Лабораторна робота №1

з дисципліни "Чисельні методи"

За темою: "Похибки чисельних розрахунків"

Виконав: студент групи КА-12 Гавлицький Іван

Перевірила: Димитрієва О. А.

Мета роботи: придбання практичних навичок в чисельному визначенні похибок обчислень для отримання результату з заданою кількістю вірних значущих цифр. Визначення можливості застосування засобів стандартних пакетів для отримання результатів.

Варіант 38

З'ясувати абсолютну та відносну похибки значення функції при заданих максимальних похибках аргументів.

38	1	$\left[\frac{(a+b)c}{}\right]^3 \ln\left(1+c^2\right)$	0.2456 ± 0.0005	0.20078 ± 0.00003	0.008 ± 0.00013	
	2	$\frac{c^2}{13}(a-b)^3 \cos\left(ac^2\right)$	0.02456	0.007823	0.8348	

```
In [21]: import sympy as smp


x = smp.symbols('x')
y = smp.symbols('y')
z = smp.symbols('z')

dx = smp.symbols('dx')
dy = smp.symbols('dy')
dz = smp.symbols('dz')
```

Умови завдань

```
In [22]: #Завдання 1
def func1(x, y, z):
   return ((x + y)*z)**3 * smp.log(1 + z**2)

a1 = 0.2456
b1 = 0.20078
c1 = 0.008

da1 = 0.0005
db1 = 0.00003
dc1 = 0.00013


#Завдання 2
def func2(x, y, z):
```

```python
    return z**2/13 * (x - y)**3 * smp.cos(x*z**2)

a2 = 0.02456
b2 = 0.007823
c2 = 0.8348

m = 5
da2 = db2 = dc2 = 10**(-m)
```

In [23]:
```python
Func1 = func1(x, y, z)
Func1
```

Out[23]:

$$z^3(x+y)^3\log\left(z^2+1\right)$$

In [24]:
```python
Func2 = func2(x, y, z)
Func2
```

Out[24]:

$$\frac{z^2(x-y)^3\cos\left(xz^2\right)}{13}$$

Завдання 1

Обчислимо похідні

In [25]:
```python
dFunc1dx = Func1.diff(x)
dFunc1dx
```

Out[25]:

$$3z^3(x+y)^2\log\left(z^2+1\right)$$

In [26]:
```python
dFunc1dy = Func1.diff(y)
dFunc1dy
```

Out[26]:

$$3z^3(x+y)^2\log\left(z^2+1\right)$$

In [27]:
```python
dFunc1dz = Func1.diff(z)
dFunc1dz
```

Out[27]:

$$\frac{2z^4(x+y)^3}{z^2+1}+3z^2(x+y)^3\log\left(z^2+1\right)$$

Розрахуємо максимальну абсолютну похибку

In [28]:
```python
dFunc1 = smp.Abs(dFunc1dx)*dx + smp.Abs(dFunc1dy)*dy + smp.Abs(dFunc1dz)*dz
dFunc1
```

Out[28]:

$$3dx\left|z^3(x+y)^2\log\left(z^2+1\right)\right|+3dy\left|z^3(x+y)^2\log\left(z^2+1\right)\right|+dz\left|\frac{2z^4(x+y)^3}{z^2+1}+3z^2(x+y)^3\log\left(z^2+1\right.\right.$$

In [29]:
```python
dfunc1 = smp.lambdify((x, y, z, dx, dy, dz), dFunc1)

dFunc1 = dfunc1(a1, b1, c1, da1, db1, dc1)
print(f'dF = {dFunc1}')
```

```
dF = 2.4717363081444313e-13
```

Таким чином маємо

In [30]:
```
pdFunc1 = Func1.subs({x:a1, y:b1, z:c1}) + dFunc1
mdFunc1 = Func1.subs({x:a1, y:b1, z:c1}) - dFunc1

print(f'{mdFunc1} < F(a, b, c) < {pdFunc1}')
```

```
2.66723350423080E-12 < F(a, b, c) < 3.16158076585968E-12
```

Розрахуємо відносну похибку

In [31]:
```
rel_dFunc1 = dFunc1 / smp.Abs(func1(a1, b1, c1))
rel_dFunc1
```

Out[31]: 0.0848109475996758

Завдання 2

Обчислимо похідні

In [32]:
```
dFunc2dx = Func2.diff(x)
dFunc2dx
```

Out[32]:
$$-\frac{z^4(x-y)^3\sin\left(xz^2\right)}{13}+\frac{3z^2(x-y)^2\cos\left(xz^2\right)}{13}$$

In [33]:
```
dFunc2dy = Func2.diff(y)
dFunc2dy
```

Out[33]:
$$-\frac{3z^2(x-y)^2\cos\left(xz^2\right)}{13}$$

In [34]:
```
dFunc2dz = Func2.diff(z)
dFunc2dz
```

Out[34]:
$$-\frac{2xz^3(x-y)^3\sin\left(xz^2\right)}{13}+\frac{2z(x-y)^3\cos\left(xz^2\right)}{13}$$

Розрахуємо максимальну абсолютну похибку

In [35]:
```
dFunc2 = smp.Abs(dFunc2dx)*dx + smp.Abs(dFunc2dy)*dy + smp.Abs(dFunc2dz)*dz
dFunc2
```

Out[35]:
$$dx\left|\frac{z^4(x-y)^3\sin\left(xz^2\right)}{13}-\frac{3z^2(x-y)^2\cos\left(xz^2\right)}{13}\right|+\frac{3dy\left|z^2(x-y)^2\cos\left(xz^2\right)\right|}{13}$$
$$+dz\left|\frac{2xz^3(x-y)^3\sin\left(xz^2\right)}{13}-\frac{2z(x-y)^3\cos\left(xz^2\right)}{13}\right|$$

In [36]:
```
dfunc2 = smp.lambdify((x, y, z, dx, dy, dz), dFunc2)

dFunc2 = dfunc2(a2, b2, c2, da2, db2, dc2)
print(f'dF = {dFunc2}')
```

```
dF = 9.068635497373119e-10
```

Таким чином маємо

In [37]:
```
pdFunc2 = Func2.subs({x:a2, y:b2, z:c2}) + dFunc2
mdFunc2 = Func2.subs({x:a2, y:b2, z:c2}) - dFunc2

print(f'{mdFunc2} < F(a, b, c) < {pdFunc2}')
```

```
2.50392137092333E-7 < F(a, b, c) < 2.52205864191807E-7
```

Розрахуємо відносну похибку

In [38]:
```
rel_dFunc2 = dFunc2 / smp.Abs(func1(a2, b2, c2))
rel_dFunc2
```

Out[38]: $8.68068036225261 \cdot 10^{-5}$

Висновок:

Виконуючи роботу я придбав практичні навички в чисельному визначенні похибок обчислень для отримання результату з заданою кількістю вірних значущих цифр. Визначення можливості застосування засобів стандартних пакетів для отримання результатів.