



Jundi Shapur
University of Technology-Dezful

پردازش تصاویر رقومی
جلسه سوم: پردازش هیستوگرام

Nurollah Tatar
Digital Image Processing
Semester 2021

پردازش هیستوگرام

- نمودار هیستوگرام (یا بافت‌نگار) نمایشی از توزیع داده‌های کمی پیوسته است که می‌تواند تخمینی از توزیع احتمال باشد.
- تفاوت هیستوگرام با نمودار میله‌ای در آن است که نمودار میله‌ای مربوط به توزیع دو متغیر تصادفی است ولی بافت‌نگار مربوط به یک متغیر است.

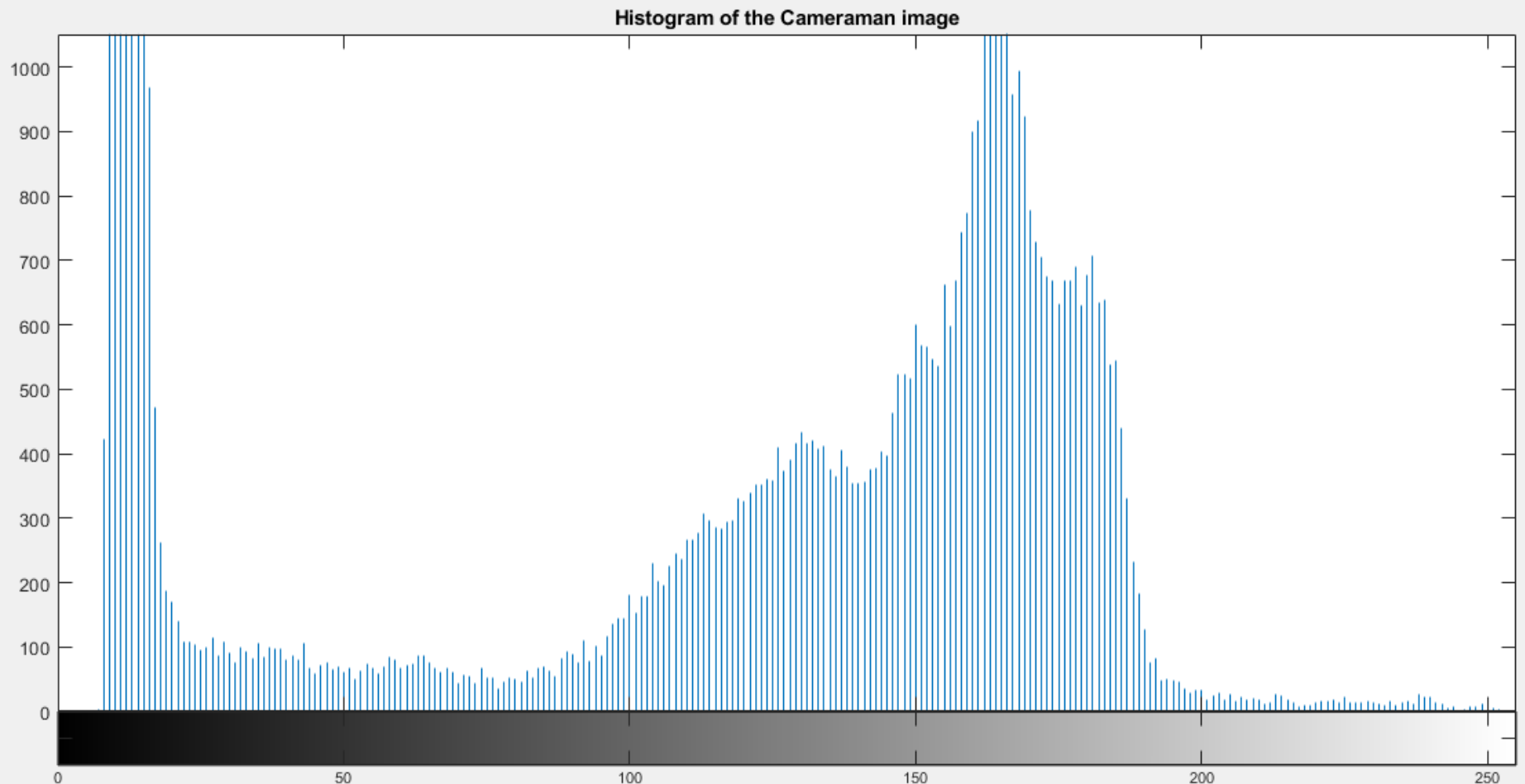
پردازش هیستوگرام

- هیستوگرام یک تصویر از روی فراوانی درجات خاکستری بدست می آید.
- به طور مثال اگر در یک تصویر ۱۰۰ پیکسل با درجه خاکستری ۱ وجود داشته باشد فراوانی درجه خاکستری ۱ مقدار ۱۰۰ خواهد بود.
- چنانچه برای همه درجات خاکستری فراوانی آنها محاسبه شود، نموداری بدست می آید که به آن هیستوگرام می گویند.

پردازش هیستوگرام



• هیستوگرام تصویر "cameraman.tif"



پردازش هیستوگرام

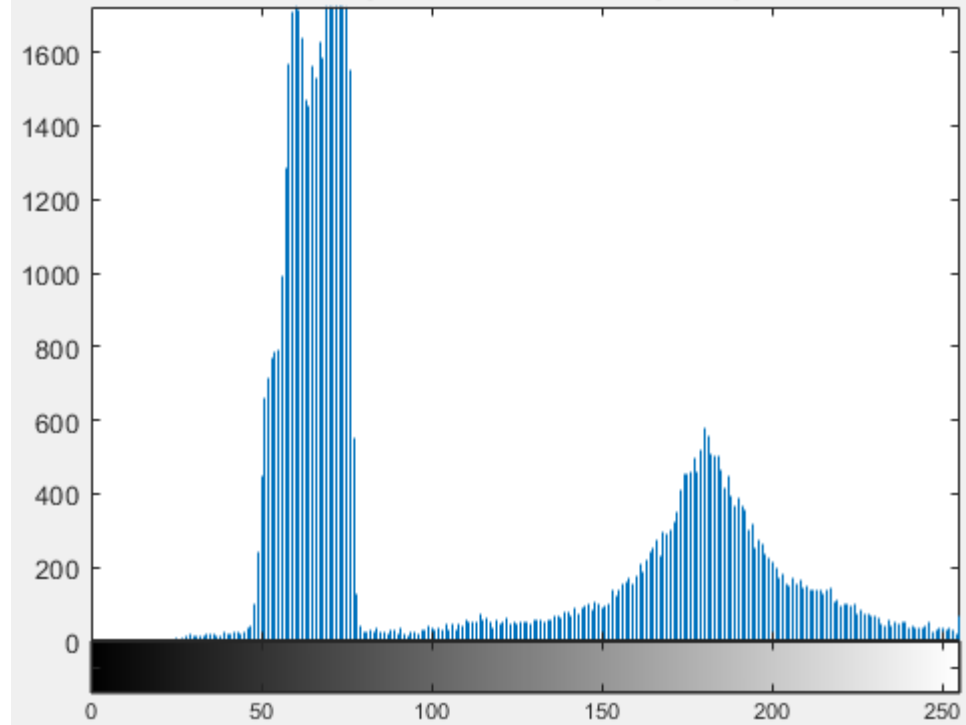


• هیستوگرام coins.png

The coins.png image



Histogram of the coins.png image



پردازش هیستوگرام

- انتخاب حد آستانه از روی هیستوگرام:
- یکی از کاربردهای مهم هیستوگرام، انتخاب حد آستانه بهینه برای تفکیک شی از پس زمینه است.
- برای انتخاب حد آستانه بهینه تاکنون روشهای متعددی ارائه شده؛ اما در این میان روش Otsu یکی از بهینه ترین و پرکاربردترین روشهای تعیین حد آستانه به شمار می آید.

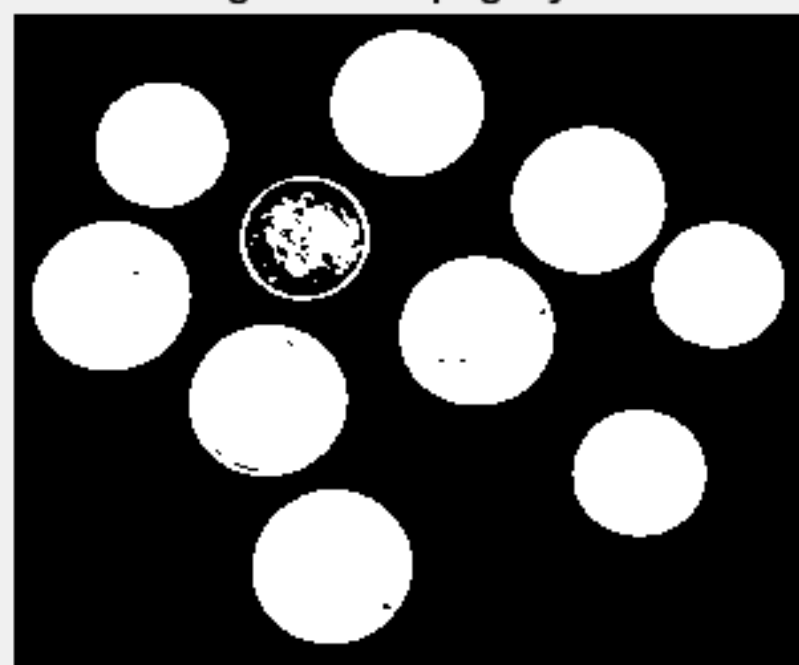
پردازش هیستوگرام

- انتخاب حد آستانه از روی هیستوگرام:
- تولید تصویر باینری با روش آستانه گذاری اتوماتیک Otsu.

The coins.png image



Thresholding on coins.png by Otsu method



نرمال کردن هیستوگرام

- تصاویر بسته به شرایط بیرونی و داخلی سنجنده ممکن است یک هیستوگرام نامتقارن داشته باشند.
- معمولاً زمانی که عمده درجات خاکستری یک تصویر در یک محدوده خاصی قرار گرفته باشند، چنین اتفاقی می افتد.
- یکی از روشهای بهبود کنتراست تصویر نرمالیزاسیون هیستوگرام آنهاست.

نرمال کردن هیستوگرام

- در این روش از فرمول زیر استفاده می شود.

$$I_{\text{output}}(i, j) = (I_{\text{input}}(i, j) - c) \left(\frac{a - b}{c - d} \right) + a$$

- a, b با توجه به ۸ بیتی بودن تصویر به ترتیب ۰ و ۲۵۵ هستند.
- c, d برابرند با بزرگترین و کوچکترین فراوانی غیر صفر.
- کد دستوری `imadjust` به صورت اتوماتیک مقادیر فوق را محاسبه می کند.

نرمال کردن هیستوگرام:

The Original pout.tif image

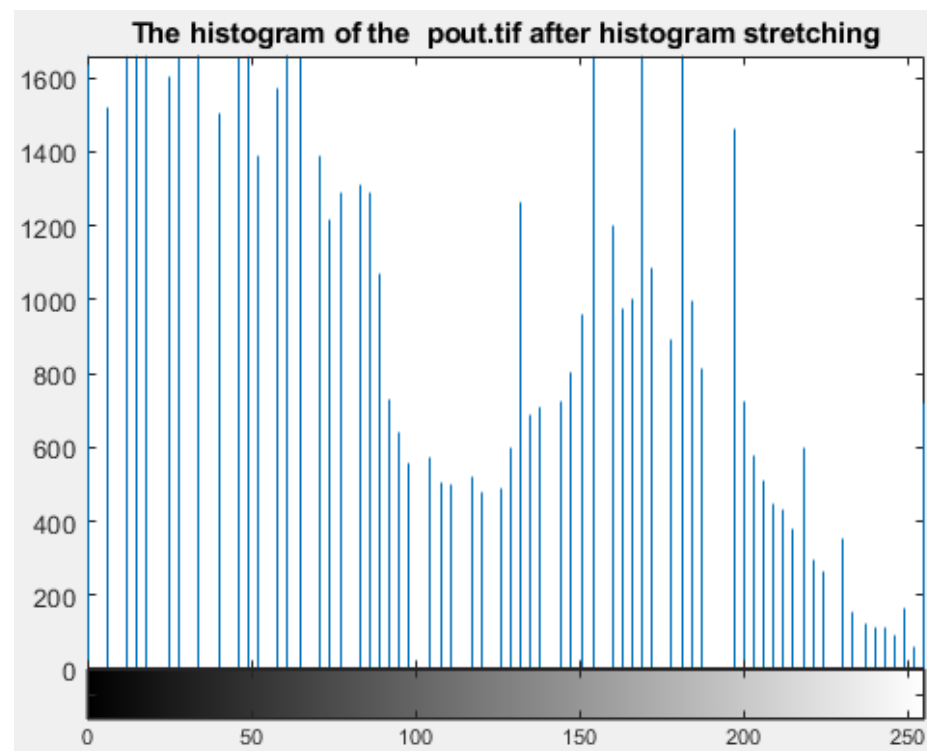
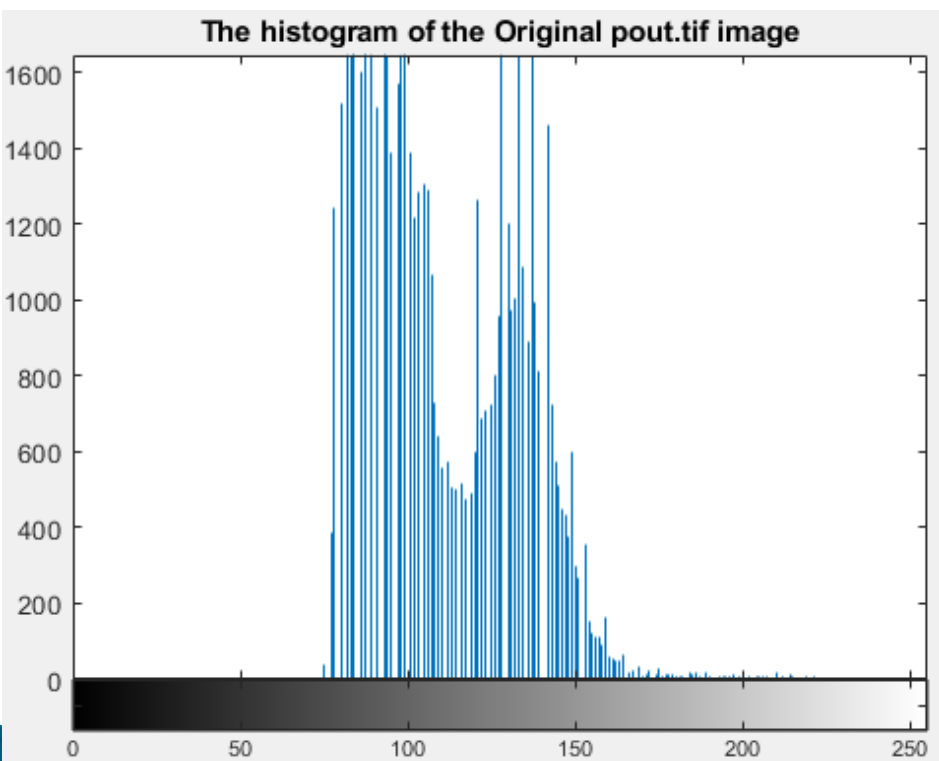


The pout.tif image after histogram stretching



نرمال کردن هیستوگرام

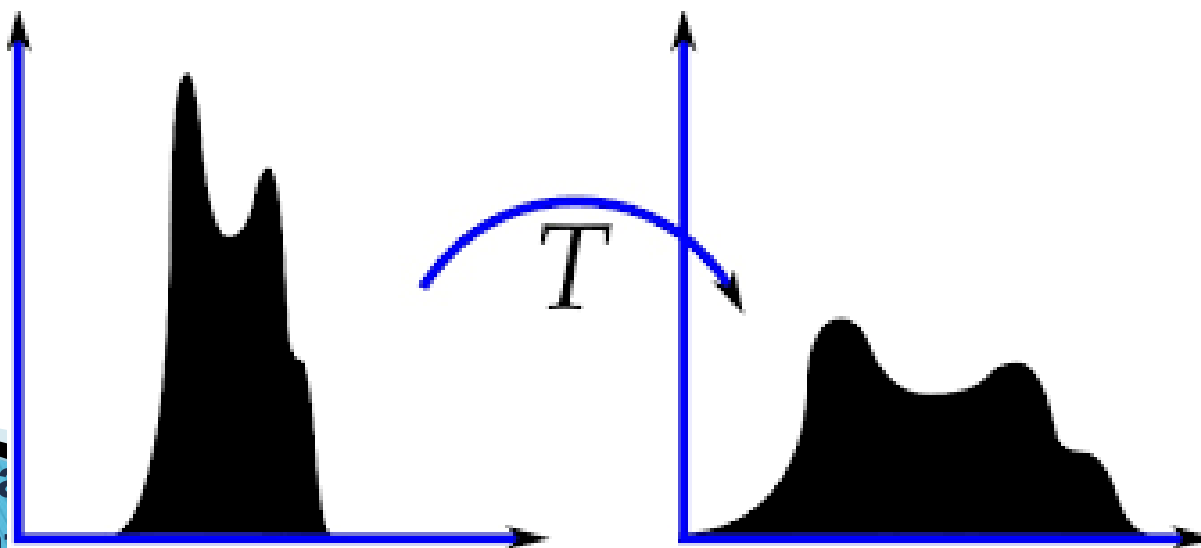
- هیستوگرام تصاویر فوق بعد از نرمالیزاسیون هیستوگرام‌ها.



Histogram equalization theory

تئوری متعادل سازی هیستوگرام

- یکی از روش های رایج بهبود کنتراست در پردازش تصویر روش متعادل سازی هیستوگرام است.
- در این روش تابع انتقال به نحوی بدست می آید که هیستوگرام تصویر خروجی از یک توزیع متعادل بهره می برد.



تئوری متعادل سازی هیستوگرام

- فرض کنید تصویر خاکستری-مقیاس ورودی $I_{input}(x)$ است.
- اگر متغیر X پیوسته و بین ۰ تا ۱ نرمالیزه شده باشد، آنگاه می توان فرض کرد هیستوگرام نرمالیزه تصویر ورودی ($I_{input}(x)$) همان تابع چگالی احتمال ($P_x(x)$) خواهد بود.
- برای تصویر خروجی $I_{output}(y)$ نیز به همین منوال تابع چگالی احتمال $P_y(y)$ را در نظر می گیریم.

تئوری متعادل سازی هیستوگرام

- هدف متعادل سازی هیستوگرام این است که تابع $y=f(x)$ را به گونه‌ای تعیین کند که رابطه‌ی بین تابع توزیع احتمال تصویر ورودی و خروجی به صورت زیر باشد:

$$P_y(y) = P_x(x) \left| \frac{dx}{dy} \right|$$

- رابطه‌ی فوق بیانگر این است که تابع توزیع تصویر خروجی با نرخ تغییرات $\left| \frac{dx}{dy} \right|$ از روی تابع توزیع تصویر ورودی بدست آید.
- به عبارتی نگاشت $P_x(x)$ به $P_y(y)$

تئوری متعادل سازی هیستوگرام

- از طرفی چنانچه از تابع تبدیل $y(x) = \int_0^x P_x(x') dx'$ برای بهبود کنتراست استفاده شود، آنگاه $\left| \frac{dx}{dy} \right|$ برابر خواهد شد با: $\left| \frac{1}{P_x(x)} \right|$
- زیرا انتگرال $\int_0^x P_x(x') dx'$ همان تابع توزیع تجمعی تصویر ورودی بین ۰ تا X است.

- لذا چنانچه از تابع تبدیل $y(x) = \int_0^x P_x(x') dx'$ استفاده شود، آنگاه

تابع توزیع تصویر خروجی یکنواخت خواهد بود. زیرا

$$P_y(y) = P_x(x) \left| \frac{dx}{dy} \right| \Rightarrow P_y(y) = P_x(x) \left| \frac{1}{P_x(x)} \right| \Rightarrow P_y(y) = \frac{P_x(x)}{P_x(x)} = 1 \quad 0 \leq y \leq 1$$

Histogram equalization in practice

متعادل سازی هیستوگرام

- چنانچه برای تصویر ورودی $I_{input}(x)$ هیستوگرام تجمعی آن

$C(x)$ باشد؛ آنگاه تصویر خروجی با روش متعادل سازی

هیستوگرام برابر است با:

$$I_{output}(c, r) = \left\lceil \frac{L-1}{N} C(I_{input}(c, r)) \right\rceil$$

- که در آن L ماکزیمم درجه خاکستری ممکن (در تصاویر ۸ بیتی مقدار آن ۲۵۶ است) و N تعداد پیکسل های تصویر است.

متعادل سازی هیستوگرام

- هیستوگرام تجمعی عبارتست از جمع فراوانی های ماقبل.
- فرض کنید هیستوگرام یک تصویر ۳ بیتی به صورت زیر باشد

$$h(x) = [10 \quad 18 \quad 25 \quad 63 \quad 54 \quad 2 \quad 15 \quad 47]$$

- آنگاه هیستوگرام تجمعی آن برابر است با:

$$C(x) = [10 \quad 28 \quad 53 \quad 116 \quad 170 \quad 172 \quad 187 \quad 234]$$

متعادل سازی هیستوگرام

- مثال ۱: فرض یک تصویر ۳ بیتی به ابعاد 64×64 پیکسل وجود دارد که هیستوگرام آن به صورت زیر است.

هیستوگرام تصویر ورودی



متعادل سازی هیستوگرام

- ادامه مثال ۱: براساس روابط روش متعادل سازی هیستوگرام خروجی نهایی به صورت زیر خواهد بود.

درجه خاکستری	فراوانی	فراوانی تجمعی	خروجی روش متعادل سازی هیستوگرام	فراوانی خروجی
0	790	790	1	0
1	1023	1813	3	790
2	850	2663	5	0
3	656	3319	6	1023
4	329	3648	6	0
5	245	3893	7	850
6	122	4015	7	985
7	81	4096	7	448

$$I_{output}(0) = \left[\frac{7}{4096} \times 790 \right] = 1$$

$$I_{output}(5) = \left[\frac{7}{4096} \times 3893 \right] = 7$$

متعادل سازی هیستوگرام

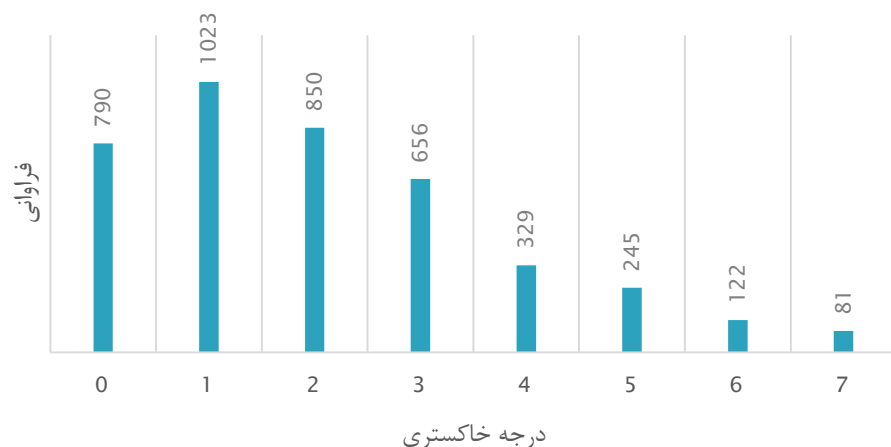
- ادامه مثال ۱:
- باتوجه به خروجی‌های فوق؛ درجات خاکستری تصویر ورودی که مقدار ۰ دارند به مقدار ۱، درجه خاکستری با مقدار ۱ به مقدار ۳، درجه خاکستری ۲ به مقدار ۵، درجات خاکستری ۳ و ۴ به مقدار ۶ و درجات خاکستری ۵ و ۶ و ۷ تصویر ورودی به مقدار ۷ در تصویر خروجی تبدیل می‌شوند.

متعادل سازی هیستوگرام

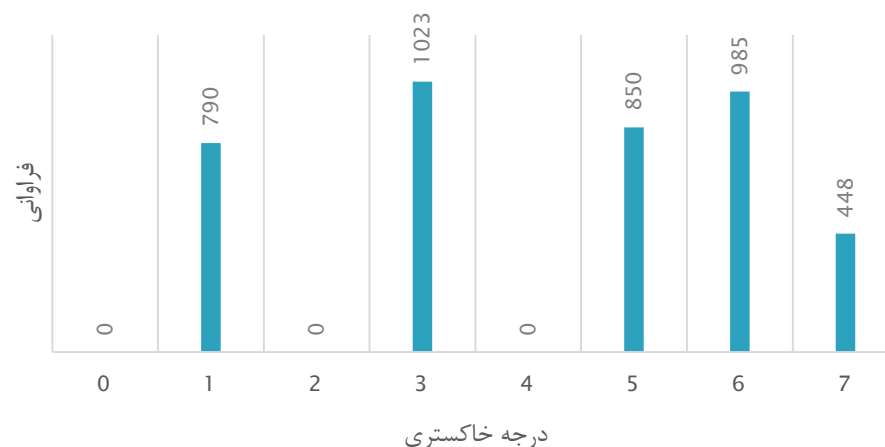
• ادامه مثال ۱:

• هیستوگرام تصویر ورودی و خروجی به صورت زیر هستند:

هیستوگرام تصویر ورودی



هیستوگرام تصویر خروجی



• هیستوگرام خروجی تقریبا نرخ تغییرات یکسانی دارد.

متعادل سازی هیستوگرام

The Original pout.tif image



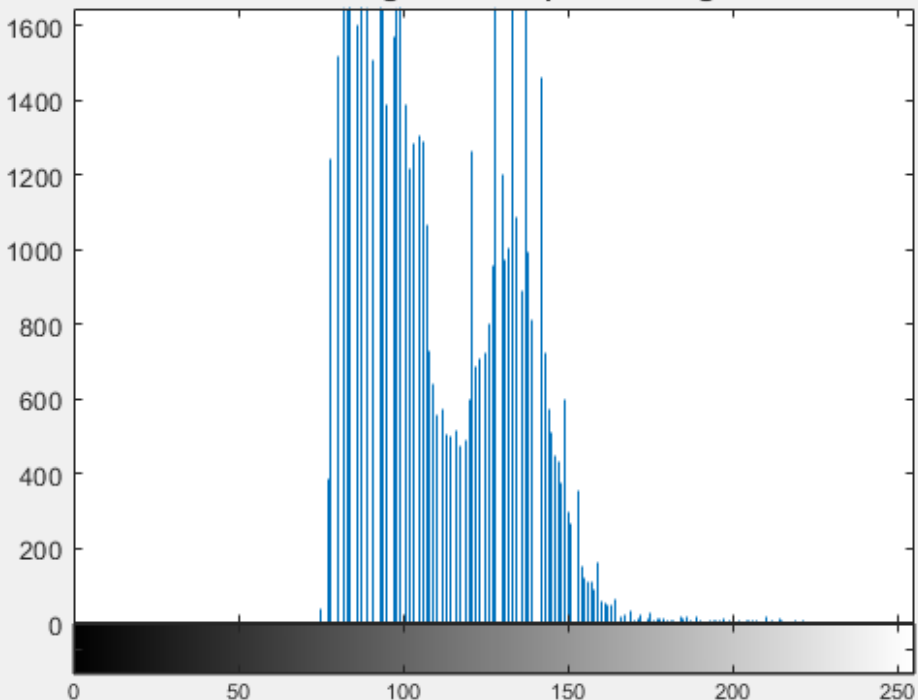
The pout.tif image after histogram equalization



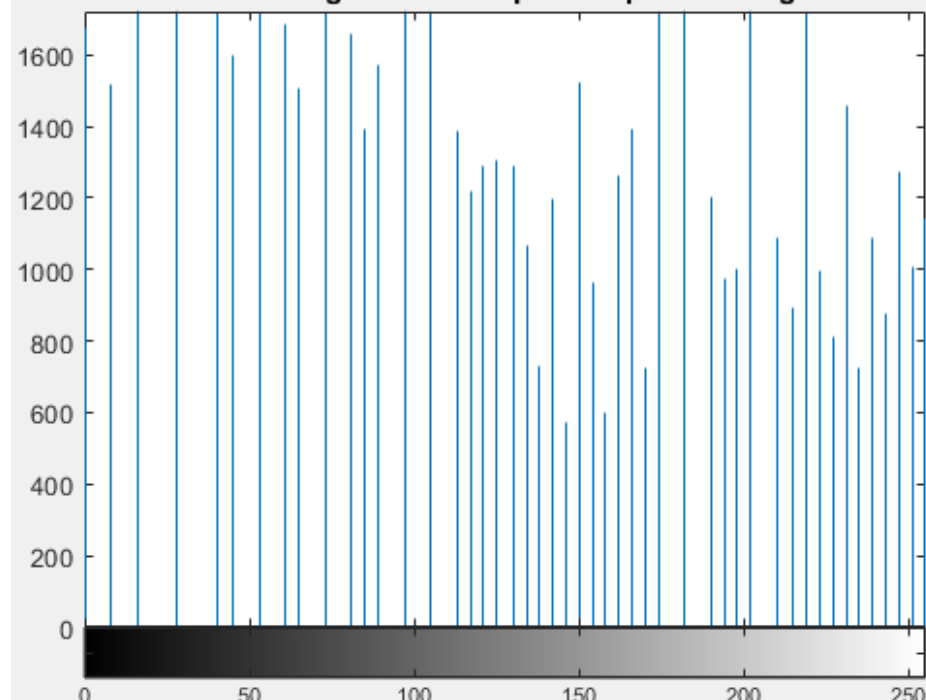
متعادل سازی هیستوگرام

- هیستوگرام تصاویر فوق بعد از متعادل سازی هیستوگرام.

The histogram of the pout.tif image



The histogram of the equalized pout.tif image



متعادل سازی هیستوگرام

- معایب روش متعادل سازی هیستوگرام:
 1. افزایش کنتراست بیش از اندازه
 2. عدم حفظ میانگین روشنایی
 3. حذف جزئیات ریز تصاویر
 4. غیر طبیعی کردن تصویر خروجی
- نکته اضافی: برای حل مشکلات فوق روشهایی مبتنی بر شکستن هیستوگرام توسعه داده شده است.

Histogram matching theory

تئوری تناظریابی هیستوگرام

- هدف از تناظریابی هیستوگرام این است که هیستوگرام یک تصویر با کنتراست پایین را به کمک هیستوگرام یک تصویر با کنتراست بالا بهبود دهیم.
- در این روش از هیستوگرام تعدادی تصویر مبنا یا هیستوگرام متعادل شده همان تصویر ورودی برای بهبود کنتراست استفاده می شود.
- در این روش، مسئله اصلی انتخاب هیستوگرام هدف است.

تئوری تناظریابی هیستوگرام

- فرض کنید تصویر خاکستری-مقیاس ورودی $I_{input}(x)$ است.
- اگر متغیر X پیوسته و بین 0 تا 1 نرمالیزه شده باشد، آنگاه می‌توان فرض کرد هیستوگرام نرمالیزه تصویر ورودی $(I_{input}(x))$ همان تابع چگالی احتمال $(P_x(x))$ خواهد بود.
- برای تصویر هدف $I_{output}(z)$ نیز به همین منوال تابع چگالی احتمال $P_z(z)$ را در نظر می‌گیریم.
- متغیر Z نیز پیوسته و بین 0 تا 1 نرمالیزه خواهد بود.

تئوری تناظریابی هیستوگرام

- هدف روش تناظریابی هیستوگرام این است که تابع $y=f(x)$ را به گونه‌ای تعیین کند که رابطه‌ی بین تابع تجمعی تصویر ورودی و هدف به صورت زیر باشد:

$$C_z[f(x)] = C_x(x) \Rightarrow f(x) = C_z^{-1}[C_x(x)]$$

- C_x و C_z به ترتیب توابع تجمعی هدف و ورودی هستند.
- تابع تجمعی از روی تابع توزیع احتمال محاسبه می‌شود و معکوس پذیر است.

Histogram matching In practice

الگوریتم تناظریابی هیستوگرام

1. هیستوگرام تصویر ورودی و تصویر تارگت را محاسبه کنید.
2. تابع توزیع احتمال آنها را محاسبه کنید.
3. از روی تابع توزیع احتمال، تابع تجمعی آنها را محاسبه کنید.
4. محوردراجات خاکستری تابع تجمعی تصویر ورودی را ثابت و محور درجات خاکستری تابع تجمعی تصویر هدف را محور جستجو در نظر بگیرید.

الگوریتم تناظریابی هیستوگرام

5. سپس موقعیت مقادیر تابع تجمعی نزدیک به هم را پیدا کنید. برای این کار قدر مطلق اختلاف مقادیر تجمعی را حساب کنید.

6. چنانچه در تابع تجمعی تصویر هدف چند موقعیت متناظر وجود داشت، موقعیتی که نزدیکتر است متناظر در نظر گرفته می شود.

الگوریتم تناظریابی هیستوگرام

- نحوه جستجو:

- فرض کنید Cx و Cz به ترتیب توابع تجمعی هدف و ورودی هستند و تصویر ورودی هم ۲ بیتی است.

- در این حالت برای درجه خاکستری ۰ در تابع تجمعی تصویر ورودی عملیات زیر بر روی تابع تجمعی هدف انجام می گیرد.

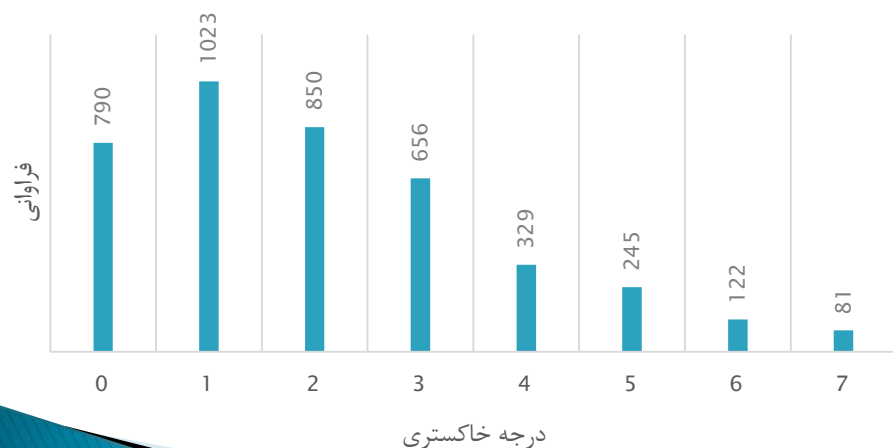
$$|Cx(0) - Cz(0)| \quad |Cx(0) - Cz(1)| \quad |Cx(0) - Cz(2)| \quad |Cx(0) - Cz(3)|$$

- کمترین مقدار موقعیت درجات خاکستری نظیر را می دهد.

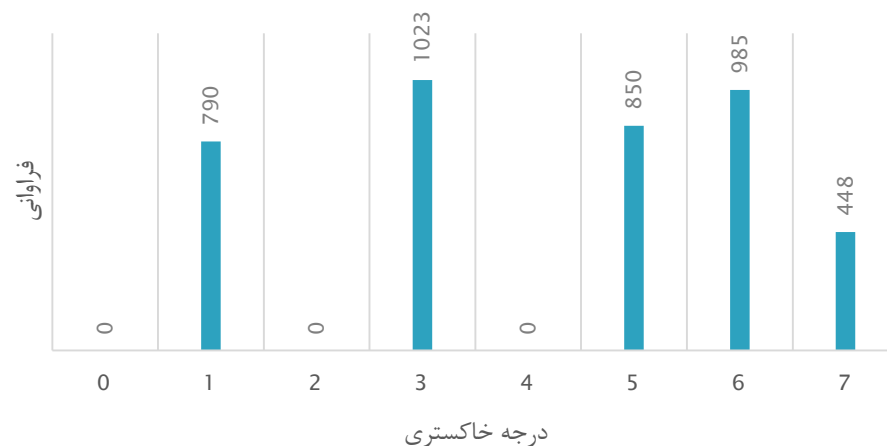
الگوریتم تناظریابی هیستوگرام

- مثال: همان تصویری ۳ بیتی 64×64 پیکسلی که در مثال متعادلسازی هیستوگرام ارائه شد را در نظر بگیرید. به عنوان تصویر هدف نیز تصویر متعادلسازی شده‌اش را در نظر بگیرید.

هیستوگرام تصویر ورودی



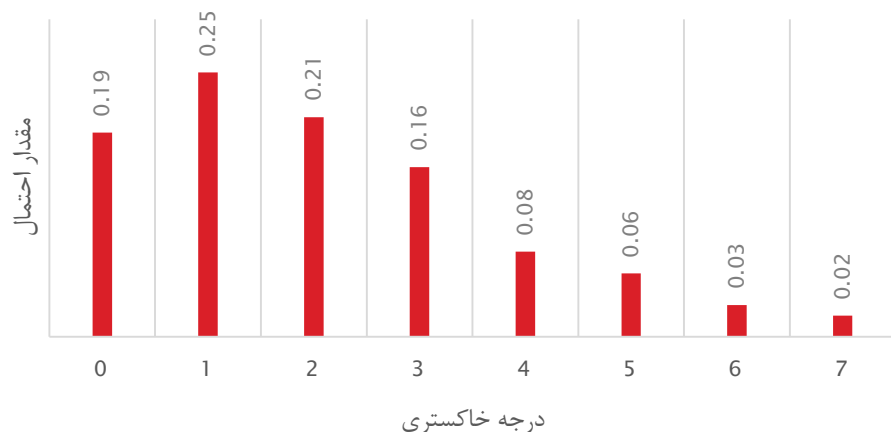
هیستوگرام تصویر هدف



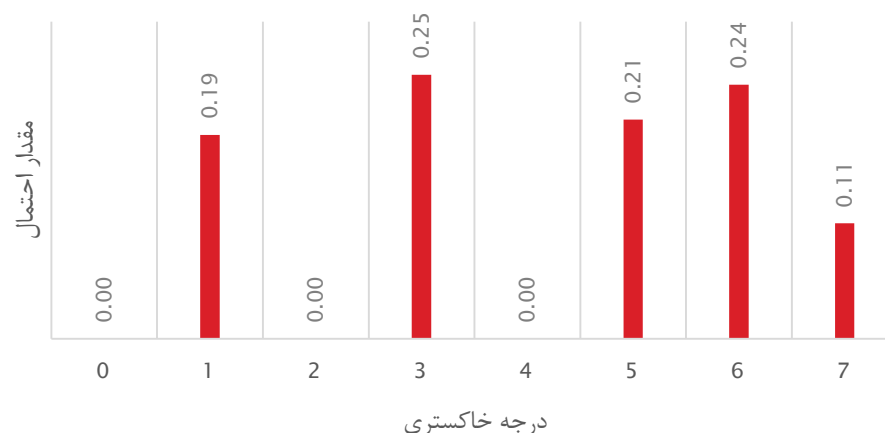
الگوریتم تناظریابی هیستوگرام

- ادامه مثال: تابع توزیع تصویر ورودی و هدف به صورت زیر خواهند بود.

تابع توزیع احتمال تصویر ورودی



تابع توزیع احتمال تصویر هدف



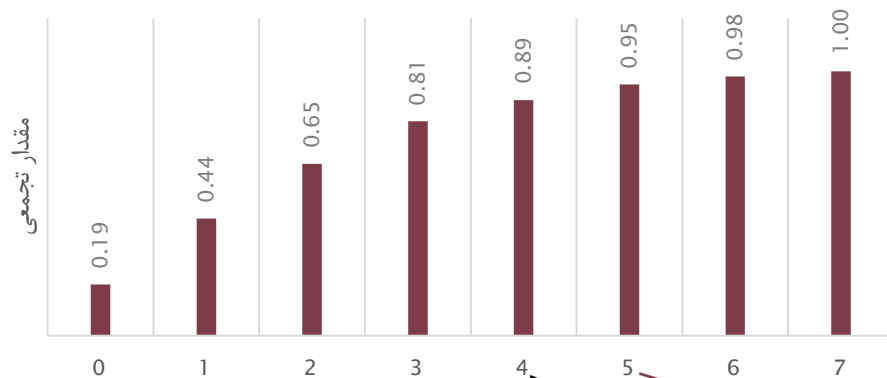
- مقدار احتمال برابر است با فراوانی تقسیم بر تعداد کل

$$Px(x) = \frac{h(x)}{M \times N}$$

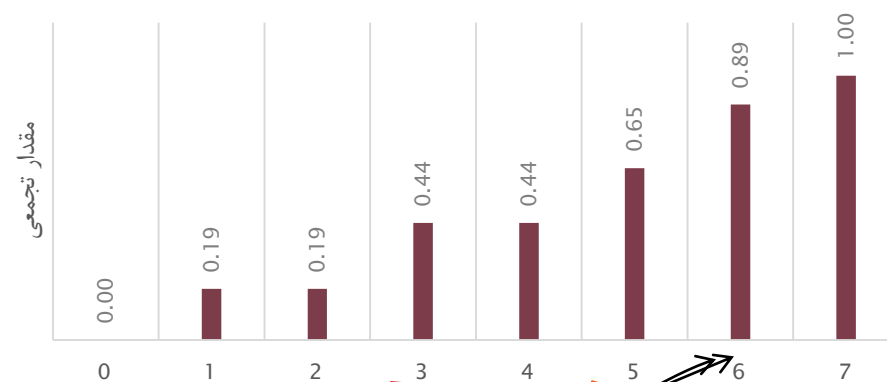
الگوریتم تناظریابی هیستوگرام

- ادامه مثال: تابع تجمعی ورودی و هدف به صورت زیر خواهند بود.

تابع تجمعی تصویر ورودی



تابع تجمعی تصویر هدف



درجه خاکستری

درجه خاکستری

الگوریتم تناظریابی هیستوگرام

- ادامه مثال: بنابراین تابع انتقال جدولی خواهد بود که مقادیر درجات خاکستری تصویر ورودی را به مقادیر جدید زیر تبدیل خواهد کرد.

درجه خاکستری ورودی	0	1	2	3	4	5	6	7
درجه خاکستری خروجی	1	3	5	6	6	7	7	7

تناظریابی هیستوگرام

- چنانچه از تصویر متعادل سازی شده به عنوان تصویر هدف استفاده شود، نتیجه روش تناظریابی هیستوگرام با نتیجه روش متعادل سازی هیستوگرام تقریبا به هم شبیه هستند!
- معمولا از یکسری تصاویر با کنتراست بالا به عنوان تصاویر هدف استفاده می شود.
- برای انتخاب بهینه تصویر هدف روشهای زیادی توسعه داده شده است.

تناظریابی هیستوگرام

The Original pout.tif image



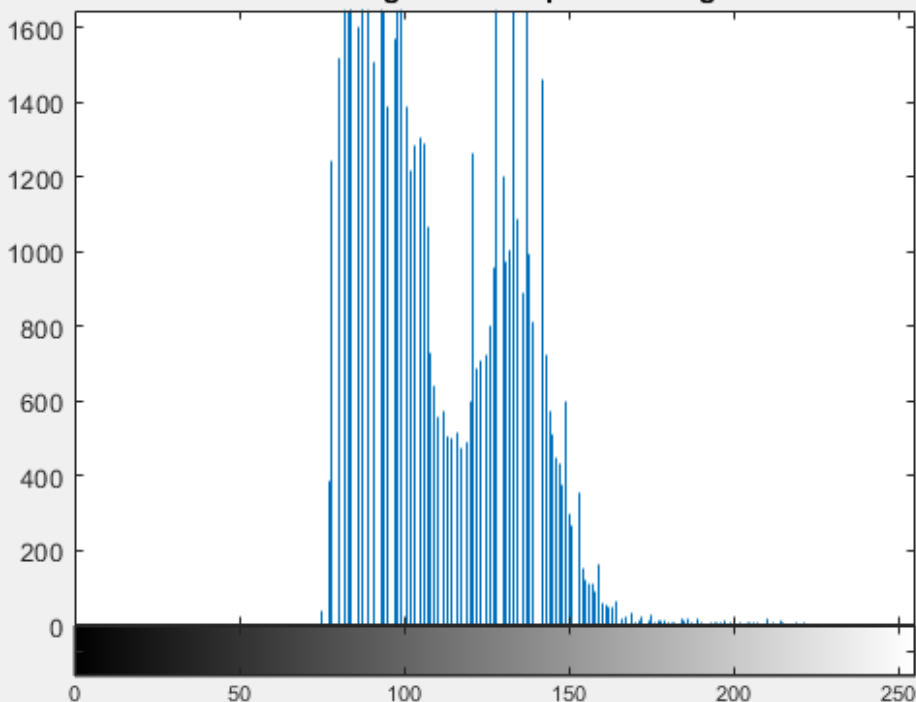
The pout.tif image after histogram matching



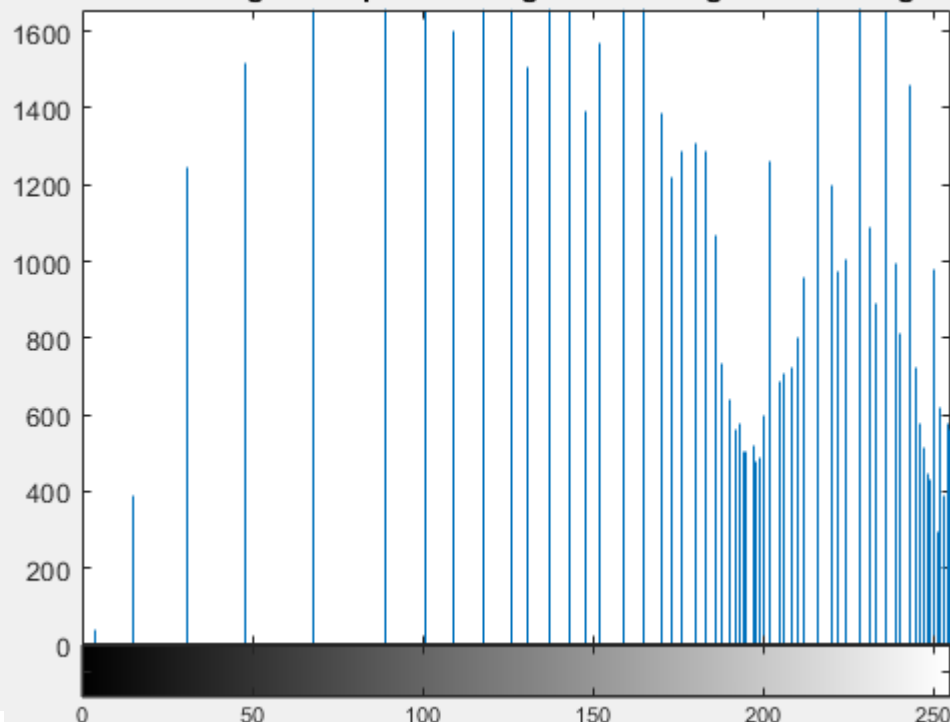
تناظریابی هیستوگرام

- هیستوگرام تصاویر فوق بعد از تناظریابی هیستوگرام.

The histogram of the pout.tif image



The histogram of pout.tif image after histogram matching



تناظریابی هیستوگرام

- نمونه ای از نتایج تناظریابی هیستوگرام



تصویر اولیه



تصویر خروجی بعد از تناظریابی هیستوگرام

Histogram processing For colour images

پردازش هیستوگرام تصاویر رنگی

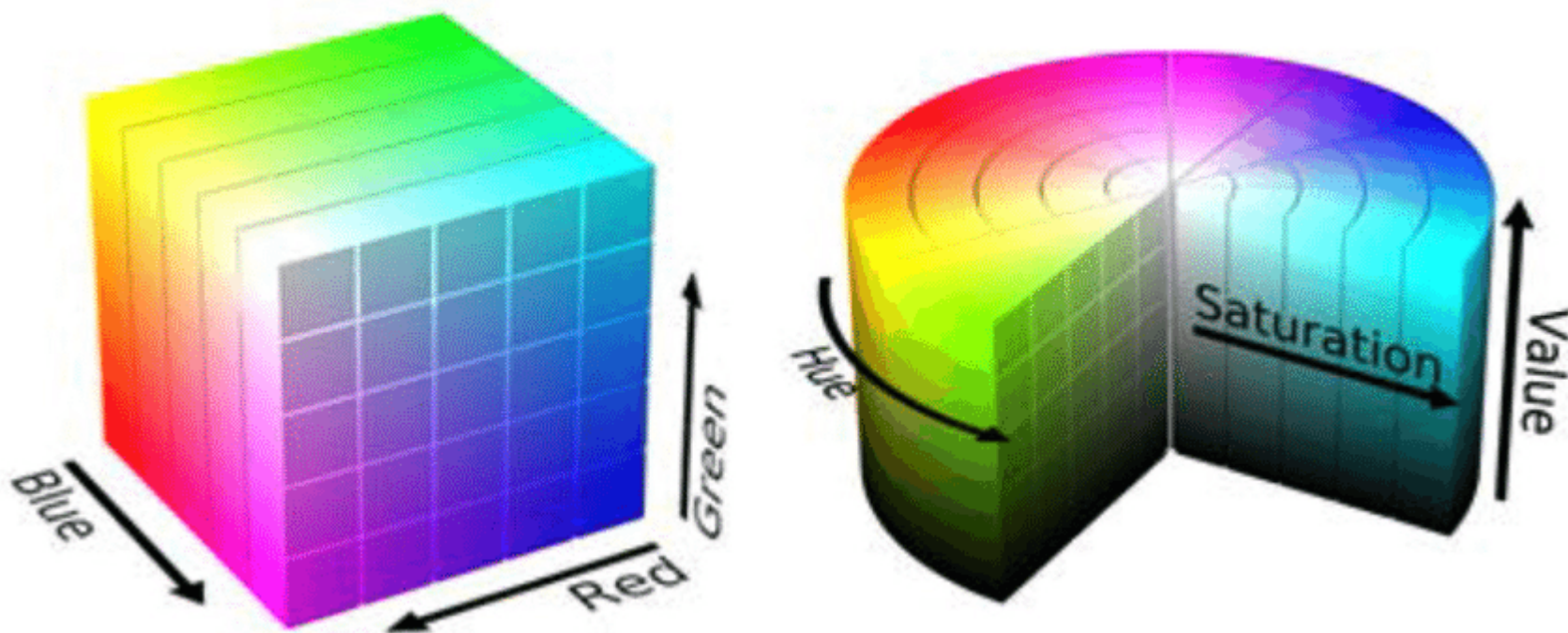
- عمده پردازش‌هایی که در اسلایدهای قبل توضیح داده شد مربوط به تصاویر خاکستری (یا به عبارتی تصاویر تک باند) بود.
- برای بهبود تصاویر رنگی از روی هیستوگرام نیز شبیه تصاویر خاکستری عمل می‌شود.
- برای تشریح این روش لازم است تبدیلات فضای رنگی ارائه شوند.

پردازش هیستوگرام تصاویر رنگی

- تبدیل فضای رنگی RGB به فضای HSV:
- فضای رنگی HSV سه مولفه H، S و V دارد.
- H (یا Hue) طول موج رنگ
- S (یا saturation) درصد خلوص رنگ
- V (یا Value) مقدار درجه روشنایی را نشان می دهد.
- برای پردازش فضای رنگی کافی است مقدار V را مورد پردازش قرار داد

پردازش هیستوگرام تصاویر رنگی

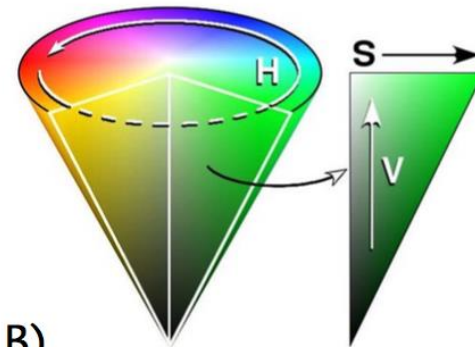
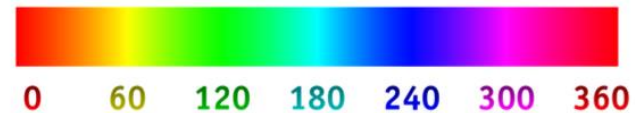
- تبدیل فضای رنگی RGB به فضای HSV:



پردازش هیستوگرام تصاویر رنگی

• تبدیل فضای رنگی RGB به فضای HSV:

hue



■ colour cone

- $H = \text{hue} / \text{colour in degrees} \in [0, 360]$
- $S = \text{saturation} \in [0, 1]$
- $V = \text{value} \in [0, 1]$

■ conversion RGB \rightarrow HSV

- $V = \max = \max(R, G, B), \quad \min = \min(R, G, B)$
- $S = (\max - \min) / \max \quad (\text{or } S = 0, \text{ if } V = 0)$
- $H = 60 \times \begin{cases} 0 + (G - B) / (\max - \min), & \text{if } \max = R \\ 2 + (B - R) / (\max - \min), & \text{if } \max = G \\ 4 + (R - G) / (\max - \min), & \text{if } \max = B \end{cases}$

$H = H + 360, \text{ if } H < 0$

پردازش هیستوگرام تصاویر رنگی

- تبدیل فضای رنگی HSV به فضای RGB:

$$C = S$$

$$H' = \frac{H}{60}$$

$$X = C \cdot (1 - |H' \bmod 2 - 1|)$$

$$(R, G, B) = (V - C) \cdot (1, 1, 1) + \begin{cases} (0, 0, 0) & (\text{if } H \text{ is undefined}) \\ (C, X, 0) & (\text{if } 0 \leq H' < 1) \\ (X, C, 0) & (\text{if } 1 \leq H' < 2) \\ (0, C, X) & (\text{if } 2 \leq H' < 3) \\ (0, X, C) & (\text{if } 3 \leq H' < 4) \\ (X, 0, C) & (\text{if } 4 \leq H' < 5) \\ (C, 0, X) & (\text{if } 5 \leq H' < 6) \end{cases}$$

پردازش هیستوگرام تصاویر رنگی

- برای پردازش هیستوگرام تصاویر رنگی ابتدا باندهای طیفی RGB به HSV تبدیل میشوند.
- سپس شدت روشنایی فضای HSV (یا همان V) با یکی از روشهای پردازش هیستوگرام بهبود می یابد.
- و در نهایت V بهبود یافته با سایر باندهای HSV به فضای رنگی RGB انتقال داده می شود.

تناظریابی هیستوگرام تصاویر رنگی

- نمونه ای از نتایج متعادلسازی هیستوگرام تصاویر رنگی

The Original autumn.tif image



تصویر اولیه

The enhanced autumn.tif image after histogram equalization

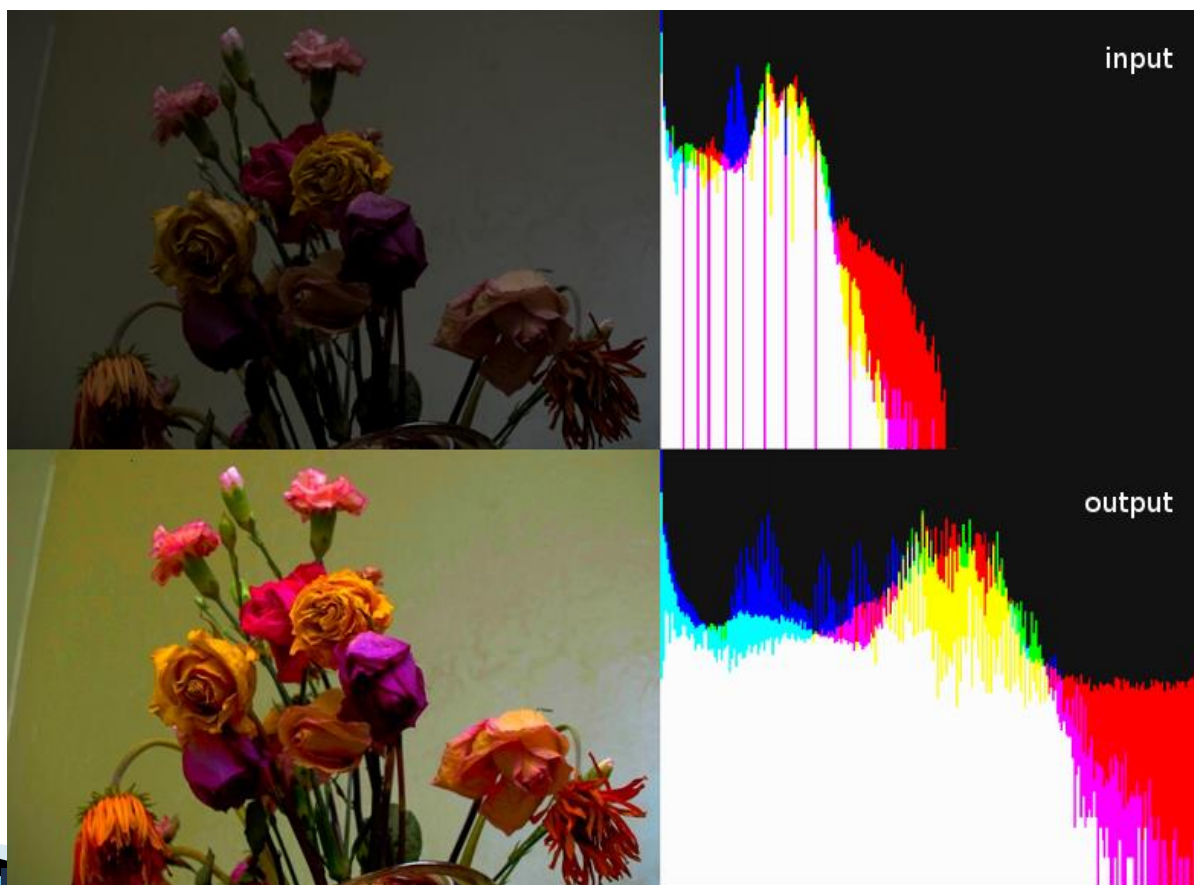


تصویر خروجی بعد از متعادلسازی هیستوگرام

تناظریابی هیستوگرام تصاویر رنگی

- نمونه ای از نتایج متعادلسازی هیستوگرام تصاویر رنگی

تصویر اولیه



تصویر خروجی بعد
از متعادلسازی
هیستوگرام

تناظریابی هیستوگرام تصاویر رنگی

- نمونه ای از نتایج تناظریابی هیستوگرام تصاویر رنگی



تصویر اولیه



تصویر خروجی بعد از تناظریابی هیستوگرام

تناظریابی هیستوگرام تصاویر رنگی

- نمونه ای از نتایج تناظریابی هیستوگرام تصاویر رنگی



تصویر اولیه



تصویر خروجی بعد از تناظریابی هیستوگرام

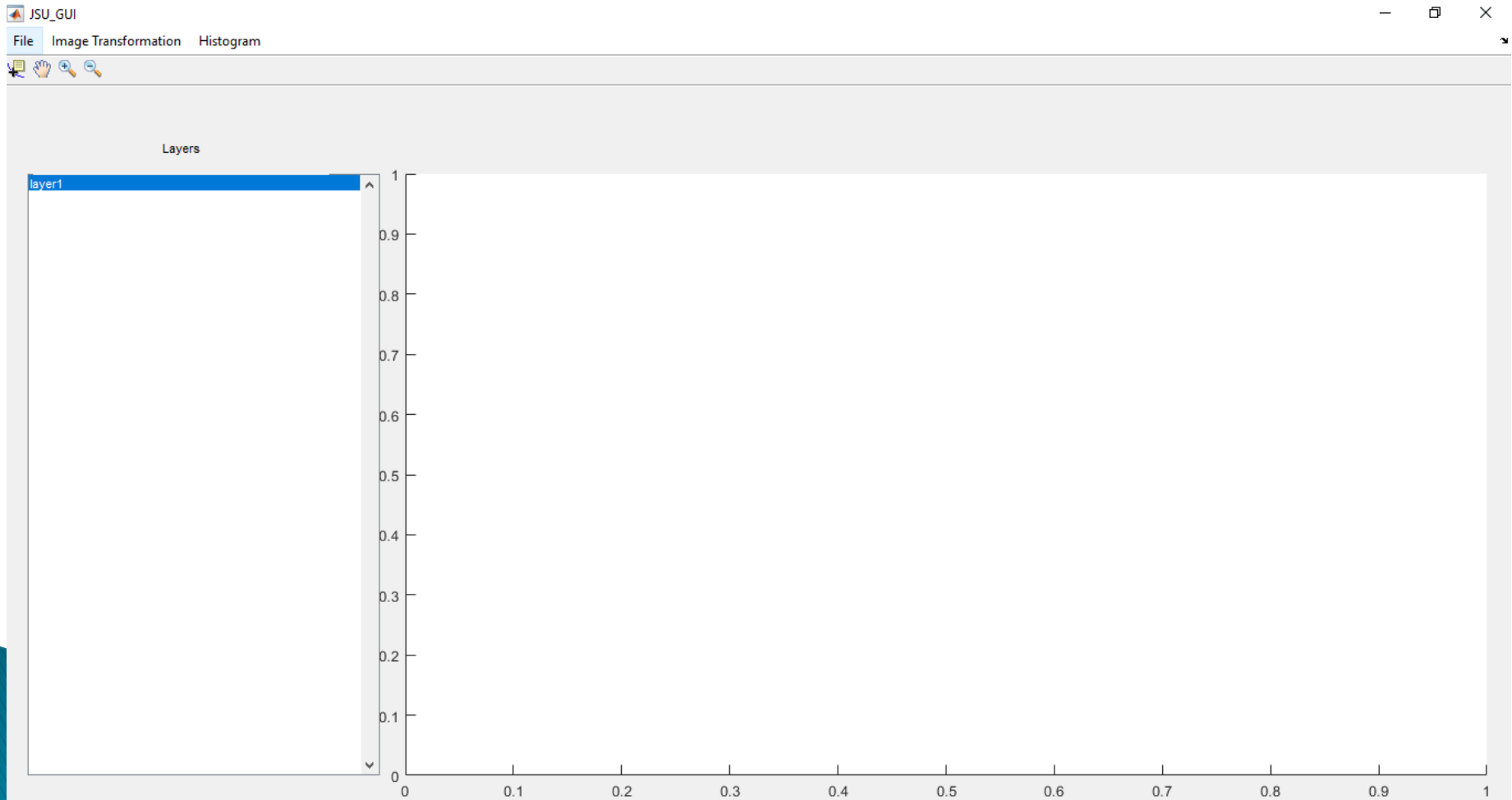
تمرین شماره ۳- برنامه نویسی

- برنامه های زیر را بنویسد.
- 1. انتقال لگاریتمی، تابع گاما
- 2. محاسبه هیستوگرام
- 3. روش متعادل سازی هیستوگرام، روش تناظریابی هیستوگرام
- نتیجه را تا دو هفته آینده به آدرس noorollah.tatar@gmail.com با موضوع "تمرین شماره ۳ درس پردازش تصویر" ایمیل کنید.
- لطفا از کدهای آماده متلب استفاده نکنید.
- کسانی که با متلب کد می نویسند، کدهایشان را در GUI ارائه دهند.

تمرین شماره ۳



- سعی کنید شکل GUI به صورت زیر باشد.



سوال؟