

مهلت تحویل این تمرین ۱۴۰۱/۱۰/۱ است. شما در مجموع ترم ۲۰ روز تاخیر مجاز دارید که مدیریت آن با خودتان است. در ضمن برای هر تمرین شما تا سه روز بعد از ددلاین مجاز به ارسال پاسخ هستید و پس از آن به هیچ عنوان پاسخی از شما پذیرفته نخواهد شد. پس از ساعات مجاز تاخیر، به ازای هر روز تاخیر، ۳۰ درصد از نمره شما کسر خواهد شد.

برای پیاده‌سازی می‌توان از هر یک از زبان‌های سی، سی‌پلاس‌پلاس، جاوا، پایتون یا متلب استفاده کرد. برای پیاده‌سازی در پردازنده گرافیکی باید از پلتفرم کودا که بر اساس زبان سی یا سی‌پلاس‌پلاس است، استفاده شود. در هیچ یک از پیاده‌سازی‌ها امکان استفاده از کتابخانه‌ها و پیاده‌سازی‌های آماده وجود ندارد. پاسخ به بخش‌هایی که با عبارت ”(امتیازی)” مشخص شده‌اند اجباری نیست و برای آن‌ها نمره اضافه در نظر گرفته شده است.

برای پاسخ به هر سوال علاوه بر کد پیاده‌سازی شده، نیاز است تا نحوه اجرا و گزارشی از روند و چالش‌های حل شده نیز ارائه شود. پیاده‌سازی‌ها باید مستقل از اندازه و ابعاد ورودی باشد.

### سوال ۱.

الف) چندجمله‌ای مک‌لورن (چندجمله‌ای تیلور حول صفر) از درجه  $n$  ( $n=1000000$ ) را به عنوان تقریب هر یک از توابع زیر در نظر بگیرید. با پیاده‌سازی به روش هورنر و بدون استفاده از آن مقدار تقریبی هر یک از توابع در نقاط خواسته شده را به دست بیاورید (۱۵ از ۱۰۰).

$$x = 0.5 \text{ در نقطه } , f(x) = \frac{1}{1-x} \quad (1)$$

$$x = \frac{\pi}{\sqrt{e}} \text{ در نقطه } , f(x) = \sin(x) \quad (2)$$

$$x = 12 \text{ در نقطه } , f(x) = e^x \quad (3)$$

$$x = 2.5 \text{ در نقطه } , f(x) = \log_2(x) \quad (4)$$

ب) (امتیازی) محاسبه توابع ذکر شده در بخش قبل را با استفاده از تکنیک کاهش در پردازنده گرافیکی پیاده‌سازی کنید و نتایج را از لحاظ زمان محاسبه با پیاده‌سازی تک رشته‌ای مقایسه کنید (۱۰ از ۱۰۰).

## سوال ۲.

حداقل یکی از ریشه‌های معادلات ذکر شده را با استفاده از پیاده‌سازی هر یک از روش‌های روش دو بخشی<sup>۱</sup>، نابه‌جایی<sup>۲</sup>، نیوتون-رافسون<sup>۳</sup>، وتری<sup>۴</sup> و نقطه ثابت<sup>۵</sup> به دست بیاورید (۱۵ از ۱۰۰).

$$f(x) = -2/75x^3 + 18x^2 - 21x - 12 \quad (5)$$

$$f(x) = \sin(x) - 0/1x = 0 \quad (6)$$

## سوال ۳.

الف) پاسخ معادلات خطی زیر را با استفاده از پیاده‌سازی روش‌های کرامر<sup>۶</sup>، حذفی گاوس<sup>۷</sup> و المان اصلی<sup>۸</sup> به دست بیاورید (۳۵ از ۱۰۰).

$$\begin{cases} 4x_1 - 8x_2 = -24 \\ x_1 + 6x_2 = 34 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 2x_2 - x_3 = 27 \\ -3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -61/5 \\ x_1 + x_2 + 6x_3 = -21/5 \end{cases} \quad (8)$$

ب) (امتیازی) پاسخ معادلات خطی ذکر شده را با استفاده از پیاده‌سازی روش‌های کرامر، حذفی گاوس و المان اصلی در پردازنده گرافیکی به دست بیاورید (۱۵ از ۱۰۰).

ج) دترمینان ماتریس‌های زیر را با استفاده از روش گاوس-سایدل<sup>۹</sup> به دست بیاورید (۱۰ از ۱۰۰).

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 2 & -1 \\ -3 & -6 & 2 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B = \begin{bmatrix} 8 & 2 & -10 \\ -9 & 1 & 3 \\ 15 & -1 & 6 \end{bmatrix} \quad (10)$$

<sup>1</sup>bisection

<sup>2</sup>false position

<sup>3</sup>Newton-Raphson

<sup>4</sup>secant

<sup>5</sup>fixed-point

<sup>6</sup>Cramer

<sup>7</sup>Gauss elimination

<sup>8</sup>principal elements

<sup>9</sup>Gauss-Seidel

د) (امتیازی) دترمینان ماتریس‌های ذکر شده را با روش تجزیه LU به دست بیاورید (۱۰ از ۱۰۰).

ه) وارون ماتریس‌های ۹ و ۱۰ را با پیاده‌سازی روش‌های عددی به دست بیاورید (۵ از ۱۰۰).

---

#### سوال ۴.

الف) پاسخ دستگاه‌های غیرخطی زیر را با استفاده از پیاده‌سازی روش نیوتون به دست بیاورید (۲۰ از ۱۰۰).

$$\begin{cases} \sin(x_1) + 3 \cos(x_2) - 2 = 0 \\ \cos(x_1) - \sin(x_2) + 0.2 = 0 \end{cases} \quad (11)$$

تخمین اولیه پاسخ  $x^{(0)} = [1 \ 1]^T$  است.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3 = 0 \\ 2x_1^2 + x_2^2 - 5 = 0 \end{cases}, \quad (12)$$

تخمین اولیه پاسخ  $x^{(0)} = [2 \ 0.5]^T$  است.

ب) (امتیازی) پاسخ دستگاه‌های ۱۱ و ۱۲ را بر اساس پیاده‌سازی در پردازنده‌های گرافیکی به دست بیاورید (۱۰ از ۱۰۰).

---

موفق باشید.