



ELEKTRONİK I - ANALOG ELEKTRONİK 18 MART 2025

Ad Soyad: Celal Ekrem Torun - 0411230037

DERS: Doç. Dr. Neslihan Üzar Kılıç

Fizik Bölümü, İstanbul Üniversitesi

Beyazıt, Fatih, İstanbul, Türkiye

18 MART 2025

Dosya Adı:

FZKT2404_ElektronikI_H05S1_RCveRLDevreleri.tex

RC ve RL Devrelerinde Geçici Rejim Analizi

Bu bölümde, kapasitör ve indüktör içeren devrelerde anahtar açılıp kapatıldığında oluşan geçici rejim davranışlarını inceleyeceğiz. Bu tür devrelerde enerjinin depolanması ve boşaltılması, zamanla değişen bir karakteristiğe sahiptir.

Zaman Sabiti Kavramı

ÖNEMLİ

Enerji depo edebilen elemanlarda yüklerin yaklaşık %63'lük kısmının şarj ya dadeşarj olması için geçen süreye **zaman sabiti** denir. RC devrelerinde $\tau = RC$, RL devrelerinde ise $\tau = L/R$ ile gösterilir.

Zaman sabiti, bir devrenin dinamik davranışını karakterize eden önemli bir parametredir. Genel olarak, bir devrenin kararlı duruma ulaşması için geçmesi gereken süre, zaman sabitinin yaklaşık 4-5 katıdır.

Kondansatör (Kapasitör) İçeren DC Devreler

Kondansatörün Şarj Edilmesi

Bir kondansatör DC kaynağa bağlandığında, belirli bir zaman içinde şarj olur. Bu süreç, eksponansiyel bir karakteristiğe sahiptir.

$t = 0$ anında anahtar kapatıldığında, kondansatör üzerinde henüz yük yoktur, bu nedenle $V_C(0) = 0$ olur. Başlangıçta akım maksimum değerdedir: $I(0) = \frac{\varepsilon}{R}$.

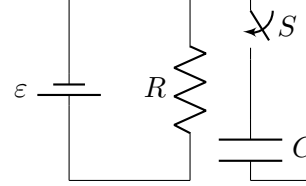


Figure 1: Kondansatörün şarj edildiği bir RC devresi

Kirchhoff Çevre Yasası'na göre:

$$\varepsilon = V_C + V_R \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{Q}{C} + IR \quad (2)$$

Zamana göre türev alındığında:

$$0 = \frac{1}{C} \frac{dQ}{dt} + R \frac{dI}{dt} \quad (3)$$

$$0 = \frac{I}{C} + R \frac{dI}{dt} \quad (4)$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü:

$$\frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC} dt \quad (5)$$

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\frac{t}{RC} \quad (6)$$

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (7)$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (8)$$

Kondansatör üzerindeki gerilim:

$$V_C = \varepsilon - V_R \quad (9)$$

$$V_C = \varepsilon - IR \quad (10)$$

$$V_C = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{R} R e^{-\frac{t}{RC}} \quad (11)$$

$$V_C = \varepsilon (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (12)$$

Kondansatör üzerindeki yük:

$$Q = CV_C \quad (13)$$

$$Q = C\varepsilon(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (14)$$

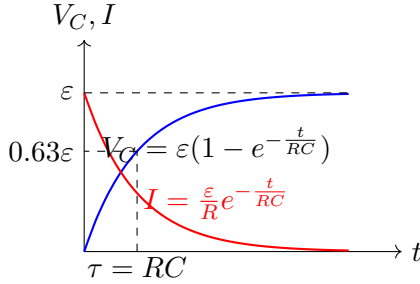


Figure 2: Kondansatör şarj sürecinde gerilim ve akımın zamana göre değişimi

SINAV İÇİN

Şarj sürecinde $t = \tau = RC$ anında:

- $V_C = \varepsilon(1 - e^{-1}) \approx 0.63\varepsilon$
- $I = \frac{\varepsilon}{R}e^{-1} \approx 0.37\frac{\varepsilon}{R}$

Pratik kural: Bir kondansatör, 4τ (4 zaman sabiti) sonra yaklaşık olarak tam şarj olmuş kabul edilir.

Kondansatörün Deşarj Edilmesi

Şarj olmuş bir kondansatör bir direnç üzerinden deşarj edildiğinde, benzer şekilde eksponansiyel bir karakteristik gösterir.

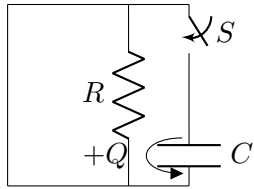


Figure 3: Kondansatörün deşarj edildiği bir RC devresi

$t = 0$ anında anahtar kapatıldığında, kondansatör üzerindeki başlangıç gerilimi $V_C(0) = V_0$ olur.

Kirchhoff Çevre Yasası'na göre:

$$0 = V_C + V_R \quad (15)$$

$$\frac{Q}{C} = -IR \quad (16)$$

Zamana göre türev alındığında:

$$\frac{1}{C} \frac{dQ}{dt} = -R \frac{dI}{dt} \quad (17)$$

$$\frac{I}{C} = -RI \quad (18)$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü:

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC} dt \quad (19)$$

$$\ln \frac{Q}{Q_0} = -\frac{t}{RC} \quad (20)$$

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (21)$$

Kondansatör üzerindeki gerilim:

$$V_C = \frac{Q}{C} \quad (22)$$

$$V_C = \frac{Q_0}{C} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (23)$$

$$V_C = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (24)$$

Devreden geçen akım:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (25)$$

$$I = \frac{d}{dt} (Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (26)$$

$$I = -\frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (27)$$

$$I = -\frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (28)$$

İndüktör (Bobin) İçeren DC Devreler

İndüktörün Akımlanması

Bir indüktör DC kaynağa bağlandığında, akım yavaş yavaş artarak kararlı değerine ulaşır.

S_1 anahtarı kapatıldığında (ve S_2 açıkken), devreden akım geçmeye başlar. İndüktörün öz indüksiyonu, akımın aniden değişmesini engeller:

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt} \quad (29)$$

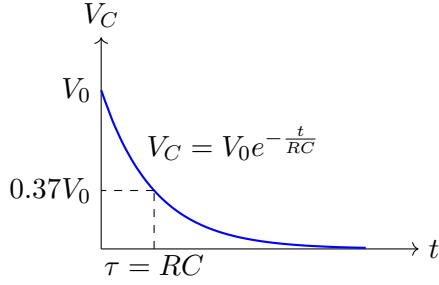


Figure 4: Kondansatör deşarj sürecinde gerilimin zamana göre değişimi

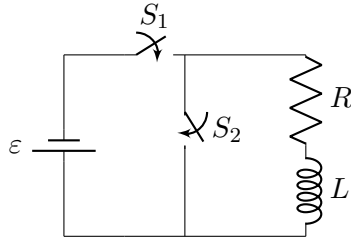


Figure 5: İndüktörün akımlandığı bir RL devresi

Kirchhoff Çevre Yasası'na göre:

$$\varepsilon = V_R + V_L \quad (30)$$

$$\varepsilon = IR + L \frac{dI}{dt} \quad (31)$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü:

$$\frac{\varepsilon}{R} - I = \frac{L}{R} \frac{dI}{dt} \quad (32)$$

$$(33)$$

Değişken değiştirerek ($x = \frac{\varepsilon}{R} - I$):

$$x = \frac{L}{R} \frac{dx}{dt} \quad (34)$$

$$\frac{dx}{x} = -\frac{R}{L} dt \quad (35)$$

$$\ln \frac{x}{x_0} = -\frac{R}{L} t \quad (36)$$

$$x = x_0 e^{-\frac{R}{L} t} \quad (37)$$

Başlangıçta $t = 0$ anında $I = 0$ olduğundan, $x_0 = \frac{\varepsilon}{R}$ olur:

$$\frac{\varepsilon}{R} - I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{R}{L} t} \quad (38)$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L} t}) \quad (39)$$

İndüktör üzerindeki gerilim:

$$V_L = L \frac{dI}{dt} \quad (40)$$

$$V_L = L \frac{d}{dt} \left[\frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L} t}) \right] \quad (41)$$

$$V_L = \frac{\varepsilon L R}{L} e^{-\frac{R}{L} t} \quad (42)$$

$$V_L = \varepsilon e^{-\frac{R}{L} t} \quad (43)$$

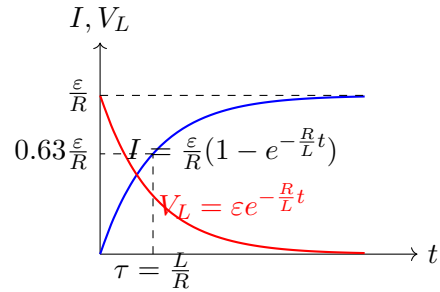


Figure 6: İndüktör akımlanma sürecinde akım ve gerilimin zamana göre değişimi

İndüktörün Deakımlanması

S_1 anahtarı açılıp S_2 anahtarı kapatıldığında, indüktörde depolanan enerji direnç üzerinden boşalır.

Kirchhoff Çevre Yasası'na göre:

$$0 = V_R + V_L \quad (44)$$

$$0 = IR + L \frac{dI}{dt} \quad (45)$$

$$L \frac{dI}{dt} = -IR \quad (46)$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü:

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt \quad (47)$$

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L} t \quad (48)$$

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t} \quad (49)$$

Burada $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$ (indüktörün kararlı durum akımı):

$$I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{R}{L} t} \quad (50)$$

SINAV İÇİN

RL devrelerinde $t = \tau = \frac{L}{R}$ anında:

- Akımlanma: $I = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-1}) \approx 0.63 \frac{\varepsilon}{R}$
- Deakımlanma: $I = \frac{\varepsilon}{R}e^{-1} \approx 0.37 \frac{\varepsilon}{R}$

Önemli: Sınavda zaman sabitinin ne olduğunu açıklamanız istenebilir. $\tau = \frac{L}{R}$ ifadesini ve anlamını mutlaka belirtiniz.

Çözümlü Örnekler

Örnek 1: RC Devresi

Soru: 250 V'luk bir DC güç kaynağı, 50 k'lık bir direnç ve 0.001 F'lık bir kondansatör içeren bir devrede, anahtar kapatıldıktan ne kadar zaman sonra kondansatör tam şarj olur? Ayrıca anahtar kapatıldıktan 100 mikro saniye sonra direncin iki ucu arasındaki potansiyel farkı nedir?

Çözüm:

1. İlk olarak, zaman sabitini hesaplayalım:

$$\tau = RC = 50 \times 10^3 \Omega \times 0.001 \times 10^{-6} \text{ F} = 50 \times 10^{-6} \text{ s} = 50 \text{ s} \quad (51)$$

2. Kondansatörün tam şarj olması için pratik olarak 4τ süresi gerekir:

$$t_{\text{tam şarj}} = 4\tau = 4 \times 50 \text{ s} = 200 \text{ s} \quad (52)$$

3. Anahtar kapatıldıktan 100 s sonra, direncin üzerindeki gerilim:

$$V_R = \varepsilon e^{-\frac{t}{RC}} \quad (53)$$

$$V_R = 250 \text{ V} \times e^{-\frac{100 \times 10^{-6}}{50 \times 10^{-6}}} \quad (54)$$

$$V_R = 250 \text{ V} \times e^{-2} \quad (55)$$

$$V_R = 250 \text{ V} \times 0.135 = 33.7 \text{ V} \quad (56)$$

4. Kondansatör üzerindeki gerilim:

$$V_C = \varepsilon - V_R \quad (57)$$

$$V_C = 250 \text{ V} - 33.7 \text{ V} = 216.3 \text{ V} \quad (58)$$

Örnek 2: RL Devresi

Soru: 10 H'lık bir indüktör ve 100 'luk bir direnç içeren bir devrede, anahtar kapatıldıktan sonra akımın maksimum değerinin %63'üne ulaşması için geçen süre nedir? Ayrıca, yarı güç frekansını hesaplayınız.

Çözüm:

1. Akımın maksimum değerinin %63'üne ulaşması, bir zaman sabiti kadar sürede gerçekleşir:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{10 \text{ H}}{100} = 0.1 \text{ s} \quad (59)$$

2. Yarı güç frekansı, indüktif reaktansın direnç değerine eşit olduğu frekanstır:

$$\omega L = R \quad (60)$$

$$2\pi f L = R \quad (61)$$

$$f = \frac{R}{2\pi L} \quad (62)$$

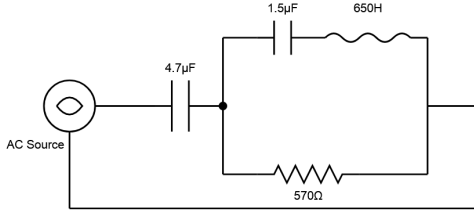
$$f = \frac{100}{2\pi \times 10 \text{ H}} \quad (63)$$

$$f = \frac{100}{62.8} \text{ Hz} \approx 1.59 \text{ Hz} \quad (64)$$

SINAV İÇİN MUHTEMEL SORULAR

1. AC elektrik kaynağına bağlı 4.7 F kondansatör ve 1.5 F kondansatör, 650 H bobin ve 570 dirençten oluşan bir devrenin eşdeğer direncini hesaplayınız.
2. Bir RC devresinde, anahtar kapatıldıktan ne kadar zaman sonra direncin uçlarındaki potansiyel belirli bir değere düşer?
3. RL devresinde, zaman sabitinin ne olduğunu açıklayınız ve bir devrede akımın maksimum değerinin %99'una ulaşması için gerekli süreyi hesaplayınız.
4. AC kaynağına bağlı RC ve RL devrelerinin frekans cevabını çizin ve yarı güç frekansının önemini açıklayınız.

AC Circuit with Series-Parallel Configuration



AC power source connected to a 4.7μF capacitor in series with two parallel branches:
Branch 1: 1.5μF capacitor and 650H inductor in series | Branch 2: 570Ω resistor

Özet

RC Devreleri (Kondansatör içeren devreler):

- Zaman sabiti: $\tau = RC$
- Şarj durumunda kondansatör gerilimi: $V_C = \varepsilon(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$
- Şarj durumunda akım: $I = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$
- Deşarj durumunda kondansatör gerilimi: $V_C = V_0e^{-\frac{t}{RC}}$

RL Devreleri (İndüktör içeren devreler):

- Zaman sabiti: $\tau = \frac{L}{R}$
- Akımlanma durumunda akım: $I = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$
- Akımlanma durumunda indüktör gerilimi: $V_L = \varepsilon e^{-\frac{R}{L}t}$
- Deakımlanma durumunda akım: $I = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$

Pratik Kurallar:

- Tam şarj/deşarj için gereken süre: 4τ
- 1 zaman sabiti sonunda: %63 şarj/akımlanma
- 2 zaman sabiti sonunda: %86 şarj/akımlanma
- 3 zaman sabiti sonunda: %95 şarj/akımlanma
- 4 zaman sabiti sonunda: %98 şarj/akımlanma