



پاسخنامه گوییز چهارم

۱. الف) چون تا مرتبه ۲ صحیح است پس برای عبارات روبرو داریم:

$$f(x) = 1 : 6h = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$$

$$f(x) = x : 18h^2h = h\omega_1 + 3h\omega_2 + 5h\omega_3$$

$$f(x) = x^2 : 72h^3h = h^2\omega_1 + 9h^2\omega_2 + 25h^2\omega_3$$

بنابراین:

$$\omega_1 = \frac{9h}{4}, \omega_2 = \frac{3h}{2}, \omega_3 = \frac{9h}{4}$$

و هر چند جمله ای درجه دو را میتوان به صورت جمع ضربی از این سه نوشت که در معادله از هر دو طرف بیرون می آیند و تساوی برقرار خواهد ماند.
(ب) یک تابع درجه ۳ را میتوان به صورت روبرو نوشت:

$$f(x) = f_2(x) + ax^3$$

$$\int_0^{6h} f(x)dx = \int_0^{6h} f_2(x)dx + \int_0^{6h} ax^3dx$$

$$= \omega_1 f_2(h) + \omega_2 f_2(3h) + \omega_3 f_2(5h) + \frac{6^4 ah^4}{4}$$

$$= \omega_1 (f_2(h) + ah^3) + \omega_2 (f_2(3h) + 27ah^3) + \omega_3 (f_2(5h) + 25ah^3)$$

$$= \omega_1 f(h) + \omega_2 f(3h) + \omega_3 f(5h)$$

پس حکم ثابت شد.

۲. اگر $h = 0.5$ قرار دهیم داریم:

$$T = f(0) + 2f(0.5) + 2f(1) + 2f(1.5) + f(2)$$

$$= 0 + 0.2442593 + 0.13951295 + 0.13951295 = 0.38377$$

که مقدار دقیق برابر است با 0.46444 پس خطا کمتر از 0.5 است.