

Prova I: Cálculo I - UFF - 08/05/2025

Professor: Wodson Mendson - Turma R2

Aluno:

Valor: 10 pontos

Nota:

Observação: procure justificar ao máximo sua resposta e de modo legível. Tenha uma boa prova!

Questão 1. (2 pontos) Determine, caso existam, os seguintes limites. Justifique cada passo:

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos(x)}$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \cos(x^2-1)}{x^2-8x+7}$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^6 + 4x^2 + 1}{8x^5 + 4x^3 + 2x^2 + x}$$

4.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x)}{3x^4 + 1}$$

Questão 2. (2 pontos) Resolva as questões abaixo.

1. (1 ponto) Considere a função

$$f(x) = \frac{3x^2 - x + 3}{x^2 + 5x + 6}.$$

Determine o domínio de f e verifique se existem assíntotas verticais/horizontais. Caso possua, determine as equações de tais assíntotas.

2. (1 ponto) Mostre que existe a no intervalo $(-1, 1)$ tal que $\frac{1}{2} = a^2 + a^5$.

Questão 3. (2 pontos) Determine os valores de a e b de modo que f seja derivável em toda parte. Justifique cada passo da sua resposta.

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{se } x < 1 \\ e^{x^3} 2^x + 3x^2 - 1, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Questão 4. (3 pontos)

1. (2 pontos) Usando a definição da derivada determine a derivada das funções abaixo:

a)

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 2$$

b)

$$f(x) = \sin(x)$$

1. (1 ponto) Usando as técnicas de derivação determine a derivada das funções abaixo:

a)

$$\frac{3^x}{e^{\cos(x)}} + \cos(x^2) \sin(2x)$$

b)

$$\frac{\sin(x^2 + x + 1)}{(x^2 + 1)e^{x^2}}$$

Questão 5. (2 pontos, 1 ponto de bonus) Resolva as questões abaixo.

1. (1 ponto) Considere o círculo de equação $x^2 + y^2 = 1$. Determine a equação da reta tangente ao círculo no ponto $(1/2, \sqrt{3}/2)$.

2. (1 ponto-bonus) Defina o que é uma função diferenciável e explique a ideia geométrica envolvida na definição. Dê um exemplo.