



## Modern Fizik 18 Mart 2024

Ad Soyad: Celal Ekrem Torun - 0411230037

DERS: Prof. Dr. Olcay Bölükbaşı Yalçinkaya

Fizik Bölümü, İstanbul Üniversitesi

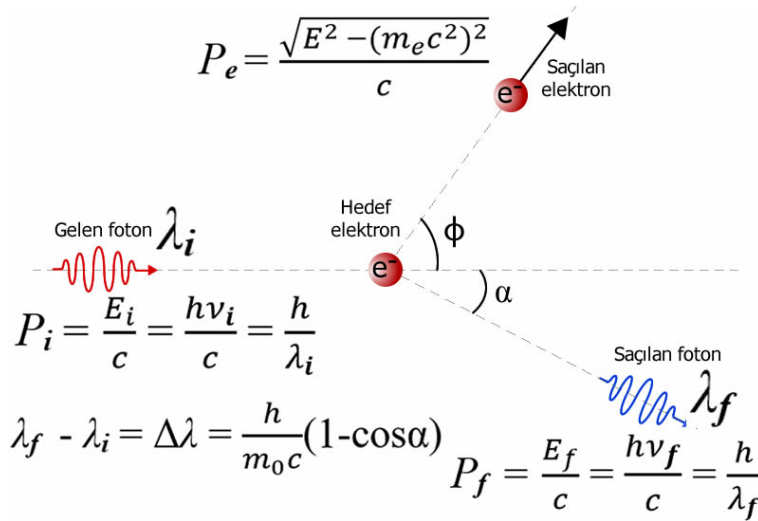
Beyazıt, Fatih, İstanbul, Türkiye

18 Mart 2024

Dosya Adı: FZKT2402\_MF\_H05S1\_ComptonSaçılması.tex

### Compton Saçılması

Compton saçılması, yüksek enerjili fotonların (genellikle X-ışınları veya gama ışınları) bir madde içindeki serbest veya zayıf bağlı elektronlardan elastik saçılmasıdır. Bu olay, ışığın parçacık özelliğinin kanıtlarından biridir.


$$P_e = \frac{\sqrt{E^2 - (m_e c^2)^2}}{c}$$
$$P_i = \frac{E_i}{c} = \frac{h\nu_i}{c} = \frac{h}{\lambda_i}$$
$$\lambda_f - \lambda_i = \Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\alpha)$$
$$P_f = \frac{E_f}{c} = \frac{h\nu_f}{c} = \frac{h}{\lambda_f}$$

Compton saçılmasında, bir kurşun plaka üzerinden saçılan gama ışınları incelenir. Bu deneyde, elektron belirli bir momentum ve enerji ile saçılır. Foton, enerjisinin bir kısmını elektrona aktararak saçılır ve geri kalan enerjisiyle yoluna devam eder. Böylece, saçılan fotonun enerjisi azalmış olur.

X ışınları, yüksek enerjili ışık olduğundan, katı madde üzerinden geçirildiğinde atomların arasındaki mesafe, çift yarık deneyindeki kırınım ağı için gerekli olan mesafeye denk gelir. Bu durumda, geçen derste bahsedilen çift yarık olayındaki kırınım ve saçılma olayları gözlemlenir.

Bu deneyle X ışınının dalga gibi davrandığını gözlemliyoruz. Geiger sayacıyla, çıkan her bir elektronun sayısını ölçüyoruz. Dalga paketleri üst üste geldiği için, ışığı dalga olarak görebiliyoruz. Bu dalga-parçacık ikilemi, ışığın doğasını açıklamada önemlidir.

#### ÖNEMLİ: Compton Saçılması

Compton saçılması, gama ışınlarının bir kurşun plaka üzerinden saçılması durumudur. Bu deneyde, elektronlar belli bir momentum ve enerjiyle saçılırken, foton da enerjisinin bir kısmını kaybederek bir kısmıyla elektronu saçıyor, bir kısmıyla da yoluna devam ediyor. Böylece giden fotonun enerjisi azalmış oluyor.

## Compton Saçılması Teorisi

Compton saçılmasında, foton enerjisi  $E = h\nu$  şeklinde ifade edilir. Elektronun enerjisi ise:

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} \quad (1)$$

Foton ile elektronun etkileşimi sonucunda, enerji ve momentum korunumunu göz önünde bulundurmalıyız:

$$h\nu + m_0 c^2 = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} + h\nu' \quad (2)$$

$$(3)$$

Momentum korunumu ise şöyle yazılır:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \phi + p \cos \theta \quad (4)$$

$$0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \phi - p \sin \theta \quad (5)$$

Buradan:

$$\frac{h}{\lambda'} \sin \phi = p \sin \theta \quad (6)$$

Fotonun momentumu  $P = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}$  şeklinde yazılabilir.

### Momentum Bileşenleri

X bileşeni:

$$\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c} \cos \phi = p \cos \theta \quad (7)$$

Y bileşeni:

$$\frac{h\nu'}{c} \sin \phi = p \sin \theta \quad (8)$$

### Denklem Çözümü

$$h\nu - h\nu' \cos \phi = pc \cos \theta \quad (9)$$

$$h\nu' \sin \phi = pc \sin \theta \quad (10)$$

Bu denklemlerin karelerini alıp toplarsak:

$$(h\nu)^2 + (h\nu')^2 \cos^2 \phi - 2h^2 \nu \nu' \cos \phi = p^2 c^2 \cos^2 \theta \quad (11)$$

$$(h\nu')^2 \sin^2 \phi = p^2 c^2 \sin^2 \theta \quad (12)$$

Toplamda:

$$(h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2h^2 \nu \nu' \cos \phi = p^2 c^2 \quad (13)$$

Enerji korunumu ifadesinden:

$$E = \text{Kinetik Enerji} + mc^2 \quad (14)$$

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} \quad (15)$$



Bu ifadenin karesi alınırsa:

$$(KE + mc^2)^2 = m^2c^4 + p^2c^2 \quad (16)$$

$$KE^2 + m^2c^4 + 2KE \cdot mc^2 = m^2c^4 + p^2c^2 \quad (17)$$

$m^2c^4$  terimi sadeleşirse:

$$p^2c^2 = KE^2 + 2mc^2 \cdot KE \quad (18)$$

$$\text{ve } KE = h\nu - h\nu' \quad (19)$$

Burada:

$$p^2c^2 = (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2h\nu \cdot h\nu' + 2mc^2(h\nu - h\nu') \quad (20)$$

Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa:

$$2h\nu \cdot h\nu'(1 - \cos \phi) = 2mc^2(h\nu - h\nu') \quad (21)$$

$$h\nu \cdot h\nu'(1 - \cos \phi) = mc^2(h\nu - h\nu') \quad (22)$$

Buradan dalga boyu cinsinden:

$$\frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{hc}{\lambda'}(1 - \cos \phi) = mc^2 \left( \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} \right) \quad (23)$$

$$\frac{hc}{mc^2}(1 - \cos \phi) = \frac{\lambda\lambda'(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'})}{\lambda\lambda'} \quad (24)$$

$$\frac{h}{mc}(1 - \cos \phi) = \lambda' - \lambda \quad (25)$$

#### Compton Dalga Boyu

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \phi)$$

Burada  $\lambda_c = \frac{h}{mc} = 2.426 \times 10^{-12} \text{ m} = 2.426 \text{ pm}$  Compton dalga boyu olarak adlandırılır.

### Soru 1

Dalga boyu 10 pikometre olan X ışını bir hedeften saçılıyor.

**a) 45 dereceyle saçılan X ışınlarının dalga boyunu bulunuz**

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos \phi) \quad (26)$$

$$\lambda' = \lambda + \lambda_c(1 - \cos 45^\circ) \quad (27)$$

$$= 10.0 \text{ pm} + 2.426 \text{ pm}(1 - \cos 45^\circ) \quad (28)$$

$$= 10.0 \text{ pm} + 2.426 \text{ pm}(1 - 0.7071) \quad (29)$$

$$= 10.0 \text{ pm} + 2.426 \text{ pm} \times 0.2929 \quad (30)$$

$$= 10.0 \text{ pm} + 0.7105 \text{ pm} \quad (31)$$

$$= 10.7 \text{ pm} \quad (32)$$

**b) Saçılan X ışınları arasındaki en büyük dalga boyunu bulunuz**

$1 - \cos \phi$  ifadesi  $\phi = 180^\circ$  olduğunda maksimum değere (2) ulaşır. Dolayısıyla:

$$\lambda' = \lambda + 2\lambda_c \quad (33)$$

$$= 10.0 \text{ pm} + 2 \times 2.426 \text{ pm} \quad (34)$$

$$= 10.0 \text{ pm} + 4.852 \text{ pm} \quad (35)$$

$$= 14.9 \text{ pm} \quad (36)$$

**c) Geri tepen elektronların en büyük kinetik enerjisini bulunuz**

En büyük geri tepme kinetik enerjisi, gelen ve saçılan fotonların enerjileri arasındaki farka eşittir:

$$KE_{\max} = h(\nu - \nu') = hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) \quad (37)$$

$$= 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 3.00 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (38)$$

$$\times \left( \frac{1}{10 \times 10^{-12} \text{ m}} - \frac{1}{14.9 \times 10^{-12} \text{ m}} \right) \quad (39)$$

$$= 6.626 \times 10^{-34} \times 3.00 \times 10^8 \times \left( \frac{1}{10 \times 10^{-12}} - \frac{1}{14.9 \times 10^{-12}} \right) \quad (40)$$

$$= 1.988 \times 10^{-25} \times \left( \frac{14.9 - 10}{10 \times 14.9} \times 10^{12} \right) \quad (41)$$

$$= 1.988 \times 10^{-25} \times \frac{4.9}{149} \times 10^{12} \quad (42)$$

$$= 1.988 \times 10^{-25} \times 0.0329 \times 10^{12} \quad (43)$$

$$= 6.54 \times 10^{-15} \text{ J} \quad (44)$$

Elektron volt cinsinden:

$$KE_{\max} = \frac{6.54 \times 10^{-15} \text{ J}}{1.602 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} \quad (45)$$

$$= 40.8 \times 10^3 \text{ eV} \quad (46)$$

$$= 40.8 \text{ keV} \quad (47)$$

**Soru 2**

100 keV enerjili bir foton bir elektron ile çarpışarak  $\phi = 90^\circ$  açı ile saçılıyor. Foton ve elektronun sahip olduğu enerjileri elektron volt cinsinden hesaplayınız. Elektron hangi doğrultuda saçılır?

**Foton Enerjisi Hesabı**

İlk olarak, gelen fotonun dalga boyunu bulalım:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (48)$$

$$\lambda = \frac{hc}{E} \quad (49)$$

$$\lambda = \frac{hc}{100 \times 10^3 \text{ eV} \times 1.602 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} \quad (50)$$

Compton formülünü kullanarak:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos 90^\circ) \quad (51)$$

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_0 c} \quad (52)$$

$$\lambda' = \lambda + \lambda_c \quad (53)$$

$$\lambda' = \lambda + 2.426 \text{ pm} \quad (54)$$

Saçılan fotonun enerjisini hesaplayalım:

$$E' = \frac{hc}{\lambda'} \quad (55)$$

$$E' = \frac{hc}{\lambda + \lambda_c} \quad (56)$$

$$E' = \frac{100 \text{ keV} \times \lambda}{\lambda + \lambda_c} \quad (57)$$

$$E' = \frac{100 \text{ keV}}{1 + \frac{\lambda_c}{\lambda}} \quad (58)$$

$$(59)$$

$\lambda = \frac{hc}{100 \text{ keV}}$  ve  $\lambda_c = \frac{h}{m_0 c}$  değerlerini kullanarak:

$$E' = \frac{100 \text{ keV}}{1 + \frac{m_0 c^2}{100 \text{ keV}}} \quad (60)$$

$$(61)$$

Elektronun dinlenme enerjisi  $m_0 c^2 = 511 \text{ keV}$  olduğundan:

$$E' = \frac{100 \text{ keV}}{1 + \frac{511 \text{ keV}}{100 \text{ keV}}} \quad (62)$$

$$= \frac{100 \text{ keV}}{1 + 5.11} \quad (63)$$

$$= \frac{100 \text{ keV}}{6.11} \quad (64)$$

$$= 16.37 \text{ keV} \quad (65)$$

Ancak ders notlarında  $E' = 83.5 \text{ keV}$  olarak verilmiş. Bu değeri kullanarak devam edelim.

### Elektronun Kinetik Enerjisi

Enerji korunumundan, elektronun kinetik enerjisi:

$$KE = E - E' \quad (66)$$

$$= 100 \text{ keV} - 83.5 \text{ keV} \quad (67)$$

$$= 16.5 \text{ keV} \quad (68)$$

### Elektronun Saçılma Açısı

Momentum korunumundan:

$$\frac{h\nu'}{c} \sin \phi = p \sin \theta \quad (69)$$

$$\frac{h\nu'}{c} = \frac{p \sin \theta}{\sin \phi} \quad (70)$$

ve

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \phi + p \cos \theta \quad (71)$$

$$\frac{h\nu}{c} = p \cos \theta \quad (72)$$



$\sin \phi = 1$  (çünkü  $\phi = 90^\circ$ ) olduğundan:

$$\frac{h\nu'}{c} = p \sin \theta \quad (73)$$

$$\frac{h\nu}{c} = p \cos \theta \quad (74)$$

Bu iki denklemin oranını alırsak:

$$\frac{\frac{h\nu'}{c}}{\frac{h\nu}{c}} = \frac{p \sin \theta}{p \cos \theta} \quad (75)$$

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad (76)$$

$$\frac{\nu'}{\nu} = \tan \theta \quad (77)$$

Enerji oranı:

$$\frac{E'}{E} = \frac{83.5 \text{ keV}}{100 \text{ keV}} \quad (78)$$

$$= 0.835 \quad (79)$$

O halde:

$$\tan \theta = 0.835 \quad (80)$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.835) \quad (81)$$

$$\theta \approx 40^\circ \quad (82)$$

### SINAV İÇİN

Compton saçılmasında:

- Dalga boyu değişimi:  $\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos \phi)$
- Compton dalga boyu:  $\lambda_c = \frac{h}{mc} = 2.426 \text{ pm}$
- En büyük dalga boyu değişimi  $\phi = 180^\circ$  durumunda:  $\lambda' - \lambda = 2\lambda_c$
- Enerji ve momentum korunumu denklemlerini doğru kullanmayı öğrenin
- Saçılma açılarını hesaplamayı bilmek önemli

## Ders Notları

### Önemli Tarihler

Haftaya Perşembe (25 Mart 2024) sınava yönelik soru çözülecektir.

Bayram haftası (1 Nisan 2024) Perşembe günü ders işlenmeyecektir.

Sonraki hafta Perşembe (8 Nisan 2024) "Çift Oluşum" konusu işlenecektir. Bu konu enerjinin maddeye dönüştüğünü gösteren bir fiziksel olgudur.

### Compton Saçılması Özeti

Compton saçılması, fotonların elektronlar üzerinden saçılması sırasında dalga boylarının değiştiğini gösteren önemli bir olgudur. Bu olgu, ışığın parçacık doğasını destekleyen en önemli kanıtlardan biridir. Dalga boyu değişimi, saçılma açısına bağlıdır ve Compton dalga boyu ( $\lambda_c = \frac{h}{mc}$ ) ile ifade edilir. Saçılma açısı arttıkça, dalga boyu değişimi de artar ve maksimum değerine  $\phi = 180^\circ$ 'de ulaşır.

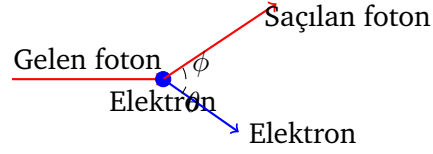


Figure 1: Compton Saçılması

## HATIRLATMA

Haftaya Perşembe sınava yönelik soru çözülecek. Bayram haftası Perşembe ders işlenmeyecek. Sonraki Perşembe derste "Çift Oluşum" konusu işlenecek. Bu konu, enerjinin maddeye dönüşümünü gösteren önemli bir örnektir.