



## محاسبات عددی

نیم‌سال دوم ۹۹

مدرس: دکتر فاطمه بهاری‌فرد

کوئیز سری سوم

فصل سوم

زمان: ۲۰ دقیقه

۱. با استفاده از روش تفاضلات پیشرو در جدول زیر، مقدار  $f(0.2)$  را تخمین بزنید. (۸ نمره)

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	-0.8	2.7	1.2	3.7	19.2

پاسخ:

x	f(x)	$\Delta^1$	$\Delta^2$	$\Delta^3$	$\Delta^4$
-2	-0.8				
-1	2.7	3.5			
0	1.2	-1.5	-5		
1	3.7	2.5	4	9	
2	19.2	15.5	13	9	0

$$S = \frac{x - x_0}{h} = x + 2 \xrightarrow{x=0.2} S = 2.2 \rightarrow$$

$$P(x) = -0.8 + 3.5(S) - 5\left(\frac{S(S-1)}{2!}\right) + 9\left(\frac{S(S-1)(S-2)}{3!}\right) \rightarrow P(0.2) = 1.092$$

۲. حد بالای خطا در محاسبه  $\sqrt{90}$  با استفاده از درونیایی لاگرانژ و با در نظر گرفتن نقاط  $x_1 = 81$  و  $x_2 = 100$  و  $x_3 = 121$  در تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  چه قدر می‌باشد؟ (۱۲ نمره)

پاسخ:

با توجه فرمول خطای بیان شده در درس میدانیم که خطای حاصل از درونیایی داری حد زیر می‌باشد:

$$|(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)| \frac{M}{3!}$$

که در آن  $M$  بیشینه مقدار  $f'''(x)$  در بازه  $[۸۱, ۱۲۱]$  است.

با محاسبه مشتق سوم تابع  $f$  متوجه میشویم که  $f'''(x) = \frac{۳}{\lambda x^2 \sqrt{x}}$ . بنابراین  $f'''(x)$  در بازه داده شده به صورت نزولی بوده و بیشینه مقدار آن در  $x = ۸۱$  بدست می آید. بنابراین داریم:

$$M = f'''(۸۱) = ۶/۳۵ * ۱۰^{-۶}$$

بنابراین برای  $x = ۹۰$  داریم:

$$Error \leq |(90 - 81)(90 - 100)(90 - 121)| \frac{6/35 * 10^{-6}}{3!} = 2/95 * 10^{-3}$$