MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Merkezi Dağılım (Yayılma) Ölçüleri

- → Değişim Aralığı (Genişliği)
- → Ortalama Mutlak Sapma
- → Varyans
- → Standart sapma
- → Değişim (Varyasyon) Katsayısı
- → Alt çeyrek, üst çeyrek, çeyrekler açıklığı

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Değişim Aralığı (Genişliği/Range)

- Değişim Aralığı sınıflandırılmamış (gruplandırılmamış) bir veri setindeki en yüksek değer ile en düşük değer arasındaki farka eşittir.

$$\boxed{R = \text{Maksimum Değer} - \text{Minimum Değer}}$$

- Değişim Aralığı sınıflandırılmış (gruplandırılmış) verilerde en yüksek sınıfın üst sınırından en düşük sınıfın alt sınırı çıkarılarak elde edilir.
- En büyük dezavantajı veri setindeki bütün değerlerin hesaplamaya girmeyip sadece iki adet veri değeri ile işlem yapılmasıdır. Bundan dolayı değişim aralığı aykırı değerlerin direk etkisi altındadır.

Örnek:

Seri 1	Seri 2
2	5
3	5
6	5
7	6
8	7
10	8
R=10-2=8	R=8-5=3

Örnek:

Gruplar	f
2-4	2
5-7	13
8-10	4
11-13	1

R=13-2=11

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Ortalama Mutlak Sapma:

- Sınıflandırılmamış bir veri setindeki tüm veri değerlerinin veri setinin aritmetik ortalamasından olan mutlak sapmalarının aritmetik ortalamasıdır. $|xi - \bar{x}|$ mutlak sapmayı ifade eder.

$$\text{O.M.S}=\frac{\sum |xi-\bar{x}|}{n}$$

xi: veri setindeki i. örnek, $\bar{x}$: veri setinin aritmetik ortalamasıdır, n: veri setindeki toplam veri sayısı

Örnek: 15, 16, 18, 21, 25 değerlerinden meydana gelmiş serinin Ortalama mutlak sapmasını bulunuz.

$$\bar{x} = \frac{15+16+18+21+25}{5} = 19$$

$$\text{O.M.S}=\frac{|15-19|+|16-19|+|18-19|+|21-19|+|25-19|}{5} = 3.2$$

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Ortalama Mutlak Sapma:

➢ k sınıfa sınıflandırılmış veri setindeki O.M.S = $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} \text{fi} * |yi\text{-}\ \bar{x}\ |$

$\bar{x}$: gruplandırılmış verinin aritmetik ortalaması

Örnek:

Ortalama sapma (Gruplanmış Verilerde)

Sınıf	frekans (f)	Sınıf orta noktası (y)	$f * y$	$\lvert y - \bar{X}\rvert$	$\lvert y - \bar{X}\rvert$	$f\lvert y - \bar{X}\rvert$
10-20	7	15	105	|15-33.2|	18.2	127.4
20-30	14	25	350	|25-33.2|	8.2	114.8
30-40	16	35	560	|35-33.2|	1.8	28.8
40-50	9	45	405	|45-33.2|	11.8	106.2
50-60	5	55	275	|55-33.2|	21.8	109
Toplam	*51*		*1695*			*486.2*

$$\bar{X} = \frac{\sum f^* y}{n} = \frac{1695}{51} = 33.2$$

$$O.S. = \frac{\sum f\lvert y - \bar{X}\rvert}{n} = \frac{486.2}{51} = 9.53$$

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Varyans: Bir veri setindeki tüm veri değerlerinin, ortalamadan olan sapmaların karesinin aritmetik ortalamasıdır.

Popülasyon (Anakitle) Varyansı

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}$$

Örneklem (Popülasyondan alınmış belirli miktardaki veriden oluşan set) Varyansı

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}$$

xi: veri setindeki i. örnek, $\bar{x}$: veri setinin aritmetik ortalamasıdır, N: popülasyon boyutu, n örneklemdeki toplam veri sayısı

Standart Sapma (std): Bir veri setinin varyansının kareköküne eşittir.

Popülasyon (Anakitle) için std

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

Örneklem için std

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}}$$

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Örnek: Aşağıda verilen örneklerden oluşan veri setinin varyans ve standart sapmasını hesaplayınız.

x1	17
x2	15
x3	23
x4	7
x5	9
x6	13

n=6

$$\bar{x} = \frac{17+15+23+7+9+13}{6} = 14$$

$$s^2 = \frac{(17-14)^2+(15-14)^2+(23-14)^2+(7-14)^2+(9-14)^2+(13-14)^2}{(6-1)}$$

s^2 =33.2 (Varyans)

s $=\sqrt{33.2} = 5.76$ (Standart Sapma)

!!! Soruda popülasyon, ana kitle, kitle, yığın gibi bir ifade kullanılmadıysa örneklem formüllerini kullanırız.

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Sınıflandırılmış (Gruplandırılmış) Veriler için Varyans ve Standart Sapma:

Popülasyon (Anakitle) Varyansı

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} fi(yi - \bar{x})^2$$

Örneklem Varyansı

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} fi(yi - \bar{x})^2$$

fi: her bir sınıfın frekansı, k: sınıf sayısı, $\bar{x}$: gruplandırılmış verilerdeki aritmetik ortalama, yi: sınıf orta noktaları, N: popülasyon boyutu, n: örneklemdeki toplam örnek sayısı

Sınıflandırılmış verilerdeki Standart Sapma da varyans değerlerinin kareköküdür.

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Örnek:

Standard Sapma ve Varyans Hesabı
(Gruplanmış verilerde)- Popülasyon örneği

sınıflar	frekans (f)	Sınıf orta noktası (y)	fy	$(y - \overline{X})$	$(y - \overline{X})^2$	$f(y - \overline{X})^2$
0-200	8	100	800	-270	72900	583200
200-400	11	300	3300	-70	4900	53900
400-600	7	500	3500	130	16900	118300
600-800	6	700	4200	330	108900	653400
Toplam	*32*		*11800*			*1408800*

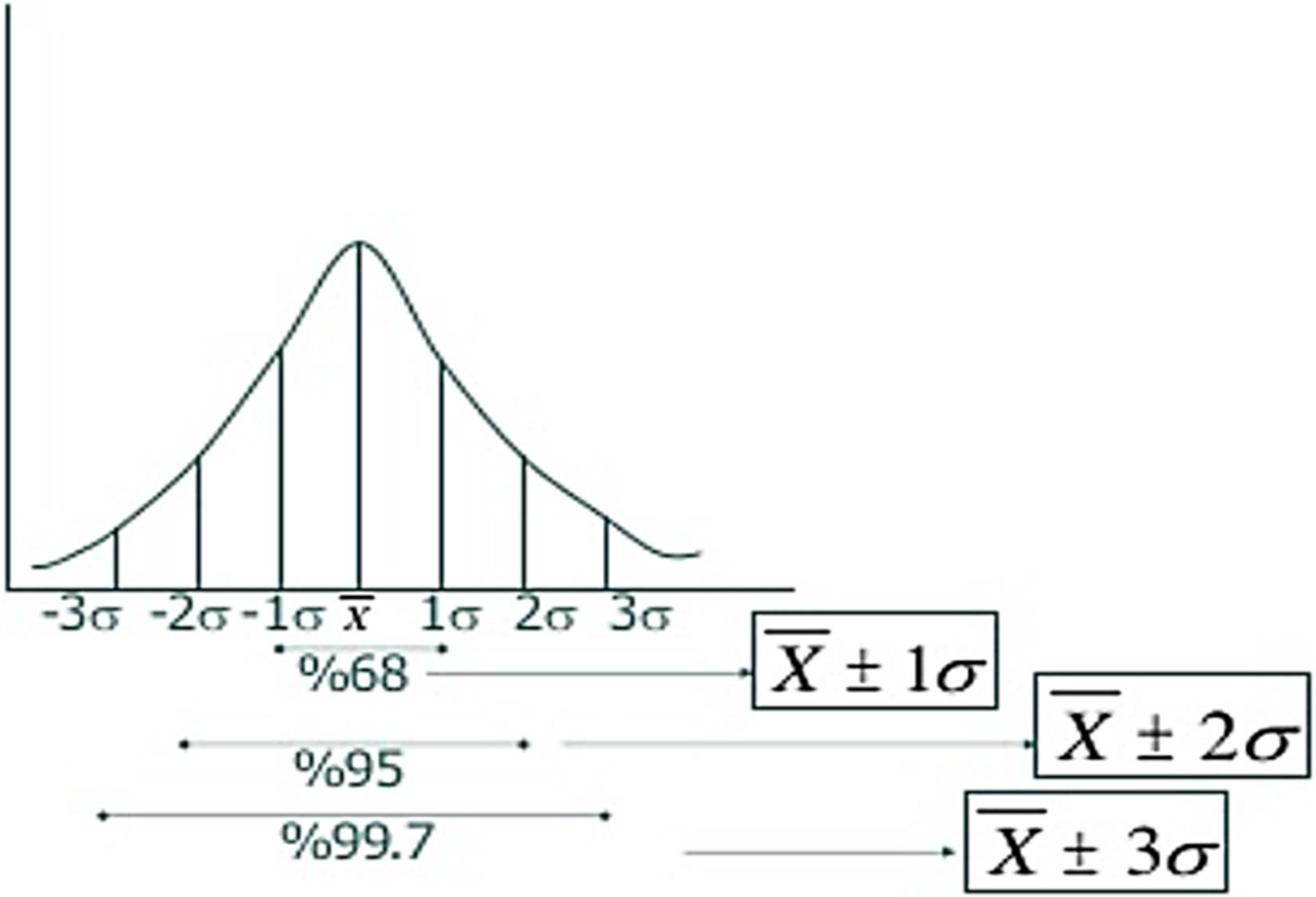
$$\overline{X} = \frac{11800}{32} = 370$$

$$\sigma^2 = \frac{1408800}{32} = 44025$$

$$\sigma = \sqrt{44025} = 209.82$$

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Simetrik frekans dağılım grafiklerinde standart sapma ve aritmetik ortalama arasındaki ilişki



MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Değişim (Varyasyon) Katsayısı: % olarak ifade edilir. Bir veri setinin standart sapmasının veri setinin aritmetik ortalamasına oranıdır.

Verilerin ortalamaları aynı ya da yakın olmayan dağılımlarda, karşılaştırma için değişim katsayısının kullanılması daha uygun olacaktır.

Popülasyon için D.K.= $\frac{\sigma}{\bar{x}}$ Örneklem için D.K. = $\frac{s}{\bar{x}}$

Örnek: İlaçla Tedavi Süresi: 10, 20, 22, 34, 18, 23, 34

Ameliyatla Tedavi Süresi: 30, 40, 50, 52, 40, 52, 48, 34, 32

$\overline{x1}$= 23 gün, $\overline{x2}$= 42 gün →ortalamalar aynı ya da birbirine yakın değil. Karşılaştırma için D.K. değerlerine bakalım.

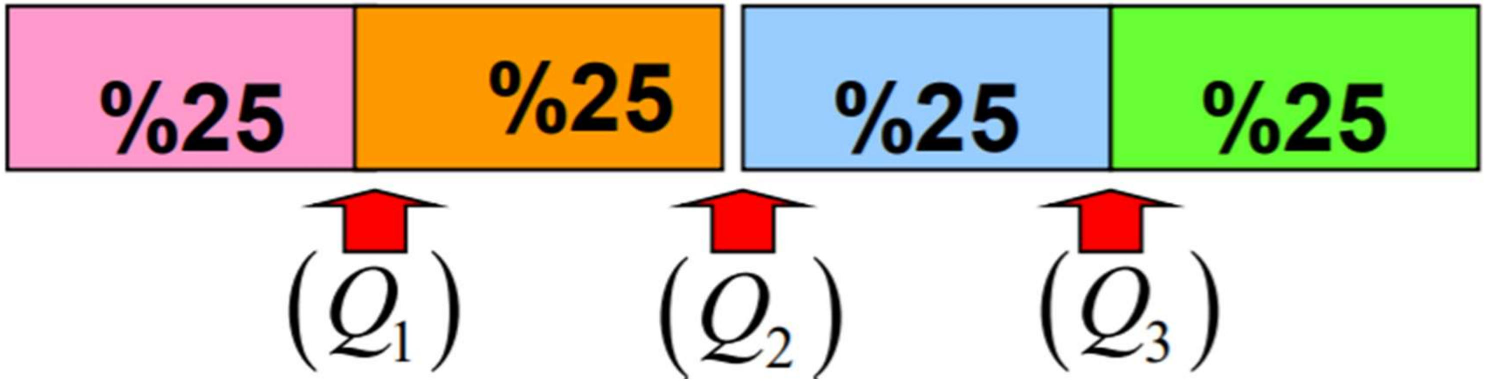
s1=8, s2=8,8 'dir. (D.K.)1= $\frac{8}{23}$ = 0.35, (D.K.)2= $\frac{8,8}{42}$=0.21

Ameliyatla tedavi edilenlerin değişim katsayısı daha küçük olduğu için hastaların iyileşme süresi bakımından birbirine daha yakın değerlere sahip oldukları söylenir.

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Sınıflandırılmamış (Gruplandırılmamış) Veriler İçin;

Alt Çeyrek, Üst Çeyrek, Çeyrekler Açıklığı: Veri setini dörde böler.



Q1→ Alt Çeyrek (İlk Çeyrek): Veri setinde yer alan gözlemlerin yaklaşık %25'ini kapsar. Gözlemlerin %25'i Q1'in altındadır.

Q3→ Üst Çeyrek (Üçüncü Çeyrek): Veri setinde yer alan gözlemlerin yaklaşık %75'ini kapsar. Gözlemlerin %25'i Q3'ün üzerindedir.

Q2 → (İkinci Çeyrek): Veri setinde yer alan gözlemlerin yaklaşık %50'sini kapsar, yani aslında medyandır.

IQR=Q3-Q1 → Çeyrekler açıklığıdır.

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Sıralı ve sonlu bir veri setinde alt yarının (alt grup) medyanına alt çeyrek, üst yarının (üst grup) medyanına üst çeyrek denir.

Örnek: 4, 3, 7, 9, 10, 8, 5 sayı dizisinin alt çeyrek ve üst çeyrek değerleri ve çeyrekler arası açıklığı nedir?

Çözüm-1: Öncelikle verilen sayı dizisi küçükten büyüğe doğru yazılır. Sayı dizisi tek terimli olduğundan medyan (ortanca) değeri tam ortadaki terimdir. Medyanın solundaki terimlerin ortancası alt çeyrek, medyanın sağındaki terimlerin ortancası üst çeyrektir.

$$3,\ \underbrace{4}_{\text{alt çeyrek}},\ 5,\ \underbrace{7}_{\text{medyan}},\ 8,\ \underbrace{9}_{\text{üst çeyrek}},\ 10$$

Q1: Alt Çeyrek = 4

Q3: Üst Çeyrek = 9

IQR=Q3-Q1 (Çeyrekler arası açıklık) → 9-4=5

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Çözüm-2: Q1= $\frac{N+1}{4}$. değer , Q2= $\frac{2(N+1)}{4}$ yani $\frac{N+1}{2}$. değer, Q3= $\frac{3(N+1)}{4}$. değer olarak bulunur.

Önce sayı dizisi sıralanır. 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10 N=dizinin eleman sayısı=7,

Q1= $\frac{(N+1)}{4}$ = $\frac{7+1}{4}$ =2. terim yani Q1=4

Q2= $\frac{(N+1)}{2}$ = $\frac{7+1}{2}$ =4. terim yani Q2=7

Q3= $\frac{3(N+1)}{4}$ = $\frac{3(7+1)}{4}$ =6. terim yani Q3=9

IQR=Q3-Q1→9-4=5

Örnek: 1, 3, 9, 17, 6, 4, 8, 13 sayı dizisinin çeyrekler açıklığı kaçtır?

Çözüm: Önce sayılar sıralı hale getirilir. 1, 3, 4, 6, 8, 9, 13, 17

N=8 (çift sayıda terim içeriyor)

$$1,3,4,\ \underbrace{6,8}_{\text{Medyan}=\frac{6+8}{2}=7}\ ,9,13,17$$

$$\underbrace{1,3,4,6}_{\substack{\text{Alt çeyrek} \\ =\frac{3+4}{2}=\frac{7}{2}}},\underbrace{8,9,13,17}_{\substack{\text{Üst Çeyrek} \\ =\frac{9+13}{2}=11}}$$

$$\text{Çeyrekler açıklığı} = 11-\frac{7}{2}=\frac{22-7}{2}=\frac{15}{2}=7{,}5 \text{ tir.}$$

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Çözüm-2: Önce sayı dizisi sıralanır. 1, 3, 4, 6, 8, 9, 13, 17

N=dizinin eleman sayısı=8 ,

Q1= $\frac{(N+1)}{4} = \frac{9}{4}$= 2.25 yani 2. ve 3. terim arası

bu nedenle Q1= $\frac{2.terim+3.terim}{2} = \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2}$ terim yani Q1

Q3= $\frac{3(N+1)}{4} = \frac{3(8+1)}{4}$ =6.75 yani 6. ve 7. terim arası

bu nedenle Q1= $\frac{6.terim+7.terim}{2} = \frac{9+13}{2}$ =11

IQR=11- $\frac{7}{2} \rightarrow \frac{15}{2}$ =7.5

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Sınıflandırılmış(Gruplandırılmış) Veriler İçin;

Alt Çeyrek, Üst Çeyrek, Çeyrekler Açıklığı

Öncelikle Q1 ve Q3'ü içinde bulunduran sınıf aralıkları bulunur. Ardından;

Q1=Alt Çeyrek→ L1+$\frac{\frac{n}{4}-n1}{fQ1}$ *h

L1: ilk dörtte birliğin bulunduğu sınıfın alt sınırı,

n1= İlk dörtte birliğin bulunduğu sınıftan önceki sınıfların toplam frekansı

fQ1= İlk dörtte birliğin bulunduğu sınıfın frekansı

h= sınıf genişliğidir

Benzer şekilde

Q3=Üst Çeyrek→ L3+$\frac{\frac{3}{4}n-n3}{fQ3}$*h

L3: Üst çeyreğin bulunduğu sınıfın alt sınırı,

n3= üst çeyreğin bulunduğu sınıftan önceki sınıfların toplam frekansı

fQ3= üst çeyreğin bulunduğu sınıfın frekansı

h= sınıf genişliğidir

MERKEZİ DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Örnek:

Sınıf No	Sınıf Limitleri	Sınıf Sınırları	Gözlem Sayısı (f_i)	Sınıf Orta Noktası (y_i)	Eklemeli frekanslar
1	0-2	-0,5 ~ 2,5	1	1	1
2	3-5	2,5 ~ 5,5	3	4	4
3	6-8	5,5 ~ 8,5	8	7	12
4	9-11	8,5 ~ 11,5	13	10	25
5	12-14	11,5 ~ 14,5	20	13	45
6	15-17	14,5 ~ 17,5	25	16	70
7	18-20	17,5 ~ 20,5	17	19	87
8	21-23	20,5 ~ 23,5	5	22	92
9	24-26	23,5 ~ 26,5	3	25	95
10	27-29	26,5 ~ 29,5	5	28	100

Çözüm: $\frac{n}{4}$ =25, $\frac{3n}{4}$ = 75

f1+f2+f3+f4 ≥ 25 olduğu için 4. sınıf alt çeyreğin bulunduğu sınıf

Q1=Alt Çeyrek→ L1+$\frac{\frac{n}{4}-n1}{fQ1}$*h = 8.5 +$\frac{25-(1+3+8)}{13}$*3 = 11.5

f1+f2+f3+f4+f5+f6+f7> 75 olduğundan 7. sınıf üst çeyreğin bulunduğu sınıftır

Q3=Üst Çeyrek→ L3+$\frac{\frac{3}{4}n-n3}{fQ3}$*h = 17,5 +$\frac{75-(1+3+8+13+20+25)}{17}$*3 = 18.38

ÇARPIKLIK VE BASIKLIK KATSAYILARI

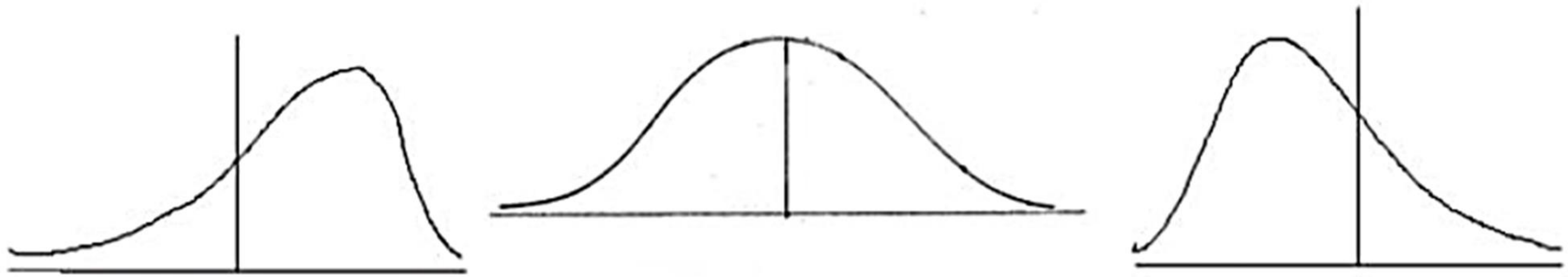
Dağılımın ortalamaya göre biçimine ilişkin bazı bilgileri çarpıklık ve basıklık katsayıları ile öğrenebiliriz.

Sınıflandırılmamış ham veriler için **Çarpıklık Katsayısı** aşağıdaki eşitlik ile hesaplanabilir,

$$ÇK = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{n\,S^3}$$

, $\bar{x}$ = aritmetik ortalama, S= standart sapma

Sınıflandırılmış veriler için **Çarpıklık Katsayısı** $ÇK = \dfrac{\sum f_i (y_i - \bar{x})^3}{\sum f_i S^3}$



Ç.K **<0 →** dağılım sola çarpık (***negatif çarpıklık***)   Ç.K **=0 →** dağılım simetrik   Ç.K **>0 →** dağılım sağa çarpık (***pozitif çarpıklık***)

ÇARPIKLIK VE BASIKLIK KATSAYILARI

Sınıflandırılmamış ham veriler için **Basıklık Katsayısı** aşağıdaki eşitlik ile hesaplanabilir,

$$BK = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^4}{nS^4} - 3$$, $\bar{x}$ = aritmetik ortalama, S= standart sapma

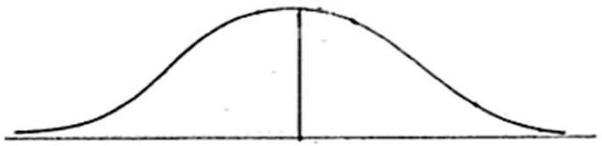
Sınıflandırılmış veriler için **Basıklık Katsayısı** $$BK = \frac{\sum f_i (y_i - \overline{x})^4}{\sum f_i S^4} - 3$$

BK=0 ise dağılımın yüksekliği standart normal dağılıma uygundur.

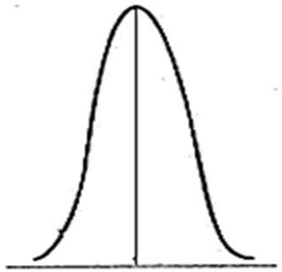
BK<0 ise dağılım standart normal dağılımdan daha basıktır.

BK>0 ise dağılım standart normal dağılımdan daha sivridir.

B.K <0 → dağılım basık



B.K =0 → dağılım ne sivri ne de basık



B.K >0→dağılım sivri

KUTU ÇİZİMLERİ

Kutu çizimleri (boxplot), veri için çeyreklere dayalı grafiksel gösterimlerdir. Kutunun çizimi için orta değer, birinci ve üçüncü çeyrekler sıralı veriden hesaplanır. IQR=Q3-Q1 çeyrekler açıklığı(çeyrekler arası aralık) bulunur. En küçük gözlem değeri, Q1, medyan, Q3, en büyük gözlem değeri belirlendiğinde dağılımın şekli hakkında ön bilgiye sahip olunur.

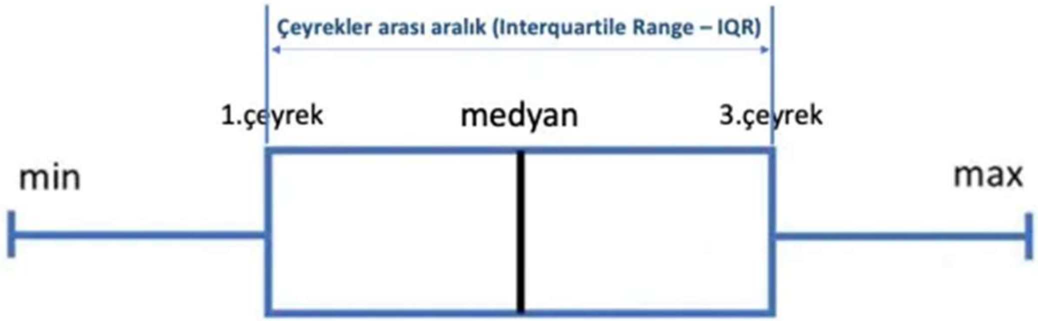
→Kutunun uç noktaları Q1 ve Q3 dedir, kutunun uzunluğu IQR=Q3-Q1'dir.

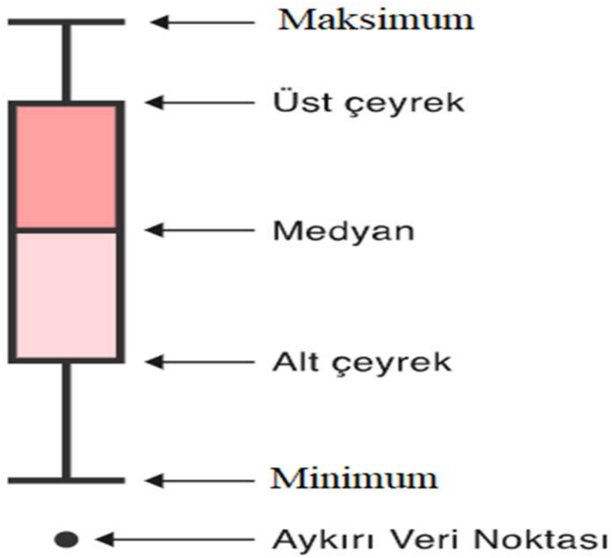
→Medyan kutunun içinde çizgi ile işaretlenir.

→Kutu dışındaki iki dikey çizgi aykırı değerler hariç en büyük ve en küçük gözlem değerine kadar uzanır.

→Kutu gösteriminde aşağıdaki gibi hesaplanan alt uç değerden küçük ve üst uç değerden büyük değerler aykırı değerler olarak kabul edilir.

Alt Uç Değer $= Q1 - 1.5(IQR)$
Üst Uç Değer $= Q3 + 1.5(IQR)$





MERKEZİ EĞİLİM VE DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

ÖRNEK: Aşağıda bir şehrin üç farklı kavşağında 24 saatlik bir süre içerisinde kaydedilen saatlik trafik yoğunluğunu ifade eden sayımlar verilmiştir. Her bir kavşak için, aritmetik ortalama, ortanca(medyan), tepe değer (mod), değişim aralığı, ortalama mutlak sapma, varyans, standart sapma, değişim katsayısı ve çeyrekler arası açıklığı ayrı ayrı hesaplayınız. Her bir kavşak için Boxplot çizimini gerçekleştirerek aykırı değer varlığına göre maksimum ve minimum değerleri belirleyiniz.

Kavşak 1	Kavşak 2	Kavşak 3
11	11	9
7	13	11
14	17	20
11	13	9
43	51	69
38	46	76
61	132	186
75	135	180
38	88	115
28	36	55
12	12	14
18	27	30
18	19	29
17	15	18
19	36	48
32	47	10
42	65	92
57	66	151
44	55	90
114	145	257
35	58	68
11	12	15
13	9	15
10	9	7

Kavşak 1 için;
Aritmetik Ortalama:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{11+7+14+\cdots+10}{24} = \mathbf{32}$$

Ortanca Değer;
Önce küçükten büyüğe sıralama yapılmalıdır.
7, 10, 11, 11, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 18, 19, 28, 32, 35, 38, 38, 42, 43, 44, 57, 61, 75,114
n=24 yani çift sayı, n/2=12, (n/2)+1=13
12. Ve 13. değerler bulunur. 12. değer:19
13. değer:28

$$M = \frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\left(\frac{n}{2}\right)+1}\right) = \frac{19+28}{2} = 23.5$$

MERKEZİ EĞİLİM VE DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Kavşak 1 için;

Tepe Değer (Mod): En çok tekrar eden sayı 3 kez tekrar eden 11 'dir.

Mod= 11

Değişim Aralığı: R= Maksimum Değer – Minimum Değer

R=114 – 7= 107

Ortalama Mutlak Sapma (O.M.S) $\frac{\sum |xi - \bar{x}|}{n}$, $\bar{x}$= 32,

$$\text{O.M.S} = \frac{|11-32|+|7-32|+|14-32|+\cdots+|10-32|}{24} = \frac{454}{24} = 18.91$$

Varyans: $s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{(n-1)} = \frac{(11-32)^2+(7-32)^2+(14-32)^2+\cdots+(10-32)^2}{(24-1)} = \frac{454}{23}$

=643.6522

Standart Sapma: Varyansın karekökü alınır. $\sqrt{643.6522}$ = 25.3703

Değişim Katsayısı: D.K. = $\frac{s}{\bar{x}} = \frac{25.3703}{32}$ =0.7928

MERKEZİ EĞİLİM VE DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Kavşak 1 için;

Çeyrekler Arası Açıklık (IQR)=

7, 10, 11, 11, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 18, 19, 28, 32, 35, 38, 38, 42, 43, 44, 57, 61, 75,114

$$\frac{19+28}{2} = 23.5$$

7, 10, 11, 11, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 18, 19, 28, 32, 35, 38, 38, 42, 43, 44, 57, 61, 75,114

Alt Çeyrek (Q1): $\frac{12+13}{2}$=12,5

Üst Çeyrek(Q3): $\frac{42+43}{2}$ =42.5

IQR=Q3-Q1=42.5-12.5=30

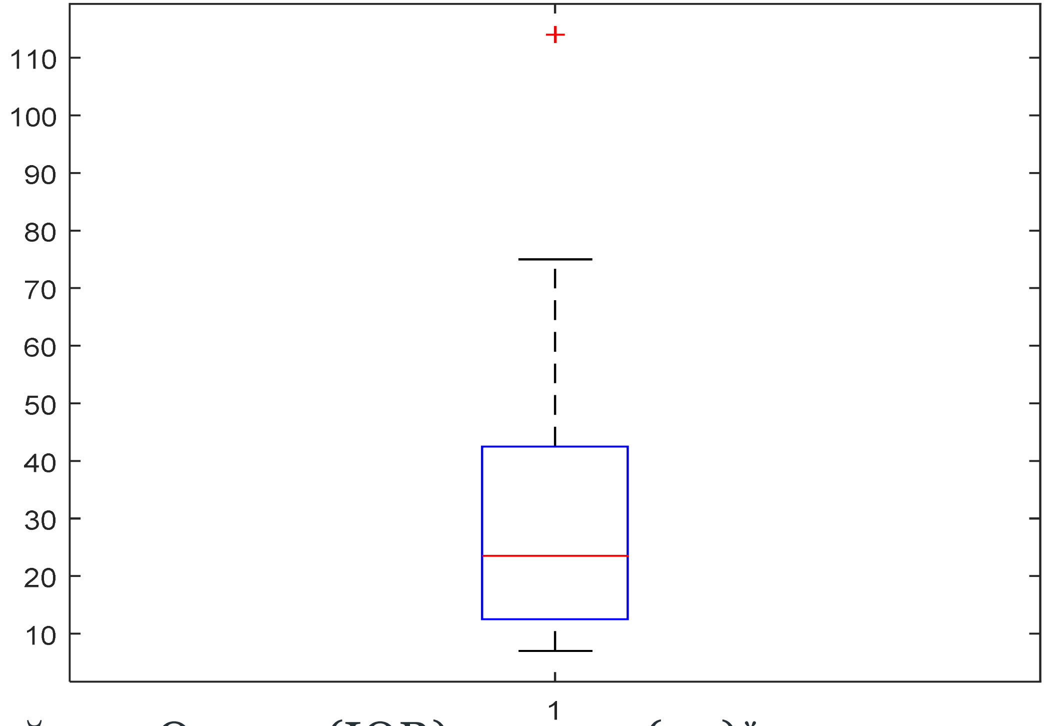
Kavşak 2 ve Kavşak 3 içinde aynı merkezi eğilim ve dağılım ölçümlerini hesaplayınız.

MERKEZİ EĞİLİM VE DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

	Kavşak 1	Kavşak 2	Kavşak 3
Ortalama	32	46.54	65.58
Ortanca (Medyan)	23.5	36	39
Tepe Değer (Mod)	11	9, 12, 13, 36 (4 adet mod değeri vardır)	9, 15 (2 adet mod değeri vardır)
Değişim Aralığı	107	136	250
O.M.S.	18.91	31.38	52.34
Varyans	643.6522	1714.43	4627,81
Standart Sapma	25.3703	41.40	68.02
Değişim Katsayısı	0.7928	0.8896	1.0372
Q1 (Alt Çeyrek)	12.5	13	14.5
Q3 (Üst Çeyrek)	42.5	61.5	91
IQR (Çeyrekler Arası Açıklık)	30	48.5	76.5

MERKEZİ EĞİLİM VE DAĞILIM ÖLÇÜMLERİ

Kavşak 1 için kutu çizimi (boxplot)



Alt Uç Değer = Q1 – 1.5(IQR) = 12.5 – (1.5)*30 = -32.5
Üst Uç Değer = Q3 + 1.5(IQR)= 42.5 + (1.5)*30 =87.5
Bu sınır değerlere göre 114 aykırı veridir. Bu nedenle bu veri setindeki kavşak 1 için;
Minimum (en küçük) değer: 7
Maksimum (en büyük) değer: 75'dir.

Not: Soruda veya verilen bir problemde aykırı değerlerin tespitinden sonra merkezi eğilim ve dağılım ölçümlerinin hesaplanması istenirse, öncelikle aykırı değer tespiti yapılır. Ardından tespit edilen aykırı değer veri setinden çıkarılır ve geri kalan değerleri ile merkezi eğilim ve dağılım ölçütleri hesaplanır.