

Biến cố và xác suất của biến cố

Giảng viên: PGS.TS. Lê Sỹ Vinh
Khoa CNTT – Đại học Công Nghệ

Nội dung

- Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu
- Biến cố và quan hệ giữa chúng
- Xác suất của một biến cố
- Các qui tắc tính xác suất
- Phép thử lặp – Công thức Becnuli
- Xác suất có điều kiện
- Công thức xác suất đầy đủ

Biến cố độc lập

- Hai biến cố A và B được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không của biến cố này không ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không của biến cố kia.
- Ví dụ

Hai người cùng bắn súng vào 1 mục tiêu

Biến cố A: Người thứ nhất bắn trúng

Biến cố B: Người thứ hai bắn trúng

Biến cố A và biến cố B là độc lập với nhau.
- Quy tắc nhân cho các biến cố độc lập với nhau
$$P(AB) = P(A) P(B)$$

Ví dụ 1

1. Ba người độc lập cùng bắn vào một mục tiêu, với xác suất bắn trúng lần lượt là 0,4; 0,5 và 0,7.

a) Tính xác suất để duy nhất một người bắn trúng?

b) Tính xác suất để ít nhất một người bắn trúng?

2. Túi 1: 3 quả cầu trắng, 7 đỏ, 15 xanh.

Túi 2: 10 quả cầu trắng, 6 đỏ và 9 xanh.

Từ mỗi túi chọn ngẫu nhiên 1 quả cầu. Tìm xác suất để 2 quả cầu được chọn đều có cùng màu.

Phép thử lặp – Công thức Becnuli

- Xét phép thử **C** và biến cố A liên quan với xác suất $P(A) = p$.
- Thực hiện n phép thử **C** độc lập.
- $P_k(n; p)$ - xác suất để trong dãy n phép thử độc lập, biến cố A xuất hiện đúng k lần:

$$P_k(n; p) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

Ví dụ 2

Xác suất thành công của một thí nghiệm là 40%. Một nhóm 9 sinh viên tiến hành cùng thí nghiệm độc lập với nhau. Tính các xác suất sau:

- a) Có đúng 3 thí nghiệm thành công?
- b) Có đúng 6 thí nghiệm thành công?
- c) Có ít nhất một thí nghiệm thành công?
- d) Tất cả các thí nghiệm thành công?

Ví dụ 3

Hai đấu thủ A và B thi đấu cờ. Xác suất A thắng trong một ván là 0,6 (không có hòa). Trận đấu gồm 5 ván. Người nào thắng số ván lớn hơn là người thắng chung cuộc. Tính xác suất để B thắng cuộc.

Ví dụ 4

Xác suất một sinh viên đi học là 90%. Một lớp có 10 sinh viên đi học độc lập với nhau. Tính các xác suất sau:

- a) Không có sinh viên nào đi học?
- b) Có ít nhất 3 sinh viên đi học?
- c) Có 5 sinh viên đi học?
- d) Tất cả các sinh viên đi học?

Xác suất có điều kiện

- Khảo sát N người (**P** nữ, và **Q** nam) cho thấy có **M** người bị cận thị (**X** nữ bị cận và **Y** nam bị cận). Tính xác suất một người bị cận nếu biết người đó là nữ (tỉ lệ nữ bị cận thị).

- Biến cố A: Người đó bị cận

Biến cố B: Người đó là nữ

$$P(A | B) = X/P$$

- Quan hệ xác suất có điều kiện và xác suất không điều kiện

$$P(A|B) = P(AB) / P(B) \text{ hay}$$

$$P(AB) = P(A|B) P(B)$$

Ví dụ 5

Khảo sát một vùng dân cư ta có

- 15% người vừa nghiện thuốc lá và ung thư họng
- 25% người nghiện thuốc nhưng không ung thư họng
- 50% người không nghiện thuốc, không ung thư họng
- 10% người không nghiện thuốc nhưng ung thư họng

Bạn hãy tính:

- a) $P(\text{ung thư họng} \mid \text{nghiện thuốc})$
- b) $P(\text{ung thư họng} \mid \text{không nghiện thuốc})$

Tìm mối quan hệ giữa nghiện thuốc là và ung thư họng

Ví dụ 6

Khảo sát sinh viên trường Đại học Công nghệ cho thấy

- 15% sinh viên chơi điện tử ít nhất 2 tiếng/1 ngày
- 10% sinh viên chơi điện tử ít nhất 2 tiếng/1 ngày và thi trượt môn XSTK.

Tính xác suất một sinh viên thi trượt môn XSTK nếu biết rằng sinh viên đó chơi điện tử ít nhất 2 tiếng/1 ngày.

Ví dụ 7

Một lô sản phẩm có 100 sản phẩm. Trong đó có 10 sản phẩm bị hỏng.

- Tính xác suất lấy một sản phẩm bất kì bị hỏng?
- Lấy liên tiếp 2 sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm đều bị hỏng?
- Lấy liên tiếp 3 sản phẩm. Tính xác suất để cả ba sản phẩm đều hỏng?

Ví dụ 8

Sinh viên phải thi hai học phần liên tiếp là Xác suất và Thống kê. Xác suất qua học phần Xác suất là 0,65 và qua học phần Thống kê là 0,7. Nếu thi qua học phần Xác suất, thì xác suất thi qua học phần Thống kê là 0,85. Tính xác suất:

- a) Quả cả hai học phần
- b) Qua ít nhất 1 phần

Công thức xác suất đầy đủ

- Các biến cố B_1, B_2, \dots, B_n được gọi là hệ đầy đủ các biến cố nếu chúng đôi một xung khắc, và hợp của chúng là một biến cố chắc chắn.
- Nếu B_1, B_2, \dots, B_n là một hệ đầy đủ thì

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i) * P(B_i)$$

Ví dụ 9

Nhà máy có 3 phân xưởng A, B và C làm ra tương ứng 25%, 35% và 40% tổng sản phẩm. Biết xác suất làm ra sản phẩm hỏng tương ứng của A, B và C là 0,01; 0,02 và 0,025. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy. Tính xác suất để đó là một sản phẩm hỏng?

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A | B_i) * P(B_i)$$

Ví dụ 10

Chuồng 1 có 3 thỏ trắng, 3 thỏ nâu. Chuồng 2 có 6 thỏ trắng và 4 thỏ nâu.

Bắt ngẫu nhiên 4 con thỏ chuồng 1 bỏ vào chuồng 2; rồi bắt ngẫu nhiên 1 con ở chuồng thứ 2 ra. Tính xác suất để bắt được con thỏ nâu từ chuồng thứ 2?

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A | B_i) * P(B_i)$$