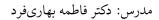
## محاسبات عددي

نيمسال اول ۱۴۰۰





دانشكدهي مهندسي كامپيوتر

فصل ششم

تمرین سری ششم

لطفا توجه فرمایید که:

\* مهلت ارسال تمرین ساعت ۱۱:۵۹ روز ۲۴ دی ماه است.

\* لطفا تمرینهای تئوری و عملی را در یک فایل فشرده قرار داده و با نام  $HW6\ StudentID$  آپلود کنید.

\* لطفا تمرینها را از یکدیگر کپی نکنید. در صورت وقوع چنین مواردی مطابق با سیاست درس رفتار میشود.

۱. دستگاه معادلات زیر را با اعمال روش حذفی گاوس روی ماتریس افزوده حل کنید. (۱۵ نمره)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + x_5 = 7 \\ 2x_1 + 6x_2 + 5x_4 + 2x_5 = 5 \\ 4x_1 + 11x_2 + 8x_3 + 5x_5 = 7 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 2 \end{cases}$$

۲. پاسخ دستگاه زیر را با روش ژاکوبی به دست آورید.  $(\epsilon = 0.001)$  نمره)

$$\begin{bmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 1 & -4 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad X_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- ۳. الف) با استفاده از روش توانی، مقدار ویژه غالب و بردار ویژه متناظر آن را برای ماتریس A بیابید.  $(\epsilon=0.01)$
- ب) با استفاده از روش دوایر گرشگورین، تعیین کنید مقادیر ویژه ماتریس A در چه بازه ای قرار دارند. (۵ نمره)
- ج) روش توانی را تا دو مرحله برای ماتریس های  $\mathbf{B}$  و  $\mathbf{C}$  انجام دهید. توضیح دهید چرا در این موارد، این روش به مقدار ویژه غالب همگرا نمیشود. (۱۰ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ -6 & 6 & -3 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۴. روش گاوس\_سایدل را تا دو مرحله روی ماتریس A اجرا کنید و مقادیر X را به دست آورید. (۱۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 13 \\ 1 & 5 & 3 \\ 12 & 3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 28 \\ 76 \end{bmatrix} \qquad X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۵. ثابت کنید هرکدام از روش های ژاکوبی و گاوس\_سایدل بر روی ماتریس A همگرا میشوند یا خیر.
۱۰۱ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

## ۶. (برنامه نویسی)

برنامه ای بنویسید که اندازه n ، ماتریس  $n \times n$  و سپس نوع تجزیه موردنظر را از کاربر دریافت کند و در خروجی تجزیه ماتریس به یکی از روش های Crout یا Doolittle یا Cholesky را نشان دهد (ماتریس های L، U مد نظر هستند) و در صورت تجزیه پذیر نبودن ماتریس آن را به کاربر اطلاع دهد. لازم است تجزیه ها را خودتان پیاده سازی کنید و استفاده از توابع آماده نمره ای نخواهد داشت. (۲۰ نمره)

ورودى نمونه:

3

8, -6, 2

-6, 7, -4

2, -4, 3

crout

خروجي نمونه:

L:

800

-62.50

2 - 2.5 0

U:

 $1 - 0.75 \ 0.25$ 

0 1 -1

 $0\ 0\ 1$