Función de Autocorrelación Parcial (FACP)

lunes, 22 de septiembre de 2025 08:05 a. m.

SUP QUE TENEMOS UN PROCESO AR(1)

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + a_t \; ; \quad \{a_t\} \sim WN(0, \sigma^2_a)$$

SE SABE QUE $\rho_k = \phi^{|k|}$; $k = 0, 1, 2,$

SUP QUE QUEREMOS CUANTIFICAR LA DEPENDENCIA ENTRE Z_t Y Z_{t-2} MANTENIENDO FIJO Z_{t-1}, ENTONCES REQUERIMOS UNA AUTOCORRELACIÓN QUE NO DEPENDE Z_{t-1}

$\rho_{02.1}$: CORRELACION ENTRE Z_t Y Z_{t-2} DADO Z_{t-1}

$$r_{AB\,C} = \frac{r_{AB} - r_{AC}\, r_{BC}}{\sqrt{1-r^2_{AC}}\sqrt{1-r^2_{BC}}}$$

COEFICIENTE DE CORRELACIÓN PARCIAL

DE AQUÍ QUE

$$\rho_{02.1} = \frac{\rho_{02} - \rho_{01}\rho_{21}}{\sqrt{1-\rho^2_{01}}\sqrt{1-\rho^2_{12}}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1-\rho_1^2} = \frac{\phi^2 - \phi^2}{1-\phi^2} = 0$$

$$\rho_{02} = Corr(X_t, X_{t+2}) = \rho_2$$

$$\rho_{01} = Corr(X_t, X_{t+1}) = \rho_1$$

$$\rho_{12} = Corr(X_{t+1}, X_{t+2}) = \rho_1$$

DEFINAMOS LA FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN PARCIAL FACP

$$\phi_{11} = Corr(Z_t, Z_{t+1}) = \rho_1$$

$$\phi_{22} = Corr(Z_t, Z_{t+2} \mid Z_{t+1})$$

$$\phi_{33} = \text{Corr}\,(Z_t, Z_{t+3} \mid Z_{t+1}, Z_{t+2})$$

$\vdots$

$$\phi_{pp} = \text{Corr}\,(Z_t, Z_{t+p} \mid Z_{t+1}, Z_{t+2}, \ldots, Z_{t+p-1}) \; ; \; p = 0, 1, \ldots$$

LAS AUTOCORRELACIONES PARCIALES SE PUEDEN OBTENER CONSIDERANDO UN MODELO DE REGRESIÓN, DONDE LA VARIABLE Z_{t+p} SE RETRASA EN "p" VARIABLES: $Z_{t+p-1}, Z_{t+p-2}, \ \ , Z$, USANDO LAS EC DE YULES-WALKER SE OBTIENE

$$\phi_{11} = \rho_1 \quad ; \quad \phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}$$

$$\phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \quad , \ldots ,$$

$$\phi_{pp} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{p-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{p-3} & \rho_2 \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho_{p-3} & & \rho_1 & \rho_p \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{p-2} & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{p-3} & \rho_{p-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & & \rho_{p-4} & \rho_{p-3} \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho_{p-3} & & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

Nota: En los procesos AR(p) se cumple que $\phi_{ii} = 0$; $i > p$

Recuerde que en la práctica no conocemos el modelo ARIMA del cual proviene la serie de tiempo, entonces necesitamos calcular los estimadores de las autocorrelaciones parciales y una prueba de significancia para obtener información sobre los valores de las autocorrelaciones parciales teóricas

Una aproximación que sugiere Quenouille (1949) indica que un proceso AR(p) tiene autocorrelaciones parciales muestrales distribuidas de la sig forma

$$E(\hat{\phi}_{ii}) = \phi_{ii} \quad ; \quad Var(\hat{\phi}_{ii}) = \frac{1}{N-d} \qquad i > p$$

N: tamaño de la serie

d: ORDEN DEL PROCESO INTEGRADO

A PARTIR DE ESTE RESULTADO SE ESTABLECE QUE

ϕ_{ii} ES SIGNIFICATIVAMENTE DISTINTO DE CERO (A UN

NIVEL DE 0.05) SI EL VALOR CALCULADO DE $\hat{\phi}_{ii}$ SE ENCUENTRA

FUERA DEL INTERVALO

$$\pm 2\sqrt{Var(\hat{\phi}_{ii})} = \pm 2 / \sqrt{N-d} \quad ; i > p$$

EJEMPLO: CONSIDERE LA SERIE $\nabla^2 T(IPC_t)$ DONDE $T(IPC_t)$

CORRESPONDE A LA TRANSFORMACIÓN DE BOX-COX CON $\lambda = -0.999$

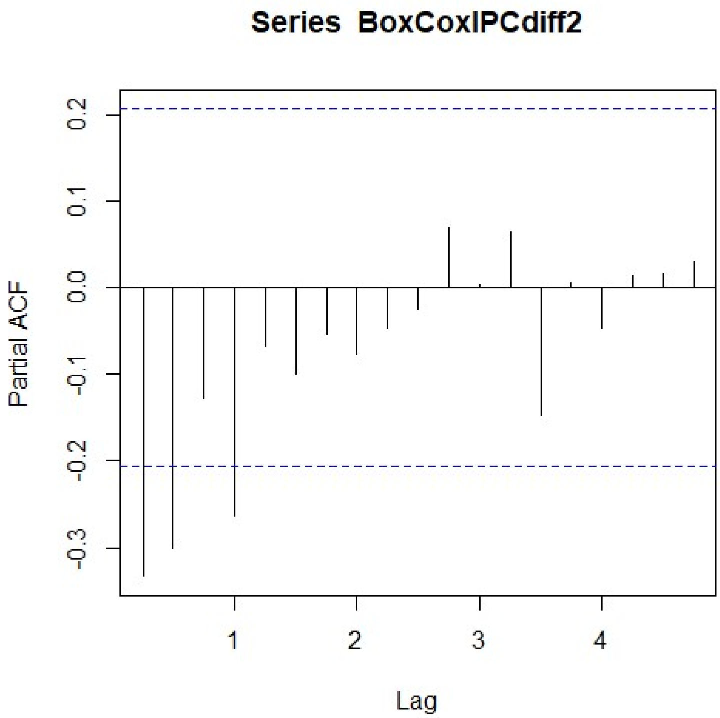
NOTE QUE ESTA SERIE ES $I(2)$, SUS AUTOCORRELACIONES SIMPLES

MUESTRALES SE PRESENTAN A CONTINUACIÓN:

$$\pm 2 / \sqrt{90} = \pm 0.21$$

Partial autocorrelations of series 'BoxCoxIPCdiff2', by lag

0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75
-0.334	-0.301	-0.128	-0.263	-0.068	-0.099	-0.053	-0.077	-0.047	-0.024	0.071
3.00	3.25	3.50	3.75	4.00	4.25	4.50	4.75			
0.004	0.064	-0.148	0.005	-0.046	0.014	0.016	0.031			


Series BoxCoxIPCdiff2
Partial ACF
0.2
0.1
0.0
-0.1
-0.2
-0.3
1
2
3
4
Lag