

سؤال ۱: (۱ نمره) فرض کنید $U = \frac{x^2}{y}$ و $V = xy^3$. خطای نسبی x و y به ترتیب چه مقادیری باشد تا خطای نسبی U و V حداکثر 10^{-2} شود؟

سؤال ۲: (۰.۵ نمره) برای رسیدن به خطای $\epsilon = 0.001$ در ریشه‌یابی تابع زیر حداقل به چند مرحله تنصیف در روش دوبخشی نیاز داریم؟

$$f(x) = x^6 - x - 1 = 0, \quad x \in [1, 2]$$

سؤال ۳: (۱ نمره) نشان دهید روش تکراری

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} - \frac{f''(x_n)}{2f'(x_n)} \left(\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \right)^2$$

برای به دست آوردن ریشه ساده α از معادله $f(x) = 0$ ، در صورت همگرایی، از مرتبه همگرایی حداقل ۳ است.

سؤال ۴: (۰.۵ نمره) برای تابع جدولی زیر، چند جمله‌ای درونیاب را یافته و سپس $f(\frac{1}{4})$ را برآورد کنید.

x_i	-۲	-۱	۰	۱	۲
$f(x_i)$	۵	۴	۱	۸	۳۷

سؤال ۵: (۱ نمره) فرض کنید x_0, x_1, \dots, x_n نقاط متمایز و $L_i(x)$ توابع پایه چند جمله‌ای لاگرانژ باشند، نشان دهید:

$$\sum_{i=0}^n x_i^{n+1} L_i(\cdot) = (-1)^n \prod_{i=0}^n x_i$$