

H1 Householderovy reflexe a QR rozklad. Vysvětlete myšlenku zrcadlení vektoru v \mathbb{R}^n podle nadroviny pomocí Householderovy reflexe (HR). Popište podrobně postup, jak lze pomocí HR spočítat QR rozklad matice $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Co lze říci výpočetních nákladech a stabilitě postupu v FPA?

H2 Jacobiova a Gauss-Seidelova metoda. Popište Jacobiho a Gauss-Seidelovu iterační metodu. Vyslovte věty o odhadu chyby a konvergenci těchto dvou metod. Dokažte konvergenci Jacobiho metody za předpokladu, že A je ostře diagonálně dominantní.

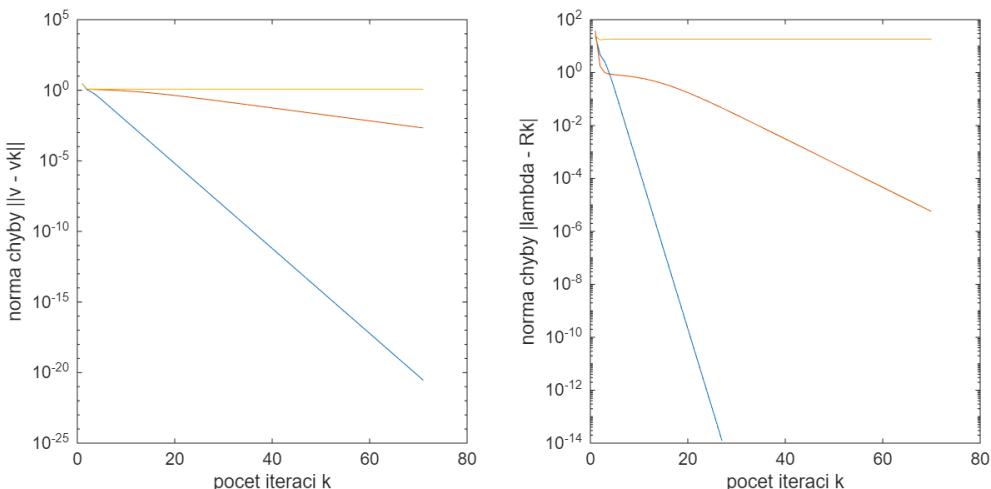
K1 Newtonova metoda. Odvoďte Newtonovu metodu pro řešení nelineární algebraické rovnice $f(x) = 0$. Znázorněte metodu graficky. Definujte řád konvergence metody a vyslovte větu o rádu konvergence Newtonovy metody (bez důkazu). Okomentujte předpoklady této věty.

K2 Runge-Kuttovy metody. Definujte obecnou Runge-Kuttovu metodu pro řešení obyčejné diferenciální rovnice $y'(x) = f(x, y(x))$. Popište základní myšlenku odvození těchto metod. Definujte pojmy lokální diskretizační chyba a rád obecné jednokrokové metody. Jakého rádu jsou nejpoužívanější Runge-Kuttovy metody?

C Uvažujte matice A, B, C se spektry

$$sp(A) = \{10, 5, 3, 1\}, \quad sp(B) = \{10, 9, 3, 1\}, \quad sp(C) = \{10, -10, 3, 1\}.$$

Označme (λ, v) dominantní vlastní páry matice. Nechť v_k je vektor z k -té iterace mocninné metody a R_k jemu příslušný Rayleighův podíl. Přiřaďte konvergenční křivky k maticím, zdůvodněte.



Bodování: každá z úloh H1, H2, K1, K2 za 10 bodů, úloha C za 5 bodů

body	známka
45 – 38	1
37 – 30	2
29 – 22	3
21 – 0	4

Nutná podmínka: Z každé části (H1+H2) a (K1+K2) alespoň 5 bodů!