



# Biến cố và xác suất của biến cố (P1)

Giảng viên: Hoàng Thị Điệp  
Khoa CNTT – Đại học Công Nghệ

# Nội dung

- » Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu
- » Biến cố và quan hệ giữa chúng
- » Xác suất của một biến cố
- » Các qui tắc tính xác suất
- » Phép thử lặp – Công thức Becnuli
- » Xác suất có điều kiện
- » Công thức xác suất đầy đủ
- » Công thức Bayes

## Thí dụ 10 (trang 198, giáo trình xác suất)

» Gieo 1 con xúc sắc liên tiếp 12 lần. Hỏi có bao nhiêu trường hợp trong đó mỗi mặt xuất hiện đúng 2 lần?

»

# | Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

- » Phép thử ngẫu nhiên (experiment): Hành động mà kết quả không dự báo trước được. Ký hiệu:  $C$

Ví dụ: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

- » Không gian mẫu: Tập tất cả các kết quả có thể của  $C$ .

Ký hiệu:  $\Omega$

Ví dụ:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- » Ví dụ từ sinh viên

# Biến cố và quan hệ giữa chúng

» Biến cố (sự kiện): Kết quả của phép thử **C** mà chúng ta quan tâm.

Ví dụ:

Phép thử **C**: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

Không gian mẫu:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Biến cố A: Số nốt ở mặt trên là 1, hay  $A = \{1\}$

Biến cố B: Số nốt ở mặt trên là 6, hay  $B = \{6\}$

Biến cố C: Số nốt ở mặt trên là 1 hoặc 6, hay  $C = \{1, 6\}$

Biến cố E: Số nốt ở mặt trên là số chẵn, hay  $E = \{2, 4, 6\}$

» Biến cố không thể: Là biến cố không thể xảy ra

Biến cố D: Số nốt ở mặt trên là 7

» Ví dụ từ sinh viên

# Biến cố và quan hệ giữa chúng

» **Kéo theo:** A xảy ra thì B xảy ra, kí hiệu  $A \subset B$

Ví dụ:

Phép thử **C**: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

Không gian mẫu:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Biến cố A: Số nốt ở mặt trên là 1, hay  $A = \{1\}$

Biến cố B: Số nốt ở mặt trên là 6, hay  $B = \{6\}$

Biến cố C: Số nốt ở mặt trên là 1 hoặc 6, hay  $C = \{1, 6\}$

A kéo theo C

B kéo theo C

# Biến cố và quan hệ giữa chúng

» **Biến cố đối** của A: xảy ra khi A không xảy ra

$$\bar{A} = \Omega \setminus A$$

Ví dụ:

Phép thử **C**: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

Không gian mẫu:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Biến cố A: Số nốt ở mặt trên là 1, hay  $A = \{1\}$

*Biến cố đối của A: Số nốt ở mặt trên không là 1.*

Biến cố C: Số nốt ở mặt trên là 1 hoặc 6, hay  $C = \{1, 6\}$

*Biến cố đối của C: ?*

# Hợp hai biến cố

» **Hợp của 2 biến cố A và B:** xảy ra khi ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra.

$$A \cup B$$

Ví dụ:

Phép thử **C**: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

Không gian mẫu:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Biến cố A: Số nốt ở mặt trên là 1;  $A = \{1\}$

Biến cố B: Số nốt ở mặt trên là 6;  $B = \{6\}$

Hợp của A và B:  $A \cup B = \{1\} \cup \{6\} = \{1, 6\}$



# Giao hai biến cố

» **Giao của 2 biến cố A và B:** xảy ra nếu cả A và B đều xảy ra.

$$A \cap B \text{ (hoặc } AB)$$

Ví dụ:

Thống nhất dùng cách  
số 2

Phép thử **C**: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

Không gian mẫu:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Biến cố A: Số nốt ở mặt trên là 1 hoặc 2;  $A = \{1, 2\}$

Biến cố B: Số nốt ở mặt trên là 2 hoặc 6,  $B = \{2, 6\}$

Giao của A và B là:  $A \cap B = \{1, 2\} \cap \{2, 6\} = \{2\}$

*Lưu ý: Nếu  $A \cap B = \phi$ , A và B là 2 biến cố xung khắc*

# Ví dụ

Có 3 xạ thủ X1, X2, X3, mỗi người bắn một viên vào bia. Có 3 biến cố sau:

- » A: Xạ thủ X1 bắn trúng
- » B: Xạ thủ X2 bắn trúng
- » C: Xạ thủ X3 bắn trúng

Mô tả bằng kí hiệu các biến cố sau:

- a) X1 và X2 bắn trúng, X3 không bắn trúng
- b) X1 hoặc X2 bắn trúng, và X3 bắn không trúng
- c) Cả 3 xạ thủ bắn trúng
- d) Cả 3 xạ thủ không bắn trúng
- e) Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng
- f) Có ít nhất hai xạ thủ bắn trúng
- g) Có nhiều nhất 1 xạ thủ bắn trúng

# Ví dụ

Có 3 xạ thủ X1, X2, X3, mỗi người bắn một viên vào bia. Có 3 biến cố sau:

- » A: Xạ thủ X1 bắn trúng
- » B: Xạ thủ X2 bắn trúng
- » C: Xạ thủ X3 bắn trúng

Mô tả bằng lời các biến cố sau:

- a)  $\bar{A}BC$
- b)  $(A \cup B)C$
- c)  $A \cup B \cup C$
- d)  $\bar{A} (B \cup C)$

# Ví dụ

Có 3 xạ thủ  $X_1, X_2, X_3$ , mỗi người bắn một viên vào bia. Có 3 biến cố sau:

- » A: Xạ thủ  $X_1$  bắn trúng
- » B: Xạ thủ  $X_2$  bắn trúng
- » C: Xạ thủ  $X_3$  bắn trúng

Mô tả bằng lời các biến cố sau:

- a)  $\bar{A}BC$
- b)  $(A \cup B)C$
- c)  $A \cup B \cup C$
- d)  $\bar{A} (B \cup C)$

- a) Chỉ có  $X_1$  bắn trượt
- b) Ít nhất 2 người bắn trúng trong đó có  $X_3$ .
- c) Ít nhất 1 người bắn trúng
- d)  $X_1$  bắn trượt; 2 người còn lại ít nhất 1 người bắn trúng
- d') Ít nhất 1 người bắn trúng không phải  $X_1$ .

# Xác suất của một biến cố

» Định nghĩa cổ điển:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Ví dụ:

Phép thử **C**: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

Không gian mẫu:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Biến cố A: Số nốt ở mặt trên là 1;  $A = \{1\}$

$$P(A) = 1/6$$

Biến cố B: Số nốt ở mặt trên là 1 hoặc 3;  $B = \{1, 3\}$

$$P(B) = 2/6 = 1/3$$

## | Ví dụ

Công ty tuyển 2 nhân viên. Có 5 người nộp: 3 nam và 2 nữ. Tính xác suất để

- » A: 2 người trúng tuyển là nam
- » B: 2 người trúng tuyển là nữ
- » C: Ít nhất một người trúng là nữ
- » D: Ít nhất một người trúng tuyển là nam
- » E: Một người trúng tuyển là nam, 1 người trúng tuyển là nữ

# Xác suất của một biến cố

» Định nghĩa theo tần suất:

Gọi  $k(A)$  là số lần xuất hiện biến cố  $A$  trong  $n$  lần thử **C**

$f_n(A)$ : tần suất xuất hiện của biến cố  $A$ :

$$f_n(A) = \frac{k(A)}{n}$$

Xác suất của biến cố  $A$ :

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(A)$$

## | Ví dụ

- » Để xác định xác suất một sinh viên khoa Cơ ra trường xin việc được sau khi ra trường, người ta theo dõi 1000 sinh viên và thấy có 850 sinh viên xin được việc. Vậy xác suất cần tìm xấp xỉ bằng:

$$P(\text{Sinh viên khoa cơ xin được việc}) = 850/1000$$

- » Ví dụ từ sinh viên



# Tiên đề xác suất

Nhà toán học Nga Kolmogorov đưa ra một số tiên đề sau:

1. Mọi biến cố  $A$ :

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

2.

$$P(\Omega) = 1; P(\emptyset) = 0$$

3. Nếu  $A_1, A_2, \dots, A_n$  là các biến cố đôi một xung khắc với nhau

$$P\left(\bigcup_{i=1 \dots n} A_i\right) = \sum_{i=1 \dots n} P(A_i)$$

# Các qui tắc tính xác suất

- » Qui tắc cộng cho các biến cố xung khắc

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- » Qui tắc cộng tổng quát

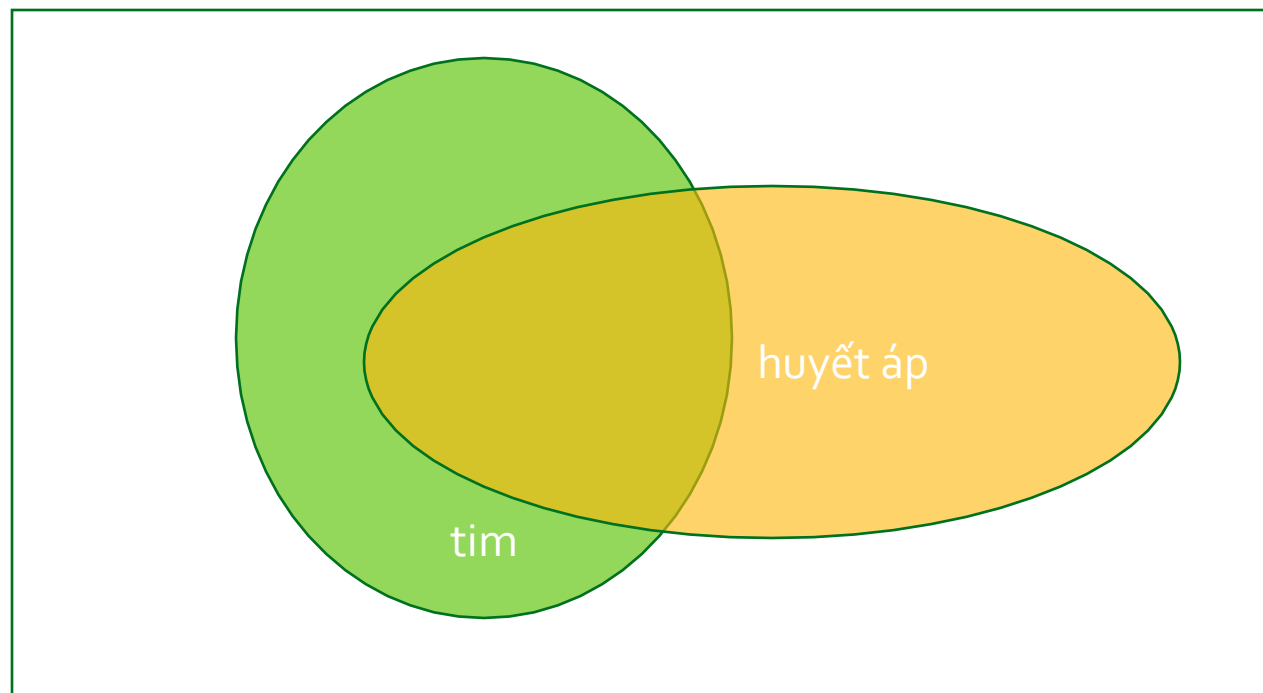
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

- » Qui tắc chuyển sang biến cố đối

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

## Ví dụ

- » Một vùng dân có 9% mắc bệnh tim, 12% mắc huyết áp, 7% mắc cả hai bệnh. Chọn ngẫu nhiên một người dân vùng đó. Xác suất người đó không mắc bệnh nào ?



## Đề thi cũ

**Câu 1** Gieo hai con xúc xắc 6 mặt cân đối đồng chất.

- a) Tính xác suất nhận được hai mặt giống nhau.
- b) Cho biết tổng hai mặt nhận được nhỏ hơn 5. Tính xác suất nhận được hai mặt giống nhau.
- c) Tính xác suất có ít nhất một mặt là 6.
- d) Cho biết hai mặt nhận được khác nhau, tính xác suất có ít nhất một mặt là 6.

**Câu 2** Giả sử có  $n$  ( $n < 200$ ) người tham dự một bữa tiệc và không ai được sinh ra vào ngày 29 tháng 2 (năm nhuận). Giả sử thêm rằng xác suất sinh ra vào một ngày bất kỳ trong năm của mọi người là như nhau và xác suất sinh của mỗi người là độc lập với nhau. Tính xác suất để mỗi người trong  $n$  người này có một sinh nhật khác nhau.

**Câu 3** Trong một lớp học có 60% sinh viên thích Alpenliebe, 70% thích Sôcôla, và 40% thích cả hai loại. Hỏi xác suất một sinh viên được lựa chọn ngẫu nhiên không thích Alpenliebe cũng không thích Sôcôla là bao nhiêu?

## Ví dụ

- » Trên giá có  $n$  ( $n > 3$ ) quyển sách đứng cạnh nhau trong đó có 3 cuốn của cùng một tác giả. Tìm xác suất để không có hai cuốn nào trong ba cuốn đứng cạnh nhau.

- $$P = \frac{(n-4)(n-3)}{n(n-1)}$$

# Chuẩn bị bài tới

- » Giáo trình
- » Hoàn thành bài tập gửi qua email