ÖRNEK SORULAR VE ÇÖZÜMLERİ

Soru 1: E, erkek çocuğu, K, kız çocuğu ifade etmek üzere bir ailedeki büyük, ortanca ve küçük çocukları gösteren örnek uzayı oluşturunuz.

a) En büyük çocuğun kız olduğu olayı tanımlayınız.
b) Yalnızca ortanca çocuğun kız veya yalnızca ortanca çocuğun erkek olduğu olayı tanımlayınız.
c) Büyük ve küçük çocukların erkek olduğu olayı tanımlayınız.

Çözüm: S={EEE, EEK, EKE, EKK, KEE, KEK, KKE, KKK}

a) A ={KEE, KEK, KKE, KKK
b) Yalnızca ortanca çocuğun kız olduğu olay B1={EKE}
   Yalnızca ortanca çocuğun erkek olduğu olay B2={KEK}
   veya denildiği için B=B1UB2
   B={EKE, KEK}
c) C={EEE, EKE}

Soru 2: 1,2,3, …, 20 tam sayıları kağıt parçaları üzerine yazılıyor ve bir kutunun içine atılıp karıştırılıyor. Kutudan çekilen bir kağıdın üzerindeki sayının hem asal hem de 3 ile bölünebilir olması olayını yazınız.

Çözüm: A={asal sayı olması} ={2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}

B={3 ile bölünebilme}={3, 6, 9, 12, 15, 18}

A ve B'nin aynı anda gerçekleşmesi:

$A \cap B = \{3\}$

Soru 3: İki zar ve iki madeni paranın birlikte atılması deneyinde örnek uzayın eleman sayısı kaçtır?

Çözüm:

Z1 yani ilk zar atıldığında tüm olası sonuçların sayısı→6

Z2 yani ikinci zar atıldığında tüm olası sonuçların sayısı →6

P1 yani ilk para atıldığında tüm olası sonuçların sayısı →2

P2 yani ikinci para atıldığında tüm olası sonuçların sayısı →2

Örnek Uzayın eleman sayısı= Z1xZ2xP1xP2 = 6x6x2x2= 144'tür.

Soru 4: 20 piyango biletinden çekilen 2 bilet, kaç yolda düzenlenebilir?

Çözüm: Soru bir defada r tanesi alınarak yinelemeden n farklı nesnenin permütasyonlarının sayısını ifade etmektedir.

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{20!}{(20-2)!} = \frac{20!}{18!} = \frac{20x19x18!}{18!} = 20 \text{ x } 19 = 380$$

Soru 5: Her gün sadece 1 toplantı yapılacaksa, 5 günde 3 toplantı kaç yoldan düzenlenebilir?

Çözüm: (5'in 3'lü permütasyonu) $\frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5*4*3*2!}{2!} = 60$

Soru 6: İSTANBUL kelimesinden 5 harfli kaç "farklı kelime" oluşturulabilir?

Çözüm: (8'in 5'li permütasyonu) $\frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8!}{3!} = 6720$

Soru 7: 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamları bir sıraya:

a) tek rakamlar yan yana olacak,

b) tek rakamlar yan yana ve çift rakamlar yan yana olacak,

c) yan yana iki tek rakam ve yan yana iki çift rakam bulunmayacak,

şekilde kaç farklı biçimde sıralanabilir?

Çözüm:

a) Tek rakamlar bir arada 1, 3, 5 simgesi altında bir nesne olarak ele alınsın. O zaman toplam 4 nesne sözkonusudur. Bunlar

2, 4, 6, 1, 3, 5 olmak üzere bu 4 nesne kendi arasında 4! Şeklinde sıralanır. Aynı zamanda 1, 3, 5 kendi aralarında 3! Şekilde sıralanır. Dolayısıyla tek rakamlar yan yana olacak şekilde 4! x 3!= 144 farklı şekilde sıralama yapılır.

b) Yan yana gelmesi zorunlu olanlar tek bir nesne gibi davranır. 2, 4, 6, 1, 3, 5 şeklinde düşünülecek olursa toplamda 2 nesne varsayılacağı için bu 2 nesne kendi arasında 2! farklı şekilde sıralanır. Aynı zamanda 2, 4, 6 kendi aralarında 3! farklı şekilde, 1, 3, 5 kendi aralarında 3! Farklı şekilde sıralanır. Dolayısıyla tek rakamlar yan yana ve çift rakamlar yan yana olacak şekilde 2! x 3! x 3! = 72 farklı sıralama yapılabilir.

c) Bu durumda 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamları 6 basamağa tek -çift -tek-çift-tek -çift ya da çift-tek-çift-tek-çift-tek olacak şekilde yerleştirilmelidir. Soldan sağa doğru işlemlerin ardışık olarak yapılmasıyla

3 x 3 x 2 x 2 x 1 x 1 + 3 x 3 x 2 x 2 x 1 x 1=72 farklı biçimde sıralanabilir.

Soru 8: Bir madeni para art arda 6 defa atıldığında oluşan örnek uzay E'dir. A olayı paranın 4 defa tura, 2 defa yazı gelmesi olduğuna göre, E'nin eleman sayısı s(E) – A'nın elaman sayısı s(A) kaçtır?

Çözüm: A olayı:

TTTTYY, TTYYTT, …. A olayının eleman sayısı tekrarlı permütasyonla, $\frac{6!}{4!\text{x } 2!} = 15$ olarak elde edilir.

Örnek uzak ise para art arda 6 defa atıldığı için 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 64 olarak hesaplanır.

s(E) – s(A)=64-15= 49 olur.

Soru 9: A={a, b, c, d, e, f} kümesinin 4 'lü permütasyonlarının kaç tanesinde e harfi bulunur.

Çözüm: A kümesinin 4'lü permütasyonlarının sayısı : ${}_6P_4 = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 360$ 'tır. A kümesinin e harfi bulunmayan permütasyonlarının sayısı = ${}_5P_4 = \frac{5!}{(5-4)!} = 120$'dir. Tamamından e harfi bulunmayanların sayısı çıkarılırsa istenilen sonuç 360-120=240 olarak elde edilir.

II. yol: Önce e harfi yerleştirilir.

\- \- \- \- → e harfi 4 farklı yere gelebilir. e harfi yerleştirildikten sonra geriye kalan 5 harften 3'ü de kalan 3 yere yerleştirileceği için istenen sonuç : 4 x ${}_5P_3 = 4 \text{ x} \frac{5!}{(5-3)!} =$ 240 olarak bulunur.

Soru 10: Aralarında Sinem ve Arda'nın da bulunduğu 7 kişi sinema salonunda 4'ü arkada 3'ü önde olacak şekilde oturacaklardır. Sinem ve Arda kesinlikle aynı sırada oturmayacaklarına göre bu 7 kişi kaç farklı şekilde oturur.

Çözüm: Sinem, Arda ve 5 kişi var

\- \- \- \- Arka

\- \- \- Ön

Sinem'in arkaya, Arda'nın öne oturması ve tam tersi düşünüldüğünde 2 farklı durum söz konusudur. Arkada 4 boş yer olduğu için 4 farklı şekilde, önde 3 boş yer olduğu için 3 farklı şekilde yani 4 x 3 farklı şekilde yerleşim söz konusu olur. Geri kalan 5 kişi de kendi arlarında 5! Şekilde yerleşir. Dolayısıyla istenen sonuç: 2 x (4 x 3) x 5! olur.

Soru 11: Ayşe, Ahmet, Fatma, Ali, Esra'dan oluşan bir arkadaş grubu yuvarlak masa etrafına Ayşe ve Ahmet yan yana gelmeyecek şekilde kaç farklı şekilde otururlar.

Çözüm: n kişi yuvarlak masa etrafına (n-1)! farklı şekilde yerleşirler.

Bu örnek için tüm durum göz önüne alınırsa (5-1)! =4! farklı şekilde yerleşme gerçekleşir.

Örnek için tam ters durumu düşünelim: Ayşe ve Ahmet hep yan yana olsun.

Ayşe, Ahmet, Fatma, Ali, Esra bu durumda yan yana bulunan ayrılmayacak kişiler tek bir kişi gibi düşünülür. Böyle bir davranışta toplamda 4 kişi varmış gibi düşünülür ve bu 4 kişi yuvarlak masa etrafına (4-1)!=3! farklı şekilde yerleşir. Bu esnada Ayşe ve Ahmet kendi aralarında yer değiştirebileceği için 2! de buradan gelir yani Ayşe ve Ahmet'in yuvarlak masa etrafındaki yerleşmede hep yan yana olacak şekilde akadaşın yerleşimleri: 3! x 2!'dir.

Bizden istenilen ise Ayşe ve Ahmet'in yan yana olmaması durumuydu. Bu nedenle tüm kişilerin yuvarlak masa etrafındaki permütasyonundan, Ayşe ve Ahmet'in yan yana bulunmaları halindeki yuvarlak masa etrafında yerleşimlerinin permütasyonu çıkarılarak istenilen sonuca ulaşılır. İstenilen sonuç: 4!-3!2!=24-12=12.

Soru 12: 4 kız ve 4 erkek herhangi iki kız ve herhangi iki erkek yan yana gelmemek koşuluyla kaç farklı şekilde otururlar.

Çözüm: K E K E K E K E veya E K E K E K E K şeklinde oturabilirler. Yani 2 durum söz konusudur. Bunun yanı sıra erkekler kendi arlarında 4!, kızlar da kendi aralarında 4! Olacak şekilde yer değiştirirler. Dolayısıyla herhangi iki kız ve herhangi iki erkek yan yana gelmemek şartıyla 2 x 4! x 4! farklı şekilde otururlar.

Soru 13: 4 kız ve 5 erkek öğrenci düz bir sıraya herhangi iki kız yan yana gelmemek şekilde kaç farklı şekilde otururlar.

Çözüm: Önce erkek öğrencileri yerleştirelim.

E E E E E

Erkekler kendi aralarında yer değiştirebileceği için, erkekler 5! Farklı şekilde otururlar.

Kızlarda erkekler arasındaki boşluklara veya en baştaki boşluğa veya en sondaki boşluğa yani toplamda 6 boşluğa oturabilirler. Bu durumda 4 kız 6 boşluktan 4'üne yerleşecektir. Yani 6'nın 4'lü permütasyonu söz konusudur. Dolayısıyla soruda istenildiği gibi 5! x ${}_6P_4$ 'tür.

$${}_6P_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3$$

İstenilen sonuç: $\underbrace{5! \times 6}_{6!} \times 5 \times 4 \times 3$

6! x 5 x 4 x 3=6! x 60

Soru 14: 3 farklı fizik, 4 farklı kimya ve 3 farklı matematik kitabı bir rafa yerleştirilecektir. Fizik kitapları bir arada olmak üzere ve herhangi iki kimya kitabı bir araya gelmemek üzere kaç farklı şekilde dizilebilirler.

Çözüm: F1, F2, F3, M1, M2, M3, K1, K2, K3, K4

Fizik kitapları bir arada olduğu için tek bir kitapmış gibi düşünülebilir. Ancak 3 fizik kitabı da kendi aralarında yer değiştirebileceği için buradan 3! gelir.

$\boxed{\text{F1, F2, F3}}$, M1, M2, M3 → Fizik kitapları tek bir kitap ve 3 matematik kitabı kendi arlarında yer değiştireceği için buradan 4! gelir.

Herhangi iki kimya kitabı yan yana gelemeyeceği için kimya kitapları aşağıdaki şekilde _ ile gösterilen 5 boş yerden 4'üne yerleştirilecektir. Yani ${}_5P_4$ farklı şekilde dizilim söz konusudur.

_, $\boxed{\text{F1, F2, F3,}}$ _,M1,_,M2,_, M3_

Dolayısıyla istenen durum: 3! x 4! x ${}_5P_4$

$${}_5P_4 = \frac{5!}{(5-4)!} = 5!$$

İstenilen sonuç: 3! x 4! x 5!'dir.

Soru 15: PAPAYA kelimesinin harfleri yer değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız 6 harflı kaç kelime yazılabilir.

Çözüm: Tekrarlı permütasyon söz konusudur.

6 harfli PAPAYA kelimesinde 2 adet P harfi, 3 adet A harfi, 1 adet Y harfi mevcuttur.

Dolayısıyla istenen sonuç: $\frac{6!}{2! \text{ x } 3!} = 60$ olarak bulunur.

Soru 16: 222333344 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek yazılabilecek 9 basamaklı sayıların kaç tanesinde herhangi iki tane 2 rakamı yan yana gelmez.

Çözüm: 2'ler yan yana gelmesin istenildiği için önce diğer rakamlar yerleştirilmelidir.

3 3 3 3 4 4 →Burada tekrarlı permütasyon söz konusudur. Yani $\frac{6!}{4! \text{ x } 2!}$ = 15.

2 rakamları aşağıda gösterildiği gibi bu rakamların ya arasına ya en başa ya da en sona gelebilir.

_3_ 3_ 3_ 3_ 4_ 4_ 7 boş yere 3 adet iki rakamı yerleştirileceği için ${}_7P_3$ farklı yerleşim söz konusudur. Ancak bu permütasyonun içerisinde 3 adet iki rakamının kendi arasında 3! Yer değiştimesi de bulunmaktadır. Oysa ki 2 rakamları birbirleri ile özdeş oldukları için kendi aralarındaki yer değişimi önemsiz olmaktadır. Bu nedenle 2 rakamlarının yerleşimi ${}_7P_3$ / 3! olur.

$${}_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5$$

$${}_7P_3 / 3! = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = 35$$

Bu iki işlem yerine şöyle de düşünülebilir. 7 boş yerden 3'ü seçileceği için C(7,3) kombinasyonu söz konusudur. $C(7,3) = \frac{7!}{3! \times (7-3)!} = 35$

Soruda istenilen = 15 x 35 =525'dir.

Soru 17: 52 kartlık bir briç oyununda 13 kartlık kaç farklı el seçilebilir?

Çözüm: $C(52,13) = \binom{52}{13} = \frac{52!}{13! \times (52-13)!} = \frac{52!}{13! \times 39!}$

Soru 18: 4 adet Masa üstü bilgisayar (PC1, PC2, PC3, PC4 etiketli) ve 5 adet Dizüstü bilgisayar (Laptop: L1, L2, L3, L4, L5 etiketli) arasından

a) Oluşturulacak tüm bilgisayarlardan üçlü grup sayısı nedir?

b) İçinde Dizüstü bilgisayar bulunmadan oluşturulacak tüm 3'lü grup sayısı nedir?

c) İçinde disüstü bilgisayar bulunmayan üçlü grup olasılığı nedir?

Çözüm: a) $C(9,3) = \frac{9!}{3! \times (9-3)!} = \frac{9!}{3! \times 6!} = 84$

b) $C(4,3) = \frac{4!}{3! \times (4-3)!} = \frac{4!}{3! \times 1!} = 4$

c) $\frac{C(4,3)}{C(9,3)} = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}$

Soru 19: 5 erkek ve 3 kız arasından en az biri kız olmak şartıyla 3 kişilik bir grup kaç farklı biçimde oluşturulabilir?

Çözüm: Oluşturulabilecek tüm 3'lü grupların sayısı, $C(8,3) = \frac{8!}{3! \times (8-3)!} = \frac{8!}{3! \times 5!} = 56$

İçinde hiç kız bulunmadan oluşturabileceğimiz sadece yani erkeklerden oluşan üçlü grup sayısı, $C(5,3) = \frac{5!}{3! \times (5-3)!} = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$

İçinde en az bir kız bulunan üçlü grup sayısı, 56-10=46 olarak bulunur.

Soru 20: A={1,2,3,4,5,7} kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaçında,

a) 1 bulunur ?
b) 1 ve 2 bulunur ?
c) 1 veya 2 bulunur ?

Çözüm: a) İstenen alt kümenin bir elemanı belirli olduğuna göre diğer iki eleman kalan sayılar arasından seçilir. Kümemizde toplam 6 eleman var. Bir tanesi belirli yani 1 olduğundan kalan 5 elemandan 3-1=2 eleman seçeriz. Bu durumda istenen seçim sayısı:

C(5,2)= $\frac{5!}{2! \text{ x } (5-2)!}$ = 10 olarak bulunur.

b) Seçilmesi istenen 2 eleman zaten belirli olduğuna göre (1 ve 2 olacak), diğer eleman kalan kümeden seçilir. 6 elemanımız vardı 6-2=4 elemandan 1 tanesi C(4,1)= $\frac{4!}{1! \text{ x } (4-1)!}$ = 4 farklı şekilde olur.

c) 3 elemanlı oluşturabileceğimiz tüm gruplardan (C(6,3)), 1 ve 2 elemanı dışında yani geriye kaln 4 elemandan 3 elemanlı alt kümeler (C(4,3)) çıkarılırsa istenilen şart sağlanır.

C(6,3)-C(4,3)= $\frac{6!}{3! \text{ x } (6-3)!}$ - $\frac{4!}{3! \text{ x } (4-3)!}$ = 16 olur.

Soru 21: 4 doktor ve 5 hemşire arasından 5 kişilik bir ekip oluşturulacaktır. En az 2 doktorun bulunduğu bir ekip kaç farklı şekilde oluşturulabilir.

Çözüm:

1. **Yol:** En az 2 doktor dediği için 3 durum söz konusudur.
   →2 doktor 3 hemşire : C(4,2) x C(5,3) = 6 x 10=60
   →3 doktor 2 hemşire : C(4,3) x C(5,2) = 4 x 10=40
   →4 doktor 1 hemşire : C(4,4) x C(5,1) = 1 x 5=5

   60+ 40 + 5= 105

2. **Yol:** Önce tüm durum hesaplanır.
   C(9,5) = $\binom{9}{5}$ = $\frac{9!}{5! \text{ x } (9-5)!}$ = 126

   Soruda en az iki doktor denildiği için istenmeyen durumlar hepsin hemşire olması ve 1 doktor 4 hemşirenin olmasıdır yani C(5,5) + C(4,1) x C(5,4) =1+ 4 x 5 =21
   Dolayısıyla tüm durumlardan istenmeyen durumları çıkarırsak istenileni elde edebiliriz.
   126-21=105

Soru 22: Üniversite öğrencisi Zeynep, 9 seçmeli ders arasından 4 tane ders seçecekir. Bu 9 dersin 3 tanesi aynı saate olduğuna ve derslerde devam zorunluluğu olduğuna göre, Selin bu 4 dersi kaç farklı şekilde seçebilir.

Çözüm: Aynı saatte olan derslerden yalnızca bir tane seçilebilir ve 3 ders geri kalan derslerden seçilebilir veya tüm dersler aynı saatte olmayan (9-3)= 6 dersten seçilebilir.

C(3,1) x C(6,3) + C(6,4) =3 x 20 + 10 =70

Soru 23: 5 kız 6 erkek arasından 3 kız ve 4 erkek seçilip tiyatroya götürülecektir. Aynı cinsiyetten öğrenciler yan yana olmak üzere tiyatro salonunda yan yana kaç farklı şekilde oturular.

Çözüm: Önce 3 kız ve 4 erkeğin seçimini yapalım. C(5,3) x C(6,4) = 150 farklı şekilde seçim yapılır. Daha sonra seçilen öğrencilerden aynı cinsiyettekiler yan yana olacak şekilde oturacaklardır. Bu durumda aynı cinsiyettekiler yan yana oturacağı için tek kişi olarak düşünülebilir. Kızlar tek kişi, erkekler tek kişi toplamda 2 kişi gibi düşünülür ve kendi aralarında 2! olacak şekilde yer değiştirirler. Daha sora tek kişi gibi düşünülen 3 kız kendi arasında 3!, tek kişi gibi düşünülen 4 erkek kendi aralarında 4! yer değiştirir. O zaman sıralama 2! x 3! x 4! Farklı şekilde sıralanır.

Dolayısıyla istene sonuç : 150 x 2! x 3! x 4! = 43200

Soru 24: 8 kişi, 2 kişilik 4 gruba ayrılacak ve her grup farklı yerler olmak üzere 4 tatil yerinden (Antalya, Mersin, Bodrum ve Marmaris) birine gidecektir. Bu gruplar kaç farklı şekilde seçilebilir.

Çözüm: C(8,2) x C(6,2) x C(4,2) x C(2,2) = 2520

Soru 25: Aralarında 3 evli çift bulunan 8 kişi arasından içlerinde en çok 1 evli çiftin bulunduğu 5 kişilik bir ekip kaç farklı şekilde seçilebilir.

Çözüm: Tüm durumu hesaplayıp 2 evlli çift bulunma durumunu çıkarırsa en çok 1 evli çift olma durumunu buluruz. 3 evli çift bulunma durumunu dikkate alamyız çünkü 6 kişi oluyor ama biz 5 kişi seçeceğiz bu nedenle 3 evli çift bulunma durumunu dikkate alamayız.

Tüm durumlar: C(8,5)= $\dfrac{8!}{5!\ x\ (8-5)!}$ = 56

2 evli çift olma durumu: $\underbrace{C(3,2)}_{\text{3 evli çiftten 2 evli çift Seçme}}$ x $\underbrace{C(4,1)}_{\text{Geri kalan 4 kişiden kalan 1 kişinin seçimi}}$ = 3 x 4 =12

İstenen durum: 56 – 12 =44

Soru 26: Bir mağazada özdeş 10 tişörtün ikisi mavi, beşi kırmızı ve diğer üçü farklı renktedirler. Ayşe bu tişörtler arasından renkleri farklı 3 tişörtü kaç farklı şekilde seçebilir.
Çözüm: Ayşe 3 farklı renkte tişört alacağı için aynı renk tişörtler tek bir tişört düşünülebilir. Bu durumda 1 + 1 + 3 =5 çeşit tişört varmış gibi düşünülür ve 5 tişört arasından 3'ü seçilir.

$$C(5,3)=\frac{5!}{3!\ x\ (5-3)!}=10$$

Soru 27: Mehmet ile Emir'in de bulunduğu 8 kişi arasından 3 er kişilik 2 grup seçilecektir. Mehmet ile Emir'in ikisinin de seçilmesi ve aynı grup içinde bulunmaması şartı ile kaç farklı seçim yapılabilir?

Çözüm: Mehmet ve Emirin ikisi de bulunmak ve farklı gruplarda olmak zorunda olduğu için aşağıda görüldüğü gibi bir yerleşim söz konusudur.

$$\underbrace{M\ \_\_\ \_\_}_{\text{1.Grup}}\ ,\ \underbrace{E\ \_\_\ \_\_}_{\text{2. Grup}}$$

2 kişi yerleştiği için geriye kalan 6 kişi'den ikisi ilk gruba, sonrasında kalan 4 kişiden 2'si de 2. Gruba yerleştiriler. Bu durumda istenen sonuç C(6,2) x C(4,2) = 90 olarak bulunur.

Soru 28: 12 kişinin bulunduğu bir grupta herkes birbiri ile tokalaşmaktadır. Buna göre, bu grupta yapılan tokalaşmaların sayısı kaçtır ?

Çözüm: Bir tokalaşma için 2 kişi gereklidir. Bu toplantıda 12 kişi olduğuna göre toplantıda yapılan tokalaşma sayısı

$$C(12,2)=\frac{12!}{2!\ x\ (12-2)!}=66 \text{ olur.}$$

Soru 29: Düzlem üzerinde bulunan 16 farklı doğru en çok kaç farklı noktada kesişir ?
Çözüm: Farklı iki doğru en çok bir noktada kesiştiğine göre 16 doğrunun aralarında oluşturabilecekleri tüm ikililerin sayısı

$$C(16,2)=\frac{16!}{2!\ x\ (16-2)!}=120\text{'dir.}$$

Soru 30: Herhangi üçü doğrusal olmayan, aynı düzlem üzerinde 7 farklı nokta veriliyor.

a) Bu noktalardan ikisinden geçen en çok kaç farklı doğru çizilebilir ?

b) Köşeleri bu noktalar üzerinde bulunan en çok kaç üçgen çizilir ?

Çözüm: a) Bir doğru iki farklı noktadan geçer. Buna göre 7 nokta $C(7,2)=\frac{7!}{2!\ x\ (7-2)!}=21$ tane doğru belirtir.

b) Bir üçgen üç farklı doğrusal olmayan noktaların birleştirilmesi şeklinde tanımlanır. 7 nokta ile , C(7,3)= $\frac{7!}{3!\ x\ (7-3)!}$ = 35 tane üçgen oluşturulur.

Soru 31: 4 tane 2 rakamı, 2 tane 5 rakamı ve diğerleri 4 ve 6 rakamları olan 8 rakamla kaç değişik sekiz basamaklı sayı yazılabilir?

Çözüm: Tekrarlı permütasyondur. $\frac{8!}{4!\ x\ 2!\ x\ 1!\ x\ 1!} = 840$

Soru 32: 5 arkadaştan ikisi küstür ve bu arkadaşlar 5 kişilik bir bankta küs arkadaşlar yan yana gelememek koşulu ile oturmak istiyorlar. Kaç farklı şekilde oturular?

Çözüm: Tam tersi durumu düşünelim. Yani tüm durumlardan iki küs arkadaşın her zaman yan yana orudukları durumu çıkaralım. Böylelikle istenilen sonuca ulaşılabilir.

Tüm durumlar = 5!

İki küs arkadaşın her dain yan yana olduğu durumda iki küs arkadaş tek bir kişi gibi düşünülür geriye kalan 3 kişi daha olduğundan 4! Olur ve iki küs arkadaşta kendi aralarında yer değiştirebileceğinden 4! x 2! olur.

Dolayısıyla soruda istenen yanıt: 5! – (4! x 2!) 'den = 120 -48 =72 olarak bulunur.

Soru 33: 7 arkadaştan belli iki kişi yan yana gelmemek koşuluyla dairesel bir masa etrafına kaç farklı şekilde otururlar?

Çözüm: Önce tüm oturbilmelerin sayısı bulunur. Ardından belli iki kişinin yan yana oturduğu durumdaki oturabilmelerinin sayısı bulunur. Bunlar birbirinden çıkarılınca yan yana gelmemek koşulu sağlanmış olur.

Tüm oturabilmelerin sayısı dairesel permütasyon olduğu için (7-1)!=6! =720'dir.

Belli iki kişinin yan yana orudukları düşünülürse dairesel masa etrafında oturabilme sayısı: 2! x (6-1)! = 2 x 120 =240'dır.

Dolayısıyla istenen durum: 720-240=480 olarak bulunur.

Soru 34: Özdeş 12 oyuncak 4 çocuğa her çocuğa en az bir oyuncak verilmesi koşuluyla kaç değişik şekilde dağıtılabilir?

Çözüm: r ≥ n olan ve her birine en az 1 nesne verilen ösdeş nesnelerin kombinasyonu: C((r-1),(n-1))'dir. Dolayısıyla istenen sonuç C((12-1),(4-1))=C(11,3)= $\frac{11!}{3!\ x\ (11-3)!} = \frac{11!}{3!\ x\ 8!} =$ 165 olarak elde edilir.

Soru 35: 3 tane madeni 1 TL, kumbarlara istenen sayıda atılmak üzere değişik bankalardan alınmış 5 farklı kumbaraya kaç farklı şekilde atılabilir?

Çözüm: **r≤n olmak üzere r özdeş nesne n tane kutuya, her bir kutuya herhangi bir sayıda nesne koymak üzere C((n-1+r),r) sayıda dağıtılabilir.** Bu soruda da aynı durum söz konusudur. Dolayısıyla istenen sonuç, C((5-1+3),3)=C(7,3)= $\frac{7!}{3!\,x\,(7-3)!} = \frac{7!}{3!\,x\,4!} = 35$ olarak bulunur.

Soru 36: Özdeş 2 siyah, özdeş 3 beyaz ve özddeş 5 kırmızı boncuk düz bir tele sıralanacaktır. Herhangi iki kırmızı boncuk yan yana gelmemek şartıyla kaç farklı şekilde dizilim yapılabilir?

Çözüm: Kırmızı bilyeleri diğer bilyelerin arasında ya da dışına koymak zorundayız.

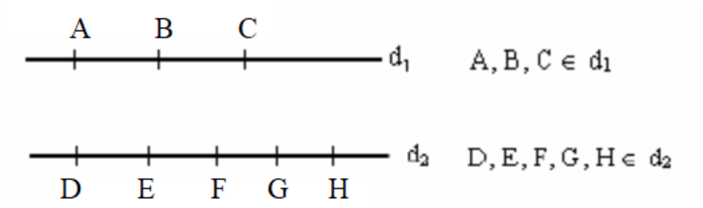
__ S __ S __ B __ B __ B __

Kırmızı bilyeleri alabileceğimiz 6 boşluk var ve biz bu 6 boşluğa 5 kırmızı bilyeyi yerleştireceğiz yani bu dmek oluyor ki 6 boşluktan 5'ini seçeceğiz. C(6,5)= 6.

2 siyah ve 3 beyaz bilyenin sıralanması ise tekrarlı permütasyondur yani $\frac{5!}{2!\,x\,3!}$.

Dolayısıyla istenen sonuç: C(6,5) x $\frac{5!}{2!\,x\,3!}$ = 6 x 10 = 60.

Soru 37: Aşağıdaki şekilde d1//d2 olduğuna göre, köşeleri bu 8 noktadan herhangi 3'ü olan kaç farklı üçgen çizilebilir?



Çözüm: Çizilecek üçgenin tabanı ya d1 (yani tabanı oluşturan 2 noktası d1 üzerinde) ya da d2 (yani tabanı oluşturan 2 noktası d2 üzerinde) üzerinde olacaktır.

Tabanı d1 üzerinde olacak üçgen sayısı:

C(3,2) x C(5,1) = 3 x 5 =15

Tabanı d2 üzerinde olacak üçgen sayısı:

C(3,1) x C(5,2) = 3 x 10 =30

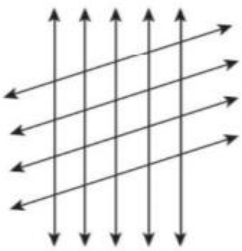
İstenen sonuç: 15 + 30 =45'tir.

Soru 38: K= {-2, -1, 0, 1, 2, 3} kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinin elemanları çarpımı negatif bir tam sayıya eşittir?

Çözüm: 3 elemanın çarpımının negatif olabilmesi için kümedeki negatif tam sayılardan 1 tane pozitif tam sayılardan 2 tane seçmeliyiz.

Dolayısıyla istenen sonuç: C(2,1) x C(3,2)= 2 x 3 = 6

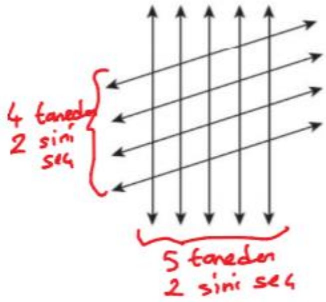
Soru 39:



Yandaki şekilde birbirine paralel olan iki ayrı grup beşer ve dörder adet doğru verilmiştir.

Buna göre, bu doğrular kaç farklı paralelkenar oluşturur?

Çözüm:



C(4,2) x C(5,2)= 60

Soru 40: A= {1, 2, 3, 4} kümesinin elemanlarıyla, en az iki basamağındaki rakamı aynı olan kaç farklı 3 basamaklı sayı yazılabilir?

Çözüm: Yazılabilecek 3 basamaklı sayıların sayısı ilk basamağa 4 farklı sayı, ikinci basamağa 4 farklı sayı, üçüncü basamağa da 4 farklı sayı yazılabilir . Yani 4 x 4 x 4= 64 tane üç basamaklı sayı yazılabilir.

Tüm basamakları farklı 3 basamaklı syaıların sayısı; ilk basamağa 4 tane, ikinci basamağa 3 sayı, üçüncü basamağa 2 sayı yani 4 x 3 x 2 =24 tane rakamları farklı üç basamaklı sayı yazılabilir.

O halde en az iki basamağındaki rakamı aynı olan 64-24=40 farklı üç basamaklı sayı yazılabilir.

Soru 41: 6 istatistikçi ve 5 biyologdan 7 kişilik bir komisyon seçilecektir.

a) Komisyonda 4 istatistikçi

b) Komisyonda en az 4 istatistikçi bulunması olasılığı nedir?

Çözüm: a) $P=\frac{C(6,4)xC(5,3)}{C(11,7)}=\frac{15 \text{ x } 10}{330}=\frac{150}{330}=\frac{15}{33}=0.4545$

b) $P=\frac{\big(C(6,4)xC(5,3)\big)+\big(\big(C(6,5)x\,C(5,2)\big)+\big(C(6,6)xC(5,1)\big)}{C(11,7)}=\frac{150+60+5}{330}$

$=\frac{215}{330}=0.6515$

Soru 42: Bir otobüs kazasında araçtaki 20 yolcudan 5'i yaralanmıştır. Otobüste 5 mühendis bulunmaktaydı, açıklanan yaralıların mühendis olması olasılığı nedir?

Çözüm: $P=\frac{C(5,5)xC(15,0)}{C(20,5)}=\frac{1}{15504}$

Soru 43: Bir kavanozda 1'den 8'e kadar numaralanmış 8 top vardır. 4 top (yerine koymaksızın) aynı anda çekiliyor. Çekilen en küçük sayının 2 olması olasılığı nedir?

Çözüm: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; en küçük 1 olmayacağına ve 2 de kesinlikle olacağına göre 6 top arasından 3'ü çekilecektir.

$$P=\frac{C(6,3)xC(1,1)xC(1,0)}{C(8,4)}=\frac{20 \text{ x } 1 \text{ x}1}{20}=1$$

Soru 44: Her biri yüz lira değerinde 5 bilet, üçyüz lira değerinde 3 bilet, beşyüz lira değerinde 2 bilet arasından rasgele 3 bilet seçiliyor.

a) En az ikisinin aynı fiyatta
b) Üçünün toplam fiyatının yediyüz lira

olması olasılığını bulunuz.

Çözüm: a) A={En az ikisinin aynı fiyatta olması}

A'={Tümünün farklı fiyatta olması}

O halde,

$$P(A)=1-P(A')=1-\frac{C(5,1)xC(3,1)xC(2,1)}{C(10,3)}=\frac{3}{4}$$

c) $P=\frac{C(2,1)xC(5,2)+C(3,2)x\,C(5,1)}{C(10,3)}=\frac{7}{24}$

Soru 45: Bir mağazadaki reyonda kutuların içerisinde aşağıda tabloda verilmiş ölçütlerde ve renklerde tişörtler konulmuştur. Bir adet tişörtün satıldığını biliyoruz.

	Mavi	**Kırmızı**	**Beyaz**	**Siyah**
Küçük	3	3	3	3
Orta	4	4	4	4
Büyük	3	3	3	3
Topam	10	10	10	10

a) Satılan tişörtün Mavi olma olasılığı nedir?
b) Satılan tişörtün Beyaz renkli veya Orta boy olma olasılığı nedir?
c) Satılan tişörtün Beyaz renkli ve Orta boy olma olasılığı nedir?

Çözüm: a) $\frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0.25$

b) Birleşik olaylar: P(B veya O)=P(B) + P(O) – P(B ve O)

$$= \frac{10}{40} + \frac{16}{40} - \frac{4}{40} = \frac{22}{40} = \frac{11}{20}$$

c) P(B ve O) = $\frac{4}{40}$

Soru 46: 12 adet Kırmızı, 4 adet Siyah, 4 Adet Yeşil ve 4 adet Mavi renkli GSM telefon kılıfları bir torbanın içerisine konulmuştur. Torbanın içerisinden 1 adet kılıf çekilmiştir. Çekilen kılıfın Kırmızı veya Yeşil olma olasılığını bulunuz.

Çözüm: P(K veya Y)=P(K) + P(Y)

Soru ayrık olay olasılık sorusudur. Çünkü $P(K \cap Y) = \emptyset$

P(K) = $\frac{12}{24} = 0.5$

P(Y) = $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

P(K veya Y)=P(K) + P(Y)= $\frac{12}{24} + \frac{4}{24} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$

Soru 47: Küçük bir montaj atölyesinde 50 işçi çalışmaktadır. Her işçinin kendisine verilen işi zamanında ve son kontrole hazır biçimde bitirmesi beklenmektedir. Bazen işçiler performans ölçütlerine erişemeyerek ya geç kalır, ya da hatalı montaj gerçekleştirirler. Performans değerleme döneminin sonunda 50 işçiden 5'i geç bitirmiş, 6'sı hatalı montaj yapmış, 2'si hem gecikmiş hem de hatalı montaj yapmıştır. Bir işçinin geç yada hatalı montaj yapma olasılığı nedir?

Çözüm: P(G)= $\frac{5}{50}$ = 0,10; P(H) = $\frac{6}{50}$ = 0,12; P(G ve H) = $\frac{2}{50}$ = 0,04 olarak bulunur.

Bir işçinin geç yada hatalı montaj yapma olasılığı:

P(G yada H)= P(G) + P(H) - P(G ve H) = 0,10 + 0,12 – 0,04 = 0,18'dir.

Soru 48: Bir piyangoda 8 boş, 2 ikramiyeli bilet vardır. Bu piyangodan 2 bilet alan bir kişinin ikramiye kazanma olasılığı nedir ? (iadesiz)

Çözüm: Birinci biletin kazanma olasılığı $\frac{2}{10}$ 'dur. Birinci bilet ikramiye kazanırsa geriye 8 boş 1 ikramiyeli 9 bilet kalır. Ikinci biletin kazanma olasılığı $\frac{1}{9}$ 'dur. Her iki biletin de ikramiye kazanma olasılığı: P(B1 ve B2)= olasılığı $\frac{2}{10}$ x $\frac{1}{9} = \frac{1}{45}$ ‘tir.

Soru 49: Bir kutuda 6 adet limon ve 4 adet portakal bulunmaktadır.

a) İadeli olarak sırayla torbadan çekilen iki narenciyenin ilkinin portakal ve diğerinin limon olma olasılığı nedir?

b) İadesiz olarak sırayla torbadan çekilen iki narenciyenin ilkinin portakal ve diğerinin limon olma olasılığı nedir?

c) İadesiz olarak sırayla torbadan çekilen iki narenciyenin de limon olma olasılığı nedir?

Çözüm: a) İaedeli, Birbirinden bağımsız olaylar:
P(P ve L)= P(P) x P(L), Portakal çekiliyor ve tekrar kutuya konuluyor.
P(P ve L)=4/10 x 6/10=24/100=6/25

b) İaedesiz, Birbirine bağımlı olaylar:
P(P ve L)= P(P) x P(L /P), Portakal çekildikten ve kutudan ayrıldıktan sonra geriye kalanlardan limon çekilme olasılığı.
İlki portakal, ikincisi limon, P(P ve L)=4/10 x 6/9 =24/90=8/30=4/15

c) İaedesiz, Birbirine bağımlı olaylar: P(L ve L)= P(L) x P(L /L), Limon çekildikten ve kutudan ayrıldıktan sonra geriye kalanlardan limon çekilme olasılığı.
P(L ve L)= 6/10 x 5/9=30/90=1/3

Soru 50: Uçakların tam zamanında kalkması ihtimali, P(K)= 0.83; gideceği yere zamanında varması ihtimali P(İ)= 0.82 ve tam zamanında kalkma ve inmesi ihtimali P(K∩İ)=0.78 olması halinde;

a) Tam zamanında kakan bir uçağın,tam zamanında inmesi ihtimali
b) Tam zamanında inen bir uçağın, tam zamanında kalkması ihtimali

nedir?

Çözüm: a) $P(İ/K) = \frac{P(K \cap İ)}{P(K)} = \frac{0.78}{0.83} = 0.94$

b) $P(K/İ) = \frac{P(K \cap İ)}{P(İ)} = \frac{0.78}{0.82} = 0.95$

Soru 51: Elimizde iki kavanoz var. Birinci kavanozda 6 mavi ve 3 sarı, ikinci kavaonozda ise 5 mavi ve 4 sarı top bulunmaktadır. Bu durumda rasgele çekilen bir kavanozdan sarı çekme olasılığı nedir?

Çözüm: B1= {Birinci kavanozdan seçilme}

B2= {İkinci kavanozdan seçilme}

A= {Sarı top çekme}

P(A)= P(B1⋂A)+ $P(B2$⋂A)
P(B1⋂A)=P(B1) x P(A/B1) =(1/2) x (3/9)=3/18
$P(B2$⋂A)=$P(B2)$ x P(A/$B2$)=(1/2) x (4/9)=4/18
P(A)=3/18 + 4/18=7/18

Soru 52: Oynadıkları 12 satranç oyunundan 6'sını A, 4'ünü ise B kazanmış ve iki oyun berabere sonuçlanmıştır. A ve B'nin yeniden 3 oyun oynamaya karar vermeleri halinde,

a) Her üç oyunu da A'nın kazanması,
b) İki oyunun berabere sonuçlanması
c) Oyunları A ve B'nin sırayla kazanmaları

İhtimallerini bulunuz.

Çözüm: Bir oyunu A'nın kazanma ihtimali P(A) = $\frac{6}{12}$

B'nin kazanma ihtimali P(B) = $\frac{4}{12}$

Berabere kalma ihtimali P(b) = $\frac{2}{12}$

a) Üçünü de A kazanma ihtimali; P(AAA)= $\frac{6}{12}\ x\ \frac{6}{12}\ x\ \frac{6}{12} = 0.125$
b) P(bbA) + P(bAb) + P(Abb) + P(bbB) + P(bBb) + P(Bbb)
P= 3 x ($\frac{2}{12}\ x\ \frac{2}{12}\ x\ \frac{6}{12}$) + 3 x ($\frac{2}{12}\ x\ \frac{2}{12}\ x\ \frac{4}{12}$) = 0.00694
c) P(ABA) + P(BAB) = ($\frac{6}{12}\ x\ \frac{4}{12}\ x\ \frac{6}{12}$) + ($\frac{4}{12}\ x\ \frac{6}{12}\ x\ \frac{4}{12}$) = 0.1389

Soru 53: Kusursuz bir tavla zarı atıldığında sonucun çift bir sayı olduğu biliniyor. Bu sayının 4 çıkma olasılığını hesaplayınız.

Çözüm: S={1,2,3,4,5,6} , A={2,4,6} , B={4}

P(B/A)= $\frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{1/6}{3/6}$ =1/3

Soru 54: Bir kutuda test edilen ürünlerin %30'si A-testinden, %48'i B-testinden kalmış. Ürünlerin, %24'ise hem A-testinden hem de B-testinden kalmış.

a) Ürünlerin A veya B testlerinde kalma olasılığı nedir?

b) A testinde kalan bir ürünün B testinden kalma olasılığı nedir?

c) B testinden kalan ürünün A testinden kalma olasılığı nedir?

Çözüm:

$P(A)=0.3$
$P(B)=0.48$
$P(A \cap B)=0.24$

a) $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)==0.3+0.48-0.24=0.54$
b) $P(B \setminus A)= P(A \cap B) / P(A)=0.24/0.3=0.8$
c) $P(A \setminus B)= P(A \cap B) / P(B)=0.24/0.48=0.5$

Soru 55: Bilgisayar mühendisliği bölümü 2. sınıf öğrencilerinin %25'i matematik dersinde, %15'i de hem matematik hem fizik dersinde üstün başarı göstermiştir. Bu sınıftan rastgele bir öğrenci seçildiğinde, seçilen öğrenci matematik dersinden üstün başarılı ise, fizik dersinden de üstün başarılı olma olasılığı nedir ? M: Matematik, F: Fizik.

Çözüm: $P(M) = 0.25$

$P(M \text{ ve } F) = 0.15$

$P(F \setminus M)=P(M \text{ ve } F) / P(M) =0.15 / 0.25=0.60$

Soru 56: Bi şirket üç firmadan 100 makine satın almaktadır. 1.firmadan 60, 2.firmadan 30 ve 3.firmadan 10 oranında makine satın alınmaktadır. 1.firmadan gelen makinelerin %9'u, 2.firmadan gelen makinelerin 20'si ve 3.firmadan gelen makinlerin %6'sı arızalı çıkmıştır.

a) Şirkete sağlanan bir makinen arızalı çıkma olasılığı nedir?

b) Arızalı makinenen 2.firmadan gelmiş olma olasılığı nedir?

Çözüm: B: Bir makinenin arızalı çıkma olasılığı nedir?

Ai: Makinenin 1,2 ya da 3.firmadan gelme i=1,2,3 olayları olsun.

$P(A1)=0.60$, $P(A2)=0.30$, $P(A3)=0.10$

$P(B/A1)=0.09$, $P(B/A1)=0.20$, $P(B/A1)=0.06$

a) $P(B) \rightarrow$ makinenin arızalı olma olasılığı soruluyor.

P(B)=P(B/A1)P(A1) + P(B/A2)P(A2) + P(B/A3)P(A3)

P(B)=0.60 x 0.09 + 0.30 x 0.20 + 0.10 x 0.06

P(B)=0.12

Bu şirkete satın alınan makinelerin %12'si arızalı olacaktır.

b) Bayes Teoreminden yararlanarak çözülebilir.

$$P(A2|B) = \frac{P(B/A2)P(A2)}{\sum_{i=1}^{3} P(B/Ai)P(Ai)} = \frac{0.3 \text{ x } 0.20}{0.12} = 0.50$$

Şirket, makinelerin %30'unu 2.firmadan satın almasına karşın, arızalı makinelerin %50'si 2.firmadan gelmektedir.

Soru 57: A ülkesinde korona testi yapılan insanların %10 ununda sonuç pozitif çıkmaktadır ve sonucu pozitif çıkanların %6 sı ölmektedir. B ülkesinde korona testi yapılan insanların %12 sinde sonuç pozitif çıkmaktadır ve sonucu pozitif çıkanların %5 i ölmektedir. Ölen birisinin A ülkesinden olma olasılığı nedir?

Çözüm: Bayes Teoremi gereği;

$$P(A\ /Ö) = \frac{P(A \cap Ö)}{(P(A \cap Ö) + P(B \cap Ö)\ )} \text{ olmalıdır.}$$

P(A∩Ö)=P(A) x P(Ö/A),
P(B∩Ö)=P(B) x P(Ö/B)

P(A)=0.10
P(Ö/A)=0.6
P(A∩Ö)=0.06

P(B)=0.12
P(Ö/B)=0.5
P(B∩Ö)=0.06

$$P(A/Ö) = \frac{0.06}{(0.06+0.06\ )} = \frac{1}{2} = 0.5$$

Soru 58: İki atölyede sigara imal edilebilmekte olup toplam imalatın %70'i A atölyesinde gerçekleştirilmektedir. A atölyesinde imal edilen sigaraların %10'u ve B atölyesinde imal edilen sigaraların %15'i kusurludur. Buna göre kusursuz bir sigaranın B atölyesinde imal edilmiş olması ihtimali nedir?

Çözüm: P(A)= 0.7, P(B) = 0.3, P(K/A) = 0.1, P(K/B) = 0.15, P(K'/A)= 0.9, P(K'/B) = 0.85

Bayes teoremi gereğince;

$$P(B/K') = \frac{P(B) x\, P(K'/B)}{P(B) x\, P(K'/B) + P(A) x\, P(K'/A)}$$

$$P(B/K') = \frac{0.3 \text{ x } 0.85}{(0.3 \text{ x } 0.85)+(0.7 \text{ x } 0.9)} = 0.2881 = \%28.81$$

Soru 59: Bir ülkede, vatandaşların %52'si kadın. Ayrıca kadınların %20'sinin ve erkeklerin %15'inin bir işi olmadığı da biliniyor. Öyleyse, bu ülkedeki aktif nüfustan rastgele seçilen bir kişinin işsiz P(U) olma olasılığı nedir?

Çözüm: Koşullu olasılık:

P(U/K) = P(K ∩ U) / P(K)
P(K∩ U)= P(U/K) x P(K)
Kişinin bir kadın olma olasılığı: P (K)
Kişinin bir erkek olma olasılığı: P (E)
Vatandaşların %52'sinin kadın olduğunu bildiğimiz için P (K) = 0,52
Vatandaşların %48'inin erkek olduğunu bildiğimiz için P (E) = 1-0.52=0,48
Koşullu olasılıkları gereği:
→Bir kadının işsiz olma olasılığı: **P (U | K) = 0,20**
→Bir erkeğin işsiz olma olasılığı: **P (U | E) = 0,15**

Toplam olasılık yasasını kullanarak şunları elde ederiz:
P (U) = P (K) P (U / K) + P (E) P (U /E)
P (U) = 0,20 × 0,52 + 0,15 × 0,48
P (U) = 0,176

Aktif nüfusun %52'sinin kadın olduğu biliniyor. Ayrıca, işsiz kadınların yüzdesinin %20 olduğu biliniyor.

Rastgele, işsiz bir insan seçme olasılığımızın 0,176 olduğu biliniyor. Öyleyse, Bayes teoremini uygularsak, elde edeceğimiz sonuç, işsiz insanların arasından rastgele seçilen bir kişinin kadın olma ihtimalini hesaplayın.

$$P(K/U) = \frac{P(K) \text{ x } P(U/K)}{P(U)} = \frac{0.20 \text{ x } 0.52}{0.176} = 0.59$$

Soru 60: Bir araştırmaya göre her 100 yaşlıdan 1 tanesi, hastalanmakta ve yapılan test sonuçlarına göre, hastalıklı bir yaşlının testi %80 korona pozitif, sağlıklı bir yaşlının testi ise %10 korona pozitif sonuç vermektedir. Bu bilgilere göre test sonucu korona pozitif olan bir yaşlının gerçekten hasta olma olasılığı nedir?

Çözüm: A olayı yaşlının hastalanmasını, B olayı da yaşlığa yapılan testin korona pozitif çıkmasını göstersin.

Bayes Teoremi gereğince;

$$P(A \mid B) = \frac{P(A)xP(B / A)}{P(A)xP(B / A) + P(A')xP(B / A')} = \frac{\frac{1}{100} x\, 0.8}{(\frac{1}{100} x 0.8)+(\frac{99}{100} x\, 0.1)} = \frac{1}{13.75}$$

Soru 61: Üç farklı madeni para havaya atıldığında A, B ve C olayları aşağıdaki gibi tanımlanıyor:

A={TYT, YYT, YYY, TTT}

B={YYY, TTY, YYT, YTT}

C={TYT, TTY, TYY, YYY}

Bu olaylar tam bağımsız mıdır? İnceleyiniz.

Çözüm: Örnek uzayı; S={ TTT, YTT, TYT, TTY, YYT, YTY, TYY, YYY}

$$P(A)=P(B)=P(C)= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C) = 1/4$$

$$P(A \cap B \cap C) = 1/8$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B), \;\; P(A \cap C) = P(A)P(C), \;\; P(B \cap C) = P(B)P(C)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$$

şartları sağlandığından dolayı üç olay birbirinden tam bağımsızdır denilebilir.

Soru 62: 4 yüzünün her biri eşkenar üçgenden oluşan piramidin bir yüzü sarı, bir yüzü mavi, bir yüzü kırmızı diğer yüzü de her 3 renkle birden boyanmış olsun. Bu renkleri temsil eden olaylar sırasıyla S, M, K ile gösterilirse, bu olayların bağımsızlığını inceleyiniz.

Çözüm:

Her renk için sırf kendi rengiyle boyandığı 1 yüz var , 1 yüz de diğer renklerle birlikte boyandığı yüz var yani her renk toplam 4 yüzden 2'sine sahip. Bu duurmda olasılıklar;

$P(S)=P(M)=P(K)= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ olur.

Her iki rengin ortak olarak bulunduğu bir yüz var yani;

$$P(S \cap M) = P(S \cap K) = P(M \cap K) = 1/4$$

Her üç rengin ortak olarak bulunduğu da 1 yüz var yani;

$$P(S \cap M \cap K) = 1/4$$

Ancak;

$$P(S \cap M \cap K) = 1/4 \neq P(S)P(M)P(K) = 1/8$$

Olduğu için ikişer ikişer bağımsızlıklar sağlansa bile üçer bağımsızlık sağlanmadığı için olaylar arasında tam bağımsızlık yoktur denilmektedir.

Soru 63: Bir silindirin çapı 10 kere ölçülmüş ve 3.88, 4.09, 3.92, 3.97, 4.02, 3.95, 4.03, 3.92, 3.98 ve 4.06 cm sonuçları elde edilmiştir. Bu 10 ölçümün aritmetik ortalamasını bulunuz.

Çözüm:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Formülü gereği aritmeik ortalamayı hesaplarsak;

$$\bar{X} = \frac{\mathbf{3.88+ 4.09+ 3.92+ 3.97+ 4.02+ 3.95+ 4.03+ 3.92+ 3.98+4.06}}{\mathbf{10}} = 3.982 \text{ cm}$$

Soru 64: 120 tane sayıdan 20 tanesi 4, 40 tanesi 5, 30 tanesi 6 be geriye kalanlar 7'dir. Bu sayıların aritmetik ortalamasını bulunuz.

Çözüm: Verilen seri tekrarı verilerin bulunduğu bir veri seti olduğundan;

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} fi * xi$$

$$\bar{X} = \frac{(4\ x\ 20)+(5\ x\ 40)+(6\ x\ 30)+(7\ x\ 30)}{120} = 5.8$$

Soru 65: Bir öğrencinin istatistik, programlama, lojik, temel elektronik ve ingilizce ders notları sırasıyla 80, 85, 90, 70 ve 95'tir. Derslerin kredi saatlerinin de sırasıyla 3, 5, 4, 4 ve 2'dir. Öğrencinin ağırlıklı not ortalmasını hesaplayınız?

Çözüm:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \quad \textbf{yani} \quad \bar{x} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \cdots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n}$$

$$\bar{X} = \frac{(3\ x\ 80)+(5\ x\ 85)+(4\ x\ 90)+(4\ x\ 70)+(2\ x\ 95)}{3+5+4+4+2}$$

$$= \frac{(240)+(425)+(360)+(280)+(190)}{18} = 83.05$$

Soru 66: Aşağıda 100 ampüle ait dayanma sürelerini gösteren sınıflandırılmış (gruplandırılmış) veriler gösterilmektedir.

Sınıf Limitleri(Dayanma Süresi-gün)	Ampül Sayısı
30-44	5
45-59	13
60-74	10
75-89	14
90-104	20
105-119	20
120-134	18

Çözüm:

Sınıf Limitleri(Dayanma Süresi-gün)	f(Ampül Sayısı)	Sınıf Orta Değeri (yi)
30-44	5	37
45-59	13	52
60-74	10	67
75-89	14	82
90-104	20	97
105-119	20	112
120-134	18	127

Sınıflandırılmış veriler için aritmetik ortalama:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \text{fi} * yi}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{(5\ x\ 37)+(13\ x\ 52)+(10\ x\ 67)+(14\ x\ 82)+(20\ x\ 97)+(18\ x\ 127)}{100} = 91.45 \text{ gündür.}$$

Soru 67: Bir akarsuyun ölçülen debi değerleri (m^3/s) 3.9, 4.5, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 5.0, 5.1, 5.3, 5.5, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 olarak verilmiştir. Ortalama debi ve ortanca (medyan) debi değerlerini hesaplayınız.

Çözüm:

$$\bar{X} = \frac{3.9+4.5+4.5+4.6+4.7+4.8+4.9+5.0+5.1+5.3+5.5+5.5+5.6+5.7+5.8}{15} = 5.02$$

Medyan hesaplamak için öncelikle küçükten büyüğe doğru sıralama yapılmalıdır. Soruya bakıldığı zaman sayıların zaten sıralı olduğu görülmektedir. Medyan için ikinci faktör veri sayısına bakılmalıdır çift midir tek midir belirlenmelidir. n=15 yani veri sayımızdır tek sayıdır.

3.9, 4.5, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 5.0, 5.1, 5.3, 5.5, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8

n=15 tek sayıda örnek olduğu için;

$$M = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

$\frac{n+1}{2} = \frac{15+1}{2} = \frac{16}{2} = 8$, 8.indisteki sayı değerimiz ortanca değerdir. M=5.0'dır.

Soru 68: Aşağıdaki tabloda İngilizce kursuna giden 10 öğrencinin 100 kelimelik İngilizce bir metni okuduklarında yaptıkları bir telaffuz hatalarının sayıları verilmiştir. Bu veri grubunun ortanca (medyan) değerini hesaplayınız.

1. Öğrenci	42
2. Öğrenci	15
3. Öğrenci	28
4. Öğrenci	29
5. Öğrenci	15
6. Öğrenci	28
7. Öğrenci	18
8. Öğrenci	38
9. Öğrenci	26
10. Öğrenci	9

Çözüm: Önce verilerin sıralı bir şekilde yazılması gerekmektedir.

9, 15, 15, 18, 26, 28, 28, 29, 38, 42

Örnek sayısı n=10'dur.

n çift ise → $\frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\left(\frac{n}{2}\right)+1}\right)$

formülü ile medyan hesaplanmalıdır. $\frac{n}{2} = 5$, $\frac{n}{2} + 1 = 6$; 5. ve 6. indislere denk gelen değerlerin ortalaması alınarak medyan değeri bulunur.

5. indisdeki değer: 26

6. indisdeki değer: 28

M= $\frac{26+28}{2} = 27$ olarak bulunur.

Soru 69: Bir ülkede belli bir yıl içerisinde cezaevine giren hükümlülerin yaş sınıflarına (gruplarına) göre dağılımları aşağıdaki gibidir. Bu dağılım için ortanca (medyan) yaşı bulunuz.

Çözüm:

Sınıf Sınırları(Yaşlar)	f
11.5-15.5	1384
15.5-18.5	4845
18.5-21.5	6746
21.5-29.5	22985
29.5-39.5	25536
39.5-49.5	9996
49.5-59.5	6967
59.5-64.5	1601

n= f1+f2+f3+f4+f5+f6+f7+f8=80955

İlk olarak medyan sınıf bulunur.

f1 + f2 +…+fi ≥ $\frac{n}{2}$ olan ilk sınıfa medyan sınıfı denir.

Meydan sınıf belirlendikten sonra sınıflandırılmış veriler için medyan aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$M = L_m + \frac{\left(\frac{n}{2} - nm\right)}{fm} * h$$

$\frac{n}{2} = \frac{80955}{2}$ yaklaşık olarak 40477 olmaktadır. f1+f2+ …+fi ≥ $\frac{n}{2}$ olacak şekilde 40477.5 olan ilk sınıf sınırları 29.5-39.5 olan sınıf olmaktadır. Dolayısıyla bu sınıf için ortance formülü uygulanmalıdır.

M= 29.5 + $\frac{40477-35960}{25536}$ x 10 = 31.27 olarak elde edilir.

Soru 70: "Bu cümlenin her bir kelimesindeki harfleri sayın ve modu verin."

Çözüm: Cümlenin içindeki ilk 10 harflerin sayılarını

B – 2 , U – 2, C – 1, Ü – 1, M – 3, L – 3, E – 8, N – 5, İ – 7, H – 2, R – 4, K – 2, S – 2, D – 2, A – 2

2 2 1 1 3 3 8 5 7 2 4 2 2 2 2

Verileri tararken, modun 2 olduğunu görüyoruz, çünkü ikişer defa tekrarlanan çok fazla harf olduğunu görüyoruz. Mod=2

Soru 71: 32, 36, 39, 35, 33, 36, 31, 36, 39, 37, 36, 39, 39 sayı setinin modunu bulunuz.

Çözüm: 36 ve 39 sayılarının her ikisi de 4 kere tekrarlanmıştır. Dolayısıyla en çok tekrarlanan terim iki tanedir. Bu sebeple bu serinin iki modu vardır bunlar 36 ve 39'dur.

Soru 72: Bir ülkedeki aile reislerinin yaş dağılımı aşağıdaki gibi gruplandırılmıştır. Bu veri için modu bulunuz.

Sınıf Sınırları(Aile Reisinin Yaşı)	F (Aile Resisi Sayıyı – Milyon)
15-24	4.05
23-34	5.08
34-44	10.45
44-54	9.47
54-64	6.63
64-74	4.16
74-84	1.66

Çözüm: En büyük frekansa sahip sınıf sınırları 34-44 olan sınıftır. O halde modal sınıfımız bu sınıftır. Modal sınıf belirlendikten sonra aşağıdaki değerler ve formül ile sınıflandırılmış verilerde mod hesaplanır.

L_{td}= Modal sınıfın alt sınıf sınırı

$\Delta 1$= Modal sınıfın frekansı ile bir önceki sınıfın frekansı farkı

$\Delta 2$= Modal sınıfın frekansı ile bir sonraki sınıfın frekansı farkı

h= Sınıf genişliği

olmak üzere

$$\text{Mod} = L_{td} + \frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2} * h$$

$$\text{Mod} = 34 + \frac{5.37}{5.37+0.98} \text{ x } 10 = 42.45$$

Soru 73: Bir öğrenci, üniversitelere giriş sınavı hazırlık aşamasında her hafta bir matematik deneme testine girmektedir. Öğrencinin son iki haftada girdiği 40 soruluk testlerdeki doğru cevap sayısı aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir.

1. Hafta	2. Hafta
25	28
28	30
30	33
33	34
34	34

Öğrencinin başarısının hangi haftada daha homojen olduğu belirlenmek isteniyor. Değişim aralığı yaklaşımı ile öğrencinin başarısının homojenliğini değerlendirelim.

Çözüm: Değişim Aralığı, serideki en büyük değer ile en küçük değer arasındaki farka dayandığına göre;

1. Hafta için değişim aralığı: 34-25=9
2. Hafta için değişim aralığı: 34-28=6

Buna göre, 6 < 9 olması sebebiyle öğrencinin 2.haftada gösterdiği matematik başarısının daha homojen olduğunu söylemek mümkündür. Başka bir deyişle öğrenci 2.haftada test sonuçları anlamında daha istikrarlı bir başarıya sahiptir.

Soru 74: Bir işletmede belli bir parçayı üreten işçinin bu parçayı üretim süresi gözlemlenmiş ve aşağıdaki gruplandırılmış veriler elde edilmiştir. Bu verilere göre parça üretim süresinin değişim aralığını bulunuz.

Üretim Süresi	Parça Sayısı	$\sum fi$
30-35	10	10
35-37	30	40
37-40	40	80
40-42	35	115
42-50	20	135
50-60	5	140

Çözüm: Değişim Aralığı sınıflandırılmış (gruplandırılmış) verilerde en yüksek sınıfın üst sınırından en düşük sınıfın alt sınırı çıkarılarak elde edilir.

Değişim Aralığı (Range-R)= 60 – 30 = 30

Soru 75: Aşağıda diyabet hastası olduğu şüphesiyle hekime başvuran 35 yaşında bir erkeğin, 30 günlük süre içinde yapılan açlık kan şekeri ölçümleri veriliyor. Bu ölçüm değerleri için ortalama mutlak sapmayı bulunuz.

Kan şekeri ölçümleri:

120, 127, 133, 140, 125, 135, 110, 145, 100, 150, 123, 155, 115, 125, 105, 145, 132, 130, 138, 142, 152, 117, 120, 135, 140, 143, 125, 136, 109, 120

Çözüm:

$$\text{O.M.S}= \frac{\sum |xi - \bar{x}\,|}{n}$$

$$\bar{X}\ \text{(aritmetik ortalama)}= \frac{120+127+\cdots+120}{30} = 129.73$$

$$\text{O.M.S}= \frac{|120-129.73|+|127-129.73|+\cdots+|120-129.73|}{30} = 11.6846$$

Soru 76: Bir tüp bebek merkezinde, tedavi yoluyla bebek sahibi olan 80 kadının bebek sahibi oldukları yaşlar inceleniyor ve aşağıdaki tablo ile toplanan veriler düzenleniyor. Bu kliniğe başvuran kadınların tüp bebek yöntemiyle bebek sahibi oldukları ortalama yaşı ve ortalama sapmasını hesaplayınız.

Yaş sınıfları	Frekanslar (f_i)	Sınıf orta noktaları (y_i)
34-36	29	35
36-38	25	37
38-40	14	39
40-42	12	41
	80	

Çözüm:

Yaş sınıfları	Frekanslar (f_i)	Sınıf orta noktaları (y_i)	$f_i y_i$	$y_i - \bar{X}$	$\lvert y_i - \bar{X} \rvert$	$f_i \lvert y_i - \bar{X} \rvert$
34-36	29	35	1015	-2,225	2,225	64,525
36-38	25	37	925	-0,225	0,225	5,625
38-40	14	39	546	+1,775	1,775	24,85
40-42	12	41	492	+3,775	3,775	45,3
	80		2978			140,3

$\bar{X}$ (aritmetik ortalama)= $\frac{2978}{80} = 37.225$

O.M.S= $\frac{140.3}{80} = 1.75$

Soru 77: Bir üniversite öğrencisi, üç ay içinde 15 değişik günde sinemaya gitmiş ve farklı sinema salonlarında farklı ücretler ödemiştir. Öğrencinin ödediği sinema bilet ücretleri (örneklem verileri) aşağıda gösterilmiştir. Buna göre, öğrencinin sinema bileti için ödediği ücretin varyans, standart sapması ve değişim (varyasyon) katsayısı nedir?

Sinema Bilet Ücreti (TL): 18, 20, 25, 27, 30, 22, 15, 12, 28, 32, 16, 23, 25, 13, 19

Çözüm:

Örneklem için varyans formülü aşağıdaki gibidir.

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}$$

İlk olarak aritmetik ortalama hesaplanmalıdır. $\bar{x} = \frac{18+20+\cdots+19}{15} = 21.66$

$$s^2 = \frac{(18-21.66)^2+(20-21.66)^2+\cdots+(19-21.66)^2}{15-1} = 38.38$$

Standart sapma bir veri setinin varyansının kareköküne eşittir.

$s = \sqrt{38.38} = 6.19$

Örneklem için değişim katsayısı aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$\text{Örneklem için D.K.} = \frac{s}{\bar{x}}$$

$$\text{D.K.} = \frac{6.19}{21.66} = 0.2857$$

Soru 78: Bir tüp bebek merkezine başvurarak bebek sahibi olan kadınların, başvurularından itibaren ortalama olarak kaç hafta sonra gebe kaldıkları araştırılıyor. Tedavi sonrasında gebe kalan kadınların başvuru tarihleri dikkate alınarak, gebe kaldıkları tarihe kadar geçen süre hafta cinsinden tespit ediliyor ve elde edilen **popülasyon verileri** aşağıdaki tablo ile düzenleniyor. Bu veriler için varyans, standart sapma ve değişim katsayısını bulunuz.

Sınıflar (hafta olarak)	Frekanslar fi
0-4	5
4-8	8
8-12	8
12-16	10
16-20	9

Çözüm:

Sınıflar (hafta olarak)	Frekanslar fi	yi	fi x yi	$(yi - \bar{X})$	$(yi - \bar{X})^2$	$fi(yi - \bar{X})^2$
0-4	5	2	10	-9	81	405
4-8	8	6	48	-5	25	200
8-12	8	10	80	-1	1	8
12-16	10	14	140	+3	9	90
16-20	9	18	162	+7	49	441
	40		440			1144

Öncelikle, kliniğe başvuran kadınların gebe kalana kadar geçirdiği ortalama süreyi hesaplanmalıdır. Sınıflanmış serilerde kullanılan aritmetik ortalama formülünü kullanarak, ortalama süre aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\bar{X} = \frac{\sum y_i X_i}{\sum fi} = \frac{440}{40} = 11\ hafta$$

Gruplandırılmış popülasyon verileri için varyans aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} fi(yi - \bar{x})^2$$

$$\sigma^2 = \frac{1144}{40} = 28.6$$

Gruplandırılmış verilerdeki Standart Sapma da varyans değerlerinin kareköküdür.

$\sigma = \sqrt{28.6} = 5.35$ hafta

Popülasyon için değişim katsayısı aşağıdaki formül ile hesaplanır.

Popülasyon için D.K.= $\frac{\sigma}{\bar{x}}$

D.K. = $\frac{5.35}{11} = 0.4863$

Soru 79: Bir öğrencinin girdiği on beş sınavdan 20 üzerinden aldığı notlar aşağıdaki tabloda verildiği gibidir. Öğrencinin aldığı notlar için alt çeyrek, üst çeyrek ve çeyrekler açıklığını bulunuz.

3	5	5	7	7
8	8	8	9	10
12	12	14	15	15

Çözüm: Çeyrekler açıklığı bulunurken verilerin medyanı (ortancası) bulunur. Medyan verileri iki eşit gruba ayırır.

ilk grubun medyanına alt çeyrek, ikinci grubun medyanına üst çeyrek denir.

Bir veri grubundaki üst çeyrek ile alt çeyrek arasındaki farka çeyrekler açıklığı denir.

Tablodaki sayıların oluşturduğu sayı dizisi;

3, 5, 5, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 10, 12, 12, 14, 15, 15

Sayı dizisi tek terimli (15 terimli) olduğundan medyan (ortanca) değeri tam ortadaki terimdir (n+1)/2 .terim. Medyanın solundaki terimlerin (alt grubun) ortancası alt çeyrek, medyanın sağındaki terimlerin (üst grubun) ortancası üst çeyrektir.

(n+1)/2 .terim= 8. Terimin değeridir .

3, 5, 5, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 10, 12, 12, 14, 15, 15

Medyanın solundaki terimlerin (alt grubun) medyanı = altçeyrek=Q1=7

Medyanın sağındaki terimlerin (üst grubun) medyanı = üstçeyrek= Q3 =12

Q1= 7, Q3=12

Çeyrekler açıklığı = IQR= 12 – 7 =5’tir.

Soru 80: Bir sınıftaki öğrencilerin ağırlıkları aşağıda verilmiştir.

Erkek	55	60	75	65	60	70	55	60	65	80	75
Kız	45	50	55	45	50	60	40	55	60	65	65

Bu tabloyu kullanarak erkekler ve kızlar için en küçük değer,en büyük değer, en büyük değer alt çeyrek, üst çeyrek ve ortanca değerlerini bularak kızlar için kutu grafiğini çiziniz.

Çözüm:

<u>Erkek öğrencilerin ağırlıkları sıra ile yazılır.</u>

55,55,60,60,60,65,65,70,75,75,80

Erkekler için; en küçük değer: 55,   en büyük değer: 80, ortanca: 65, alt çeyrek: 60, üst çeyrek: 75

Kız öğrencilerin ağırlıkları sırası ile yazılır.

40,45,45,50,50,55,55,55,60,60,65

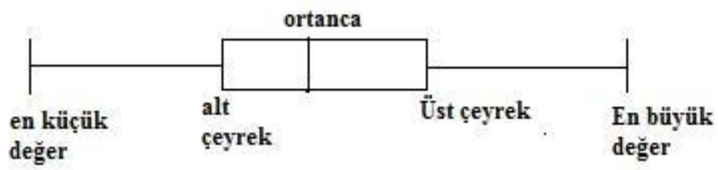
Kızlar için; en küçük değer: 40, en büyük değer: 65, ortanca: 55, alt çeyrek: 45, üst çeyrek: 60

Alt Uç Değer = Q1 – 1.5(IQR)= 45 –(1.5 x 15) =22.5

Üst Uç Değer = Q3 + 1.5(IQR)= 45 +(1.5 x 15)= 67.5

Alt uç sınır ve üst uç sınır aralığı dışında kalan eleman bulunmamaktadır yani aykırı değer bulunmamaktadır. Bu nedenle en küçük değer yine =40, en büyük değer yine= 65 olur.

Bilgiler kutu grafiğe aşağıdaki gibi aktarılır.



Buna göre grafiği çizelim.