

$$a=0, b=1, f(n) = n \cdot e^{-n}, n = \frac{a+b}{r}$$

a	b	n	$f(a) \times f(b)$
0	1	0,5	0,1040
0,5	1	0,75	-0,029
0,5	0,75	0,625	-0,00925
0,5	0,625	0,5625	0,0007708
0,5625	0,625	0,59375	-0,0003015
0,5625	0,59375	0,578125	-0,0001254
0,5625	0,578125	0,5730	-0,00003209
0,5625	0,5730	0,5725	0,00001205

در مقادیر نهایی بسیار به هم نزدیک اند پس می توانیم بگوییم $f(n) = 0$

تقریباً $n=0,5725$ است

۲-الف) صحیح دانیم. فزونی روش نیوتن را منسوب به صورت زیر است:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

داریم: $f(x) = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$, $f'(x) = 3x^2 - 14x + 11$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \rightarrow x_1 = 0 - \frac{-12}{11} = 4$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \rightarrow x_2 = 4 - \frac{9}{11} = 3,181818$$

ب) چون بازه‌ی تارو سه $[4, 3]$ است، 2 را می‌توانیم از آن دور

تقریبی بگیریم. $x_0 = \frac{3+4}{2} = 3,5$

$$g(x) = x^3 - 5x^2 + 9x + 2, \quad g'(x) = 3x^2 - 10x + 9$$

$$x_1 = x_0 - \frac{g(x_0)}{g'(x_0)} \rightarrow x_1 = 3,5 - \frac{11}{11} = 3,454545$$

$$x_2 = x_1 - \frac{g(x_1)}{g'(x_1)} \rightarrow x_2 = 3,454545 - \frac{195052051}{1211291111} = 3,027057909$$

$$x_3 = 3,027057909$$

$$x_4 = x_3 - \frac{g(x_3)}{g'(x_3)} \rightarrow x_4 = 3,027057909 - \frac{0,422999750}{11,12999999} = 3,027057909$$

$$x_5 = 3,027057909$$

$$x_f = x_f - \frac{g(x_f)}{g'(x_f)}$$

$$x_f = 1,021945666 - \frac{0,004041311}{1,911994444} = 1,021914959$$

$$x_0 = x_f - \frac{g(x_f)}{g'(x_f)} \rightarrow \text{مقدار بسیار کوچک}$$

$$x_f = x_0 = 1,021914959 \quad \text{پس مقدار ۹ تقریباً برابر هستند}$$

$$\downarrow$$

$$x \approx \underline{1,021914}$$

در نتیجه معادله با ۲ رقم اعشاری شود:

۳- در روش ناب جاسی برای بازه $[x_0, x_1]$ داریم:

$$x_r = \frac{x_0 f(x_1) - x_1 f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

if $f(x_0) \times f(x_r) < 0 \rightarrow x_1 = x_r$; if $f(x_1) \times f(x_r) < 0 \rightarrow x_0 = x_r$

$$f(x) = 2x^3 - 2x - 2$$

طبق اطلاعات موجود جدول رسم می‌سیم:

n	x_0	x_1	x_r	$f(x_0)$	$f(x_1)$	$f(x_r)$
1	1	2	1.4144	-2	4	-2.1444
2	1.4144	2	1.00509	-2.1444	4	-0.4054
3	1.00509	2	1.01914	-0.4054	4	-0.10045
4	1.01914	2	1.09719	-0.10045	4	-0.0541
5	1.09719	2	1.09990	-0.0541	4	-0.00199
6	1.09990	2	1.40000	-0.00199	4	-0.00004
7	1.40000	2	1.40004	-0.00004	4	-0.00004

مسئله ۴.

$$\begin{aligned}x_2 &= x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} \\&= 2 - \frac{10(2 - 1)}{10 - 8} \\&= 2 - 5 = -3\end{aligned}$$

مسئله ۵.

۱.

$$g'_1(x) = \frac{2x^2 + 2x - 2}{(2x + 1)^2}$$

$g'_1(0) = -2$ ، در نتیجه شرط $|g'_1(x)| < 1$ $\forall x \in (0, 1)$ برقرار نیست.

۲.

$$g'_2(x) = -\frac{1}{(x + 1)^2}$$

تابع $g'_2(x)$ در بازه $(0, 1)$ پیوسته است.

شرط $|g'_2(x)| < 1$ $\forall x \in (0, 1)$ برقرار است.

شرط $g_2(x) \in (0, 1)$ $\forall x \in (0, 1)$ برقرار است.

پس اگر $x_0 \in (0, 1)$ باشد، این تابع شرایط همگرایی را دارد.

۳.

$$g'_3(x) = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}}$$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} g'_3(x) = -\infty$ ، در نتیجه شرط $|g'_3(x)| < 1$ $\forall x \in (0, 1)$ برقرار نیست.

۴.

$$g'_4(x) = -2x$$

$|g'_4(x)| > 1$ $\forall x > 0.5$ ، و نتیجه شرط $|g'_4(x)| < 1$ $\forall x \in (0, 1)$ برقرار نیست.