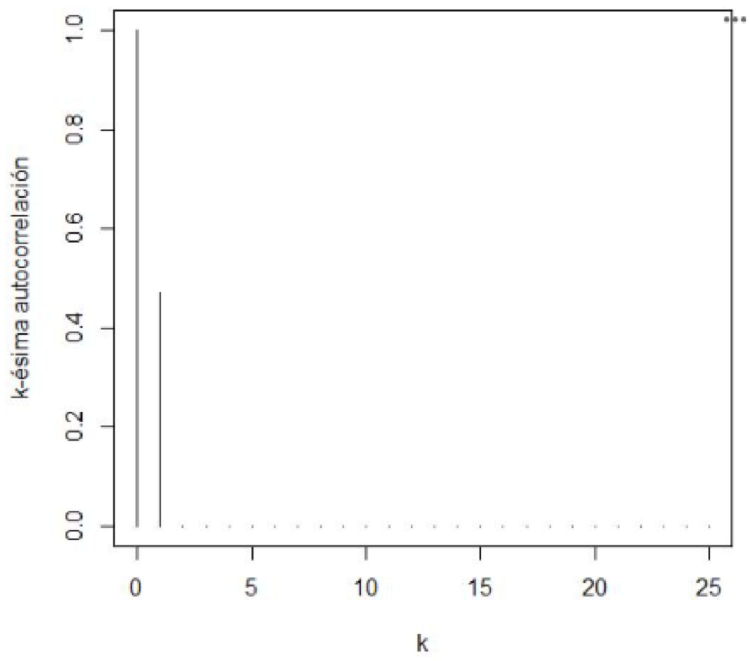
## Pregunta 1

0.5 puntos

¿ A cuál proceso corresponde la siguiente gráfica de la FAC (teórica)? Justifique su respuesta y calcule las tres primeras autocorrelaciones del proceso que elija.
Nota:En todas las respuestas $a_t$ es un ruido blanco con media cero y varianza constante.




A. $(1+0.7B)a_t = W_t$

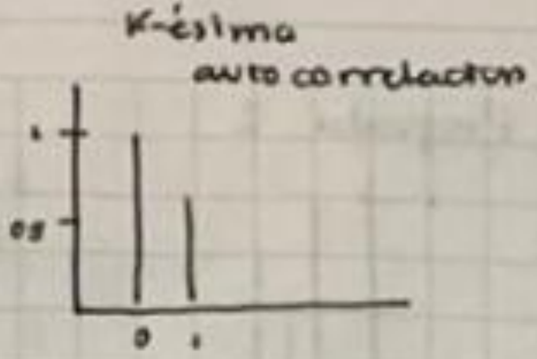
B. $(1-0.7B)W_t = a_t$

C. $(1-0.7B)a_t = W_t$

D. $(1+0.7B)W_t = a_t$

Pregunta 1

FAC (teórica) $(1 + 0.7B)\, a_t - W_t$




justificación:

Al solo tener q+1 valores diferentes de 0 es un proceso MA(1) entonces el operador de retraso se aplica sobre el ruido blanco.

En el caso de MA(1) las regiones admisibles son $-1 < \theta < 1$

En $-1 < \theta < 0$ son decrecientes no alternantes las autocorrelaciones.

Entonces como la forma $(1 - \theta B)\, a_t = W_t$ se tomo

$$(1 + 0.7B)\, a_t = W_t$$

3 primeras autocorrelaciones

$$\rho_x(h) = \frac{\gamma_x(h)}{\gamma_x(0)} \qquad \gamma_x(h) = Cov(X_{t+h}, X_t)$$

- $\gamma_x(0) = Var(X_t) = Var(W_t) = Var[a_t - \theta a_{t-1}] =$

$Var[\alpha_{t-1}] + \theta^2 Var[\alpha_{t-1}] = (1 + 0.7^2)\sigma^2_{at} = 1.49\sigma^2_a$

- $\gamma_x(1) = Cov(X_{t+1}, X_t) = Cov(\alpha_t - \theta a_{t-1}, \alpha_{t+1} - \theta a_t)$

$\gamma_x(1) = -\theta Var(a_t) = -\theta\sigma^2_a = 0.7\sigma^2_a$

- $\gamma_x(h)\ |h|>1 = 0$

$\Rightarrow \rho_x$

$$\rho_x(h) \begin{cases} 1.49\sigma^2_a / 1.49\sigma^2_a & h=0 \\ 0.7\sigma^2_a / 1.49\sigma^2_a & |h|=1 \\ 0/1.49\sigma^2_a & |h|>1 \end{cases}$$

$$\rho_x(h) \begin{cases} 1 & h=0 \\ .47 & |h|=1 \\ 0 & |h|>1 \end{cases}$$

primera

segunda

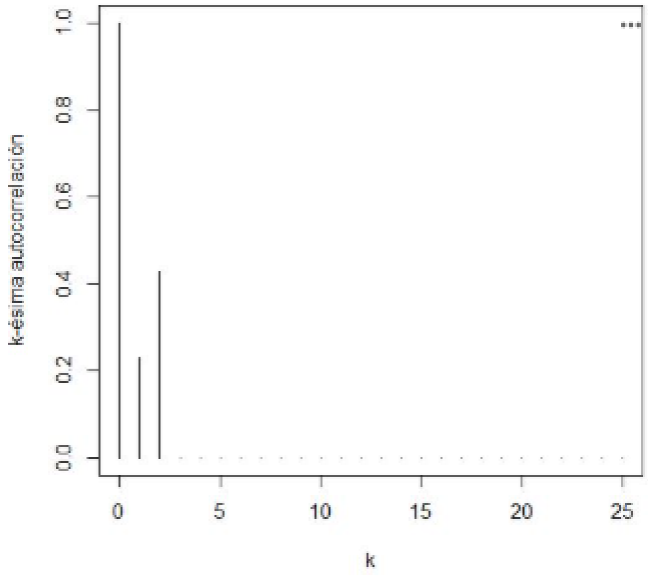
tercera.

## Pregunta 2

0.5 puntos

¿ A cuál proceso corresponde la siguiente gráfica de la FAC (teórica)? Justifique su respuesta y calcule las tres primeras autocorrelaciones del proceso que elija.

Nota:En todas las respuestas $a_t$ es un ruido blanco con media cero y varianza constante.



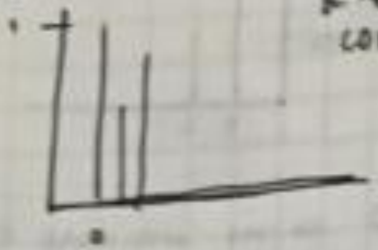

A. $(1-0.2B+0.6B^2)W_t=a_t$

B. $(1+0.2B+0.6B^2)a_t=W_t$

C. $(1+0.2B-0.6B^2)W_t=a_t$

D. $(1+0.2B-0.6B^2)a_t=W_t$

Pregunta 2




B)

$$\boxed{(1+0.2B+0.6B^2)a_t = W_t}$$

AUTOCORRELACIONES.

$$\rho_x = \frac{\gamma_x(h)}{\gamma_x(0)}$$

• $\gamma_x(0) = VAR[W_t]$

$$VAR[a_t + 0.2a_{t-1} + 0.6a_{t-2}] = (1+0.2^2+0.6^2)\sigma_a^2 = 1.4\sigma_a^2$$

• $\gamma_x(1) = Cov(W_t, W_{t+1}) = Cov((a_t + 0.2a_{t-1} + 0.6a_{t-2}), (a_{t+1} + 0.2a_t + 0.6a_{t-1}))$

$$= -\theta_1(1+\theta_2)\sigma_a^2 = +0.2(1+0.6)\sigma_a^2 = \cancel{0.08}\sigma_a^2 \ (.32)$$

• $\gamma_x(2) = Cov(W_t, W_{t+2}) = Cov((a_t+0.2a_{t-1}+0.6a_{t-2}), (a_{t+2}+0.2a_{t+1}+0.6a_t))$

$$= -\theta_2\sigma_a^2 = +0.6\sigma_a^2$$

Justificación

Como tiene un número finito de correlaciones distintas de 0 es un MA(q)

En MA(q) ρ tiene $q+1 \neq 0$

$\Rightarrow$ si hay 3 ρ's $\neq 0$ son un MA(2)

$$\tilde{X}_t = Z_t(1-\theta_1 B - \theta_2 B^2)$$

El comportamiento de la grafica no alternante es como el que se observa en la región admisible 3.

En este caso se debe cumplir

Det $< 0$

$$\theta_1^2 + 4\theta_2 = 0.2^2 - 4(.6) = -2.36$$

$\theta_1 < 0$

$-.2 = \theta_1$

Por regla de MA(q) $\forall |k| > q$ $\gamma_x(h) = 0$

Primera

$$\rho_x(0) = \sigma^2_a 1.4 / \sigma^2_a 1.4 = 1$$

Segunda

$$\rho_x(1) = \overset{0.32}{\cancel{0.08}}\,\sigma^2_a / 1.4\,\sigma^2_a = \cancel{0.057} \quad 0.229$$

Tercera

$$\rho_x(2) = -0.6\,\sigma^2_a / 1.4\,\sigma^2_a = 0.429$$

Cuarta

es $\rho_x(|h|>2) = 0 / 1.4\,\sigma^2_a = 0.$

## Pregunta 3

0.5 puntos

Verifique si el siguiente proceso es estacionario o invertible. Justifique su respuesta haciendo los cálculos necesarios.

$$\left(1-0.3B+0.4B^{2}-0.1B^{3}+0.9B^{4}\right)a_{t}=W_{t}$$

$a_{t}$ es un ruido blanco con media cero y varianza constante.

- **A** Es estacionario e invertible
- **B** Es estacionario pero no invertible
- **C** No es estacionario y no es invertible
- **D** No es estacionario pero sí invertible

Pregunta 3

$$(1-0.3B+0.4B^2-0.1B^3+0.9B^4)a_t = W_t$$

Es un proceso MA(4) por donde esta $a_t$ (Ruido blanco)
como el operador de retraso se le aplica a $a_t$ y 4 ctes me
da el orden.

Todos los procesos MA(q) son estacionarios.

Para comprobar invertibilidad se sacan las raices del polinomio

$$1-.3x+.4x^2-.1x^3+.9x^4=0$$

$z = a+bi$

calculado considerando $|z| = \sqrt{a^2+b^2}$

$z_{1,2} = -.619 \pm .87i \qquad |z| = 1.068 > 1 \qquad \frac{1}{|z|} < 1$

$z_{3,4} \; .675 \pm .72i \qquad |z| = .9869 < 1 \qquad \frac{1}{|z|} > 1$

no es invertible, todas la $\frac{1}{|z|}$ deben ser menores a 1

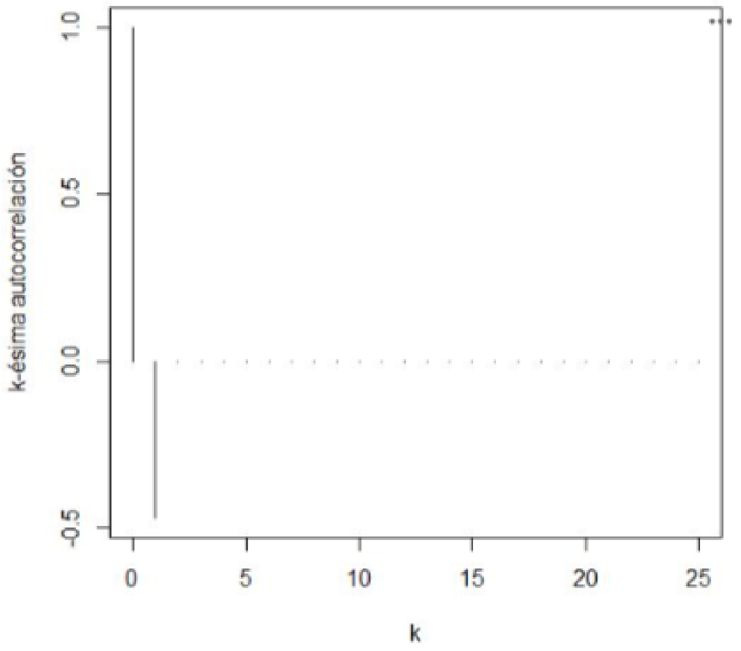
ES ESTACIONARIO PERO NO INVERTIBLE

Pregunta 4

0.5 puntos

¿ A cuál proceso corresponde la siguiente gráfica de la FAC (teórica)? Justifique su respuesta y calcule las tres primeras autocorrelaciones del proceso que elija.

Nota:En todas las respuestas $a_t$ es un ruido blanco con media cero y varianza constante.



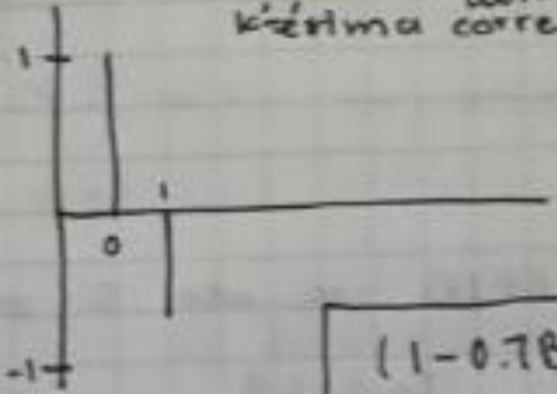

A. $(1+0.7B)W_t = a_t$

B. $(1-0.7B)W_t = a_t$

C. $(1-0.7B)a_t = W_t$

D. $(1+0.7B)a_t = W_t$

Pregunta 4 FAC teorica




k-ésima autocorrelación.

Justificación:

los MA(q) tienen solo $q+1$ $\rho_x(h)$'s $\neq 0$

$$\boxed{(1-0.7B)a_t = W_t}$$

Este es entonces un MA(1) al ser alternate esta en la región admisible $0<\theta<1$ y como el modelo se escribe

$$(1-\theta B)a_t = W_t \Rightarrow \text{el modelo es } (1-0.7B)a_t = W_t$$

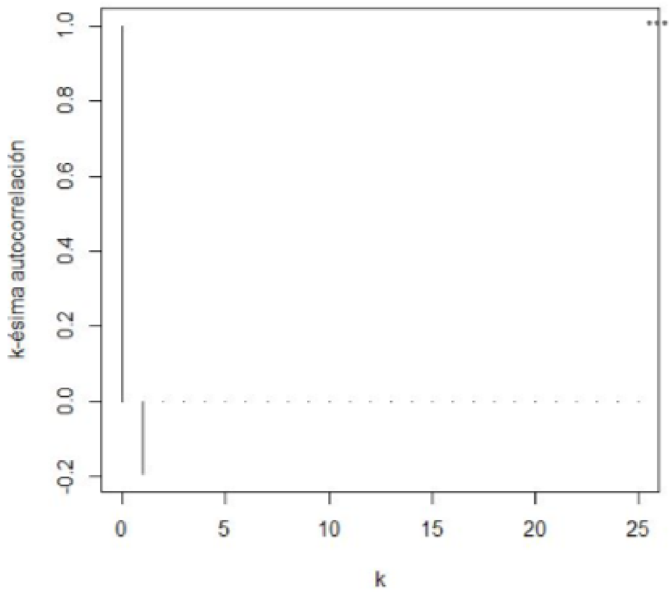
de los resultados de la pregunta 1

$$\rho_x(h)\begin{cases} \dfrac{\gamma_x(0)}{\gamma_x(0)} = (1+\theta^2)\sigma_a^2 / (1+\theta^2)\sigma_a^2 = 1 & h=0 \quad \text{primera} \\[2ex] \dfrac{\gamma_x(1)}{\gamma_x(0)} = -\theta\sigma_a^2 / (1+\theta^2)\sigma_a^2 = -0.7/(1+.7^2) = -.46 & |h|=1 \quad \text{segunda} \\[2ex] \dfrac{\gamma_x(h)}{\gamma_x(0)} = 0/(1+\theta^2)\sigma_a^2 = 0 & |h|>1 \quad \text{tercera.} \end{cases}$$

Pregunta 5

0.5 puntos

¿ A cuál proceso corresponde la siguiente gráfica de la FAC (teórica)? Justifique su respuesta y calcule las tres primeras autocorrelaciones del proceso que elija.
Nota:En todas las respuestas $a_t$ es un ruido blanco con media cero y varianza constante.



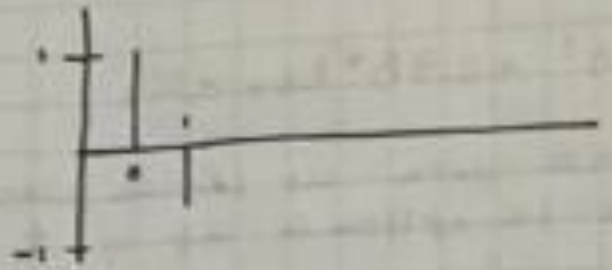

A. $(1-0.2B)a_t = W_t$

B. $(1+0.2B)a_t = W_t$

C. $(1+0.2B)W_t = a_t$

D. $(1-0.2B)W_t = a_t$

Pregunta 5




Justificación:

Es un MA(1) porque los ma tienen solo $q+1$ autocorrelaciones diferentes de 0 $\Rightarrow$ es un MA(1) y al ser alternantes los valores de $\rho$ están en la región admisible $0 < \theta < 1$

$\Rightarrow$ el modelo es $\boxed{(1-0.2B)a_t = W_t}$

de los resultados de la pregunta a)

$$\rho_x(h) \begin{cases} (1+\theta^2)\sigma_a^2 / (1+\theta^2)\sigma_a^2 = 1 & h = 0 \quad \text{primera} \\ -\theta\sigma_a^2 / (1+\theta^2)\sigma_a^2 = -0.2/(1+0.2^2) = -.192 & |h| = 1 \quad \text{segunda} \\ 0/(1+\theta^2)\sigma_a^2 = 0 & |h| \geq 1 \quad \text{tercera} \end{cases}$$

Contenido del cuestionario



## Pregunta 6

0.5 puntos

"Obtener los parámetros de un proceso AR(3) cuyas 3 primeras autocorrelaciones son
$\rho_1 = -0.3,\ \rho_2 = 0.25,\ \rho_3 = -0.4$

Escribir el resultado de $\phi_1$ (redondeado a dos decimales) y verificar si el proceso es estacionario o no. Justificar su respuesta calculando los tres parámetros y realizando la verificación de estacionariedad."

Agregue su respuesta

Se admite la notación entera, decimal o exponencial

Pregunta 6

Obtener parametros de AR(3) con estas 3 primeras autocorrelaciones

$\rho_1 = -0.3 \quad \rho_2 = .25 \quad \rho_3 = -0.4$

Se utiliza el sistema de ecuaciones lineales de Yule-Walker.

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix}$$

Utilizando la calculadora se halla

$$\phi_1 = \frac{-611}{3210} \quad \phi_2 = \frac{41}{428} \quad \phi_3 = \frac{-1039}{3210}$$

Para determinar estacionariedad $\quad \phi_1 = -.1903$

se toma el polinomio y se obtienen sus raices.

$$1 - \phi_1 x - \phi_2 x^2 - \phi_3 x^3 = 0$$

raices

$x_1 \; 1.~~\ldots~~24 \qquad |z| = 1.24 \quad$ cumple

$x_2, x_3 \; -.79\,83 \pm 1.38\, i \qquad |z| = \sqrt{a^2+b^2} = 1.5 \quad$ cumple

~~$x_3$~~

Si, es <u>estacionario.</u>

## Contenido del cuestionario



### Pregunta 7

0.5 puntos

"Obtener los parámetros de un proceso AR(3) cuyas 3 primeras autocorrelaciones son

$\rho_1 = 0.1,\ \rho_2 = 0.6,\ \rho_3 = -0.3$

Escribir el resultado de $\phi_1$ (redondeado a dos decimales) y verificar si el proceso es estacionario o no. Justificar su respuesta calculando los tres parámetros y realizando la verificación de estacionariedad."

Agregue su respuesta

Se admite la notación entera, decimal o exponencial

Pregunta 7

Obtener parametros de AR(3) con $\rho s$

$\rho_1 = 0.1 \quad \rho_2 = 0.6 \quad \rho_3 = -0.3$

Se utiliza el sistema de ecuaciones lineales Yule-Walker

$$\phi_1 = \frac{63}{158} \quad \phi_2 = \frac{49}{79} \quad \phi_3 = -\frac{45}{158} \qquad \phi_0 = 0.4$$

Para verificar estacionariedad se obtienen las raices del polinomio

$$1 - \phi_1 x - \phi_2 x^2 - \phi_3 x^3 = 0$$

$x_1 \quad -1.06 \qquad |z| > 1$

$x_2, x_3 \quad 1.047 \pm 0.68i \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 1.24 > 1$

Si, el proceso es estacionario.

## Pregunta 8

0.5 puntos

Verifique si el siguiente proceso es estacionario o invertible. Justifique su respuesta haciendo los cálculos necesarios.

$$\left(1+0.1B-0.7B^2+0.8B^3\right)W_t=a_t$$

$a_t$ es un ruido blanco con media cero y varianza constante.

- (A) Es estacionario e invertible
- (B) Es estacionario pero no invertible
- (C) No es estacionario pero sí invertible
- (D) No es estacionario y no es invertible

Pregunta 8 $(1 + 0.1B - 0.7B^2 + 0.8B^3)\dot{z}_t = a_t$

Para probar estacionariedad como es AR(3) se sacan las raíces del polinomio.

$x_1 \; -0.822 \quad |z| < 1$ no cumple.

$x_2, x_3 = .85 \pm .89i$

No es estacionario.

c) No Estacionario, Si invertible.

Todo AR es invertible.

## Pregunta 9

0.5 puntos

Verifique si el siguiente proceso es estacionario o invertible. Justifique su respuesta haciendo los cálculos necesarios.

$$(1+0.4B+0.7B^2-0.2B^3-0.1B^4)a_t=W_t$$

$a_t$ es un ruido blanco con media cero y varianza constante.

- (A) Es estacionario e invertible
- (B) Es estacionario pero no invertible
- (C) No es estacionario y no es invertible
- (D) No es estacionario pero sí invertible

Pregunta 9 $(1 + 0.4B + 0.7B^2 - 0.2B^3 - 0.1B^4)a_t = W_t$

Es MA(4) todo MA es estacionario.

Se sacan las raices del polinomio.

$x_1$ $-3.7$ $|z| > 1$

$x_2$ $2.3$ $|z| > 1$

$x_3, x_4$ $0.31 \pm 1i$ $\sqrt{a^2 + b^2} = 1.04 > 1$

a)

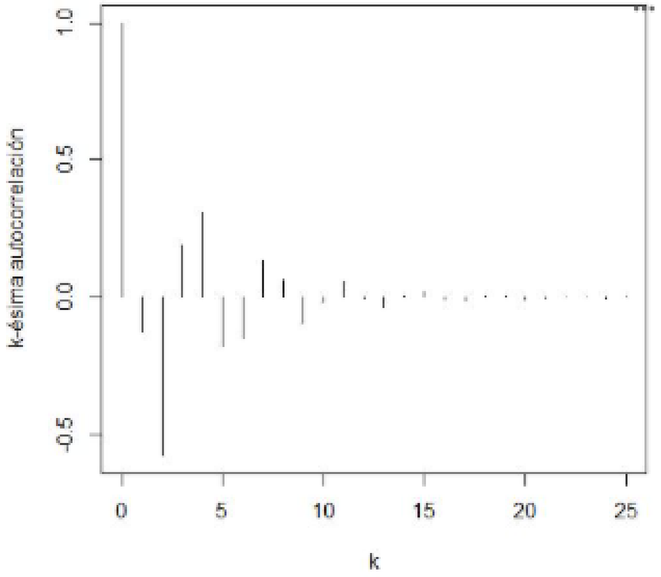
Si es estacionario y si es invertible

Pregunta 10

0.5 puntos

¿ A cuál proceso corresponde la siguiente gráfica de la FAC (teórica)? Justifique su respuesta y calcule las tres primeras autocorrelaciones del proceso que elija.

Nota:En todas las respuestas $a_t$ es un ruido blanco con media cero y varianza constante.




Ⓐ $\left(1-0.2B+0.6B^{2}\right)a_t=W_t$

Ⓑ $\left(1+0.2B+0.6B^{2}\right)W_t=a_t$

Ⓒ $\left(1+0.2B-0.6B^{2}\right)W_t=a_t$

Ⓓ $\left(1+0.2B-0.6B^{2}\right)a_t=W_t$

10 Pregunta 10

Justificación:

es una gráfica con varios $\rho$s difrentes de 0 entonces es un $AR(p)$

la alternancia de la grafica hace que la region admisible sea la 3

$\cdot\ \phi_1^2 + 4\phi_2 < 0$ y $\phi_1 < 0$

$\phi_1 = -0.2$

$\phi_2 = -0.6$

$$\boxed{(1+0.2B+0.6B^2)w_t = a_t}$$

$AR(2)$ $\rho_0 = 1$

$$\rho_x(h)\begin{cases} \rho_1 \dfrac{\phi_1}{1-\phi_2} = \dfrac{-0.2}{1+0.6} = -.125 \\[2ex] \rho_2\ \phi_2 \dfrac{\phi_1^2}{1-\phi_2} = -0.6\ \dfrac{(-0.2)^2}{1+0.6} = -.575 \\[2ex] \rho_3 = \phi_1\rho_2 + \phi_2\rho_1 = -0.2(-.18) + -0.6(\ \ ) = \end{cases}$$

$.025 + .345 = .37$