绪论

本讲义用于 @-OpeneR- 导数配套课程使用。秉持着开源的原则分享给大家使用，其中有一些题目可能涉及到版权问题，如果您是版权所有者请通过邮箱@ryc_null@outlook.com 联系我，我将会对涉及版权的部分进行修改.

本课程分为两部分：
A部分介绍导数相关的基础，共有3章，基于课本，高于课本，通过这3章的学习，大家可以掌握基本的导数使用方法，结合高一的函数部分已经可以做相当数量的题目了，适合同学们预习使用。每一章都有配套的练习，附有相应答案与解析，在必要时候我会对其中一部分的题目进行讲解.
B部分主要介绍一些导数题目中所用到的进阶知识，部分内容可能与高数接轨（如积分构造不等式/函数），但是浅尝辄止，并不会很夸张，但是，在A部分没有完全掌握的时候，建议各位同学不要着急挑战，导数部分的学习和运用会持续很久，打好基础才是王道.如果各位确实有需要，可以选择性观看，此部分将会持续更新直到笔者高考结束.

导数本身不难——导数难的地方不是各种方法、技巧，而是函数的思想，因此，如果你已经了解了函数，即使你不是高中的同学，也可以学习本部分内容.

北京对于导数的考察还没有到那么癫狂的地位，各位北京的同学完全不用担心.

闲话少叙，接下来，让我们进入导数的世界吧！

变化率与导数

相信大家在高一学习物理的时候，都遇到过这样的问题：瞬时变化率和平均变化率到底是什么，为什么就这么突然的给出了这样的一个定义？

当时我们是借助实际生活中的问题，如汽车加速等具体的例子展示的，而现在，我们则要从更加**微观**、**普遍**的视角对待这两个概念。

1、变化量和变化率

首先我们给出变化量的概念：

一个函数$y=f(x)$其**定义域为D**，且$x_1,x_2\in D,\quad x_1\neq x_2,\quad y_1=f(x_1),\quad y_2=f(x_2)$,则**自变量变化量**为
$\Delta x=x_2-x_1$
因变量变化量为

$$\Delta y=y_2-y_1$$

那么**平均变化率**就是：

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

平均变化率的实际意义有很多，以我们物理课中所学到的，路程的平均变化率，就是速度大小，这代表着一个单位时间内，路程的变化量.例如，5m/s的质点匀速运动，那么在每个单位时间（即1s内），变化的路程为5m.

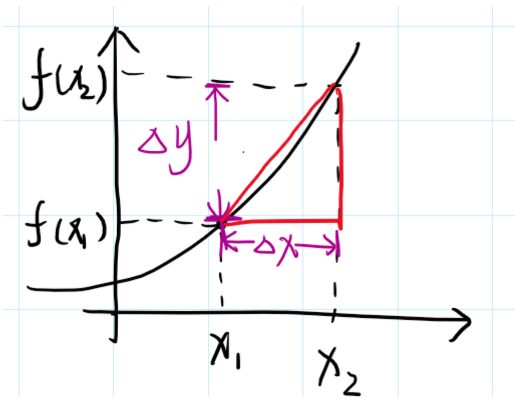
如果仔细观察上述的式子，我们很容易发现如下的关系：

$$x_2=x_1+\Delta x$$

那么我们便可以用更加优美的式子表达上述的关系。

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}=\frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x}$$

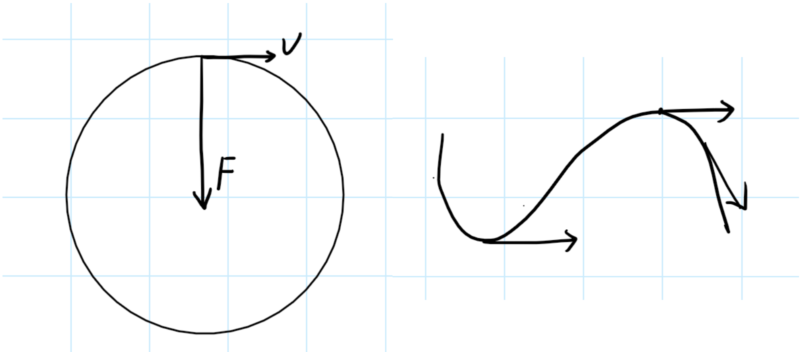
你可能会认为这两种表达方式没有本质区别，那么你就对了，确实没有本质区别，但是采用这种形式，将第二个看似无关的变量与第一个变量利用Δx相关联，这样有利于我们进行接下来的研究。



在上述图片中，我们可以直观的看到函数曲线之中变化率的意义——即两个函数上的点所连直线的**斜率**，更简单一些——**切线的斜率**。
函数的变化率，可以直观地表现函数在一定区间内的变化趋势。

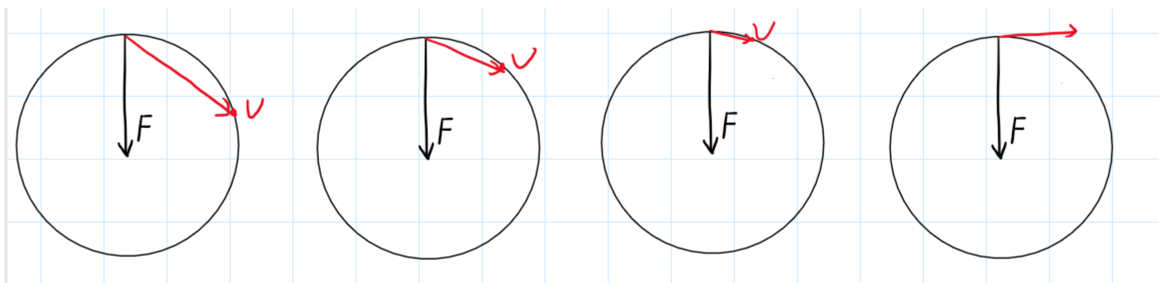
2、导数的定义

相信大家都在学习曲线运动的时候都遇到过这样类似的图景：



在当时，我们都依靠直觉认为，这个时刻的速度方向与圆相切，那么，这是为什么呢？

瞬时速度，就是在一个瞬间内的速度。我们已经知道了在一段时间内的速度方向就是两个端点之间**割线的方向**，现在，我们让两个点不断靠近，靠近，直到...



看到第四幅图了吗，当我们将两个端点移到几乎重合的时候，此时速度的方向就好像**切线的方向**一样。
让我们想象一下，当这两个端点接着靠近，那么在靠近间隔到**无穷小**的距离的时候，这个速度的方向，就是**切线的方向**了。

Δt	-0.1	-0.01	-0.001	0.001	0.01	0.1
区间	$[1.9, 2]$	$[1.99, 2]$	$[1.999, 2]$	$[2, 2.001]$	$[2, 2.01]$	$[2, 2.1]$
平均速度 $2+0.5\Delta t$	1.95	1.995	1.9995	2.0005	2.005	2.05

在这个表格（人教版B教材P69页)中，我们不难发现，当Δt越接近于0，此时**平均速度大小**就越精确，当$\Delta t \to 0$时，这个极其精确的速度，我们就称之为**瞬时速度的大小**。

在上述的例子当中，我们其实在使用一种叫做极限的思想，在B部分中我们将进行更加严谨的论述，但在这里，我们仅仅需要掌握这种感性的直觉就好。

同样的，假若我们让上一个part里面出现的

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

也进行类似的操作，我们就可以有如下的结论：
当存在一个x_0在$f(x)$定义域内的时候，我们取$\Delta x \to 0$（此处箭头表示趋近于），此时变化率为**瞬时变化率**，其大小记作k（这里的k叫做k并非巧合哦），我们这样子的式子叫做**导函数**，，简称**导数**记作

$$f'(x_0)=\frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x}=\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=k$$

完整的符号表述：

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

根据上述式子，我们很容易推出，当Δx很小很小的时候，可以看作近似有如下关系：

$$f'(x)\Delta x=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$$

即，**函数值的变化量等于导数与自变量变化量的乘积。**
此性质常用来估算函数数值大小，在以直代曲的时候将会有意想不到的用处。

3、导数的几何意义

经过上面的学习，相信大家都对导数有了基本的感性认识，接下来，我们将会着重讲解导数的几何意义，请注意，这一部分将会对未来的做题思维路径产生深远影响，对于大多数同学，这样的过度并不简单，假若没有看懂，请反复理解.

让我们先做一道题吧！

例题1 已知函数$f(x)=x^2$，设$x=0$处变化量为Δx.

(I)依照上一章的定义求出$f'(1)$的值；

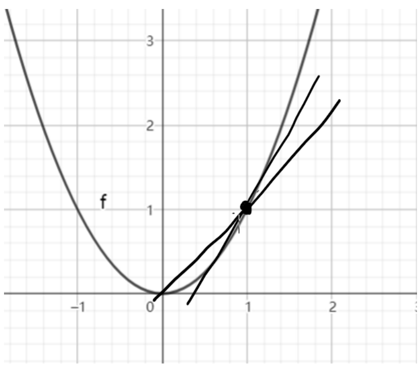
(II)设$A(1,1);B(1+\Delta x,1+f(\Delta x))$.求当$\Delta x\to 0$的时候，两点连成直线的斜率.

解答：

(I)

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}=\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=\frac{(1+\Delta x)^2-(1)}{\Delta x}=\frac{2(\Delta x)+(\Delta x)^2}{\Delta x}=2+\Delta x$$

(II)



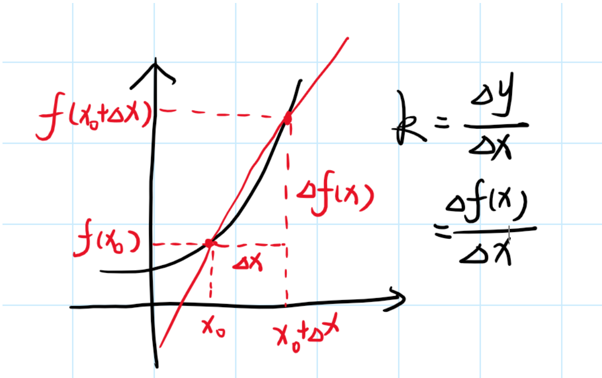
通过上述图片，我们令Δx从负无穷接近0，根据上一章的感觉可以得到，此时两点几乎重合，两点无限接近，至此直线的斜率就是在A点**切线**的斜率.

而从理性上讲，有如下关系：

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}=2+0=2$$

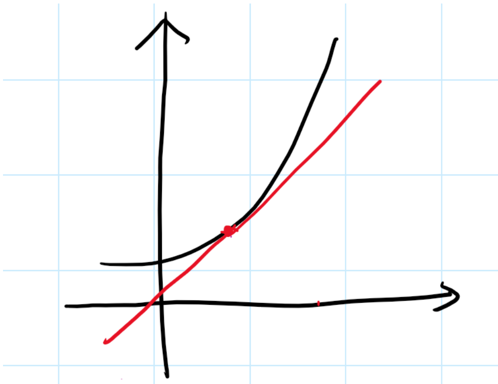
在数学上，切线的导出与割线密切相关，割线是指图像上两个靠近的点的连线，其性质是直线。当割线的**两个定点无限靠近**，那么此时两个点可以看作一个点，满足这样关系的割线叫做**切线**.

我们给出任意一个函数$f(x)$，图上两点$(x_0,f(x_0))$，$(x_0+\Delta x,f(x_0+\Delta x))$，过两点的割线一定满足斜率为$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$.



根据例题的启发，我们让$\Delta x\to 0$，此时两个点无限靠近，其斜率就变成了切线的斜率

$$k=f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$



我们既有了斜率，又有了切点，那么我们很容易想到可以写出这样的直线的方程

$$y-y_0=k(x-x_0)$$

$$y-f(x_0)=f'(x)(x-x_0)$$

以例一为例，我们可以写出此函数在$(1,1)$处的切线方程.

$$f(1)=1,f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}=2$$

$$y-1=2(x-1)$$

$$y=2x-1$$

借助其切线，我们可以具象地体会瞬时变化率的实际含义。

至此，本章结束，这是最轻松愉快的一章呢，我们在这章中主要发掘了一种潜藏的极限思想，请保持这种感觉，接下来的几章我们会反复使用这个直觉。

常见函数的导数和求导法则

上节课我们浅浅地了解到了导数是个什么玩意，但是相信你也一定发现了一个问题——按照我们上面的方法，所有函数都是同一套法则来求导，按照定义法，有些函数的导数是可以求得的，但是还要相当一部分函数是不易求出导数的，甚至我们对那个式子无能为力的.大多数函数的导数都不简单，因而我们有一套专门的工具来解决这个问题.

1、常值函数和幂函数的导数

可能有些抽象了，那么就让我们先做组例题吧：

例题2：

用定义法求出以下函数的导数：

(1) $f(x)=C$； (2) $f(x)=\frac{1}{x}$

(3) $f(x)=x$； (4) $f(x)=x^2$

(5) $f(x)=\sqrt{x}$

解答：

使用上一章的结论：

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

(1)

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{C-C}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}0=0$$

(2)

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(\frac{1}{x+\Delta x})-\frac{1}{x}}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{-1}{x(x+\Delta x)}=-\frac{1}{x^2}$$

(3)

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)-x}{\Delta x}=1$$

(4)

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2-x^2}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{2\Delta x+(\Delta x)^2}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}2+(\Delta x)=2$$

(5)

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\sqrt{(x+\Delta x)}-\sqrt{x}}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta x(\sqrt{(x+\Delta x)}+\sqrt{x})}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{(\sqrt{(x+\Delta x)}+\sqrt{x})}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

由此，我们得到了一张简易的**导函数表**：

$C'=0$

$x' = x^0$

$(x^2)' = 2x^1$

$(x^{-1})' = -x^{-2}$

$(x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

你发现规律了吗！在这里我们将不同形式整理为幂函数的形式，不难发现其中所蕴藏的规律：

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$$

此处的式子经过证明，**对于任意的实数α都成立**，具体证明过程在B部分给出，有兴趣的同学可以观赏下，但是各位同学不必一定掌握，以后的学习、考试可以**直接运用此结论**哦！

2、导数表

就像对数的出现一样，我们伟大的数学家为了~~偷懒~~避免重复劳动，将一些常见的导数记录了下来，这就是**导数表**：

$$\begin{gathered} C' = 0 \\ (x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1} \\ (a^x)' = a^x \ln a \\ (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \\ (\sin x)' = \cos x \\ (\cos x)' = \sin x \end{gathered}$$

特别的：

$$\begin{gathered} \text{当}a = e\text{的时候，对数函数的导数：} \\ (\ln x)' = \frac{1}{x} \\ \text{当}a = e\text{的时候，指数函数的导数：} \\ (e^x)' = e^x \end{gathered}$$

3、求导法则

此时此刻，就一定有同学会说了，这几个函数也不够用啊，我们平常看到的函数都是奇形怪状的，这里头一个都没有啊！

例题3：

现在给出两个函数$f(x) = x^2$，$g(x) = x$，请尝试猜出以下五个函数的导数.

$$\begin{gathered} a(x) = f(x) + g(x) \\ b(x) = f(x) - g(x) \\ c(x) = f(x) * g(x) \\ d(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \\ e(x) = f(g(x)) \end{gathered}$$

大家依靠直觉能够得到大致的结论.即使猜错了也没有关系，几乎没有学生可以依靠现有的知识真正推出这个求导法则.其中涉及到了很多复杂的高等数学内容，严谨证明将会在B部分给出，不要求掌握，我的学习经验告诉我，求导法则这一部分，我们可以像导数表一样，先背下来，然后做题，在各式各样题目中掌握下来，先取做做题，给自己一些正反馈.至于理解其中的道理，那都是后话了.

$$[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$$
$$[f(x) * g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$[Cf(x)]' = Cf'(x)$$
$$[\frac{f(x)}{g(x)}]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$
$$[f(g(x))]' = f'(g(x))g'(x)$$

这一部分看似轻松愉快，但是却是我们整个导数章节之中最难的一部分（即使很多老师管这些叫做基础，这也确实是基础）——这里不是思维难度，而是考验细心和严谨的态度。直到高考前，都会有不少同学在商的导、复合函数的导上面出错，因此万万不能马虎.

初期出错是再正常不过的了，但是一定要即使改正.与三角函数不同，在这一部分，我强烈建议各位同学常备一张导数表、法则表，完全按照表上的公式进行运算（不要大意，即使你看着表做，也不一定就全都能导对），直到自己有一种“我觉得我行了”的感觉以后，再脱离导数表独立做题.

其原因就在于，人们对前几次见到的东西印象是最深刻的，如果一开始就背错了，那么八成接下来很长一段时间都不会对了.

本期的课后作业有些多，但是如果认真完成了，一定会为未来的学习打下坚实的基础.

导数与函数的关系

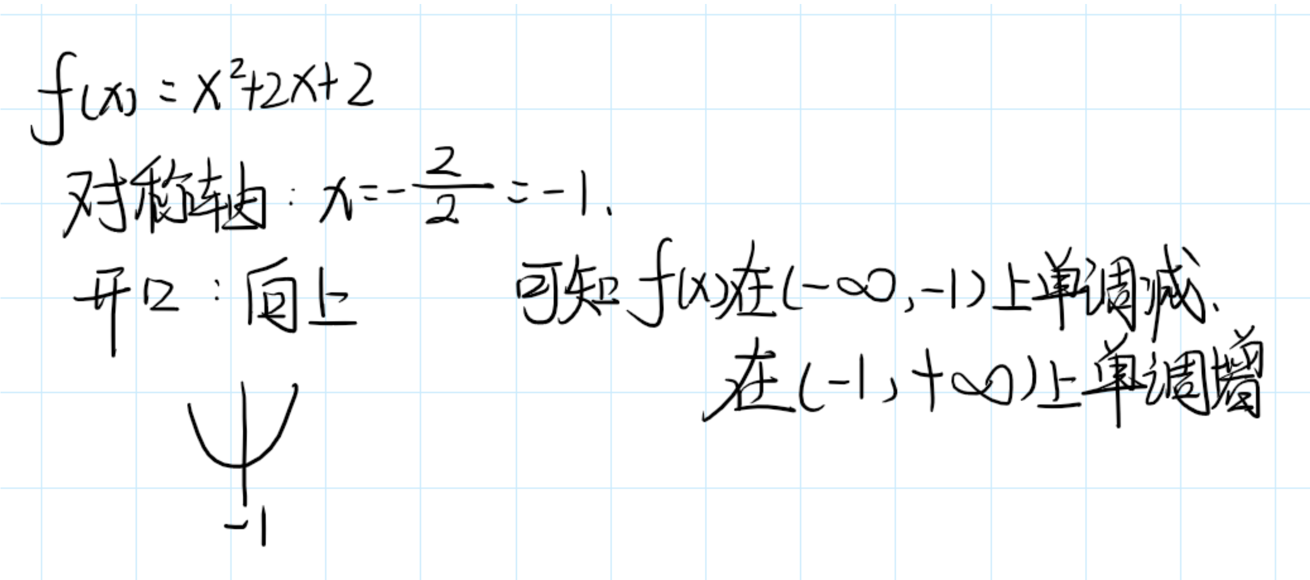
在前两章，我们对于导数有了一个基本的认知，在这一章中，我们将会深入认识导数与函数的关系，从单调性，极值和最值两个角度，了解到高中导数作为工具属性的基本作用.

1、导数和函数单调性

例题4：

给出$f(x)=x^2+2x+2, x\in R$，请依据现有知识求出这个函数的单调区间.

解答：



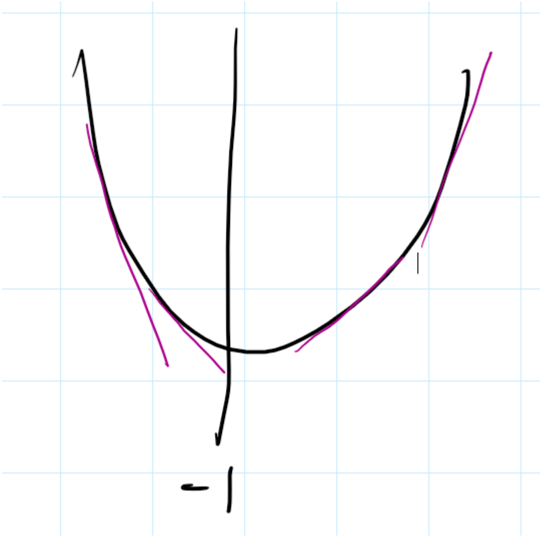
相信有相当比例的同学会按照如上的方法进行——我们对于二次函数太熟悉了，这玩意信手拈来啊~

但是如果是以下的题目呢：

例题5：

给出$f(x)=x^3+2x+2, x\in R$，请依据现有知识求出这个函数的单调区间.

为了解决这个问题，我们就需要使用到刚刚学习的导数了.我们在第一章知道了，导数的本质就是一个函数的**切线斜率**的集合.

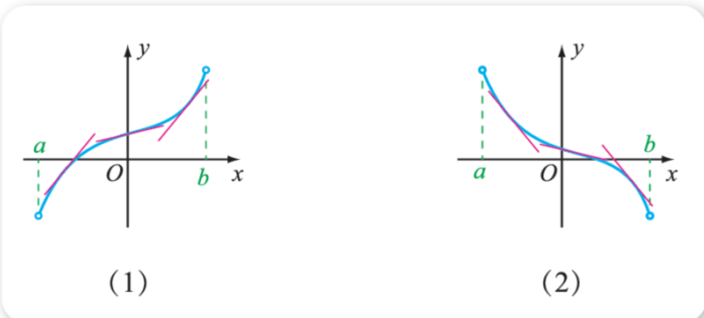


经过我们第一章的铺垫，结合上图不难发现，切线能反映一小段区间之内函数的变化情况——斜率越大，变化率越大；**斜率为大于零，那么函数就增，斜率小于零，那么函数就减**，接下来，让我们看看教科书上是如何用严谨的数学语言描述我们感性认知的.

一般地，

（1）如果在区间 (a, b) 内，$f'(x)>0$，则曲线 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 对应的那一段上每一点处切线的斜率都大于 0，曲线呈上升状态，因此 $f(x)$ 在 (a, b) 上是增函数，如图 6-2-2(1) 所示；

（2）如果在区间 (a, b) 内，$f'(x)<0$，则曲线 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 对应的那一段上每一点处切线的斜率都小于 0，曲线呈下降状态，因此 $f(x)$ 在 (a, b) 上是减函数，如图 6-2-2(2) 所示.



依照这个规律，我们就可以解决例题5了！让我们来试试吧！

例题5：

给出$f(x)=x^3+2x+2, x \in R$，请依据现有知识求出这个函数的单调区间.

解答：

首先，我们需要求出这个函数的导数，如果上一章你认真做了留下的作业，那么相信这轻而易举.

$f'(x)=3x^2+2$

这道题现在看来就很简单了——这个函数的导数始终大于零，因此**这个函数在R上单调递增.**

千万不要忘记，我们求的是单调区间，一般情况下，这指的是“单调递增区间”和“单调递减区间”，答题的时候请千万不要忘记回答这两部分.这是后期很容易忘掉的事情，但是现在请大家不要忘）

综上，$f(x)$的单调递增区间是R，**没有单调递减区间**.

这个例子还是太简单了，让我们做一道更加令人兴奋的题吧：

例题6：

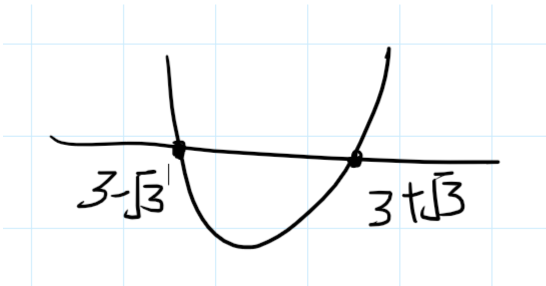
给出函数$f(x) = e^{-x+1}(x^3 - 3x^2) + 1$，求出此函数的单调区间.

解答：

$$
\begin{gathered}
u = e^{-x+1} \\
u' = -e^{-x+1} \\
v = x^3 - 3x^2 \\
v' = 3x^2 - 6x \\
f'(x) = u'v + uv' = -e^{-x+1}(x^3 - 3x^2) + e^{-x+1}(3x^2 - 6x) = -e^{-x+1}(x^3 - 3x^2 - 3x^2 + 6x) \\
= -e^{-x+1}(x^3 - 6x^2 + 6x) \\
= -xe^{-x+1}(x^2 - 6x + 6)
\end{gathered}
$$

舒服吧，这就是2023高考的原题捏.我们仍未知道用求根公式的考生心理素质有多么强大.

我们对后半部分使用求根公式，得到两个根$x_1 = 3 + \sqrt{3}$,$x_2 = 3 - \sqrt{3}$,画出这部分图像，注意开口方向:

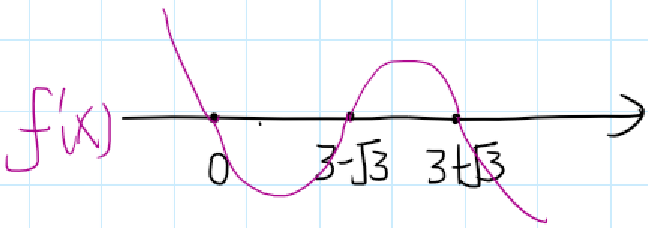


得到x的取值不同，后半部分的正负；

其次，我们对左半部分进行分析——e^{-x+1}这部分函数显然始终是一个正值，接着我们就讨论$-x$的正负即可，显然当x是负数的时候为正，在为正数的时候为负.

于是我们可以通过列表来进行分析，这是我们刚学函数的时候所接触到的:

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,3-\sqrt{3})$	$3-\sqrt{3}$	$(3-\sqrt{3},3+\sqrt{3})$	$3+\sqrt{3}$	$(3+\sqrt{3},+\infty)$
$-xe^{-x+1}$	+	0	−	−	−	−	−
x^2-6x+6	+	+	+	0	−	0	+
$f'(x)$	+	0	−	0	+	0	−



好的，通过一通操作猛如虎，我们利用穿根法得出了导函数的正负，可以答题了：

$f(x)$的单调增区间为$(-\infty,0)$和$(3-\sqrt{3},3+\sqrt{3})$；单调减区间为$(0,3-\sqrt{3})$和$(3+\sqrt{3},+\infty)$.

此时这道题就做完了.你可能会吐槽，这玩意这么简单，为什么要把这个过程写这么麻烦，可能会吐槽，这题怎么这么麻烦......

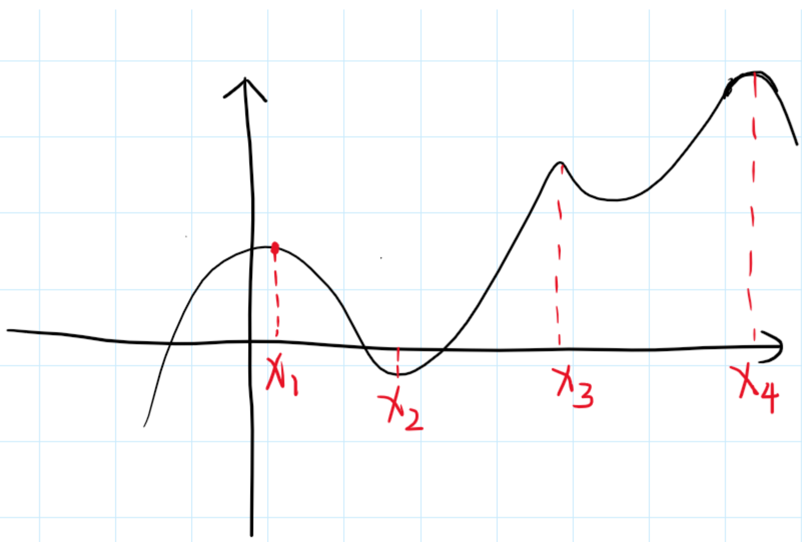
还要注意，书写的时候，**单调区间一定一定一定不要用并集符号**！

我刚学的时候也这样.

刚学习导数的你，一定需要这样事无巨细的讲解，打好一个基础是很重要的事情，请千万不要忽略任何一个细节，任何一个细节的缺失都可能让你成为在考场上做不出来这题的悲惨之人......

受虐结束，接下来开启第二部分：

2、极值和最值



让我们把上面那个奇怪的曲线叫做$f(x)$，我们不难发现，其中$f(x_1)$、$f(x_3)$、$f(x_4)$都是这个函数一个区间当中的最大值，但是在整个函数来看，这个函数的最大值只有一个$f(x_4)$.那么这个时候，我们管这三个函数值都叫做极大值.我们可以发现最大值的特征，在一个区域之内，这个函数左侧均小于这个点的函数值，这个函数的右侧均小于这个点的函数值.即：**在一个区间内，所有函数的函数值均小于等于这个点的函数值，那么这个点的函数值就是极大值，其横坐标就是极大值点**.

同理，我们可以自己**“定义”**极小值.

请注意，极值点并不是一个**“坐标对”**，而是一个**“横坐标”**，其原因在于，我们所说的极值点，是**其自变量的取值.**

一般地，设函数 $y=f(x)$ 的定义域为D，设 $x_0\in D$，如果对于 x_0 附近的任意不同于 x_0 的 x①，都有

(1) $f(x)<f(x_0)$，则称 x_0 为函数 $f(x)$ 的一个**极大值点**，且 $f(x)$ 在 x_0 处取**极大值**；

(2) $f(x)>f(x_0)$，则称 x_0 为函数 $f(x)$ 的一个**极小值点**，且 $f(x)$ 在 x_0 处取**极小值**.

极大值点与极小值点都称为**极值点**，极大值与极小值都称为**极值**. 显然，极大值点在其附近函数值最大，极小值点在其附近函数值最小.

想一想

极大值一定比极小值大吗?

这是书上所给出的定义，我们很容易发现，其实在这个定义之下，极小值可以大于极大值，小于极大值，甚至等于极大值，所以在做题的时候，请务必注意这一点，不要被自己的直觉所误导.

我们接着将导数和极值联系起来，我们观察到，在取得$x=x_0$，若x_0是一个极值点，那么$f'(x)=0$——

假设函数先减再增，那么取得的是极小值；假如先增再减，那么取得的是极大值.但是无论如何，极值点的左侧、右侧的导数切线斜率均接近于0，我们很容易推测到切线处的导数值就是0.

若x_0是函数的一个极值点，那么：

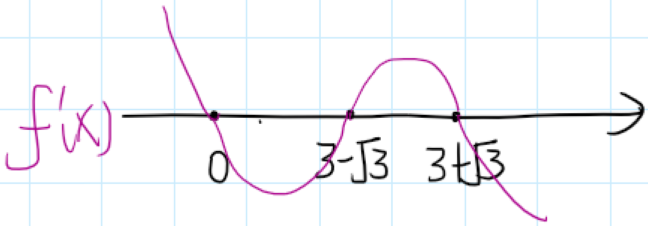
$$f'(x_0)=0$$

让我们再次掏出那道高考题，体会下这个结论的作用.

例题7：

给出函数$f(x)=e^{-x+1}(x^3-3x^2)+1$，求出此函数的极值点.

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,3-\sqrt{3})$	$3-\sqrt{3}$	$(3-\sqrt{3},3+\sqrt{3})$	$3+\sqrt{3}$	$(3+\sqrt{3},+\infty)$
$-xe^{-x+1}$	+	0	−	−	−	−	−
x^2-6x+6	+	+	+	0	−	0	+
$f'(x)$	+	0	−	0	+	0	−



我们发现让导数值为零的点有三个，根据我们的结论，结合增减性，我们可以续写这个表：

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,3-\sqrt{3})$	$3-\sqrt{3}$	$(3-\sqrt{3},3+\sqrt{3})$	$3+\sqrt{3}$	$(3+\sqrt{3},+\infty)$
$-xe^{-x+1}$	+	0	−	−	−	−	−
x^2-6x+6	+	+	+	0	−	0	+
$f'(x)$	+	0	−	0	+	0	−
$f(x)$	↗	极大	↘	极小	↗	极大	↘

于是乎，我们就得到了这个函数的极值点，注意，**极值指的是极大值和极小值，如果没有极小值或者极大值，请一定不要忘记说明**.

综上，此函数的极大值点是0和$3+\sqrt{3}$，极小值点是$3-\sqrt{3}$.

本章到此结束了，理论上，你如果足够聪明，那么凭借你初三和高一的函数基础，你已经能够完成所有的导数题目了，从技术的角度上，导数的新知识到此结束——本教程A部分到此结束.

请注意，看起来A部分是很水的，但是千万不要掉以轻心，因为真正的导数题目，与你想象的有相当大的区别.如果你不信，可以去看一些高考题甚至模拟题，你会发现这其实才是真正的世界，现在所学的，只不过是冰山一角.正因为如此，你才需要更加强大的基础，来应对这些挑战.

在完成了本教程三章的学习之后，建议大家以下几点:

1、可以尝试去做做前几年高考题，模拟题的导数题第一问（但是务必要留下近一年的题，你学校很有可能安排套卷训练！），**不要浪费任何一道题**最好计时完成.

2、可以尝试去做第二问、第三问，但是这个时候你是没有系统方法的，你只需要根据自己的直觉建立体系，然后凭着感觉做即可，最后对答案，无论对与不对，请认真反思自己的思维过程是否流畅，在导数这里，蒙出答案/伪证是很容易蒙骗新手的，这会给一些数学直觉好的同学带来错觉——不就那么一回事吗，导数也不难.

3、多看评标、多发问，欢迎大家友善讨论！

关于系统的方法，将会在B部分推出，这些方法的本质都是初三高一所接触过的，所以不要过于依赖，或者迷信什么大招，甚至去一知半解地学习高等知识，这会为你的学习带来麻烦.

谢谢大家的阅读，有缘再见！