



دانشکده مهندسی کامپیوتر

به نام خدا

آزمون میان‌ترم

محاسبات عددی

سربازی آزاد و حسین قربان

تاریخ آزمون: ۱۷ آذر ۱۴۰۱

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

صفحه ۱ از ۱

- همه پاسخ‌هایتان را خوانا، با توضیح دقیق و کامل و مستدل بنویسید.
- پاسخ هر سؤال را در برگه مستقل بنویسید.
- جمع نمره‌ها برابر ۰ است، و نمره ۱۰۰ نمره کامل محسوب می‌شود.

۱. حجم کره‌ای به شعاع $\frac{5}{3}$ متر را محاسبه کنید و سپس حداکثر خطای مطلق و نسبی این محاسبه را بدست آورید. (حجم کره به شعاع r : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$) و اعداد را تا چهار رقم اعشار گرد کنید. (

۲. به روش هرتر مقدار چندجمله‌ای $p(x) = x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 7x + 9$ را در $x = 2$ محاسبه کنید.

۳. جواب معادله $\cos x = x$ را در فاصله $[0, 1]$ به روش نیوتن با شروع از $x_0 = 0.5$ با خطای حداکثر 10^{-4} محاسبه کنید.

۴. (الف) چند جمله‌ای تیلور مرتبه دوم، $P_2(x)$ ، تابع $f(x) = xe^x + x$ را حول $a = 0$ (ب) در صورتیکه تابع $f(x)$ در بازه $[0, 1]$ با $P_2(x)$ تقریب زده شود، کران بالایی برای خطای تقریب، $|f(x) - P_2(x)|$ ، بیابید. بنویسید.

۵. (الف) دستگاه خطی $Ax = b$ که در آن $A = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & \beta \\ -\alpha & 1 & -\gamma \\ \beta & \gamma & 1 \end{bmatrix}$ تحت چه شرایطی روی α, β, γ دنباله ساخته شده بر اساس روش‌های ژاکوبی و گوس-سایدل با انتخاب $x^{(0)}$ دلخواه، همگراست.

(ب) با استفاده از روش ژاکوبی با شروع از $x^{(0)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ جمله دوم دنباله $\{x_r^{(r)}\}_{r=0}^{\infty}$ ساخته شده به روش ژاکوبی برای دستگاه زیر را محاسبه کنید.

$$\begin{aligned} 10x_1 - x_2 + x_3 &= 6 \\ -x_1 + 11x_2 - x_3 + 3x_4 &= 25 \\ 2x_1 - x_2 + 10x_3 - x_4 &= -11 \\ 3x_2 - x_3 + 8x_4 &= 15 \end{aligned}$$

۶. به روش نیوتن با شروع از نقطه $x^{(0)} = \begin{bmatrix} 3/4 \\ 2/2 \end{bmatrix}$ جواب دستگاه $F(x) = 0$ که در آن $F(x) = \begin{bmatrix} x_1 + 3\log_1 x_1 - x_2^2 \\ 2x_1^2 - x_1x_2 + 2 - 5x_1 + 1 \end{bmatrix}$ با شرط خاتمه $\|F(x^{(n)})\| \leq 2 \times 10^{-4}$ بدست آورید.

موفق باشید.