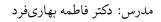
محاسبات عددي

نيمسال دوم ۱۴۰۰





دانشكدهي مهندسي كامپيوتر

فصل ششم تاریخ تحویل: ۱۴۰۱/۳/۳۱

تمرین سری ششم

لطفا توجه فرماييد كه:

- * مهلت ارسال تمرین ساعت ۲۳:۵۵ روز ۳۱ خرداد ماه است.
- * لطفا تمرینهای تئوری و عملی را در یک فایل فشرده قرار داده و با نام $HW6\ StudentID$ آپلود کنید.
- * لطفا تمرینها را از یکدیگر کپی نکنید. در صورت وقوع چنین مواردی مطابق با سیاست درس رفتار میشود.
 - ۱. درستی و نادرستی موارد زیر را بررسی کنید. درصورت صحت گزاره، آنرا اثبات کنید.
- الف) حاصل ضرب تعداد متناهى از ماتريسهاى بالامثلثى (پايين مثلثى)، يك ماتريس بالامثلثى (پايين مثلثى) الست. (۵ نمره)
 - ب) فرض كنيد

$$A^2 = A, B = I - \lambda A, \lambda \neq 1$$

در این صورت B وارون پذیر است. (۵ نمره)

۲. اگر روش حذف گاوسی برای حل دستگاه معادلات زیر به کار رود، نشان دهید به ازای چه مقادیری از α نیاز به محورگیری جزئی نخواهد بود. (۱۵ نمره)

$$\begin{cases} 6x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 1\\ x_1 + 4x_2 + 8x_3 = 5\\ \alpha x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 5 \end{cases}$$

۳. یک تکرار روش گاوس_سایدل را برای حل دستگاه معادله زیر بنویسید. فرض کنید بردار اولیه بهصورت

است. (۱۵ نمره)
$$x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 3\\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 3\\ 4x_2 + 2x_3 + x_4 = -3\\ 2x_3 + 3x_4 = -1 \end{cases}$$

۴. با استفاده از روش ژاکوبی تا دو مرحله تکرار، به ازای a = 1 دستگاه معادلات زیر را حل کنید. (۱۵ نمره)

$$\begin{cases} 6ax_1 + 3ax_2 + 2ax_3 = 1\\ x_1 - 3ax_2 + 4x_3 = 2\\ x_1 + x_2 - 2ax_3 = 3 \end{cases}$$

۵. تجزیه چولسکی ماتریس مثبت معین A را بیابید. (۱۰ نمره)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 25 & 15 & 5 \\ 15 & 18 & 0 \\ -5 & 0 & 11 \end{bmatrix}$$

۶. دستگاه معادلات زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 2 & 8 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 3 \end{bmatrix}$$

الف) با روش تجزیه کروت LU آن را محاسبه کنید. (۵ نمره)

ب) به کمک روش توانی، بزرگترین مقدار ویژه ماتریس ضرایب را با بردار $x=(1,1,1)^T$ و با سه تکرار تا سه رقم اعشار بیابید. (۱۰نمره)

٧. (برنامەنويسى)

با دریافت n به عنوان ورودی، روش Doolittle را برای تجزیه LU یک ماتریس n*n پیادهسازی کنید.

(۲۰ نمره)

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 13 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} : \mathbf{U}$$
 تجزیه