



## محاسبات عددی

نیم‌سال اول ۱۴۰۰

مدرس: دکتر فاطمه بهاری‌فرد

تمرین سری ششم

فصل ششم

تاریخ تحویل: ۰۰/۱۰/۲۴

لطفا توجه فرمایید که:

\* مهلت ارسال تمرین ساعت ۱۱:۵۹ روز ۲۴ دی ماه است.

\* لطفا تمرین‌های تئوری و عملی را در یک فایل فشرده قرار داده و با نام  $HW6\_StudentID$  آپلود کنید.

\* لطفا تمرین‌ها را از یکدیگر کپی نکنید. در صورت وقوع چنین مواردی مطابق با سیاست درس رفتار می‌شود.

۱. دستگاه معادلات زیر را با اعمال روش حذفی گاوس روی ماتریس افزوده حل کنید. (۱۵ نمره)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + x_5 = 7 \\ 2x_1 + 6x_2 + 5x_4 + 2x_5 = 5 \\ 4x_1 + 11x_2 + 8x_3 + 5x_5 = 7 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 2 \end{cases}$$

۲. پاسخ دستگاه زیر را با روش ژاکوبی به دست آورید. ( $\epsilon = 0.001$ ) (۱۰ نمره)

$$\begin{bmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 1 & -4 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۳. الف) با استفاده از روش توانی، مقدار ویژه غالب و بردار ویژه متناظر آن را برای ماتریس  $A$  بیابید.  
( $\epsilon = 0.01$ )  
(۱۵ نمره)ب) با استفاده از روش دوایر گرشگورین، تعیین کنید مقادیر ویژه ماتریس  $A$  در چه بازه‌ای قرار دارند.  
(۵ نمره)ج) روش توانی را تا دو مرحله برای ماتریس‌های  $B$  و  $C$  انجام دهید. توضیح دهید چرا در این موارد، این روش به مقدار ویژه غالب همگرا نمیشود. (۱۰ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ -6 & 6 & -3 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۴. روش گاوس-سایدل را تا دو مرحله روی ماتریس A اجرا کنید و مقادیر X را به دست آورید. (۱۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 13 \\ 1 & 5 & 3 \\ 12 & 3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 28 \\ 76 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۵. ثابت کنید هرکدام از روش های ژاکوبی و گاوس-سایدل بر روی ماتریس A همگرا میشوند یا خیر. (۱۰ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

۶. (برنامه نویسی)

برنامه ای بنویسید که اندازه  $n$ ، ماتریس  $n \times n$  و سپس نوع تجزیه موردنظر را از کاربر دریافت کند و در خروجی تجزیه ماتریس به یکی از روش های Crout یا Doolittle یا Cholesky را نشان دهد (ماتریس های  $L, U$  مد نظر هستند) و در صورت تجزیه پذیر نبودن ماتریس آن را به کاربر اطلاع دهد. لازم است تجزیه ها را خودتان پیاده سازی کنید و استفاده از توابع آماده نمره ای نخواهد داشت. (۲۰ نمره)

ورودی نمونه:

3

8, -6, 2

-6, 7, -4

2, -4, 3

crout

خروجی نمونه:

L:

8 0 0

-6 2.5 0

2 -2.5 0

---

U:

1 -0.75 0.25

0 1 -1

0 0 1