

Nama : Ardhiika Restu Yoviyanto

Nim : 8150911312

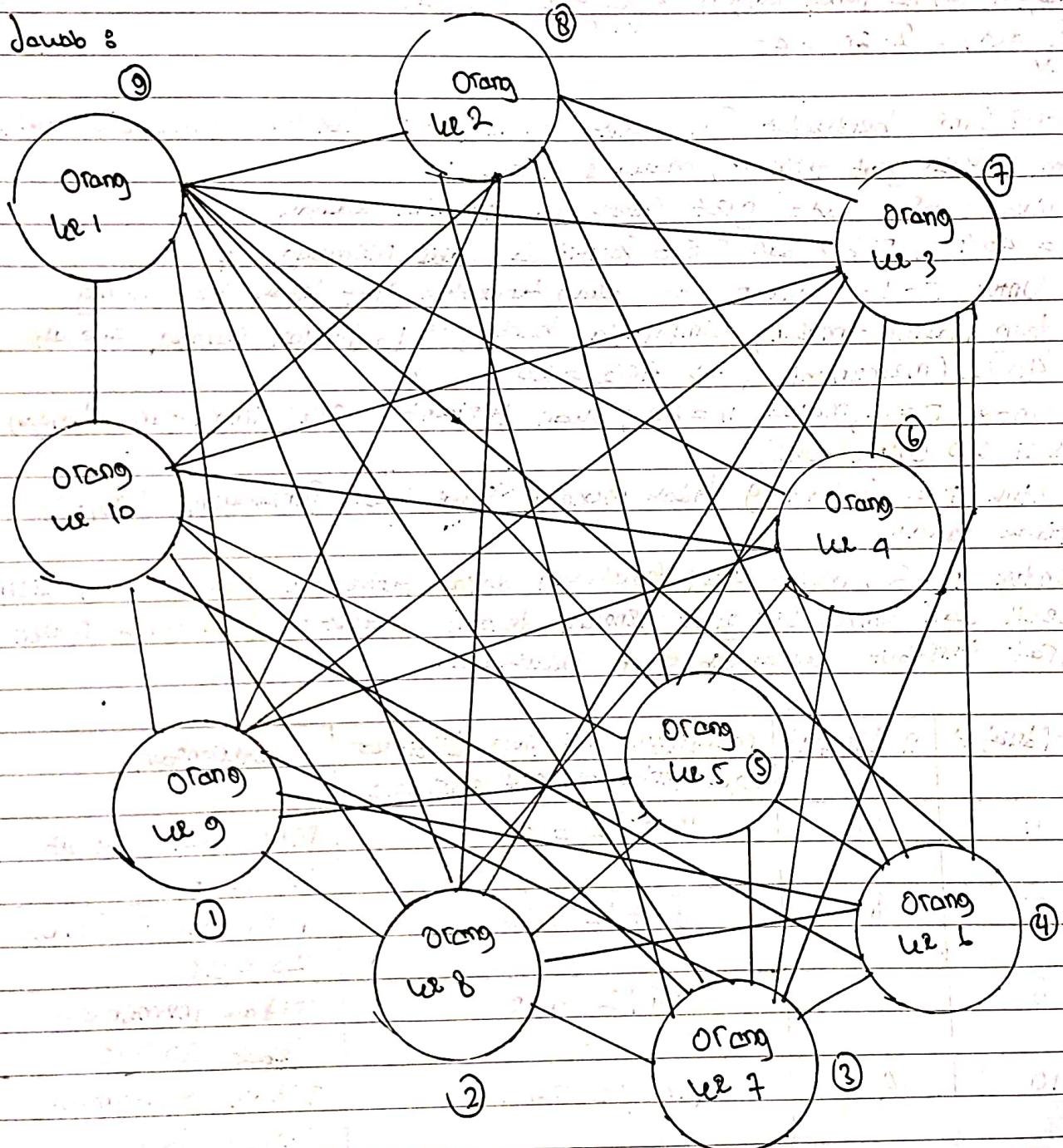
Kelas 3 Matematika Diskrit (1)

Tolongan 437 - 441 (masing-masing 2 soal)

Untuk hal 437

- ① Dalam sebuah pesta, sepuluh orang saling berjabat tangan. Tiap orang hanya berjabat tangan satu kali dengan orang lainnya. Hitung jumlah jabat tangan yang terjadi (Petunjuk : modelkan permasalahan ini ke dalam graf)

Jawab :



Total Jabat tangan

$$= 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$= 45$$

Jadi ada 45 jabat tangan yang dilakukan

⑦ tentukan jumlah simpul pada graph sederhana bila mempunyai 20 buah sisi dan tiap simpul berderajat sama

Jawab :

Didefinisikan Jumlah tangan $s \leq d(v) = 2|E|$

$$\sum_{v \in V} d(v) = 2 \cdot 20 = 40$$

Setiap simpul berderajat sama yaitu berderajat r , dan jika n adalah jumlah simpul pada graf tersebut, maka $s = n \cdot r = 40$

Jumlah simpul pada graf sederhana tersebut adalah

$$n = 40/r, r > 0 \text{ dan } r \in \mathbb{Z} \text{ positif dan habis membagi } 40$$

- Untuk $r=1$, maka $n=40$; akan terbentuk graf tidak terhubung
- Yang masing-masing simpulnya berderajat 1, jumlah sisinya adalah $40/2$ (memenuhi), $\Rightarrow 40/2 = 20$
- Untuk $r=2$, maka $n=20$; akan terbentuk graf lingkaran dengan sisi 20 (memenuhi)
- Untuk $r=3, 6, 7, 9$ tidak mungkin sebab hasil pembagian $(40/r)$ tidak bulat
- Untuk $r>2$, maka graf sederhana dapat terbentuk jika jumlah sisinya kecil dari jumlah sisi graf lengkap dengan derajat r . Jika lebih maka graf tersebut bukanlah graf sederhana.

r (derajat)	n (simpul)	maksimum sisi yang diizinkan agar terbentuk graf sederhana	keteterangan
4	10	$10 \cdot 9 / 2 = 45$	Memenuhi sebab $20 \leq 45$
5	8	$8 \cdot 7 / 2 = 28$	memenuhi sebab $20 \leq 28$
8	5	$5 \cdot 4 / 2 = 10$	Tidak memenuhi sebab $20 > 10$
10	4	$4 \cdot 3 / 2 = 6$	Tidak memenuhi sebab $20 > 6$
...

*) Untuk r yang lebih besar lagi tidak akan mungkin lagi terbentuk graf sederhana sebab jumlah simpulnya akan lebih kecil sehingga maksimum sisi yang diizinkan juga semakin kecil

\therefore Jadi r yang memenuhi adalah $\{1, 2, 4, 5\}$, dan jumlah simpul di dalam graf adalah $\{40, 20, 10, 8\}$

Untuk latihan

438

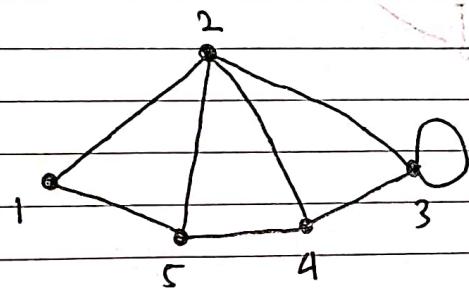
- ⑯ Diketahui matriks ketetanggaan (adjacency matrices) dari sebuah graf tidak berarah s

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

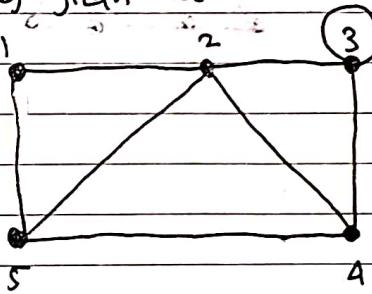
Gambarkan dua buah graf yang isomorfik yang bersesuaian dengan Matriks ketetanggaan diatas

Jawab s

a) graph Pertama

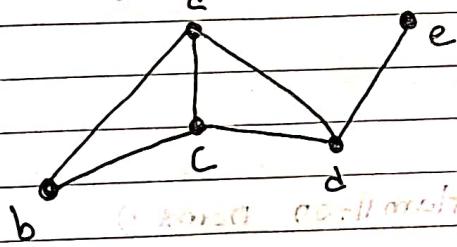


b) graph Kedua

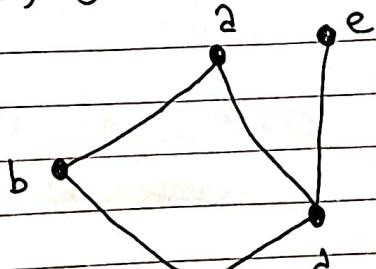


- ⑮ Gambarkan dua buah graf dengan lima buah simpul yang isomorfik

a) graph Pertama

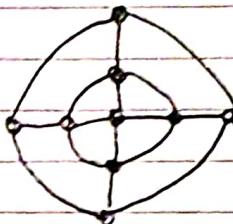
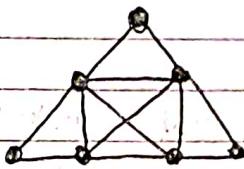
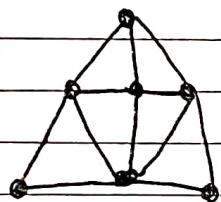
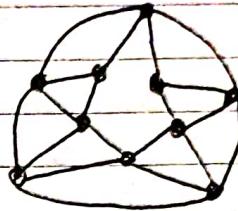
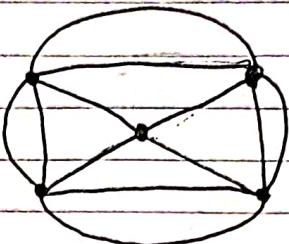
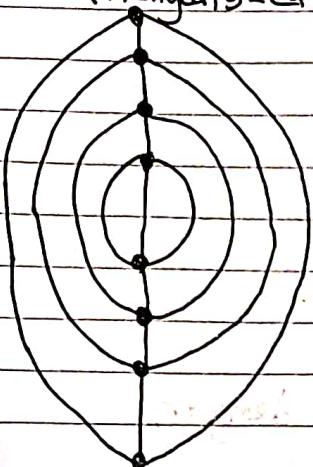


b) graph Kedua

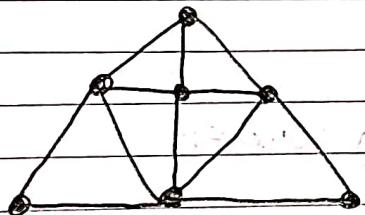


Untuk latihan (43g)

- (22) Manakah diantara graf dibawah ini yang dapat dilukis tanpa mengangkat pensil sekalipun



Jawab :

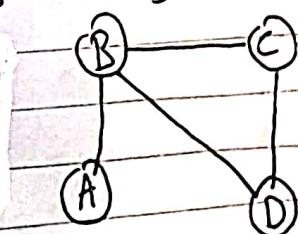


- (23) Gambarkan graf yang mempunyai lintasan Hamilton tetapi tidak memiliki Sirkuit Hamilton

Jawab :

Disebut juga graph semihamilton (Punya lintasan hamilton namun tidak memiliki Sirkuit hamilton)

Gambar graph :



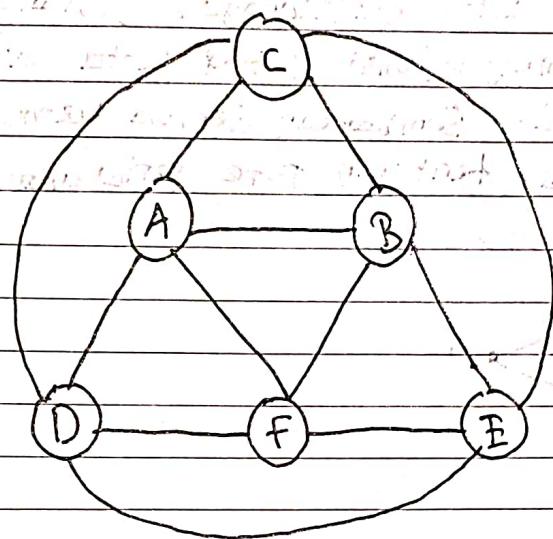
Lintasan hamilton A, B, C, D

DISTINCTION

Untuk Latihan (440)

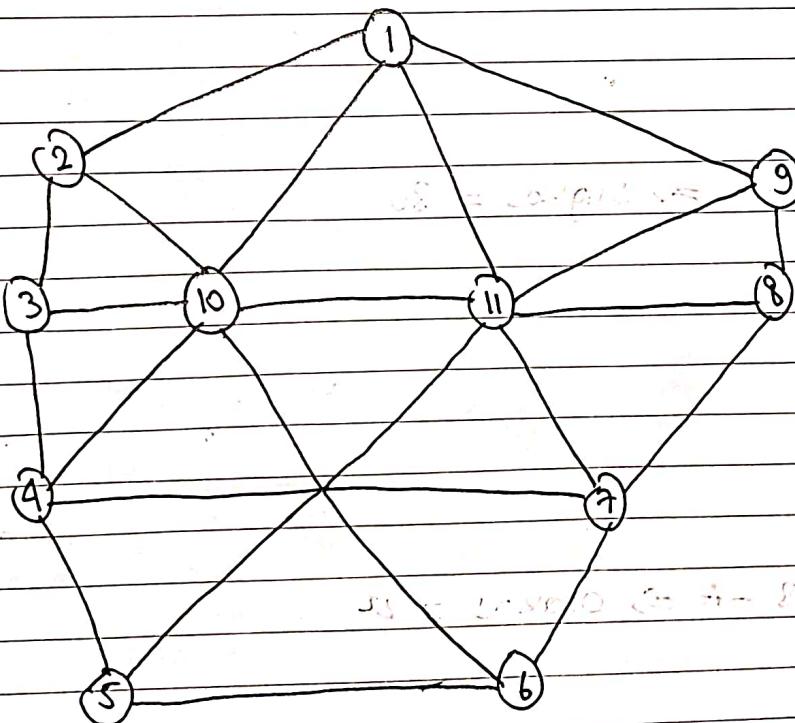
- (2a) Tunjukan bahwa suatu graf planer terhubung dengan 6 simpul dan 12 buah sisi, setiap wilayahnya (region) dibatasi 3 sisi.

Jawab :



- (2b) Misalkan G adalah graf dengan 11 buah simpul atau lebih. Tunjukan bahwa G tidak-planer

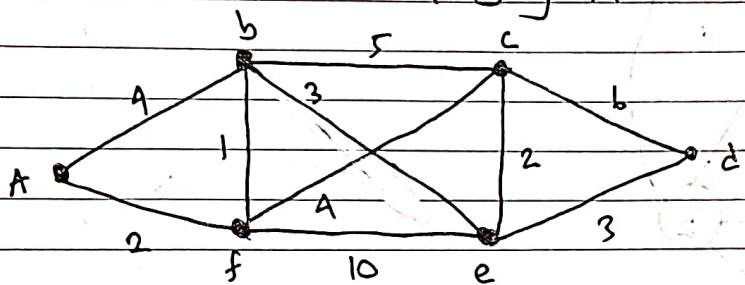
Jawab :



Untuk halaman 441

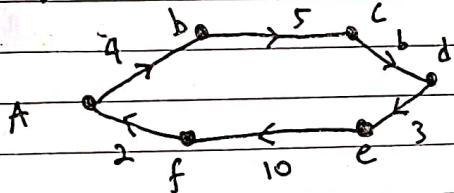
(Soal nomor 441)

(3) Tingkungrat berbobot dibawah ini. Simbol menyatakan kota, Sisi menyatakan Sarana transportasi yang menghubungkan kota, dan bobot menyatakan Ongkos perjalanan antara dua kota bertetangga. Seorang pedagang berangkat dari kota A dan mengunjungi setiap kota bin tepat sekali dan kembali lagi ke kota A. Gambaran semua kemungkinan lintasan perjalanan pedagang, lalu tentukan rute perjalanan termurah



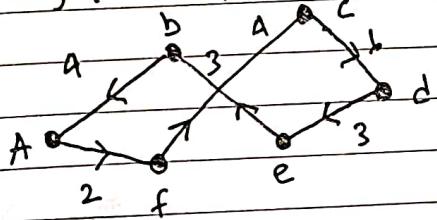
Jawab :

a) lintasan Pertama



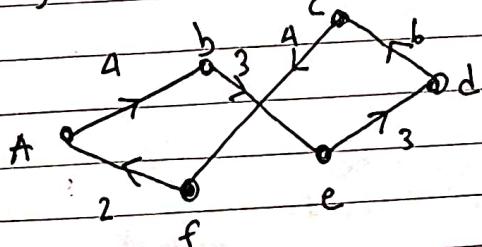
$$\hookrightarrow A - B - C - D - E - F - A \Rightarrow \text{ongkos} = 30$$

b) lintasan kedua



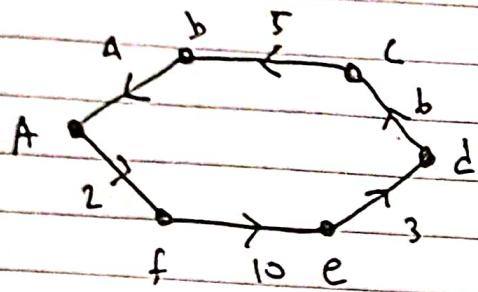
$$\hookrightarrow A - F - C - D - E - B - A \Rightarrow \text{ongkos} = 22$$

c) lintasan ketiga



$$\hookrightarrow A - B - E - D - C - F - A \Rightarrow \text{ongkos} = 22$$

d) Lintasan ke-empat



$$\hookrightarrow A - f - E - D - C - B - A \Rightarrow \text{ongkos} = 30$$

∴ Jadi Tute termurah yaitu

- $A - f - C - D - E - B - A$, dengan ongkos 22
- $A - B - E - D - C - f - A$, dengan ongkos 22

31) Dalam babak Penyisian kompetisi sepak bola yang menggunakan sistem kompetisi perulang, setiap tim bertanding dengan tim lainnya dua kali. Jika ada 20 tim, berapa banyak pertandingan yang harus diadakan? Graf apa yang terbentuk.

Jawab 3

Misal : N , adalah banyak pertandingan yang diadakan

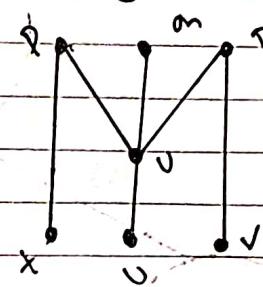
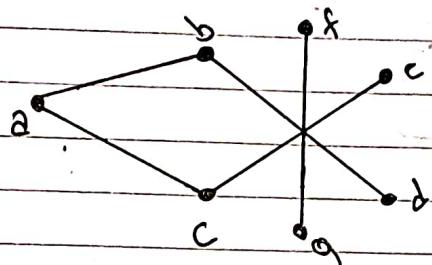
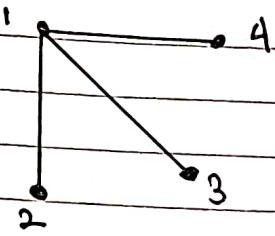
$$N = 2 \cdot \binom{20}{2} = 2 \left(\frac{20!}{18! \cdot 2!} \right) = 2 \cdot \left(\frac{20 \cdot 19}{2!} \right) = 380 \text{ kali}$$

- Banyak Pertandingan 380 kali
- Graf yang digunakan dalam representasi dalam sepak bola adalah graf lengkap.
- Karena setiap tim harus seling bertemu (kandang dan tandang, dengan kata lain bertemu dua kali).

Holaman 491 - 493 (per lembar 2 soal)

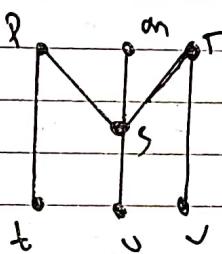
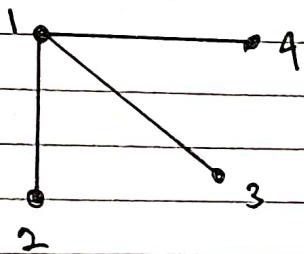
Untuk holaman 491

- ① Menarik diantara ketiga buah graf dibawah ini yang merupakan Pohon?



Jawab :

graf yang merupakan Pohon adalah



- ② Apakah semua Pohon Planar? Jika iya, jelaskan mengapa? Jika tidak, dapatkan anda temukan Pohon yang tidak Planar?

Jawab :

Semua Pohon adalah planar, karena memenuhi Rumus euler

$$V - E + F = 2$$

dimana :

V = Vertice / node

E = edges

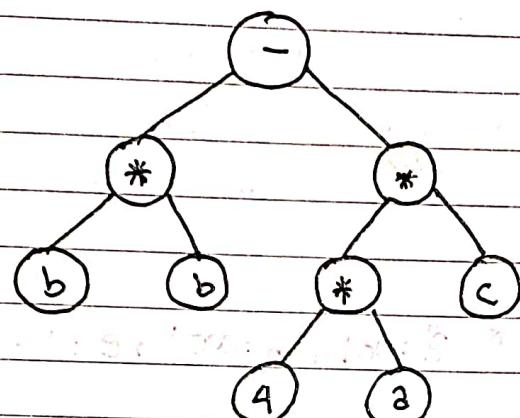
F = Region

Properti Utama dari Pohon adalah tidak ada node yang Saling loop / berulang maka dari itu Region / area dari Pohon adalah 1 dan berakhiran Jumlah node yang ada, Jumlah edges akan selalu sebesar Jumlah node - 1, maka dari itu hasil dari formula euler akan selalu benar.

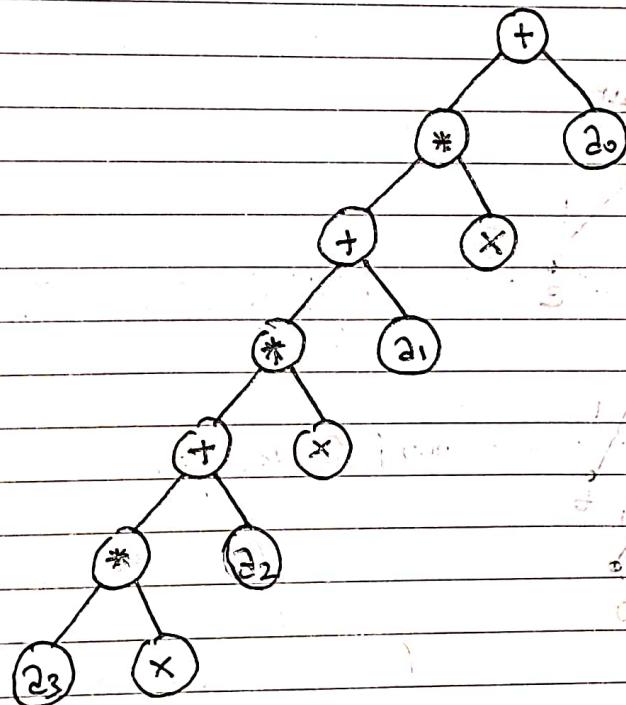
Untuk halaman

492

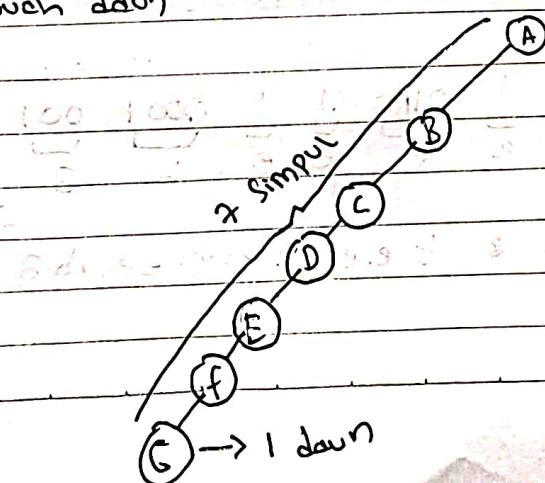
- 12) Gambaran Pohon ekuasi Untuk
2) $b^2 - 4ac$



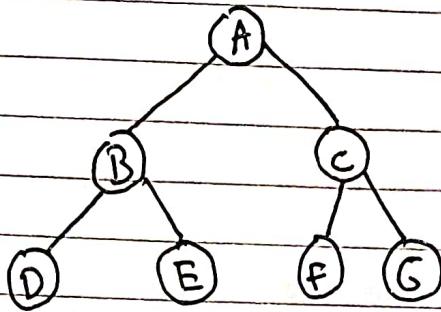
b) $((a_3x + a_2)x + a_1)x + a_0$



- 13) a) Gambarlah sebuah Pohon biner dengan tujuh simpul dan hanya satu buah daun



b) Gambaran sebuah Pohon biner dengan tujuh simpul



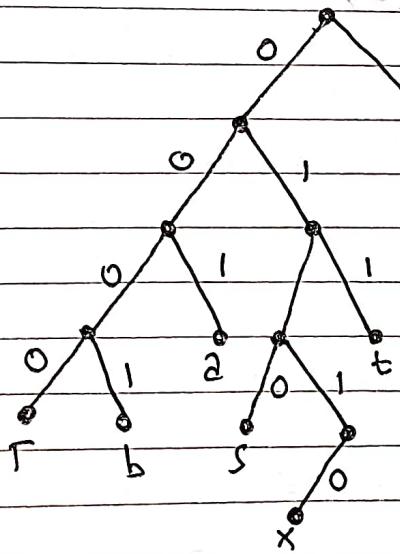
Untuk halaman 493

15) Diberikan kode Huffman sebagai berikut : a:001, b:0001, e:1, r:0000, S:0100, t:011, x:01010

- (a) Gambaran Pohon Huffman yang merepresentasikan kode tersebut
(b) Decode rangkaian bit berikut : 011110010100110001001

Jawab :

(a) Pohon Huffman yang dimaksud



(b) Decode rangkaian bit berikut : 011110010100110001001

Hasil Decode :

0 1 1 1 0 0 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
t e e 2 e s e e b 2

Hasil decode menghasilkan kode : t e e a e s e e b 2

(1b) Sebuah Surat berantai dimulai ketika seseorang mengirim sebuah surat kepada 5 orang lainnya. Tiap orang yang menerima surat mengirimkan surat tersebut kepada 5 orang lain yang belum pernah menerima surat tersebut atau kepada orang belum pernah mengirimkannya ke orang lain. Misalkan ada 10.000 orang yang mengirimkan surat tersebut sebelum Tantai berakhir. Berapa banyak orang yang menerima surat tersebut dan berapa banyak yang tidak mengirimkannya?

Jawab :

Dari soal diatas didapat Pola :

- Jika 1 orang yang mengirim surat, maka akan ada
 - 5 orang yang menerima surat
 - 5 orang yang tidak mengirimkan surat
- Jika 2 orang yang mengirim surat, maka akan ada
 - 10 orang yang menerima surat
 - 9 orang yang tidak menerima surat
- Jika 3 orang yang mengirim surat, maka akan ada
 - 15 orang yang menerima surat
 - 13 orang yang tidak mengirimkan surat
- Jika 4 orang yang mengirim surat, maka akan ada
 - 20 orang yang menerima surat
 - 17 orang yang tidak mengirimkan surat

Dari Pola diatas, didapat :

- Banyak orang yang menerima surat :
5, 10, 15, 20, ...

$$\bullet a = 5$$

$$\bullet b = 5$$

$$\begin{aligned}U_n &= a + (n-1) \cdot b \\&= 5 + (n-1) \cdot 5 \\&= 5 + 5n - 5\end{aligned}$$

$$U_n = 5n$$

- Banyak orang yang tidak mengirimkan surat

$$5, 9, 13, 17, \dots$$

$$\bullet a = 5$$

$$\bullet b = 4$$

$$\begin{aligned}U_n &= a + (n-1) \cdot b \\&= 5 + (n-1) \cdot 4 \\&= 5 + 4n - 4\end{aligned}$$

$$U_n = 4n + 1$$

Jadi jika ada 10.000 orang yang mengirimkan surat sebelum Tantai berakhir, maka

- Banyak orang yang menerima surat

$$U_n = 5n$$

$$= 5 \cdot (10.000)$$

$$= 50.000 \text{ orang.}$$

- Banyak orang yang tidak mengirimkan surat

$$U_n = 4n + 1$$

$$= 4(10.000) + 1$$

$$= 40.000 + 1$$

$$= 40.001 \text{ orang}$$