# FMM - Fizikte Matematiksel Metotlar - Uygulama Devam

**Hazırlayan**; Celal Ekrem Torun

*Fizik Bölümü, İstanbul Üniversitesi*

*Beyazıt, Fatih, İstanbul, Türkiye*

$twocolumnfalse]$

## Uygulama

### Soru

$S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ve $S_2 : z = x^2 + y^2 - 3$ yüzeyleri veriliyor. Bu yüzeylerin $P(2, -1, 2)$ noktasındaki teğet düzlemleri arasındaki açıyı bulunuz.

**Çözüm:** İki yüzey arasındaki açı, yüzeylerin normal vektörleri arasındaki açıdır.

Adım 1: Her yüzey için gradyan vektörlerini hesaplayın: $S_1 : f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0$ $S_2 : g(x, y, z) = x^2 + y^2 - z - 3 = 0$

Gradyanları hesaplayalım:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{k} = (2x)\hat{i} + (2y)\hat{j} + (2z)\hat{k}$$

$$\nabla g = \frac{\partial g}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial g}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial g}{\partial z}\hat{k} = (2x)\hat{i} + (2y)\hat{j} + (-1)\hat{k}$$

Adım 2: Gradyanları $P(2, -1, 2)$ noktasında değerlendirin:

$$\nabla f(2, -1, 2) = (2(2))\hat{i} + (2(-1))\hat{j} + (2(2))\hat{k} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$\nabla g(2, -1, 2) = (2(2))\hat{i} + (2(-1))\hat{j} + (-1)\hat{k} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$$

Adım 3: Gradyanların iç çarpımını ve büyüklüklerini hesaplayın:

$$\nabla f \cdot \nabla g = (4)(4) + (-2)(-2) + (4)(-1) = 16 + 4 - 4 = 16$$

$$|\nabla f| = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{16 + 4 + 16} = \sqrt{36} = 6$$

$$|\nabla g| = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{16 + 4 + 1} = \sqrt{21}$$

Adım 4: Açı kosinüsünü hesaplayın:

$$\cos\theta = \frac{|\nabla f \cdot \nabla g|}{|\nabla f||\nabla g|} = \frac{|16|}{6\sqrt{21}} = \frac{8}{3\sqrt{21}}$$

Adım 5: Açıyı bulun:

$$\theta = \arccos\left(\frac{8}{3\sqrt{21}}\right)$$

**Sonuç olarak**, yüzeyler arasındaki açı $\arccos\left(\frac{8}{3\sqrt{21}}\right)$'dir.