

1 Modern Fizik Notları - Relativistik Kinetik Enerji (Ödev Sorusu)

1.1 Giriş

Bu notlar, x kütleli bir elektronun relativistik ve klasik mekaniklere göre hızını ve kinetik enerjisini hesaplayan bir ödev sorusunu içermektedir.

1.2 Veriler

- Elektronun kütlesi: $m = 0.1 \text{ kg}$
- Işık hızı: $c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$

1.3 Relativistik Hesaplamalar

1.3.1 Relativistik Hız

Relativistik enerji-kütle ilişkisi:

$$E = mc^2$$

Kinetik enerji, toplam enerji ile durgun kütle enerjisi arasındaki farktır:

$$KE = E - m_0c^2$$

Verilen m değerinin, hızlandıktan sonraki kütle olduğu varsayılırsa, $m = \gamma m_0$, burada γ Lorentz faktörüdür.

Lorentz faktörü:

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ m &= \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} &= \frac{m_0}{m} \\ 1 - \frac{v^2}{c^2} &= \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 \\ \frac{v^2}{c^2} &= 1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 \\ v &= c\sqrt{1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2}\end{aligned}$$

Durgun kütle m_0 verilmediği için, bu değeri varsaymak veya ek bilgiye ihtiyaç duymaktayız. Ancak, m_0 değerini m değerine çok yakın bir değer olarak kabul edersek (örneğin, $m_0 = 0.999m$), hızı hesaplayabiliriz.

Eğer $m_0 = 0.999 m$ ise:

$$v = (2.998 \times 10^8) \sqrt{1 - (0.999)^2}$$
$$v \approx 4.239 \times 10^7 \text{ m/s}$$

1.3.2 Relativistik Kinetik Enerji

$$KE = mc^2 - m_0c^2 = (m - m_0)c^2$$
$$KE = (0.1 \text{ kg} - 0.0999 \text{ kg}) \times (2.998 \times 10^8 \text{ m/s})^2$$
$$KE = 0.0001 \text{ kg} \times (8.988 \times 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2)$$
$$KE = 8.988 \times 10^{12} \text{ J}$$

1.4 Klasik Hesaplamalar

1.4.1 Klasik Hız

Klasik mekanikte kinetik enerji:

$$KE = \frac{1}{2}mv^2$$

Kinetik enerji değeri yukarıda relativistik olarak hesapladığımız $KE = 8.988 \times 10^{12} \text{ J}$ değerini kullanırsak:

$$8.988 \times 10^{12} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times v^2$$
$$v^2 = \frac{2 \times 8.988 \times 10^{12}}{0.1}$$
$$v^2 = 1.7976 \times 10^{14}$$
$$v = \sqrt{1.7976 \times 10^{14}}$$
$$v \approx 1.341 \times 10^7 \text{ m/s}$$

1.4.2 Klasik Kinetik Enerji

Zaten yukarıda kullanıldı.

1.5 Sonuç

Relativistik hız: $v \approx 4.239 \times 10^7 \text{ m/s}$ Relativistik kinetik enerji: $KE = 8.988 \times 10^{12} \text{ J}$ Klasik hız: $v \approx 1.341 \times 10^7 \text{ m/s}$