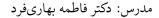
## محاسبات عددي

نيمسال اول ٩٩



تاریخ تحویل: ۱۴۰۰/۳/۱۸



دانشكدهي مهندسي كامپيوتر

فصل پنچم

تمرین سری پنجم

لطفا توجه فرمایید که:

\* مهلت ارسال تمرین ساعت ۲۳:۵۹ روز ۱۸ خرداد ماه است.

\* لطفا تمرینهای تئوری و عملی را در یک فایل فشرده قرار داده و با نام HW۵ StudentID آپلود کنید.

\* لطفا تمرینها را از یکدیگر کپی نکنید. در صورت وقوع چنین مواردی مطابق با سیاست درس رفتار میشود.

Modified و با استفاده از روش  $y' = e^{\cdot/\hbar t} - \cdot/\Delta y$  و مقادیر واقعی آن در جدول زیر را در نظر بگیرید. با استفاده از روش  $y' = e^{\cdot/\hbar t} - \cdot/\Delta y$  و با شرط  $t = e^{-\hbar t}$  ، از نقطه  $e^{-\hbar t}$  شروع کرده و مقادیر تقریبی تابع را تا  $e^{-\hbar t}$  بدست آورید. و مقدار خطای تقریبی در کدام نقاط از  $e^{-\hbar t}$  کمتر است (استفاده از روش اویلر با سه جمله کافی است.) مقدار خطای تقریبی در کدام نقاط از  $e^{-\hbar t}$  کمتر است (استفاده از روش اویلر با سه جمله کافی است.)

t	$y_{\rm true}$
0	2.00000
1	6.19463
2	14.84392
3	33.67717
4	75.33896

- ۲. میدانیم نیاز به عملیات کمتر، از مزایای روشهای چندمرحلهای است. حل معادله y'=f(x,y) با شرط اولیه y(x,y)=y را به دو روش رانگه کوتای مرتبه چهارم و آدامز بشفورث در نظر بگیرید (فرض کنید تابع شروع روش آدامز بشفورث نیز رانگه کوتای مرتبه چهارم باشد). تعداد عملیات انجام شده در این دو روش را بعد از n مرحله با هم مقایسه کنید. (۱۰ نمره)

$$\begin{cases} x^2y'' - 2xy' + 2y = 0\\ y(1) = 4\\ y'(1) = 9 \end{cases}$$

. توصیه می شود معادله تابع y را نیز برای تمرین بیشتر بدست آورید.

۴. رشد جمعیت یک کشور از سالهای ۱۹۵۰ تا ۱۹۶۰ از رابطه  $\frac{dp}{dt}$  بیروی کرده است. با استفاده از روش رانگه کوتای مرتبه چهارم و با در نظر گرفتن h=0 ، مقادیر تقریبی جمعیت را برای سالهای ۱۹۵۰ تا ۱۹۶۰ بدست آورده و خطای نسبی این تقریب را با کمک مقادیر واقعی در جدول زیر بدست آورید. (۲۰ نمره)

$$\begin{array}{c|cccc} t & 190 \cdot & 1900 & 199 \cdot \\ \hline p & 7000 & 7VA \cdot & 7 \cdot 7 \cdot \\ \end{array}$$

ی با استفاده از روش Predictor-Corrector آدامز\_بشفورث مرتبه چهارم و مقادیر داده شده، مقدار y را x=1 بدست آورید. (۲۰ نمره)

$$y' = \frac{x+y}{7}$$

$$x_i$$
  $y_i$ 

•  $Y$ 

•

9. (برنامه نویسی) برای بخش برنامه نویسی این تمرین، کدی بنویسید که معادله y' = xxy را با شرط اولیه y(1) = 1 در نظر گرفته و مقادیر تقریبی y را به دست آورد. ورودی کد باید شامل متغیرهای y(1) = 1 ابتدایی و انتهایی بازه باشد و در خروجی نهایی، مقادیر تقریبی به دو روش اویلر و اویلر تغییر یافته نمایش داده شود. پس از آماده شدن کد، مقادیر تولید شده را با ورودی های y(1) = xy نقطه شروع y(1) = xy و نقطه پایان داده شود. پس از آماده شدن کد، مقادیر تولید شده را با ورودی های Comparison.ipynb کنید. سپس کد طata.xlsx اجرا کرده و دلیل عملکرد متفاوت روشها را توضیح دهید. (۳۰ نمره)

\* میتوانید با استفاده از ورودی های جدول زیر و مقایسه نتایج از درستی کارکرد کد خود مطمئن شوید.

Comparison of numerical methods with h = 0.1

	Eulen	Improved	DV4	Actual
$x_n$	Euler	Euler	RK4	value
1.00	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.10	1.2000	1.2320	1.2337	1.2337
1.20	1.4640	1.5479	1.5527	1.5527
1.30	1.8154	1.9832	1.9937	1.9937
1.40	2.2874	2.5908	2.6116	2.6117
1.50	2.9278	3.4509	3.4902	3.4904