



Jundi Shapur
University of Technology-Dezful

فتوگرامتری تحلیلی
فصل پنجم: تقاطع فضایی

Nurollah Tatar
Applications of Photogrammetry
2022

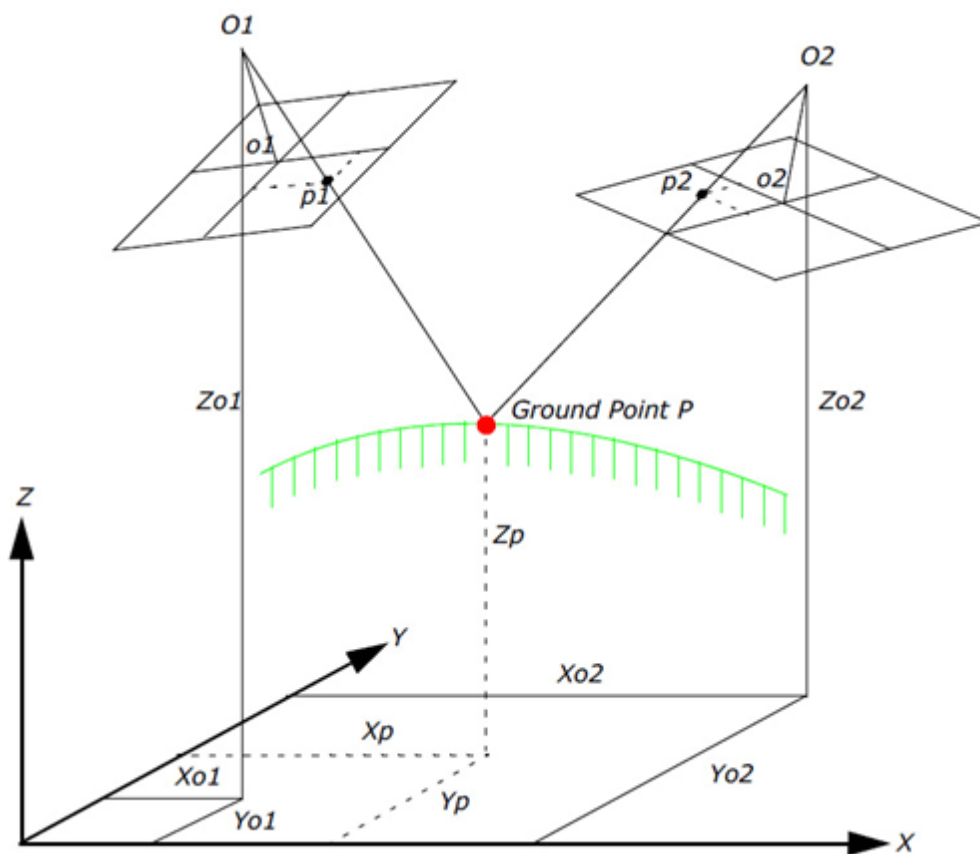
فهرست مطالب



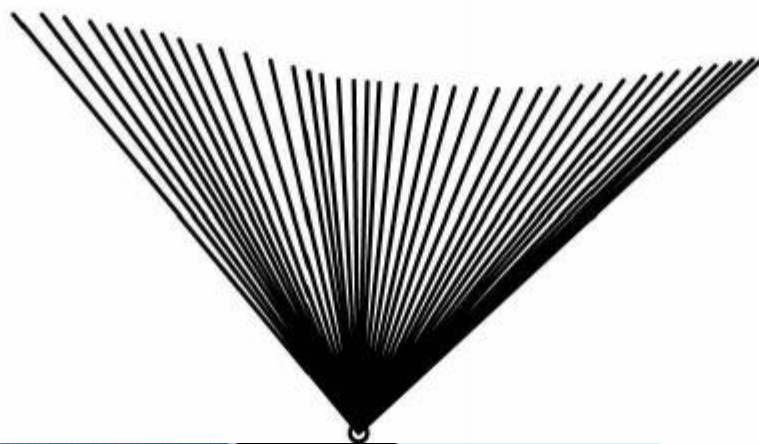
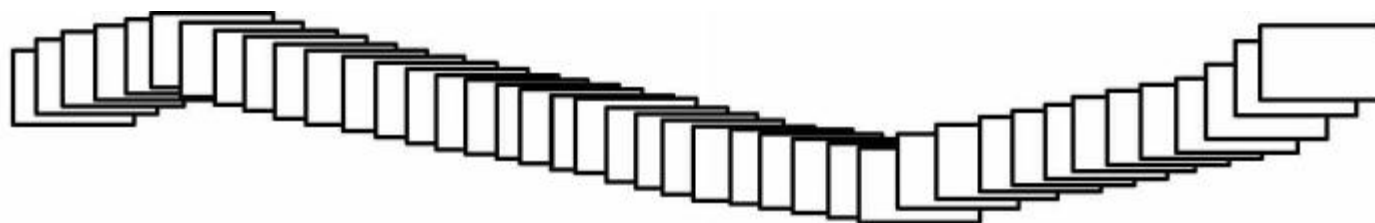
- مقدمه
- تقاطع فضایی با معادلات DLT
- تقاطع فضایی با معادلات شرط هم خطی
- تقاطع فضایی تک عکس با مدل رقومی ارتفاعی
- ترمیم تحلیلی
- ارتوفتو
- تمرینات
- منابع

مقدمه

- منظور از تقاطع فضایی محاسبه مختصات زمینی نقاطی است که این نقاط در دو عکس که دارای بازعکسی هستند، دیده شوند.



- چنانچه هدف محاسبه مختصات زمینی ای باشد که در چند عکس (بیش از دو عکس دارای باز عکسی) دیده شود به آن تقاطع چند عکسی گفته می شود.



• در تقاطع افزایش تعداد عکس‌ها به منزله‌ی افزایش تعداد مشاهدات است که دارای مزیت‌های زیر است:

1. افزایش دقت مجهولات (مختصات نقطه زمینی)

2. افزایش قابلیت شناسایی اشتباهات فاحش و به کارگیری قيود

سازگاری (علی‌الخصوص زمانی که نقاط متناظر عکسی به

صورت اتوماتیک شناسایی شده‌اند).

• نکته: در تقاطع مختصات عکسی نقاط اندازه‌گیری می‌شوند و مختصات زمینی متناظر با آنها محاسبه می‌شود.

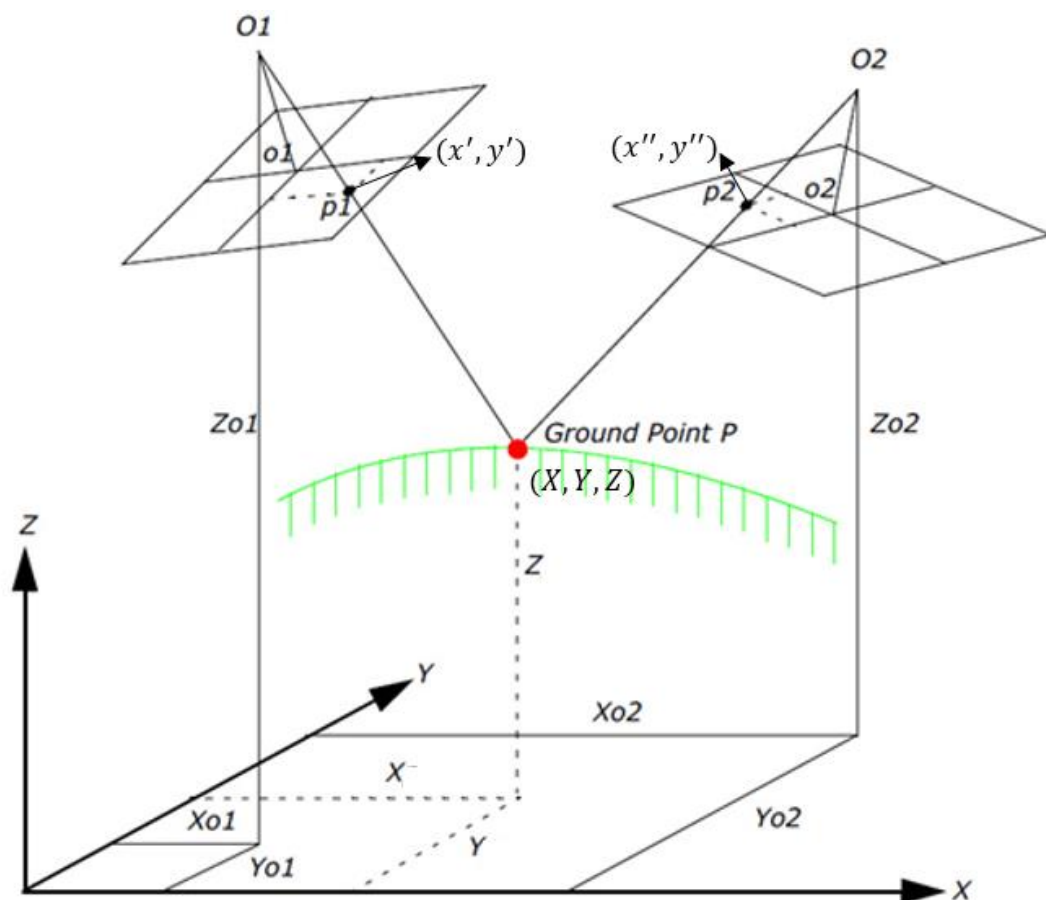
تقاطع فضایی با معادلات DLT

- همانطور که در فصل پیش توضیح داده شد، یکی از تبدیلات سه بعدی به دو بعدی، تبدیل DLT است؛ که معادلات آن به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\begin{cases} x_a = \frac{L_1 X_A + L_2 Y_A + L_3 Z_A + L_4}{L_9 X_A + L_{10} Y_A + L_{11} Z_A + 1} \\ y_a = \frac{L_5 X_A + L_6 Y_A + L_7 Z_A + L_8}{L_9 X_A + L_{10} Y_A + L_{11} Z_A + 1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_a = L_1 X_A + L_2 Y_A + L_3 Z_A + L_4 - (L_9 X_A + L_{10} Y_A + L_{11} Z_A) x_a \\ y_a = L_5 X_A + L_6 Y_A + L_7 Z_A + L_8 - (L_9 X_A + L_{10} Y_A + L_{11} Z_A) y_a \end{cases}$$

- که در آن (x_a, y_a) مختصات عکسی و (X_A, Y_A, Z_A) مختصات زمینی نقاط هستند.

تقاطع فضایی با معادلات DLT



- تجسم کنید یک نقطه زمینی با مختصات (X, Y, Z) در عکس اول و دوم به ترتیب دارای مختصات عکسی (x', y') و (x'', y'') است.

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- برای درک بهتر تقاطع فضایی با معادلات DLT ابتدا فرض کنید، یک نقطه زمینی با مختصات (X_A, Y_A, Z_A) در عکس چپ و راست به ترتیب دارای مختصات عکسی (x'_a, y'_a) و (x''_a, y''_a) باشد. لذا دستگاه معادلات این مشاهدات برابرند با:

$$\begin{cases} x'_a = L'_1 X_A + L'_2 Y_A + L'_3 Z_A + L'_4 - (L'_9 X_A + L'_{10} Y_A + L'_{11} Z_A) x'_a \\ y'_a = L'_5 X_A + L'_6 Y_A + L'_7 Z_A + L'_8 - (L'_9 X_A + L'_{10} Y_A + L'_{11} Z_A) y'_a \\ x''_a = L''_1 X_A + L''_2 Y_A + L''_3 Z_A + L''_4 - (L''_9 X_A + L''_{10} Y_A + L''_{11} Z_A) x''_a \\ y''_a = L''_5 X_A + L''_6 Y_A + L''_7 Z_A + L''_8 - (L''_9 X_A + L''_{10} Y_A + L''_{11} Z_A) y''_a \end{cases}$$

- که در آن L'_i و L''_i به ترتیب پارامترهای DLT عکس چپ و راست اند.

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- چنانچه بخواهیم دستگاه معادلات اسلاید قبل را براساس مجهولات تقاطع فضایی یعنی مختصات (X_A, Y_A, Z_A) بنویسیم؛ فرم ماتریسی دستگاه معادلات تقاطع فضایی به صورت زیر خواهد بود:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x'_a - L'_4 \\ y'_a - L'_8 \\ x''_a - L''_4 \\ y''_a - L''_8 \end{bmatrix}}_{L_{4 \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} L'_1 - L'_9 x'_a & L'_2 - L'_{10} x'_a & L'_3 - L'_{11} x'_a \\ L'_5 - L'_9 y'_a & L'_6 - L'_{10} y'_a & L'_7 - L'_{11} y'_a \\ L''_1 - L''_9 x''_a & L''_2 - L''_{10} x''_a & L''_3 - L''_{11} x''_a \\ L''_5 - L''_9 y''_a & L''_6 - L''_{10} y''_a & L''_7 - L''_{11} y''_a \end{bmatrix}}_{A_{4 \times 3}} \underbrace{\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}}_{X_{3 \times 1}}$$

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

- دستگاه معادله فوق به ازای هر مشاهده عکسی دو معادله و سه مجهول دارد. باتوجه به مشاهدات عکسی چپ و راست در اینجا ۴ معادله و ۳ مجهول داریم.

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- مثال ۱:
- فرض کنید یک زوج عکس هوایی با پارامترهای توجیه خارجی و داخلی زیر اخذ شده است.

پارامترهای توجیه داخلی (میلیمتر)		
x ₀	y ₀	f
0.008	-0.012	152.14

پارامترهای توجیه خارجی (موقعیت و وضعیت) عکس اول					
ω (deg)	Φ (deg)	K (deg)	X ₀ (m)	Y ₀ (m)	Z ₀ (m)
2	3	6.1	1114	862	1600

پارامترهای توجیه خارجی (موقعیت و وضعیت) عکس دوم					
ω (deg)	Φ (deg)	K (deg)	X ₀ (m)	Y ₀ (m)	Z ₀ (m)
3.5	2	4.7	1966	904	1590

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- مثال ۱:
- ابتدا پارامترهای توجیه داخلی و خارجی را به پارامترهای DLT تبدیل کنید و سپس با معادلات DLT مختصات زمینی نقطه ای که در هر دو عکس دیده شده است، را محاسبه کنید؟ مختصات عکسی این نقاط در عکس اول و دوم به صورت زیر است.

مختصات نقاط متناظر در روج عکس هوایی (برحسب میلیمتر)

شماره نقطه	مختصات در عکس اول		مختصات در عکس دوم	
	x'_a	y'_a	x''_a	y''_a
1	29.5181	51.43756	-65.8298	50.25667

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- حل مثال ۱:
- ابتدا ضرایب DLT برای عکس اول و دوم محاسبه می‌شود:
- (برای اطلاع بیشتر به صفحه ۱۴۶ فصل ۴ مراجعه کنید)

$$x_{first_image} = P_1 X \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} L1 & L2 & L3 & L4 \\ L5 & L6 & L7 & L8 \\ L9 & L10 & L11 & 1 \end{bmatrix}}_{P_1} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.0930 & 0.0101 & -0.0045 & -105.0332 \\ -0.0099 & 0.0930 & 0.0038 & -75.1536 \\ -0.000032205 & 0.000021446 & -0.00061413 & 1 \end{bmatrix}}_{Camera_Matrix}$$

$$x_{second_image} = P_2 X \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} L1 & L2 & L3 & L4 \\ L5 & L6 & L7 & L8 \\ L9 & L10 & L11 & 1 \end{bmatrix}}_{P_2} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.0947 & 0.0080 & -0.0028 & -188.9681 \\ -0.0078 & 0.0946 & 0.0061 & -79.8529 \\ -0.000021819 & 0.000038143 & -0.00062364 & 1 \end{bmatrix}}_{Camera_Matrix}$$

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- ادامه حل مثال ۱:
- سپس ماتریس‌های A و L برای سرشکنی به روش کمترین مربعات ایجاد می‌شود:

$$A = \begin{bmatrix} L'_1 - L'_9 x'_a & L'_2 - L'_{10} x'_a & L'_3 - L'_{11} x'_a \\ L'_5 - L'_9 y'_a & L'_6 - L'_{10} y'_a & L'_7 - L'_{11} y'_a \\ L''_1 - L''_9 x''_a & L''_2 - L''_{10} x''_a & L''_3 - L''_{11} x''_a \\ L''_5 - L''_9 y''_a & L''_6 - L''_{10} y''_a & L''_7 - L''_{11} y''_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0939 & 0.0095 & 0.0136 \\ -0.0083 & 0.0919 & 0.0354 \\ 0.0933 & 0.0105 & -0.0439 \\ -0.0067 & 0.0927 & 0.0374 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} x'_a - L'_4 \\ y'_a - L'_8 \\ x''_a - L''_4 \\ y''_a - L''_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 134.5513 \\ 126.5911 \\ 123.1383 \\ 130.1096 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- ادامه حل مثال ۱:
- سپس به روش کمترین مربعات مجهولات برآورد می‌شوند.

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

$$X = \left(\underbrace{\begin{bmatrix} 0.0939 & -0.0083 & 0.0933 & -0.0067 \\ 0.0095 & 0.0919 & 0.0105 & 0.0927 \\ 0.0136 & 0.0354 & -0.0439 & 0.0374 \end{bmatrix}}_{A^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0.0939 & 0.0095 & 0.0136 \\ -0.0083 & 0.0919 & 0.0354 \\ 0.0933 & 0.0105 & -0.0439 \\ -0.0067 & 0.0927 & 0.0374 \end{bmatrix}}_A \right)^{-1} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0.0939 & -0.0083 & 0.0933 & -0.0067 \\ 0.0095 & 0.0919 & 0.0105 & 0.0927 \\ 0.0136 & 0.0354 & -0.0439 & 0.0374 \end{bmatrix}}_{A^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 134.5513 \\ 126.5911 \\ 123.1383 \\ 130.1096 \end{bmatrix}}_L$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1260 \\ 1410 \\ 210 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- چند نکته در مورد تقاطع با معادلات DLT
- برای حل این دستگاه معادلات نیازی به مقدار اولیه نیست. زیرا با یک دستگاه معادلات خطی روبرو هستیم که به صورت مستقیم می‌توان مجهولات را برآورد نمود.
- از نقطه نظر سرشکنی حل دستگاه معادلات تقاطع فضایی با روش پارامتریک کمترین مربعات صحیح نیست! زیرا مشاهدات تنها باید در یک طرف دستگاه معادلات باشند.
- در حالت فتوگرامتری هوایی کلاسیک که پوشش طولی ۶۰ درصد است، استفاده از این روش مشکلی ایجاد نمی‌کند.


تقاطع فضایی با معادلات DLT

- چند نکته در مورد تقاطع با معادلات DLT
- تحقیقات نشان داده برای استفاده از این تبدیل، بهتر است نرمالیزاسیون مختصات انجام گیرد و ضرایب DLT در حالت نرمالیزه به کار برده شوند و در نهایت نیز مجهولات دی-نرمالیزه شوند.
- در حالتی که هندسی تصاویر نسبت به هم از نقطه نظر فتوگرامتری دارای دقت پایینی است و یا دقت پارامترهای توجیه داخلی و خارجی پایین است، توصیه می شود از این روش استفاده نشود.
- از نظر هزینه محاسباتی سرعت این روش از همه روشها بسیار بالاتر است.

تقاطع فضایی با معادلات DLT

- چند نکته در مورد تقاطع با معادلات DLT
- اگر در مجموعه داده‌ای تعداد نقاط زمینی زیاد بودند، اگرچه امکان برآورد مختصات همه نقاط به صورت یکجا وجود دارد؛ اما توصیه می‌شود دستگاه معادلات برای همه نقاط به صورت یکجا حل نشود. تک تک حل شود بهتر

است.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \end{bmatrix}_{4 \times 1} \end{bmatrix}}_L = \underbrace{\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \end{bmatrix}_{4 \times 3} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} \end{bmatrix}_{4 \times 3} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_1 \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_n \end{bmatrix}}_{3n \times 1}$$


تقاطع با معادلات DLT

- در حالتی که یک نقطه در چندین عکس اندازه گیری شده و ضرایب DLT تمام عکسها معلوم باشد؛ فرم ماتریسی دستگاه معادلات تقاطع به صورت زیر خواهد بود:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x' - L_4' \\ y' - L_8' \\ x'' - L_4'' \\ y'' - L_8'' \\ \vdots \\ x^n - L_4^n \\ y^n - L_8^n \end{bmatrix}}_{L_{2n \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} L_1' - L_9' x' & L_2' - L_{10}' x' & L_3' - L_{11}' x' \\ L_5' - L_9' y' & L_6' - L_{10}' y' & L_7' - L_{11}' y' \\ L_1'' - L_9'' x'' & L_2'' - L_{10}'' x'' & L_3'' - L_{11}'' x'' \\ L_5'' - L_9'' y'' & L_6'' - L_{10}'' y'' & L_7'' - L_{11}'' y'' \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ L_1^n - L_9^n x^n & L_2^n - L_{10}^n x^n & L_3^n - L_{11}^n x^n \\ L_5^n - L_9^n y^n & L_6^n - L_{10}^n y^n & L_7^n - L_{11}^n y^n \end{bmatrix}}_{A_{2n \times 3}} \underbrace{\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}}_{X_{3 \times 1}} \Rightarrow X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

- که در آن L_i' و L_i'' و ... تا L_i^n به ترتیب پارامترهای DLT عکس اول و دوم و ... تا n ام هستند.

تمرین شماره ۵ – قسمت اول

- در محیط متلب برنامه ای بنویسید که با توجه به اطلاعات ارائه شده در مثال ۱ (منظور پارامترهای توجیه داخلی و خارجی زوج عکس استریو)، مختصات زمینی یکی از نقاط اسلاید بعد به روش تقاطع با معادلات DLT محاسبه شود. نتیجه این تمرین را تا هفته آینده به آدرس noorollah.tatar@gmail.com با موضوع "تمرین شماره ۵ – قسمت اول درس فتوگرامتری تحلیلی" ایمیل کنید.
- راهنمایی: مشابه مثال ۱ عمل شود.

تمرین شماره ۵ – قسمت اول

- مختصات نقاط متناظر

مختصات نقاط متناظر در زوج عکس هوایی (برحسب میلیمتر)				
شماره نقطه	مختصات در عکس اول		مختصات در عکس دوم	
	x'_a	y'_a	x''_a	y''_a
2	38.0049	4.7325	-51.4547	4.70956
3	39.23207	15.0054	-50.7704	14.820
4	39.37056	10.24368	-52.43026	10.21951
5	17.6608	6.0925	-72.8088	5.6371
6	23.286	4.8976	-70.42759	4.69251
7	27.2231	35.5816	-70.8815	34.9109
8	34.808	16.1228	-57.3662	15.8926

تقاطع فضایی با معادلات شرط هم خطی

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- یکی از روش‌هایی که برای تقاطع فضایی به کار می‌رود، استفاده از معادلات شرط هم خطی است. این روش مرسوم‌ترین روش در منابع فتوگرامتری است.
- همانطور که به خاطر دارید معادلات شرط هم خطی به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{cases} x_a - x_o = -f \frac{[m_{11}(X_A - X_0) + m_{12}(Y_A - Y_0) + m_{13}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \\ y_a - y_o = -f \frac{[m_{21}(X_A - X_0) + m_{22}(Y_A - Y_0) + m_{23}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \end{cases}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- همانطور که پیشتر نیز گفته شد، فرض اولیه در تقاطع فضایی این است که پارامترهای توجیه داخلی و خارجی پیشتر محاسبه شده باشند. لذا چنانچه برای نقاط چک (یا کنترل که مختصات زمینی و عکسی شان معلوم است) خطای تقاطع بیش از حد مجاز داشته باشیم، این خطا ناشی از دقت پایین (یا خطای) پارامترهای توجیه داخلی یا پارامترهای کالیبراسیون یا پارامترهای توجیه خارجی است. البته در صورتی که مشاهدات عکسی و زمینی عاری از خطای فاحش و سیستماتیک باشند.
- معمولاً پارامترهای فوق طی پردازش هایی، قبل از تقاطع برآورد می شوند.

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- در تقاطع فضایی با معادلات شرط هم خطی، با معادلاتی غیرخطی سر و کار داریم که بایستی خطی شوند.
- برای خط سازی از بسط سری تیلور استفاده می شود. پیش از خطی سازی معادلات شرط هم خطی، معادلات مربوط به مولفه های X و Y به صورت زیر بازنویسی می شوند:

$$\begin{cases} F = x_a = x_o - f \frac{[m_{11}(X_A - X_0) + m_{12}(Y_A - Y_0) + m_{13}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \\ G = y_a = y_o - f \frac{[m_{21}(X_A - X_0) + m_{22}(Y_A - Y_0) + m_{23}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \end{cases}$$

$$y = \frac{u}{v} \Rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی



• خط سازی با بسط سری تیلور:

$$\frac{\partial F}{\partial X_A} = -f \frac{m_{11} [m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)] - m_{31} [m_{11}(X_A - X_0) + m_{12}(Y_A - Y_0) + m_{13}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_A} = \frac{-m_{31} [x_a - x_0] - f \times m_{11}}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Y_A} = -f \frac{m_{12} [m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)] - m_{32} [m_{11}(X_A - X_0) + m_{12}(Y_A - Y_0) + m_{13}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Y_A} = \frac{-m_{32} [x_a - x_0] - f \times m_{12}}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Z_A} = -f \frac{m_{13} [m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)] - m_{33} [m_{11}(X_A - X_0) + m_{12}(Y_A - Y_0) + m_{13}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Z_A} = \frac{-m_{33} [x_a - x_0] - f \times m_{13}}{[m_{31}(X - X_0) + m_{32}(Y - Y_0) + m_{33}(Z - Z_0)]}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

• خط سازی با بسط سری تیلور:

$$\frac{\partial G}{\partial X_A} = -f \frac{m_{21} [m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)] - m_{31} [m_{21}(X_A - X_0) + m_{22}(Y_A - Y_0) + m_{23}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]^2}$$

$$\frac{\partial G}{\partial X_A} = \frac{-m_{31} [y_a - y_0] - f \times m_{21}}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]}$$

$$\frac{\partial G}{\partial Y_A} = -f \frac{m_{22} [m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)] - m_{32} [m_{21}(X_A - X_0) + m_{22}(Y_A - Y_0) + m_{23}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]^2}$$

$$\frac{\partial G}{\partial Y_A} = \frac{-m_{32} [y_a - y_0] - f \times m_{22}}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]}$$

$$\frac{\partial G}{\partial Z_A} = -f \frac{m_{23} [m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)] - m_{33} [m_{21}(X_A - X_0) + m_{22}(Y_A - Y_0) + m_{23}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]^2}$$

$$\frac{\partial G}{\partial Z_A} = \frac{-m_{33} [y_a - y_0] - f \times m_{23}}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- باتوجه به مشتقات اسلایدهای قبل، دستگاه معادلات خطی سازی شده

برای تقاطع فضایی یک نقطه متناظر، به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\left\{ \begin{array}{l} x'_a \approx F_1(X_0) + \frac{\partial F_1}{\partial X_A}(X_A - X_{A0}) + \frac{\partial F_1}{\partial Y_A}(Y_A - Y_{A0}) + \frac{\partial F_1}{\partial Z_A}(Z_A - Z_{A0}) \\ y'_a \approx G_1(X_0) + \frac{\partial G_1}{\partial X_A}(X_A - X_{A0}) + \frac{\partial G_1}{\partial Y_A}(Y_A - Y_{A0}) + \frac{\partial G_1}{\partial Z_A}(Z_A - Z_{A0}) \\ x''_a \approx F_2(X_0) + \frac{\partial F_2}{\partial X_A}(X_A - X_{A0}) + \frac{\partial F_2}{\partial Y_A}(Y_A - Y_{A0}) + \frac{\partial F_2}{\partial Z_A}(Z_A - Z_{A0}) \\ y''_a \approx G_2(X_0) + \frac{\partial G_2}{\partial X_A}(X_A - X_{A0}) + \frac{\partial G_2}{\partial Y_A}(Y_A - Y_{A0}) + \frac{\partial G_2}{\partial Z_A}(Z_A - Z_{A0}) \end{array} \right.$$

- که در آن (X_{A0}, Y_{A0}, Z_{A0}) مقدار اولیه مختصات زمینی و $F_1, F_2, G_1,$

G_2 معادلات مربوط به نقطه متناظر در عکس چپ و راست اند.

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- باتوجه به مشتقات اسلایدهای قبل، دستگاه معادلات خطی سازی شده

برای تقاطع فضایی یک نقطه متناظر، به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{cases} x'_a \approx F_1(X_0) + \frac{\partial F_1}{\partial X_A} X_A + \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} Y_A + \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_A - \frac{\partial F_1}{\partial X_A} X_{A0} - \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} Y_{A0} - \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ y'_a \approx G_1(X_0) + \frac{\partial G_1}{\partial X_A} X_A + \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_A + \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_A - \frac{\partial G_1}{\partial X_A} X_{A0} - \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_{A0} - \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ x''_a \approx F_2(X_0) + \frac{\partial F_2}{\partial X_A} X_A + \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} Y_A + \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} Z_A - \frac{\partial F_2}{\partial X_A} X_{A0} - \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} Y_{A0} - \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ y''_a \approx G_2(X_0) + \frac{\partial G_2}{\partial X_A} X_A + \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} Y_A + \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} Z_A - \frac{\partial G_2}{\partial X_A} X_{A0} - \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} Y_{A0} - \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \end{cases}$$

- که در آن (X_{A0}, Y_{A0}, Z_{A0}) مقدار اولیه مختصات زمینی و $F_1, F_2, G_1,$

G_2 معادلات مربوط به نقطه متناظر در عکس چپ و راست اند.

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- باتوجه به مشتقات اسلایدهای قبل، دستگاه معادلات خطی سازی شده

برای تقاطع فضایی یک نقطه متناظر، به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\left\{ \begin{array}{l} x'_a - F_1(X_0) + \frac{\partial F_1}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \simeq \frac{\partial F_1}{\partial X_A} X_A + \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} Y_A + \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_A \\ y'_a - G_1(X_0) + \frac{\partial G_1}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \simeq \frac{\partial G_1}{\partial X_A} X_A + \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_A + \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_A \\ x''_a - F_2(X_0) + \frac{\partial F_2}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \simeq \frac{\partial F_2}{\partial X_A} X_A + \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} Y_A + \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} Z_A \\ y''_a - G_2(X_0) + \frac{\partial G_2}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \simeq \frac{\partial G_2}{\partial X_A} X_A + \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} Y_A + \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} Z_A \end{array} \right.$$

- که در آن (X_{A0}, Y_{A0}, Z_{A0}) مقدار اولیه مختصات زمینی و $F_1, F_2, G_1,$

G_2 معادلات مربوط به نقطه متناظر در عکس چپ و راست اند.

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- همچنین فرم ماتریسی دستگاه معادلات فوق به صورت زیر خواهد بود:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x'_a - F_1(X_0) + \frac{\partial F_1}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ y'_a - G_1(X_0) + \frac{\partial G_1}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ x''_a - F_2(X_0) + \frac{\partial F_2}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ y''_a - G_2(X_0) + \frac{\partial G_2}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \end{bmatrix}}_{L \quad 4 \times 1} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_A} & \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} & \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial G_1}{\partial X_A} & \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} & \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_A} & \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} & \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial G_2}{\partial X_A} & \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} & \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} \end{bmatrix}}_{A \quad 4 \times 3} \underbrace{\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}}_{X \quad 3 \times 1}$$

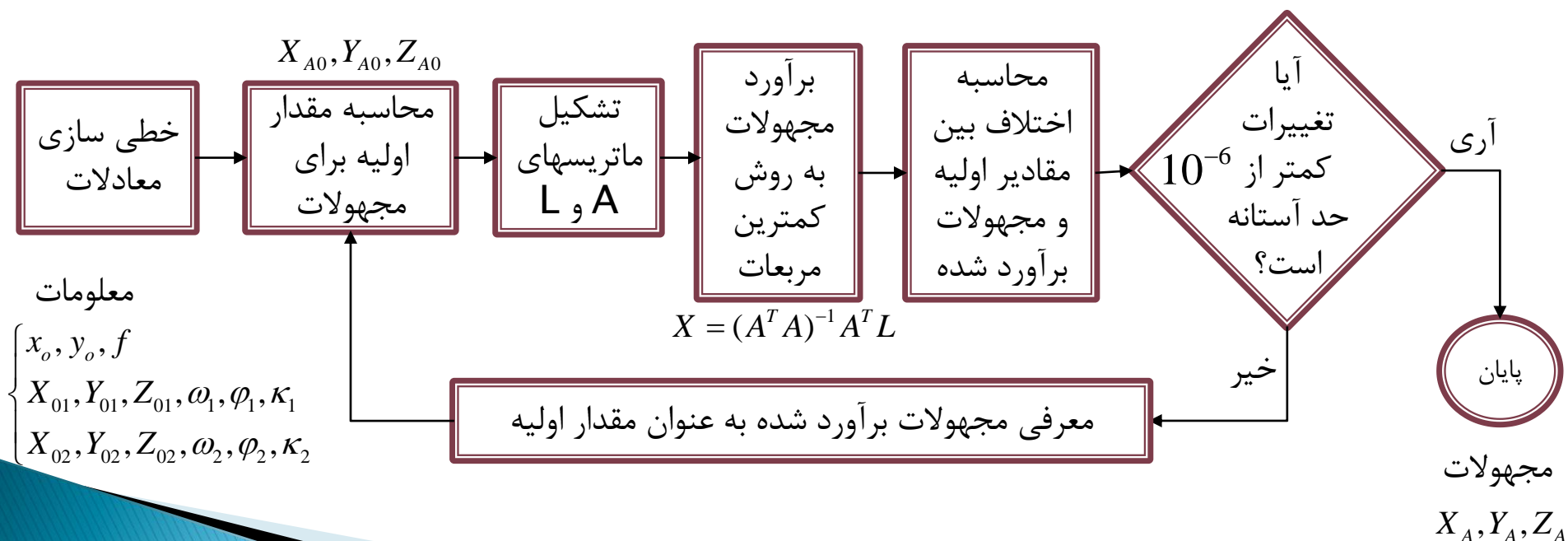
- مجهولات دستگاه معادله فوق طی یک فرآیند تکراری به روش کمترین

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

مربعات برآورد می شوند.

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- همانطور که پیشتر در سرشکنی گفته شد برای حل دستگاه معادلات خطی شده، پس از تشکیل ماتریس‌های دستگاه معادلات، مجهولات طی یک فرآیند تکراری برآورد می شوند:



تقاطع فضایی با شرط هم خطی

• برای تعیین مقادیر اولیه تقاطع فضایی به صورت زیر عمل می شود:

1. ابتدا با معادله پارالاکس مولفه Z از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Z_{A0} = \frac{Z_{01} + Z_{02}}{2} - \frac{B}{Px_a} f$$

$$B = \sqrt{(X_{01} - X_{02})^2 + (Y_{01} - Y_{02})^2}$$

$$Px_a = x'_a - x''_a$$

2. برای مولفه های X و Y از معکوس شرط هم خطی استفاده می شود:

$$\begin{pmatrix} X_A - X_0 \\ Y_A - Y_0 \\ Z_A - Z_0 \end{pmatrix} = \lambda R \begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -f \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_{A0} = X_0 + (Z_{A0} - Z_0) \frac{[r_{11}(x_a - x_o) + r_{12}(y_a - y_o) + r_{13}(-f)]}{[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)]} \\ Y_{A0} = Y_0 + (Z_{A0} - Z_0) \frac{[r_{21}(x_a - x_o) + r_{22}(y_a - y_o) + r_{23}(-f)]}{[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)]} \end{cases}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- مثال ۲:
- فرض کنید یک زوج عکس هوایی با پارامترهای توجیه خارجی و داخلی زیر اخذ شده است.

پارامترهای توجیه داخلی (میلیمتر)		
xo	y0	f
0.008	-0.012	152.14

پارامترهای توجیه خارجی (موقعیت و وضعیت) عکس اول					
ω (deg)	Φ (deg)	K (deg)	X0 (m)	Y0 (m)	Z0 (m)
2	3	6.1	1114	862	1600

پارامترهای توجیه خارجی (موقعیت و وضعیت) عکس دوم					
ω (deg)	Φ (deg)	K (deg)	X0 (m)	Y0 (m)	Z0 (m)
3.5	2	4.7	2033	904	1590

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- مثال ۲:
- مختصات عکسی این نقاط در عکس اول و دوم به صورت زیر است.

مختصات نقاط متناظر در زوج عکس هوایی (برحسب میلیمتر)

شماره نقطه	مختصات در عکس اول		مختصات در عکس دوم	
	x'_a	y'_a	x''_a	y''_a
1	29.5181	51.43756	-65.8298	50.25667

- با استفاده از معادلات شرط هم خطی، مختصات زمینی نقطه ی فوق را محاسبه کنید؟

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

• حل مثال ۲:

• ابتدا ماتریس‌های دوران محاسبه می‌شوند:

• ماتریس دوران عکس اول

$$\begin{pmatrix} \omega_1 = 2^\circ \\ \varphi_1 = 3^\circ \\ \kappa_1 = 6.1^\circ \end{pmatrix} \Rightarrow M_1 = \begin{pmatrix} 0.9930 & 0.1080 & -0.0483 \\ -0.1061 & 0.9935 & 0.0403 \\ 0.0523 & -0.0349 & 0.9980 \end{pmatrix}$$

• ماتریس دوران عکس دوم

$$\begin{pmatrix} \omega_2 = 3.5^\circ \\ \varphi_2 = 2^\circ \\ \kappa_2 = 4.7^\circ \end{pmatrix} \Rightarrow M_2 = \begin{pmatrix} 0.9960 & 0.0839 & -0.0297 \\ -0.0819 & 0.9946 & 0.0637 \\ 0.0349 & -0.0610 & 0.9975 \end{pmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

• ادامه حل مثال ۲:

• در مرحله بعد مقدار اولیه مجهولات محاسبه می شوند:

• مقدار اولیه مولفه Z_0 برابر است با:

$$Px_a = x'_a - x''_a = 95.3479mm$$

$$B = \sqrt{(X_{01} - X_{02})^2 + (Y_{01} - Y_{02})^2} = \sqrt{(1114 - 1966)^2 + (862 - 904)^2} = 853.0346m$$

$$Z_{A0} = \frac{Z_{01} + Z_{02}}{2} - \frac{B}{Px_a} f = \frac{1600 + 1590}{2} - \frac{853.035 \times 152.14}{95.3479} \Rightarrow Z_{A0} = 233.872m$$

• برای محاسبه مقدار اولیه مولفه های X_0 و Y_0 ابتدا معکوس ماتریس

دوران محاسبه می شود:

$$R = M_1^T = \begin{pmatrix} 0.9930 & -0.1061 & 0.0523 \\ 0.1080 & 0.9935 & -0.0349 \\ -0.0483 & 0.0403 & 0.9980 \end{pmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- سپس با توجه به معکوس معادلات شرط هم خطی، مقدار اولیه مولفه‌های

X_0 و Y_0 از روابط زیر بدست می‌آید

$$\begin{cases} X_{A0} = X_{01} + (Z_{A0} - Z_{01}) \frac{[r_{11}(x'_1 - x_o) + r_{12}(y'_1 - y_o) + r_{13}(-f)]}{[r_{31}(x'_1 - x_o) + r_{32}(y'_1 - y_o) + r_{33}(-f)]} \\ Y_{A0} = Y_{01} + (Z_{A0} - Z_{01}) \frac{[r_{21}(x'_1 - x_o) + r_{22}(y'_1 - y_o) + r_{23}(-f)]}{[r_{31}(x'_1 - x_o) + r_{32}(y'_1 - y_o) + r_{33}(-f)]} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} X_{A0} = 1114 + (233.8 - 1600) \frac{0.993 \times (29.518 - 0.008) - 0.1061 \times (51.438 + 0.012) + 0.0523 \times (-152.14)}{-0.0483 \times (29.518 - 0.008) + 0.0403 \times (51.438 + 0.012) + 0.998 \times (-152.14)} \simeq 1257.5m \\ Y_{A0} = 862 + (233.8 - 1600) \frac{0.108 \times (29.518 - 0.008) + 0.9935 \times (51.438 + 0.012) - 0.0349 \times (-152.14)}{-0.0483 \times (29.518 - 0.008) + 0.0403 \times (51.438 + 0.012) + 0.998 \times (-152.14)} \simeq 1400.6m \end{cases}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

$$M_1 = \begin{pmatrix} 0.9930 & 0.1080 & -0.0483 \\ -0.1061 & 0.9935 & 0.0403 \\ 0.0523 & -0.0349 & 0.9980 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial X_A} = \frac{-m_{31} [x'_1 - x_0] - f \times m_{11}}{[m_{31}(X_{A0} - X_{01}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{01}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{01})]} = 0.111$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial Y_A} = \frac{-m_{32} [x'_1 - x_0] - f \times m_{12}}{[m_{31}(X_{A0} - X_{01}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{01}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{01})]} = 0.0112$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial Z_A} = \frac{-m_{33} [x'_1 - x_0] - f \times m_{13}}{[m_{31}(X_{A0} - X_{01}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{01}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{01})]} = 0.016$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial X_A} = \frac{-m_{31} [y'_1 - y_0] - f \times m_{21}}{[m_{31}(X_{A0} - X_{01}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{01}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{01})]} = -0.0098$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial Y_A} = \frac{-m_{32} [y'_1 - y_0] - f \times m_{22}}{[m_{31}(X_{A0} - X_{01}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{01}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{01})]} = 0.1086$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial Z_A} = \frac{-m_{33} [y'_1 - y_0] - f \times m_{23}}{[m_{31}(X_{A0} - X_{01}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{01}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{01})]} = 0.0418$$

• ادامه حل مثال ۲:

• در مرحله بعد با

توجه به مقدار

اولیه مجهولات،

مقدار دهی

مشتقات مربوط به

نقطه عکس اول

انجام می گیرد:

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

$$M_2 = \begin{pmatrix} 0.9960 & 0.0839 & -0.0297 \\ -0.0819 & 0.9946 & 0.0637 \\ 0.0349 & -0.0610 & 0.9975 \end{pmatrix}$$

• ادامه حل مثال ۲:

$$\frac{\partial F_2}{\partial X_A} = \frac{-m_{31}[x_1'' - x_0] - f \times m_{11}}{[m_{31}(X_{A0} - X_{02}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{02}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{02})]} = 0.106$$

• در مرحله بعد با

$$\frac{\partial F_2}{\partial Y_A} = \frac{-m_{32}[x_1'' - x_0] - f \times m_{12}}{[m_{31}(X_{A0} - X_{02}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{02}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{02})]} = 0.0119$$

توجه به مقدار

$$\frac{\partial F_2}{\partial Z_A} = \frac{-m_{33}[x_1'' - x_0] - f \times m_{13}}{[m_{31}(X_{A0} - X_{02}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{02}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{02})]} = -0.0499$$

اولیه مجهولات،

$$\frac{\partial G_2}{\partial X_A} = \frac{-m_{31}[y_1'' - y_0] - f \times m_{21}}{[m_{31}(X_{A0} - X_{02}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{02}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{02})]} = -0.0076$$

مقدار دهی

$$\frac{\partial G_2}{\partial Y_A} = \frac{-m_{32}[y_1'' - y_0] - f \times m_{22}}{[m_{31}(X_{A0} - X_{02}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{02}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{02})]} = 0.1053$$

مشتقات مربوط به

$$\frac{\partial G_2}{\partial Z_A} = \frac{-m_{33}[y_1'' - y_0] - f \times m_{23}}{[m_{31}(X_{A0} - X_{02}) + m_{32}(Y_{A0} - Y_{02}) + m_{33}(Z_{A0} - Z_{02})]} = 0.0425$$

نقطه عکس دوم

انجام می گیرد:

تقاطع فضایی با شرط هم خطی



- ادامه حل مثال ۲:
- همچنین باتوجه به مقادیر اولیه مجهولات، مقدار اولیه توابع محاسبه می شوند.

$$M_1 = \begin{pmatrix} 0.9930 & 0.1080 & -0.0483 \\ -0.1061 & 0.9935 & 0.0403 \\ 0.0523 & -0.0349 & 0.9980 \end{pmatrix} \begin{cases} F_1(X_0) = x_o - f \frac{[m_{11}(X_{A0} - X_0) + m_{12}(Y_{A0} - Y_0) + m_{13}(Z_{A0} - Z_0)]}{[m_{31}(X_{A0} - X_0) + m_{32}(Y_{A0} - Y_0) + m_{33}(Z_{A0} - Z_0)]} = 29.5181 \\ G_1(X_0) = y_o - f \frac{[m_{21}(X_{A0} - X_0) + m_{22}(Y_{A0} - Y_0) + m_{23}(Z_{A0} - Z_0)]}{[m_{31}(X_{A0} - X_0) + m_{32}(Y_{A0} - Y_0) + m_{33}(Z_{A0} - Z_0)]} = 51.4376 \end{cases}$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 0.9960 & 0.0839 & -0.0297 \\ -0.0819 & 0.9946 & 0.0637 \\ 0.0349 & -0.0610 & 0.9975 \end{pmatrix} \begin{cases} F_2(X_0) = x_o - f \frac{[m_{11}(X_{A0} - X_0) + m_{12}(Y_{A0} - Y_0) + m_{13}(Z_{A0} - Z_0)]}{[m_{31}(X_{A0} - X_0) + m_{32}(Y_{A0} - Y_0) + m_{33}(Z_{A0} - Z_0)]} = -67.398 \\ G_2(X_0) = y_o - f \frac{[m_{21}(X_{A0} - X_0) + m_{22}(Y_{A0} - Y_0) + m_{23}(Z_{A0} - Z_0)]}{[m_{31}(X_{A0} - X_0) + m_{32}(Y_{A0} - Y_0) + m_{33}(Z_{A0} - Z_0)]} = 50.2993 \end{cases}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- باتوجه به مقداردهی به مشتقات ماتریس A به صورت زیر ایجاد می شود

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_A} & \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} & \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial G_1}{\partial X_A} & \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} & \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_A} & \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} & \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial G_2}{\partial X_A} & \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} & \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} \end{bmatrix}_{4 \times 3} = \begin{bmatrix} 0.1110 & 0.0112 & 0.0161 \\ -0.0098 & 0.1087 & 0.0418 \\ 0.1060 & 0.0119 & -0.0499 \\ -0.0076 & 0.1053 & 0.0425 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- باتوجه به مقداردهی به مشتقات و مقدار اولیه توابع ماتریس L به صورت زیر ایجاد می شود

$$L = \begin{bmatrix} x'_a - F_1(X_0) + \frac{\partial F_1}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ y'_a - G_1(X_0) + \frac{\partial G_1}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ x''_a - F_2(X_0) + \frac{\partial F_2}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ y''_a - G_2(X_0) + \frac{\partial G_2}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \end{bmatrix}_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} 159.06 \\ 149.65 \\ 139.9 \\ 147.93 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲:
- سپس به روش کمترین مربعات مجهولات برآورد می شوند.

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

$$X = \left(\underbrace{\begin{bmatrix} 0.111 & -0.0098 & 0.106 & -0.0076 \\ 0.0112 & 0.1087 & 0.0119 & 0.1053 \\ 0.0161 & 0.0418 & -0.0499 & 0.0425 \end{bmatrix}}_{A^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0.111 & 0.0112 & 0.0161 \\ -0.0098 & 0.1087 & 0.0418 \\ 0.106 & 0.0119 & -0.0499 \\ -0.0076 & 0.1053 & 0.0425 \end{bmatrix}}_A \right)^{-1} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0.111 & -0.0098 & 0.106 & -0.0076 \\ 0.0112 & 0.1087 & 0.0119 & 0.1053 \\ 0.0161 & 0.0418 & -0.0499 & 0.0425 \end{bmatrix}}_{A^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 159.06 \\ 149.65 \\ 139.9 \\ 147.93 \end{bmatrix}}_L$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1260 \\ 1410 \\ 210 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

• ادامه حل مثال ۲:

• در مرحله بعد قدر مطلق اختلاف مقادیر برآورد شده با مقادیر اولیه

مجهولات محاسبه می شود.

$$\begin{bmatrix} X_A - X_{A0} \\ Y_A - Y_{A0} \\ Z_A - Z_{A0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1260 - 1257.5 \\ 1410 - 1400.6 \\ 210 - 233.9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 9.4 \\ -23.9 \end{bmatrix}$$

• از آنجا که بزرگترین مقدار این اختلاف از حد آستانه 0.000001 بیشتر

است، مجهولات برآورد شده به عنوان مقادیر اولیه در نظر گرفته می شوند

و محاسبات تکرار می شوند.

$$\begin{bmatrix} X_{A0} \\ Y_{A0} \\ Z_{A0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1260 \\ 1410 \\ 210 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲ (تکرار دوم):
- باتوجه به مقادیر اولیه جدید، ماتریس A به صورت زیر ایجاد می شود

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_A} & \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} & \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial G_1}{\partial X_A} & \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} & \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_A} & \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} & \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial G_2}{\partial X_A} & \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} & \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} \end{bmatrix}_{4 \times 3} = \begin{bmatrix} 0.1091 & 0.011 & 0.0158 \\ -0.0096 & 0.1068 & 0.0411 \\ 0.1042 & 0.0117 & -0.049 \\ -0.0075 & 0.1035 & 0.0418 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲ (تکرار دوم):
- باتوجه به مقادیر اولیه جدید، ماتریس L به صورت زیر ایجاد می شود

$$L = \begin{bmatrix} x'_a - F_1(X_0) + \frac{\partial F_1}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial F_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ y'_a - G_1(X_0) + \frac{\partial G_1}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ x''_a - F_2(X_0) + \frac{\partial F_2}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial F_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial F_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \\ y''_a - G_2(X_0) + \frac{\partial G_2}{\partial X_A} X_{A0} + \frac{\partial G_2}{\partial Y_A} Y_{A0} + \frac{\partial G_2}{\partial Z_A} Z_{A0} \end{bmatrix}_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} 159.0608 \\ 149.6506 \\ 139.9085 \\ 147.8292 \end{bmatrix}$$

تقاطع فضایی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۲ (تکرار دوم):
- سپس به روش کمترین مربعات مجهولات برآورد می شوند.

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

$$X = \left(\underbrace{\begin{bmatrix} 0.1091 & -0.0096 & 0.1042 & -0.0075 \\ 0.011 & 0.1068 & 0.0117 & 0.1035 \\ 0.0158 & 0.0411 & -0.049 & 0.0418 \end{bmatrix}}_{A^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0.1091 & 0.011 & 0.0158 \\ -0.0096 & 0.1068 & 0.0411 \\ 0.1042 & 0.0117 & -0.049 \\ -0.0075 & 0.1035 & 0.0418 \end{bmatrix}}_A \right)^{-1} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0.1091 & -0.0096 & 0.1042 & -0.0075 \\ 0.011 & 0.1068 & 0.0117 & 0.1035 \\ 0.0158 & 0.0411 & -0.049 & 0.0418 \end{bmatrix}}_{A^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 159.0608 \\ 149.6506 \\ 139.9085 \\ 147.8292 \end{bmatrix}}_L$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1260 \\ 1410 \\ 210 \end{bmatrix}$$

از آنجا که در تکرار دوم، اختلاف بین مقدار مجهولات برآورد شده با مقدار اولیه آنها در مرحله قبل کمتر از حد آستانه است، این مقادیر به عنوان جواب نهایی (مختصات زمینی مجهولات) در نظر گرفته می شوند.

تمرین شماره ۵ – قسمت دوم

- در محیط متلب برنامه ای بنویسید که با توجه به اطلاعات ارائه شده در تمرین ۵ قسمت اول (منظور پارامترهای توجیه داخلی و خارجی زوج عکس استریو)، مختصات زمینی یکی از نقاط متناظر اسلاید بعد به روش تقاطع با معادلات شرط هم خطی محاسبه شود. نتیجه این تمرین را تا دو هفته آینده به آدرس noonollah.tatar@gmail.com با موضوع "تمرین شماره ۵ – قسمت دوم درس فتوگرامتری تحلیلی" ایمیل کنید.
- راهنمایی: مشابه مثال ۲ عمل شود.
- یک نقطه متناظر را به دلخواه انتخاب کنید. (یک نقطه کافیست)

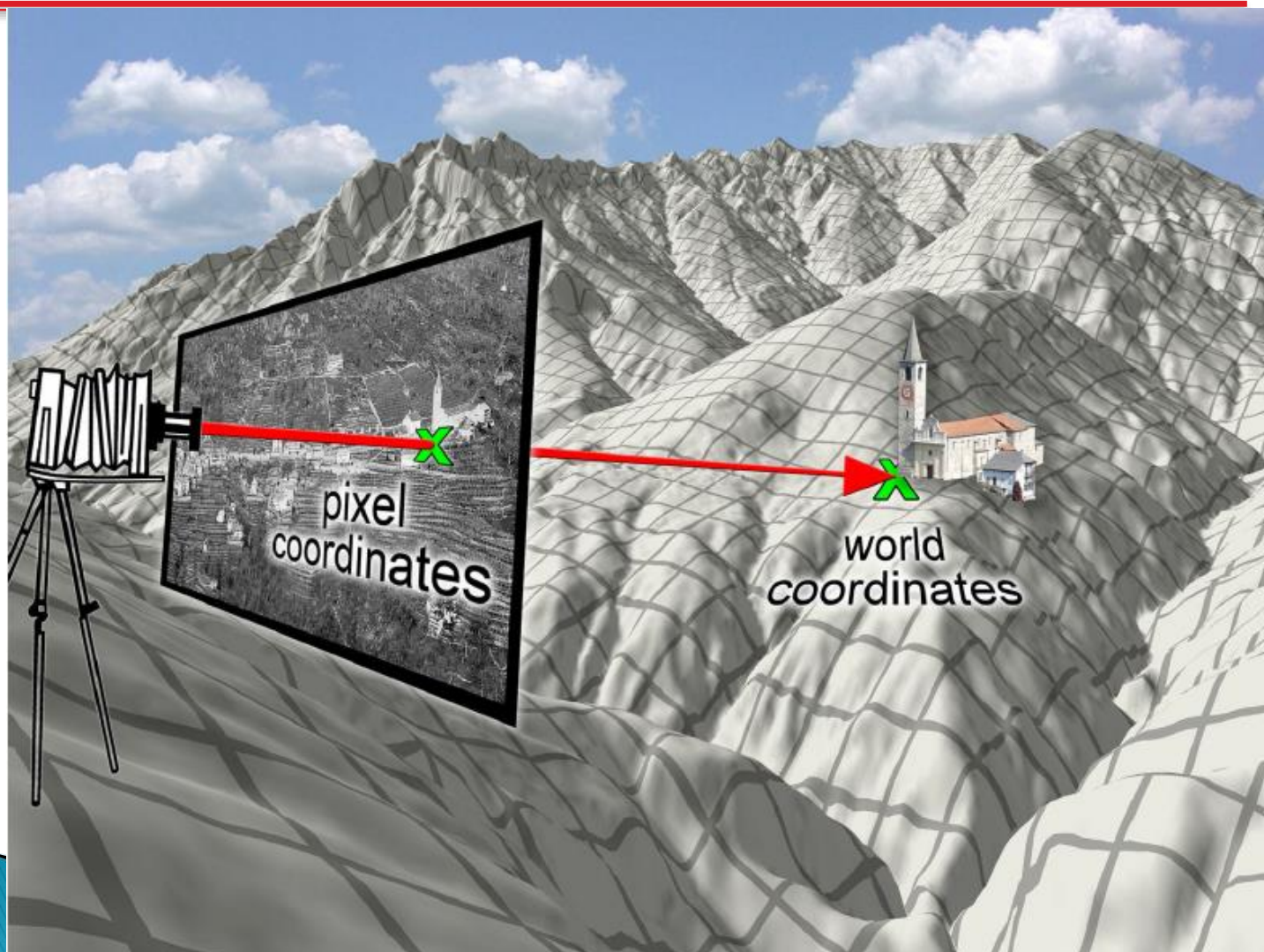
تمرین شماره ۵ – قسمت دوم

- مختصات نقاط متناظر

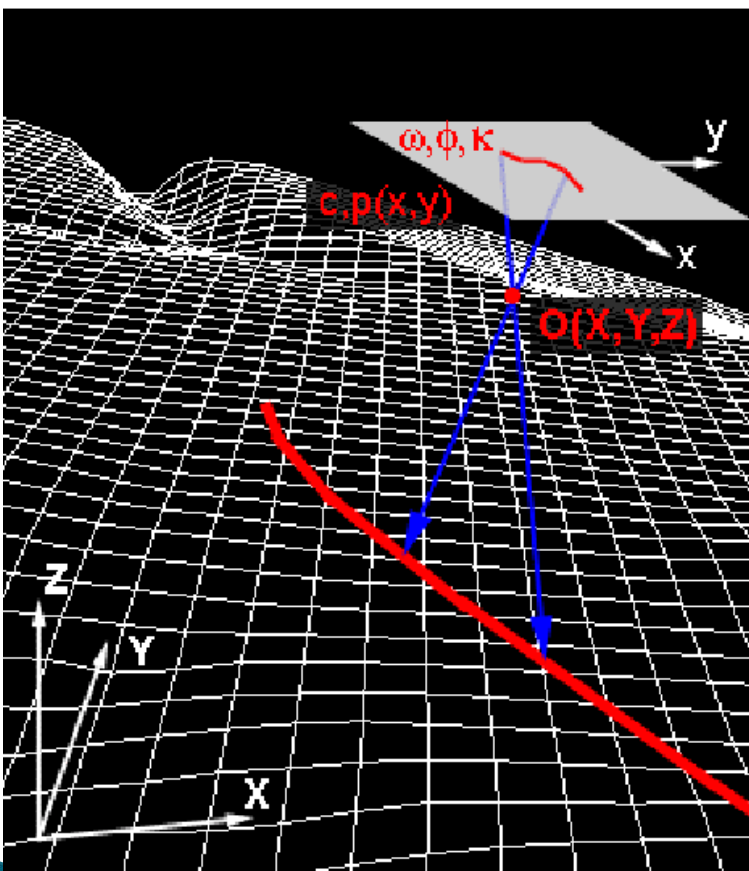
مختصات نقاط متناظر در زوج عکس هوایی (برحسب میلیمتر)				
شماره نقطه	مختصات در عکس اول		مختصات در عکس دوم	
	x'_a	y'_a	x''_a	y''_a
2	38.0049	4.7325	-51.4547	4.70956
3	39.23207	15.0054	-50.7704	14.820
4	39.37056	10.24368	-52.43026	10.21951
5	17.6608	6.0925	-72.8088	5.6371
6	23.286	4.8976	-70.42759	4.69251
7	27.2231	35.5816	-70.8815	34.9109
8	34.808	16.1228	-57.3662	15.8926

تقاطع فضایی تک عکس با مدل رقومی ارتفاعی

تقاطع فضایی تک عکس و مدل ارتفاعی



تقاطع فضایی تک عکس و مدل ارتفاعی



- یکی دیگر از روش‌های تقاطع در فتوگرامتری تحلیلی، تقاطع تک عکس با مدل رقومی ارتفاعی است.
- در این روش پارامترهای توجیه داخلی و خارجی عکس و همچنین مدل رقومی ارتفاعی در اختیار می‌باشد و هدف تعیین مختصات مسطحاتی زمینی متناظر با نقاط عکسی است.

تقاطع فضایی تک عکس و مدل ارتفاعی

- برای تقاطع تک عکس با مدل رقومی ارتفاعی از معکوس معادلات شرط هم خطی استفاده می شود.
- همانطور که به خاطر دارید رابطه شرط هم خطی به صورت زیر بود که معکوس آن با فرض بر داشتن ارتفاع نقطه مورد نظر از رابطه زیر بدست

$$\begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -f \end{pmatrix} = \lambda M \begin{pmatrix} X_A - X_0 \\ Y_A - Y_0 \\ Z_A - Z_0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} X_A - X_0 \\ Y_A - Y_0 \\ Z_A - Z_0 \end{pmatrix} = \lambda R \begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -f \end{pmatrix} \quad \text{می آید.} \quad R = M^{-1} = M^T$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_A = X_0 + (Z_A - Z_0) \frac{[r_{11}(x_a - x_o) + r_{12}(y_a - y_o) + r_{13}(-f)]}{[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)]} \\ Y_A = Y_0 + (Z_A - Z_0) \frac{[r_{21}(x_a - x_o) + r_{22}(y_a - y_o) + r_{23}(-f)]}{[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)]} \end{cases}$$

تقاطع فضایی تک عکس و مدل ارتفاعی

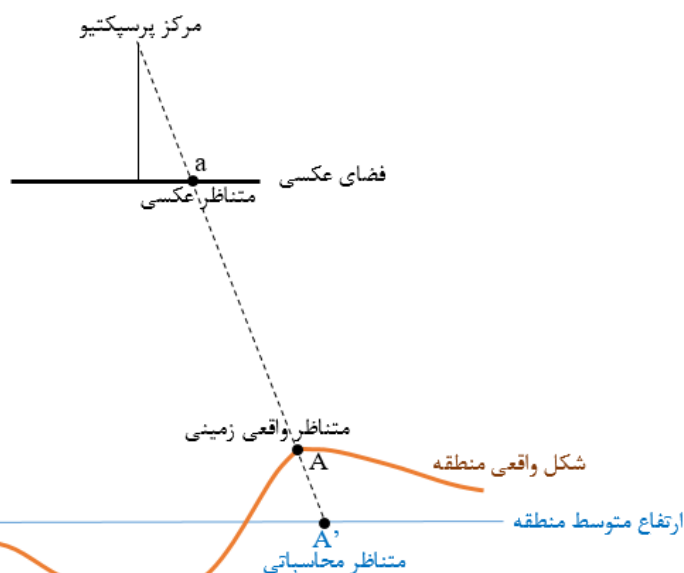
- اما مسئله ای که در اینجا وجود دارد این است که اگر منطقه دارای یک ارتفاع ثابت باشد رابطه فوق برقرار می شود. این در حالی است که اگر منطقه دارای یک سطح غیر یکنواخت باشد، برای اطلاع از ارتفاع باید

- مختصات مسطحاتی هم معلوم باشند! به عبارتی با فرمول اسلاید قبل به

جای متناظر واقعی زمینی (A)، محل تقاطع با ارتفاع متوسط منطقه (A')

محاسبه می شود. در چنین حالتی

چه کار باید کرد؟

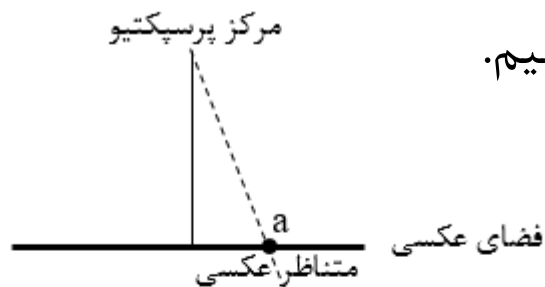


تقاطع فضایی تک عکس و مدل ارتفاعی

- راه حلی که در چنین مسائلی اتخاذ می شود این است که طی یک فرآیند

تکراری به متناظر واقعی زمینی دست پیدا می کنیم.

- مراحل این کار به شرح زیر اند:



1. محاسبه مختصات مسطحاتی با معکوس شرط هم

خطی و ارتفاع متوسط منطقه (نقطه شماره ۱)

2. تعیین ارتفاع واقعی نقطه ۱ از روی مدل

ارتفاعی (نقطه شماره ۲)



تقاطع فضایی تک عکس و مدل ارتفاعی

• ادامه مراحل :

3. محاسبه مختصات مسطحاتی با معکوس شرط

هم خطی و ارتفاع متوسط نقطه شماره ۲

(برآورد نقطه ۳)

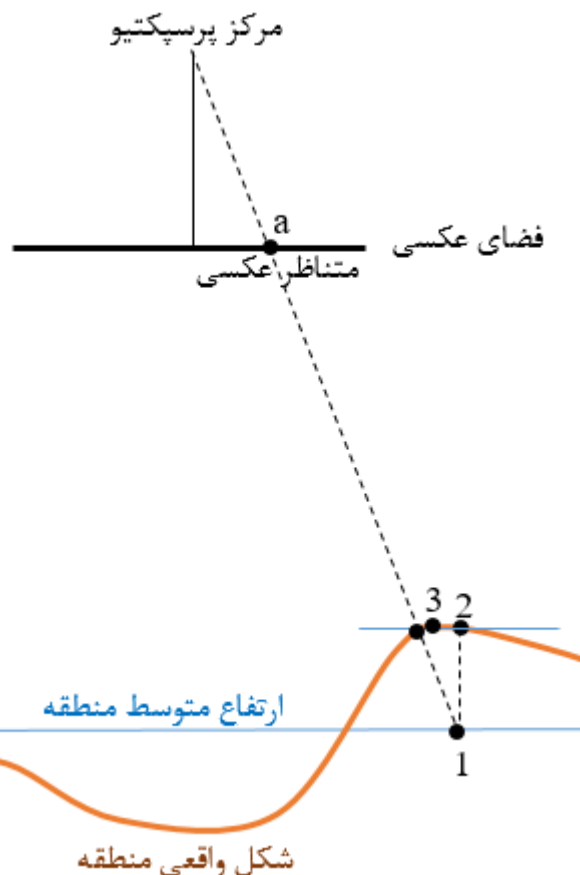
4. تعیین ارتفاع واقعی نقطه شماره ۳ از روی

مدل ارتفاعی

• تکرار فرآیند فوق تا جایی که تغییرات

مختصات مسطحاتی و ارتفاعی کمتر از

حد آستانه ۰.۰۰۰۱ باشد



ترميم تحليلی

ترمیم تحلیلی



تصویر تیلت دار قبل از ترمیم



تصویر بدون تیلت بعد از ترمیم تحلیلی

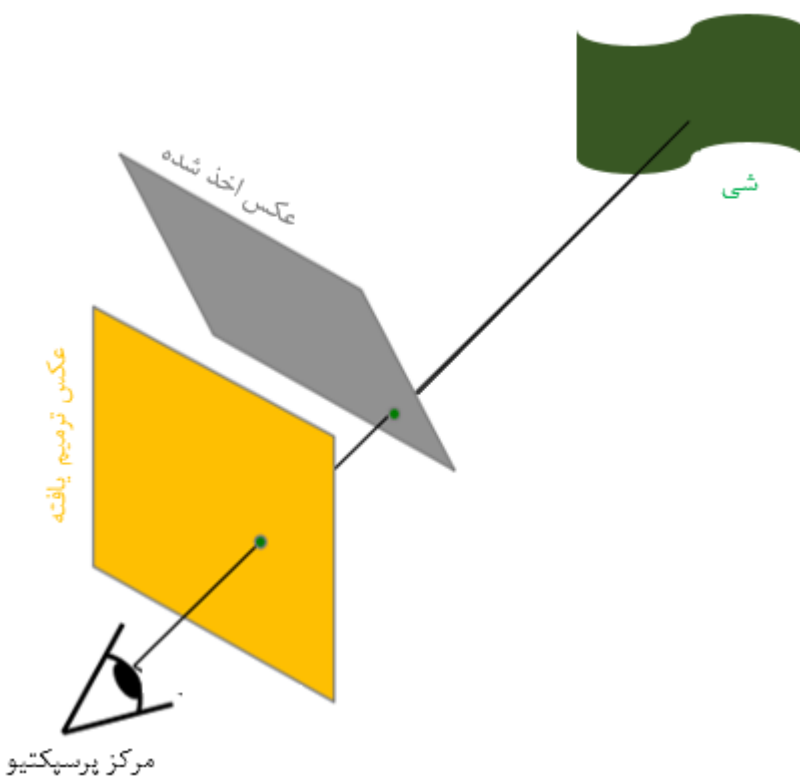
ترمیم تحلیلی

- ترمیم تحلیلی در واقع حذف جابجایی ناشی از تیلت از روی عکس‌های هوایی است.
 - خروجی ترمیم تحلیلی یک عکسی است که از روی عکس اصلی باز نمونه برداری شده است.
 - برای ترمیم تحلیلی راههای مختلفی وجود دارد:
1. دوران تصویر حول نقطه مرکزی به نحوی که جابجایی ناشی از تیلت نداشته باشیم (ترمیم در فضای عکسی)
 2. نگاشت تصویر بر روی یک صفحه مسطح زمینی با پیکسل سائز برابر با

GSD

ترمیم تحلیلی

- در ترمیم تحلیلی یک عکس در فضای عکسی، عکس حول محورهای سه گانه به نحوی دوران پیدا میکند که اثر دورانهای کاپا، اومگا و فی از روی عکس برداشته می شود.



- برای این کار کافی است از روی معکوس ماتریس دوران یک ماتریس هموگرافی ایجاد شود و تصویر با آن

نمونه برداری شود.

ترمیم تحلیلی

- مراحل ترمیم تحلیلی در فضای شیایی با داشتن پارامترهای توجیه داخلی و خارجی:

1. ابتدا ارتفاع متوسط منطقه برای ایجاد یک گرید منظم با فاصله سلولی

به اندازه پیکسل سایز زمینی (GSD) در نظر گرفته می شود.

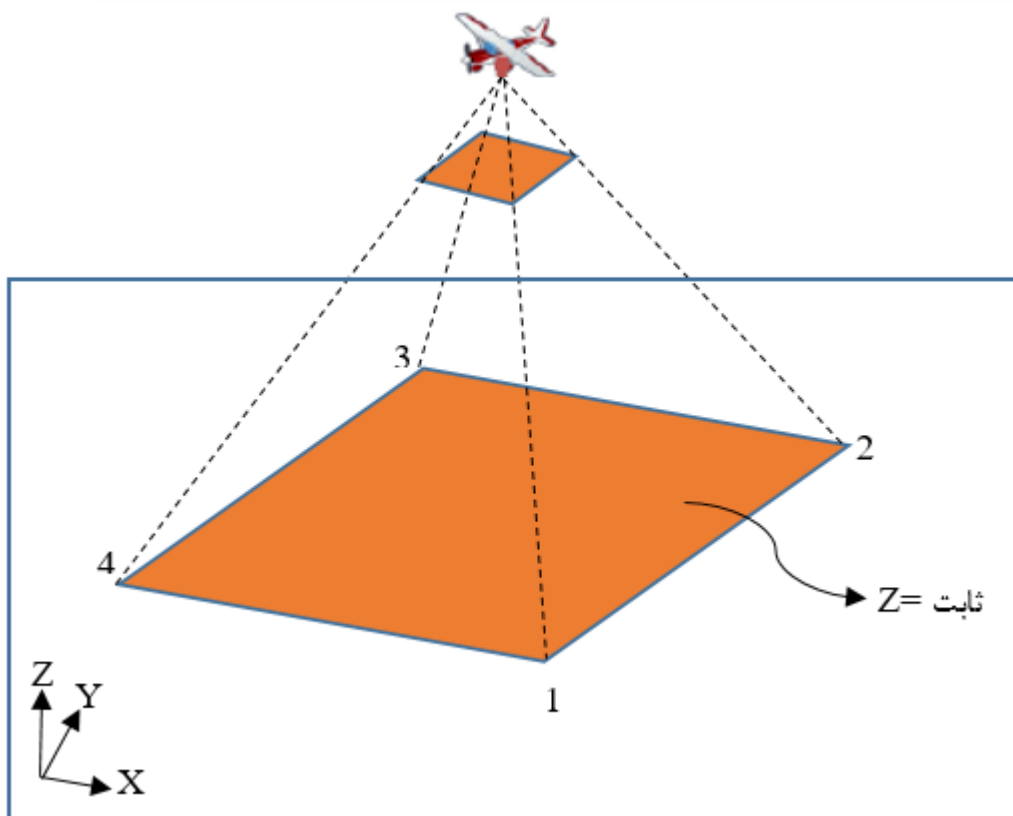
2. سپس با معکوس شرط هم خطی، موقعیت چهار گوشه تصویر بر روی

این صفحه نگاشت داده می شود.

$$\begin{cases} X_A = X_0 + (Z_A - Z_0) \frac{[r_{11}(x_a - x_o) + r_{12}(y_a - y_o) + r_{13}(-f)]}{[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)]} \\ Y_A = Y_0 + (Z_A - Z_0) \frac{[r_{21}(x_a - x_o) + r_{22}(y_a - y_o) + r_{23}(-f)]}{[r_{31}(x_a - x_o) + r_{32}(y_a - y_o) + r_{33}(-f)]} \end{cases}$$

ترمیم تحلیلی

- مراحل ترمیم تحلیلی
- در فضای شی‌ای با داشتن پارامترهای توجیه داخلی و خارجی:
- نگاشت چهارگوشه تصویر به صفحه شی‌ای



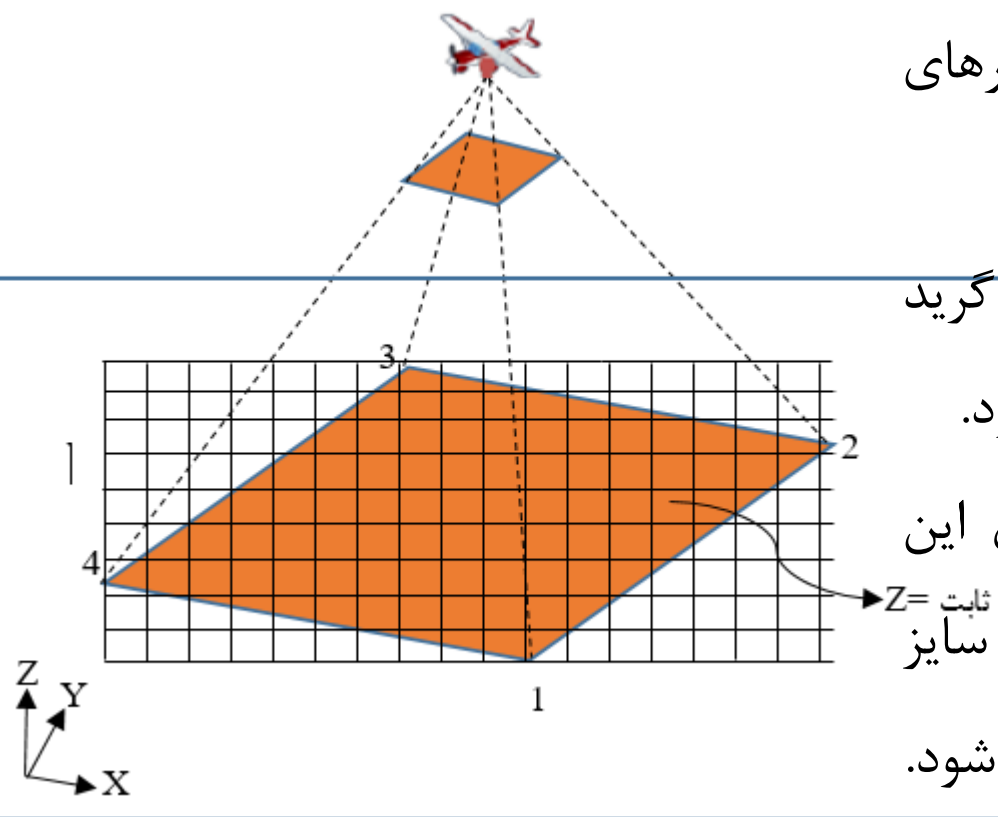
ترمیم تحلیلی

- مراحل ترمیم تحلیلی در فضای شیبی با داشتن پارامترهای توجیه داخلی و خارجی:

3. به این چهار نقطه یک گرید

منظم برآزش داده می شود.

- معمولا ابعاد سلول های این گرید به اندازه پیکسل سائز زمینی در نظر گرفته می شود.



ترمیم تحلیلی

- مراحل ترمیم تحلیلی در فضای شیایی با داشتن پارامترهای توجیه داخلی و خارجی:

4. در مرحله بعد به ازای هر سلول زمینی که دارای X, Y, Z مشخص است با استفاده از رابطه شرط هم خطی مختصات عکسی آن نقطه تعیین می‌گردد.

$$\begin{cases} x_a = x_o - f \frac{[m_{11}(X_A - X_0) + m_{12}(Y_A - Y_0) + m_{13}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \\ y_a = y_o - f \frac{[m_{21}(X_A - X_0) + m_{22}(Y_A - Y_0) + m_{23}(Z_A - Z_0)]}{[m_{31}(X_A - X_0) + m_{32}(Y_A - Y_0) + m_{33}(Z_A - Z_0)]} \end{cases}$$

ترمیم تحلیلی

- مراحل ترمیم تحلیلی در فضای شیایی با داشتن پارامترهای توجیه داخلی و خارجی:

5. در مرحله بعد با استفاده از تکنیک‌های نمونه برداری (نزدیکترین همسایه، خطی دوگانه یا مکعبی دوگانه) مقدار درجه خاکستری مربوط به نقطه عکسی محاسبه می‌شود.

6. در مرحله بعد، مقدار درجه خاکستری مختصات عکسی به سلول زمینی داده می‌شود.

- برای توضیح بیشتر به مباحث نگاشت معکوس در پردازش تصویر مراجعه کنید.

تمرین شماره ۵ - قسمت سوم

- گاهی اوقات پارامترهای توجیه خارجی یک عکس مجهول اند و به جای آن چند نقطه کنترل داده می شود. تحقیق کنید در چنین حالتی برای ترمیم تحلیلی در فضای شی ایی چه راهکاری اتخاذ می شود.
- نتیجه این تحقیق را به همراه روابط و معادلات تا هفته آینده به آدرس noorollah.tatar@gmail.com با موضوع "تمرین شماره ۵ - قسمت سوم درس فتوگرامتری تحلیلی" ایمیل کنید.

سوال؟

منابع این فصل



- دکتر جلال امینی. کتاب فتوگرامتری تحلیلی. چاپ دانشگاه تهران.
- حیدر راستی ویس. جزوه کلاسی فتوگرامتری تحلیلی. دانشگاه تهران
- عباس کیانی. جزوه کلاسی درس فتوگرامتری تحلیلی، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل.
- Ayman Habib. Analytical photogrammetry lecture note. Purdue University.