



## محاسبات عددی

نیم‌سال دوم ۹۹

مدرس: دکتر فاطمه بهاری‌فرد

تمرین سری ششم

فصل ششم

تاریخ تحویل: ۱۴۰۰/۴/۱

لطفا توجه فرمایید که:

\* مهلت ارسال تمرین ساعت ۲۳:۵۹ روز ۱ تیر ماه است.

\* لطفا تمرین‌های تئوری و عملی را در یک فایل فشرده قرار داده و با نام  $HW6\_StudentID$  آپلود کنید.

\* لطفا تمرین‌ها را از یکدیگر کپی نکنید. در صورت وقوع چنین مواردی مطابق با سیاست درس رفتار می‌شود.

\* در تمام سوالات دقت محاسبات را تا دو رقم اعشار در نظر بگیرید.

۱. الف) ماتریس  $A$  را به روش کروت تجزیه کنید و با استفاده از تجزیه حاصل دستگاه خطی زیر را حل کنید.  
(۱۰ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 7 & 3 \\ 1 & 1 & -5 & -4 \\ -3 & -5 & 9 & -4 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -7 \\ -2x_1 - x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 22 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - 4x_4 = -21 \\ -3x_1 - 5x_2 + 9x_3 - 4x_4 = 1 \end{cases}$$

ب) با استفاده از تجزیه مثلثی دولیتل برا ماتریس  $A$  در دستگاه معادله خطی  $Ax = b$ ، جواب دستگاه را بیابید. (۱۰ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 9 & -7 & -9 \\ -3 & -9 & 6 & 15 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

ج) تجزیه چولسکی  $LL^T$  را برای ماتریس معین مثبت زیر بیابید. (۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 1 & 4/25 & 2/75 \\ -1 & 2/75 & 3/5 \end{bmatrix}$$

۲. سیستم زیر را در نظر بگیرید که در آن ضرایب یکسان ولی ماتریس  $b_i$  متفاوت است. هر سه دستگاه را به طور همزمان با اعمال روش حذفی گاوس روی ماتریس افزوده  $[A|b_1|b_2|b_3]$  حل کنید. (۱۰ نمره)

$$4x_1 - 8x_2 + 5x_3 = 1 \mid 0 \mid 0$$

$$4x_1 - 7x_2 + 4x_3 = 0 \mid 1 \mid 0$$

$$3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0 \mid 0 \mid 1$$

۳. الف) با استفاده از روش توانی مقدار ویژه و بردار ویژه غالب ماتریس  $A$  را بیابید. (۱۵ نمره)
- ب) با استفاده از قضیه گرچ-گورین تعیین کنید، مقادیر ویژه ماتریس  $A$  در چه فاصله‌ای قرار دارند. (۵ نمره)
- ج) چندجمله‌ای مشخصه  $A$  را به دست آورید. (۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

۴. پاسخ دستگاه زیر را با حدس اولیه  $X = [0, 0, 0, 0]$  به روش ژاکوبی در ۳ مرحله تقریب بزنید. (۱۰ نمره)

$$\begin{cases} 10x_1 - x_2 + 2x_3 = 6 \\ -x_1 + 11x_2 - x_3 + 3x_4 = 25 \\ 2x_1 - x_2 + 10x_3 - x_4 = -11 \\ 3x_2 - x_3 + 8x_4 = 15 \end{cases}$$

۵. سرعت یک ماشین در جدول زیر داده شده است. سرعت این ماشین در بازه  $3 \leq t \leq 10$  با چندجمله‌ای  $v(t) = a_1 t^2 + a_2 t + a_3$  تخمین زده می‌شود. با استفاده از روش گاوس-سایدل و حدس اولیه  $[0, 12, 24]$  تا دو مرحله تکرار، مقادیر  $a_1$  و  $a_2$  و  $a_3$  را بیابید. (۱۰ نمره)

t	۳	۵	۱۰
v	۶۰	۷۸	۱۰۵

۶. (برنامه نویسی) روش گاوس-سایدل را با دریافت تعداد تکرار، دستگاه معادلات و حدس اولیه پیاده‌سازی نمایید. (۲۰ نمره)