



محاسبات عددی

نیم‌سال اول ۱۴۰۰

مدرس: دکتر فاطمه بهاری‌فرد

تمرین سری اول

فصل اول

تاریخ تحویل: ۱۴۰۰/۷/۲۰

لطفا توجه فرمایید که:

* مهلت ارسال تمرین ساعت ۱۱:۵۹ روز ۲۰ مهر ماه است.

* لطفا تمرین‌های تئوری و عملی را در یک فایل فشرده قرار داده و با نام $HW1_StudentID$ آپلود کنید.

* لطفا تمرین‌ها را از یکدیگر کپی نکنید. در صورت وقوع چنین مواردی مطابق با سیاست درس رفتار می‌شود.

۱. الف) می‌خواهیم با استفاده از فرمول $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ حجم یک توپ فوتبال را محاسبه کنیم. خطاهای محتمل از انواع خطای مدل، خطای اندازه‌گیری، خطای گرد کردن و خطای عملیات را در این آزمایش به‌طور مختصر توضیح دهید. (۵ نمره)

ب) دو دنباله از اعداد برای تخمین عدد 12.345678 مثال بزنید که یکی صحت بیشتر و دیگری دقت بیشتری داشته باشد. (۱۰ نمره)

۲. تابع $f(x) = x^2 + y^2$ را در نظر بگیرید. حداکثر خطای مطلق محاسبه‌ی $f(1.234, 1.567)$ با دو رقم اعشار و با روش گرد کردن را به‌دست آورید. (۱۰ نمره)

۳. جواب‌های معادله‌ی $\frac{1}{3}x^2 - \frac{123}{4}x + \frac{1}{6} = 0$ را با استفاده از فرمول‌های $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ و $x = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$ تا ۴ رقم اعشار و با روش گرد کردن به‌دست آورید. با محاسبه‌ی خطای نسبی جواب‌ها، بگویید که کدام فرمول دقیق‌تر عمل کرده است و چرا. (۱۵ نمره)

۴. y را به k رقم اعشار گرد می‌کنیم و آن را \bar{y} می‌نامیم. اثبات کنید که $|\frac{y - \bar{y}}{y}| \leq 0.5 * 10^{-k+1}$ (۲۰ نمره)
راهنمایی: فرض کنید $y = 0.d_1...d_k d_{k+1}... * 10^n$ و مسئله را حالت‌بندی کنید.

۵. چند جمله‌ای $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 2.2$ را در نظر بگیرید.

الف) مقدار تابع را در $x = 2.41$ یک‌بار با روش قطع کردن و یک‌بار با روش گرد کردن تا سه رقم اعشار به‌دست آورید و خطاهای نسبی را محاسبه کنید. (۱۰ نمره)

ب) $f(x)$ را به‌گونه‌ای تغییر دهید که خطاهای نسبی قسمت قبل، کاهش یابند. (۱۰ نمره)

۶. (برنامه نویسی) برنامه‌ای بنویسید که عدد طبیعی n را ورودی گرفته و \ln آن را بدون استفاده از توابع آماده و با خطای کمتر از 0.0001 محاسبه کند. در ادامه خطای مطلق و خطای نسبی پاسخ خود را به دست آورید.
(۲۰ نمره)