



# Biến cố và xác suất của biến cố (P2)

Giảng viên: Hoàng Thị Điệp  
Khoa CNTT – Đại học Công Nghệ

# Nội dung

- » Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu
- » Biến cố và quan hệ giữa chúng
- » Xác suất của một biến cố
- » Các qui tắc tính xác suất
- » Phép thử lặp – Công thức Becnuli
- » Xác suất có điều kiện
- » Công thức xác suất đầy đủ
- » Công thức Bayes

# Biến cố độc lập

» Hai biến cố A và B được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không của biến cố này không ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không của biến cố kia.

» Ví dụ

Hai người cùng bắn súng vào 1 mục tiêu

Biến cố A: Người thứ nhất bắn trúng

Biến cố B: Người thứ hai bắn trúng

Biến cố A và biến cố B là độc lập với nhau.

» Quy tắc nhân cho các biến cố độc lập với nhau

$$P(AB) = P(A) P(B)$$

## | Ví dụ

1. Ba người độc lập cùng bắn vào một mục tiêu, với xác suất bắn trúng lần lượt là 0,4; 0,5 và 0,7.

- a) Tính xác suất để duy nhất một người bắn trúng ?
- b) Tính xác suất để ít nhất một người bắn trúng ?

2. Túi 1: 3 quả cầu trắng, 7 đỏ, 15 xanh. Túi 2: 10 quả cầu trắng, 6 đỏ và 9 xanh. Từ mỗi túi chọn ngẫu nhiên 1 quả cầu. Tìm xác suất để 2 quả cầu được chọn đều có cùng màu.

## Phép thử lặp – Công thức Becnuli

- » Xét phép thử **C** và biến cố A liên quan với xác suất  $P(A) = p$ .
- » Thực hiện n phép thử **C** độc lập.
- »  $P_k(n; p)$  - xác suất để trong dãy n phép thử độc lập, biến cố A xuất hiện đúng k lần:

$$P_k(n; p) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

## | Ví dụ

Xác suất thành công của một thí nghiệm là 40%. Một nhóm 9 sinh viên tiến hành cùng thí nghiệm độc lập với nhau. Tính các xác suất sau:

- a) Có đúng 3 thí nghiệm thành công ?
- b) Có đúng 6 thí nghiệm thành công ?
- c) Có ít nhất một thí nghiệm thành công ?
- d) Tất cả các thí nghiệm thành công ?

$$P_k(n; p) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

# Ví dụ

1. Hai đấu thủ A và B thi đấu cờ. Xác suất A thắng trong một ván là 0,6 (không có hòa). Trận đấu gồm 5 ván. Người nào thắng số ván lớn hơn là người thắng chung cuộc. Tính xác suất để B thắng cuộc.
  - a) Giáo trình: Giả sử luôn đấu cả 5 ván.
  - b) Mở rộng: Giả sử dừng trận đấu khi có người thắng 3 ván.
2. Một người say rượu bước 8 bước. Mỗi bước anh ta tiến lên phía trước một mét hoặc lùi lại phía sau một mét với xác suất như nhau. Tính xác suất để sau 8 bước:
  - a) Anh ta trở lại điểm xuất phát.
  - b) Anh ta cách điểm xuất phát hơn 4m.

# Nội dung

- » Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu
- » Biến cố và quan hệ giữa chúng
- » Xác suất của một biến cố
- » Các qui tắc tính xác suất
- » Phép thử lặp – Công thức Becnuli
- » Xác suất có điều kiện
- » Công thức xác suất đầy đủ



# Xác suất có điều kiện

- » Khảo sát  $n$  người ( $p$  nữ, và  $q$  nam) cho thấy có  $m$  người bị cận thị ( $x$  nữ bị cận và  $y$  nam bị cận). Tính xác suất một người bị cận nếu biết người đó là nữ.
- » Biến cố A: Người đó bị cận; Biến cố B: Người đó là nữ

$$P(A|B) = \frac{x}{p}$$

- » Quan hệ xác suất có điều kiện và xác suất không điều kiện

$$P(A|B) = \frac{x}{p} = \left(\frac{x}{n}\right) / \left(\frac{p}{n}\right)$$

$$\text{Ta có: } \frac{x}{n} = P(AB); \quad \frac{p}{n} = P(B)$$

$$\Rightarrow P(A|B) = P(AB) / P(B) \text{ hay } P(AB) = P(A|B) P(B)$$

## | Ví dụ

Khảo sát một vùng dân cư ta có

- » 15% người vừa nghiện thuốc lá và ung thư họng
- » 25% người nghiện thuốc nhưng không ung thư họng
- » 50% người không nghiện thuốc, không ung thư họng
- » 10% người không nghiện thuốc nhưng ung thư họng

» Tính:

a)  $P(\text{ung thư họng} \mid \text{nghiện thuốc})$

b)  $P(\text{ung thư họng} \mid \text{không nghiện thuốc})$

- » Tìm mối quan hệ giữa nghiện thuốc lá và ung thư họng

## Ví dụ

1. Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối. Tính xác suất để tổng số nốt xuất hiện trên 2 con không nhỏ hơn 10 biết rằng ít nhất 1 con đã ra nốt 5.

2. Khảo sát sinh viên trường Đại học Công nghệ cho thấy

25% sinh viên chơi điện tử ít nhất 2 tiếng/1 ngày

15% sinh viên chơi điện tử ít nhất 2 tiếng/1 ngày và thi trượt môn xstk.

Tính xác suất một sinh viên thi trượt môn xstk nếu biết rằng sinh viên đó chơi điện tử ít nhất 2 tiếng/1 ngày.

## Ví dụ

- » Một gia đình có 2 đứa con. Tìm xác suất để cả 2 đều là con trai nếu biết rằng ít nhất trong 2 đứa có 1 đứa là trai. (Giả thiết xác suất sinh con trai và con gái bằng nhau)
  - $1/3$

# Công thức xác suất đầy đủ

- Các biến cố  $B_1, B_2, \dots, B_n$  được gọi là hệ đầy đủ các biến cố nếu chúng đôi một xung khắc, và hợp của chúng là một biến cố chắc chắn.
  - $B_i B_j = \emptyset \ (\forall i \neq j)$  và
  - $B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n = \Omega$
- Nếu  $B_1, B_2, \dots, B_n$  là một hệ đầy đủ thì
$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)$$

## Ví dụ

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)$$

- » Nhà máy có 3 phân xưởng A, B và C làm ra tương ứng 25%, 35% và 40% tổng sản phẩm. Biết xác suất làm ra sản phẩm hỏng tương ứng của A, B và C là 0,01; 0,02 và 0,025. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy. Tính xác suất để đó là một sản phẩm hỏng ?
- » A: biến cố sản phẩm được chọn ngẫu nhiên do phân xưởng A sản xuất; B...; C...
- »  $P(A)=0.25$ ,  $P(B)=0.35$ ,  $P(C)=0.4$
- »  $P(H|A)=0.01$ ,  $P(H|B)=0.02$ ,  $P(H|C)=0.025$
- »  $P(H)?$

## Ví dụ

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)$$

- » Chuồng 1 có 3 thỏ trắng, 3 nâu. Chuồng 2 có 6 thỏ trắng và 4 nâu. Bắt ngẫu nhiên 4 con thỏ chuồng 1 bỏ vào chuồng 2; rồi bắt ngẫu nhiên 1 con ở chuồng thứ 2 ra. Tính xác suất để bắt được con nâu từ chuồng thứ 2 ?

## Bài tập

(Walpole 2.127) Việc nữ hoàng có mang gene dễ xuất huyết (hemophilia) hay không được chuẩn đoán là 50-50. Nếu nữ hoàng mang gene này thì mỗi hoàng tử có 50% nguy cơ mang bệnh dễ xuất huyết. Việc mang bệnh của các hoàng tử là độc lập với nhau. Nếu nữ hoàng không mang gene này thì hoàng tử không bị bệnh dễ xuất huyết.

- a) Biết rằng nữ hoàng có 3 hoàng tử không bị bệnh, tính xác suất nữ hoàng mang gene hemophilia.
- b) Nếu có hoàng tử thứ tư, xác suất hoàng tử này bị bệnh dễ xuất huyết là bao nhiêu?



## Bài tập

Việc nữ hoàng có mang gene dễ xuất huyết (hemophilia) hay không được chuẩn đoán là 50-50. Nếu nữ hoàng mang gene này thì mỗi hoàng tử có 50% nguy cơ mang bệnh dễ xuất huyết. Việc mang bệnh của các hoàng tử là độc lập với nhau. Nếu nữ hoàng không mang gene này thì hoàng tử không bị bệnh dễ xuất huyết.

Biết rằng nữ hoàng có 1 hoàng tử và hoàng tử này không bị bệnh, tính xác suất nữ hoàng mang gene hemophilia.

# Chuẩn bị bài tới

- » Đọc về hệ đầy đủ và công thức Bayes
- » Hoàn thành bài tập gửi qua email