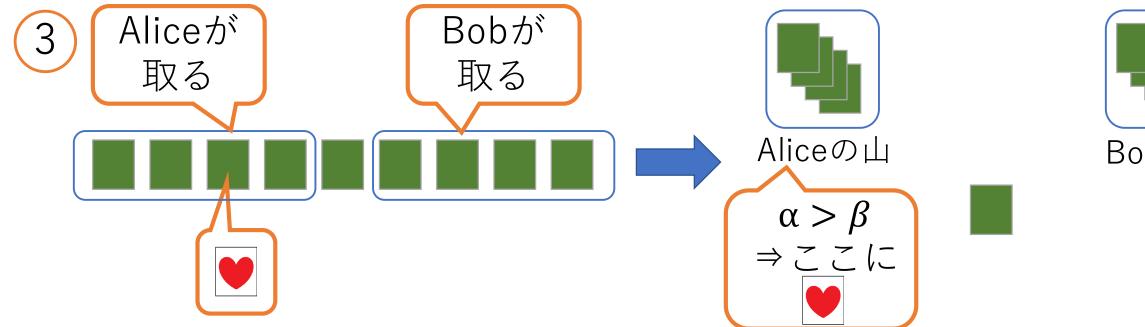
\*入力をunary符号化

4 3 2 1 0

 $\beta = 4$ 

•





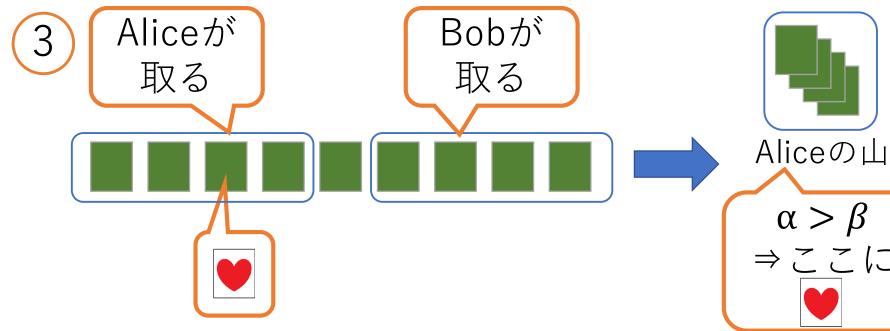


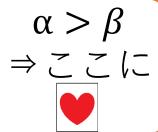
Bobの山

SCIS 2023 (c) Koji NUIDA 17 / 25

例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

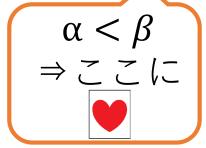
\*入力をunary符号化







Bobの山



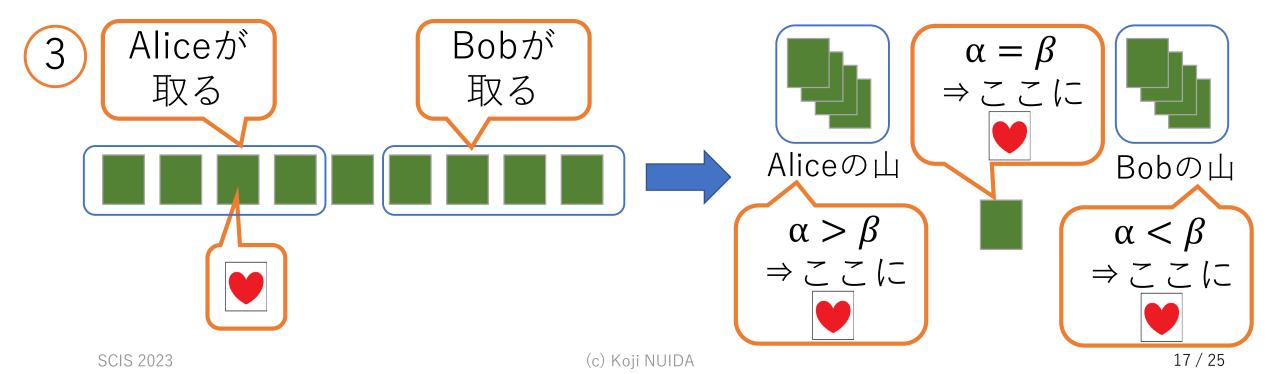
SCIS 2023 (c) Koji NUIDA

17 / 25

例)入力範囲[0,4]、入力 $\alpha=3$ ,  $\beta=1$ 

\*入力をunary符号化

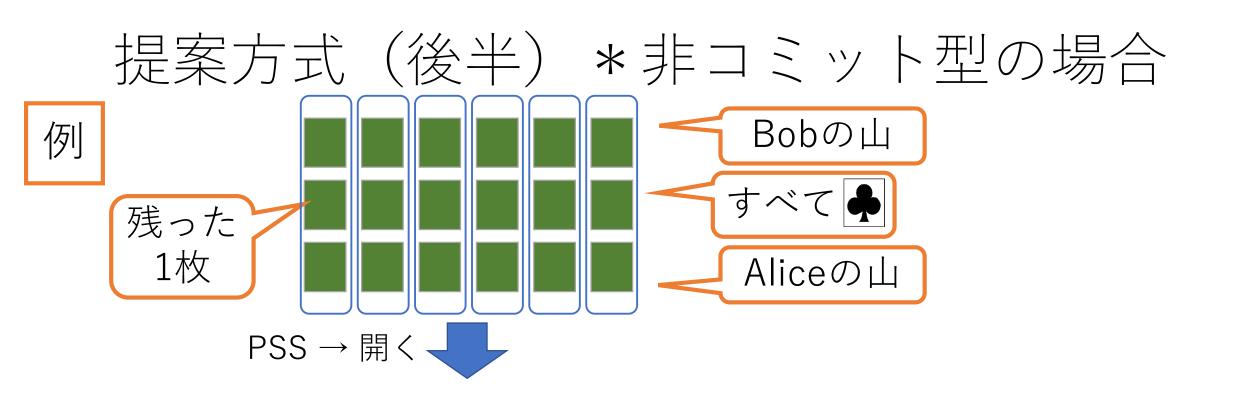
 $\alpha = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}$ 



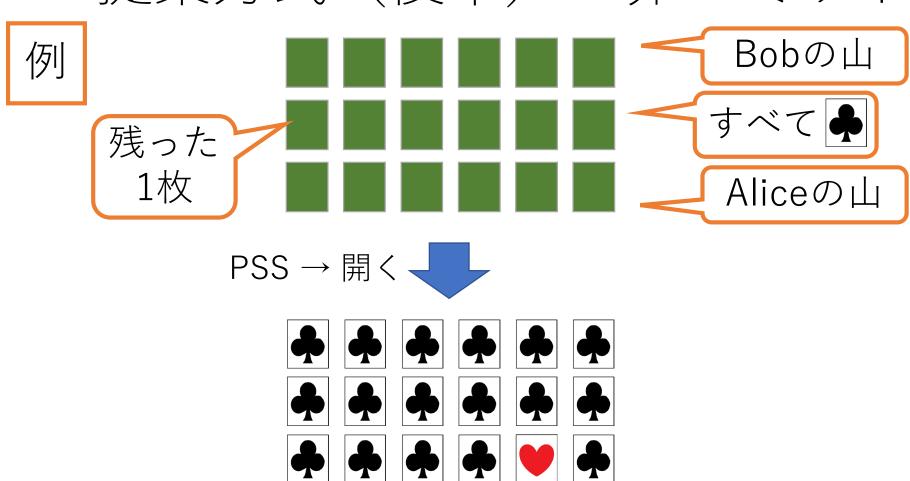
# 提案方式(前半)

- 各々の入力をq進数表示
- 上位桁から順にサブプロトコルを実行
  - 現在の桁の手順で残った1枚を次の桁で使う
  - ・決着がついた後の桁は、最初の1枚が♪になり、 AliceもBobも♪だけを取ることになる
- $\alpha > \beta$  (,  $\alpha < \beta$ ) であれば、Alice (, Bob) の山に  $\heartsuit$
- $\alpha = \beta$ であれば、最後に残る1枚が

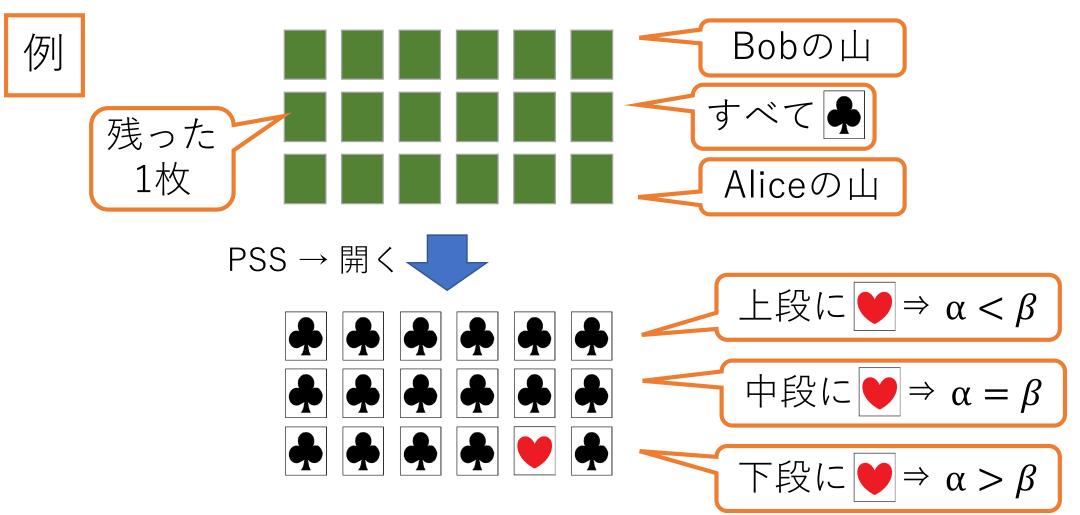
提案方式 (後半) \* 非コミット型の場合 例 Bobの山 残った すべて Aliceの山

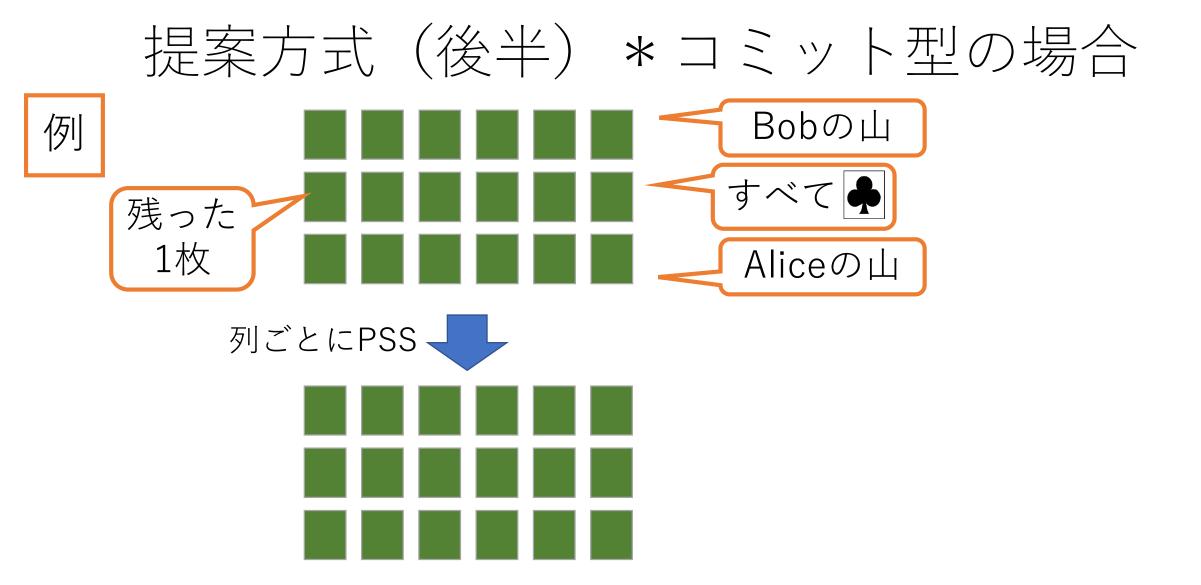


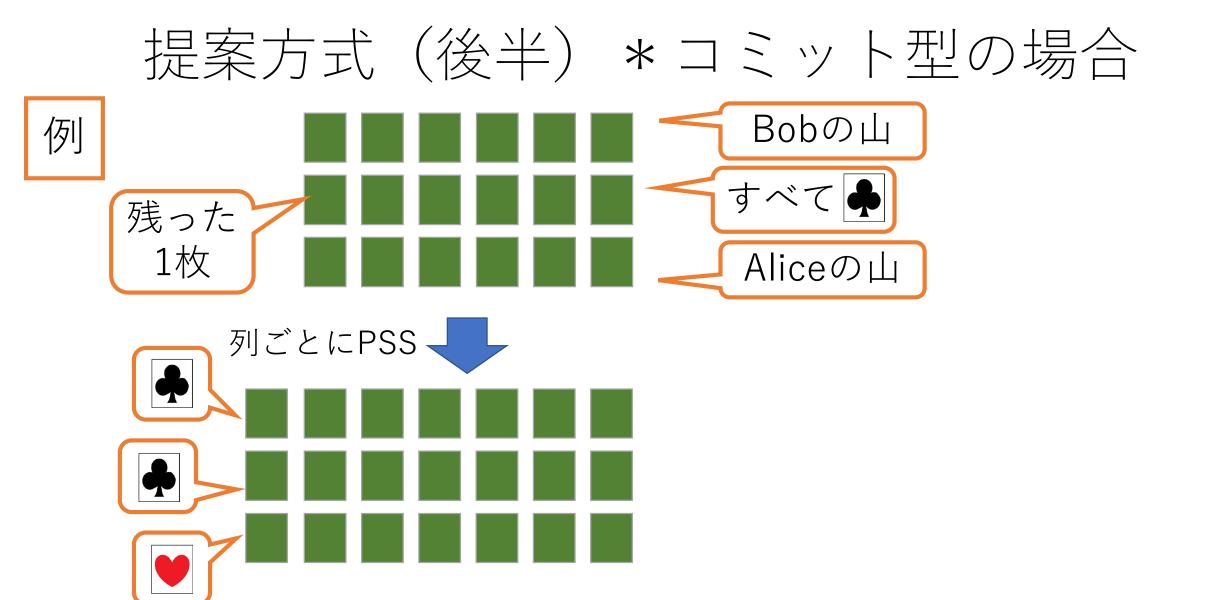


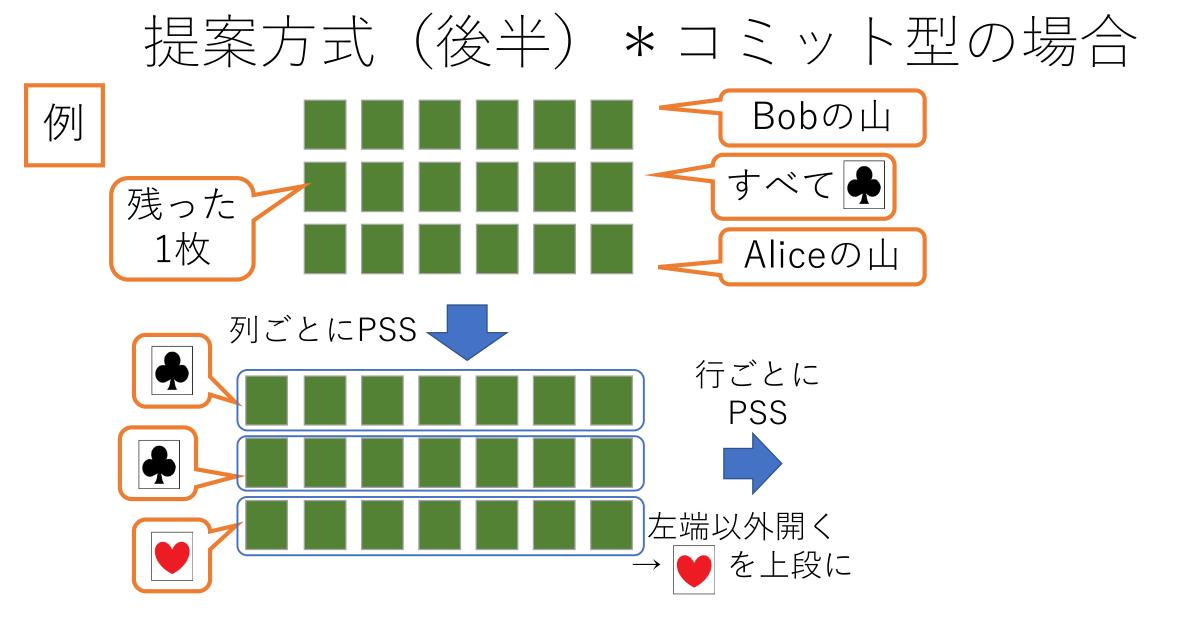


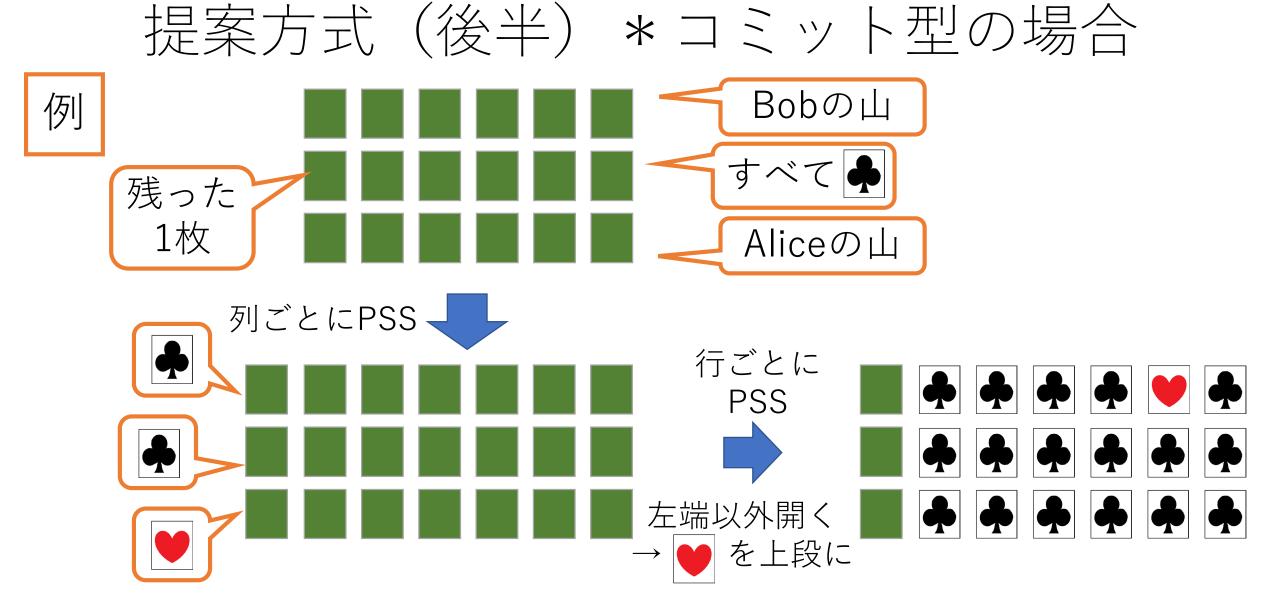




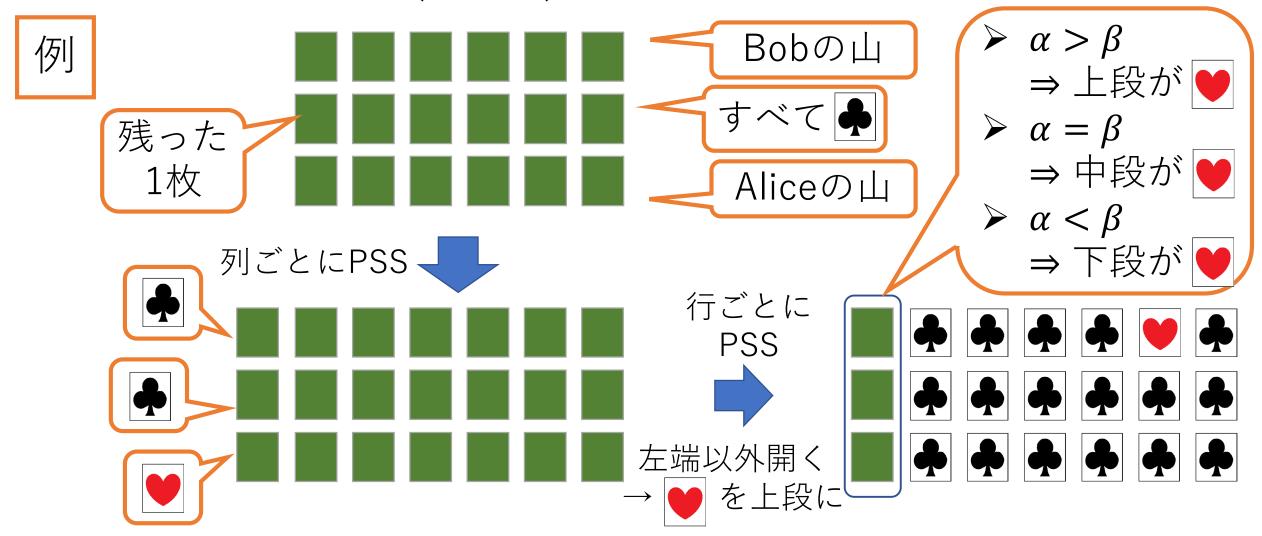








# 提案方式(後半)\*コミット型の場合



# 既存方式との比較(2値カードの場合)

| 方式                  | [Miyahara+ '20]               | [Shinagawa-Nuida '21]         |                                   |
|---------------------|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|
| (入力 $[0, m-1]$ )    |                               | (*)                           | (コミット型)                           |
| カード枚数               | $4\lceil \log_2 m \rceil + 2$ | $98\lceil\log_2 m\rceil - 72$ | $6\lceil \log_3 m \rceil + 5$     |
| 漸近的係数               | 4                             | 98                            | 3.7855                            |
| $(\times \log_2 m)$ |                               |                               |                                   |
| シャッフル               | $2[\log_2 m] - 1$ RC          | 1 (複雑)                        | $2\lceil \log_3 m \rceil + 2 PSS$ |
| 漸近的係数               | 2                             | _                             | 1.2618                            |
| $(\times \log_2 m)$ |                               |                               |                                   |

(\*) [Miyahara+ '20]と同じ大小比較回路をgarbled circuit化した場合

(\*\*) q = 3とし、出力を $\alpha \ge \beta$ と $\alpha < \beta$ の二択にしてカード枚数を減らしたもの

[K. Shinagawa, K. Nuida, "A Single Shuffle Is Enough for Secure Card-Based Computation of Any Boolean Circuit", Discrete Applied Mathematics (2021)]

#### 目次

- 背景: カードベース暗号
- 大小比較カードプロトコルの既存方式
- ・提案方式(2値カード)
- ・提案方式(番号カード)

# 提案方式の番号カードへの拡張

- ・基本的な構成は2値カードの場合と同様
- •変更点:
  - 番号カードを用、1行目用、2行目用に分類
    - 入力の符号化前に後者2種各々を完全シャッフル
  - 「どのループで取られたカードか」を隠すため、 カードの再利用が(ほぼ)できない
    - → カード枚数の増加

# 既存方式との比較(番号カードの場合)

| 方式 (入力[0, m-1])             | [Miyahara+ '20]               | 本研究(*)(コミット型)                                           |
|-----------------------------|-------------------------------|---------------------------------------------------------|
| カード枚数                       | $4\lceil \log_2 m \rceil + 4$ | $7\lceil \log_2 m \rceil + 2$                           |
| 漸近的係数 $( \times \log_2 m )$ | 4                             | 7                                                       |
| (2値カードの場合)                  | (4)                           | (3.7855)                                                |
| シャッフル                       | $6[\log_2 m] - 2 PSS$         | $2\lceil \log_2 m \rceil + 2 \text{ PSS}, 2 \text{ CS}$ |
| 漸近的係数 $( \times \log_2 m )$ | 6                             | 2                                                       |
| (2値カードの場合)                  | (2)                           | (1.2618)                                                |

(\*) q = 2とし、出力を $\alpha \ge \beta$ と $\alpha < \beta$ の二択にしてカード枚数を減らしたもの

注)提案方式について、q を大きくすると シャッフル回数が減るがカード枚数が増える

#### まとめと補足

#### (2者間) 大小比較カードプロトコルの提案

- 既存方式 [Miyahara+ '20]との漸近的な比較:
  - 2値カード: 枚数約94.6%、シャッフル回数約63.1%
  - •番号カード:枚数175%、シャッフル回数**約33.3**%

補足:番号カードでの提案方式

• 入力のコミットメントが予め与えられた場合にも、 PSS各1回で「ランダムなカードを用いた符号化」に 変換可能なため、提案方式を適用可能