Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский Университет Информационных Технологий, Механики и Оптики Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Расчётно-графическая работа №2

по дисциплине «Математика»

**Выполнили:**

Романов Артём

Венин Дмитрий  
Лебедев Вадим

Группа: P3110

Санкт-Петербург

2020 г.

**Задание 1. Пределы**

Дана последовательность и функция . Исследуйте поведение предложенных величин:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1) | Вычислите предел последовательности при, исследуйте её на монотонность и ограниченность. | Вычислите предел функции при , исследуйте её на монотонность и ограниченность. |
| 2) | Постройте график общего члена последовательности в зависимости от номера . | Постройте график функции в зависимости от . |
| 3) | Проиллюстрируйте сходимость (расходимость), ограниченность и монотонность последовательности: | Проиллюстрируйте сходимость (расходимость) ограниченность и монотонность функции на бесконечности: |
| а) | вспомните определение сходимости (расходимости), ограниченность и монотонность последовательности; | вспомните определение сходимости (расходимости), ограниченность и монотонность функции в на бесконечности; |
| б) | выберите три различных положительных числа ,  и ; | |
| в) | для каждого такого числа изобразите на графике -окрестность («-трубу») | |
| г) | и найдите на графике номер , начиная с которого все члены последовательности попадают в -окрестность или установите, что такого номера нет. | и найдите на графике -окрестность, в которой все значения функции попадают в -окрестность или установите, что такой окрестности нет. |

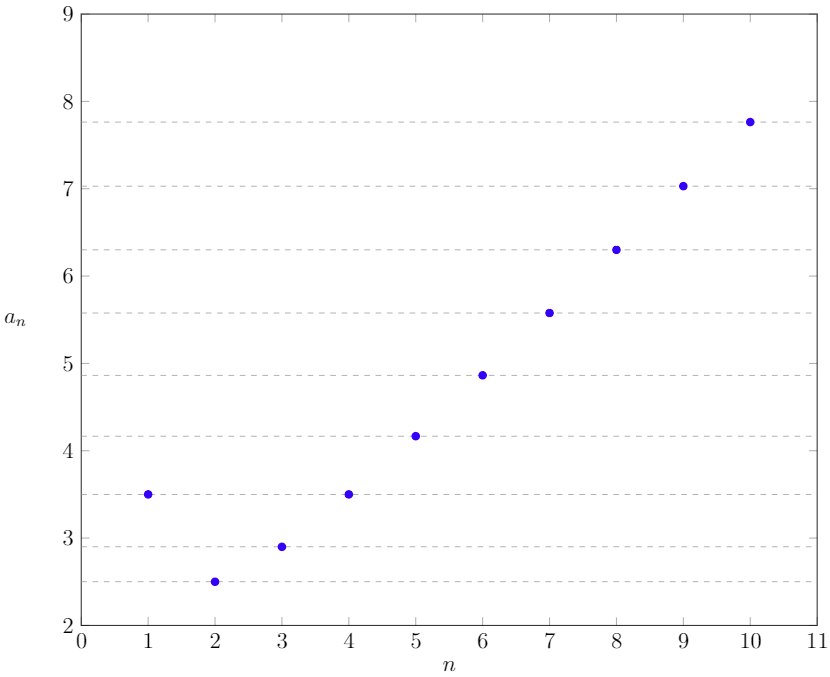
Последовательность и функция:

# **Последовательность**

Последовательность убывает при

Возрастает при

Последовательность ограничена снизу , не ограничена сверху



Последовательность расходится, не ограничивается, монотонно возрастает.

Так как последовательность не сходится в какой угодно точке, найти -окрестность и номер, начиная с которого все члены последовательности так или иначе окажутся в - окрестности не представляется возможным.

# **Функция**

*Предел при :*

*При :*

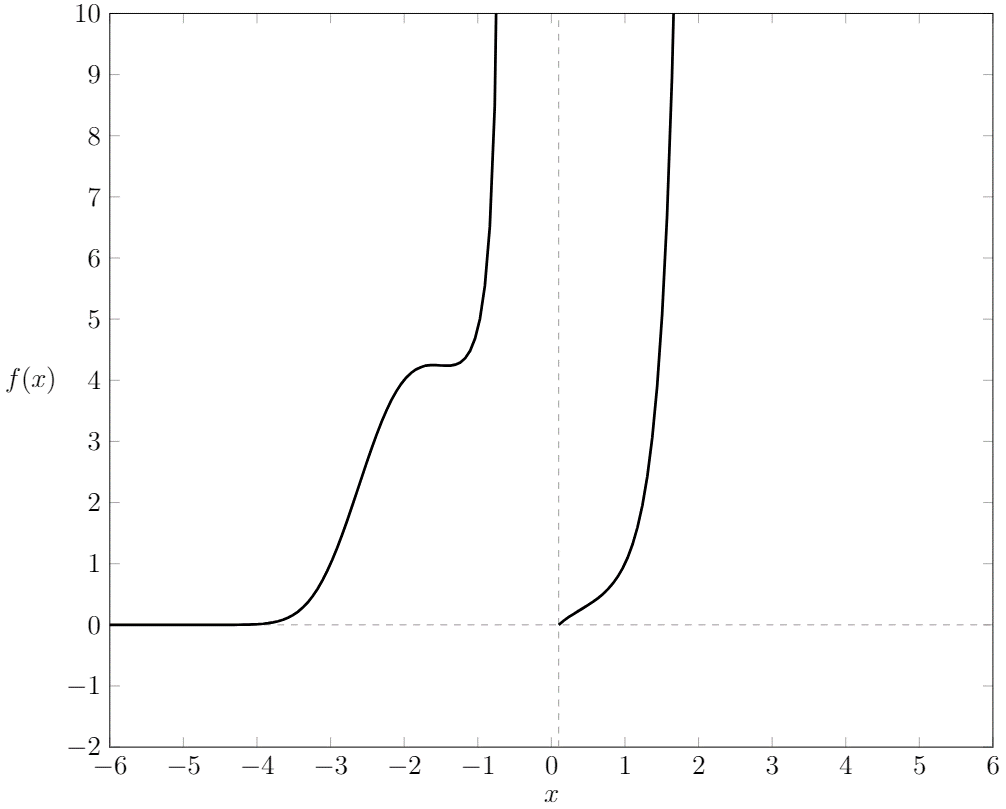
=

Функция возрастает при

Функция убывает при

Функция ограничена снизу

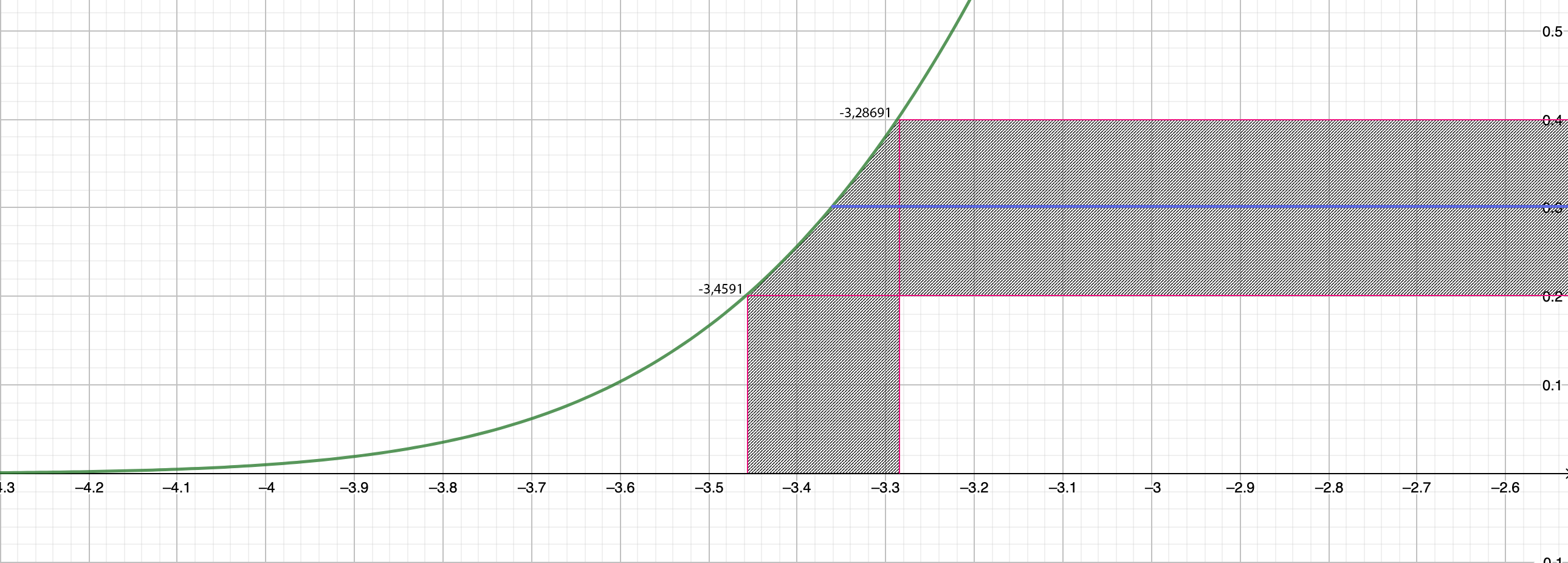
**График функции:**

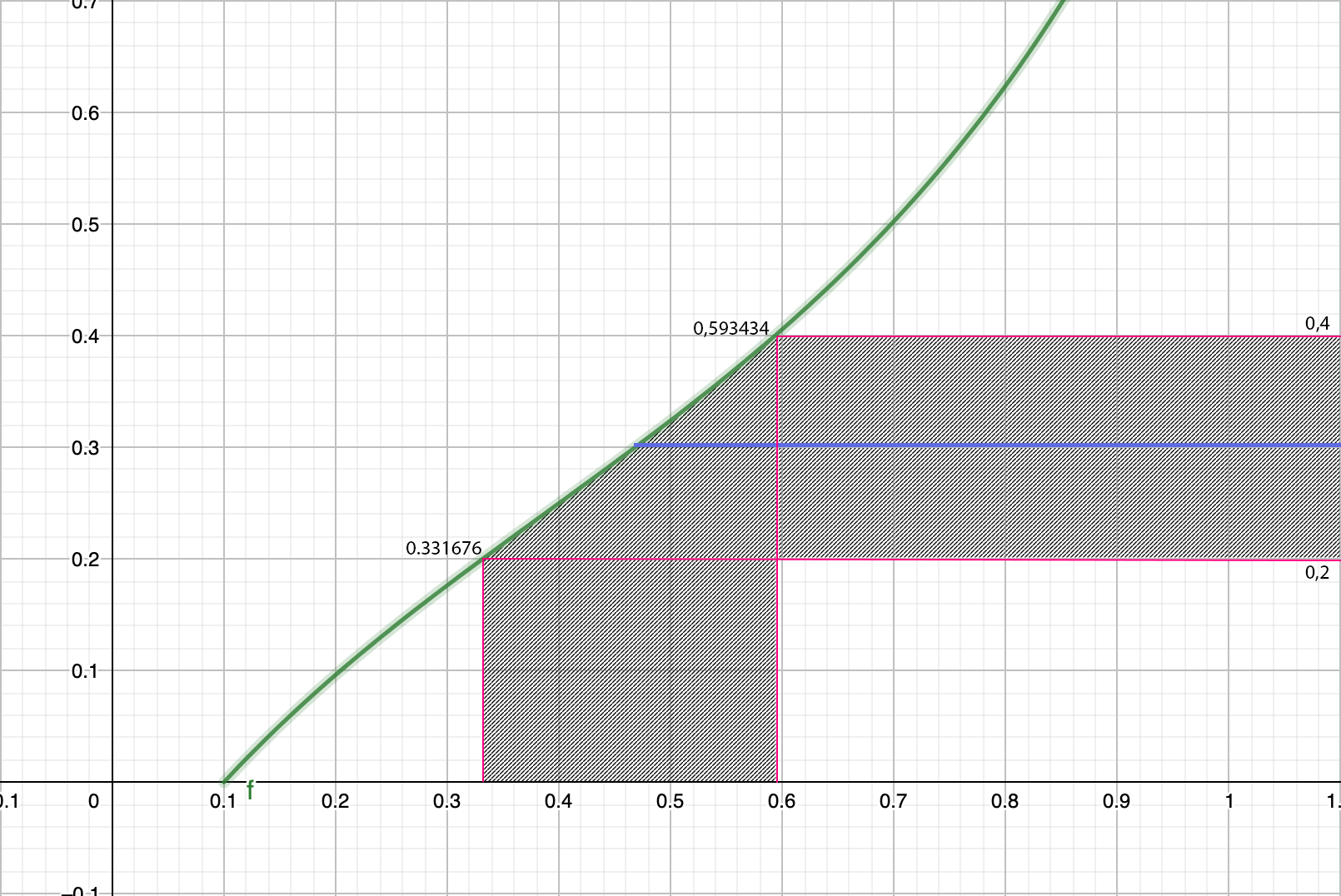


Возьмём три случайных положительных числа для стремления функции к

**Случай для :**

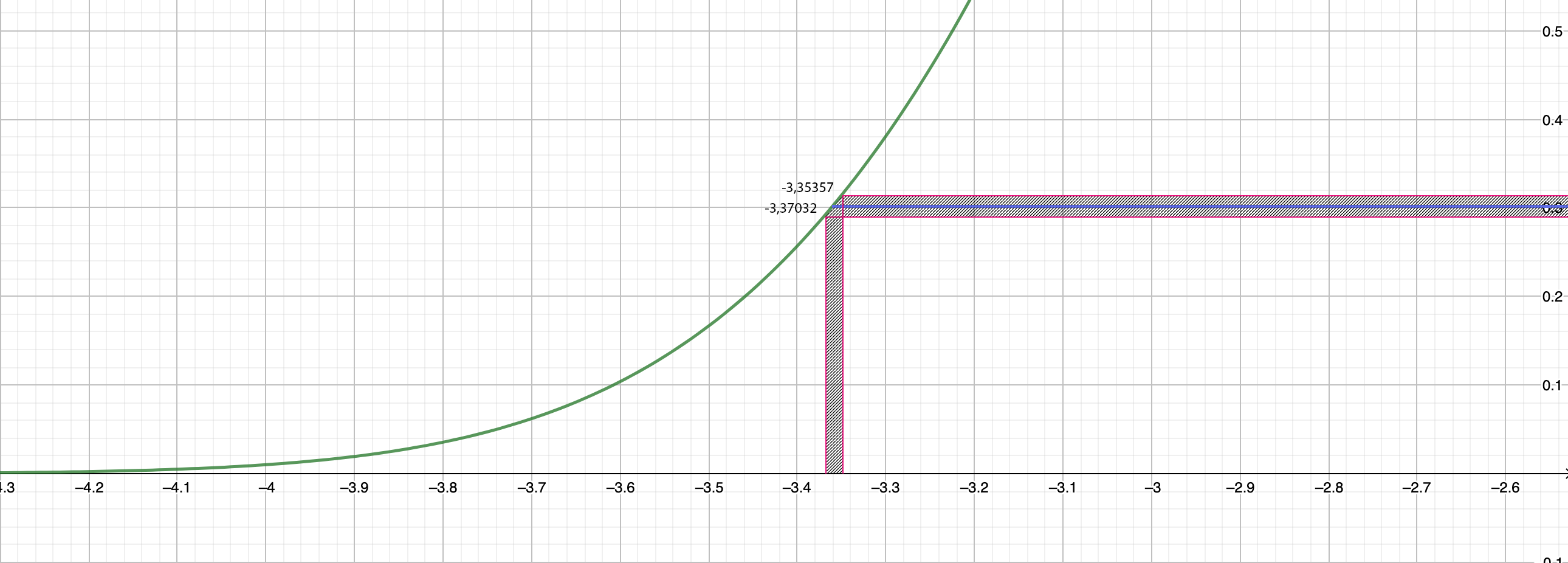
Пусть . Тогда - окрестностью являются два промежутка ;.В этой окрестности все значения попадают в промежуток

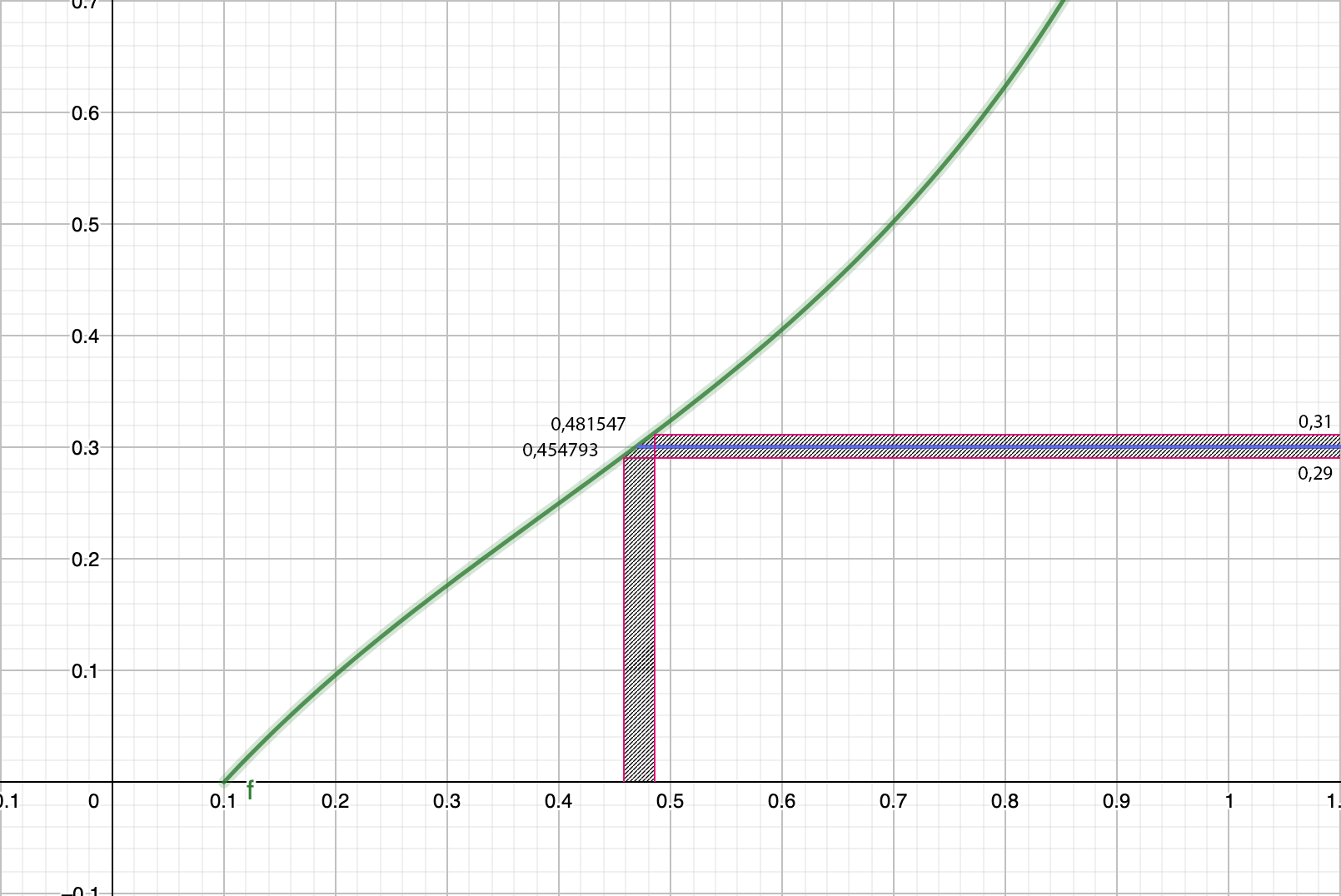




**Случай для :**

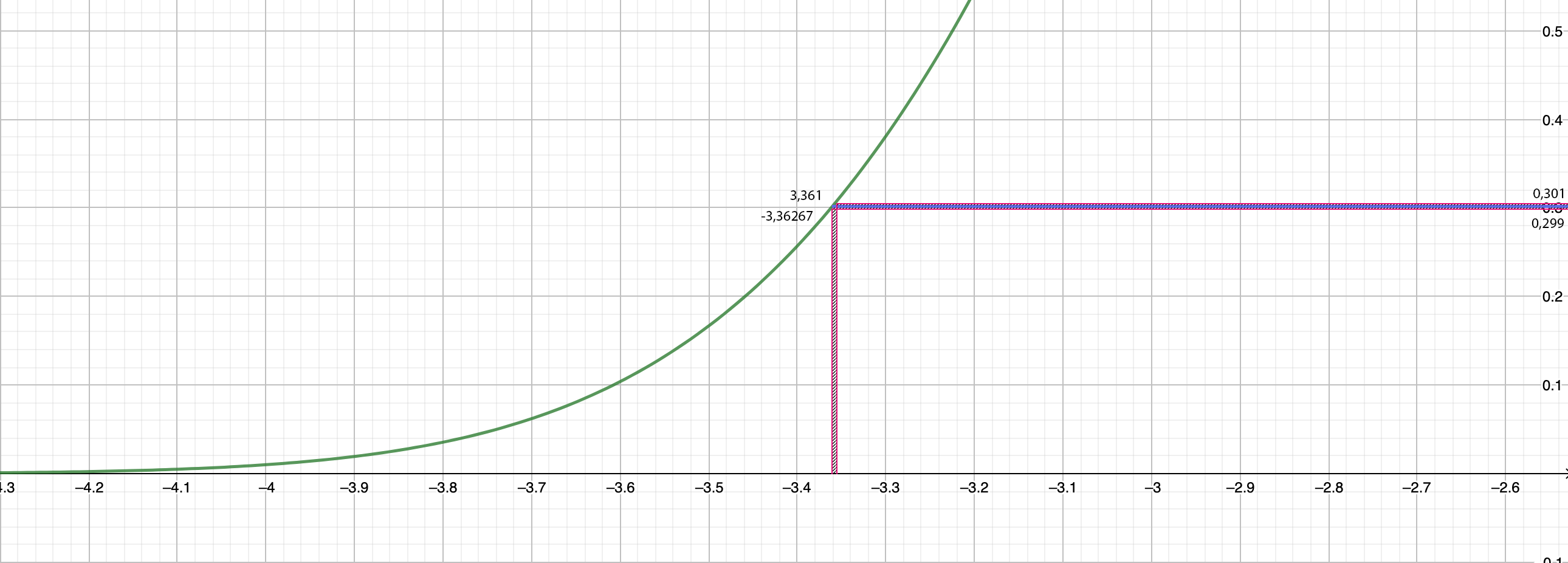
- окрестностью являются два промежутка ;.В этой окрестности все значения попадают в промежуток

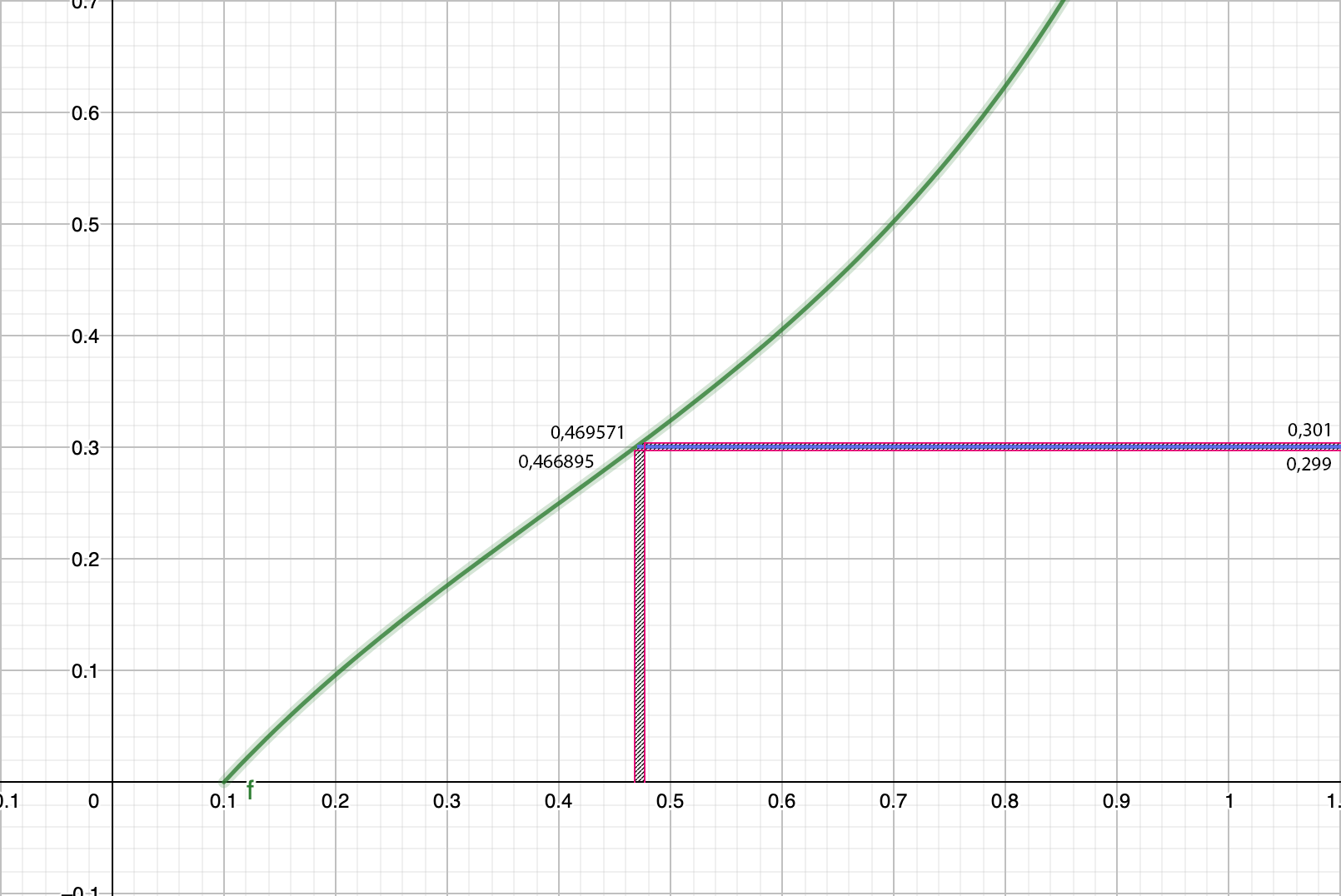




**Случай для :**

- окрестностью являются два промежутка ;.В этой окрестности все значения попадают в промежуток





**Задание 2. Дифференциал**

Дана задача. Проведите исследование:

1. Составьте математическую модель задачи: введите обозначения, выпишите данные, составьте уравнение (систему уравнений), содержащее неизвестное.
2. Решите задачу аналитически.
3. Сделайте графическую иллюстрацию к решению задачи. Сверьтесь с аналитическим решением.
4. Запишите ответ.

|  |  |
| --- | --- |
| 7. | По данному расстоянию светящейся точки от оптического центра двояковыпуклого стекла может быть вычислено расстояние её изображения согласно формуле , где – постоянная для данного стекла и данного сорта лучей. Как влияет погрешность в измерении на погрешность в вычислении ? |

**Математическая модель:**

– расстояние от предмета до линзы

– расстояние от линзы до изображения

– фокусное расстояние.

– оптическая сила линзы (дптр).

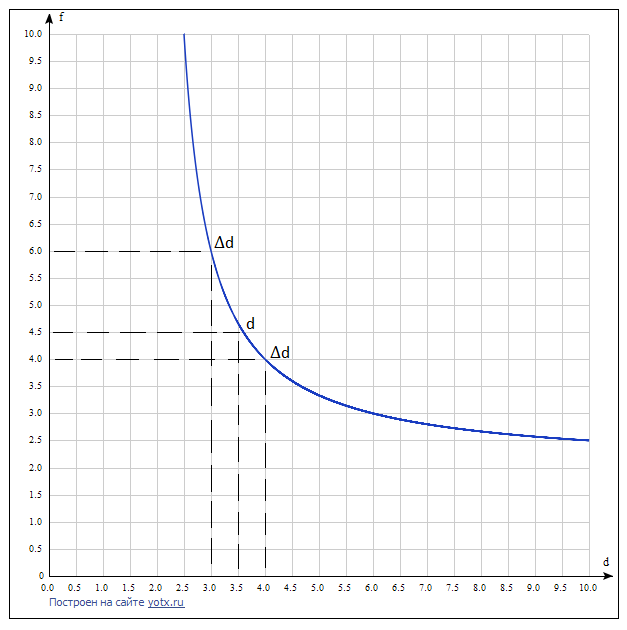
– относительная погрешность расстояния от предмета до линзы.

**Аналитическое решение:**

Графическая иллюстрация, показывающая влияние погрешности на вычисление :

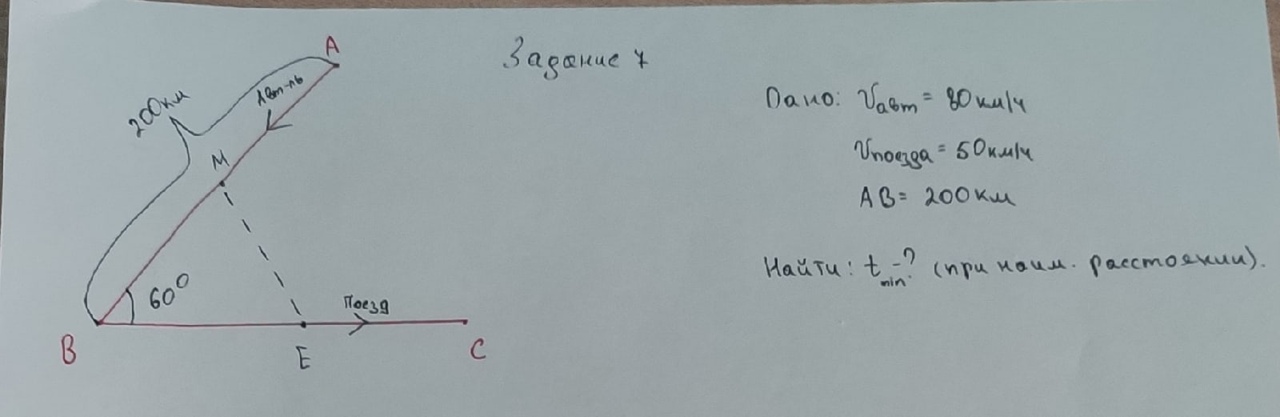
(условно возьмём )

|  |  |
| --- | --- |
| x | y |
| 3 | 6 |
| 3,5 | 4,67 |
| 4 | 4 |

(не рассматриваем значения <0, т.к. расстояние не может быть отрицательным)

**Задание 3. Наибольшее и наименьшее значения функции**

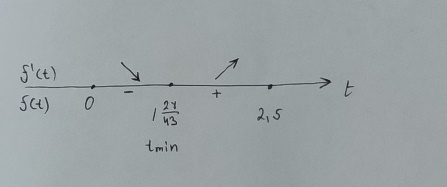
**Математическая модель:**



**Аналитическое решение:**

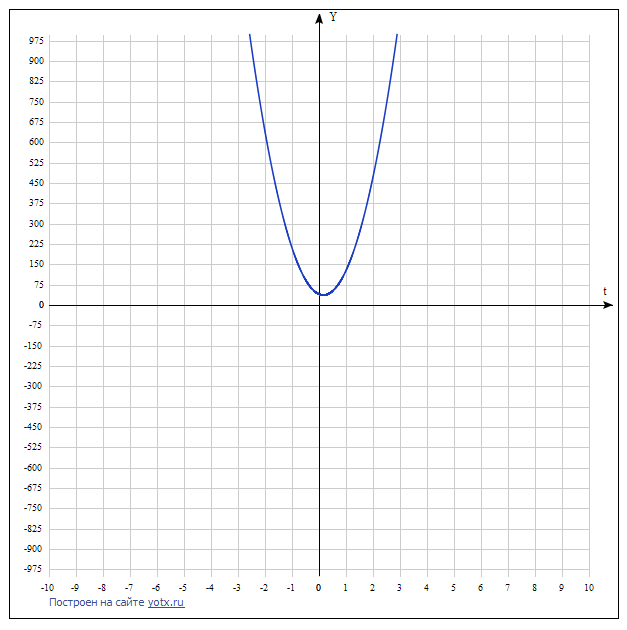
Пусть в момент времени автомобиль находится в точке , тогда поезд будет находиться в точке . Отсюда следует, что из чего следует, что (при условии, что ). Также . Отсюда по теореме косинусов найдем .

Решение задачи свелось к поиску минимума у функции на отрезке от . Для этого найдем производную функции: . Отсюда следует, что t =

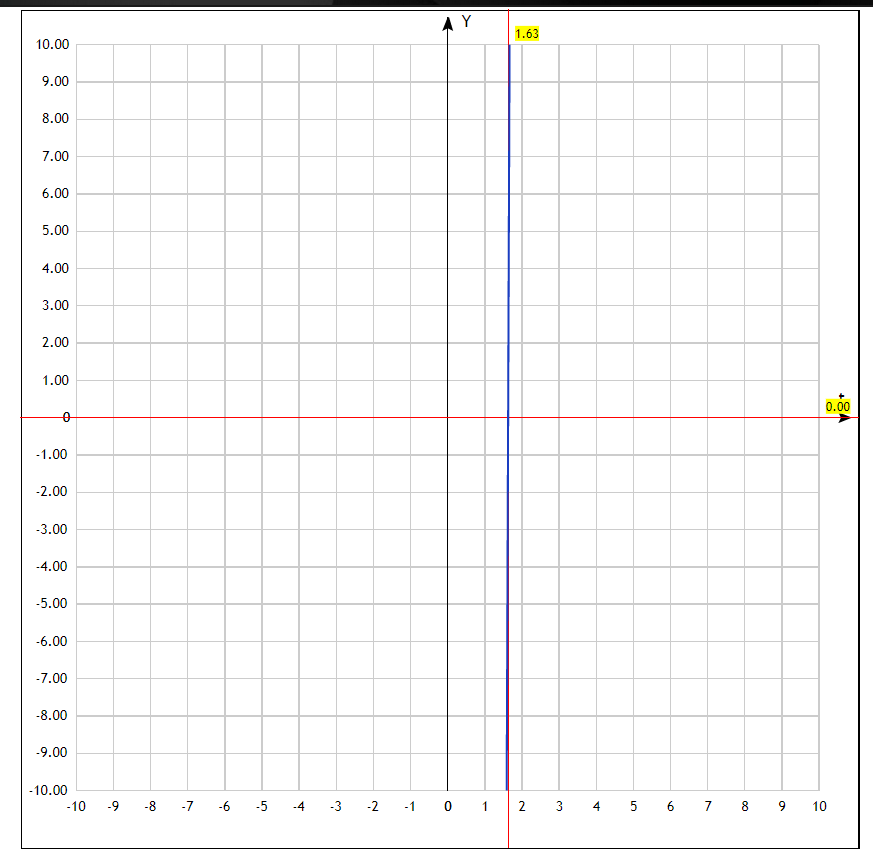


**Графические иллюстрации:**

(график функции)



(график производной)

****

**Ответ:**

**Задание 4. Исследование функции**

1. **Область определения:**
2. **Четность, нечетность и периодичность:**

Рассмотрим значение функции в точке (-x)

Из этого следует, что функция является ни четной, ни нечетной.

Функция не является периодичной, что видно из ее графика, представленного в 8 пункте.

Вывод: график функции не является симметричным ни относительно оси ординат, ни относительно начала координат.

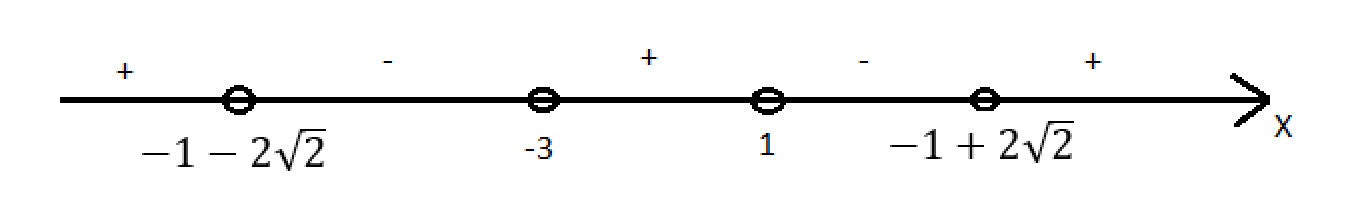
1. **Нулевые значения и промежутки знакопостоянства:**

Нулевые значения:

Промежутки:

н.ф =

н.з = -3, 1



1. **Исследование функции с помощью 1 производной: поиск интервалов монотонности и экстремумов функции:**

Экстремумы функции:

1. **Исследование функции с помощью 2 производной: поиск интервалов выпуклости и точек перегиба функции:**

Найдем критические точки:

D < 0, из чего следует, что при любых x y(x) < 0, что говорит о том, что точек перегиба нет, также как и интервалов выпуклости (вогнутости.)

1. **Поиск асимптот графика функции:**

Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде . По определению асимптоты:

Находим коэффициент k:

Находим коэффициент b:

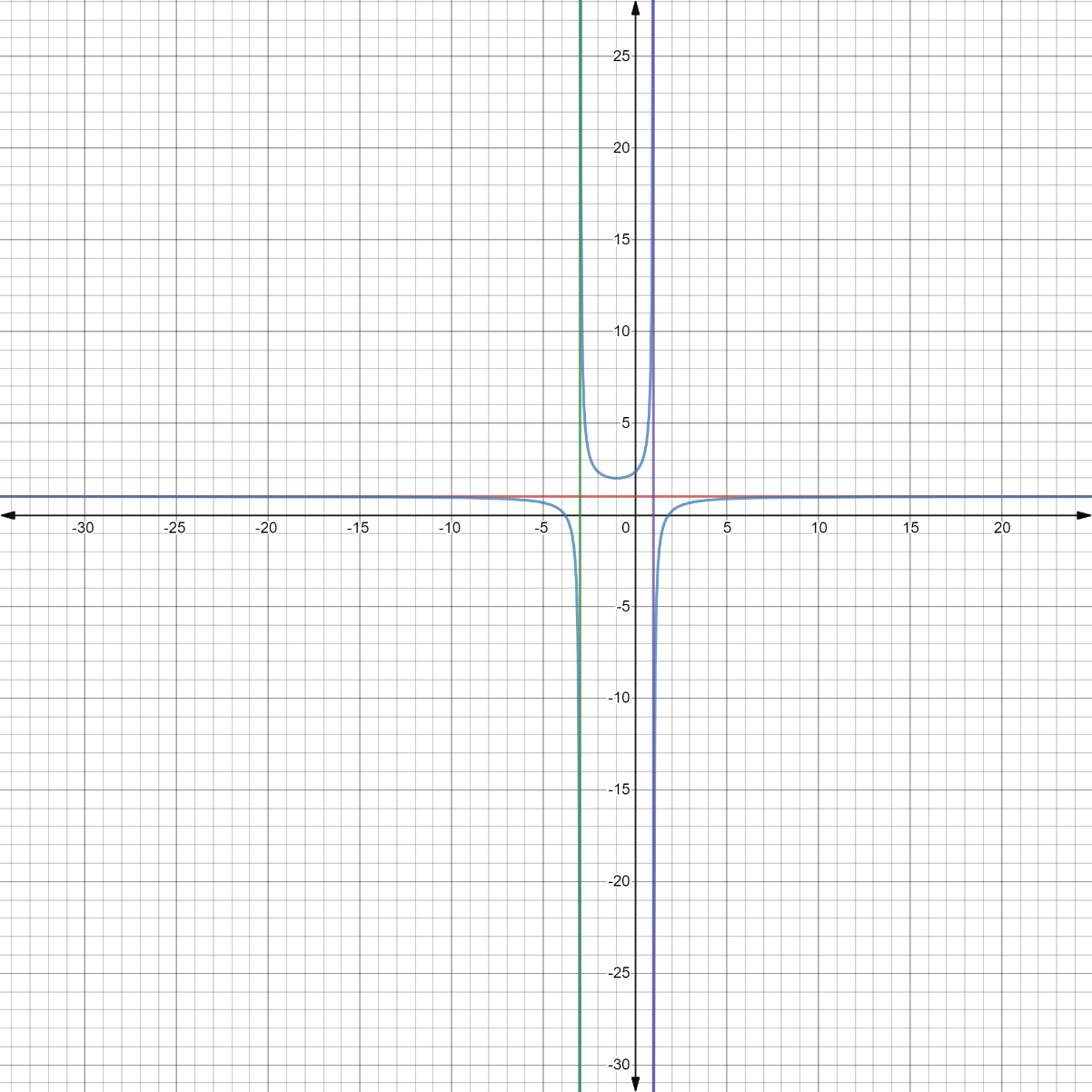
Получаем уравнение горизонтальной асимптоты:  
Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:  
Находим переделы в точке   
x1 = -3 – точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.  
Находим переделы в точке   
 - точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой

Так как угловой коэффицент равен 0, то наклонной ассимптоты нет.

1. Точки пересечения графика с координатными осями.

|  |  |
| --- | --- |
| x | y |
| 0 | 2 |
|  | 0 |

1. График функции с графиками асимптот:



1. **Область определения:**
2. **Четность, нечетность и периодичность:**

Рассмотрим значение функции в точке

Из этого следует, что функция является ни четной, ни нечетной.

Функция не является периодичной, что видно из ее графика, представленного в 8 пункте.

**Вывод:** график функции не является симметричным ни относительно оси ординат, ни относительно начала координат.