

## LIFAMI – TD : Système de particules / Mécanique du point

Objectifs : Notion de mécanique du point  
Seconde loi de Newton et intégration



### Ca va vite !

- Une voiture avance de manière rectiligne et se trouve à la borne kilométrique 1.2 km à une vitesse de 30 km/h.
  - La voiture n'accélère pas et ne freine pas, quelle distance aura-t-elle parcourue après 10s ? Ou se trouvera-t-elle ?
  - La voiture accélère : elle augmente sa vitesse de  $1\text{m.s}^{-1}$  chaque seconde. Son accélération est donc de  $1\text{m.s}^{-2}$ . Quelle sera sa vitesse au bout de 10s ? Quelle distance aura-t-elle parcouru au bout de 10s ?
- Une sprinteuse court le 100 m en 11,05s, quelle est son accélération ? On supposera qu'elle accélère de façon constante tout au long du mouvement et part à l'arrêt ?
- Si on laisse tomber une pièce d'un édifice dont la hauteur est de 365m, à quelle vitesse, en km/h, percutera-t-elle le sol ?

### Dis Papa, c'est encore loin !

Vous êtes en voiture et vous notez toutes les minutes la vitesse approximative de la voiture dans un tableau.

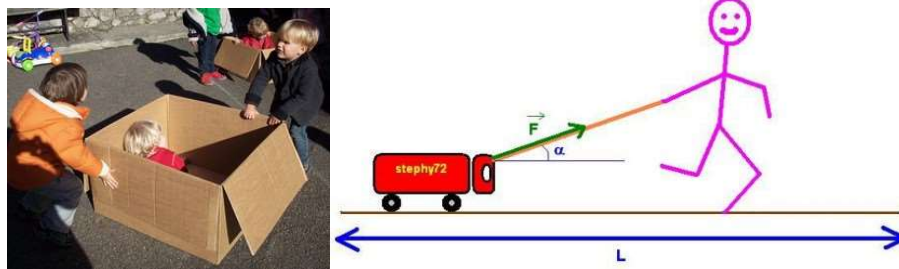
Temps en minutes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Vitesse en km/h	35	45	52	72	90	85	95	87	61	54	48	44
Distance en m ?												

- Essayez de produire le calcul qui vous mène à trouver la distance après 1 min, après 2 min, etc. On supposera que la voiture roule à la vitesse indiquée pendant toutes la minutes précédant la notation.
- Ecrivez la fonction qui calcule la distance parcourue à partir du tableau de vitesse et du temps parcouru  $t$  en minutes. Chaque case  $i$  du tableau contient la vitesse de la voiture au temps  $t = i$  minutes.

## Avec le principe fondamental de la dynamique, ça bouge !

6. Rappelez la deuxième loi de Newton.
7. Toujours en 1D, donc de manière rectiligne, avec une force constante tout au long du temps donnez les calculs qui donnent la vitesse puis la position à partir de l'accélération. Vous devez intégrer l'accélération pour obtenir la vitesse puis intégrer la vitesse pour obtenir la position.

En 2D dans un repère orthonormé (X,Y) qu'est-ce qui change ?



Jusqu'à présent (Terminale) vous avez toujours supposé que les forces étaient constantes, par exemple uniquement la gravité. Mais il y a de nombreuses situations où les forces varient en fonction du temps. Imaginez par exemple une caisse poussée par 3 personnes en même temps, ces 3 personnes ne poussent pas de manière continue. Parfois l'une se repose un peu, une autre pousse dans une direction un peu différente, etc. La trajectoire de la caisse ne peut donc pas se déduire de manière analytique en faisant l'intégrale analytiquement. Il faut faire une intégration discrète, c'est-à-dire en découpant le calcul par petits intervalles de temps. On dira aussi pas de temps.

Nous allons noter  $p_t$  la position au temps  $t$ ,  $v_t$  la vitesse au temps  $t$  et  $a_t$  l'accélération au temps  $t$ . L'accélération est la variation de la vitesse. Soit  $dt$  un intervalle de temps, petit, par exemple  $10^{-3}$  seconde (0.001 seconde). L'accélération est la variation de la vitesse :

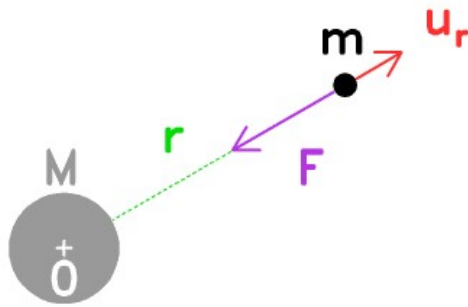
$$\frac{dv_t}{dt} = \frac{v_t - v_{t-dt}}{dt} = a_t$$

Nous pouvons faire de même pour la vitesse qui est la variation de position :

$$\frac{p_t - p_{t-dt}}{dt} = v_t$$

8. Calculez la nouvelle position en fonction de la vitesse et de la position au pas de temps précédent.
9. Calculez la mise à jour de la vitesse en fonction de la vitesse au pas de temps précédent et de l'accélération.
10. A partir de ces deux expressions et du principe fondamental de la dynamique, calculez la position d'une particule en fonction des forces subits au temps  $t$ .

Et si on codait ça ?



La position d'une particule se trouvant au point  $P$  peut s'écrire comme étant le vecteur  $OP$ , un vecteur à 2 dimensions dans le cas du plan que nous allons traiter ici. La vitesse de la particule est également un vecteur.

11. Ecrivez en C++ la structure *Vec2* qui stocke un vecteur à 2 dimensions. Vous pouvez reprendre la structure *Complex* et la renommer. Prenez également les opérateurs  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ .
12. Ecrivez en C++ la structure *Particle* qui stocke les informations nécessaires à une simulation par le second principe de la dynamique (2<sup>e</sup> loi de Newton). Une particule est représentée par une position, une vitesse, une force et une masse. Si la particule subit plusieurs forces, les vecteurs forces sont sommés.
13. Ecrivez les procédures mettant à jour la vitesse et la position d'une particule.
14. Définissez la constante *MAX\_PART*, ainsi que la structure *World* qui contient un ensemble de particules. La structure *World* contiendra un tableau de *MAX\_PART* particules, ainsi que le nombre de particules réellement simulées dans le tableau.
15. Ecrivez le programme principal simulant et affichant les particules de *World*.

Remarque : il faut prévoir des forces, sinon les particules resteront immobiles.