Prueba de significancia para autocorrelaciones simples

miércoles, 24 de septiembre de 2025 08:42 a. m.

BARTLETT (1946) PROPORCIONA EL SIG CRITERIO

LAS APROXIMACIONES PARA LAS VARIANZAS Y COVARIANZAS DE

$$Var(\hat{\rho}_k) = \frac{1}{N} \left(\rho_j^2 + \rho_{j+k}\rho_{j-k} - 4\rho_k \rho_j \rho_{j-k} + 2\rho_j^2 \rho_k^2 \right)$$

$$Cov(\hat{\rho}_k, \hat{\rho}_{k+s}) = \frac{1}{N} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \rho_j \rho_{j+s}$$

SI EL PROCESO ES MA(q), DE FORMA QUE LAS AUTOCORRELACIONES PARA RETRASOS MAYORES QUE q SON CERO, LA VARIANZA DE CONVERGE EN

$$Var(\hat{\rho}_k) = \frac{1}{N-d} \left(1 + 2 \sum_{j=1}^{q} \rho_j^2 \right) \quad k>q$$

ES DECIR, EN LA HIPÓTESIS DE QUE $\rho_k = 0$ PARA $k>q$ SE OBTIENE LA EXPRESIÓN ANTERIOR

EN LA PRÁCTICA ESTA EXPRESIÓN SE UTILIZA CON ρ_j SUSTITUIDA POR SU VALOR ESTIMADO $j=1,\dots,q$

EJEMPLO CONSIDERE LA SERIE $\nabla^2 T(IPC_t)$ DONDE $T(IPC_t)$ CORRESPONDE A LA TRANSFORMACIÓN DE BOX-COX CON $\lambda = -0.999$

NOTE QUE ESTA SERIE ES I(2), SUS AUTOCORRELACIONES SIMPLES MUESTRALES SE PRESENTAN A CONTINUACIÓN

Autocorrelations of series 'BoxCoxIPCdiff2', by lag

k	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50
$\tilde{\rho}_k$	1.000	-0.334	-0.156	0.065	-0.141	0.119	-0.018	-0.015	0.000	-0.013	0.029
k	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	4.00	4.25	4.50	4.75		

k	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50
$\tilde{\rho}_k$	1.000	-0.334	-0.156	0.065	-0.141	0.119	-0.018	-0.015	0.000	-0.013	0.029
k	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	4.00	4.25	4.50	4.75		
$\hat{\rho}_k$	0.056	-0.058	0.029	-0.142	0.101	0.019	-0.015	0.049	-0.051		

SABEMOS QUE EL PROCESO MA(q) TIENE q AUTOCORRELACIONES DISTINTAS DE CERO, POR OTRA PARTE, LA EXPRESIÓN PARA LA VARIANZA DE LAS AUTOCORRELACIONES MUESTRALES ES

$$\mathrm{Var}(\hat{\rho}_k) = \frac{1}{N-d}\left(1 + 2\sum_{j=1}^{q} \rho_j^2\right) \qquad k>q$$

SE DICE QUE UNA AUTOCORRELACIÓN SIMPLE ES SIGNIFICATIVAMENTE DISTINTA DE CERO SI

$$|\hat{\rho}_k| > 2\sqrt{\frac{1}{N-d}\left(1+2\sum_{j=1}^{q}\rho_j^2\right)} \qquad k>q$$

SUP QUE $\rho_k = 0$ PARA $k>0$

$$|\hat{\rho}_1| = |-0.334| = 0.334$$

$$\sqrt{\mathrm{Var}(\hat{\rho}_k)} = \sqrt{\frac{1}{90}\left(1+2\sum_{j=1}^{q}\rho_j^2\right)} = \sqrt{\frac{1}{90}(1+2(0))}$$

$$= 0.1054$$

COMO $|\hat{\rho}_1| = 0.334 > 2(0.1054) = 0.2108$ PODEMOS CONCLUIR QUE ρ_1 ES SIGNIFICATIVAMENTE DISTINTO DE CERO.

SUPONGA QUE $\rho_1 \neq 0$ PERO $\rho_k = 0$ PARA $k>1$

$$|\hat{\rho}_2| = 0.156$$

$$\sqrt{\mathrm{Var}(\hat{\rho})} = \sqrt{\frac{1}{90}\left(1+2(-0.332)^2\right)} = 0.116$$

$$\sqrt{Var(\hat{\rho}_2)} = \sqrt{\frac{1}{90}\left(1+2(-0.332)^2\right)} = 0.116$$

$$|\hat{\rho}_2| = 0.156 < 2(0.116) = 0.233$$

Puesto que ninguna autocorrelación muestral con retraso $k \geq 2$ satisface la relación para $q=1$, se concluye que la única autocorrelación significativamente distinta de cero es ρ_1