

正規分布の期待値（平均）、分散、標準偏差とその導出

統計太郎

2025-10-06

Contents

参考	1
イントロダクション：正規分布の期待値、分散、標準偏差	2
正規分布の定義	2
正規分布の期待値、分散、標準偏差の導出	3
正規分布の期待値（平均）の導出	3
正規分布の分散の導出	3
正規分布の標準偏差の導出	3

参考

本ドキュメントは以下の資料を参考に作成している。

- Web サイト：数学の景色 - 正規分布の期待値（平均）・分散・標準偏差とその導出証明
- Web サイト：数学の景色 - 【LaTeX】定理環境 `amsthm` パッケージの使い方を徹底解説

イントロダクション：正規分布の期待値、分散、標準偏差

本ドキュメントでは、正規分布の定義から期待値、分散、標準偏差を導出する。

まずは正規分布の期待値、分散、標準偏差の定理を確認する。

定理. 確率変数 X が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うとき ($X \sim N(\mu, \sigma^2)$)、 X の期待値、分散、標準偏差はそれぞれ次のとおりとなる。

$$E[X] = \mu, \quad V(X) = \sigma^2, \quad \sqrt{V(X)} = \sigma.$$

正規分布の定義

まず、正規分布の確率密度関数の定義を確認する。

定義. X を確率変数、 $\mu \in \mathbb{R}$ 、 $\sigma > 0$ とする。 X の確率密度関数が

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

となるとき、 X は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ (normal distribution) に従うといい、 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ と表す。

正規分布の期待値、分散、標準偏差の導出

正規分布の期待値（平均）の導出

TODO: 期待値の導出

正規分布の分散の導出

TODO: 正規分布の分散の導出

正規分布の標準偏差の導出

標準偏差の定義は、分散の平方根 $\sqrt{V(X)}$ である。分散が σ^2 と導出されたことから、

$$\sqrt{V(X)} = \sqrt{\sigma^2} = \sigma$$

が直ちに得られる。