Projeto N.º 1 - *Dots and Boxes*

Inteligência Artificial - Escola Superior de Tecnologia de Setúbal
2022/2023

Manual Técnico

Nuno Martinho, n.º 201901769
João Coelho, n.º 201902001

Índice

Introdução

Neste manual técnico é abordada a implementação de um programa em *LISP* que tem como objetivo resolver tabuleiros do jogo *Dots and Boxes*.
O objetivo deste é permitir que o utilizador possa receber uma solução possível do número de jogadas num tabuleiro de modo a completar o objetivo de caixas fechadas.

Organização do projeto

O projeto foi implementado no *Visual Studio Code* com recurso ao programa ***clisp v2.49***.
Encontra-se organizado em 3 ficheiros de código:

- **projeto.lisp** - carrega os outros ficheiros de código, escreve e lê ficheiros, e trata da interação com o utilizador.
- **puzzle.lisp** - implementação da resolução do problema.
- **procura.lisp** - implementação dos algoritmos de procura.

projeto.lisp

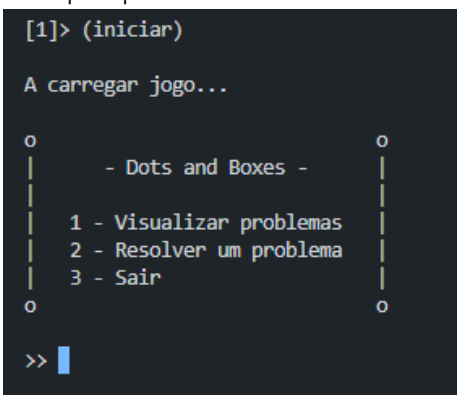
Neste ficheiro encontram-se funções relativas ao carregamento, leitura e escrita de ficheiros, bem como à interação com o utilizador.
O programa é iniciado ao executar a função ***iniciar*** que apresenta um menu principal com 3 opções:

1. mostar um tabuleiro entre todos os disponíveis no ficheiro ***problemas.dat***
2. resolver um tabuleiro
3. sair do programa.

```
;; Função iniciar
(defun iniciar ()
"Inicializa o programa"
    (menu)
    (let ((opcao (read)))
        (if
            (or (not (numberp opcao)) (< opcao 1) (> opcao 3))
                (progn (format t "Escolha uma opção válida!") (iniciar))
                (ecase opcao
                    ('1 (progn
```

```
                            (let ((tabuleiro (opcao-tabuleiro 'iniciar)))
                                (if (listp tabuleiro) (print-tabuleiro (second tabuleiro)))
                            )
                            (iniciar)
                        )
                    )
                    ('2 (progn
                            (let ((solucao (opcao-algoritmo)))
                                (progn
                                    (format t "~%Tabuleiro ~a" (first solucao))
                                    (format t "~%  - Algoritmo ~a" (second solucao))
                                    (format t "~%  - Objetivo: ~a" (third solucao))
                                    (format t "~%  - Solucao:")
                                    (print-tabuleiro (car (fifth solucao)))
                                )
                            )
                            (iniciar)
                        )
                    )
                    ('3 (format t "Obrigado por jogar!"))
                )
            )
        )
    )
```

Menu principal



Para que seja possível apresentar os tabuleiros contidos no ficheiro ***problemas.dat*** é usada uma função ***ler-tabuleiros*** para ler esse mesmo ficheiro.

```
;; Função ler-tabuleiros
(defun ler-tabuleiros ()
"Le os tabuleiros no ficheiro problemas.dat"
    (with-open-file (stream "problemas.dat" :if-does-not-exist nil)
        (do ((result nil (cons next result))
                (next (read stream nil 'eof) (read stream nil 'eof)))
                ((equal next 'eof) (reverse result))
        )
    )
)
```

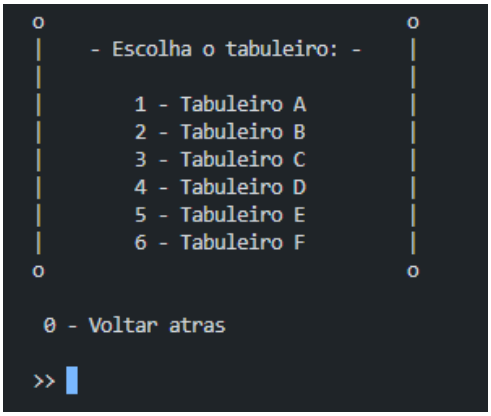
Ao selecionar a primeira opção *Visualizar problemas* o utilizador verá então no ecrã uma lista com todos os tabuleiros lidos a partir da função anterior. Poderá depois selecionar um dos tabuleiros para poder ver o mesmo impresso no ecrã.

```
;; Função tabuleiros-menu: apresenta os tabuleiros ao utilizador
(defun tabuleiros-menu (&optional (i 1) (problemas (ler-tabuleiros)))
"Mostra os tabuleiros disponíveis no menu"
    (cond ((null problemas)
            (progn
```

```
                (format t "~%|                                   |")
                (format t "~%|        0 - Voltar atras          |")
                (format t "~%o                                   o")
                (format t "~%~%>> ")
            )
        )
        (T (progn
                (if (= i 1)
                    (progn
                        (format t "~%o                                   o")
                        (format t "~%|     - Escolha o tabuleiro: -     |")
                        (format t "~%|                                   |")
                    )
                )
                (format t "~%|        ~a - Tabuleiro ~a          |" i (code-char (+ i 64)))
                (tabuleiros-menu (+ i 1) (cdr problemas))
            )
        )
    )
)
```

```
;; Função opcao-tabuleiro: permite ao utilizador escolher um tabuleiro
(defun opcao-tabuleiro (&optional (voltar 'iniciar))
"Recebe um tabuleiro do menu"
    (progn
        (tabuleiros-menu)
        (let ((opcao (read)))
            (cond ((equal opcao '0) (funcall voltar))
                  ((not (numberp opcao)) (progn (format t "Escolha uma opção válida~%")))
                  (T
                    (let ((lista (ler-tabuleiros)))
                        (if (or (< opcao 0) (> opcao (length lista)))
                            (progn
                                (format t "Escolha uma opcao valida!") (opcao-tabuleiro 'tabuleiros-
menu)
                            )
                            (list opcao (nth (1- opcao) lista))
                        )
                    )
                  )
            )
        )
    )
)
```

Menu tabuleiros

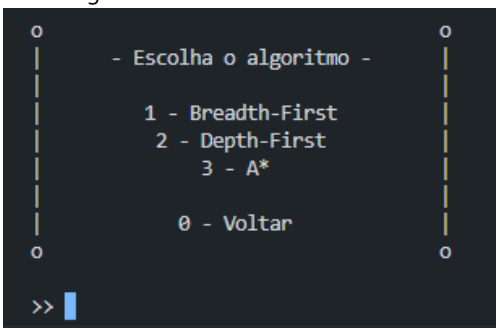


Voltando ao menu principal, temos a segunda opção do menu ***Resolver um problema*** que permite ao utilizador escolher um algortimo, um tabuleiro, o objetivo de caixas fechadas e, se aplicável, profundidade máxima. No fim, é calculada a solução e apresentada no ecrã do

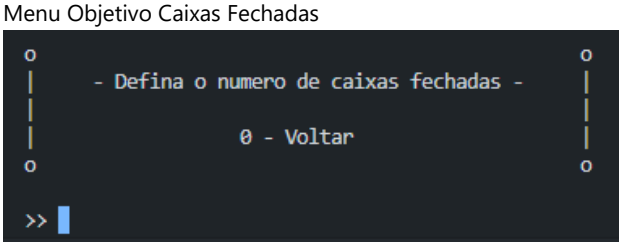
utilizador, voltando de seguida ao menu inicial.

Também é criado ou ficheiro ***resultados.dat*** com resultados mais detalhados de todas as execuções realizadas.

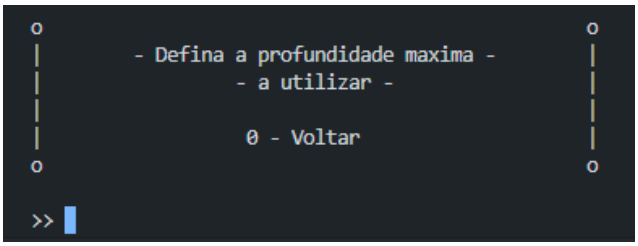
Menu Algoritmos



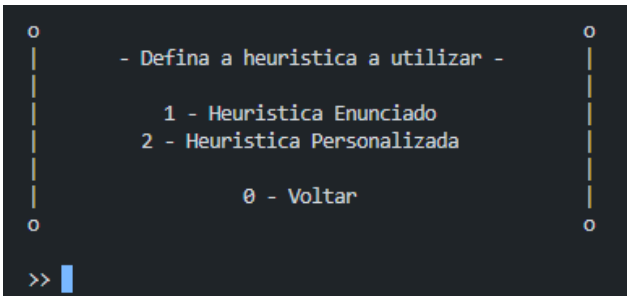
Menu Objetivo Caixas Fechadas



Menu Profundidade



Menu Heurística




```
;; Função opcao-objetivo: trata a opção do número de caixas fechadas escolhido do utilizador
(defun opcao-objetivo ()
"Recebe um valor de caixas fechadas do utilizador"
    (progn
        (objetivo-menu)
        (let ((opcao (read)))
            (cond ((equal opcao '0) (opcao-tabuleiro 'opcao-algoritmo))
                  ((or (not (numberp opcao)) (< opcao 0))
                    (progn
                        (format t "Escolha uma opcao valida!~%")
                        (opcao-objetivo)
                    )
                  )
                  (T opcao)
            )
        )
    )
)
```

```
;; Função opcao-profundidade: trata a opção de profundidade máxima do utilizador
(defun opcao-profundidade ()
"Recebe um valor de profundidade maxima do utilizador"
    (if (not (profundidade-menu))
        (let ((opcao (read)))
            (cond ((equal opcao '0) (opcao-objetivo))
                  ((or (not (numberp opcao)) (< opcao 0))
                    (progn
                        (format t "Escolha uma opcao valida!~%")
                        (opcao-profundidade 'profundidade-menu)
                    )
                  )
                  (T opcao)
            )
        )
    )
)

;; Função opcao-heuristica: trata a opção de escolha de heuristica do utilizador
(defun opcao-heuristica ()
"Recebe um valor que cooresponde a heuristica escolhida pelo utilizador"
    (if (not (heuristica-menu))
        (let ((opcao (read)))
            (cond ((equal opcao '0) (opcao-objetivo))
                  ((or (not (numberp opcao)) (< opcao 0) (> opcao 2))
                    (progn
                        (format t "Escolha uma opcao valida!~%")
                        (opcao-heuristica 'heuristica-menu)
                    )
                  )
                  (T (ecase opcao
                        (1
                            'heuristica-base
                        )
                        (2
                            'heuristica-top
                        )
                  ))
            )
        )
    )
)

;; Função opcao-algoritmo: trata a opção de algoritmo do utilizador
(defun opcao-algoritmo ()
"Recebe a opcao de algoritmo do utilizador e executa-o"
    (progn
        (algoritmos-menu)
        (let ((opcao (read)))
            (cond ((equal opcao '0) (iniciar))
                    ((or (< opcao 0) (> opcao 4)) (progn (format t "Escolha uma opcao valida!~%")
(opcao-algoritmo)))
                    ((not (numberp opcao)) (progn (format t "Escolha uma opcao valida!~%")))
                    (T (let* (
                                (no-tabuleiro (opcao-tabuleiro 'opcao-algoritmo))
                                (objetivo (opcao-objetivo))
                                (id-tabuleiro (code-char (+ (first no-tabuleiro) 64)))
                                (tabuleiro (second no-tabuleiro))
                                (no (list (criar-no tabuleiro nil objetivo)))
                            )
                        (ecase opcao
                            (1
                                (let ((solucao (list id-tabuleiro 'BFS objetivo (hora-atual) (bfs
'expandir-no no) (hora-atual))))
                                    (progn
```

```
                                    (ficheiro-estatisticas solucao)
                                    solucao
                                )
                            )
                        )
                        (2
                            (let* (
                                    (profundidade (opcao-profundidade))
                                    (solucao (list id-tabuleiro 'DFS objetivo (hora-atual) (dfs
'expandir-no profundidade no) (hora-atual) profundidade))
                                )
                                (progn
                                    (ficheiro-estatisticas solucao)
                                    solucao
                                )
                            )
                        )
                        (3
                            (let* (
                                    (heuristica (opcao-heuristica))
                                    (solucao (list id-tabuleiro 'A* objetivo (hora-atual) (a*
'expandir-no-a* heuristica no) (hora-atual)))
                                )
                                (progn
                                    (ficheiro-estatisticas solucao)
                                    solucao
                                )
                            )
                        )
                    )
                ))
            )
        )
    )
)
```

```
;;; Funções auxiliares para criação do ficheiro output resultados.dat

(defun ficheiro-estatisticas (solucao)
"Ficheiro de resultados estatisticos (solucao + dados estatisticos sobre a eficiencia)"
    (let* (
            (id-tabuleiro (first solucao))
            (algoritmo (second solucao))
            (objetivo (third solucao))
            (hora-inicio (fourth solucao))
            (caminho-solucao (fifth solucao))
            (hora-fim (sixth solucao))
            (profundidade (seventh solucao))
           )

        (with-open-file (file "resultados.dat" :direction :output :if-does-not-exist :create :if-exists
:append)
            (ecase algoritmo
                ('bfs (estatisticas file id-tabuleiro algoritmo objetivo caminho-solucao hora-inicio
hora-fim))
                ('dfs (estatisticas file id-tabuleiro algoritmo objetivo caminho-solucao hora-inicio
hora-fim profundidade))
                ('a* (estatisticas file id-tabuleiro algoritmo objetivo caminho-solucao hora-inicio
hora-fim))
            )
        )
    )
)
```

```lisp
(defun hora-atual ()
"Retorna a hora atual (hh mm ss)"
    (multiple-value-bind (s m h)
            (get-decoded-time)
        (format nil "~a:~a:~a" h m s))
)

(defun estatisticas (stream id-tabuleiro algoritmo objetivo caminho-solucao hora-inicio hora-fim
&optional profundidade)
"Solução e dados de eficiência para os algoritmos"
    (progn
        (format stream "~%Tabuleiro ~a" id-tabuleiro)
        (format stream "~% - Algoritmo: ~a" algoritmo)
        (format stream "~% - Objetivo: ~a caixas" objetivo)
        (format stream "~% - Solucao encontrada")
        (print-tabuleiro (no-solucao caminho-solucao) stream)
        (format stream "~% - Fator de ramificacao media: ~f" (fator-ramificacao-media caminho-solucao))
        (if (eql algoritmo 'DFS)
            (format stream "~% - Profundidade maxima: ~a" profundidade)
        )
        (format stream "~% - Nº nos gerados: ~a" (num-nos-gerados caminho-solucao))
        (if (eql algoritmo 'A*)
            (format stream "~% - Nº nos expandidos: ~a" (num-nos-expandidos-a* caminho-solucao))
            (format stream "~% - Nº nos expandidos: ~a" (num-nos-expandidos caminho-solucao))
        )
        (format stream "~% - Penetrancia: ~f" (penetrancia caminho-solucao))
        (format stream "~% - Inicio: ~a" hora-inicio)
        (format stream "~% - Fim: ~a~%~%" hora-fim)
    )
)
```

puzzle.lisp

Aqui estão presentes as funções relativas à resolução do problema em si.

Foram implementadas algumas funções de tabuleiros de teste mais básicos para ir retificando a implementação das funções.

```lisp
;; ============ TABULEIROS PARA TESTE ============
;; '( ((0 0 0) (0 0 1) (0 1 1) (0 0 1)) ((0 0 0) (0 1 1) (1 0 1) (0 1 1)) )
(defun tabuleiro-teste ()
  "Retorna um tabuleiro 3x3 (3 arcos na vertical por 3 arcos na horizontal)"
    '(
        ((0 0 0) (0 0 1) (0 1 1) (0 0 1))
        ((0 0 0) (0 1 1) (1 0 1) (0 1 1))
    )
)

(defun tabuleiro-teste-simples ()
  "Retorna um tabuleiro 2x2 (2 arcos na vertical por 2 arcos na horizontal)"
    '(
        ((0)(0))
        ((0)(1))
    )
)

(defun tabuleiro-caixa-fechada ()
  "Retorna um tabuleiro 2x2 (2 arcos na vertical por 2 arcos na horizontal)"
    '(
        ((1)(1))
        ((1)(1))
    )
)
```

Funções seletoras e auxiliares

Estão também implementadas algumas funções seletoras e auxiliares, tais como:

```
;; ============ SELETORES ============

(defun get-arcos-horizontais (tabuleiro)
 "Retorna a lista dos arcos horizontais de um tabuleiro."
 (car tabuleiro)
)

(defun get-arcos-verticais (tabuleiro)
 "Retorna a lista dos arcos verticiais de um tabuleiro."
 (car(cdr tabuleiro))
)

(defun get-arco-na-posicao (nLista pos listaArcos)
 "Função que retorna o arco que se encontra numa posicao da lista de arcos horizontais ou verticais.
(começa no 0 o index)"
 (if (or (< nLista 0) (< pos 0))
   NIL
  (nth pos (nth nLista listaArcos))
 )
)

;; ============ AUXILIARES ============

(defun substituir (index arcsList &optional (x 1))
 "Função que recebe um índice (começa no 1), uma lista e valor x e deverá substituir o elemento nessa
posição pelo valor x"
 (cond
  ((= (- index 1) 0) (cons x (cdr arcsList)))

  (T (cons (car arcsList) (substituir (- index 1) (cdr arcsList) x)))
 )
)

(defun arco-na-posicao (listPos arcPos arcsList &optional (x 1))
 "Insere um arco numa lista que representa o conjunto de arcos horizontais ou verticais de um tabuleiro.
(Começa no indice 1)"
 (cond
  ( (= listPos 1) (cons (substituir arcPos (nth (- listPos 1) arcsList) x) (cdr arcsList)))

  (T (cons (car arcsList)  (arco-na-posicao (- listPos 1) arcPos (cdr arcsList) x)) )
 )
)

(defun count-colunas (tabuleiro)
 "Contagem de colunas do tabuleiro"
 (length (car (get-arcos-horizontais tabuleiro)))
)

(defun count-linhas (tabuleiro)
 "Contagem de linhas do tabuleiro"
 (length (get-arcos-horizontais tabuleiro))
)
```

Funções operadores

Estão também implementadas funções que permitem inserir arcos no tabuleiro, verificar se existem caixas fechadas e calcular o número das mesmas.

```
(defun arco-horizontal (listPos arcPos tabuleiro &optional (x 1))
 "Função que recebe dois índices e o tabuleiro e coloca um arco horizontal nessa posição.(Começa no
indice 1)"
 (cond
  ( (> listPos (length (get-arcos-horizontais tabuleiro)) ) NIL)
  ( (> arcPos (length (car (get-arcos-horizontais tabuleiro))) ) NIL)
  ( (= (get-arco-na-posicao (1- listPos) (1- arcPos) (get-arcos-horizontais tabuleiro)) 1) NIL)
  (T
   (list (arco-na-posicao listPos arcPos (get-arcos-horizontais tabuleiro) x)
      (get-arcos-verticais tabuleiro)
   )
  )
 )
)

(defun arco-vertical (arcPos listPos tabuleiro &optional (x 1))
 "Função que recebe dois índices e o tabuleiro e coloca um arco vertical nessa posição.(Começa no indice
1)"
 (cond
  ( (> listPos (length (get-arcos-verticais tabuleiro)) ) NIL)
  ( (> arcPos (length (car (get-arcos-verticais tabuleiro))) ) NIL)
  ( (= (get-arco-na-posicao (1- listPos) (1- arcPos) (get-arcos-verticais tabuleiro)) 1) NIL)
  (T
   (list (get-arcos-horizontais tabuleiro)
      (arco-na-posicao listPos arcPos (get-arcos-verticais tabuleiro) x))
  )
 )
)

(defun existe-caixa-fechada (linha coluna tabuleiro)
 "Verifica num determinado arco com as suas coordenadas, se existe uma caixa fechada num tabuleiro"

 (and
  (=
   (if (not (get-arco-na-posicao linha coluna (get-arcos-horizontais tabuleiro)))
     0 (get-arco-na-posicao linha coluna (get-arcos-horizontais tabuleiro))
   ) 1
  )
  (=
   (if (not (get-arco-na-posicao (1+ linha) coluna (get-arcos-horizontais tabuleiro)))
     0 (get-arco-na-posicao (1+ linha) coluna (get-arcos-horizontais tabuleiro))
   ) 1
  )
  (=
   (if (not (get-arco-na-posicao coluna linha (get-arcos-verticais tabuleiro)))
    0 (get-arco-na-posicao coluna linha (get-arcos-verticais tabuleiro))
   ) 1
  )
  (=
   (if (not (get-arco-na-posicao (1+ coluna) linha (get-arcos-verticais tabuleiro)))
   0 (get-arco-na-posicao (1+ coluna) linha (get-arcos-verticais tabuleiro))
   ) 1
  )
 )
)

(defun calcular-caixas-fechadas (tabuleiro &optional (linha 0) (col 0))
 "Devolve o numero de caixas fechadas num tabuleiro. (começa no index 0)"
 (cond
  ( (>= col (count-colunas tabuleiro)) (calcular-caixas-fechadas tabuleiro (1+ linha)))
  ( (>= linha (count-linhas tabuleiro)) 0)
  (T
   (+
    (if (existe-caixa-fechada linha col tabuleiro) 1 0)

    (calcular-caixas-fechadas tabuleiro linha (1+ col))
```

```
    )
   )
  )
 )
```

procura.lisp

Aqui estão as funções relativas à resolução do problema em si: funções algorítmicas, funções de manipulação nós e suas auxiliares que efetuam a procura da solução no tabuleiro.

A estrutura utilizada para representar o estado atual do tabuleiro é a seguinte:

> < no >::= (< tabuleiro > < pai > < caixas-objetivo > < g > < h >)

Sendo que o < tabuleiro > representa o estado atual do tabuleiro, < pai > o nó antecessor, < caixas-objetivo > o número de caixas fechadas a atingir, < g > a profundidade e < h > o valor da heurística do nó.

Funções-algoritmo

> Funções de procura a serem utilizadas nos tabuleiros de modo a encontrar a solução.

```
;; Função-algoritmo BFS (Breadth-First-Search)
(defun bfs (fnExpandir abertos &optional (fechados '()))
    "Algoritmo de proucra em largura primeiro: Breadth-First-Search."
    (cond
        ( (= (length abertos) 0) NIL)
        (T
            (let*
                (
                    (no-atual (car abertos))
                    (sucessores (funcall fnExpandir no-atual))
                )
                ;;verificar se ha solucao
                (cond
                    (
                        (or
                            (= (- (get-no-objetivo no-atual) (calcular-caixas-fechadas (get-no-estado
no-atual))) 0)
                            (= (length sucessores) 0)
                        )

                        (list (get-caminho-solucao no-atual) (length abertos) (length fechados))

                    )
                    (T
                        (bfs
                            fnExpandir
                            (append (cdr abertos) (remover-nil (remover-duplicados (remover-duplicados
sucessores abertos) fechados))  )
                            (append fechados (list no-atual))
                        )
                    )
                )
            )
        )
    )
)

;; Função-algoritmo DFS (Depth-First-Search)
(defun dfs (fnExpandir maxProfundidade abertos &optional (fechados '()))
   "Algoritmo de proucra em profundidade primeiro: Depth-First-Search."
    (cond
        ( (= (length abertos) 0) NIL)
```

```
        ( (> (get-no-g (car abertos) ) maxProfundidade) (dfs fnExpandir maxProfundidade (cdr abertos)
(append fechados (list (car abertos)))))
        (T
            (let*
                (
                    (no-atual (car abertos))
                    (sucessores (funcall fnExpandir no-atual))
                )
                (cond
                    (
                        (or
                            (= (- (get-no-objetivo no-atual) (calcular-caixas-fechadas (get-no-estado
no-atual))) 0)
                            (= (length sucessores) 0)
                        )

                        (list (get-caminho-solucao no-atual) (length abertos) (length fechados))

                    )
                    (T
                        (dfs fnExpandir maxProfundidade (append sucessores (cdr abertos)) (append
fechados (list no-atual)))
                    )
                )
            )
        )
    )
)

;; Função-algoritmo A*
(defun a* (fnExpandir fnHeuristica abertos &optional (fechados '()) (numeroExpandidos 0))
    "Algoritmo A*"
    (cond
        ((= (length abertos) 0) NIL)
        (T
            (let*
                (
                    (no-atual (substituir '5 (get-f-mais-baixo abertos) (funcall fnHeuristica (get-f-
mais-baixo abertos))) )
                    (sucessores (funcall fnExpandir no-atual fnHeuristica))
                    (novos-fechados (recalcular-fechados fechados sucessores no-atual) )    ;;
recalcular f dos abertos
                    (novos-abertos (recalcular-abertos (cdr abertos) sucessores no-atual) ) ;;
recalcular f dos fechados
                    (abertos-com-novos-fechados (remover-nil (append novos-abertos (remover-duplicados
sucessores novos-abertos) novos-fechados))) ;;passar os novos fechados para abertos
                )
                (if (verificar-solucao no-atual sucessores)
                    (list (get-caminho-solucao no-atual) (length abertos) (length fechados)
numeroExpandidos)
                    (a* fnExpandir fnHeuristica abertos-com-novos-fechados (remover-duplicados (append
fechados (list no-atual)) novos-fechados) (1+ numeroExpandidos) )
                )

            )
        )
    )

)
```

Heurísticas

Heurística base (fornecida no enunciado)

```
(defun heuristica-base (no)
 "Heuristica dada no enunciado: h(x) = o(x) _ c(x) : o(x): objetivo de caixas do tabuleiro, c(x): numero
de caixas fechadas"
  (- (get-no-objetivo no) (calcular-caixas-fechadas (get-no-estado no)) )

)
```

Funções nó

Funções que permitem criar uma nova estrutura de um nó e manipulá-la.

```
;; Função que cria um novo nó
(defun criar-no (tabuleiro pai caixas-objetivo &optional (g 0) (h 0))
"Constroi a estrutura do no."
  (list tabuleiro pai caixas-objetivo g h)
)

;; Função que devolve o estado atual do tabuleiro
(defun get-no-estado (no)
 "Devolve o estado (tabuleiro) de um no."
    (car no)
)

;; Função que devolve o nó antecessor do nó atual
(defun get-no-pai (no)
 "Devolve o no pai deste no."
    (cadr no)
)

;; Função que devolve o número-objetivo de caixas fechadas
(defun get-no-objetivo (no)
    "Devolve o numero de caixas fechadas deste estado."
    (nth 2 no)
)

;; Função que devolve a profundidade do nó
(defun get-no-g (no)
    "Devolve o g (profundidade) de um no."
    (nth 3 no)
)

;; Função que devolve a heurística de um nó
(defun get-no-h (no)
    "Devolve a heuristica de um no."
    (nth 4 no)
)

;; Função que devolve a função avaliação de um nó
(defun get-no-f (no)
 "Calcula o valor de f (funcao avaliacao) de um no."
    (+ (get-no-g no) (get-no-h no))
)
```

Funções que permitem gerar os sucessores de um nó

```
(defun gerar-nos-horizontal (no &optional (linha 1) (col 1))
    "Devolve os sucessores de um no, da parte horizontal do tabuleiro. (Começa no index 1)"
    (cond
        ( (> col (count-colunas (get-no-estado no))) (gerar-nos-horizontal no (1+ linha)))
  ( (> linha (count-linhas (get-no-estado no))) '())
        ( (= (get-arco-na-posicao (1- linha) (1- col) (get-arcos-horizontais (get-no-estado no) )) 1)
```

```
(gerar-nos-horizontal no linha (1+ col)))

        (T
            (cons
                (criar-no (arco-horizontal linha col (get-no-estado no)) no (get-no-objetivo no) (1+
(get-no-g no)))
                (gerar-nos-horizontal no linha (1+ col))
            )
        )
    )
)

(defun gerar-nos-vertical (no &optional (linha 1) (col 1))
    "Devolve os sucessores de um no, da parte vertical do tabuleiro. (Começa no index 1)"
    (cond
        ( (> col (count-colunas (get-no-estado no))) (gerar-nos-vertical no (1+ linha)))
  ( (> linha (count-linhas (get-no-estado no))) '())
        ( (= (get-arco-na-posicao (1- linha) (1- col) (get-arcos-verticais (get-no-estado no) )) 1)
(gerar-nos-vertical no linha (1+ col)))

        (T
            (cons
                (criar-no (arco-vertical col linha (get-no-estado no)) no (get-no-objetivo no) (1+ (get-
no-g no)))
                (gerar-nos-vertical no linha (1+ col))
            )
        )
    )
)

(defun expandir-no (no)
    "Expande um no e devolve os seus sucessores."
    (append (gerar-nos-horizontal no) (gerar-nos-vertical no))
)
```

Função que permite obter o caminho solução

```
(defun get-caminho-solucao (no)
    "Devolve uma lista de estados do no inicial ate ao no da solucao."
    (cond
        ( (null (get-no-pai no)) (list (get-no-estado no)))
        (T
           (append (get-caminho-solucao (get-no-pai no)) (list (get-no-estado no)) )
        )
    )
)
```

Funções que permitem obter medidas de desempenho da solução

```
;; <lista>::= (<caminho-solucao> <n-abertos> <n-fechados>)

;; Fator de ramificação média com recurso ao método da bissecção
(defun fator-ramificacao-media (lista &optional (L (tamanho-solucao lista)) (valor-T (num-nos-gerados
lista)) (B-min 0) (B-max valor-T) (margem 0.1))
"Retorna o fator de ramificacao media (metodo bisseccao)"
    (let ((B-avg (/ (+ B-min B-max) 2)))
        (cond ((< (- B-max B-min) margem) (/ (+ B-max B-min) 2))
              ((< (aux-ramificacao B-avg L valor-T) 0) (fator-ramificacao-media lista L valor-T B-avg B-
max margem))
              (T (fator-ramificacao-media lista L valor-T B-min B-avg margem))
        )
    )
```

```
)

;; B + B^2 + ... + B^L = T
(defun aux-ramificacao (B L valor-T)
  (cond
    ((= 1 L) (- B valor-T))
    (T (+ (expt B L) (aux-ramificacao B (- L 1) valor-T)))
  )
)

(defun tamanho-solucao (lista)
"Retorna o tamanho da solucao"
    (length (car lista))
)

(defun num-nos-gerados (lista)
"Retorna o numero de nos gerados"
    (+ (second lista) (third lista))
)

(defun num-nos-expandidos (lista)
"Retorna o numero de nos expandidos"
    (third lista)
)

(defun num-nos-expandidos-a* (lista)
"Retorna o numero de nos expandidos (a*)"
    (fourth lista)
)

(defun penetrancia (lista)
"Calcula a penetrancia"
    (/ (length (car lista)) (num-nos-gerados lista))
)

(defun no-solucao (lista)
"Retorna o no solucao"
    (nth (1- (length (car lista))) (car lista))
)
```

Resultados

Os resultados a seguir apresentados calculados com o algoritmo A* utilizaram a heurística base fornecida no enunciado.

Tabuleiro	Algoritmo	Objetivo	Fator de Ramificação Média	Nós gerados	Nós expandidos	Profundidade máxima	Penetrância	Início	Fim
A	BFS	3	6.9085693	385	68	N.A.	0.007792208	18:20:11	18:20:11
A	DFS	3	1.139375	96	10	1000	0.114583336	18:21:10	18:21:10
A	A*	3	2.6523437	28	2	N.A	0.10714286	22:23:13	22:23:13
B	BFS	7	10.458984	120	14	N.A.	0.016666668	18:29:13	18:29:13
B	DFS	7	1.5356445	85	7	1000	0.09411765	18:29:34	18:29:34
B	A*	7	3.53125	16	1	N.A.	0.125	22:34:11	22:34:11
C	BFS	10	O.M.	-	-	-	-	-	-
C	DFS	10	1.3051758	162	14	1000	0.09259259	18:37:24	18:37:24
C	A*	10	1.4277344	136	108	N.A.	0.080882356	22:35:10	22:35:10

Tabuleiro	Algoritmo	Objetivo	Fator de Ramificação Média	Nós gerados	Nós expandidos	Profundidade máxima	Penetrância	Início	Fim
D	BFS	10	O.M.	-	-	-	-	-	-
D	DFS	10	1.0974121	1240	42	1000	0.03467742	18:45:6	18:45:6
D	A*	10	O.M.	-	-	-	-	-	-
E	BFS	20	O.M.	-	-	-	-	-	-
E	DFS	20	1.1174316	796	30	1000	0.038944725	22:38:8	22:38:8
E	A*	20	1.343811	537	16	N.A.	0.031657357	22:39:12	22:39:12
F	BFS	35	O.M.	-	-	-	-	-	-
F	DFS	35	1.1174316	796	30	1000	0.038944725	18:51:0	18:51:0
F	A*	35	O.M.	-	-	-	-	-	-

> N.A. - não aplicável
> O.M. - out of memory (***stack overflow***)

Com estes resultados podemos ver que a aplicação mostra uma solução possível para cada tabuleiro, excepto onde estes apresentam uma exceção *stack overflow* devido às limitações do *LispWorks* / *clisp*. Na maioria dos casos, a solução é apresentada num tempo de execução bastante reduzido e inferior a 1 segundo.

A heurística que nos foi fornecida não é eficiente para ser utilizada no algoritmo *A* * pois faz com que este se comporte como o algoritmo *BFS*.

Limitações

A principal limitação é a falta de memória do *LispWorks* / *clisp* que impossibilita a resolução, através do algoritmo *BFS* e *A* * (com a heurística que nos foi fornecida), dos tabuleiros maiores com poucos ou nenhuns arcos preenchidos.

Todos os requisitos base enumerados no enunciado foram implementados à exceção de:

- Heurística personalizada
- Bónus

    1. Implementação da estratégia SMA*;
    2. Implementação da estratégia IDA*;
    3. Implementação da estratégia RBFS.