

Luật số lớn và định lí giới hạn trung tâm

PGS.TS. Lê Sỹ Vinh

# Luật số lớn (law of large numbers)

Khi chúng ta tiến hành một thí nghiệm nhiều lần, thì kết quả trung bình nhận được sẽ gần với giá trị kì vọng, và càng ngày càng gần hơn khi chúng ta tiến hành thêm nhiều lần nữa.

Ví dụ: Gieo 1 con xúc xắc với 6 mặt đều nhau có giá trị 1,2,3,4,5,6. Giá trị kì vọng của số ở mặt trên:

$$EX = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} = 3.5$$

Nếu ta tung con xúc xắc nhiều lần, giá trị trung bình của số ở mặt trên sẽ rất gần giá trị kì vọng 3.5.

# Luật số lớn (law of large numbers)

Bất đẳng thức [Tchebychev](#)

$$P\left(\left|\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} - \mu\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{\sigma^2}{n\varepsilon}$$

# Định lý giới hạn trung tâm

## Central limit theory

Cử 10 sinh viên đi khảo sát mức độ hài lòng (cho điểm từ 0-100) của sinh viên ĐHCN. Mỗi bạn sinh viên đi khảo sát chọn 1 tập mẫu (sample) 20 bạn sinh viên khác nhau và tính số điểm trung bình của mức độ hài lòng.

- Có 10 mẫu (sample)
- Kích thước mẫu là 20 (số sinh viên trong mỗi mẫu là 20)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Điểm trung bình	70	76	78	80	79	81	83	72	85	87

Nhận xét: Giá trị trung bình của các mẫu có phân bố chuẩn (không cần biết phân bố của không gian mẫu).

# Định lí giới hạn trung tâm

## Central limit theory

Giả sử  $S = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  là một dãy các biến ngẫu nhiên độc lập có cùng phân bố với kì vọng  $\mu$  và phương sai  $\sigma^2$ . Trung bình cộng

$$S_n = (X_1 + X_2 + \dots + X_n)/n$$

Theo luật số lớn  $S_n$  sẽ tiến gần đến  $\mu$  theo xác suất.  $S_n$  có phân bố chuẩn với kì vọng  $\mu$  và phương sai  $\sigma^2/n$ .

Lưu ý:  $T_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  có phân bố chuẩn với kì vọng  $n\mu$  và phương sai  $n\sigma^2$ .



## Ví dụ 1

Tèo và An chơi trò tung xúc xắc. Tèo sẽ tung con xúc xắc 30 lần, mỗi lần tung Tèo sẽ nhận được số điểm bằng số nốt ở mặt trên của con xúc xắc. Nếu tổng số điểm của Tèo nhận được sau 30 lần tung lớn hơn 120 thì Tèo sẽ thắng, ngược lại Tèo sẽ thua.

Bạn hãy tính xác suất Tèo sẽ thắng An trong trò chơi này.

## Ví dụ 2

Trọng lượng trung bình của người VN là 65kg với độ lệch chuẩn là 5kg. Một thang máy cho phép đi tối đa 10 người và có trọng lượng không quá 700kg. Tính xác suất để 10 người bất kì đi vào thang máy không bị quá tải