Considere una caminata aleatoria sin deriva

$$S_t = S_{t-1} + a_t \quad ; \quad \{a_t\} \sim WN(0, \sigma^2_a)$$

Entonces se sabe que S_t es un proceso no estacionario, sin embargo

$$W_t = S_t - S_{t-1} = a_t \quad ;$$

Entonces W_t es un proceso estacionario

Note que $S_t - S_{t-1} = \nabla S_t = (1-B) S_t$

Un proceso X_t que originalmente no es estacionario, puede volverse estacionario mediante la aplicación del operador diferencia de orden d, es decir

$$\phi(B) X_t = \theta(B) Z_t \quad ; \quad \{Z_t\} \sim WN(0, \sigma^2_Z)$$

si hacemos $W_t = \nabla^d X_t$, ahora

$$\phi(B) W_t = \theta(B) Z_t$$ será estacionario

Veamos una prueba de hipótesis para revisar si la serie proviene de un proceso estacionario

Prueba de raíz unitaria: Dickey-Fuller y Dickey-Fuller aumentada

Recuerde

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \mu_t \quad ; \quad \mu \sim WN(0, \sigma^2_\mu)$$
$$-1 < \rho < 1$$

SI $\rho = 1$, ESTE PROCESO ES DE RAÍZ UNITARIA Y NO SERÁ ESTACIONARIO, LUEGO

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + \mu_t$$

$$\nabla Y_t = (\rho - 1) Y_{t-1} + \mu_t$$

$$\nabla Y_t = \delta Y_{t-1} + \mu_t \quad ; \quad \delta = \rho - 1$$

LA PRUEBA DE RAÍZ UNITARIA SUPONE $H_0 : \delta = 0$, ES DECIR LA HIPÓTESIS NULA PLANTEA QUE EL PROCESO ES NO ESTACIONARIO

i) DICKEY-FULLER PROPONEN UN ESTADÍSTICO DE PRUEBA CON LA DISTRIBUCIÓN TAU (τ)

ii) DICKEY-FULLER AUMENTADA NO SUPONE ERRORES NO CORRELACIONADOS