Resumen de temas del primer parcial

lunes, 1 de septiembre de 2025 08:07 a. m.

ESTACIONARIEDAD E INVERTIBILIDAD

- MA(q) SIEMPRE SON ESTACIONARIOS

MA(q) $(1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\cdots-\theta_q B^q)Z_t=\tilde{X}_t$; $\{Z_t\}\sim WN(0,\sigma_Z^2)$

$\tilde{X}_t = X_t - \mu$

B: OPERADOR DE RETRASO : $B^k X_t = X_{t-k}$

$\theta(B): 1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\cdots-\theta_q B^q$ POLINOMIO DE RETRASO

MA(q) $\theta(B)Z_t=\tilde{X}_t$

MA(q) NO SIEMPRE SON INVERTIBLES A MENOS QUE

MA(1) ES INVERTIBLE SI $|\theta|<1$

MA(2) ES INVERTIBLE SI i) $\theta_1+\theta_2<1$

ii) $\theta_2-\theta_1<1$

iii) $|\theta_2|<1$

MA(q) ES INVERTIBLE SI EL MÓDULO DE LOS INVERSOS DE TODAS LAS RAICES DEL POLINOMIO DE RETRASO SON MENORES QUE LA UNIDAD

UN PROCESO MA(q) ES INVERTIBLE SI EXISTE $\theta^{-1}(B)$ T.Q.

$$\theta^{-1}(B)\,\theta(B)Z(t)=\theta^{-1}(B)X_t$$

$$\underbrace{Z(t)=\theta^{-1}(B)X_t}_{AR(\infty)}$$

NOTE QUE $\theta^{-1}(B)$ ES UN POLINOMIO INFINITO

FUNCIÓN DE AUTOCOVARIANZA Y AUTOCORRELACIÓN DEL PROCESO MA(q)

REGIONES ADMISIBLES DEL PROCESO MA(q)

3. Función de autocorrelación

$$\rho_k=\begin{cases}1 & k=0\\ \frac{-\theta_k+\theta_1\theta_{k+1}+\cdots+\theta_{q-k}\theta_q}{1+\theta_1^2+\theta_2^2+\cdots+\theta_q^2} & \text{si } k=1,\ldots,q\\ 0 & \text{si } k\geq q\end{cases}$$

MA(1) 2 REGIONES

4 REGIONES

3. Función de autocorrelación

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_k+\theta_1\theta_{k+1}+\cdots+\theta_{q-k}\theta_q}{1+\theta_1^2+\theta_2^2+\cdots+\theta_q^2} & \text{si } k = 1, \ldots, q \\ 0 & \text{si } k \geq q \end{cases}$$

MA(1) 2 REGIONES

MA(2) 4 REGIONES

COMPORTAMIENTO DE LA FAC TEÓRICA

EL PROCESO MA(q) TIENE q AUTOCORRELACIONES DISTINTAS DE CERO; EL SIGNO DE LAS AUTOCORRELACIONES ESTÁ DETERMINADO POR LA REGIÓN ADMISIBLE DEL PROCESO.

PROCESOS AR(p) SON INVERTIBLES PERO NO NECESARIAMENTE ESTACIONARIOS: $(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2- \ldots -\phi_p B^p)\tilde{X}_t = Z_t$; $\{Z_t\} \sim WN(0,\sigma_Z^2)$

$\tilde{X}_t = X_t - \mu$

CONDICIONES DE ESTACIONARIEDAD

AR(1): $|\phi|<1$

AR(2):

i) $|\phi_2|<1$

ii) $\phi_2-\phi_1<1$

iii) $\phi_2+\phi_1<1$

AR(p) ES ESTACIONARIO SI TODAS SUS RAÍCES INVERSAS EN MÓDULO SON MENORES QUE LA UNIDAD

UN PROCESO ES ESTACIONARIO SI

1) μ_X NO DEPENDE DE t.

2) $\gamma_X(h)$ NO DEPENDE DE t PARA CADA RETRASO h

LA FUNCIÓN DE AUTOCOVARIANZA Y DE AUTOCORRELACIÓN DEL PROCESO AR(p) SE DEDUCEN CON LAS ECUACIONES DE YULES-WALKER (LAS PRIMERAS p AUTOCORRELACIONES) Y PARA LAS p+1 RESTANTES SE USA LA EXPRESIÓN 133 DEL RESUMEN EN PDF (PÁG 8)

REGIONES ADMISIBLES DEL PROCESO AR(p)

AR(1)   2 REGIONES

AR(2)   4 REGIONES

LA FAC TEÓRICA DEL PROCESO AR(1) Y AR(2) SIEMPRE DECRECE A CERO Y LA FORMA EN QUE DECRECE DEPENDE DEL ORDEN P Y DE LA CORRESPONDIENTE REGIÓN ADMISIBLE

PROCESO DE RAÍZ UNITARIA (NO ESTACIONARIOS)

SON PROCESOS QUE TIENEN AL MENOS UNA RAÍZ UNITARIA EN SU POLINOMIO DE RETRASO