# Pruebas de independencia (Box-Pierce y Ljung-Box)

miércoles, 1 de octubre de 2025 08:22 a. m.

PROP (BARTLETT 1946) SI $\{a_t\}$ UN RUIDO BLANCO, ENTONCES LAS AUTOCORRELACIONES MUESTRALES $\hat{\rho}_k$, $k = 1, 2, \ldots$ CUMPLEN

1. $\hat{\rho}_k$ SON INDEPENDIENTES
2. $\hat{\rho}_k \sim N(0, 1/T)$ PARA T SUFICIENTEMENTE GRANDE

T TAMAÑO DE LA SERIE

NOTA

$$\hat{\rho}_k = \widehat{Corr}(a_t, a_{t-k})$$

$k = 1, 2, \ldots$

PRUEBA DE BOX-PIERCE

$$\hat{\rho}_k \sim N(0, 1/T)$$

$$\sqrt{T}\,\hat{\rho}_k \sim N(0, 1) \quad y \quad (\sqrt{T}\,\hat{\rho}_k)^2 \sim \chi^2_1$$

POR LO TANTO, EL ESTADÍSTICO

$$Q = T \sum_{k=1}^{m} \hat{\rho}_k^2 \sim \chi^2_m$$

ESTADÍSTICO DE BOX-PIERCE

PLANTEAMIENTO DE HIPÓTESIS

$H_0$: $\hat{a}_t \sim WN(0, \sigma^2_a)$ $\Rightarrow$ $H_0$: $\hat{\rho}_k = 0 \quad \forall k$

$H_1$: $\hat{a}_t$ NO ES RUIDO BLANCO $\quad$ $H_1$: $\exists k, \ \hat{\rho}_k \neq 0$

LJUNG-BOX MODIFICAN EL ESTADÍSTICO Q PARA MEJORAR LA APROXIMACIÓN EN MUESTRAS PEQUEÑAS

$$Q' = T(T+2) \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{T-k} \hat{\rho}_k^2 \sim \chi^2_m$$

CUANDO SE TIENE UN PROCESO ARIMA(p,d,q)

SE TIENE

$$Q = (N-d-p)\sum_{k=1}^{K} \rho_k^2(\hat{a}) \sim \chi^2_{K-p-q}$$

EN DONDE K ES GRANDE $(K > 20)$.

ADEMÁS

$$Q' = (N-d-p)(N-d-p+2)\sum_{k=1}^{K} \rho_k^2(\hat{a}) \Big/ (N-d-p-k)$$

Q ESTADÍSTICO BOX-PIERCE

Q'. ESTADÍSTICO DE LJUNG-BOX