



محاسبات عددی

نیم‌سال اول ۱۴۰۰

مدرس: دکتر فاطمه بهاری‌فرد

زمان: ۱۵ دقیقه

کوئیز پنجم

۱. تقریبی از $y(1.4)$ را برای معادله دیفرانسیل مرتبه اول زیر به روش اویلر با دو تکرار و انتخاب $h = 0.2$ بیابید. (۱۰ نمره)

$$\begin{cases} (1+y)dy - (xy)dx = 0 \\ y(1) = 0.3 \end{cases}$$

حل.

$$(1+y)dy = xydx \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{xy}{1+y}$$

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n) \Rightarrow y(1.2) = y(1) + 0.2 \times \frac{1 \times 0.3}{1 + 0.3} = 0.3462$$

$$\Rightarrow y(1.4) = y(1.2) + 0.2 \times \frac{1.2 \times 0.3462}{1 + 0.3463} = 0.4077$$

▷

۲. با استفاده از روش رانگ-کوتا مرتبه دوم مقدار تقریبی $y(0.4)$ را با انتخاب $h = 0.2$ برای معادله دیفرانسیل زیر بیابید. (۱۰ نمره)

$$\begin{cases} y' = \cos(x+y) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

حل.

$$\begin{cases} k_1 = hf(x_n, y_n) \\ k_2 = hf(x_n + h, y_n + h) \\ y_{n+1} = y_n + \frac{k_1 + k_2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 0.2f(0, 1) = 0.1081 \\ k_2 = 0.2f(0.2, 1.1081) = 0.0519 \\ y(0.2) = 1 + \frac{0.1081 + 0.0519}{2} = 1.08 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1 = 0.2f(0.2, 1.08) = 0.0573 \\ k_2 = 0.2f(0.4, 1.1373) = 0.0067 \\ y(0.4) = 1.08 + 0.032 = 1.1120 \end{cases}$$

▷