Nama : Nurul Maulina Nainggolaan
NIM : 21104053
Kelas : SE05-02

Asignment CLO3 : prof Methods and Mathematical Induction

Problem 1.

Diketahui : a adalah bilangan ganjil
b adalah bilangan genap.

Jawab: (a) $(a-2)b$
$= a-2 = (2k+1)-2$
$= 2k-1$
=> bilangan ganjil

(b) $(a-1)(b-1)$
=> $a-1 = (2k+1)-1 = 2k$ (genap)
=> $b-1 = (2m)-1 = 2m-1$ (ganjil)
$= (2k)(2m-1) = 4km - 2k$
= Genap

(c) $3b-a^2$
=> $3b = 3(2m) = 6m$ (genap)
=> $a^2 = (2k+1)^2 = 4k^2+4k+1$ (ganjil)
=> $3b - a^2 = 6m - (4k^2+4k+1)$
$= (6m - 4k^2 - 4k) - 1$
=> Ganjil

(d) a^2-b
$a^2 = (2k+1)^2 = 4k^2+4k+1$ (ganjil)
$b = 2m$ (genap)
maka, $(4k^2+4k+1)-(2m)$
$= (4k^2+4k-2m)+1$
=> bilangan ganjil

(e). $a-b^2$
$a = 2k+1$ (ganjil)
$b^2 = (2m)^2 = 4m^2$ (genap)
=> $(2k+1)-4m^2 = (2k-4m^2)+1$
=> bilangan ganjil

Problem 2.

(a). Misalkan $a = x^2$ dan $b = y^2$, dengan $x, y \in \mathbb{Z}$
$a+b-2\sqrt{ab} = x^2+y^2-2xy$
$= x^2+y^2-2xy$
$= (x-y)^2$

=> benar (True)

(b) $x+(x+2)+(x+4)+(x+6)$
$= 4x+12$
Faktorkan:
$4x+12 = 4(x+3)$

=> TRUE

(b) jika n adalah bilangan positif. maka n^2+n+1 selalu bilangan prima.
Misalkan $n=4$
$n^2+n+1 = 4^2+4+1 = 16+4+1 = 21$ (bukan)

=> false

(c) Diberikan:
$a \geq 2b$
$b \geq 2c$
Substitusi $b = a \geq 2b \geq 2(2c) = 4c$

=> TRUE

Problem 3

(a) • bilangan bulat n
• Jika $3n+3$, bilangan genap
• $n+4$, bilangan ganjil

Jika, $3n+3$ (genap), maka n = genap.

Jadi, $n+4$ = Genap + 4 = Genap.

=> False.

(b). Misalkan n, a, b, c = bilangan bulat. $n = abc$.

$n = abc$
• Salah satu dari a, b, c harus memiliki 2 faktor
• Jika semua a, b, c adalah bilangan ganjil (ganjil × ganjil = ganjil)
• agar n = genap. setidaknya satu dari a, b, c, genap

=> benar

Problem 4

(a). terdapat 34 provinsi

=> Jumlah total = $34 \times 2 = 68$

=> Untuk mendapat 3 orang dalam provinsi yang sama, maka:

$68 + 1 = \underline{\underline{69}}$

maka, minimum jumlah orang = $\underline{\underline{69}}$

(b) Ada 5 rasa Permen:
• Chocolate : 7 buah,
• Strawberry : 7 buah,
• Vanilla : 8 buah,
• Orange : 8 buah
• Coffe : x buah.

1. Skenario terburuk.

= 7 (Chocolate) + 7 (Strawberry) + 8 (vanilla) + 8 (orange)

= 30 permen

=> semua dari 4 rasa.

=> Setelah itu tambahkan dengan 1 permen coffe agar setidaknya ada 1 permen coffe.

maka, Jawaban = $\underline{\underline{31}}$

Problem 5

• Jika $n+1$ genap, maka n^2 genap
• $n+1$ = genap. maka $n+1 = 2k$
• $n = 2k-1$
• Untuk bilangan ganjil n, hasil kuadratnya n^2 juga ganjil

ganjil × ganjil = ganjil

n^2 tidak genap

=> Arah kedepan salah karena $n+1$ genap berarti n ganjil dan kuadrat bilangan ganjil

Problem 6

• $n=1 \Rightarrow 6^1 - 1 = 5$, Jelas habis dibagi 5.
• Asumsi induksi,

$n = k$

$= 6k - 1$, (habis dibagi 5)
• Buktikan

$n = k+1$

$\Rightarrow 6^{k+1} - 1 = 6 \cdot 6^k - 1$

$\Rightarrow 6^{k+1} - 1 = (6 \cdot 6^k - 6) + 5$

$6^{k+1} - 1 \quad 6(6^k - 1) + 5$

=> Diasumsikan:

$6k - 1$ = habis dibagi 5

6^{k+1} = habis dibagi 5

maka, $6^n - 1$ terbukti habis dibagi 5 untuk semua $n \geq 1$

Problem 7

1) Pengecekan

Untuk $n=1 \Rightarrow 2(1)+3 = 5$ dan $2^1 = 2$

$\Rightarrow 5 < 2$ (tidak memenuhi)

$n=4 \Rightarrow 2(4)+3 = 11$ dan $2^4 = 16$

$\Rightarrow 11 < 16$ (memenuhi)

2) Pembuktian

Ketidaksamaan $2n+3 < 2^n$ benar untuk $n \geq 4$

$n = 4$

$2(4)+3 = 11$ dan $2^4 = 16 \Rightarrow 11 < 16$.

3) Asumsi Induksi

$n = k$, $2k+3 < 2^k$

4.) Buktikan $n = k+1$

$2(k+1)+3 \leq 2^{k+1}$

• $2(k+1)+3 = 2k+2+3 = 2k+5$

• $2^{k+1} = 2 \cdot 2^k$

• $2k+5 < 2 \cdot 2^k$

$= (2k+3)+2 < 2^k + 2$

$2k+5 < 2^k + 2$

=> semua bilangan bulat positif n yang memenuhi $n \geq 4$

Problem 8

(a) bentuk matematis dari ekspresi $6+12+18+\cdots+\cdots 6n$.

1. $a=6$
   $d=6$
   suku ke-n $=6n$

2. Jumlah n.
   $$S_n = \frac{n}{2} \times (6+6n) = \frac{n}{2} \times 6(1+n)$$
   $$= 3n(n+1)$$

3. Bandingkan

   Pilihan (1) $6+12+18+\ldots+6n = 12n-6$ (salah)

   Pilihan (2) $6+12+18+\cdots+6n = 3n(n+1)$ (benar)

(b) Diketahui $n=10$, sehingga

$6+12+18+\cdots+60$

- Gunakan rumus jumlah

$$S_n = 3n(n+1)$$
$$= S_{10} = 3(10)(10+1)$$
$$= 3(10)(11)$$
$$= \underline{\underline{330}}$$

(c) Predikat $P(n)$

- $P(n)$: Jumlah $6+12+18+\ldots+6n = 3n(n+1)$
- Cek $n=1$
  $$6 = 3(1)(1+1) = 3(1)(2) = 6$$

$\Rightarrow n=1$, terbukti

- $P(k)$ benar untuk $n=k$.
  $$6+12+18+\ldots+6k = 3k(k+1)$$
- Buktikan $P(k+1)$
  $$= 6+12+18+\ldots+6k+6(k+1) = 3(k+1)((k+1)+1)$$
  $$= 6+12+18+\ldots+6k+6(k+1) = 3k(k+1)+6(k+1)$$

Faktorkan $6(k+1)$
$$= 3k(k+1)+6(k+1) = (k+1)(3k+6)$$
$$= (k+1)(3k+6) = (k+1)(3(k+2)) = 3(k+1)(k+2)$$

maka, $P(k+1) \Rightarrow$ benar.

Problem 9

$a_0 = 1$

$a_1 = 6$

$\Rightarrow a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$, untuk $n \geq 2$

$a_2 = 6a_1 - 9a_0 = 6(6) - 9(1) = 36 - 9 = 27$

$a_3 = 6a_3 - 9a_1 = 6(27) - 9(6) = 162 - 54 = 108$

$\Rightarrow a_3 = 108$

Problem 9

(b) $= a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$

$= a_n = r^n$

$= r^n = 6r^{n-1} - 9r^{n-2}$

$\Rightarrow$ untuk $r \neq 0$

$r^2 = 6r - 9$

$\Rightarrow r^2 - 6r + 9 = 0$

$(r-3)^2 = 0$

Jadi, $r=3$ adalah akar ganda.

$$a_n = c_1 3^n + c_2 \cdot n \cdot 3^n$$

- $a_1 = 1$
  $$a_0 = c_1 \cdot 3^0 + c_2 \cdot 0 \cdot 3^0 = c_1 = 1$$
- $a_2 = 6$
  $$a_0 = c_1 + 3^1 + c_2 \cdot 0 \cdot 3^0 = c_1 = 1$$
  $$a_1 = c_1 + 3^1 + c_2 \cdot 1 \cdot 3^1 = 1 \cdot 3 + c_2 \cdot 3$$
  $$= 3 + 3c_2 \cdot 6 = 3 + 3c_2 \Rightarrow 3c_2 = 3 \Rightarrow c_2 = 1$$
  $$a_n = (1+n) \cdot 3^n$$
  $$\underline{\underline{a_n = 3^n + n \cdot 3^n}} \quad \text{(benar)}$$

(c) untuk $n=0$, $a_0 = (1+0) \cdot 3^0 = 1$ benar

untuk $n=1$, $a_1 = (1+1) \cdot 3^1 = 6$, benar

Misalkan $a_k = (1+k) \cdot 3^k$ dan $a_{k-1} = (1+(k-1)) \cdot 3^k$

$$a_{k+1} = 6a_k - 9a_{k-1}$$

Subsitusi

$$a_{k+1} = 3^k \cdot [6(1+k) - 9(1+k-1)]$$
$$= 3^k \cdot (3+3k)$$
$$= (1+(k+1)) \cdot 3^{k+1}$$
$$a_n = (1+n) \cdot 3^n$$

$\underline{n \geq 0 \text{ terbukti}}$

Problem 10

(a) $x_0 = 3$, $x_1 = 3$, $x_n = x_{n-1} + 2x_{n-2}$ untuk $n \geq 2$

$x_2 = x_1 + 2x_0 = 3 + 2(3) = 3 + 6 = 9$

$x_3 = x_2 + 2x_1 = 9 + 2(3) = 9 + 6 = 15$

$x_3 = \underline{\underline{15}}$

(b) $x_0 = 3$ $\quad x_2 = 9$

$x_1 = 3$ $\quad x_3 = 15$

- $x_n = 3n + 3$

$n=0$: $x_0 = 3(0) + 3 = 3$, benar

$n=1$, $x_1 = 3(1) + 3 = 6$, salah

• $x_n = 3^{n+1}$

$n = 0$; $x_0 = 3^{0+1} = 3^1 = 3$, benar

$n = 1$; $x_1 = 3^{1+1} = 3^2 = 9$, salah

=> belum cocok

(c) $x_n = 2^{n+1} + (-1)^n$

$n = 0$, $x_0 = 3$, cocok

x_k benar, x_{k+1} rekursi

=> terbukti

CS Dipindai dengan CamScanner