



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

محاسبات عددی

نیم‌سال اول ۱۴۰۰

مدرس: دکتر فاطمه بهاری‌فرد

تمرین سری چهارم

فصل چهارم

تاریخ تحویل: ۱۴۰۰/۹/۱۹

لطفا توجه فرمایید که:

* مهلت ارسال تمرین ساعت ۱۱:۵۹ روز ۱۹ آذر ماه است.

* لطفا تمرین‌های تئوری و عملی را در یک فایل فشرده قرار داده و با نام `HW4_StudentID` آپلود کنید.

* لطفا تمرین‌ها را از یکدیگر کپی نکنید. در صورت وقوع چنین مواردی مطابق با سیاست درس رفتار می‌شود.

۱. الف) با استفاده از روش مستطیلی انتگرال زیر را به ازای $h = 0.1$ و $h = 0.25$ و $h = 0.5$ بدست آورید.

$$\int_0^1 x^2 \ln(x) dx$$

ب) با محاسبه مقدار دقیق انتگرال، بگویید به ازای جمله چندم دنباله $\frac{1}{3^i}$ به جای h ، مقدار خطا کمتر از 0.01 میشود؟

۲. چه رابطه‌ای بین تقریب‌های دوزنقه‌ای و سیمپسون برای $\int_a^b f(x) dx$ برقرار است؟

۳. با استفاده از بسط تیلور توابع $f(x+h)$ و $f(x-h)$ ، تقریبی با خطای $O(h^3)$ برای $f''(x)$ بیابید و سپس مقدار مشتق دوم تابع $\frac{x^2}{\cos(x)}$ را در $x = 0.5$ به ازای ۵ مقدار کمتر از $\frac{1}{2}$ برای h مقادیر را بدست آورید و نمودار آن را بکشید.

۴. به ازای $x_i = 0, \frac{\pi}{12}, \frac{2\pi}{12}, \frac{3\pi}{12}, \frac{4\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}$ مقادیر f به شرح زیر است:

0, 0.25882, 0.5, 0.70771, 0.86603, 0.96593, 1

مقدار $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ را به روش سیمپسون و دوزنقه بدست آورید.

۵. با استفاده از روش دو نقطه‌ای و سه نقطه‌ای گاوس، مقدار $\int_1^2 \frac{\sin^2 x}{x} dx$ را بدست آورید و با استفاده از مقادیر بدست آمده، عملکرد این دو روش را با هم مقایسه کنید.

۶. (برنامه نویسی) با استفاده از روش‌های دوزنقه‌ای و سیمپسون $\frac{1}{3}$ و $\frac{3}{8}$ ، برنامه‌ای بنویسید که با ورودی n و h و a و b (ابتدا و انتهای بازه) و s ، مقدار $\int_1^2 x^s e^x dx$ را محاسبه کند. و به ازای $h = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^i}$ تا ۱۰ مقدار h برای محاسبه کنید و مقادیر انتگرال را گزارش دهید و با استفاده از کتابخانه‌های مناسب، نمودار مقدار به ازای h ‌های مختلف در روش‌های مختلف را رسم کنید و روش‌های مختلف را با هم مقایسه کنید.