

04-1

21B10862 上口 翔平

2023 年 7 月 13 日

1

シンプルゲーム $G(N, W)$ について

$$N = \{1, 2, 3, 4\} \quad (1.1)$$

$$MWC = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\} \quad (1.2)$$

とする.

$$\{2\} \cap (\{1\} \cup \{3\}) = \emptyset \quad (1.3)$$

$$\{4\} \cap (\{1\} \cup \{3\}) = \emptyset \quad (1.4)$$

$$\{2\} \cup \{1\} \in W \quad \{2\} \cup \{1\} \notin W \quad (1.5)$$

$$\{3\} \cup \{4\} \in W \quad \{1\} \cup \{4\} \notin W \quad (1.6)$$

よって $\{1\}$ と $\{3\}$ はどちらが強いかが判定できないのでこのゲームの提携の強さは完備でない. これは比較できない desirability relation をもつシンプルゲームである.

2

2.1

$B \subseteq X \in MWC$ について $B \cap (\{1\} \cup \{3, 4\}) = \emptyset$ となるような $B = \{\emptyset, \{2\}, \{5\}, \{5, 2\}\}$

表 1 $\{1\}$ と $\{3, 4\}$ の比較

	\emptyset	$\{2\}$	$\{5\}$	$\{5, 2\}$
$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1, 2\}$	$\{1, 5\}$	$\{5, 2, 1\} \in MWC$
$\{3, 4\}$	$\{3, 4\}$	$\{3, 4, 2\} \in MWC$	$\{3, 4, 5\} \in MWC$	$\{5, 2, 3, 4\} \in MWC$

よって $\forall B \subseteq X \in MWC, B \cap (\{1\} \cup \{3, 4\}) = \emptyset$ について $B \cup \{1\} \in W \implies B \cup \{3, 4\} \in W, B \cup \{3, 4\} \in W \not\Rightarrow B \cup \{1\} \in W$. つまり, $\{3, 4\} >^d \{1\}$ であり比較可能.

2.2

$B \subseteq X \in MWC$ について $B \cap (\{1, 2\} \cup \{3, 4\}) = \emptyset$ となるような $B = \{\emptyset, \{5\}\}$

表 2 $\{1, 2\}$ と $\{3, 4\}$ の比較

	\emptyset	$\{5\}$
$\{1, 2\}$	$\{1, 2\}$	$\{1, 2, 5\} \in MWC$
$\{3, 4\}$	$\{3, 4\}$	$\{3, 4, 5\} \in MWC$

よって $\forall B \subseteq X \in MWC, B \cap (\{1, 2\} \cup \{3, 4\}) = \emptyset$ について $B \cup \{1, 2\} \in W \implies B \cup \{3, 4\} \in W$,
 $B \cup \{3, 4\} \in W \implies B \cup \{1, 2\} \in W$. つまり, $\{3, 4\} =^d \{1, 2\}$ であり比較可能.

2.3

$B \subseteq X \in MWC$ について $B \cap (\{1, 2\} \cup \{2, 3\}) = \emptyset$ となるような $B = \{\emptyset, \{4\}, \{4, 5\}, \{5\}\}$

表 3 $\{1, 2\}$ と $\{2, 3\}$ の比較

	\emptyset	$\{4\}$	$\{4, 5\}$	$\{5\}$
$\{1, 2\}$	$\{1, 2\}$	$\{1, 2, 4\}$	$\{1, 2, 4, 5\} \in MWC$	$\{5, 2, 1\} \in MWC$
$\{2, 3\}$	$\{2, 3\}$	$\{2, 3, 4\} \in MWC$	$\{2, 3, 4, 5\} \in MWC$	$\{2, 3, 5\}$

よって $\forall B \subseteq X \in MWC, B \cap (\{1, 2\} \cup \{2, 3\}) = \emptyset$ について $B \cup \{1, 2\} \in W \not\Rightarrow B \cup \{2, 3\} \in W, B \cup \{2, 3\} \in W \not\Rightarrow B \cup \{1, 2\} \in W$. つまり, 比較不可能.