Jundi Shapur

University of Technology-Dezful

فتوگرامتری تحلیلی

فصل پنجم: تقاطع فضایی

Nurollah Tatar

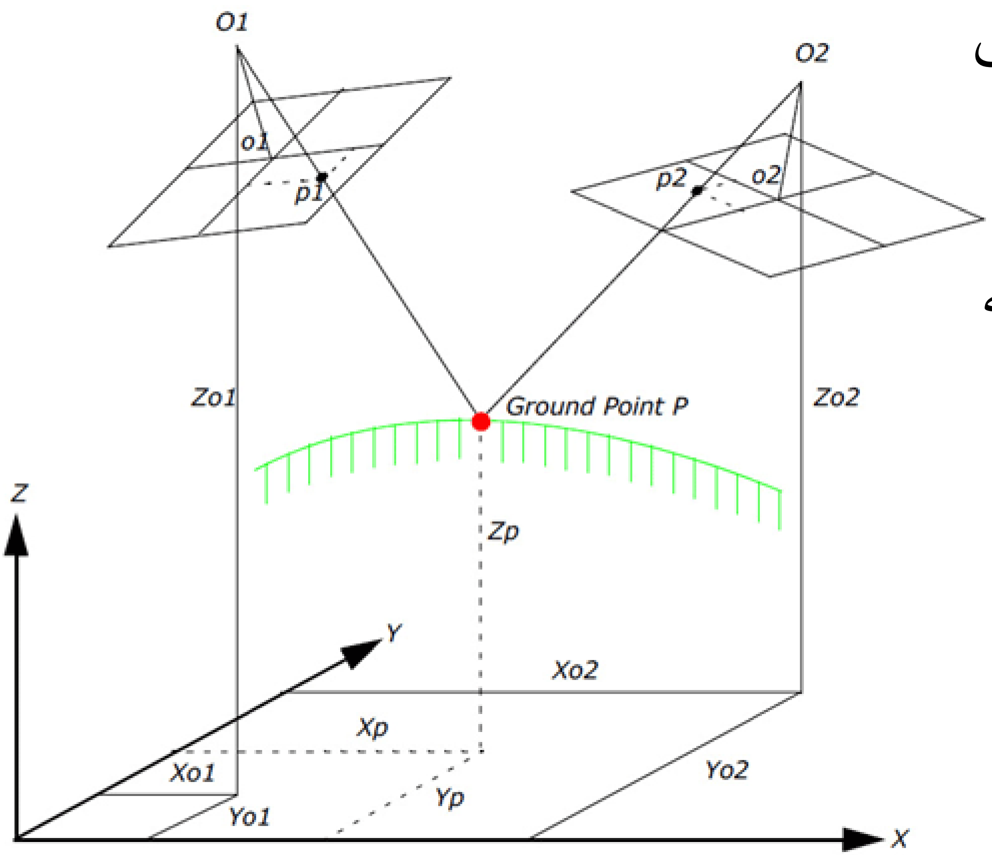
Applications of Photogrammetry

2022

فهرست مطالب

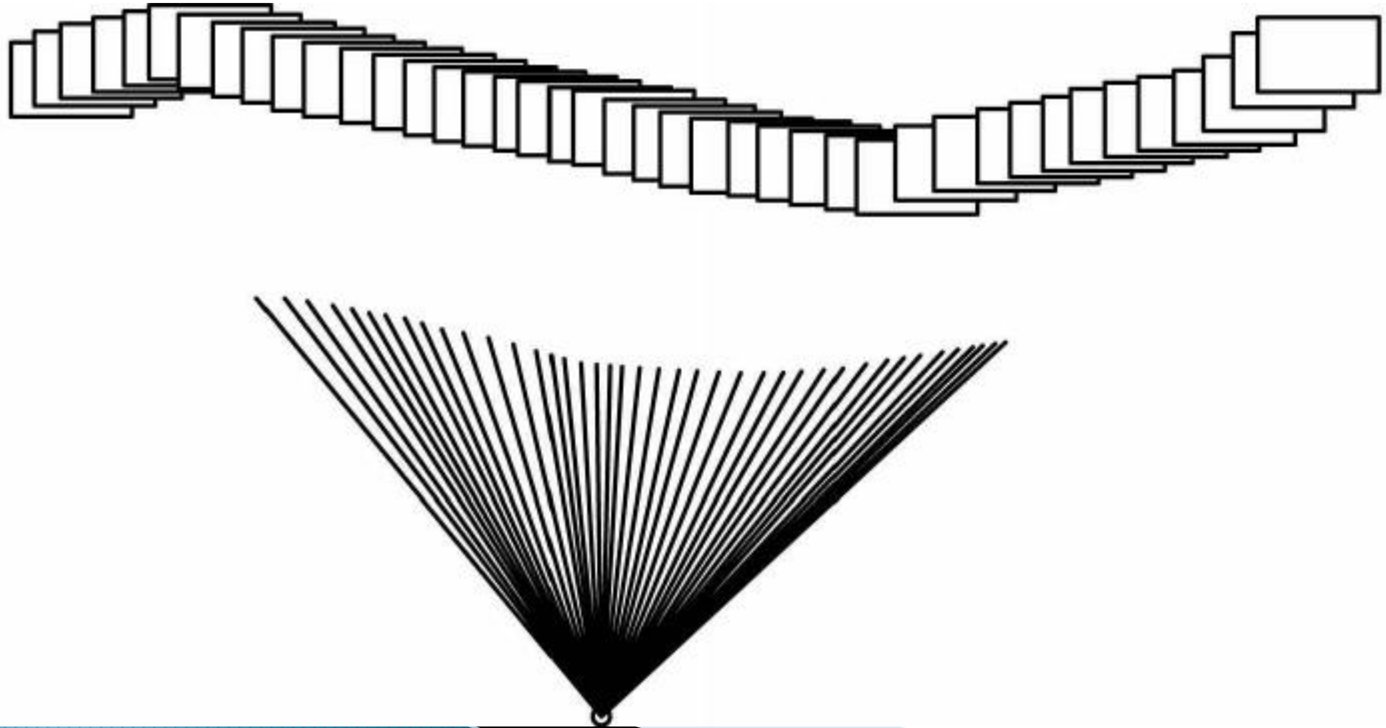
مقدمه

- منظور از تقاطع فضایی محاسبه مختصات زمینی نقاطی است که این نقاط در دو عکس که دارای بازعکسی هستند، دیده شوند.



مقدمه

- چنانچه هدف محاسبه مختصات زمینی ای باشد که در چند عکس (بیش از دو عکس دارای باز عکسی) دیده شود به آن تقاطع چندعکسی گفته می‌شود.



مقدمه

- در تقاطع افزایش تعداد عکس‌ها به منزله‌ی افزایش تعداد مشاهدات است که دارای مزیت های زیر است:

1. افزایش دقت مجهولات (مختصات نقطه زمینی)
2. افزایش قابلیت شناسایی اشتباهات فاحش و به کارگیری قیود سازگاری (علی الخصوص زمانی که نقاط متناظر عکسی به صورت اتوماتیک شناسایی شده اند).

- نکته: در تقاطع مختصات عکسی نقاط اندازه‌گیری می‌شوند و مختصات زمینی متناظر با آنها محاسبه می‌شود.

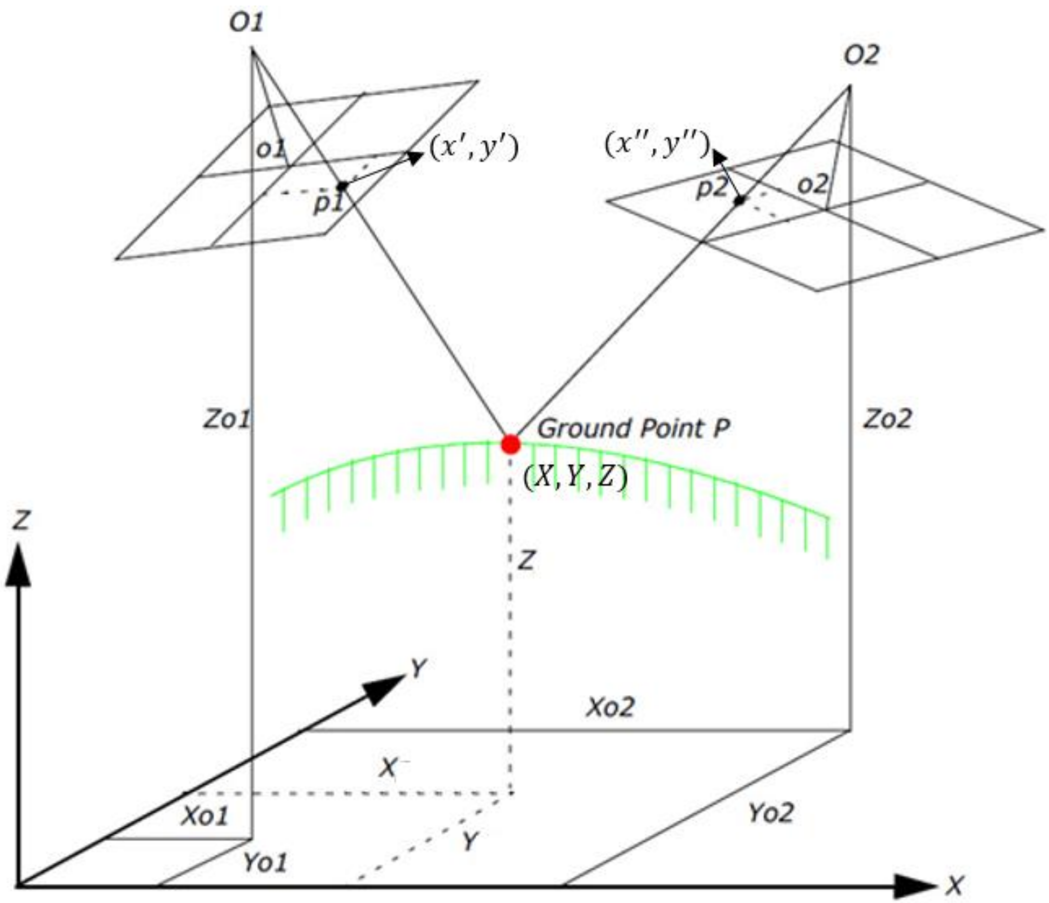
تقاطع فضایی با معادلات DLT

- همانطور که در فصل پیش توضیح داده شد، یکی از تبدیلات سه‌بعدی به دو بعدی، تبدیل DLT است؛ که معادلات آن به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{cases} x_a = \dfrac{L_1X_A + L_2Y_A + L_3Z_A + L_4}{L_9X_A + L_{10}Y_A + L_{11}Z_A + 1} \\ y_a = \dfrac{L_5X_A + L_6Y_A + L_7Z_A + L_8}{L_9X_A + L_{10}Y_A + L_{11}Z_A + 1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_a = L_1X_A + L_2Y_A + L_3Z_A + L_4 - (L_9X_A + L_{10}Y_A + L_{11}Z_A)x_a \\ y_a = L_5X_A + L_6Y_A + L_7Z_A + L_8 - (L_9X + L_{10}Y_A + L_{11}Z_A)y_a \end{cases}$$

- که در آن (x_a,y_a) مختصات عکسی و (X_A,Y_A,Z_A) مختصات زمینی نقاط هستند.

تقاطع فضایی با معادلات DLT



- تجسم کنید یک نقطه زمینی با مختصات (X, Y, Z) در عکس اول و دوم به ترتیب دارای مختصات عکسی (x',y') و (x'',y'') است.

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- برای درک بهتر تقاطع فضایی با معادلات DLT ابتدا فرض کنید، یک نقطه زمینی با مختصات (X_A,Y_A,Z_A) در عکس چپ و راست به ترتیب دارای مختصات عکسی (x'_a,y'_a) و (x''_a,y''_a) باشد. لذا دستگاه معادلات این مشاهدات برابرند با:

$$\begin{cases} x'_a = L'_1X_A + L'_2Y_A + L'_3Z_A + L'_4 - (L'_9X_A + L'_{10}Y_A + L'_{11}Z_A)x'_a \\ y'_a = L'_5X_A + L'_6Y_A + L'_7Z_A + L'_8 - (L'_9X_A + L'_{10}Y_A + L'_{11}Z_A)y'_a \\ x''_a = L''_1X_A + L''_2Y_A + L''_3Z_A + L''_4 - (L''_9X_A + L''_{10}Y_A + L''_{11}Z_A)x''_a \\ y''_a = L''_5X_A + L''_6Y_A + L''_7Z_A + L''_8 - (L''_9X_A + L''_{10}Y_A + L''_{11}Z_A)y''_a \end{cases}$$

- که در آن L'_i و L''_i به ترتیب پارامترهای DLT عکس چپ و راست اند.

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- چنانچه بخواهیم دستگاه معادلات اسلاید قبل را براساس مجهولات تقاطع فضایی یعنی مختصات (X_A,Y_A,Z_A) بنویسیم؛ فرم ماتریسی دستگاه معادلات تقاطع فضایی به صورت زیر خواهد بود:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x'_a - L'_4 \\ y'_a - L'_8 \\ x''_a - L''_4 \\ y''_a - L''_8 \end{bmatrix}_{4\times1}}_{L} = \underbrace{\begin{bmatrix} L'_1 - L'_9 x'_a & L'_2 - L'_{10} x'_a & L'_3 - L'_{11} x'_a \\ L'_5 - L'_9 y'_a & L'_6 - L'_{10} y'_a & L'_7 - L'_{11} y'_a \\ L''_1 - L''_9 x''_a & L''_2 - L''_{10} x''_a & L''_3 - L''_{11} x''_a \\ L''_5 - L''_9 y''_a & L''_6 - L''_{10} y''_a & L''_7 - L''_{11} y''_a \end{bmatrix}_{4\times3}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}_{3\times1}}_{X}$$

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

- دستگاه معادله فوق به ازای هر مشاهده عکسی دو معادله و سه مجهول دارد. باتوجه به مشاهدات عکسی چپ و راست در اینجا ۴ معادله و ۳ مجهول داریم.

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- مثال ۱:
- فرض کنید یک زوج عکس هوایی با پارامترهای توجیه خارجی و داخلی زیر اخذ شده است.

پارامترهای توجیه داخلی (میلیمتر)		
xo	y0	f
0.008	-0.012	152.14

پارامترهای توجیه خارجی (موقعیت و وضعیت) عکس اول					
ω (deg)	Φ (deg)	K (deg)	X0 (m)	Y0 (m)	Z0 (m)
2	3	6.1	1114	862	1600

پارامترهای توجیه خارجی (موقعیت و وضعیت) عکس دوم					
ω (deg)	Φ (deg)	K (deg)	X0 (m)	Y0 (m)	Z0 (m)
3.5	2	4.7	1966	904	1590

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- مثال ۱:
- ابتدا پارامترهای توجیه داخلی و خارجی را به پارامترهای DLT تبدیل کنید و سپس با معادلات DLT مختصات زمینی نقطه ای که در هر دو عکس دیده شده است، را محاسبه کنید؟ مختصات عکسی این نقاط در عکس اول و دوم به صورت زیر است.

مختصات نقاط متناظر در روج عکس هوایی (برحسب میلیمتر)				
مختصات در عکس دوم		مختصات در عکس اول		شماره نقطه
y''_a	x''_a	y'_a	x'_a	
50.25667	-65.8298	51.43756	29.5181	1

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- حل مثال ۱:
- ابتدا ضرایب DLT برای عکس اول و دوم محاسبه می‌شود:
- (برای اطلاع بیشتر به صفحه ۱۴۶ فصل ۴ مراجعه کنید)

$$x_{first\_image} = P_1 X \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} L1 & L2 & L3 & L4 \\ L5 & L6 & L7 & L8 \\ L9 & L10 & L11 & 1 \end{bmatrix}_{3\times 4}}_{P_1} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.0930 & 0.0101 & -0.0045 & -105.0332 \\ -0.0099 & 0.0930 & 0.0038 & -75.1536 \\ -0.000032205 & 0.000021446 & -0.00061413 & 1 \end{bmatrix}_{3\times 4}}_{Camera\_Matrix}$$

$$x_{second\_image} = P_2 X \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} L1 & L2 & L3 & L4 \\ L5 & L6 & L7 & L8 \\ L9 & L10 & L11 & 1 \end{bmatrix}_{3\times 4}}_{P_2} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.0947 & 0.0080 & -0.0028 & -188.9681 \\ -0.0078 & 0.0946 & 0.0061 & -79.8529 \\ -0.000021819 & 0.000038143 & -0.00062364 & 1 \end{bmatrix}_{3\times 4}}_{Camera\_Matrix}$$

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- ادامه حل مثال ۱:
- سپس ماتریس‌های A و L برای سرشکنی به روش کمترین مربعات ایجاد می‌شود:

$$A=\begin{bmatrix} L_1'-L_9'x_a' & L_2'-L_{10}'x_a' & L_3'-L_{11}'x_a' \\ L_5'-L_9'y_a' & L_6'-L_{10}'y_a' & L_7'-L_{11}'y_a' \\ L_1''-L_9''x_a'' & L_2''-L_{10}''x_a'' & L_3''-L_{11}''x_a'' \\ L_5''-L_9''y_a'' & L_6''-L_{10}''y_a'' & L_7''-L_{11}''y_a'' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.0939 & 0.0095 & 0.0136 \\ -0.0083 & 0.0919 & 0.0354 \\ 0.0933 & 0.0105 & -0.0439 \\ -0.0067 & 0.0927 & 0.0374 \end{bmatrix}$$

$$L=\begin{bmatrix} x_a'-L_4' \\ y_a'-L_8' \\ x_a''-L_4'' \\ y_a''-L_8'' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 134.5513 \\ 126.5911 \\ 123.1383 \\ 130.1096 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- ادامه حل مثال ۱:
- سپس به روش کمترین مربعات مجهولات برآورد می‌شوند.

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

$$X = \left(\underbrace{\begin{bmatrix} 0.0939 & -0.0083 & 0.0933 & -0.0067 \\ 0.0095 & 0.0919 & 0.0105 & 0.0927 \\ 0.0136 & 0.0354 & -0.0439 & 0.0374 \end{bmatrix}}_{A^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0.0939 & 0.0095 & 0.0136 \\ -0.0083 & 0.0919 & 0.0354 \\ 0.0933 & 0.0105 & -0.0439 \\ -0.0067 & 0.0927 & 0.0374 \end{bmatrix}}_{A} \right)^{-1} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0.0939 & -0.0083 & 0.0933 & -0.0067 \\ 0.0095 & 0.0919 & 0.0105 & 0.0927 \\ 0.0136 & 0.0354 & -0.0439 & 0.0374 \end{bmatrix}}_{A^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 134.5513 \\ 126.5911 \\ 123.1383 \\ 130.1096 \end{bmatrix}}_{L}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1260 \\ 1410 \\ 210 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- چند نکته در مورد تقاطع با معادلات DLT
- برای حل این دستگاه معادلات نیازی به مقدار اولیه نیست. زیرا با یک دستگاه معادلات خطی روبرو هستیم که به صورت مستقیم می‌توان مجهولات را برآورد نمود.
- از نقطه نظر سرشکنی حل دستگاه معادلات تقاطع فضایی با روش پارامتریک کمترین مربعات صحیح نیست! زیرا مشاهدات تنها باید در یک طرف دستگاه معادلات باشند.
- در حالت فتوگرامتری هوایی کلاسیک که پوشش طولی ۶۰ درصد است، استفاده از این روش مشکلی ایجاد نمی کند.

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- چند نکته در مورد تقاطع با معادلات DLT
- تحقیقات نشان داده برای استفاده از این تبدیل، بهتر است نرمالیزاسیون مختصات انجام گیرد و ضرایب DLT در حالت نرمالیزه به کاربرده شوند و در نهایت نیز مجهولات دی-نرمالیزه شوند.
- در حالتی که هندسی تصاویر نسبت به هم از نقطه نظر فتوگرامتری دارای دقت پایینی است و یا دقت پارامترهای توجیه داخلی و خارجی پایین است، توصیه می‌شود از این روش استفاده نشود.
- از نظر هزینه محاسباتی سرعت این روش از همه روشها بسیار بالاتر است.

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- چند نکته در مورد تقاطع با معادلات DLT
- اگر در مجموعه داده‌ای تعداد نقاط زمینی زیاد بودند، اگرچه امکان برآورد مختصات همه نقاط به صورت یکجا وجود دارد؛ اما توصیه می‌شود دستگاه معادلات برای همه نقاط به صورت یکجا حل نشود. تک تک حل شود بهتر است.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} [\ \ ]_{4\times1} \\ \vdots \\ [\ \ ]_{4\times1} \end{bmatrix}_{2m\times1}}_{L} = \underbrace{\begin{bmatrix} [\ \ ]_{4\times3} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & [\ \ ]_{4\times3} \end{bmatrix}_{2m\times3n}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_1 \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_n \end{bmatrix}_{3n\times1}}_{X}$$

تقاطع با معادلات DLT

- در حالتی که یک نقطه در چندین عکس اندازه گیری شده و ضرایب DLT تمام عکس‌ها معلوم باشد؛ فرم ماتریسی دستگاه معادلات تقاطع به صورت زیر خواهد بود:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x'-L_4' \\ y'-L_8' \\ x''-L_4'' \\ y''-L_8'' \\ \vdots \\ x^n-L_4^n \\ y^n-L_8^n \end{bmatrix}_{2n\times1}}_{L} = \underbrace{\begin{bmatrix} L_1'-L_9'x' & L_2'-L_{10}'x' & L_3'-L_{11}'x' \\ L_5'-L_9'y' & L_6'-L_{10}'y' & L_7'-L_{11}'y' \\ L_1''-L_9''x'' & L_2''-L_{10}''x'' & L_3''-L_{11}''x'' \\ L_5''-L_9''y'' & L_6''-L_{10}''y'' & L_7''-L_{11}''y'' \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ L_1^n-L_9^nx^n & L_2^n-L_{10}^nx^n & L_3^n-L_{11}^nx^n \\ L_5^n-L_9^ny^n & L_6^n-L_{10}^ny^n & L_7^n-L_{11}^ny^n \end{bmatrix}_{2n\times3}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{3\times1}}_{X} \Rightarrow X=(A^TA)^{-1}A^TL$$

- که در آن L_i' و L_i'' و ... تا L_i^n به ترتیب پارامترهای DLT عکس اول و دوم و ... تا n ام هستند.

تمرین شماره ۵ – قسمت اول

- در محیط متلب برنامه ای بنویسید که با توجه به اطلاعات ارائه شده در مثال ۱ (منظور پارامترهای توجیه داخلی و خارجی زوج عکس استریو)، مختصات زمینی یکی از نقاط اسلاید بعد به روش تقاطع با معادلات DLT محاسبه شود. نتیجه این تمرین را تا هفته آینده به آدرس noorollah.tatar@gmail.com با موضوع "تمرین شماره ۵ – قسمت اول درس فتوگرامتری تحلیلی" ایمیل کنید.
- راهنمایی: مشابه مثال ۱ عمل شود.

تمرین شماره ۵ – قسمت اول

- مختصات نقاط متناظر

مختصات نقاط متناظر در روج عکس هوایی (برحسب میلیمتر)				
شماره نقطه	مختصات در عکس اول		مختصات در عکس دوم	
	x'_a	y'_a	x''_a	y''_a
2	38.0049	4.7325	-51.4547	4.70956
3	39.23207	15.0054	-50.7704	14.820
4	39.37056	10.24368	-52.43026	10.21951
5	17.6608	6.0925	-72.8088	5.6371
6	23.286	4.8976	-70.42759	4.69251
7	27.2231	35.5816	-70.8815	34.9109
8	34.808	16.1228	-57.3662	15.8926

تقاطع فضایی با معادلات شرط هم خطی

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- یکی از روش‌هایی که برای تقاطع فضایی به کار می‌رود، استفاده از معادلات شرط هم خطی است. این روش مرسوم‌ترین روش در منابع فتوگرامتری است.
- همانطور که به خاطر دارید معادلات شرط هم خطی به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{cases} x_a - x_o = -f \dfrac{[m_{11}(X_A - X_0) + m_{12}(Y_A - Y_0) + m_{13}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \\ y_a - y_o = -f \dfrac{[m_{21}(X_A - X_0) + m_{22}(Y_A - Y_0) + m_{23}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \end{cases}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- همانطور که پیشتر نیز گفته شد، فرض اولیه در تقاطع فضایی این است که پارامترهای توجیه داخلی و خارجی پیشتر محاسبه شده باشند. لذا چنانچه برای نقاط چک (یا کنترل که مختصات زمینی و عکسی شان معلوم است) خطای تقاطع بیش از حد مجاز داشته باشیم، این خطا ناشی از دقت پایین (یا خطای) پارامترهای توجیه داخلی یا پارامترهای کالیبراسیون یا پارامترهای توجیه خارجی است. البته در صورتی که مشاهدات عکسی و زمینی عاری از خطای فاحش و سیستماتیک باشند.
- معمولا پارامترهای فوق طی پردازش هایی، قبل از تقاطع برآورد می‌شوند.

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- در تقاطع فضایی با معادلات شرط هم خطی، با معادلاتی غیرخطی سر و کار داریم که بایستی خطی شوند.
- برای خط سازی از بسط سری تیلور استفاده می‌شود. پیش از خطی سازی معادلات شرط هم خطی، معادلات مربوط به مولفه‌های x و y به صورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\begin{cases} F = x_a = x_o - f\dfrac{[m_{11}(X_A - X_0) + m_{12}(Y_A - Y_0) + m_{13}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \\ G = y_a = y_o - f\dfrac{[m_{21}(X_A - X_0) + m_{22}(Y_A - Y_0) + m_{23}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \end{cases}$$

$$y=\frac{u}{v}\Rightarrow y'=\frac{u'v-v'u}{v^2}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- خط سازی با بسط سری تیلور:

$$\frac{\partial F}{\partial X_A}=-f\,\frac{m_{11}\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]-m_{31}\left[m_{11}(X_A-X_0)+m_{12}(Y_A-Y_0)+m_{13}(Z_A-Z_0)\right]}{\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_A}=\frac{-m_{31}\left[x_a-x_0\right]-f\times m_{11}}{\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Y_A}=-f\,\frac{m_{12}\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]-m_{32}\left[m_{11}(X_A-X_0)+m_{12}(Y_A-Y_0)+m_{13}(Z_A-Z_0)\right]}{\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Y_A}=\frac{-m_{32}\left[x_a-x_0\right]-f\times m_{12}}{\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Z_A}=-f\,\frac{m_{13}\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]-m_{33}\left[m_{11}(X_A-X_0)+m_{12}(Y_A-Y_0)+m_{13}(Z_A-Z_0)\right]}{\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Z_A}=\frac{-m_{33}\left[x_a-x_0\right]-f\times m_{13}}{\left[m_{31}(X-X_0)+m_{32}(Y-Y_0)+m_{33}(Z-Z_0)\right]}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- خط سازی با بسط سری تیلور:

$$\frac{\partial G}{\partial X_A}=-f\,\frac{m_{21}\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]-m_{31}\left[m_{21}(X_A-X_0)+m_{22}(Y_A-Y_0)+m_{23}(Z_A-Z_0)\right]}{\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]^2}$$

$$\frac{\partial G}{\partial X_A}=\frac{-m_{31}\left[y_a-y_0\right]-f\times m_{21}}{\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]}$$

$$\frac{\partial G}{\partial Y_A}=-f\,\frac{m_{22}\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]-m_{32}\left[m_{21}(X_A-X_0)+m_{22}(Y_A-Y_0)+m_{23}(Z_A-Z_0)\right]}{\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]^2}$$

$$\frac{\partial G}{\partial Y_A}=\frac{-m_{32}\left[y_a-y_0\right]-f\times m_{22}}{\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]}$$

$$\frac{\partial G}{\partial Z_A}=-f\,\frac{m_{23}\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]-m_{33}\left[m_{21}(X_A-X_0)+m_{22}(Y_A-Y_0)+m_{23}(Z_A-Z_0)\right]}{\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]^2}$$

$$\frac{\partial G}{\partial Z_A}=\frac{-m_{33}\left[y_a-y_0\right]-f\times m_{23}}{\left[m_{31}(X_A-X_0)+m_{32}(Y_A-Y_0)+m_{33}(Z_A-Z_0)\right]}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- باتوجه به مشتقات اسلایدهای قبل، دستگاه معادلات خطی سازی شده برای تقاطع فضایی یک نقطه متناظر، به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{cases} x'_a \simeq F_1(X0) + \dfrac{\partial F_1}{\partial X_A}(X_A - X_{A0}) + \dfrac{\partial F_1}{\partial Y_A}(Y_A - Y_{A0}) + \dfrac{\partial F_1}{\partial Z_A}(Z_A - Z_{A0}) \\ y'_a \simeq G_1(X0) + \dfrac{\partial G_1}{\partial X_A}(X_A - X_{A0}) + \dfrac{\partial G_1}{\partial Y_A}(Y_A - Y_{A0}) + \dfrac{\partial G_1}{\partial Z_A}(Z_A - Z_{A0}) \\ x''_a \simeq F_2(X0) + \dfrac{\partial F_2}{\partial X_A}(X_A - X_{A0}) + \dfrac{\partial F_2}{\partial Y_A}(Y_A - Y_{A0}) + \dfrac{\partial F_2}{\partial Z_A}(Z_A - Z_{A0}) \\ y''_a \simeq G_2(X0) + \dfrac{\partial G_2}{\partial X_A}(X_A - X_{A0}) + \dfrac{\partial G_2}{\partial Y_A}(Y_A - Y_{A0}) + \dfrac{\partial G_2}{\partial Z_A}(Z_A - Z_{A0}) \end{cases}$$

- که در آن (X_{A0}, Y_{A0}, Z_{A0}) مقدار اولیه مختصات زمینی و F1, F2, G1, G2 معادلات مربوط به نقطه متناظر در عکس چپ و راست اند.

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- باتوجه به مشتقات اسلایدهای قبل، دستگاه معادلات خطی سازی شده برای تقاطع فضایی یک نقطه متناظر، به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{cases}
x_a^{'} \simeq F_1(X0)+\frac{\partial F_1}{\partial X_A}X_A+\frac{\partial F_1}{\partial Y_A}Y_A+\frac{\partial F_1}{\partial Z_A}Z_A-\frac{\partial F_1}{\partial X_A}X_{A0}-\frac{\partial F_1}{\partial Y_A}Y_{A0}-\frac{\partial F_1}{\partial Z_A}Z_{A0} \\
y_a^{'} \simeq G_1(X0)+\frac{\partial G_1}{\partial X_A}X_A+\frac{\partial G_1}{\partial Y_A}Y_A+\frac{\partial G_1}{\partial Z_A}Z_A-\frac{\partial G_1}{\partial X_A}X_{A0}-\frac{\partial G_1}{\partial Y_A}Y_{A0}-\frac{\partial G_1}{\partial Z_A}Z_{A0} \\
x_a^{''} \simeq F_2(X0)+\frac{\partial F_2}{\partial X_A}X_A+\frac{\partial F_2}{\partial Y_A}Y_A+\frac{\partial F_2}{\partial Z_A}Z_A-\frac{\partial F_2}{\partial X_A}X_{A0}-\frac{\partial F_2}{\partial Y_A}Y_{A0}-\frac{\partial F_2}{\partial Z_A}Z_{A0} \\
y_a^{''} \simeq G_2(X0)+\frac{\partial G_2}{\partial X_A}X_A+\frac{\partial G_2}{\partial Y_A}Y_A+\frac{\partial G_2}{\partial Z_A}Z_A-\frac{\partial G_2}{\partial X_A}X_{A0}-\frac{\partial G_2}{\partial Y_A}Y_{A0}-\frac{\partial G_2}{\partial Z_A}Z_{A0}
\end{cases}$$

- که در آن (X_{A0},Y_{A0},Z_{A0}) مقدار اولیه مختصات زمینی و F1, F2, G1, G2 معادلات مربوط به نقطه متناظر در عکس چپ و راست اند.

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- باتوجه به مشتقات اسلایدهای قبل، دستگاه معادلات خطی سازی شده برای تقاطع فضایی یک نقطه متناظر، به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$
\begin{cases}
x_a^{'} - F_1(X0) + \dfrac{\partial F_1}{\partial X_A} X_{A0} + \dfrac{\partial F_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \dfrac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \simeq \dfrac{\partial F_1}{\partial X_A} X_A + \dfrac{\partial F_1}{\partial Y_A} Y_A + \dfrac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_A \\
y_a^{'} - G_1(X0) + \dfrac{\partial G_1}{\partial X_A} X_{A0} + \dfrac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \dfrac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \simeq \dfrac{\partial G_1}{\partial X_A} X_A + \dfrac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_A + \dfrac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_A \\
x_a^{''} - F_2(X0) + \dfrac{\partial F_2}{\partial X_A} X_{A0} + \dfrac{\partial F_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \dfrac{\partial F_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \simeq \dfrac{\partial F_2}{\partial X_A} X_A + \dfrac{\partial F_2}{\partial Y_A} Y_A + \dfrac{\partial F_2}{\partial Z_A} Z_A \\
y_a^{''} - G_2(X0) + \dfrac{\partial G_2}{\partial X_A} X_{A0} + \dfrac{\partial G_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \dfrac{\partial G_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \simeq \dfrac{\partial G_2}{\partial X_A} X_A + \dfrac{\partial G_2}{\partial Y_A} Y_A + \dfrac{\partial G_2}{\partial Z_A} Z_A
\end{cases}
$$

- که در آن (X_{A0}, Y_{A0}, Z_{A0}) مقدار اولیه مختصات زمینی و F1, F2, G1, G2 معادلات مربوط به نقطه متناظر در عکس چپ و راست اند.

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- همچنین فرم ماتریسی دستگاه معادلات فوق به صورت زیر خواهد بود:

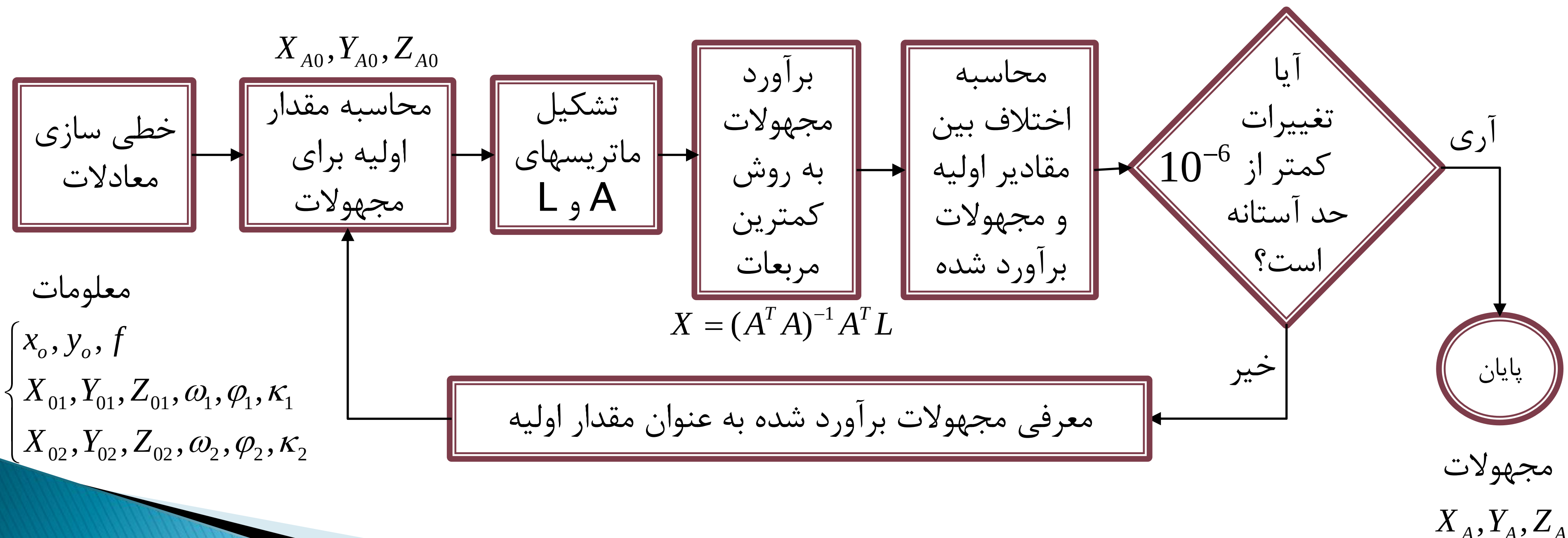
$$\underbrace{\begin{bmatrix} x'_a - F_1(X0) + \frac{\partial F_1}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ y'_a - G_1(X0) + \frac{\partial G_1}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ x''_a - F_2(X0) + \frac{\partial F_2}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ y''_a - G_2(X0) + \frac{\partial G_2}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \end{bmatrix}_{4\times1}}_{L} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_A} & \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} & \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial G_1}{\partial X_A} & \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} & \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_A} & \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} & \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial G_2}{\partial X_A} & \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} & \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} \end{bmatrix}_{4\times3}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}_{3\times1}}_{X}$$

- مجهولات دستگاه معادله فوق طی یک فرآیند تکراری به روش کمترین مربعات برآورد می‌شوند.

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- همانطور که پیشتر در سرشکنی گفته شد برای حل دستگاه معادلات خطی شده، پس از تشکیل ماتریس‌های دستگاه معادلات، مجهولات طی یک فرآیند تکراری برآورد می شوند:



تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- برای تعیین مقادیر اولیه تقاطع فضایی به صورت زیر عمل می‌شود:

1. ابتدا با معادله پارالاکس مولفه Z از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Z_{A0} = \frac{Z_{01} + Z_{02}}{2} - \frac{B}{Px_a} f$$

$$B = \sqrt{(X_{01} - X_{02})^2 + (Y_{01} - Y_{02})^2}$$

$$Px_a = x_a^{'} - x_a^{''}$$

2. برای مولفه های X و Y از معکوس شرط هم خطی استفاده می‌شود:

$$\begin{pmatrix} X_A - X_0 \\ Y_A - Y_0 \\ Z_A - Z_0 \end{pmatrix} = \lambda R \begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -f \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_{A0} = X_0 + (Z_{A0} - Z_0) \dfrac{[r_{11}(x_a - x_o) + r_{12}(y_a - y_o) + r_{13}(-f)]}{[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)]} \\ Y_{A0} = Y_0 + (Z_{A0} - Z_0) \dfrac{[r_{21}(x_a - x_o) + r_{22}(y_a - y_o) + r_{23}(-f)]}{[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)]} \end{cases}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- مثال ۲:
- فرض کنید یک زوج عکس هوایی با پارامترهای توجیه خارجی و داخلی زیر اخذ شده است.

پارامترهای توجیه داخلی (میلیمتر)		
xo	y0	f
0.008	-0.012	152.14

پارامترهای توجیه خارجی (موقعیت و وضعیت) عکس اول					
ω (deg)	Φ (deg)	K (deg)	X0 (m)	Y0 (m)	Z0 (m)
2	3	6.1	1114	862	1600

پارامترهای توجیه خارجی (موقعیت و وضعیت) عکس دوم					
ω (deg)	Φ (deg)	K (deg)	X0 (m)	Y0 (m)	Z0 (m)
3.5	2	4.7	2033	904	1590

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- مثال ۲:
- مختصات عکسی این نقاط در عکس اول و دوم به صورت زیر است.

مختصات نقاط متناظر در روج عکس هوایی (برحسب میلیمتر)				
شماره نقطه	مختصات در عکس اول		مختصات در عکس دوم	
	x'_a	y'_a	x''_a	y''_a
1	29.5181	51.43756	-65.8298	50.25667

- با استفاده از معادلات شرط هم خطی، مختصات زمینی نقطه ی فوق را محاسبه کنید؟

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- حل مثال ۲:
- ابتدا ماتریس‌های دوران محاسبه می‌شوند:
- ماتریس دوران عکس اول

$$\begin{pmatrix} \omega_1 = 2^o \\ \varphi_1 = 3^o \\ \kappa_1 = 6.1^o \end{pmatrix} \Rightarrow M_1 = \begin{pmatrix} 0.9930 & 0.1080 & -0.0483 \\ -0.1061 & 0.9935 & 0.0403 \\ 0.0523 & -0.0349 & 0.9980 \end{pmatrix}$$

- ماتریس دوران عکس دوم

$$\begin{pmatrix} \omega_2 = 3.5^o \\ \varphi_2 = 2^o \\ \kappa_2 = 4.7^o \end{pmatrix} \Rightarrow M_2 = \begin{pmatrix} 0.9960 & 0.0839 & -0.0297 \\ -0.0819 & 0.9946 & 0.0637 \\ 0.0349 & -0.0610 & 0.9975 \end{pmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- در مرحله بعد مقدار اولیه مجهولات محاسبه می‌شوند:
- مقدار اولیه مولفه Z0 برابر است با:

$$Px_a = x_a^{'} - x_a^{''} = 95.3479mm$$

$$B = \sqrt{\left(X_{01} - X_{02}\right)^2 + \left(Y_{01} - Y_{02}\right)^2} = \sqrt{(1114 - 1966)^2 + (862 - 904)^2} = 853.0346m$$

$$Z_{A0} = \frac{Z_{01} + Z_{02}}{2} - \frac{B}{Px_a} f = \frac{1600 + 1590}{2} - \frac{853.035 \times 152.14}{95.3479} \Rightarrow Z_{A0} = 233.872m$$

- برای محاسبه مقدار اولیه مولفه‌های X0 و Y0 ابتدا معکوس ماتریس دوران محاسبه می‌شود:

$$R = M_1^T = \begin{pmatrix} 0.9930 & -0.1061 & 0.0523 \\ 0.1080 & 0.9935 & -0.0349 \\ -0.0483 & 0.0403 & 0.9980 \end{pmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- سپس با توجه به معکوس معادلات شرط هم خطی، مقدار اولیه مولفه‌های X0و Y0 از روابط زیر بدست می‌آید

$$\begin{cases} X_{A0}=X_{01}+(Z_{A0}-Z_{01})\dfrac{\left[r_{11}(x_1^{'}-x_o)+r_{12}(y_1^{'}-y_o)+r_{13}(-f)\right]}{\left[r_{31}(x_1^{'}-x_o)+r_{32}(y_1^{'}-y_o)+r_{33}(-f)\right]} \\ Y_{A0}=Y_{01}+(Z_{A0}-Z_{01})\dfrac{\left[r_{21}(x_1^{'}-x_o)+r_{22}(y_1^{'}-y_o)+r_{23}(-f)\right]}{\left[r_{31}(x_1^{'}-x_o)+r_{32}(y_1^{'}-y_o)+r_{33}(-f)\right]} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} X_{A0}=1114+(233.8-1600)\dfrac{0.993\times(29.518-0.008)-0.1061\times(51.438+0.012)+0.0523\times(-152.14)}{-0.0483\times(29.518-0.008)+0.0403\times(51.438+0.012)+0.998\times(-152.14)}\simeq 1257.5m \\ Y_{A0}=862+(233.8-1600)\dfrac{0.108\times(29.518-0.008)+0.9935\times(51.438+0.012)-0.0349\times(-152.14)}{-0.0483\times(29.518-0.008)+0.0403\times(51.438+0.012)+0.998\times(-152.14)}\simeq 1400.6m \end{cases}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- در مرحله بعد با توجه به مقدار اولیه مجهولات، مقدار دهی مشتقات مربوط به نقطه عکس اول انجام می‌گیرد:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 0.9930 & 0.1080 & -0.0483 \\ -0.1061 & 0.9935 & 0.0403 \\ 0.0523 & -0.0349 & 0.9980 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial X_A} = \frac{-m_{31}\left[x_1^{'} - x_0\right] - f \times m_{11}}{\left[m_{31}(X_{A0} - X_{01}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{01}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{01})\right]} = 0.111$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial Y_A} = \frac{-m_{32}\left[x_1^{'} - x_0\right] - f \times m_{12}}{\left[m_{31}(X_{A0} - X_{01}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{01}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{01})\right]} = 0.0112$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial Z_A} = \frac{-m_{33}\left[x_1^{'} - x_0\right] - f \times m_{13}}{\left[m_{31}(X_{A0} - X_{01}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{01}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{01})\right]} = 0.016$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial X_A} = \frac{-m_{31}\left[y_1^{'} - y_0\right] - f \times m_{21}}{\left[m_{31}(X_{A0} - X_{01}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{01}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{01})\right]} = -0.0098$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial Y_A} = \frac{-m_{32}\left[y_1^{'} - y_0\right] - f \times m_{22}}{\left[m_{31}(X_{A0} - X_{01}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{01}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{01})\right]} = 0.1086$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial Z_A} = \frac{-m_{33}\left[y_1^{'} - y_0\right] - f \times m_{23}}{\left[m_{31}(X_{A0} - X_{01}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{01}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{01})\right]} = 0.0418$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- در مرحله بعد با توجه به مقدار اولیه مجهولات، مقدار دهی مشتقات مربوط به نقطه عکس دوم انجام می‌گیرد:

$$M_2=\begin{pmatrix} 0.9960 & 0.0839 & -0.0297 \\ -0.0819 & 0.9946 & 0.0637 \\ 0.0349 & -0.0610 & 0.9975 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial X_A}=\frac{-m_{31}\left[x_1^{"}-x_0\right]-f\times m_{11}}{\left[m_{31}(X_{A0}-X_{02})+m_{32}(Y_{A0}-Y_{02})+m_{33}(Z_{A0}-Z_{02})\right]}=0.106$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial Y_A}=\frac{-m_{32}\left[x_1^{"}-x_0\right]-f\times m_{12}}{\left[m_{31}(X_{A0}-X_{02})+m_{32}(Y_{A0}-Y_{02})+m_{33}(Z_{A0}-Z_{02})\right]}=0.0119$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial Z_A}=\frac{-m_{33}\left[x_1^{"}-x_0\right]-f\times m_{13}}{\left[m_{31}(X_{A0}-X_{02})+m_{32}(Y_{A0}-Y_{02})+m_{33}(Z_{A0}-Z_{02})\right]}=-0.0499$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial X_A}=\frac{-m_{31}\left[y_1^{"}-y_0\right]-f\times m_{21}}{\left[m_{31}(X_{A0}-X_{02})+m_{32}(Y_{A0}-Y_{02})+m_{33}(Z_{A0}-Z_{02})\right]}=-0.0076$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial Y_A}=\frac{-m_{32}\left[y_1^{"}-y_0\right]-f\times m_{22}}{\left[m_{31}(X_{A0}-X_{02})+m_{32}(Y_{A0}-Y_{02})+m_{33}(Z_{A0}-Z_{02})\right]}=0.1053$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial Z_A}=\frac{-m_{33}\left[y_1^{"}-y_0\right]-f\times m_{23}}{\left[m_{31}(X_{A0}-X_{02})+m_{32}(Y_{A0}-Y_{02})+m_{33}(Z_{A0}-Z_{02})\right]}=0.0425$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- همچنین باتوجه به مقادیر اولیه مجهولات، مقدار اولیه توابع محاسبه می‌شوند.

$$M_1=\begin{pmatrix} 0.9930 & 0.1080 & -0.0483 \\ -0.1061 & 0.9935 & 0.0403 \\ 0.0523 & -0.0349 & 0.9980 \end{pmatrix}$$

$$M_2=\begin{pmatrix} 0.9960 & 0.0839 & -0.0297 \\ -0.0819 & 0.9946 & 0.0637 \\ 0.0349 & -0.0610 & 0.9975 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} F_1(X0)=x_o-f\dfrac{[m_{11}(X_{A0}-X_0)+m_{12}(Y_{A0}-Y_0)+m_{13}(Z_{A0}-Z_0)]}{[m_{31}(X_{A0}-X_0)+m_{32}(Y_{A0}-Y_0)+m_{33}(Z_{A0}-Z_0)]}=29.5181 \\ G_1(X0)=y_o-f\dfrac{[m_{21}(X_{A0}-X_0)+m_{22}(Y_{A0}-Y_0)+m_{23}(Z_{A0}-Z_0)]}{[m_{31}(X_{A0}-X_0)+m_{32}(Y_{A0}-Y_0)+m_{33}(Z_{A0}-Z_0)]}=51.4376 \\ F_2(X0)=x_o-f\dfrac{[m_{11}(X_{A0}-X_0)+m_{12}(Y_{A0}-Y_0)+m_{13}(Z_{A0}-Z_0)]}{[m_{31}(X_{A0}-X_0)+m_{32}(Y_{A0}-Y_0)+m_{33}(Z_{A0}-Z_0)]}=-67.398 \\ G_2(X0)=y_o-f\dfrac{[m_{21}(X_{A0}-X_0)+m_{22}(Y_{A0}-Y_0)+m_{23}(Z_{A0}-Z_0)]}{[m_{31}(X_{A0}-X_0)+m_{32}(Y_{A0}-Y_0)+m_{33}(Z_{A0}-Z_0)]}=50.2993 \end{cases}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- باتوجه به مقداردهی به مشتقات ماتریس A به صورت زیر ایجاد می‌شود

$$A=\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_A} & \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} & \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial G_1}{\partial X_A} & \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} & \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_A} & \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} & \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial G_2}{\partial X_A} & \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} & \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} \end{bmatrix}_{4\times 3} = \begin{bmatrix} 0.1110 & 0.0112 & 0.0161 \\ -0.0098 & 0.1087 & 0.0418 \\ 0.1060 & 0.0119 & -0.0499 \\ -0.0076 & 0.1053 & 0.0425 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- باتوجه به مقداردهی به مشتقات و مقدار اولیه توابع ماتریس L به صورت زیر ایجاد می‌شود

$$L = \begin{bmatrix} x_a^{'} - F_1(X0) + \frac{\partial F_1}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ y_a^{'} - G_1(X0) + \frac{\partial G_1}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ x_a^{''} - F_2(X0) + \frac{\partial F_2}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ y_a^{''} - G_2(X0) + \frac{\partial G_2}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \end{bmatrix}_{4\times1} = \begin{bmatrix} 159.06 \\ 149.65 \\ 139.9 \\ 147.93 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- سپس به روش کمترین مربعات مجهولات برآورد می‌شوند.

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

$$X = \left(\underbrace{\begin{bmatrix} 0.111 & -0.0098 & 0.106 & -0.0076 \\ 0.0112 & 0.1087 & 0.0119 & 0.1053 \\ 0.0161 & 0.0418 & -0.0499 & 0.0425 \end{bmatrix}}_{A^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0.111 & 0.0112 & 0.0161 \\ -0.0098 & 0.1087 & 0.0418 \\ 0.106 & 0.0119 & -0.0499 \\ -0.0076 & 0.1053 & 0.0425 \end{bmatrix}}_{A} \right)^{-1} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0.111 & -0.0098 & 0.106 & -0.0076 \\ 0.0112 & 0.1087 & 0.0119 & 0.1053 \\ 0.0161 & 0.0418 & -0.0499 & 0.0425 \end{bmatrix}}_{A^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 159.06 \\ 149.65 \\ 139.9 \\ 147.93 \end{bmatrix}}_{L}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1260 \\ 1410 \\ 210 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- در مرحله بعد قدر مطلق اختلاف مقادیر برآورد شده با مقادیر اولیه مجهولات محاسبه می شود.

$$\begin{bmatrix} X_A - X_{A0} \\ Y_A - Y_{A0} \\ Z_A - Z_{A0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1260 - 1257.5 \\ 1410 - 1400.6 \\ 210 - 233.9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 9.4 \\ -23.9 \end{bmatrix}$$

- از آنجا که بزرگترین مقدار این اختلاف از حدآستانه ۰.۰۰۰۰۰۱ بیشتر است، مجهولات برآورد شده به عنوان مقادیر اولیه در نظر گرفته می‌شوند و محاسبات تکرار می شوند.

$$\begin{bmatrix} X_{A0} \\ Y_{A0} \\ Z_{A0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1260 \\ 1410 \\ 210 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲ (تکرار دوم):
- باتوجه به مقادیر اولیه جدید، ماتریس A به صورت زیر ایجاد می‌شود

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_A} & \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} & \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial G_1}{\partial X_A} & \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} & \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_A} & \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} & \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial G_2}{\partial X_A} & \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} & \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} \end{bmatrix}_{4\times 3} = \begin{bmatrix} 0.1091 & 0.011 & 0.0158 \\ -0.0096 & 0.1068 & 0.0411 \\ 0.1042 & 0.0117 & -0.049 \\ -0.0075 & 0.1035 & 0.0418 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲ (تکرار دوم):
- باتوجه به مقادیر اولیه جدید، ماتریس L به صورت زیر ایجاد می‌شود

$$L=\begin{bmatrix} x_a^{'}-F_1(X0)+\frac{\partial F_1}{\partial X_A}X_{A0}+\frac{\partial F_1}{\partial Y_A}Y_{A0}+\frac{\partial F_1}{\partial Z_A}Z_{A0} \\ y_a^{'}-G_1(X0)+\frac{\partial G_1}{\partial X_A}X_{A0}+\frac{\partial G_1}{\partial Y_A}Y_{A0}+\frac{\partial G_1}{\partial Z_A}Z_{A0} \\ x_a^{''}-F_2(X0)+\frac{\partial F_2}{\partial X_A}X_{A0}+\frac{\partial F_2}{\partial Y_A}Y_{A0}+\frac{\partial F_2}{\partial Z_A}Z_{A0} \\ y_a^{''}-G_2(X0)+\frac{\partial G_2}{\partial X_A}X_{A0}+\frac{\partial G_2}{\partial Y_A}Y_{A0}+\frac{\partial G_2}{\partial Z_A}Z_{A0} \end{bmatrix}_{4\times 1}=\begin{bmatrix} 159.0608 \\ 149.6506 \\ 139.9085 \\ 147.8292 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲ (تکرار دوم):
- سپس به روش کمترین مربعات مجهولات برآورد می‌شوند.

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

$$X = \left(\underbrace{\begin{bmatrix} 0.1091 & -0.0096 & 0.1042 & -0.0075 \\ 0.011 & 0.1068 & 0.0117 & 0.1035 \\ 0.0158 & 0.0411 & -0.049 & 0.0418 \end{bmatrix}}_{A^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0.1091 & 0.011 & 0.0158 \\ -0.0096 & 0.1068 & 0.0411 \\ 0.1042 & 0.0117 & -0.049 \\ -0.0075 & 0.1035 & 0.0418 \end{bmatrix}}_{A} \right)^{-1} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0.1091 & -0.0096 & 0.1042 & -0.0075 \\ 0.011 & 0.1068 & 0.0117 & 0.1035 \\ 0.0158 & 0.0411 & -0.049 & 0.0418 \end{bmatrix}}_{A^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 159.0608 \\ 149.6506 \\ 139.9085 \\ 147.8292 \end{bmatrix}}_{L}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1260 \\ 1410 \\ 210 \end{bmatrix}$$

از آنجا که در تکرار دوم، اختلاف بین مقدار مجهولات برآورد شده با مقدار اولیه آنها در مرحله قبل کمتر از حد آستانه است، این مقادیر به عنوان جواب نهایی (مختصات زمینی مجهولات) در نظر گرفته می‌شوند.

تمرین شماره ۵ – قسمت دوم

- در محیط متلب برنامه ای بنویسید که با توجه به اطلاعات ارائه شده در تمرین ۵ قسمت اول (منظور پارامترهای توجیه داخلی و خارجی زوج عکس استریو)، مختصات زمینی یکی از نقاط متناظر اسلاید بعد به روش تقاطع با معادلات شرط هم خطی محاسبه شود. نتیجه این تمرین را تا دو هفته آینده به آدرس noorollah.tatar@gmail.com با موضوع "تمرین شماره ۵ – قسمت دوم درس فتوگرامتری تحلیلی" ایمیل کنید.
- راهنمایی: مشابه مثال ۲ عمل شود.
- یک نقطه متناظر را به دلخواه انتخاب کنید. (یک نقطه کافیست)

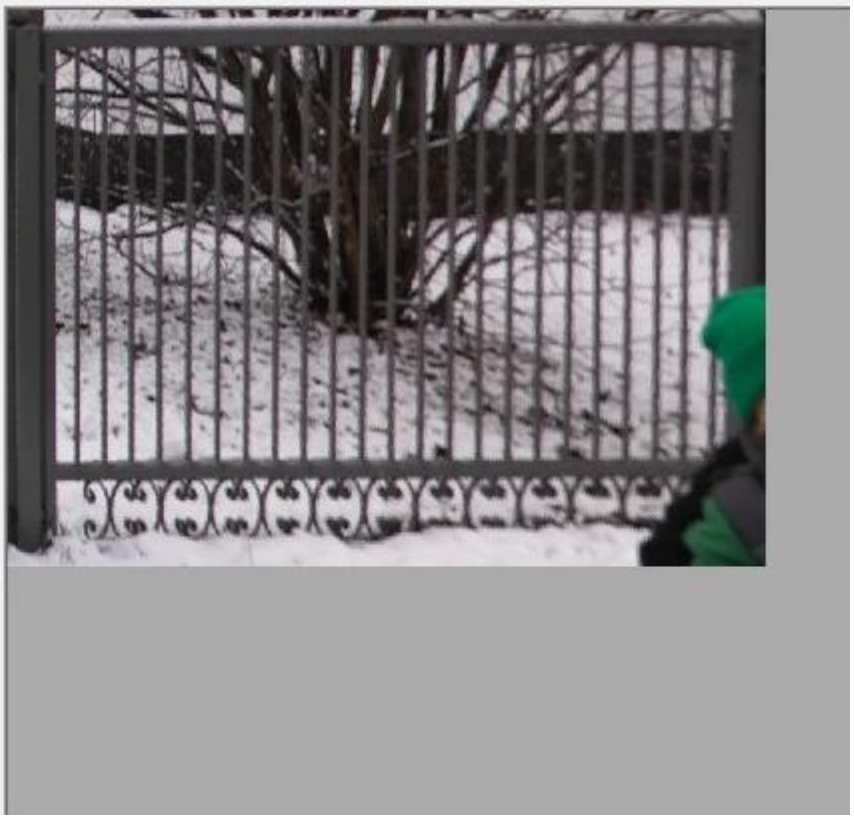
تمرین شماره ۵ – قسمت دوم

- مختصات نقاط متناظر

مختصات نقاط متناظر در روج عکس هوایی (برحسب میلیمتر)				
شماره نقطه	مختصات در عکس اول		مختصات در عکس دوم	
	x'_a	y'_a	x''_a	y''_a
2	38.0049	4.7325	-51.4547	4.70956
3	39.23207	15.0054	-50.7704	14.820
4	39.37056	10.24368	-52.43026	10.21951
5	17.6608	6.0925	-72.8088	5.6371
6	23.286	4.8976	-70.42759	4.69251
7	27.2231	35.5816	-70.8815	34.9109
8	34.808	16.1228	-57.3662	15.8926

ترمیم تحلیلی
Rectification

ترمیم تحلیلی



تصویر تیلت دار قبل از ترمیم

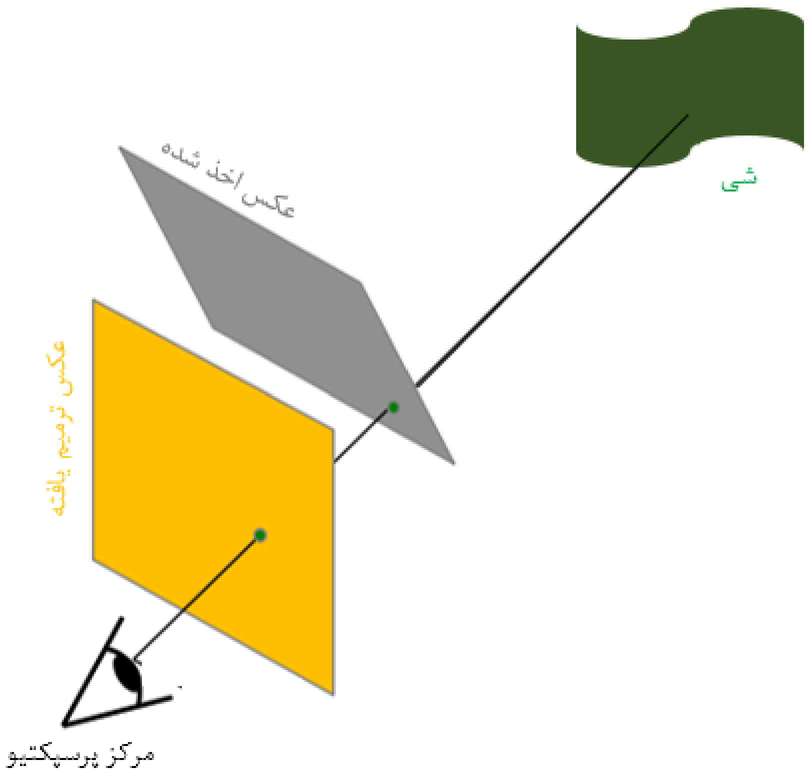
تصویر بدون تیلت بعد از ترمیم تحلیلی

ترمیم تحلیلی

- ترمیم تحلیلی در واقع حذف جابجایی ناشی از تیلت از روی عکس‌های هوایی است.
- خروجی ترمیم تحلیلی یک عکسی است که از روی عکس اصلی بازنمونه برداری شده است.
- برای ترمیم تحلیلی راههای مختلفی وجود دارد:

1. دوران تصویر حول نقطه مرکزی به نحوی که جابجایی ناشی از تیلت نداشته باشیم (ترمیم در فضای عکسی)
2. نگاشت تصویر بر روی یک صفحه مسطح زمینی با پیکسل سایز برابر با GSD

ترمیم تحلیلی



- در ترمیم تحلیلی یک عکس در فضای عکسی، عکس حول محورهای سه گانه به نحوی دوران پیدا میکند که اثر دورانهای کاپا، اومگا و فی از روی عکس برداشته می‌شود.
- برای این کار کافی است از روی معکوس ماتریس دوران یک ماتریس هموگرافی ایجاد شود و تصویر با آن نمونه برداری شود.

ترمیم تحلیلی

- مراحل ترمیم تحلیلی در فضای شی‌ایی با داشتن پارامترهای توجیه داخلی و خارجی:

1. ابتدا ارتفاع متوسط منطقه برای ایجاد یک گرید منظم با فاصله سلولی به اندازه پیکسل سایز زمینی (GSD) در نظر گرفته می شود.
2. سپس با معکوس شرط هم خطی، موقعیت چهار گوشه تصویر بر روی این صفحه نگاشت داده می‌شود.

$$\begin{cases} X_A = X_0 + (Z_A - Z_0)\dfrac{[r_{11}(x_a - x_o) + r_{12}(y_a - y_o) + r_{13}(-f)]}{[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)]} \\ Y_A = Y_0 + (Z_A - Z_0)\dfrac{[r_{21}(x_a - x_o) + r_{22}(y_a - y_o) + r_{23}(-f)]}{[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)]} \end{cases}$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

ترمیم تحلیلی

دانشگاه صنعتی جندی شاپور دزفول

- معکوس شرط هم خطی

$$\begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -f \end{pmatrix} = \lambda M \begin{pmatrix} X_A - X_0 \\ Y_A - Y_0 \\ Z_A - Z_0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} X_A - X_0 \\ Y_A - Y_0 \\ Z_A - Z_0 \end{pmatrix} = \alpha R \begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -f \end{pmatrix}$$

که

$$R = M^{-1} = M^T$$

$$\alpha = \frac{1}{\lambda}$$

باز نویسی ضرب ماتریس به صورت یک دستگاه معادله

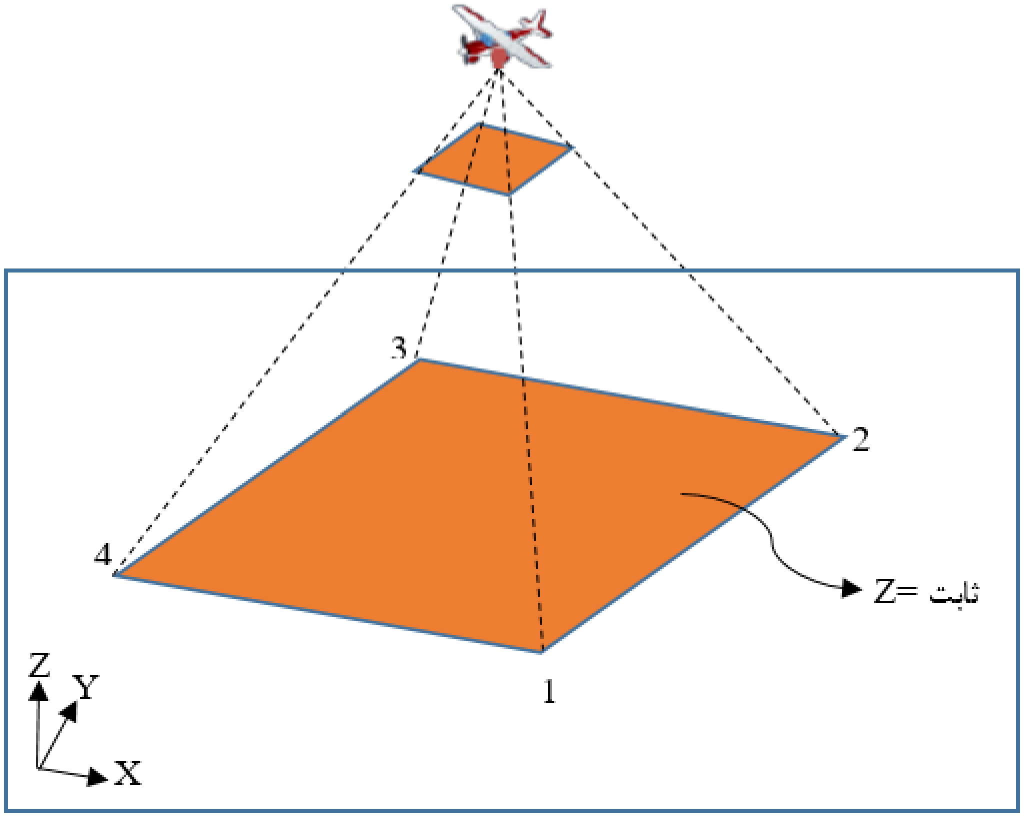
$$\begin{cases} X_A - X_0 = \alpha\left[r_{11}(x_a - x_o) + r_{12}(y_a - y_o) + r_{13}(-f)\right] \\ Y_A - Y_0 = \alpha\left[r_{21}(x_a - x_o) + r_{22}(y_a - y_o) + r_{23}(-f)\right] \\ Z_A - Z_0 = \alpha\left[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)\right] \end{cases} \Rightarrow$$

مشابه شرط هم خطی برای حذف لاندا، معادله اول و دوم را بر معادله سوم تقسیم می‌کنیم

$$\begin{cases} X_A = X_0 + (Z_A - Z_0)\dfrac{\left[r_{11}(x_a - x_o) + r_{12}(y_a - y_o) + r_{13}(-f)\right]}{\left[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)\right]} \\ Y_A = Y_0 + (Z_A - Z_0)\dfrac{\left[r_{21}(x_a - x_o) + r_{22}(y_a - y_o) + r_{23}(-f)\right]}{\left[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)\right]} \end{cases}$$

ترمیم تحلیلی

- مراحل ترمیم تحلیلی در فضای شی‌ایی با داشتن پارامترهای توجیه داخلی و خارجی:
- نگاشت چهارگوشه تصویر به صفحه شی‌ایی

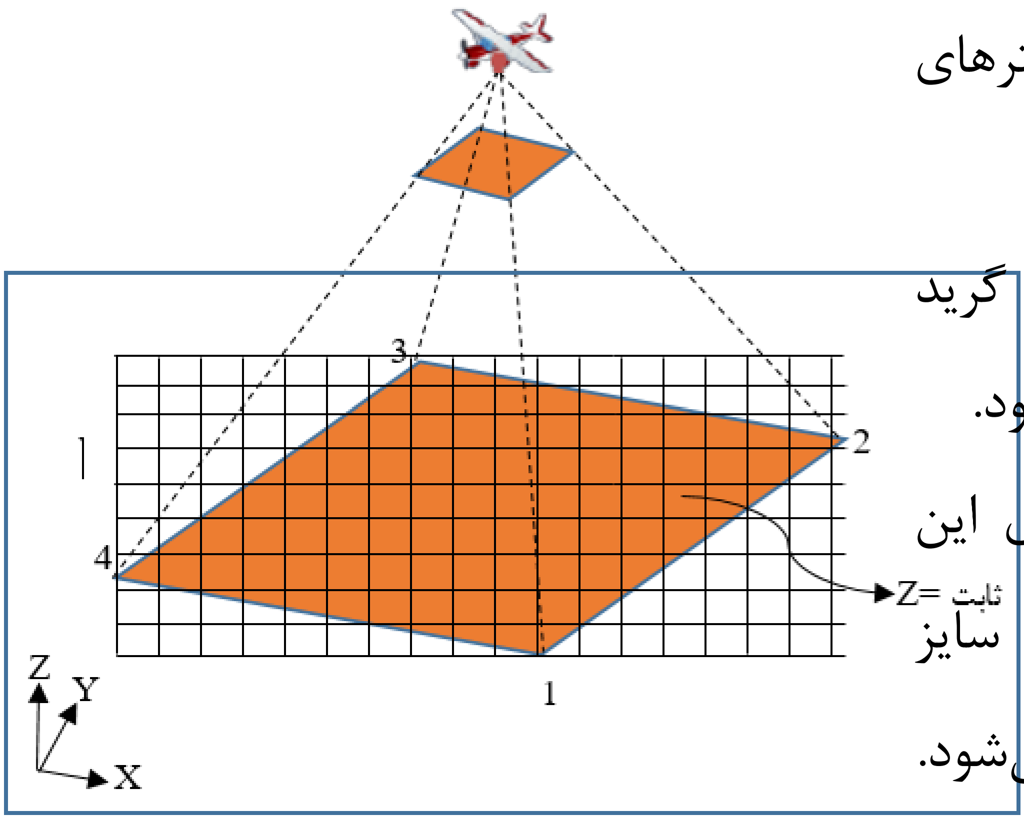


ترمیم تحلیلی

- مراحل ترمیم تحلیلی در فضای شی‌ایی با داشتن پارامترهای توجیه داخلی و خارجی:

3. به این چهار نقطه یک گرید منظم برازش داده می‌شود.

- معمولا ابعاد سلول های این گرید به اندازه پیکسل سایز زمینی در نظر گرفته می‌شود.



ترمیم تحلیلی

- مراحل ترمیم تحلیلی در فضای شیایی با داشتن پارامترهای توجیه داخلی و خارجی:

4. در مرحله بعد به ازای هر سلول زمینی که دارای X,Y,Z مشخص است با استفاده از رابطه شرط هم خطی مختصات عکسی آن نقطه تعیین میگردد.

$$\begin{cases} x_a = x_o - f\,\dfrac{[m_{11}(X_A - X_0) + m_{12}(Y_A - Y_0) + m_{13}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \\ y_a = y_o - f\,\dfrac{[m_{21}(X_A - X_0) + m_{22}(Y_A - Y_0) + m_{23}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \end{cases}$$

ترمیم تحلیلی

- مراحل ترمیم تحلیلی در فضای شی‌ایی با داشتن پارامترهای توجیه داخلی و خارجی:

5. در مرحله بعد با استفاده از تکنیک‌های نمونه برداری (نزدیکترین همسایه، خطی دوگانه یا مکعبی دوگانه) مقدار درجه خاکستری مربوط به نقطه عکسی محاسبه می‌شود.
6. در مرحله بعد، مقدار درجه خاکستری مختصات عکسی به سلول زمینی داده می‌شود.

- برای توضیح بیشتر به مباحث نگاشت معکوس در پردازش تصویر مراجعه کنید.

ترمیم تحلیلی

- به طور خلاصه در ترمیم تحلیلی حذف جابجایی ناشی از تیلت است. لذا کماکان اثر جابجایی ناشی از اختلاف ارتفاع وجود دارد!

Tilted Image

Rectified Image

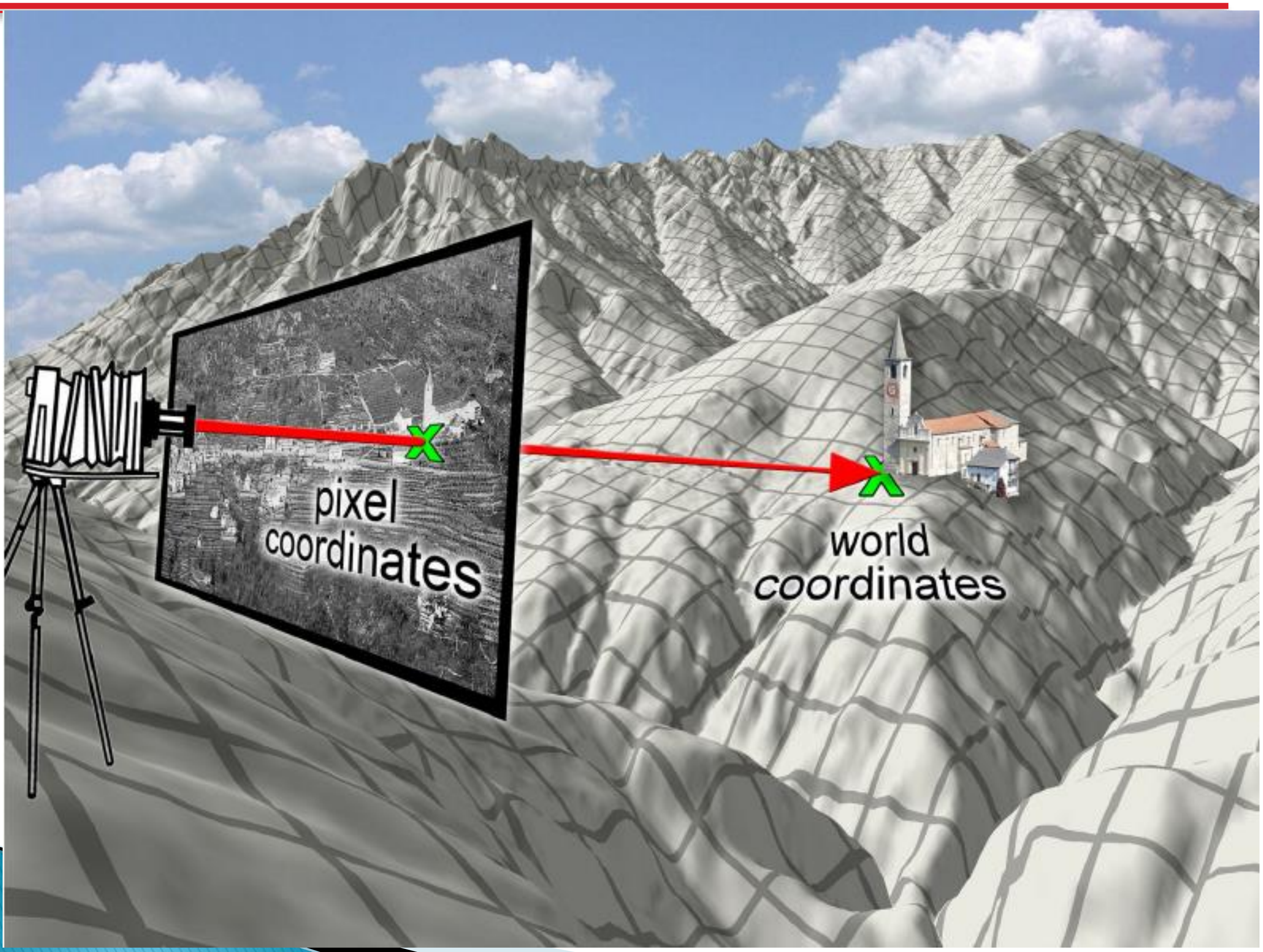
تمرین شماره ۵– قسمت سوم

- گاهی اوقات پارامترهای توجیه خارجی یک عکس مجهول اند و به جای آن چند نقطه کنترل داده می‌شود. تحقیق کنید در چنین حالتی برای ترمیم تحلیلی در فضای شی ایی چه راهکاری اتخاذ می‌شود.

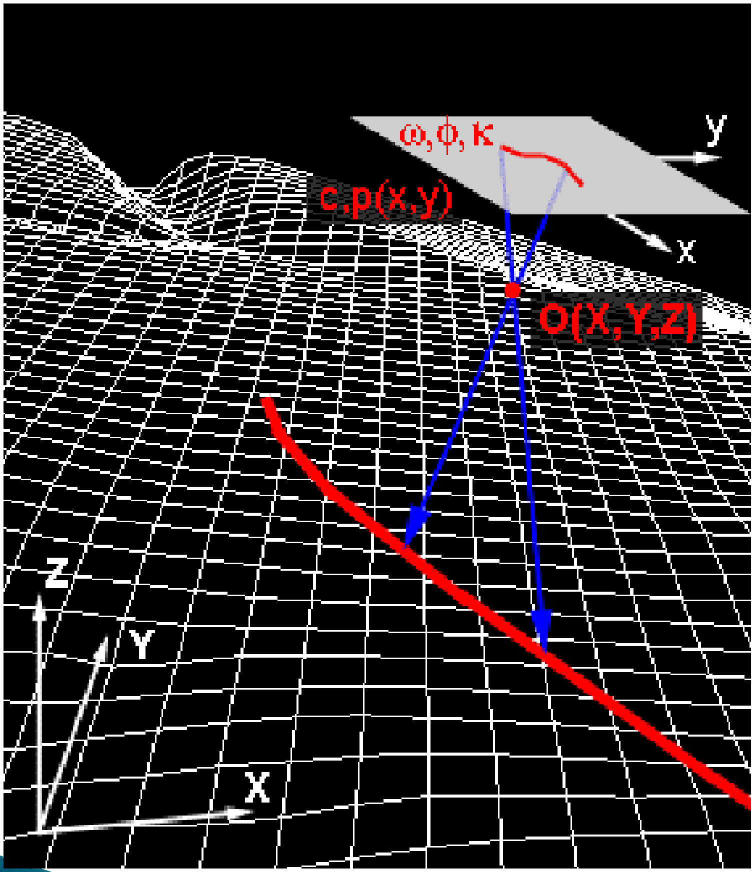
- نتیجه این تحقیق را به همراه روابط و معادلات تا هفته آینده به آدرس noorollah.tatar@gmail.com با موضوع "تمرین شماره ۵ – قسمت سوم درس فتوگرامتری تحلیلی" ایمیل کنید.

تقاطع فضایی تک عکس با مدل رقومی ارتفاعی
Mono-plotting

تقاطع فضایی تک عکس و مدل ارتفاعی



تقاطع فضایی تک عکس و مدل ارتفاعی



- یکی دیگر از روش‌های تقاطع در فتوگرامتری تحلیلی، تقاطع تک عکس با مدل رقومی ارتفاعی است.
- در این روش پارامترهای توجیه داخلی و خارجی عکس و همچنین مدل رقومی ارتفاعی در اختیار می‌باشد و هدف تعیین مختصات زمینی متناظر با نقاط عکسی است.

تقاطع فضایی تک عکس و مدل ارتفاعی

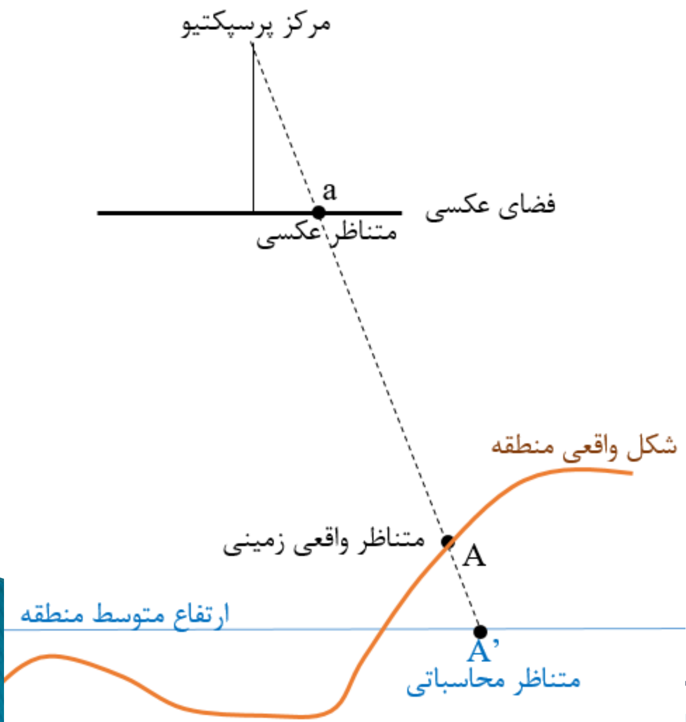
- برای تقاطع تک عکس با مدل رقومی ارتفاعی از معکوس معادلات شرط هم خطی استفاده می‌شود.
- همانطور که به خاطر دارید رابطه شرط هم خطی به صورت زیر بود که معکوس آن با فرض بر داشتن ارتفاع نقطه مورد نظر از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -f \end{pmatrix} = \lambda M \begin{pmatrix} X_A - X_0 \\ Y_A - Y_0 \\ Z_A - Z_0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} X_A - X_0 \\ Y_A - Y_0 \\ Z_A - Z_0 \end{pmatrix} = \lambda R \begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -f \end{pmatrix} \qquad R = M^{-1} = M^T$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_A = X_0 + (Z_A - Z_0)\dfrac{[r_{11}(x_a - x_o) + r_{12}(y_a - y_o) + r_{13}(-f)]}{[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)]} \\ Y_A = Y_0 + (Z_A - Z_0)\dfrac{[r_{21}(x_a - x_o) + r_{22}(y_a - y_o) + r_{23}(-f)]}{[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)]} \end{cases}$$

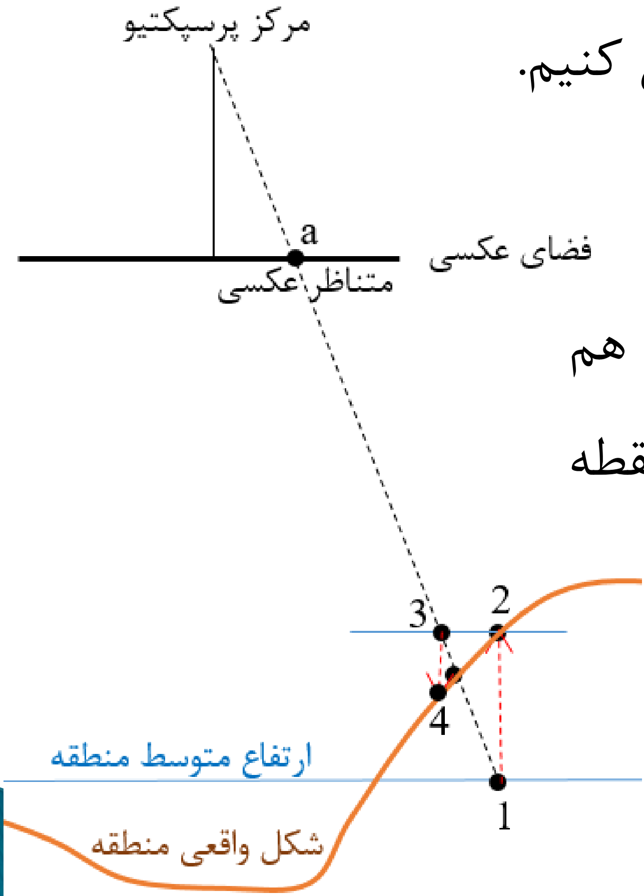
تقاطع فضایی تک عکس و مدل ارتفاعی

- اما مسئله ای که در اینجا وجود دارد این است که اگر منطقه دارای یک ارتفاع ثابت باشد رابطه فوق برقرار می‌شود. این در حالی است که اگر منطقه دارای یک سطح غیر یکنواخت باشد، برای اطلاع از ارتفاع باید مختصات مسطحاتی هم معلوم باشند!
- به عبارتی با فرمول اسلاید قبل به جای متناظر واقعی زمینی (A)، محل تقاطع با ارتفاع متوسط منطقه (A’) محاسبه می‌شود. در چنین حالتی چه کار باید کرد؟



تقاطع فضایی تک عکس و مدل ارتفاعی

- راه حلی که در چنین مسائلی اتخاذ می‌شود این است که طی یک فرآیند تکراری به متناظر واقعی زمینی دست پیدا می کنیم.
- مراحل این کار به شرح زیر اند:



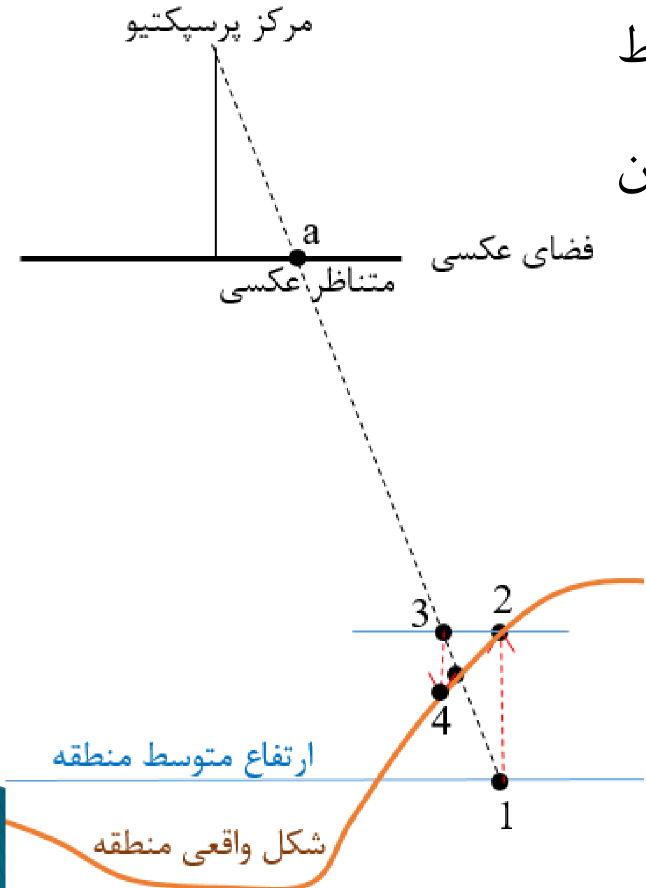
1. محاسبه مختصات مسطحاتی با معکوس شرط هم خطی و ارتفاع متوسط منطقه (پیدا کردن نقطه شماره ۱)
2. تعیین ارتفاع واقعی نقطه ۱ از روی مدل ارتفاعی (رفتن به نقطه شماره ۲)

تقاطع فضایی تک عکس و مدل ارتفاعی

- ادامه مراحل :

3. محاسبه مختصات مسطحاتی با معکوس شرط هم خطی و ارتفاع نقطه شماره ۲ (پیدا کردن نقطه ۳)
4. تعیین ارتفاع واقعی نقطه شماره ۳ از روی مدل ارتفاعی (رفتن به نقطه ۴)

- تکرار فرآیند فوق تا جایی که تغییرات مختصات مسطحاتی و ارتفاعی کمتر از حدآستانه ۰.۰۰۰۱ باشد



ارتوفتو

OrthoPhoto

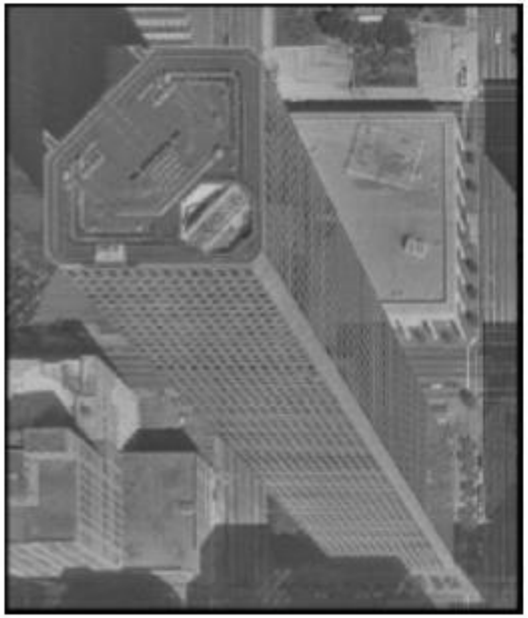
)

ارتوفتو

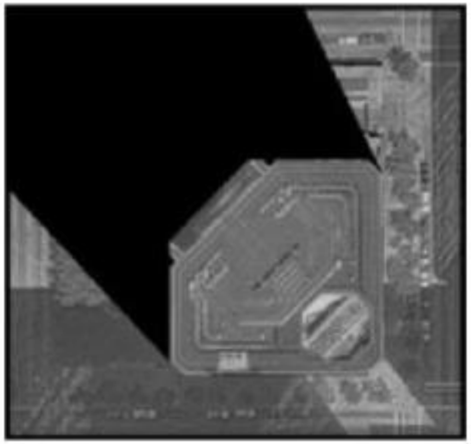
- همانطور که در ترمیم مشاهده کردید اگرچه جابجایی ناشی از تیلت در ترمیم تحلیلی حذف می شد اما جابجایی ناشی از هندسه پرسپکتیو که ما در فتوگرامتری آن را با جابجایی ناشی از اختلاف ارتفاع حس میکنیم وجود دارد.
- برای حذف جابجایی ناشی از اختلاف ارتفاع به مدل رقومی ارتفاعی سطح نیاز است که به خروجی آن ارتوفتو می‌گویند.
- به عبارت دیگر نگاشت درجات خاکستری تصاویر به مختصات سه بعدی نظیر آنها در فضای زمینی و سپس نگاشت آنها بر روی یک صفحه مسطح.

ارتوفتو

- قبل و بعد از ارتوفتو



تصویر خام

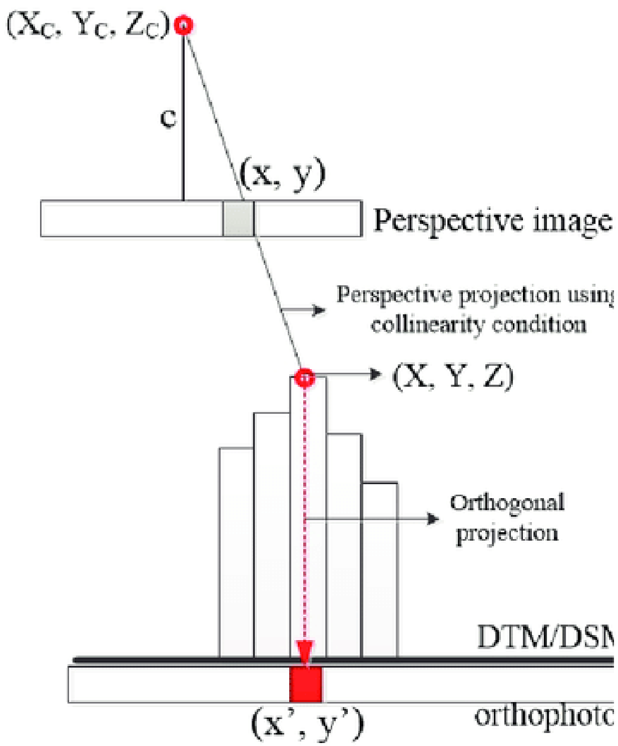


ارتوفتو

ارتوفتو

- برای تولید ارتوفتو فرض می‌شود تمام پارامترهای توجیه داخلی، خارجی و کالیبراسیون دوربین در لحظه عکسبرداری موجودند.
- سپس با توجه به مدل رقومی ارتفاعی سطح یک صفحه سه بعدی مسطح در نظر گرفته می‌شود.
- در مرحله بعد به ازای هر مختصات سه بعدی واقع در مدل رقومی سطح، مختصات عکسی آن نقطه محاسبه می‌شود. باتوجه به روش‌های نمونه برداری درجه خاکستری آن نقطه عکسی به سلول متناظر زمینی اش داده می‌شود. (مشابه ترمیم)

ارتوفتو



- فرق ترمیم با ارتوفتو در این است که در ترمیم از یک صفحه سه بعدی به تصویر می رفتیم ولی در ارتوفتو از روی توپوگرافی به تصویر می رویم.
- اگرچه خروجی هر دو در یک صفحه مسطح است

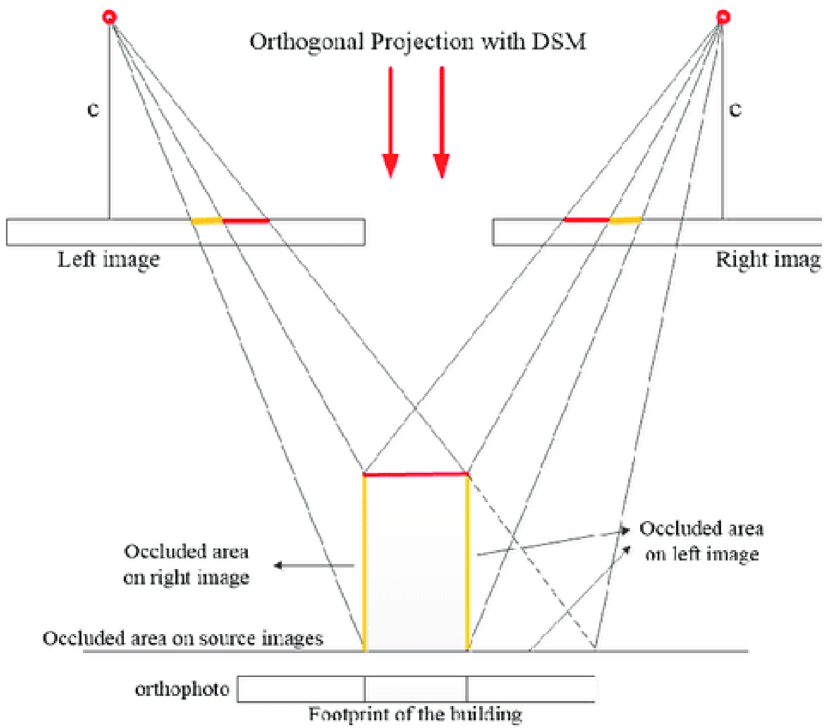
ارتوفتو

- در ارتوفتو معمولا از معادلات شرط هم خطی برای برقراری ارتباط بین مختصات زمینی و عکسی استفاده می‌شود.

$$\begin{cases} x_a = x_o - f\dfrac{[m_{11}(X_A - X_0) + m_{12}(Y_A - Y_0) + m_{13}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \\ y_a = y_o - f\dfrac{[m_{21}(X_A - X_0) + m_{22}(Y_A - Y_0) + m_{23}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \end{cases}$$

- در این پروسه تمامی پارامترها و متغییرهای سمت راست معادله معلوم اند و تنها مختصات عکسی متناظر با مختصات زمینی محاسبه می‌شود.

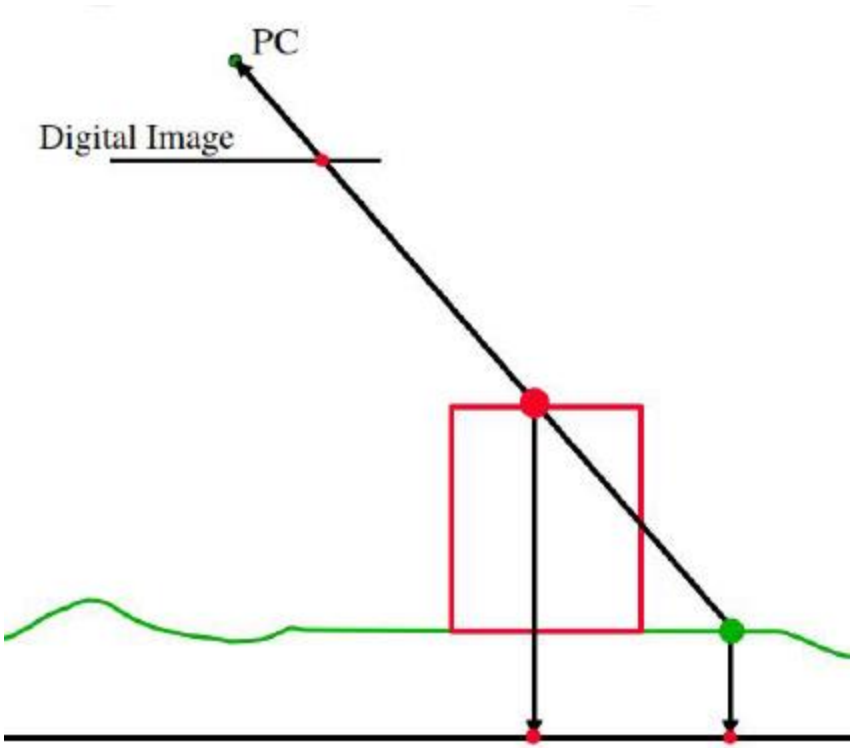
ارتوفتو



- در پروسه تولید ارتوفتو ممکن است تعدادی از سلولهای گرید نهایی خالی بمانند، که اصطلاحا به این نواحی خالی "نواحی پنهان" گفته می‌شود. در چنین مواردی از همه تصاویر برای پر کردن این نواحی استفاده می‌شود.

ارتوفتو

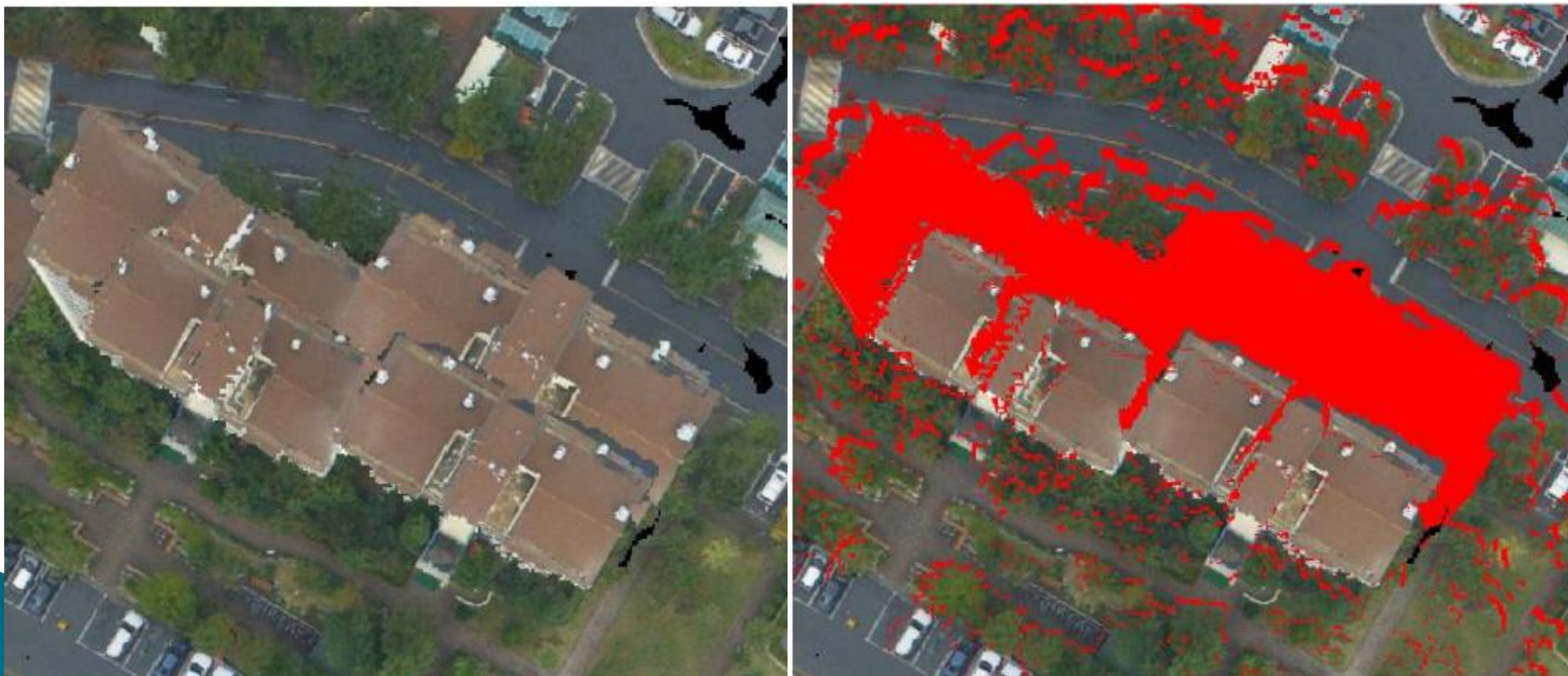
- یک ایراد دیگری که در ارتوفتو وجود دارد این است که در نواحی پنهان "دابل مپینگ" اتفاق می افتد. یعنی باتوجه به شرط هم خطی برای یک مختصات عکسی دو نقطه زمینی متناظر وجود دارد.



Ghost Images (Double Mapping Problem)

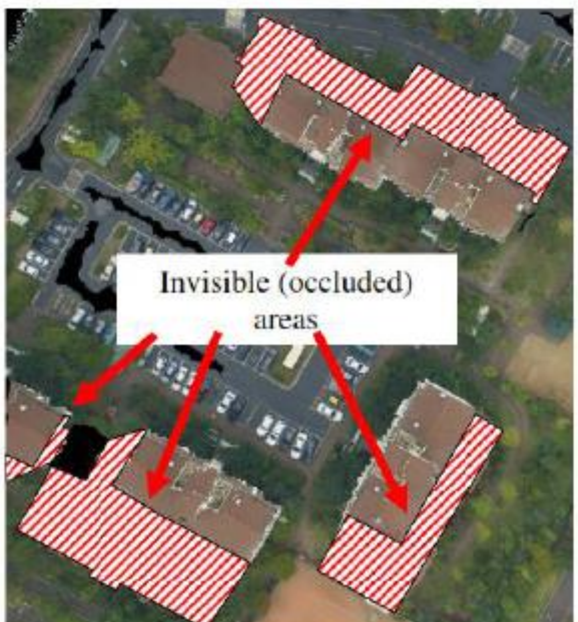
ارتوفتو

- اثری که "دابل مپینگ" بر ارتوفتو می گذارد این است که باعث بزرگ شدگی سقف خانه ها و عوارض سه بعدی می شود



ارتوفتو حقیقی

Original Imagery



Generated Orthophoto

- در ارتوفتو حقیقی برای هر عکس آنالیز نواحی پنهان انجام می‌گیرد و به هیچ وجه درجات خاکستری پیکسل های واقع در نواحی پنهان عکس‌ها به پیکسل های زمینی داده نمی شود!
- برای تولید ارتوفتو حقیقی باید پوشش طولی و عرضی را افزایش داد و با کمک عکس‌هایی که نواحی پنهان متناظر با مختصات زمینی ندارند، نواحی خالی ارتوفتو را کاهش داد.

ارتوفتو

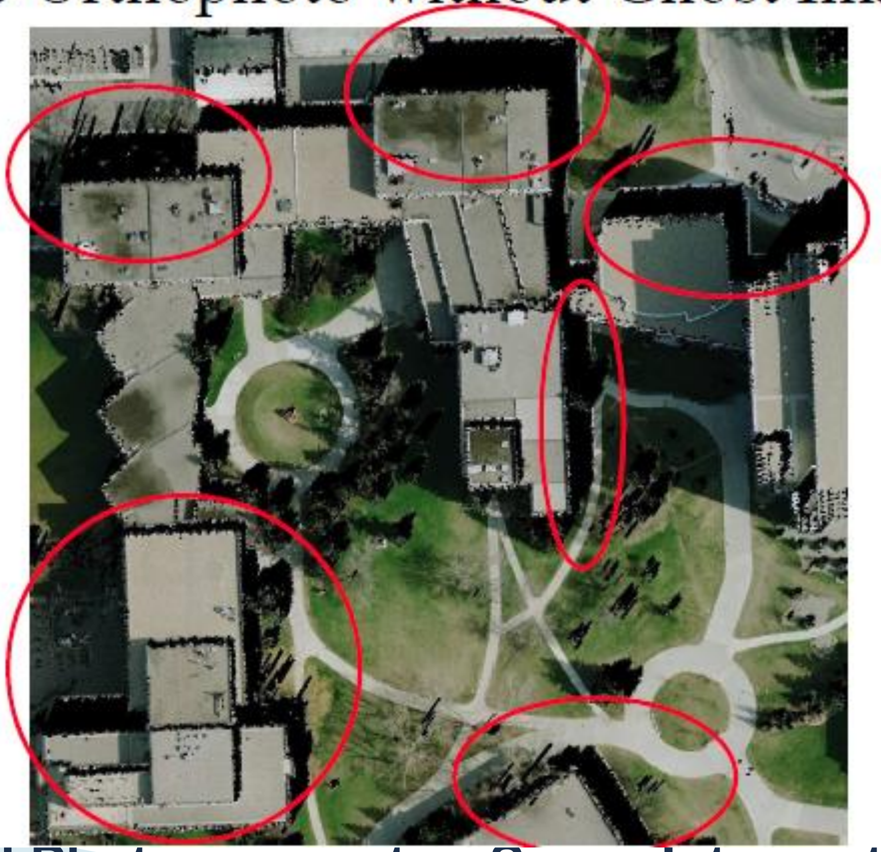
- ارتوفتو با اثر "دابل مپینگ"

Orthophoto with Ghost Images

ارتوفتو

- ارتوفتو حقیقی بعد از حذف اثر "دابل مپینگ"

True Orthophoto without Ghost Images



ارتوفتو

- ارتوفتو حقیقی بعد از پر کردن نواحی پنهان با عکس های مناسب

True Orthophoto After Occlusion Filling

ارتوفتو

- ارتوفتو حقیقی بعد از بهبود مرز نواحی پنهان پر شده

True Orthophoto After Boundary Enhancement

.(

سوال؟

منابع این فصل

- دکتر جلال امینی. کتاب فتوگرامتری تحلیلی. چاپ دانشگاه تهران.
- دکتر حیدر راستی ویس. جزوه کلاسی فتوگرامتری تحلیلی. دانشگاه تهران
- دکتر حسین عارفی. جزوه کلاسی فتوگرامتری رقومی. دانشگاه تهران
- عباس کیانی. جزوه کلاسی درس فتوگرامتری تحلیلی، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل.
- Ayman Habib. Analytical photogrammetry lecture note. Purdue University.