

**سؤال ۱: (۱ نمره)** الف) برای عبارت  $y = x \ln x$  رابطه‌ای بین خطای نسبی  $x$  و  $y$  به دست آورید.

ب) چنانچه  $x = \pi$  ( $\pi \simeq 3.142$ ) باشد، خطای نسبی  $x$  و  $y$  را محاسبه کنید.

**سؤال ۲: (۰.۷۵ نمره)** برای تعیین ریشه معادله  $3x - 2e^{-x} = 0$  در بازه  $[0, 1]$  به ترتیب زیر عمل کنید.

الف) دو تکرار از روش دویخشی (نصف کردن) را استفاده کنید.  
ب) با شروع از نقطه به دست آمده از مرحله قبل ریشه معادله را با ۲ تکرار به روش تکرار ساده (نقطه ثابت) بیابید.

**سؤال ۳: (۰.۷۵ نمره)** فرض کنید  $k$  عدد صحیح و  $k > 1$  و  $a > 0$  یک عدد حقیقی باشند، دنباله تکراری

زیر را در نظر بگیرید:

$$x_{n+1} = \frac{x_n^k + kax_n}{kx_n^{k-1} + a}$$

الف) با فرض همگرایی دنباله، حد آن چقدر است؟  
ب) مقدار  $k$  را طوری تعیین کنید که دنباله فوق دارای مرتبه همگرایی ۲ باشد.

**سؤال ۴: (۰.۷۵ نمره)** منظور از  $f[x_0, x_1, \dots, x_n]$  تفاضلات تقسیم شده تابع دلخواه  $f$  در نقاط  $x_0$  تا  $x_n$  است. در این صورت ثابت کنید:

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \sum_{i=0}^n \frac{f(x_i)}{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n (x_i - x_j)}$$

**سؤال ۵: (۰.۷۵ نمره)** با فرض اینکه  $a, b \geq 0$  بهترین منحنی به فرم  $y = \left(\frac{x^r}{ax^r + b}\right)^2$  که داده‌های زیر را با

معیار کمترین مربعات خطا برازش می‌کند، به دست آورید.

$x_i$	-۱	۰	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	۱
$y_i$	۱	۰	$\frac{1}{4}$	۱