دانشگاه صنعتی جندی شاپور دزفول

Jundi Shapur

University of Technology-Dezful

فتوگرامتری تحلیلی

فصل هفتم: توجیه نسبی و توجیه مطلق

Nurollah Tatar

Analytical Photogrammetry

2022

فهرست مطالب

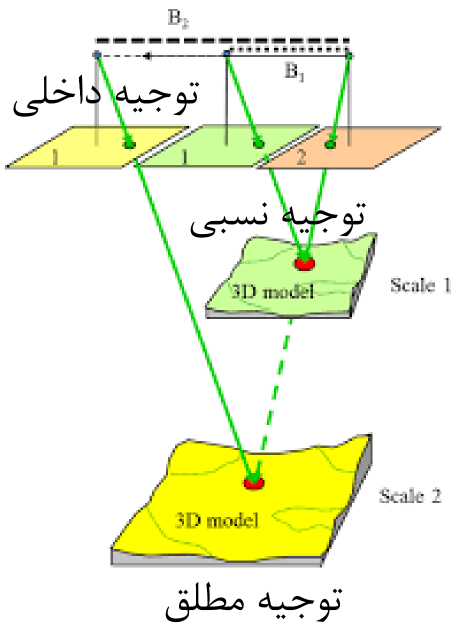
مقدمه

- شالوده تمامی کارها و پردازش‌های مبتنی بر هندسه‌ی سنجنده‌ها را توجیهات و مدل‌های ریاضیاتی به کاربرده شده، تشکیل می دهند.
- یکی از روش‌های توجیه و حل پارامترهای تبدیل مختصات از فضای شی به فضای تصویر (هندسه پرسپکتیو) را می‌توان با حل توجیه داخلی، توجیه نسبی و توجیه مطلق ارائه داد.

توجیه داخلی → توجیه نسبی → توجیه مطلق

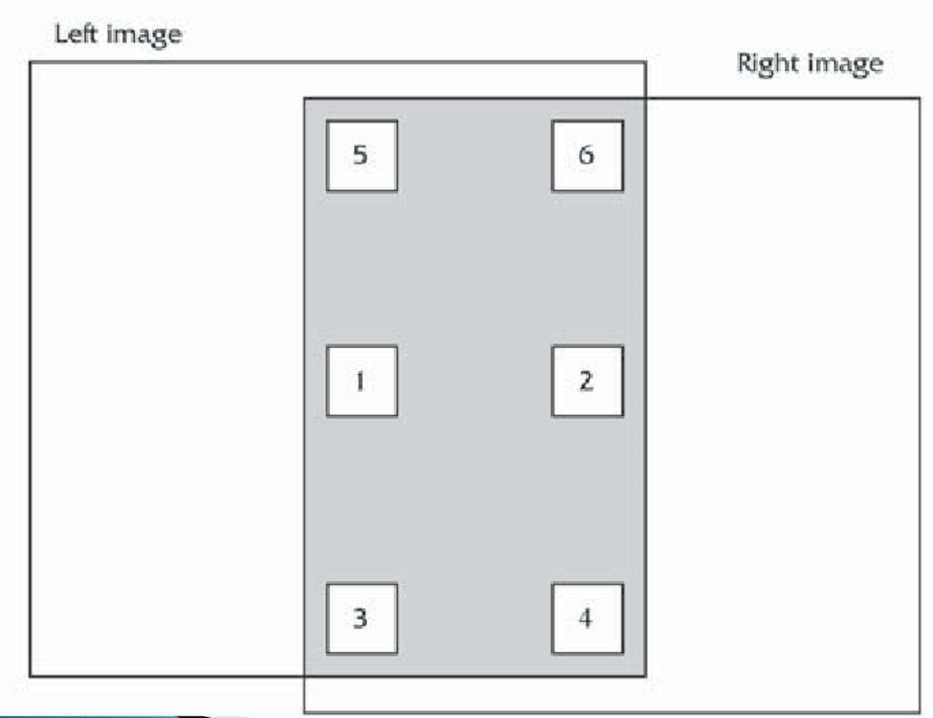
مقدمه

- در برقراری ارتباط بین فضای شی و فضای عکسی به کمک توجیه نسبی و مطلق حداقل به یک زوج عکس نیاز است.
- در حالی که برای برقراری ارتباط بین فضای شی و فضای عکسی با پارمترهای توجیه خارجی نیازی به دو عکس نیست.
- در هر دو روش به توجیه داخلی نیاز است.



مقدمه

- پس از انجام توجیه داخلی، با اندازه‌گیری تعدادی نقطه گرهی در نواحی استاندارد (معروف به نواحی گروبر) می‌توان توجیه نسبی را حل کرد.



- در توجیه نسبی پرتوهای نظیر را در ۵ نقطه از این نواحی متقاطع خواهیم کرد.

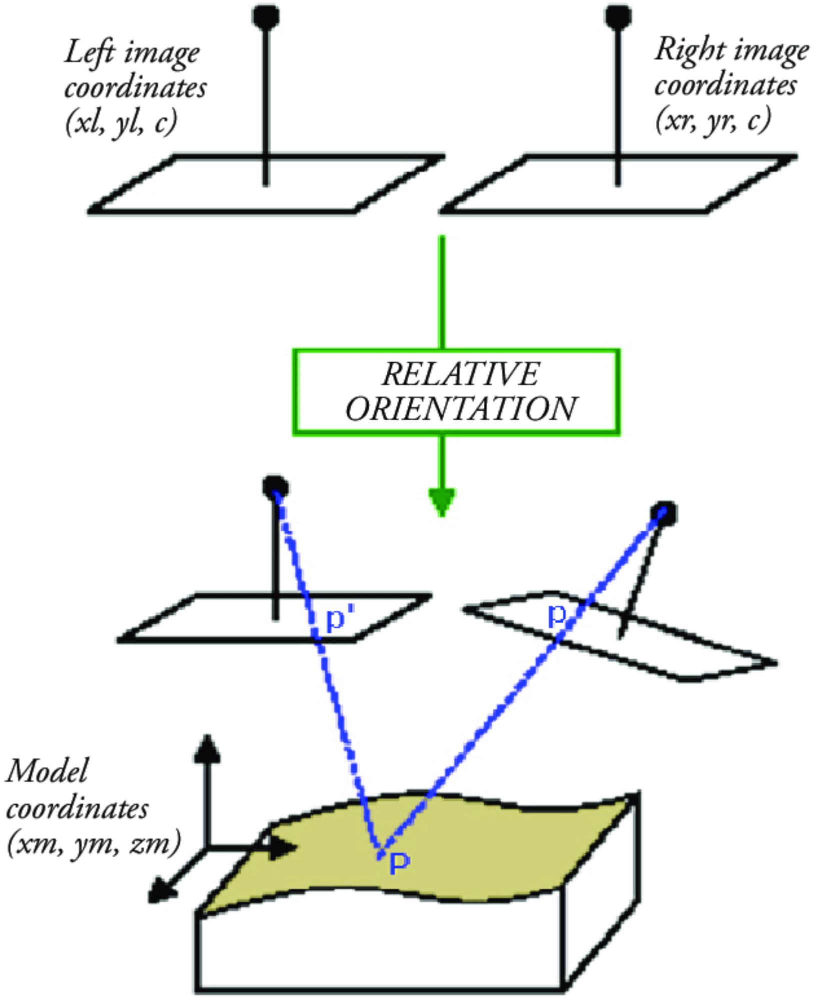
مقدمه

- چنانچه در پنج نقطه از این شش ناحیه پرتوهای نظیر متقاطع شوند، آنگاه برای همه نقاط مدل پرتوهای نظیر خودبه خود متقاطع خواهند بود.
- در واقع عامل انسانی در دستگاههای مکانیکی با دوران و جابجایی پروژکتورها توجیه نسبی را در این پنج نقطه حل می‌کردند و پس از آن تبدیل و ترسیم را انجام می دادند.

مقدمه

- همانطور که در اسلایدهای قبلی گفته شد، برای حل توجیه نسبی حداقل به پنج پرتو متناظر (پنج نقطه متناظردر دو عکس) نیاز است تا پارامترهای توجیه نسبی برآورد شوند.
- با دو رویکرد شرط هم‌خطی و شرط هم‌صفحه‌ای توجیه نسبی حل می‌شود.
- اما به طور معمول اکثر روش‌ها به دلیل عدم نیاز به مختصات مدلی از شرط هم صفحه‌ای استفاده می‌کنند.

توجیه نسبی:

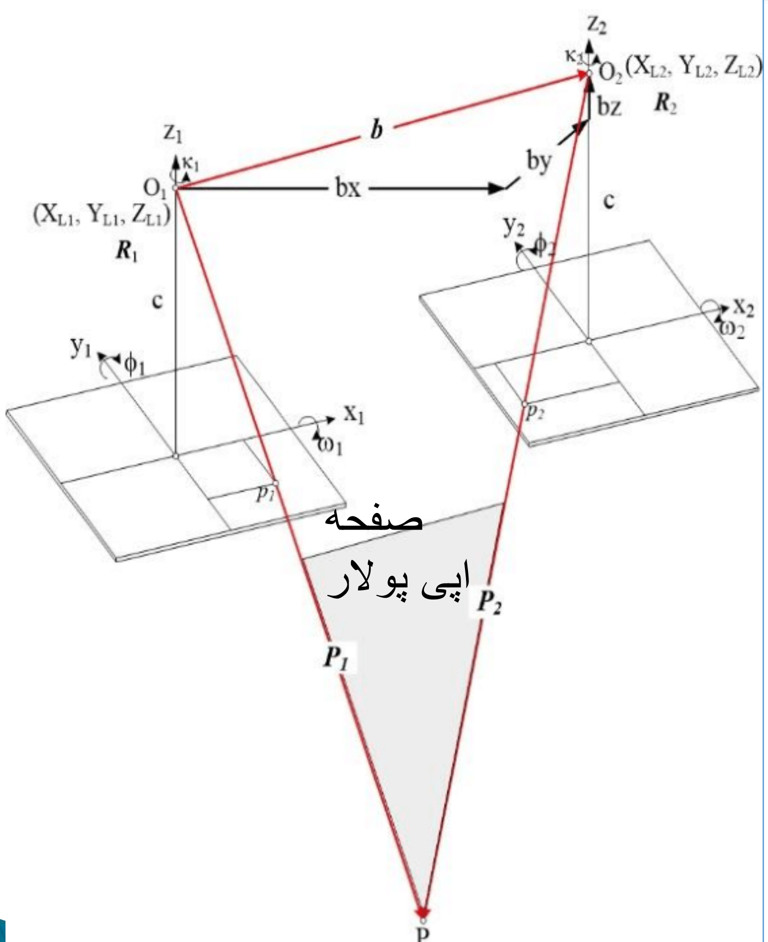


- Relative Orientation:
- توجیه نسبی عبارتست از چرخاندن عکس‌ها حول محور اپتیکی شان به نحوی که پرتوهای نظیر همدیگر را حداقل در پنج نقطه قطع کنند.

توجیه نسبی:

- در صورتی که دو تصویر استریو نسبت به هم توجیه شوند، امکان دید برجسته بینی بدون پارالاکس y بوجود خواهد آمد.

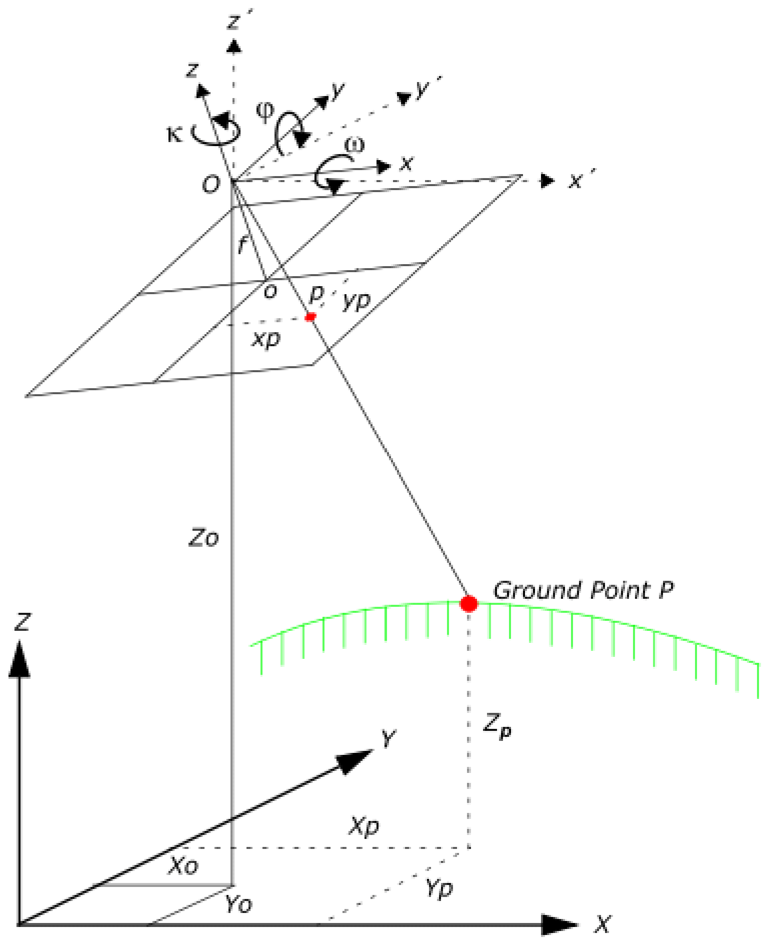
توجیه نسبی:



- وقتی تصاویر استریو نسبت به هم توجیه شوند نقاط متناظر و مراکز عکسی در یک صفحه قرار می‌گیرند که به آن صفحه اپی پولار می گویند.

توجیه نسبی:

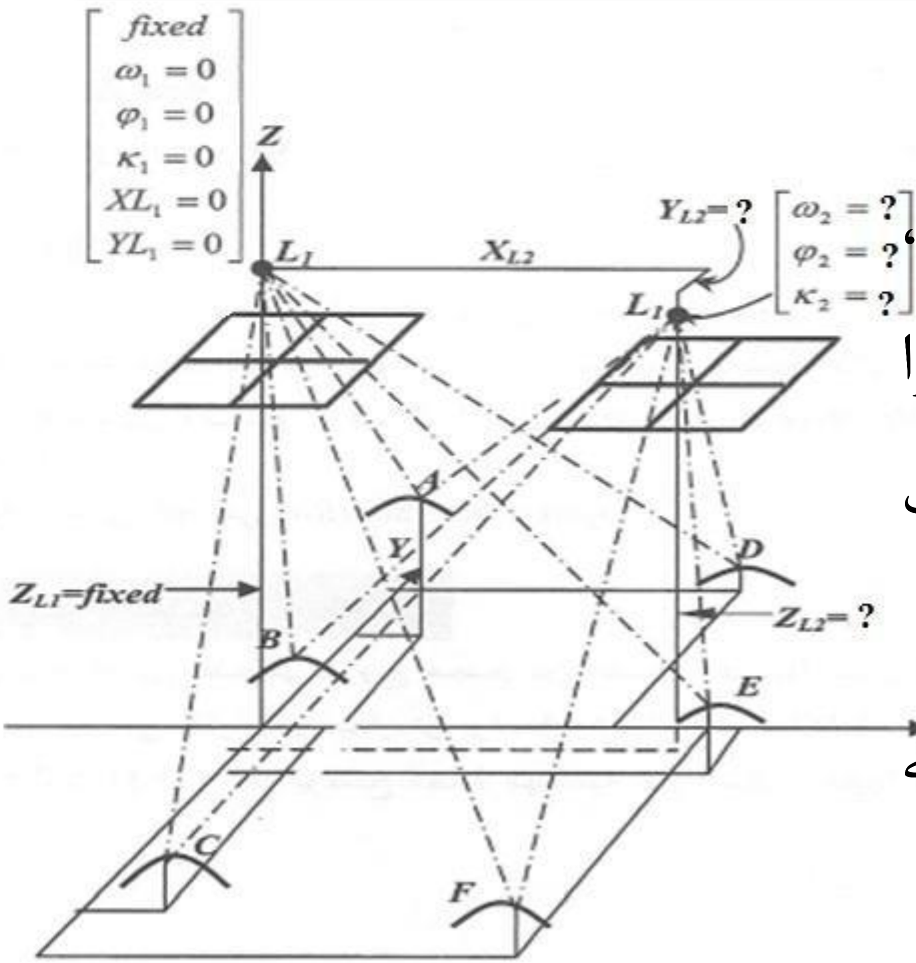
- توجیه نسبی و توجیه خارجی:
- هر عکس با سه دوران و سه جابجایی می‌تواند نسبت به یک سیستم مختصات توجیه شوند. لذا هر عکس شش پارامتر دارد که به آنها پارامترهای توجیه خارجی می‌گویند.



توجیه نسبی:

- از آنجا که توجیه نسبی برای یک زوج عکس استریو تعریف می‌شود در مجموع ۱۲ پارامتر خواهیم داشت.
- فرض کنید مبداء سیستم مختصات مدلی، مرکز تصویر اول باشد و توجیه سیستم مختصات مدلی بگونه‌ای باشد که تصویر اول هیچگونه دورانی نداشته باشد. در این صورت ۶ پارامتر از پارامترهای توجیه نسبی مشخص می‌شوند.

توجیه نسبی:



- توجیه نسبی یک طرفه:
- در توجیه نسبی یکطرفه، مبدا سیستم مختصات را مرکز تصویر عکس سمت چپ در نظر می‌گیرند.
- ما روابط این نوع توجیه نسبی را ارائه می دهیم

توجیه نسبی:

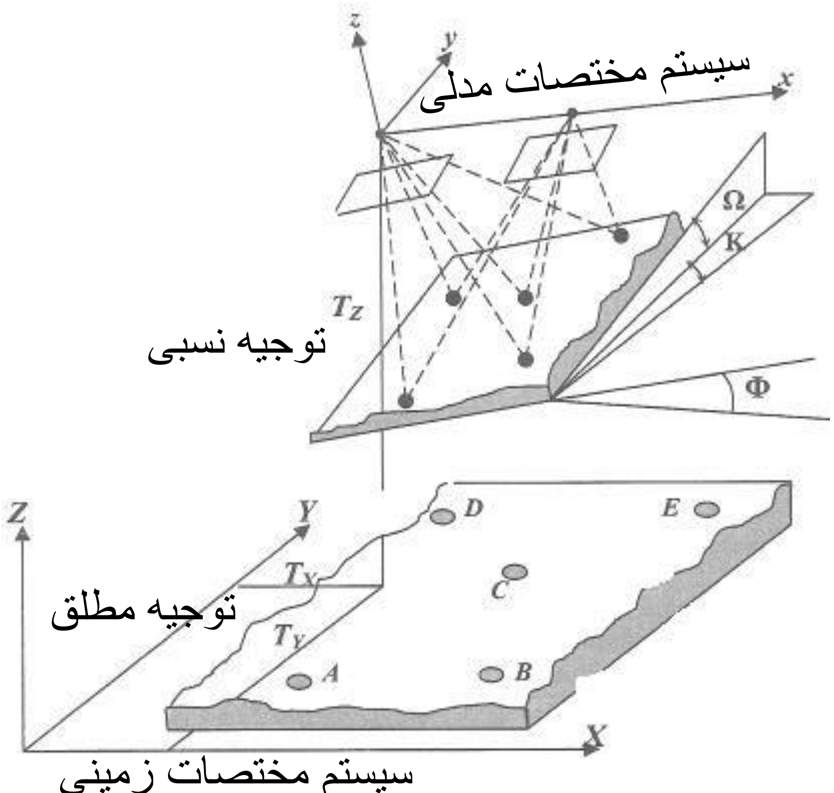
- با در نظر گرفتن توجیه نسبی یکطرفه موارد زیر برقرار می‌شوند:
- مقدار دورانهای عکس اول صفر خواهند بود.
- مختصات مرکز تصویر عکس اول در سیستم مختصات مدلی صفر صفر صفر خواهد بود.
- بسته به ابعاد دستگاه، می‌توان فاصله بین دو مرکز تصویر را نیز ثابت در نظر گرفت. این کار باعث می‌شود مدل سه‌بعدی با واقعیت یک مقیاس کلی داشته باشد.

توجیه نسبی:

- روش فوق حالت خاصی از توجیه نسبی بود که به آن توجیه نسبی یکطرفه می‌گویند.
- مشابه روش فوق می‌توان با ثابت در نظر گرفتن هفت پارامتر، و پیدا کردن پنج پارامتر دیگر محورهای اپتیکی دو تصویر را نسبت به هم توجیه کرد. چنانچه از روش توجیه نسبی یکطرفه استفاده نشود به آن توجیه نسبی دو طرفه می‌گویند.

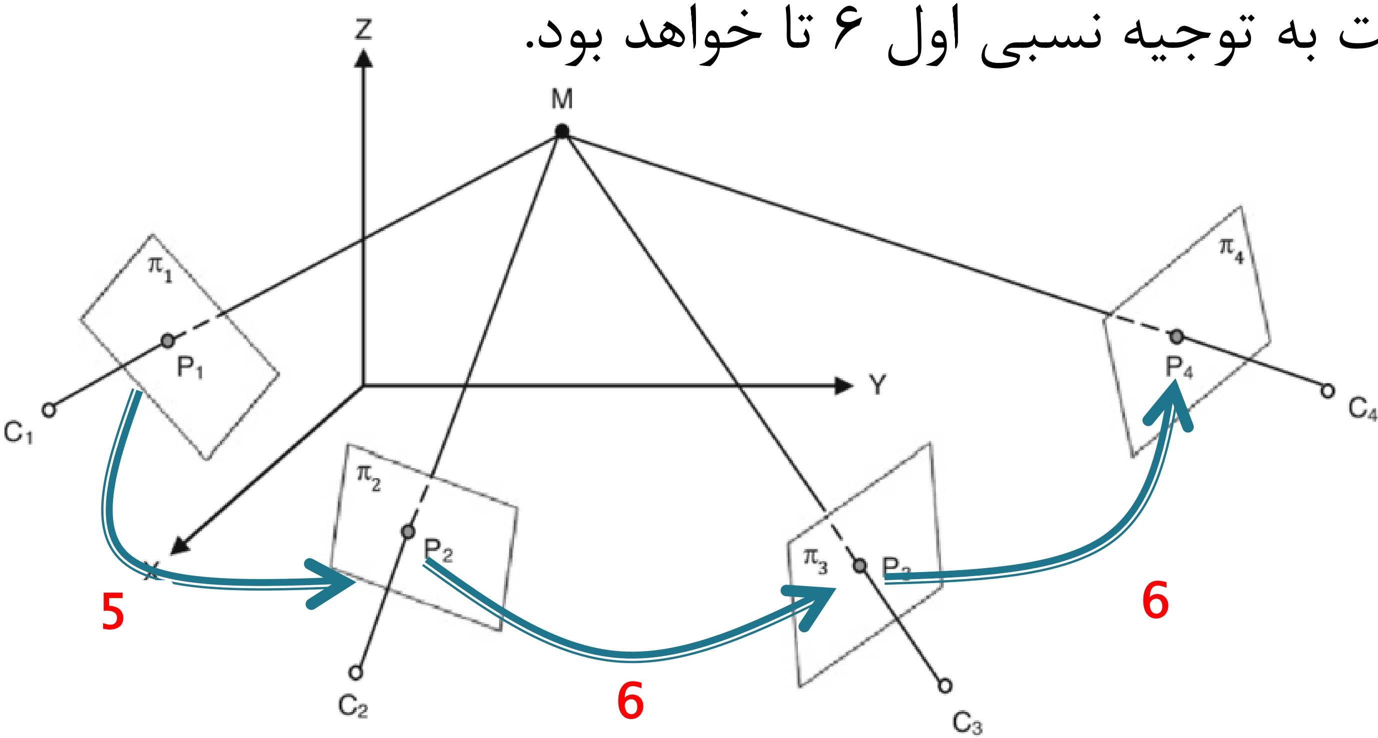
توجیه نسبی:

- بنابراین برای توجیه نسبی پنج پارامتر وجود دارد.
- چنانچه پرتوهای نظیر گذرنده از دو تصویر استریو در پنج نقطه مدلی همزمان همدیگر را قطع کنند، آن دو تصویر نسبت به هم توجیه شده اند.

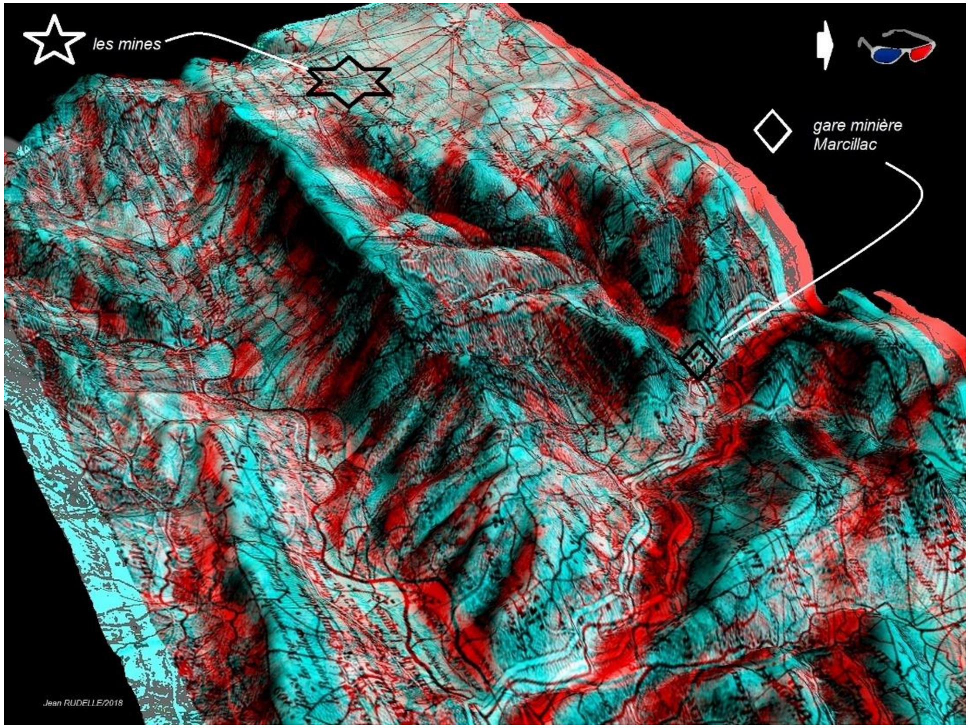


توجیه نسبی:

- در توجیه نسبی بین چند عکس تعداد پارامترهای بین عکس اول و دوم ۵ پارامتر و تعداد پارامترهای بین عکس های دیگر نسبت به توجیه نسبی اول ۶ تا خواهد بود.



توجیه نسبی:



- در سیستم‌های رقومی بعد از حل توجیه نسبی، تصاویر استریو در راستای هندسه اپی پولار بازنمونه‌برداری شده و مدل سه بعدی ایجاد می‌شود.

توجیه نسبی با شرط هم خطی

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- شرط هم‌خطی مجموعه‌ای از پارامترهای فیزیکی است که ارتباط بین هر نقطه در مختصات شی‌ای (مدلی) را با مختصات عکسی برقرار می‌کند.

$$\begin{cases} r = m_{11}(X_A - X_C) + m_{12}(Y_A - Y_C) + m_{13}(Z_A - Z_C) \\ s = m_{21}(X_A - X_C) + m_{22}(Y_A - Y_C) + m_{23}(Z_A - Z_C) \\ q = m_{31}(X_A - X_C) + m_{32}(Y_A - Y_C) + m_{33}(Z_A - Z_C) \end{cases}$$

- که با مجهول معاونات فوق، به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\begin{cases} F = x_a = x_o - f \dfrac{[m_{11}(X_A - X_C) + m_{12}(Y_A - Y_C) + m_{13}(Z_A - Z_C)]}{[m_{31}(X_A - X_C) + m_{32}(Y_A - Y_C) + m_{33}(Z_A - Z_C)]} \\ G = y_a = y_o - f \dfrac{[m_{21}(X_A - X_C) + m_{22}(Y_A - Y_C) + m_{23}(Z_A - Z_C)]}{[m_{31}(X_A - X_C) + m_{32}(Y_A - Y_C) + m_{33}(Z_A - Z_C)]} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = x_a = x_o - f \dfrac{r}{q} \\ G = y_a = y_o - f \dfrac{s}{q} \end{cases}$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- برای انجام توجیه نسبی، چنانچه هدف توجیه نسبی یکطرفه سمت راست باشد، ماتریس دوران عکس سمت چپ با ماتریس یکه برابر بوده و پارامترهای انتقال صفر در نظر گرفته می‌شوند. لذا رابطه‌ی بین مختصات مدلی و عکسی سمت چپ برابر است با:

$$if\begin{cases}\omega_1=\varphi_1=\kappa_1=0\\X_{01}=Y_{01}=Z_{01}=0\end{cases}\Rightarrow M=I\Rightarrow\begin{cases}F_1=x_a'=x_0-f\dfrac{X_A}{Z_A}\\G_1=y_a'=y_0-f\dfrac{Y_A}{Z_A}\end{cases}$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- اما رابطه بین مختصات مدلی و نظیر آن در عکس راست، برابر است با:

$$\begin{cases} F_2 = x_a'' = x_o - f\dfrac{\left[m_{11}(X_A - X_C) + m_{12}(Y_A - Y_C) + m_{13}(Z_A - Z_C)\right]}{\left[m_{31}(X_A - X_C) + m_{32}(Y_A - Y_C) + m_{33}(Z_A - Z_C)\right]} \\ G_2 = y_a'' = y_o - f\dfrac{\left[m_{21}(X_A - X_C) + m_{22}(Y_A - Y_C) + m_{23}(Z_A - Z_C)\right]}{\left[m_{31}(X_A - X_C) + m_{32}(Y_A - Y_C) + m_{33}(Z_A - Z_C)\right]} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_2 = x_a'' = x_o - f\dfrac{r}{q} \\ G_2 = y_a'' = y_o - f\dfrac{s}{q} \end{cases}$$

- نکته‌ای که در اینجا وجود دارد اینست که علاوه بر پارامترهای دوران و انتقال عکس سمت راست، مختصات مدلی نقاط نیز جزء مجهولات محسوب می‌شوند.

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- با توجه به مجهول بودن مختصات مدلی نقاط گرهی، برای حل توجیه نسبی با شرط هم‌خطی بایستی ترفیع و تقاطع را بصورت همزمان حل کرد.
- به عبارتی علاوه بر ۵ مجهول توجیه نسبی به ازای هر نقطه گرهی سه مجهول به مجهولات اضافه می شود. $unknowns: \quad 5+3n$
- همچنین به ازای هر نقطه گرهی چهار معادله مستقل ایجاد می‌شود $Equations: \quad 4n$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- با توجه به معادلات شرط هم خطی دستگاه معادلات برای هر نقطه در توجیه نسبی یکطرفه سمت راست به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} F_1 = x_a' = x_0 - f\,\dfrac{X_A}{Z_A} \\ G_1 = y_a' = y_0 - f\,\dfrac{Y_A}{Z_A} \\ F_2 = x_a'' = x_o - f\,\dfrac{[m_{11}(X_A - X_C) + m_{12}(Y_A - Y_C) + m_{13}(Z_A - Z_C)]}{[m_{31}(X_A - X_C) + m_{32}(Y_A - Y_C) + m_{33}(Z_A - Z_C)]} = x_o - f\,\dfrac{r}{q} \\ G_2 = y_a'' = y_o - f\,\dfrac{[m_{21}(X_A - X_C) + m_{22}(Y_A - Y_C) + m_{23}(Z_A - Z_C)]}{[m_{31}(X_A - X_C) + m_{32}(Y_A - Y_C) + m_{33}(Z_A - Z_C)]} = y_o - f\,\dfrac{s}{q} \end{cases}$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- با توجه به غیر خطی بودن رابطه شرط هم خطی برای مختصات نقاط گرهی، برای حل توجیه نسبی (یا به عبارتی برآورد دورانها و جابجایی عکس راست و همچنین مجهولات شرط هم خطی) بایستی معادلات را با بسط سری تیلور خطی کرد:

$$f(x)\Big|_{x=x_0} = f(x_0) + \frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{x=x_0}(x - x_0)$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- خط سازی معادلات مربوط به نقاط واقع در عکس چپ با بسط سری تیلور:

$$\begin{cases} F_1 = x_a' = x_0 - f\dfrac{X_A}{Z_A} \\ G_1 = y_a' = y_0 - f\dfrac{Y_A}{Z_A} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial X_A} = \frac{-f}{Z_A} \qquad \frac{\partial G_1}{\partial X_A} = 0$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial Y_A} = 0 \qquad \frac{\partial G_1}{\partial Y_A} = \frac{-f}{Z_A}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial Z_A} = f\frac{X_A}{Z_A^2} \qquad \frac{\partial G_1}{\partial Z_A} = f\frac{Y_A}{Z_A^2}$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- خط سازی معادلات مربوط به نقاط واقع در عکس راست با بسط سری تیلور:

$$\Delta X = (X_A - X_C)$$
$$\Delta Y = (Y_A - Y_C)$$
$$\Delta Z = (Z_A - Z_C)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \omega} = \frac{f}{q^2}\left[r(-m_{33}\Delta Y + m_{32}\Delta Z) - q(-m_{13}\Delta Y + m_{12}\Delta Z)\right]$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \varphi} = \frac{f}{q^2}\begin{bmatrix} r(\Delta X \cos\varphi + \Delta Y \sin\omega \sin\varphi - \Delta Z \cos\omega \sin\varphi)\ldots \\ -q(-\Delta X \sin\varphi \cos\kappa + \Delta Y \sin\omega \cos\varphi \cos\kappa - \Delta Z \cos\omega \cos\varphi \cos\kappa) \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \kappa} = \frac{-f}{q}\left[m_{21}\Delta X + m_{22}\Delta Y + m_{23}\Delta Z\right]$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial X_C} = \frac{-f}{q^2}\left[rm_{31} - qm_{11}\right]$$
$$\frac{\partial F_2}{\partial Y_C} = \frac{-f}{q^2}\left[rm_{32} - qm_{12}\right]$$
$$\frac{\partial F_2}{\partial Z_C} = \frac{-f}{q^2}\left[rm_{33} - qm_{13}\right]$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial X_A} = -\frac{\partial F_2}{\partial X_C}$$
$$\frac{\partial F_2}{\partial Y_A} = -\frac{\partial F_2}{\partial Y_C}$$
$$\frac{\partial F_2}{\partial Z_A} = -\frac{\partial F_2}{\partial Z_C}$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

$$\Delta X = (X_A - X_C)$$
$$\Delta Y = (Y_A - Y_C)$$
$$\Delta Z = (Z_A - Z_C)$$

- خط سازی معادلات مربوط به نقاط واقع در عکس راست با بسط سری تیلور:

$$\frac{\partial G_2}{\partial \omega} = \frac{f}{q^2}\left[s(-m_{33}\Delta Y + m_{32}\Delta Z) - q(-m_{23}\Delta Y + m_{22}\Delta Z)\right]$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial \varphi} = \frac{f}{q^2}\begin{bmatrix} s(\Delta X \cos\varphi + \Delta Y \sin\omega \sin\varphi - \Delta Z \cos\omega \sin\varphi)\ldots \\ -q(\Delta X \sin\varphi \sin\kappa - \Delta Y \sin\omega \cos\varphi \sin\kappa + \Delta Z \cos\omega \cos\varphi \sin\kappa) \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial \kappa} = \frac{f}{q}\left[m_{11}\Delta X + m_{12}\Delta Y + m_{13}\Delta Z\right]$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial X_C} = \frac{-f}{q^2}\left[sm_{31} - qm_{21}\right]$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial Y_C} = \frac{-f}{q^2}\left[sm_{32} - qm_{22}\right]$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial Z_C} = \frac{-f}{q^2}\left[sm_{33} - qm_{23}\right]$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial X_A} = -\frac{\partial G_2}{\partial X_C}$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial Y_A} = -\frac{\partial G_2}{\partial Y_C}$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial Z_A} = -\frac{\partial G_2}{\partial Z_C}$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- خطی سازی معادله شرط هم خطی برای توجیه نسبی یکطرفه:

$$
\begin{cases}
x_a' = F_1(X0) + \dfrac{\partial F_1}{\partial X_A}(X_A - X_{A0}) + \dfrac{\partial F_1}{\partial Z_A}(Z_A - Z_{A0}) \\
y_a' = G_1(X0) + \dfrac{\partial G_1}{\partial Y_A}(Y_A - Y_{A0}) + \dfrac{\partial G_1}{\partial Z_A}(Z_A - Z_{A0}) \\
x_a'' \simeq \begin{bmatrix} F_2(X0) + \dfrac{\partial F_2}{\partial \omega}(\omega - \omega_0) + \dfrac{\partial F_2}{\partial \varphi}(\varphi - \varphi_0) + \dfrac{\partial F_2}{\partial \kappa}(\kappa - \kappa_0) + \dfrac{\partial F_2}{\partial Y_C}(Y_C - Y_{C0}) + \dfrac{\partial F_2}{\partial Z_C}(Z_C - Z_{C0}) + \ldots \\ - \dfrac{\partial F_2}{\partial X_C}(Y_A - Y_{A0}) - \dfrac{\partial F_2}{\partial Y_C}(Y_A - Y_{A0}) - \dfrac{\partial F_2}{\partial Z_C}(Z_A - Z_{A0}) \end{bmatrix} \\
y_a'' \simeq \begin{bmatrix} G_2(X0) + \dfrac{\partial G_2}{\partial \omega}(\omega - \omega_0) + \dfrac{\partial G_2}{\partial \varphi}(\varphi - \varphi_0) + \dfrac{\partial G_2}{\partial \kappa}(\kappa - \kappa_0) + \dfrac{\partial G_2}{\partial Y_C}(Y_C - Y_{C0}) + \dfrac{\partial G_2}{\partial Z_C}(Z_C - Z_{C0}) + \ldots \\ - \dfrac{\partial G_2}{\partial X_C}(X_A - X_{A0}) - \dfrac{\partial G_2}{\partial Y_C}(Y_A - Y_{A0}) - \dfrac{\partial G_2}{\partial Z_C}(Z_A - Z_{A0}) \end{bmatrix}
\end{cases}
$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- با جابجایی مقادیر ثابت به سمت چپ و نگه داشتن مجهولات در سمت راست، دستگاه معادله اسلاید قبل به صورت زیر بازنویسی می شود

$$
\begin{cases}
x'_a - F_1(X0) + \dfrac{\partial F_1}{\partial X_A} X_{A0} + \dfrac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_{A0} = \dfrac{\partial F_1}{\partial X_A} X_A + \dfrac{\partial F_1}{\partial Z_A} Z_A \\
y'_a - G_1(X0) + \dfrac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_{A0} + \dfrac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_{A0} = \dfrac{\partial G_1}{\partial Y_A} Y_A + \dfrac{\partial G_1}{\partial Z_A} Z_A \\
\left[\begin{array}{l} x''_a - F_2(X0) + \dfrac{\partial F_2}{\partial \omega}\omega_0 + \dfrac{\partial F_2}{\partial \varphi}\varphi_0 + \dfrac{\partial F_2}{\partial \kappa}\kappa_0 + \dfrac{\partial F_2}{\partial Y_C} Y_{C0} + \dfrac{\partial F_2}{\partial Z_C} Z_{C0} + \dots \\ -\dfrac{\partial F_2}{\partial X_C} Y_{A0} - \dfrac{\partial F_2}{\partial Y_C} Y_{A0} - \dfrac{\partial F_2}{\partial Z_C} Z_{A0} \end{array} \right] \simeq \left[\begin{array}{l} \dfrac{\partial F_2}{\partial \omega}\omega + \dfrac{\partial F_2}{\partial \varphi}\varphi + \dfrac{\partial F_2}{\partial \kappa}\kappa + \dfrac{\partial F_2}{\partial Y_C} Y_C + \dfrac{\partial F_2}{\partial Z_C} Z_C + \dots \\ -\dfrac{\partial F_2}{\partial X_C} Y_A - \dfrac{\partial F_2}{\partial Y_C} Y_A - \dfrac{\partial F_2}{\partial Z_C} Z_A \end{array} \right] \\
\left[\begin{array}{l} y''_a - G_2(X0) + \dfrac{\partial G_2}{\partial \omega}\omega_0 + \dfrac{\partial G_2}{\partial \varphi}\varphi_0 + \dfrac{\partial G_2}{\partial \kappa}\kappa_0 + \dfrac{\partial G_2}{\partial Y_C} Y_{C0} + \dfrac{\partial G_2}{\partial Z_C} Z_{C0} + \dots \\ -\dfrac{\partial G_2}{\partial X_C} X_{A0} - \dfrac{\partial G_2}{\partial Y_C} Y_{A0} - \dfrac{\partial G_2}{\partial Z_C} Z_{A0} \end{array} \right] \simeq \left[\begin{array}{l} \dfrac{\partial G_2}{\partial \omega}\omega + \dfrac{\partial G_2}{\partial \varphi}\varphi + \dfrac{\partial G_2}{\partial \kappa}\kappa + \dfrac{\partial G_2}{\partial Y_C} Y_C + \dfrac{\partial G_2}{\partial Z_C} Z_C + \dots \\ -\dfrac{\partial G_2}{\partial X_C} X_A - \dfrac{\partial G_2}{\partial Y_C} Y_A - \dfrac{\partial G_2}{\partial Z_C} Z_A \end{array} \right]
\end{cases}
$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- باتوجه به دستگاه معادله فوق، ماتریس A به ازای حداقل پنج نقطه به صورت روبرو خواهد بود

$$
A=\begin{bmatrix}
0 & \left[\frac{\partial F_1 \partial G_1}{\partial X_A \partial Y_A \partial Z_A}\right]_{2\times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\left[\frac{\partial F_2 \partial G_2}{\partial \omega \partial \varphi \partial \kappa \partial Y_C \partial Z_C}\right]_{2\times 5} & \left[\frac{\partial F_2 \partial G_2}{\partial X_A \partial Y_A \partial Z_A}\right]_{2\times 3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \left[\frac{\partial F_1 \partial G_1}{\partial X_A \partial Y_A \partial Z_A}\right]_{2\times 3} & 0 & 0 & 0 \\
\left[\frac{\partial F_2 \partial G_2}{\partial \omega \partial \varphi \partial \kappa \partial Y_C \partial Z_C}\right]_{2\times 5} & 0 & \left[\frac{\partial F_2 \partial G_2}{\partial X_A \partial Y_A \partial Z_A}\right]_{2\times 3} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \left[\frac{\partial F_1 \partial G_1}{\partial X_A \partial Y_A \partial Z_A}\right]_{2\times 3} & 0 & 0 \\
\left[\frac{\partial F_2 \partial G_2}{\partial \omega \partial \varphi \partial \kappa \partial Y_C \partial Z_C}\right]_{2\times 5} & 0 & 0 & \left[\frac{\partial F_2 \partial G_2}{\partial X_A \partial Y_A \partial Z_A}\right]_{2\times 3} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \left[\frac{\partial F_1 \partial G_1}{\partial X_A \partial Y_A \partial Z_A}\right]_{2\times 3} & 0 \\
\left[\frac{\partial F_2 \partial G_2}{\partial \omega \partial \varphi \partial \kappa \partial Y_C \partial Z_C}\right]_{2\times 5} & 0 & 0 & 0 & \left[\frac{\partial F_2 \partial G_2}{\partial X_A \partial Y_A \partial Z_A}\right]_{2\times 3} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left[\frac{\partial F_1 \partial G_1}{\partial X_A \partial Y_A \partial Z_A}\right]_{2\times 3} \\
\left[\frac{\partial F_2 \partial G_2}{\partial \omega \partial \varphi \partial \kappa \partial Y_C \partial Z_C}\right]_{2\times 5} & 0 & 0 & 0 & 0 & \left[\frac{\partial F_2 \partial G_2}{\partial X_A \partial Y_A \partial Z_A}\right]_{2\times 3}
\end{bmatrix}_{20\times 20}
$$

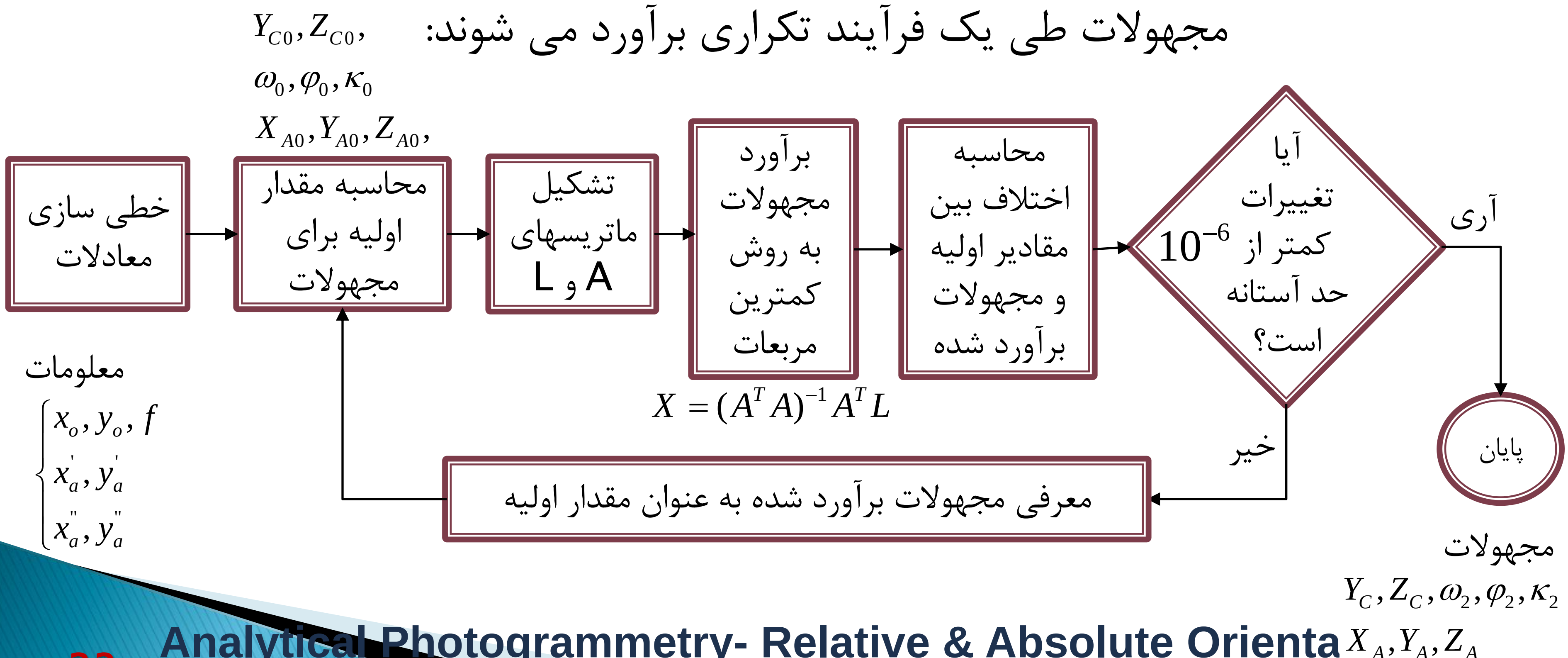
توجیه نسبی با شرط هم خطی

- باتوجه به دستگاه معادله فوق، ماتریس L به ازای حداقل پنج نقطه به صورت روبرو خواهد بود

$$L=\begin{bmatrix}
x_1^{'}-F_1(X0)+\frac{\partial F_1}{\partial X_A}X_{A0}+\frac{\partial F_1}{\partial Z_A}Z_{A0}\\
y_1^{'}-G_1(X0)+\frac{\partial G_1}{\partial Y_A}Y_{A0}+\frac{\partial G_1}{\partial Z_A}Z_{A0}\\
x_1^{''}-F_2(X0)+\frac{\partial F_2}{\partial \omega}\omega_0+\frac{\partial F_2}{\partial \varphi}\varphi_0+\frac{\partial F_2}{\partial \kappa}\kappa_0+\frac{\partial F_2}{\partial Y_C}Y_{C0}+\frac{\partial F_2}{\partial Z_C}Z_{C0}-\frac{\partial F_2}{\partial X_C}Y_{A0}-\frac{\partial F_2}{\partial Y_C}Y_{A0}-\frac{\partial F_2}{\partial Z_C}Z_{A0}\\
y_1^{''}-G_2(X0)+\frac{\partial G_2}{\partial \omega}\omega_0+\frac{\partial G_2}{\partial \varphi}\varphi_0+\frac{\partial G_2}{\partial \kappa}\kappa_0+\frac{\partial G_2}{\partial Y_C}Y_{C0}+\frac{\partial G_2}{\partial Z_C}Z_{C0}-\frac{\partial G_2}{\partial X_C}X_{A0}-\frac{\partial G_2}{\partial Y_C}Y_{A0}-\frac{\partial G_2}{\partial Z_C}Z_{A0}\\
\vdots\\
\vdots\\
y_5^{''}-G_2(X0)+\frac{\partial G_2}{\partial \omega}\omega_0+\frac{\partial G_2}{\partial \varphi}\varphi_0+\frac{\partial G_2}{\partial \kappa}\kappa_0+\frac{\partial G_2}{\partial Y_C}Y_{C0}+\frac{\partial G_2}{\partial Z_C}Z_{C0}-\frac{\partial G_2}{\partial X_C}X_{A0}-\frac{\partial G_2}{\partial Y_C}Y_{A0}-\frac{\partial G_2}{\partial Z_C}Z_{A0}
\end{bmatrix}_{20\times 1}$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- همانطور که پیشتر در سرشکنی گفته شد برای حل دستگاه معادلات خطی شده، پس از تشکیل ماتریس‌های دستگاه معادلات (A و L)، مجهولات طی یک فرآیند تکراری برآورد می شوند:



توجیه نسبی با شرط هم خطی

- در دستگاه معادلات فوق، مختصات X_C برابر با باز مدلی در نظر گرفته شده و تعداد مجهولات با $3n+5$ که n تعداد مشاهدات و تعداد معادلات نیز $4\times n$ می‌باشد. لذا برای حل این دستگاه معادلات حداقل به ۵ نقطه متناظر نیاز است
- همچنین مقادیر اولیه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند

$$\kappa_0=\omega_0=\varphi_0=Y_{C0}=Z_{C0}\simeq 0$$

$$Z_{A0}\simeq -\frac{B}{Px}f \quad \Rightarrow \begin{cases} X_{A0}=Z_{A0}\dfrac{x_a-x_0}{-f} \\ Y_{A0}=Z_{A0}\dfrac{y_a-y_0}{-f} \end{cases}$$

- که در آن f فاصله کانونی، B باز مدل، Px پارالاکس نقطه می‌باشند.

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- مثال ۱: چنانچه مختصات ۶ نقطه گرهی اندازه گیری شده بین یک زوج تصویر به صورت جدول اسلاید بعد باشد، در صورتی که باز مدلی ۸۵۰ متر در نظر گرفته شود، مطلوبست پارامترهای توجیه نسبی را به روش شرط هم خطی بر آورد نمایید.
- همچنین پارامترهای توجیه داخلی را به صورت زیر در نظر بگیرید

پارامترهای توجیه داخلی (میلیمتر)		
xo	y0	f
0.008	-0.012	152.14

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- مثال ۱: مختصات نقاط گرهی (متناظر)

مختصات نقاط گرهی (متناظر) در زوج عکس هوایی (برحسب میلیمتر)				
شماره نقطه	مختصات در عکس اول		مختصات در عکس دوم	
	x'_a	y'_a	x''_a	y''_a
1	-5.9959	13.4748	-99.3995	14.4755
2	43.3446	6.9842	-52.8849	7.6298
3	91.1541	84.5573	-1.0733	82.1889
4	81.5569	-72.8565	-16.2769	-72.0549
5	-2.1733	-68.5668	-96.6253	-67.1156
6	-6.9386	86.435	-95.3643	85.2343

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- حل مثال ۱: ابتدا مقادیر اولیه محاسبه می شوند
- مقادیر اولیه توجیه نسبی: $\kappa_0 = \omega_0 = \varphi_0 = Y_{C0} = Z_{C0} \simeq 0$
- مقادیر اولیه مختصات مدلی

$$Px = x' - x'' = \begin{bmatrix} 0.0934 \\ 0.0962 \\ 0.0922 \\ 0.0978 \\ 0.0945 \\ 0.0884 \end{bmatrix} m \Rightarrow Z_{A0} = \begin{bmatrix} -1384.5 \\ -1343.9 \\ -1402.2 \\ -1321.8 \\ -1369.2 \\ -1462.5 \end{bmatrix} m \Rightarrow X_{A0} = \begin{bmatrix} -54.64 \\ 382.79 \\ 840.034 \\ 708.51 \\ -19.63 \\ -66.77 \end{bmatrix} \quad Y_{A0} = \begin{bmatrix} 122.73 \\ 61.8 \\ 779.4 \\ -632.89 \\ -616.94 \\ 830.98 \end{bmatrix}$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۱: در مرحله بعد مشتقات توابع به ازای مقادیر اولیه محاسبه می‌شوند

$$\frac{\partial F_1}{\partial X_A}=\begin{bmatrix}1.0989\times10^{-4}\\1.1321\times10^{-4}\\1.085\times10^{-4}\\1.151\times10^{-4}\\1.1112\times10^{-4}\\1.0403\times10^{-4}\end{bmatrix}\quad \frac{\partial F_1}{\partial Z_A}=\begin{bmatrix}-4.336\times10^{-6}\\3.225\times10^{-5}\\6.5\times10^{-5}\\6.169\times10^{-5}\\-1.593\times10^{-6}\\-4.75\times10^{-6}\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial Y_A}=\begin{bmatrix}1.0989\times10^{-4}\\1.1321\times10^{-4}\\1.085\times10^{-4}\\1.151\times10^{-4}\\1.1112\times10^{-4}\\1.0403\times10^{-4}\end{bmatrix}\quad \frac{\partial G_1}{\partial Z_A}=\begin{bmatrix}9.741\times10^{-6}\\5.206\times10^{-6}\\6.031\times10^{-5}\\-5.511\times10^{-5}\\-5.007\times10^{-5}\\5.9111\times10^{-5}\end{bmatrix}$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۱: در مرحله بعد مشتقات توابع به ازای مقادیر اولیه محاسبه می‌شوند
- مشتقات توابع مربوط به مولفه X

$$\frac{\partial F_2}{\partial \omega}=\begin{bmatrix}0.0088\\0.0024\\0.0006\\-0.0078\\-0.0435\\0.0542\end{bmatrix}\quad \frac{\partial F_2}{\partial \varphi}=\begin{bmatrix}0.2171\\0.1705\\0.1521\\0.1539\\0.2135\\0.2119\end{bmatrix}\quad \frac{\partial F_2}{\partial \kappa}=\begin{bmatrix}0.0135\\0.007\\0.0846\\-0.0728\\-0.0686\\0.0864\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial X_C}=\begin{bmatrix}-1.0989\times10^{-4}\\-1.1321\times10^{-4}\\-1.085\times10^{-4}\\-1.151\times10^{-4}\\-1.1112\times10^{-4}\\-1.0403\times10^{-4}\end{bmatrix}\quad \frac{\partial F_2}{\partial Y_C}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}\quad \frac{\partial F_2}{\partial Z_C}=\begin{bmatrix}7.1799\times10^{-5}\\3.9359\times10^{-5}\\7.7117\times10^{-7}\\1.232\times10^{-5}\\7.0579\times10^{-5}\\6.5214\times10^{-5}\end{bmatrix}$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۱: در مرحله بعد مشتقات توابع به ازای مقادیر اولیه محاسبه می‌شوند
- مشتقات توابع مربوط به مولفه y

$$\frac{\partial G_2}{\partial \omega}=\begin{bmatrix}-0.1533\\-0.1525\\-0.1991\\-0.187\\-0.183\\-0.2013\end{bmatrix}\quad \frac{\partial G_2}{\partial \varphi}=\begin{bmatrix}-0.0088\\-0.0024\\-0.0006\\0.0078\\0.0435\\-0.0542\end{bmatrix}\quad \frac{\partial G_2}{\partial \kappa}=\begin{bmatrix}0.0994\\0.0529\\0.0011\\0.0163\\0.0966\\0.0954\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial X_C}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}\quad \frac{\partial G_2}{\partial Y_C}=\begin{bmatrix}-1.0989\times10^{-4}\\-1.1321\times10^{-4}\\-1.085\times10^{-4}\\-1.151\times10^{-4}\\-1.1112\times10^{-4}\\-1.0403\times10^{-4}\end{bmatrix}\quad \frac{\partial G_2}{\partial Z_C}=\begin{bmatrix}-9.741\times10^{-6}\\-5.206\times10^{-6}\\-6.031\times10^{-5}\\5.511\times10^{-5}\\5.007\times10^{-5}\\-5.911\times10^{-5}\end{bmatrix}$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۱: باتوجه به مشتقات فوق ماتریس A تشکل می شود

A ×

24x23 double

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0	0	0	0	0	1.0989e-04	0	-4.3364e-06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	0	0	1.0989e-04	9.7411e-06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
3	0.0088	0.2171	0.0135	0	7.1799e-05	1.0989e-04	0	-7.1799e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
4	-0.1533	-0.0088	0.0994	-1.0989e-04	-9.7411e-06	0	1.0989e-04	9.7411e-06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1321e-04	0	3.2248e-05	0	0	0	0	0	0	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1321e-04	5.2060e-06	0	0	0	0	0	0	
7	0.0024	0.1705	0.0070	0	3.9359e-05	0	0	0	1.1321e-04	0	-3.9359e-05	0	0	0	0	0	0	
8	-0.1525	-0.0024	0.0529	-1.1321e-04	-5.2060e-06	0	0	0	0	1.1321e-04	5.2060e-06	0	0	0	0	0	0	
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.0850e-04	0	6.5003e-05	0	0	0	
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.0850e-04	6.0313e-05	0	0	0	
11	6.0107e-04	0.1521	0.0846	0	7.7117e-07	0	0	0	0	0	0	1.0850e-04	0	-7.7117e-07	0	0	0	
12	-0.1991	-6.0107e-04	0.0011	-1.0850e-04	-6.0313e-05	0	0	0	0	0	0	0	1.0850e-04	6.0313e-05	0	0	0	
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1510e-04	0	6.1694e-05	
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1510e-04	-5.5109e-05	
15	-0.0078	0.1539	-0.0728	0	1.2320e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1510e-04	0	-1.2320e-05	
16	-0.1870	0.0078	0.0163	-1.1510e-04	5.5109e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1510e-04	-5.5109e-05	
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1112e
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
19	-0.0435	0.2135	-0.0686	0	7.0579e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1112e
20	-0.1830	0.0435	0.0966	-1.1112e-04	5.0071e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
23	0.0542	0.2119	0.0864	0	6.5214e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
24	-0.2013	-0.0542	0.0954	-1.0403e-04	-5.9111e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
25																		
26																		

توجیه نسبی با شرط هم خطی

L 24x1 double

	1
1	0
2	-1.7347e-18
3	0.0934
4	0.0010
5	-6.9389e-18
6	-8.6736e-19
7	0.0962
8	6.4561e-04
9	0
10	-1.3878e-17
11	0.0922
12	-0.0024
13	-1.3878e-17
14	0
15	0.0978
16	8.0156e-04
17	0
18	0
19	0.0945
20	0.0015
21	8.6736e-19
22	0
23	0.0884
24	-0.0012

- ادامه حل مثال ۱: باتوجه به مشتقات فوق ماتریس L تشکل می شود
- پس از تشکیل ماتریس‌های A و L به روش کمترین مربعات مجهولات برآورد می‌شوند

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L = \begin{bmatrix} [\omega\varphi\kappa Y_C Z_C]_{5\times1} \\ [XYZ_1]_{3\times1} \\ [XYZ_2]_{3\times1} \\ [XYZ_3]_{3\times1} \\ [XYZ_4]_{3\times1} \\ [XYZ_5]_{3\times1} \\ [XYZ_6]_{3\times1} \end{bmatrix}_{23\times1}$$

توجیه نسبی با شرط هم خطی

XX

23x1 double

	1
1	0.0222
2	-0.0041
3	0.0118
4	-31.0539
5	22.1065
6	-54.0232
7	121.3667
8	-1.3690e+03
9	381.5780
10	61.5900
11	-1.3396e+03
12	836.3978
13	776.0488
14	-1.3961e+03
15	718.5721
16	-641.8695
17	-1.3406e+03
18	-19.8566
19	-624.0602
20	-1.3849e+03
21	-64.6681
22	804.7588
23	-1.4163e+03

- ادامه حل مثال ۱: مجهولات برآورد شده در تکرار اول به صورت روبرو هستند:

- ماکزیمم اختلاف آنها با مقادیر اولیه نیز برابر است با:

$$\max\left|X - X_0\right| = 46.14$$

- از آنجا که بزرگترین قدر مطلق این اختلافات بیش از حدآستانه ۰.۰۰۰۰۰۱ است، مقادیر برآورد شده به عنوان مقدار اولیه در نظر گرفته می‌شوند و ماتریس‌های A و L دوباره تشکیل می‌شوند.

توجیه نسبی با شرط هم خطی

XX
23x1 double

	1
1	0.0224
2	-0.0037
3	0.0114
4	-31.9649
5	22.7274
6	-53.9369
7	121.1609
8	-1.3668e+03
9	381.1955
10	61.5393
11	-1.3382e+03
12	836.3166
13	775.9705
14	-1.3960e+03
15	718.0615
16	-641.4166
17	-1.3396e+03
18	-19.8272
19	-623.1353
20	-1.3829e+03
21	-64.6219
22	804.1885
23	-1.4153e+03

- ادامه حل مثال ۱: مجهولات برآورد شده در تکرار دوم به صورت روبرو هستند:

- ماکزیمم اختلاف آنها با مقادیر اولیه نیز برابر است با:

$$\max\left|X - X_0^1\right| = 2.18$$

- از آنجا که بزرگترین قدر مطلق این اختلافات بیش از حدآستانه ۰.۰۰۰۰۰۱ است، مقادیر برآورد شده به عنوان مقدار اولیه در نظر گرفته می‌شوند و ماتریس‌های A و L دوباره تشکیل می‌شوند.

توجیه نسبی با شرط هم خطی

XX

23x1 double

	1
1	0.0224
2	-0.0037
3	0.0114
4	-31.9653
5	22.7269
6	-53.9371
7	121.1612
8	-1.3668e+03
9	381.1962
10	61.5394
11	-1.3382e+03
12	836.3179
13	775.9718
14	-1.3960e+03
15	718.0621
16	-641.4172
17	-1.3396e+03
18	-19.8273
19	-623.1366
20	-1.3829e+03
21	-64.6221
22	804.1904
23	-1.4153e+03

- ادامه حل مثال ۱: مجهولات برآورد شده در تکرار سوم به صورت روبرو هستند:

- ماکزیمم اختلاف آنها با مقادیر اولیه نیز برابر است با:

$$\max\left|X - X_0^2\right| = 0.0036$$

- از آنجا که بزرگترین قدر مطلق این اختلافات بیش از حدآستانه ۰.۰۰۰۰۰۱ است، مقادیر برآورد شده به عنوان مقدار اولیه در نظر گرفته می‌شوند و ماتریس‌های A و L دوباره تشکیل می‌شوند.

دانشگاه صنعتی جندی شاپور دزفول

توجیه نسبی با شرط هم خطی

XX

23x1 double

	1
1	0.0224
2	-0.0037
3	0.0114
4	-31.9653
5	22.7269
6	-53.9371
7	121.1612
8	-1.3668e+03
9	381.1962
10	61.5394
11	-1.3382e+03
12	836.3179
13	775.9718
14	-1.3960e+03
15	718.0621
16	-641.4172
17	-1.3396e+03
18	-19.8273
19	-623.1366
20	-1.3829e+03
21	-64.6221
22	804.1904
23	-1.4153e+03

- ادامه حل مثال ۱: مجهولات برآورد شده در تکرار چهارم به صورت روبرو هستند:

- ماکزیمم اختلاف آنها با مقادیر اولیه نیز برابر است با:

$$\max\left|X - X_0^3\right| = 8.1\times10^{-9}$$

- از آنجا که بزرگترین قدر مطلق این اختلافات کمتر از حدآستانه ۰.۰۰۰۰۰۱ است، مقادیر برآورد شده به عنوان مقدار نهایی مجهولات در نظر گرفته می‌شوند

توجیه نسبی با شرط هم خطی

- ادامه حل مثال ۱: مجهولات برآورد شده توجیه نسبی به روش شرط هم‌خطی و با روش کمترین مربعات

$$\begin{bmatrix} \omega^o \\ \varphi^o \\ \kappa^o \\ Y_C \\ Z_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.285 \\ -0.2145 \\ 0.6534 \\ -31.965 \\ 22.727 \end{bmatrix}$$

مجهولات برآورد شده توجیه نسبی

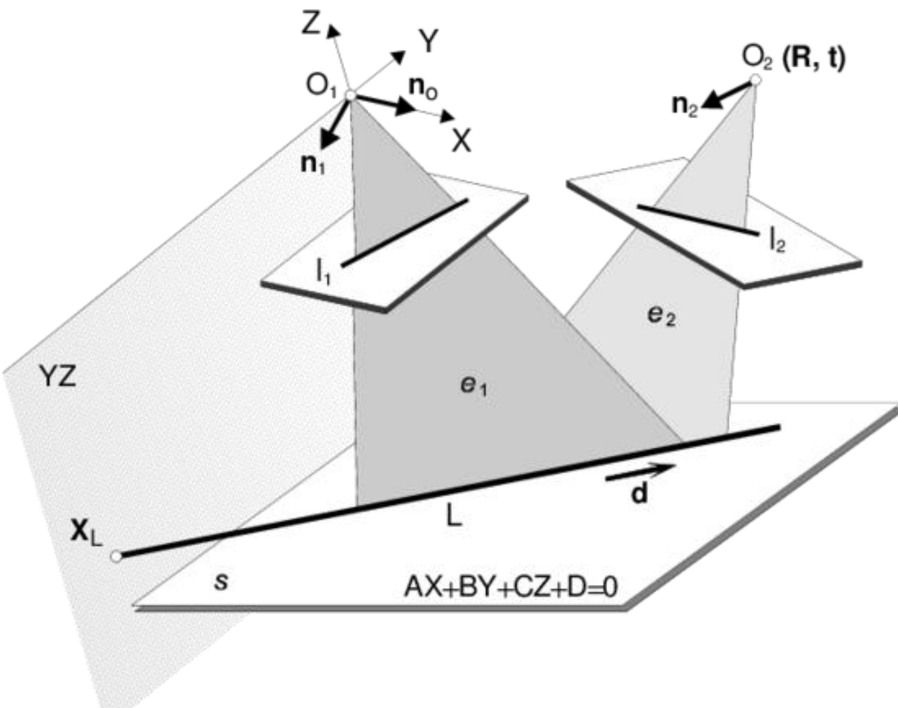
$$\begin{bmatrix} X_A & Y_A & Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -53.937 & 121.161 & -1366.8 \\ 381.1962 & 61.539 & -1338.2 \\ 836.318 & 775.972 & -1396.0 \\ 718.062 & -641.417 & 1339.6 \\ -19.827 & -623.137 & 1382.9 \\ -64.622 & 804.19 & 1415.3 \end{bmatrix}$$

مختصات مدلی برآورد شده نقاط گرهی

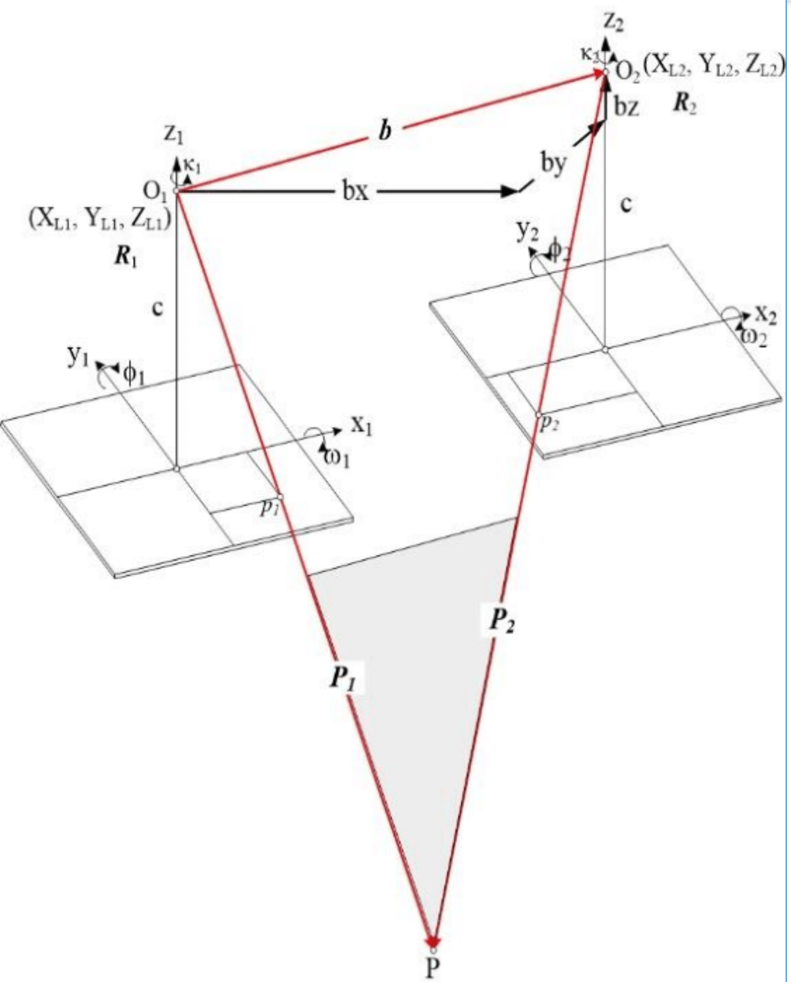
توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- یکی از روش‌های توجیه نسبی به کارگیری روش شرط هم صفحه‌ای است.
- در این روش بدون داشتن اطلاعاتی از توپوگرافی منطقه، به راحتی می‌توان، توجیه نسبی بین زوج عکس هوایی را حل کرد.

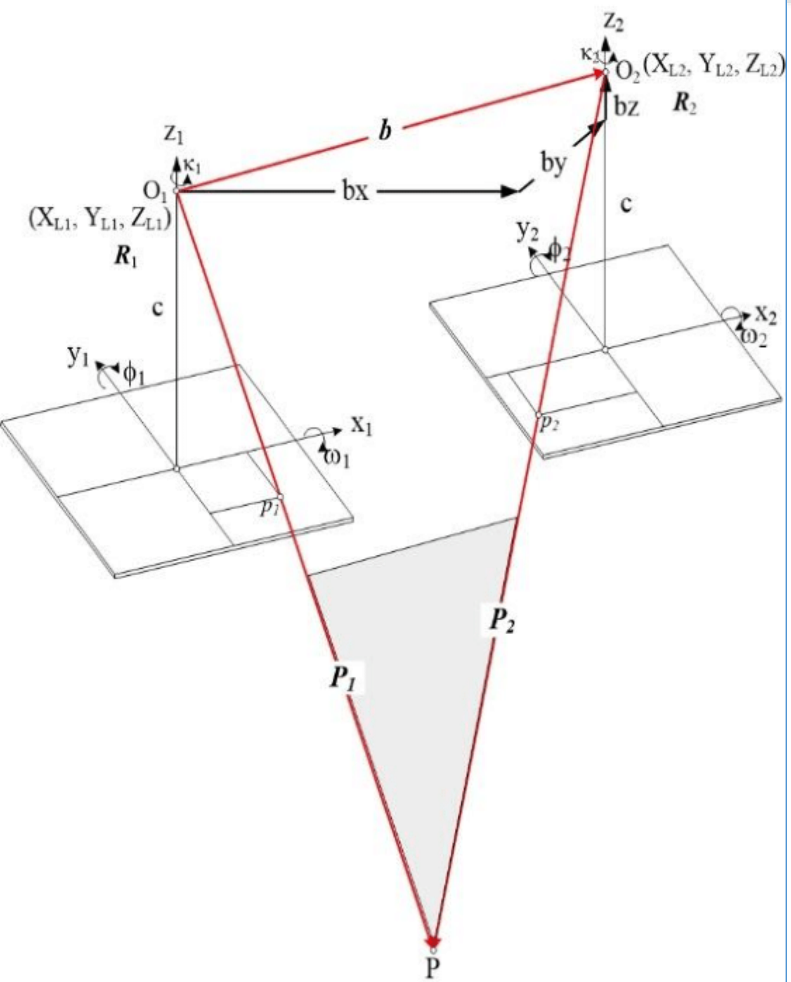


توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای



- چنانچه شرط هم‌صفحه‌ای برقرار باشد، بردارهای مربوط به پرتو های نظیر و بردار مربوط به بازهوایی بایستی در یک صفحه قرار بگیرند.

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای



- بنابراین از نظر ریاضی بایستی دتر میان ضرب خارجی این سه بردار با صفر برابر باشد

$$\begin{vmatrix} Bx & By & Bz \\ x'_p & y'_p & z'_p \\ x''_p & y''_p & z''_p \end{vmatrix} = 0$$

- توضیحات در اسلاید بعد

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- روابط فوق برای توجیه نسبی یکطرفه سمت راست عبارتند از:

$$\begin{bmatrix} Bx \\ By \\ Bz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{o2} - X_{o1} \\ Y_{o2} - Y_{o1} \\ Z_{o2} - Z_{o1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'_p \\ y'_p \\ z'_p \end{bmatrix} = M_1^T \begin{bmatrix} x' - x_o \\ y' - y_o \\ -f \end{bmatrix} = R_1 \begin{bmatrix} x' - x_o \\ y' - y_o \\ -f \end{bmatrix} \Rightarrow R_1 = I \Rightarrow \begin{bmatrix} x'_p \\ y'_p \\ z'_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' - x_o \\ y' - y_o \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x''_p \\ y''_p \\ z''_p \end{bmatrix} = M_2^T \begin{bmatrix} x'' - x_o \\ y'' - y_o \\ -f \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} x'' - x_o \\ y'' - y_o \\ -f \end{bmatrix}$$

(x',y') مختصات نقطه گرهی در عکس سمت چپ

(x'',y'') مختصات نقطه گرهی در عکس سمت راست

(M_2^T) ترانهاده ماتریس دوران عکس سمت راست است

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- با محاسبه دترمینان معادله شرط هم صفحه‌ای، شکل ریاضیاتی این معادله به صورت زیر بازنویسی می شود.

$$\begin{vmatrix} Bx & By & Bz \\ x^{'}-x_o & y^{'}-y_o & -f \\ r_{11}(x^{''}-x_o)+r_{12}(y^{''}-y_o)+r_{13}(-f) & r_{21}(x^{''}-x_o)+r_{22}(y^{''}-y_o)+r_{23}(-f) & r_{31}(x^{''}-x_o)+r_{32}(y^{''}-y_o)+r_{33}(-f) \end{vmatrix}=0$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \mathrm{F(X)}=[-\mathrm{B}_y\mathrm{f}-\mathrm{B}_\mathrm{z}(\mathrm{y}^{'}-y_0)][\mathrm{r}_{11}(\mathrm{x}^{''}-\mathrm{x}_0)+\mathrm{r}_{12}(\mathrm{y}^{''}-y_0)-r_{13}f]+\ldots \\ [\mathrm{B}_x\mathrm{f}+\mathrm{B}_\mathrm{z}(\mathrm{x}^{'}-x_0)][\mathrm{r}_{21}(\mathrm{x}^{''}-\mathrm{x}_0)+\mathrm{r}_{22}(\mathrm{y}^{''}-y_0)-r_{23}f]+\ldots \\ [\mathrm{B}_x(\mathrm{y}^{'}-y_0)-\mathrm{B}_y(x^{'}-x_0)][\mathrm{r}_{31}(\mathrm{x}^{''}-\mathrm{x}_0)+\mathrm{r}_{32}(\mathrm{y}^{''}-y_0)-r_{33}f]=0 \end{array} \right.$$

در شرط هم صفحه‌ای از ماتریس R استفاده می‌شود اما در شرط هم خطی ماتریس M !

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- معادله ارائه شده در اسلاید قبل برای توجیه نسبی یکطرفه سمت راست توسعه داده شد که در آن پنج مجهول توجیه نسبی وجود دارند.
- این مجهولات عبارتند از: $B_Y, B_Z, \omega, \varphi, k$
- این معادله فاقد مجهولات مربوط به مختصات مدلی است. که به ازای هر نقطه گرهی که در دو عکس اندازه گیری شده اند یک معادله تشکیل می‌دهد. بنابراین به ۵ نقطه متناظر نیاز دارد.

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- برای بدست آوردن مجهولات توجیه نسبی، ابتدا با بسط سری تیلور، معادله فوق حول مقادیر اولیه خطی می‌شود.

$$F(X_0)+\frac{\partial F}{\partial B_y}dB_y\Big|_{X=X_0}+\frac{\partial F}{\partial B_z}dB_z\Big|_{X=X_0}+\frac{\partial F}{\partial \omega}d\omega\Big|_{X=X_0}+\frac{\partial F}{\partial \varphi}d\varphi\Big|_{X=X_0}+\frac{\partial F}{\partial k}dk\Big|_{X=X_0}=0$$

$$AX=L\Rightarrow X=\left(A^T PA\right)^{-1}A^T PL$$

$$X=[\mathrm{dB_y},\mathrm{dB_z},\mathrm{d}\,\omega,\mathrm{d}\,\varphi,\mathrm{d}\,\kappa]^T$$

$$A=\begin{bmatrix}\frac{\partial F}{\partial B_y} & \frac{\partial F}{\partial B_z} & \frac{\partial F}{\partial \omega} & \frac{\partial F}{\partial \varphi} & \frac{\partial F}{\partial k}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\end{bmatrix}$$

$$\mathrm{L}=-\begin{bmatrix}\mathrm{F(X_0)}\\ \vdots\end{bmatrix}$$

مقادیر اولیه

$$\kappa_0=\omega_0=\varphi_0=B_{Y0}=B_{Z0}=0$$

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- فرم ماتریسی دستگاه معادله فوق به ازای پنج نقطه گرهی به صورت زیر خواهد بود

$$AX = L \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial B_y} & \frac{\partial F_1}{\partial B_z} & \frac{\partial F_1}{\partial \omega} & \frac{\partial F_1}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_1}{\partial k} \\ \frac{\partial F_2}{\partial B_y} & \frac{\partial F_2}{\partial B_z} & \frac{\partial F_2}{\partial \omega} & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_2}{\partial k} \\ \frac{\partial F_3}{\partial B_y} & \frac{\partial F_3}{\partial B_z} & \frac{\partial F_3}{\partial \omega} & \frac{\partial F_3}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_3}{\partial k} \\ \frac{\partial F_4}{\partial B_y} & \frac{\partial F_4}{\partial B_z} & \frac{\partial F_4}{\partial \omega} & \frac{\partial F_4}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_4}{\partial k} \\ \frac{\partial F_5}{\partial B_y} & \frac{\partial F_5}{\partial B_z} & \frac{\partial F_5}{\partial \omega} & \frac{\partial F_5}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_5}{\partial k} \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} dB_y \\ dB_z \\ d\omega \\ d\varphi \\ d\kappa \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} -F_1(X_0) \\ -F_2(X_0) \\ -F_3(X_0) \\ -F_4(X_0) \\ -F_5(X_0) \end{bmatrix}}_{L} \Rightarrow X = \left(A^T A\right)^{-1} A^T L$$

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- که در آن

$$r = r_{11}(x'' - x_0) + r_{12}(y'' - y_0) - r_{13} f$$

$$s = r_{21}(x'' - x_0) + r_{22}(y'' - y_0) - r_{23} f$$

$$q = r_{31}(x'' - x_0) + r_{32}(y'' - y_0) - r_{33} f$$

$$\frac{\partial F}{\partial B_Y} = -f \times r - (x' - x_0) \times q$$

$$\frac{\partial F}{\partial B_Z} = -(y' - y_0) \times r + (x' - x_0) \times s$$

$$\frac{\partial F}{\partial \omega} = \left([B_x f + B_z (x' - x_0)](-q) + [B_x (y' - y_0) - B_y (x' - x_0)] \times s\right)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi} = \left(\begin{array}{l} [-B_y f - B_z (y' - y_0)][-\sin\varphi \cos\kappa (x'' - x_0) + \sin\varphi \sin\kappa (y'' - y_0) - \cos\varphi f] + \ldots \\ +[B_x f + B_z (x' - x_0)][r_{22}(x'' - x_0) - r_{21}(y'' - y_0) - \sin\varphi \sin\omega f] + [B_x (y' - y_0) - B_y (x' - x_0)][-\cos\omega \times r] \end{array} \right)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \kappa} = \left(\begin{array}{l} [-B_y f - B_z (y' - y_0)][r_{12}(x'' - x_0) - r_{11}(y'' - y_0)] + [B_x f + B_z (x' - x_0)][r_{22}(x'' - x_0) - r_{21}(y'' - y_0)] + \ldots \\ +[B_x (y' - y_0) - B_y (x' - x_0)][r_{32}(x'' - x_0) - r_{31}(y'' - y_0)] \end{array} \right)$$

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- مشابه حل دستگاه معادلات غیرخطی که تاکنون داشته ایم؛ پس از تشکیل ماتریس‌های A و L مجهولات به صورت تکراری با روش کمترین مربعات برآورد می‌شوند.

- روشی که در اینجا به کار برده ایم، برآورد مقدار دیفرانسیل مجهولات است نه برآورد مجهولات.
در این روش مجهولات تا زمانی که مقدار دیفرانسیل کوچک باشد، به روزرسانی می‌شوند.

$$B_y^{\,n} = B_y^{\,n-1} + dB_y$$
$$B_z^{\,n} = B_z^{\,n-1} + dB_z$$
$$\omega^n = \omega^{n-1} + d\omega$$
$$\varphi^n = \varphi^{n-1} + d\varphi$$
$$k^n = k^{n-1} + dk$$

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- مثال ۲: چنانچه مختصات ۶ نقطه گرهی اندازه گیری شده بین یک زوج تصویر به صورت جدول اسلاید بعد باشد، در صورتی که باز مدلی ۸۵۰ متر در نظر گرفته شود، مطلوبست پارامترهای توجیه نسبی را به روش شرط هم صفحه‌ای بر آورد نمایید.
- همچنین پارامترهای توجیه داخلی را به صورت زیر در نظر بگیرید

پارامترهای توجیه داخلی (میلیمتر)		
xo	y0	f
0.008	-0.012	152.14

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

• مثال ۲: مختصات نقاط گرهی (متناظر)

مختصات نقاط گرهی (متناظر) در زوج عکس هوایی (برحسب میلیمتر)				
شماره نقطه	مختصات در عکس اول		مختصات در عکس دوم	
	x'_a	y'_a	x''_a	y''_a
1	-5.9959	13.4748	-99.3995	14.4755
2	43.3446	6.9842	-52.8849	7.6298
3	91.1541	84.5573	-1.0733	82.1889
4	81.5569	-72.8565	-16.2769	-72.0549
5	-2.1733	-68.5668	-96.6253	-67.1156
6	-6.9386	86.435	-95.3643	85.2343

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- حل مثال ۲: محاسبه مشتق توابع به ازای مقادیر اولیه

$$\kappa_0 = \omega_0 = \varphi_0 = B_{Y0} = B_{Z0} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial B_Y} = \begin{bmatrix} 0.0142 \\ 0.0146 \\ 0.0140 \\ 0.0149 \\ 0.0144 \\ 0.0135 \end{bmatrix} \quad \frac{\partial F}{\partial B_Z} = \begin{bmatrix} 0.0013 \\ 0.0007 \\ 0.0076 \\ -0.0071 \\ -0.0065 \\ 0.0077 \end{bmatrix} \quad \frac{\partial F}{\partial \omega} = \begin{bmatrix} 19.8407 \\ 19.720 \\ 25.5835 \\ 24.1353 \\ 23.5848 \\ 25.9385 \end{bmatrix} \quad \frac{\partial F}{\partial \varphi} = \begin{bmatrix} -11.7157 \\ -6.5255 \\ -0.0621 \\ -3.1143 \\ -18.1275 \\ -5.3255 \end{bmatrix} \quad \frac{\partial F}{\partial \kappa} = \begin{bmatrix} -12.8553 \\ -6.8401 \\ -0.1398 \\ -2.1060 \\ -12.4965 \\ -12.3334 \end{bmatrix}$$

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- ادامه حل مثال ۲: پس از محاسبه مشتق توابع ماتریس‌های A و L ایجاد می گردند

$$A=\begin{bmatrix} 0.0142 & 0.0013 & 19.8407 & -11.7157 & -12.8553 \\ 0.0146 & 0.0007 & 19.720 & -6.5255 & -6.8401 \\ 0.014 & 0.0076 & 25.5835 & -0.0621 & -0.1398 \\ 0.0149 & -0.0071 & 24.1353 & -3.1143 & -2.106 \\ 0.0144 & -0.0065 & 23.5848 & -18.1275 & -12.4965 \\ 0.0135 & 0.0077 & 25.9385 & -5.3255 & -12.3334 \end{bmatrix} \quad X=\begin{bmatrix} dB_y \\ dB_z \\ d\omega \\ d\varphi \\ d\kappa \end{bmatrix} \quad L=\begin{bmatrix} -0.1294 \\ -0.0835 \\ 0.3063 \\ -0.1037 \\ -0.1877 \\ 0.1553 \end{bmatrix}$$

- سپس به روش کمترین مربعات مجهولات برآورد می گردند

$$X=(A^T A)^{-1} A^T L$$

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- ادامه حل مثال ۲: از آنجا که در این روش مستقیما مقادیر دیفرانسیلی محاسبه می گردند، این مقادیر در تکرارهای اول تا سوم به صورت زیر محاسبه شده اند:

$$X=\begin{bmatrix} dB_y \\ dB_z \\ d\omega \\ d\varphi \\ d\kappa \end{bmatrix} \Rightarrow X^1=\begin{bmatrix} -31.7258 \\ 22.6641 \\ 0.0227 \\ -0.0049 \\ 0.0168 \end{bmatrix} \Rightarrow X^2=\begin{bmatrix} -0.2585 \\ -0.0109 \\ -0.0003 \\ 0.0011 \\ -0.0065 \end{bmatrix} \Rightarrow X^3=\begin{bmatrix} 0.0183 \\ 0.0715 \\ -1.3\times10^{-5} \\ 2.6\times10^{-5} \\ 0.0011 \end{bmatrix}$$

تکرار اول　　تکرار دوم　　تکرار سوم

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- ادامه حل مثال ۲: از آنجا که در این روش مستقیما مقادیر دیفرانسیلی محاسبه می گردند، این مقادیر در تکرارهای چهارم تا ششم به صورت زیر محاسبه شده اند:

$$X=\begin{bmatrix} dB_y \\ dB_z \\ d\omega \\ d\varphi \\ d\kappa \end{bmatrix} \Rightarrow X^4=\begin{bmatrix} 7.8\times10^{-4} \\ 0.0021 \\ -5.8\times10^{-7} \\ 5.5\times10^{-7} \\ 2.5\times10^{-5} \end{bmatrix} \Rightarrow X^5=\begin{bmatrix} 1.4\times10^{-5} \\ 2.8\times10^{-5} \\ -1\times10^{-8} \\ 1.2\times10^{-8} \\ 5.3\times10^{-7} \end{bmatrix} \Rightarrow X^6=\begin{bmatrix} 2.9\times10^{-7} \\ 5.9\times10^{-7} \\ -2.2\times10^{-10} \\ 2.4\times10^{-10} \\ 1.1\times10^{-8} \end{bmatrix}$$

تکرار چهارم   تکرار پنجم   تکرار ششم

توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای

- ادامه حل مثال ۲: پس از به روز رسانی مجهولات در آخرین تکرار، مجهولات برآورد شده توجیه نسبی به روش شرط هم‌صفحه‌ای عبارتند از:

$$\begin{bmatrix} \omega^o \\ \varphi^o \\ \kappa^o \\ B_Y \\ B_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2851 \\ -0.2145 \\ 0.6534 \\ -31.9653 \\ 22.7269 \end{bmatrix}$$

مجهولات برآورد شده توجیه نسبی با روش شرط هم صفحه ای

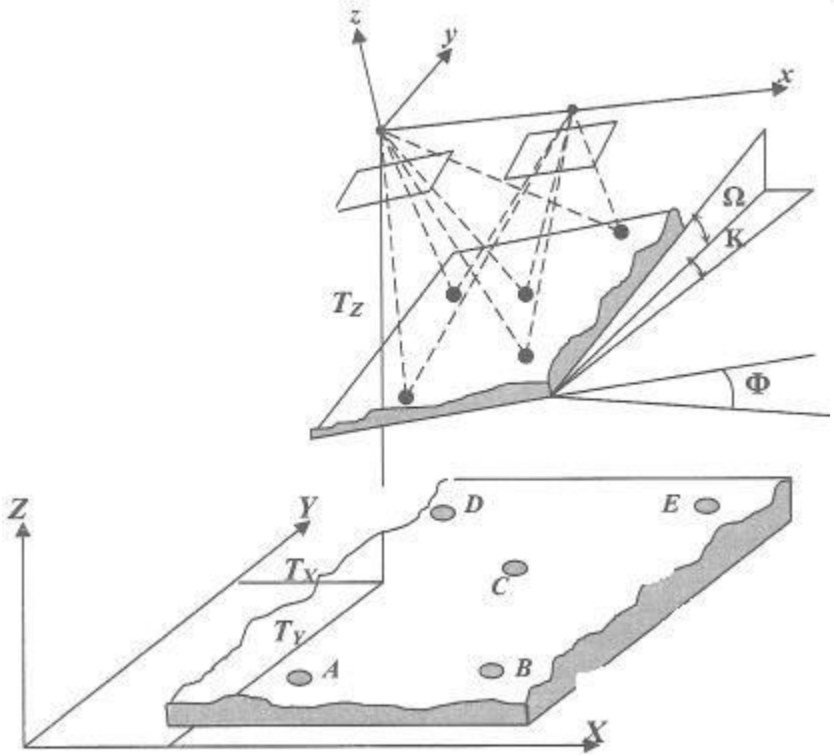
- از مزایای توجیه نسبی با شرط هم صفحه‌ای نسبت به شرط هم خطی می‌توان به سادگی و حجم محاسباتی کمتر آن اشاره کرد.

توجیه مطلق

توجیه مطلق (absolute orientation)

- پس از تولید مدل سه بعدی در توجیه نسبی، برای انطباق آن به واقعیت توجیه مطلق انجام می‌گیرد.
- هدف از توجیه مطلق تبدیل مختصات سه بعدی مدلی به مختصات زمینی (واقعی) است.
- برای این کار کافی است سه نقطه متناظر زمینی، و مدلی وجود داشته باشد.
- توجیه مطلق در واقع یک تبدیل سه بعدی به سه بعدی است.

توجیه مطلق



$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{object} = \lambda R(\Omega, \Phi, K) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{model} + \begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{pmatrix}$$

- در فتوگرامتری فرض براین است که تعداد مجهولات توجیه مطلق هفت پارامترند.
- زیرا سه دوران، سه انتقال و یک مقیاس کلی بین مختصات مدلی و مختصات زمینی وجود دارد.

توجیه مطلق

- اگر توجیه نسبی به درستی انجام نگرفته باشد، یک تغییر ارتفاع در مختصات نهایی خواهیم داشت.
- اگر توجیه داخلی به درستی انجام نگرفته باشد یک نوع پیچیدگی و یا کشیدگی در مختصات نهایی شاهد خواهیم بود.
- بدون توجیه داخلی، امکان توجیه نسبی ندارد.
- و بدون توجیه نسبی امکان توجیه مطلق هم وجود ندارد.

توجیه مطلق

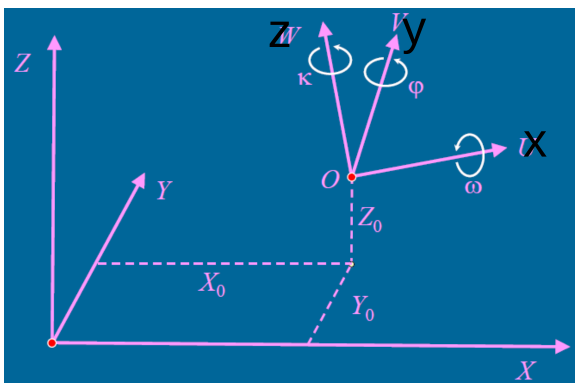
دانشگاه صنعتی جندی شاپور دزفول

- در فتوگرامتری منظور از توجیه مطلق برآورد پارامترهای تبدیل هفت پارامتره هلمرت به کمک نقاط متناظر مدلی و زمینی است. به عبارتی حداقل با داشتن سه نقطه متناظر که مختصات سه بعدی مدلی و مختصات سه بعدی زمینی‌شان معلوم است می‌توان پارامترهای توجیه مطلق را برآورد نمود.
- برای توجیه مطلق دو روش کلی M7 و M43 وجود دارد که در ادامه به آنها خواهیم پرداخت.

توجیه مطلق به روش M7

توجیه مطلق به روش M7

- در این روش تمام مجهولات توجیه مطلق یکجا برآورد می‌شوند.
- همانطور که از فصل تبدیلات به یاد دارید، رابطه بین مختصات مدلی و مختصات زمینی برابر است با:



$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{Object} = \lambda R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{Model} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}$$

$$R = M^T \quad \forall \quad M = \begin{bmatrix} \cos K \cos\phi & \cos K \sin\phi \sin\Omega + \sin K \cos\Omega & -\cos K \sin\phi \cos\Omega + \sin K \sin\Omega \\ -\sin K \cos\phi & -\sin K \sin\phi \sin\Omega + \cos K \cos\Omega & \sin K \sin\phi \cos\Omega + \cos K \sin\Omega \\ \sin\phi & -\cos\phi \sin\Omega & \cos\phi \cos\Omega \end{bmatrix}$$

توجیه مطلق به روش M7

- در توجیه مطلق پارامترهای مجهول عبارتند از:
- کامون اومگا (Ω)، کامون فی (ϕ)، کامون کاپا (K)، لاندا (λ) و جابجایی ها (X_0,Y_0,Z_0)
- استفاده از لفظ کامون (عمومی) برای دورانها به این دلیل بوده تا با پارامترهای توجیه خارجی یا نسبی اشتباه گرفته نشوند.
- همچنین توجه داشته باشید در توجیه مطلق از ترانهاده ماتریس دوران (R) استفاده می‌شود

توجیه مطلق به روش M7

- با بازنویسی ضرب ماتریس تبدیل هفت پارامتره هلمرت، دستگاه معادلات برای هر نقطه به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{cases} F = X = \lambda\left(r_{11}x + r_{12}y + r_{13}z\right) + X_o \\ G = Y = \lambda\left(r_{21}x + r_{22}y + r_{23}z\right) + Y_o \\ H = Z = \lambda\left(r_{31}x + r_{32}y + r_{33}z\right) + Z_o \end{cases}$$

- که

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos K \cos\phi & -\sin K \cos\phi & \sin\phi \\ \cos K \sin\phi \sin\Omega + \sin K \cos\Omega & -\sin K \sin\phi \sin\Omega + \cos K \cos\Omega & -\cos\phi \sin\Omega \\ -\cos K \sin\phi \cos\Omega + \sin K \sin\Omega & \sin K \sin\phi \cos\Omega + \cos K \sin\Omega & \cos\phi \cos\Omega \end{bmatrix}$$

توجیه مطلق به روش M7

- با خطی سازی دستگاه معادلات اسلاید قبل، این دستگاه معادلات به ازای مقادیر اولیه به صورت زیر بازنویسی می‌شوند

$$\begin{cases} X = F(X0) + \dfrac{\partial F}{\partial \Omega} d\Omega + \dfrac{\partial F}{\partial \phi} d\phi + \dfrac{\partial F}{\partial K} dK + \dfrac{\partial F}{\partial \lambda} d\lambda + \dfrac{\partial F}{\partial X_0} dX_0 \\ Y = G(X0) + \dfrac{\partial G}{\partial \Omega} d\Omega + \dfrac{\partial G}{\partial \phi} d\phi + \dfrac{\partial G}{\partial K} dK + \dfrac{\partial G}{\partial \lambda} d\lambda + \dfrac{\partial G}{\partial Y_0} dY_0 \\ Z = H(X0) + \dfrac{\partial H}{\partial \Omega} d\Omega + \dfrac{\partial H}{\partial \phi} d\phi + \dfrac{\partial H}{\partial K} dK + \dfrac{\partial H}{\partial \lambda} d\lambda + \dfrac{\partial H}{\partial Z_0} dZ_o \end{cases}$$

- دستگاه معادله فوق تنها برای یک نقطه نوشته شده است!

توجیه مطلق به روش M7

- فرم ماتریسی دستگاه معادله فوق به ازای حداقل سه نقطه کنترل به صورت روبرو خواهد بود:

$$
AX=L\Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix}
\frac{\partial F_1}{\partial\Omega} & \frac{\partial F_1}{\partial\phi} & \frac{\partial F_1}{\partial K} & \frac{\partial F_1}{\partial\lambda} & \frac{\partial F_1}{\partial X_0} & 0 & 0\\
\frac{\partial G_1}{\partial\Omega} & \frac{\partial G_1}{\partial\phi} & \frac{\partial G_1}{\partial K} & \frac{\partial G_1}{\partial\lambda} & 0 & \frac{\partial G_1}{\partial Y_0} & 0\\
\frac{\partial H_1}{\partial\Omega} & \frac{\partial H_1}{\partial\phi} & \frac{\partial H_1}{\partial K} & \frac{\partial H_1}{\partial\lambda} & 0 & 0 & \frac{\partial H_1}{\partial Z_0}\\
\frac{\partial F_2}{\partial\Omega} & \frac{\partial F_2}{\partial\phi} & \frac{\partial F_2}{\partial K} & \frac{\partial F_2}{\partial\lambda} & \frac{\partial F_2}{\partial X_0} & 0 & 0\\
\frac{\partial G_2}{\partial\Omega} & \frac{\partial G_2}{\partial\phi} & \frac{\partial G_2}{\partial K} & \frac{\partial G_2}{\partial\lambda} & 0 & \frac{\partial G}{\partial Y_0} & 0\\
\frac{\partial H_2}{\partial\Omega} & \frac{\partial H_2}{\partial\phi} & \frac{\partial H_2}{\partial K} & \frac{\partial H_2}{\partial\lambda} & 0 & 0 & \frac{\partial H}{\partial Z_0}\\
\frac{\partial F_3}{\partial\Omega} & \frac{\partial F_3}{\partial\phi} & \frac{\partial F_3}{\partial K} & \frac{\partial F_3}{\partial\lambda} & \frac{\partial F_3}{\partial X_0} & 0 & 0\\
\frac{\partial G_3}{\partial\Omega} & \frac{\partial G_3}{\partial\phi} & \frac{\partial G_3}{\partial K} & \frac{\partial G_3}{\partial\lambda} & 0 & \frac{\partial G_3}{\partial Y_0} & 0\\
\frac{\partial H_3}{\partial\Omega} & \frac{\partial H_3}{\partial\phi} & \frac{\partial H_3}{\partial K} & \frac{\partial H_3}{\partial\lambda} & 0 & 0 & \frac{\partial H_3}{\partial Z_0}
\end{bmatrix}_{9\times 7}}_{A}
\underbrace{\begin{bmatrix} d\Omega\\ d\phi\\ dK\\ d\lambda\\ dX_0\\ dY_0\\ dZ_o \end{bmatrix}}_{X}
=\underbrace{\begin{bmatrix}
X_1-F_1(X0)\\ Y_1-G_1(X0)\\ Z_1-H_1(X0)\\ X_2-F_2(X0)\\ Y_2-G_2(X0)\\ Z_2-H_2(X0)\\ X_3-F_3(X0)\\ Y_3-G_3(X0)\\ Z_3-H_3(X0)
\end{bmatrix}}_{L}
$$

$$
\Rightarrow X=\left(A^TA\right)^{-1}A^TL
$$

توجیه مطلق به روش M7

- که در آن

$$r = r_{11}x + r_{12}y + r_{13}z$$
$$s = r_{21}x + r_{22}y + r_{23}z$$
$$q = r_{31}x + r_{32}y + r_{33}z$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega} = 0 \qquad \frac{\partial G}{\partial \Omega} = -q\lambda \qquad \frac{\partial H}{\partial \Omega} = s\lambda$$

$$\frac{\partial F}{\partial \phi} = \lambda\left(-\cos K \sin\phi x + \sin K \sin\phi y + \cos\phi z\right) \qquad \frac{\partial G}{\partial \phi} = r\lambda\sin\Omega \qquad \frac{\partial H}{\partial \phi} = -r\lambda\cos\Omega$$

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \lambda\left(r_{12}x - r_{11}y\right) \qquad \frac{\partial G}{\partial K} = \lambda\left(r_{22}x - r_{21}y\right) \qquad \frac{\partial H}{\partial K} = \lambda\left(r_{32}x - r_{31}y\right)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = r \qquad \frac{\partial G}{\partial \lambda} = s \qquad \frac{\partial H}{\partial \lambda} = q$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_0} = 1 \qquad \frac{\partial G}{\partial Y_0} = 1 \qquad \frac{\partial H}{\partial Z_0} = 1$$

توجیه مطلق به روش M7

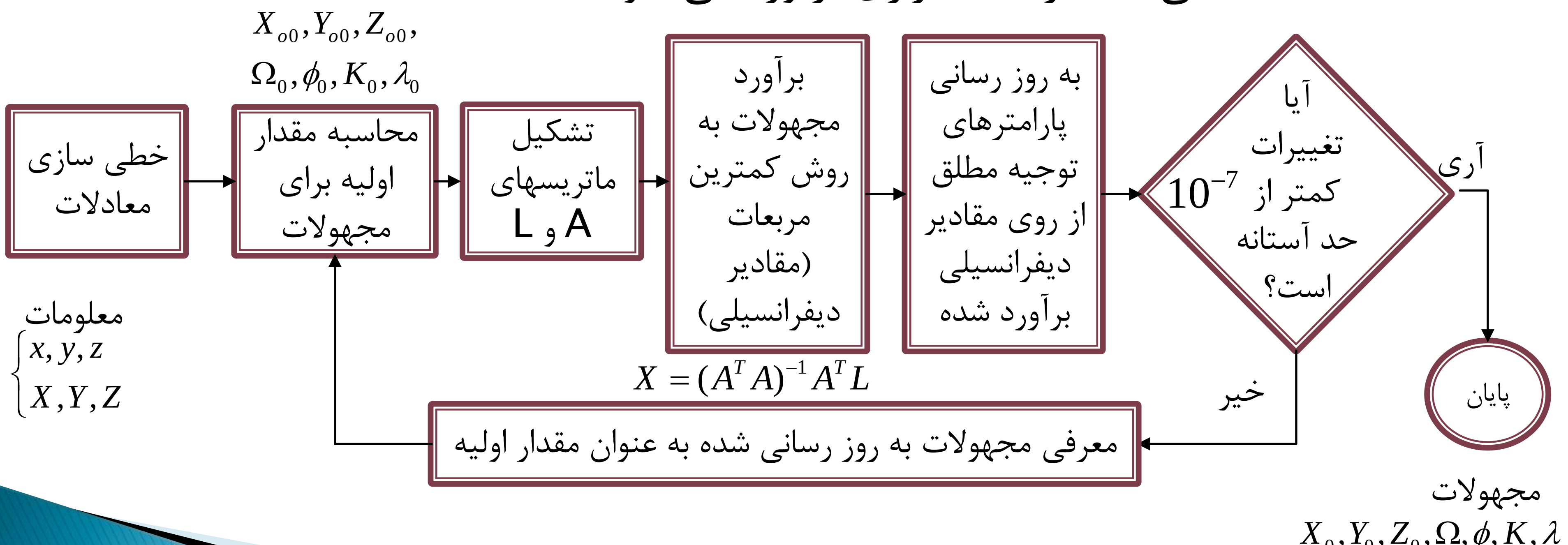
- مشابه حل دستگاه معادلات غیرخطی که تاکنون داشته ایم؛ پس از تشکیل ماتریس‌های A و L مجهولات به صورت تکراری با روش کمترین مربعات برآورد می‌شوند.

$$\Omega^{n} = \Omega^{n-1} + d\Omega$$
$$\phi^{n} = \phi^{n-1} + d\phi$$
$$K^{n} = K^{n-1} + dK$$
$$\lambda^{n} = \lambda^{n-1} + d\lambda$$
$$X_0{}^{n} = X_0{}^{n-1} + dX_0$$
$$Y_0{}^{n} = Y_0{}^{n-1} + dY_0$$
$$Z_0{}^{n} = Z_0{}^{n-1} + dZ_0$$

- روشی که در اینجا به کار برده ایم، برآورد مقدار دیفرانسیل مجهولات است نه برآورد مجهولات. در این روش مجهولات تا زمانی که مقدار دیفرانسیل کوچک باشد، به روزرسانی می‌شوند.

توجیه مطلق به روش M7

- همانطور که اسلاید قبل گفته شد برای حل دستگاه معادلات خطی شده، پس از تشکیل ماتریس‌های دستگاه معادلات (A و L)، مجهولات طی یک فرآیند تکراری برآورد می شوند:



توجیه مطلق به روش M7

- برای تعیین مقادیر اولیه مشابه ترفیع فضایی فرض می‌شود رابطه بین مختصات مسطحاتی مدلی و مختصات مسطحاتی نقاط کنترل یک مدل متشابه است. با بدست آوردن ضرایب مدل متشابه، مقدار اولیه مولفه های $(\lambda_0, k_0, X_0, Y_0)$ بدست می‌آید.
- مقدار اولیه $(\Omega_0 = \phi_0 = 0)$
- مقدار اولیه Z_0 نیز از رابطه روبرو

$$Z_o = Z_{object} - \lambda_0 z_{model}$$

توجیه مطلق به روش M7

- محاسبه مقادیر اولیه
- (فرض کنید حداقل سه نقطه کنترل داریم)

مختصات زمینی   مختصات مدلی

$$\underbrace{\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ X_3 \\ Y_3 \end{bmatrix}}_{L} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 \\ y_1 & -x_1 & 0 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 \\ y_2 & -x_2 & 0 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 \\ y_3 & -x_3 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}}_{X} \Rightarrow X = \left(A^T A\right)^{-1} A^T L$$

- لازم است مختصات مدلی نیز بر حسب متر وارد شوند.

توجیه مطلق به روش M7

- محاسبه مقادیر اولیه
- پس از محاسبه ضرایب مدل متشابه مقادیر اولیه مجهولات توجیه مطلق به صورت زیر محاسبه می‌شوند

$$K_0 \simeq \arctan(\frac{-b}{a})$$

$$\lambda_0 \simeq \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\Omega_0 \simeq 0$$

$$\phi_0 \simeq 0$$

$$X_0 \simeq c$$

$$Y_0 \simeq d$$

$$Z_0 \simeq Z_{avg} - \lambda_0 z$$

- که در آن
- z میانگین ارتفاع مدلی نقاط کنترل است
- Z_{avg} میانگین ارتفاع زمینی نقاط کنترل است

توجیه مطلق به روش M7

- مثال ۳: فرض کنید مختصات مدلی ۴ نقطه کنترل حاصل از توجیه نسبی و مختصات زمینی این نقاط به صورت زیر هستند. با استفاده از روش M7 پارامترهای توجیه مطلق را بدست آورید

مختصات نقاط کنترل متناظر (بر حسب متر)						
شماره نقطه	مختصات مدلی			مختصات زمینی نقاط		
	x	y	z	X	Y	Z
2	381.1962	61.5394	-1338.2495	1420	980	210
3	836.31794	775.9718	-1395.9721	1790	1700	155
4	718.06214	-641.4172	-1339.6379	1800	340	180
5	-19.8273	-623.1366	-1382.8943	1095	295	166

توجیه مطلق به روش M7

- حل مثال ۳: ابتدا مقادیر اولیه محاسبه می شوند
- برای اینکار ماتریس های A و L مدل متشابه ایجاد می شوند

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1420 \\ 980 \\ 1790 \\ 1700 \\ 1800 \\ 340 \\ 1095 \\ 295 \end{bmatrix}}_{L} = \underbrace{\begin{bmatrix} 381.1962 & 61.5394 & 1 & 0 \\ 61.5394 & -381.196 & 0 & 1 \\ 836.318 & 775.972 & 1 & 0 \\ 775.972 & -836.318 & 0 & 1 \\ 718.062 & -641.417 & 1 & 0 \\ -641.417 & -718.062 & 0 & 1 \\ -19.827 & -623.137 & 1 & 0 \\ -623.137 & 19.827 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}}_{X} \Rightarrow X = (A^T A)^{-1} A^T L \Rightarrow X = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9520 \\ -0.0858 \\ 1061.2 \\ 889.305 \end{bmatrix}$$

توجیه مطلق به روش M7

- ادامه حل مثال ۳: محاسبه مقادیر اولیه
- پس از برآورد ضرایب مدل متشابه، مقادیر اولیه به صورت زیر محاسبه می شوند

$$K_0 \simeq \arctan(\frac{-b}{a}) \simeq 0.0899^{rad}$$

$$\lambda_0 \simeq \sqrt{a^2+b^2} = 0.9558$$

$$\Omega_0 \simeq 0$$

$$\phi_0 \simeq 0$$

$$X_0 \simeq c = 1061.2m$$

$$Y_0 \simeq d = 889.305m$$

$$\begin{cases} z = -1364.19m \\ Z_{avg} = \dfrac{210+155+180+166}{4} = 177.5 \end{cases} \Rightarrow Z_0 \simeq Z_{avg} - \lambda_0 z = 177.5 - 0.9558 \times (-1364.19) = 1481.68m$$

توجیه مطلق به روش M7

- ادامه حل مثال ۳: باتوجه به مقادیر اولیه، مشتقات توابع محاسبه می‌شوند

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix}\quad \frac{\partial F}{\partial \phi}=\begin{bmatrix}-1279.1\\-1334.3\\-1280.5\\-1321.8\end{bmatrix}\quad \frac{\partial F}{\partial K}=\begin{bmatrix}-91.278\\-810.43\\549.035\\594.918\end{bmatrix}\quad \frac{\partial F}{\partial \lambda}=\begin{bmatrix}374.14\\763.31\\772.72\\36.168\end{bmatrix}\quad \frac{\partial F}{\partial X_0}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial G}{\partial \Omega}=\begin{bmatrix}1279.1\\1334.3\\1280.5\\1321.8\end{bmatrix}\quad \frac{\partial G}{\partial \phi}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix}\quad \frac{\partial G}{\partial K}=\begin{bmatrix}357.61\\729.6\\738.59\\34.571\end{bmatrix}\quad \frac{\partial G}{\partial \lambda}=\begin{bmatrix}95.50\\847.89\\-574.4\\-622.4\end{bmatrix}\quad \frac{\partial G}{\partial Y_0}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \Omega}=\begin{bmatrix}91.279\\810.43\\-549.0\\-594.9\end{bmatrix}\quad \frac{\partial H}{\partial \phi}=\begin{bmatrix}-357.61\\-729.6\\-738.59\\-34.571\end{bmatrix}\quad \frac{\partial H}{\partial K}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix}\quad \frac{\partial H}{\partial \lambda}=\begin{bmatrix}-1338.2\\-1396.0\\-1339.6\\-1382.9\end{bmatrix}\quad \frac{\partial H}{\partial Z_0}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix}$$

توجیه مطلق به روش M7

- ادامه حل مثال ۳: پس از محاسبه مشتقات توابع، ماتریس‌های A و L ایجاد می‌شوند و سپس به روش کمترین مربعات مجهولات برآورد می گردند

$$A=\begin{bmatrix} 0 & -1279.1 & -91.28 & 374.14 & 1 & 0 & 0 \\ 1279.1 & 0 & 357.6 & 95.49 & 0 & 1 & 0 \\ 91.28 & -357.6 & 0 & -1338.2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1334.3 & -810.4 & 763.3 & 1 & 0 & 0 \\ 1334.3 & 0 & 729.6 & 847.9 & 0 & 1 & 0 \\ 810.43 & -729.6 & 0 & -1396 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1280.5 & 549.02 & 772.7 & 1 & 0 & 0 \\ 1280.5 & 0 & 738.59 & -574.4 & 0 & 1 & 0 \\ -549.02 & -738.59 & 0 & -1339.6 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1321.8 & 594.9 & 36.17 & 1 & 0 & 0 \\ 1321.8 & 0 & 34.571 & -622.4 & 0 & 1 & 0 \\ -594.91 & -34.571 & 0 & -1382.9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad L=\begin{bmatrix} 1.232 \\ -0.5842 \\ 7.4568 \\ -0.7563 \\ 0.2589 \\ 7.6298 \\ 0.2522 \\ -0.2801 \\ -21.2161 \\ -0.7279 \\ 0.6054 \\ 6.1296 \end{bmatrix}$$

$$X=(A^TA)^{-1}A^TL \Rightarrow X=\begin{bmatrix} d\Omega \\ d\phi \\ dK \\ d\lambda \\ dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_o \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.0209 \\ 0.0401 \\ -5.5\times10^{-4} \\ -3.7\times10^{-4} \\ 52.5379 \\ -27.0387 \\ 19.4111 \end{bmatrix}$$

توجیه مطلق به روش M7

- ادامه حل مثال ۳: از آنجا که در این روش مستقیما مقادیر دیفرانسیلی محاسبه می گردند، این مقادیر در تکرارهای اول تا چهارم به صورت زیر محاسبه شده اند:

$$X=\begin{bmatrix} d\Omega \\ d\phi \\ dK \\ d\lambda \\ dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_o \end{bmatrix} \Rightarrow \underbrace{X^1=\begin{bmatrix} 0.0209 \\ 0.0401 \\ -5.5\times10^{-4} \\ -3.7\times10^{-4} \\ 52.5379 \\ -27.0387 \\ 19.4111 \end{bmatrix}}_{\text{تکرار اول}} \Rightarrow \underbrace{X^2=\begin{bmatrix} 2.8\times10^{-5} \\ 1.8\times10^{-5} \\ -2.8\times10^{-4} \\ 1.7\times10^{-4} \\ 0.305 \\ -0.2667 \\ -1.0942 \end{bmatrix}}_{\text{تکرار دوم}} \Rightarrow \underbrace{X^3=\begin{bmatrix} 1.1\times10^{-9} \\ -9.7\times10^{-9} \\ 5.2\times10^{-8} \\ 3.9\times10^{-8} \\ -6.3\times10^{-6} \\ -9.5\times10^{-6} \\ 5.3\times10^{-5} \end{bmatrix}}_{\text{تکرار سوم}} \Rightarrow \underbrace{X^4=\begin{bmatrix} 8.1\times10^{-16} \\ 9.3\times10^{-16} \\ -2.2\times10^{-15} \\ 1.4\times10^{-15} \\ 6.5\times10^{-13} \\ -1.1\times10^{-12} \\ 1.9\times10^{-12} \end{bmatrix}}_{\text{تکرار چهارم}}$$

توجیه مطلق به روش M7

- ادامه حل مثال ۳: از آنجا که بزرگترین قدر مطلق این اختلافات در تکرار چهارم کمتر از حدآستانه ۰.۰۰۰۰۰۰۱ بود، مقادیر به روز رسانی شده به عنوان مقدار نهایی مجهولات در نظر گرفته می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} V_X & V_y & V_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5\times10^{-12} & 2\times10^{-12} & -1\times10^{-11} \\ 3\times10^{-12} & -6\times10^{-12} & 7\times10^{-12} \\ 1\times10^{-11} & 0 & -1\times10^{-12} \\ -1\times10^{-11} & 3\times10^{-13} & 7\times10^{-12} \end{bmatrix}$$

باقیمانده‌ها پس از برآورد مجهولات

$$X = \begin{bmatrix} \Omega^o \\ \phi^o \\ K^o \\ \lambda \\ X_0 \\ Y_0 \\ Z_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 2.3 \\ 5.1 \\ 0.9556 \\ 1114 \\ 862.0 \\ 1500.0 \end{bmatrix}$$

مجهولات برآورد شده توجیه مطلق با روش M7

توجیه مطلق به روش M7

- چند نکته:
- اگر مختصات مدلی از توجیه نسبی یکطرفه حاصل شده باشند، پارامترهای دورانی و انتقالی توجیه مطلق همان پارامترهای توجیه خارجی عکسی هستند که مبدا آن به عنوان مبدا سیستم مختصات مدلی در نظر گرفته شده است.
- در توجیه مطلق و توجیه نسبی به روش شرط هم صفحه ای از ماتریس R استفاده می‌شود نه M

توجیه مطلق به روش M43

توجیه مطلق به روش M43

- در این روش پارامترهای توجیه مطلق در دو مرحله بدست می آیند؛ لذا در برخی منابع به آن توجیه مطلق دو مرحله ای هم می‌گویند.
- در صورتی که پارامترهای λ و K مقادیر بزرگی باشند، به کارگیری روش M7 زمان محاسباتی بیشتری می‌طلبد. در چنین مواردی بهتر است با روش M43، توجیه مطلق حل شود.

توجیه مطلق به روش M43

- در این روش پارامترهای مسطحاتی(مقیاس گذاری) و ارتفاعی (ترازگذاری) در دو مرحله و طی یک فرآیند تکراری بدست می‌آیند.
- در اولین مرحله پارامترهای که بیشترین تاثیر را بر مولفه‌های مسطحاتی (λ, K, X_0, Y_0) می‌گذارند، برآورد می‌شوند.
- در مرحله دوم نیز سه پارامتر باقیمانده (Ω, ϕ, Z_0) موثر بر ارتفاع برآورد می‌شوند.

توجیه مطلق به روش M43

- در مرحله مقیاس گذاری، فرض می شود رابطه بین مختصات مسطحاتی مدلی و زمینی یک مدل متشابه است. لذا پارامترهای تقریبی (λ, K, X_0, Y_0) مستقیما می توانند برآورد شوند.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \end{bmatrix}}_{L} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 \\ y_1 & -x_1 & 0 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 \\ y_2 & -x_2 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}}_{X} \Rightarrow X = \left(A^T A\right)^{-1} A^T L$$

مختصات زمینی

مختصات مدلی

- برای اینکار حداقل به دو نقطه کنترل مسطحاتی نیاز است

توجیه مطلق به روش M43

- پس از محاسبه ضرایب مدل متشابه پارامترهای (λ, K, X_0, Y_0) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$K \simeq \arctan(\frac{-b}{a}) \qquad \lambda \simeq \sqrt{a^2+b^2} \qquad X_0 \simeq c \qquad Y_0 \simeq d$$

- پس از با برآورد پارامترهای فوق، این پارامترها به مختصات مدلی اعمال شده و مختصات مدلی جدیدی برآورد می‌شود

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{new} = \lambda R_K \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{old} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ 0 \end{bmatrix}$$

توجیه مطلق به روش M43

- به فرآیند اسلایدهای قبل؛ مقیاس گذاری می‌گویند.
- برای تراز گذاری، فرض می‌شود دورانهای (Ω,ϕ) مقدار کوچکی دارند. لذا ماتریس R را می توان به صورت زیر نیز در نظر گرفت

$$\begin{cases} \sin d\Omega \simeq d\Omega \\ \cos d\Omega \simeq 1 \\ \sin d\phi \simeq d\phi \\ \cos d\phi \simeq 1 \end{cases} \Rightarrow R_{\phi\Omega} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d\phi \\ 0 & 1 & -d\Omega \\ -d\phi & d\Omega & 1 \end{bmatrix}$$

توجیه مطلق به روش M43

- از آنجا که بین مختصات مدلی به روزرسانی شده و مختصات زمینی ؛ جابجایی مسطحاتی، مقیاس و همچنین دوران حول محور سوم نداریم، دستگاه معادلات به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{object} = R_{\phi\Omega} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{new} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{object} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d\phi \\ 0 & 1 & -d\Omega \\ -d\phi & d\Omega & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{new} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Z = -xd\phi + yd\Omega + z + Z_0$$ معادله ترازگذاری

توجیه مطلق به روش M43

- برای حل دستگاه معادله مربوط به تراز گذاری حداقل به سه نقطه ارتفاعی نیاز داریم.

- با توجه به دستگاه معادله ترازگذاری، با داشتن حداقل سه نقطه کنترل ارتفاعی فرم ماتریسی دستگاه معادلات به صورت روبرو است.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Z_1 - z_1 \\ Z_2 - z_2 \\ Z_3 - z_3 \end{bmatrix}}_{L} = \underbrace{\begin{bmatrix} -x_1 & y_1 & 1 \\ -x_2 & y_2 & 1 \\ -x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} d\phi \\ d\Omega \\ Z_0 \end{bmatrix}}_{X}$$

$$AX = L \Rightarrow X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

توجیه مطلق به روش M43

- پس از برآورد پارامترهای ترازیابی، این پارامترها به مختصات مدلی اعمال شده و مختصات مدلی جدیدی برآورد می‌شود

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{new} = R_{\phi\Omega} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{old} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_0 \end{bmatrix}$$

- پس از اعمال پارامترهای ترازگذاری و به روز رسانی مختصات مدلی؛ دوباره مقیاس‌گذاری و ترازگذاری انجام می‌گیرد و تا زمانی که تغییرات کمتر از حدآستانه ۰.۰۰۰۰۰۰۱ بشود این فرآیند تکرار می‌شود.

توجیه مطلق به روش M43

- در این روش در هر مرحله مقادیری که در هر تکرار به دست می‌آید چون یک مقدار دیفرانسیلی است آن مقدار به مقدار قبلی آن مجهول اضافه می‌شود. فقط مقیاس در هر تکرار در مقیاس قبلی ضرب می‌شود.

$$\Omega^n = \Omega^{n-1} + d\Omega$$
$$\phi^n = \phi^{n-1} + d\phi$$
$$K^n = K^{n-1} + dK$$
$$\lambda^n = \lambda^{n-1} \times d\lambda$$
$$X_0^{\ n} = X_0^{\ n-1} + dX_0$$
$$Y_0^{\ n} = Y_0^{\ n-1} + dY_0$$
$$Z_0^{\ n} = Z_0^{\ n-1} + dZ_0$$

- در تکرار اول مقدار اولیه، مجهولات توجیه مطلق برابرند با:

$$\Omega = 0 \quad \phi = 0 \quad K = 0 \quad \lambda = 1 \quad X_0 = 0 \quad Y_0 = 0 \quad Z_0 = 0$$

توجیه مطلق به روش M43

- چند نکته:
- مزیت روش دو مرحله ای اینست که هرگونه تغییر مقیاسی را با سرعت بالا به جواب همگرا می کند.
- از آنجا که K می تواند مقادیر متفاوتی داشته باشد، روش دومرحله ای بهتر می تواند این دوران را برآورد نماید.
- مهمترین مزیت روش دو مرحله عدم نیاز به مقدار اولیه برای K و λ است.

توجیه مطلق به روش M43

- چند نکته:
- هر دو روش M7 و M43 حداقل به دو نقطه کنترل مسطحاتی و سه نقطه ارتفاعی نیاز دارند.
- هر نقطه کنترل کامل در توجیه مطلق سه معادله ایجاد می‌کند.
- هر نقطه کنترل مسطحاتی دو معادله ایجاد می کند.
- و هر نقطه کنترل ارتفاعی نیز یک معادله ایجاد می کند.

خلاصه توجیهات

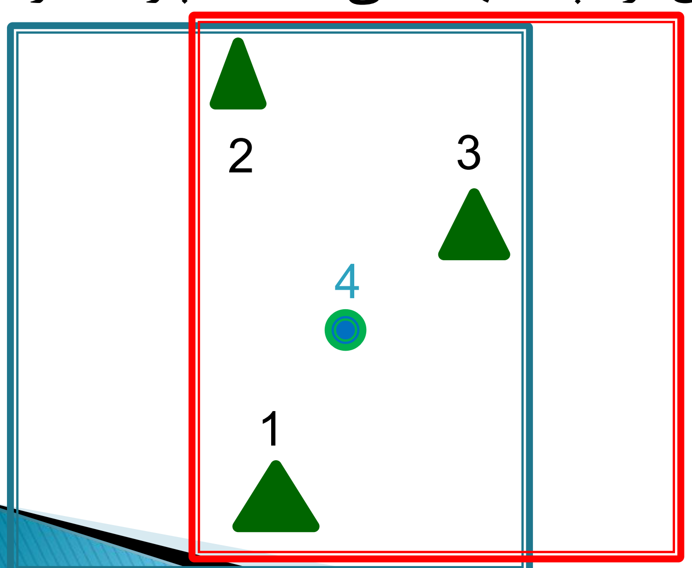
- برای تهیه نقشه یا به عبارتی اندازه گیری مختصات زمینی نقاط و خطوط و پلی گونها می‌توان از تصاویر هوایی استفاده کرد. چنانچه توجیه داخلی حل شده باشد با دو استراتژی می‌توان پارامترهای توجیه را برآورد نمود:

1. توجیه داخلی + توجیه نسبی + توجیه مطلق
2. توجیه داخلی + ترفیع فضایی

- پس از برآورد پارامترهای توجیه، با اندازه‌گیری مختصات نقاط (یا خطوط یا پلی گونهای) واقع در محدوده مشترک می‌توان مختصات زمینی آن‌ها را حساب کرد.

سوال

- با توجه به شکل زیر، چنانچه مختصات سه نقطه کنترل در محدوده مشترک موجود باشد، برای استخراج مختصات یک نقطه در این زوج تصویر، آیا امکان محاسبه مختصات زمینی وجود دارد؟ آیا استراتژی توجیه داخلی، توجیه نسبی و توجیه مطلق را پیشنهاد می‌کنید؟ چرا؟ (فرض کنید توجیه داخلی انجام شده است)



- نقاط ۱ تا ۳ نقاط کنترل
- نقاط ۴ هم نقطه ای که قرار است مختصات زمینی اش محاسبه شود

تمرین شماره ۷ (اختیاری)

- چنانچه برنامه توجیه نسبی با شرط هم خطی و سپس توجیه مطلق (M7) را در محیط متلب یا پایتون بنویسید نمره اضافی مناسبی دریافت خواهید کرد.
- نتیجه این تمرین را می توانید تا قبل از تصحیح برگه امتحانی به آدرس noorollah.tatar@gmail.com با موضوع "تمرین شماره ۷- درس فتوگرامتری تحلیلی" ایمیل کنید.
- راهنمایی: برای صحت سنجی برنامه هایتان از مثال های این جزوه استفاده کنید.

دانشگاه صنعتی جندی شاپور دزفول

سوال؟

منابع این فصل

- دکتر جلال امینی. کتاب فتوگرامتری تحلیلی. چاپ دانشگاه تهران.
- دکتر حیدر راستی ویس. جزوه کلاسی فتوگرامتری تحلیلی. دانشگاه تهران
- Ayman Habib. Analytical photogrammetry lecture note. Purdue University.