

Prova I: Cálculo I - UFF - 08/05/2025

Professor: Wodson Mendson - Turma P2

Aluno:

Valor: 10 pontos

Nota:

Observação: procure justificar ao máximo sua resposta e de modo legível. Tenha uma boa prova!

Questão 1. (2 pontos) Determine, caso existam, os seguintes limites. Justifique cada passo:

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x + \sin(x)}$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 + 2x - 3}$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 3x + 1}{3x^3 + 2x^2 + 1}$$

4.

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x)}{2x^2 + 1}$$

Questão 2. (2 pontos) Resolva as questões abaixo:

- (1 ponto) Considere a função

$$f(x) = \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^2 - 4x - 21}.$$

Determine o domínio de f e verifique se existem assíntotas verticais/horizontais. Caso possua, determine as equações de tais assíntotas.

- (1 ponto) Mostre que existe s no intervalo $(0, 1)$ tal que $s^3 - 3s = -1$.

Questão 3. (2 pontos) Sejam f a função definida abaixo, onde c e d são constantes. Se f é diferenciável em $x = -1$ determine o valor de $c - d$. Justifique cada passo.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + (2c + 1)x - d, & \text{se } x \geq -1 \\ e^{2x+2} + cx + 3d, & \text{se } x < -1 \end{cases}$$

Questão 4. (3 pontos) Resolva as questões abaixo:

1. (1 ponto) Usando a definição da derivada determine a derivada das funções abaixo:

a)

$$f(x) = 3x^3 + x + 1$$

b)

$$f(x) = \cos(x)$$

1. (2 pontos) Usando as técnicas de derivação determine a derivada das funções abaixo:

a)

$$f(x) = 2^x \sin(3^{2x}) + \cos(x^2 \sin(x))$$

b)

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{\cos(2x)e^{x^2}}$$

Questão 5. (2 pontos, 1 ponto de bonus) Resolva as questões abaixo.

1. (1 ponto) Determine a equação da reta tangente a curva de equação $y = x^3 + 1$ no ponto $(1, 2)$.
2. (1 ponto-bonus) Demonstre que toda função derivável $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua. Dê dois exemplos de funções contínuas que não são deriváveis e justifique sua resposta.