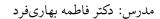
محاسبات عددي

نیمسال دوم ۱۴۰۰





دانشكدهي مهندسي كامپيوتر

فُصل پِنچِم تاریخ تحویل: ۱۴۰۱/۳/۱۷

تمرین سری پنجم

لطفا توجه فرماييد كه:

- * مهلت ارسال تمرین ساعت ۲۳:۵۵ روز ۱۷ خرداد ماه است.
- * لطفا تمرینهای تئوری و عملی را در یک فایل فشرده قرار داده و با نام $HW5\ StudentID$ آپلود کنید.
- * لطفا تمرینها را از یکدیگر کپی نکنید. در صورت وقوع چنین مواردی مطابق با سیاست درس رفتار میشود.

۱. پاسخ تقریبی هر معادله را با استفاده از روش خواسته شده با گام 0.5 محاسبه کنید. (۱۵ نمره)

(اویلر بهسازی شده)
$$y'=xe^{3x}-2y,\quad 0\leqslant x\leqslant 1,\quad y(0)=0$$
 (الف)

(نقطه میانی)
$$y' = 1 + (x - y)^2$$
, $2 \le x \le 3$, $y(2) = 1$

(هيون)
$$y' = \frac{1+x}{1+y}, \quad 1 \leqslant x \leqslant 2, \quad y(1) = 2$$
 ج

- برای y(0)=1 بیا مقدار ابتدایی $y'=\lambda y$ برای $y'=\lambda y$ برای برای هید روش اویلر برای معادله ی دیفرانسیل y(0)=1 برای دار است، یعنی $\lim_{n\to\infty}y_n=0$ برای طول گام $0<\lambda h<0$ بایدار است، یعنی $0<\lambda h<0$
- ۳. مقدار تقریبی y'(0.2) و y'(0.2) را در معادلهی دیفرانسیل زیر با گام 0.1 با روش رانگ کوتای مرتبهی چهارم حساب کنید.(۱۵ نمره)

$$\begin{cases} y'' - 2y' + 2y = e^{2x} \sin x \\ y(0) = -0.4 \\ y'(0) = -0.6 \end{cases}$$

۴. با استفاده از بسط تیلور از معادلهی زیر، روش سه گامی آدامز بشفورد را به دست آورید. (۲۰ نمره)

$$y(x_{i+1}) = y(x_i) + ahf(x_i, y(x_i)) + bhf(x_{i-1}, y(x_{i-1})) + chf(x_{i-2}, y(x_{i-2}))$$

۵. با استفاده از روش predict-corrector آدامز مرتبه ی سوم ، y(0.8) را در معادله ی زیر محاسبه کنید. مقادیر اولیه را از روش رانگ کوتای مرتبه ی ۳ به دست آورید. (۱۵ نمره)

$$\begin{cases} y' = x + y \\ y(0) = 1 \\ h = 0.2 \end{cases}$$

۶. نشان دهید در حل معادلهی دیفرانسیل $y'=\lambda y$ میتوان روش رانگ_کوتا مرتبهی چهارم را به صورت زیر نوشت.(۱۵ نمره)

$$y_{i+1} = \left(1 + h\lambda + \frac{1}{2}(h\lambda)^2 + \frac{1}{6}(h\lambda)^3 + \frac{1}{24}(h\lambda)^4\right)y_i$$

۷. برنامهنویسی. (۲۰ نمره)

- الف) پاسخ معادلهی دیفرانسیل y'=x+y با مقدار اولیهی y(0)=1 را در نقطهای دلخواه با استفاده از رانگ_ کوتای مرتبهی ۲ (روش دلخواه) محاسبه کرده و نمودار آن را رسم کنید.
 - ب) جواب عمومی معادلهی دیفرانسیل زیر را محاسبه کنید. استفاده از توابع آماده مجاز است.

$$4y^{(4)} + y'' + 2y + 1 = 0$$