

## উচ্চতর গণিত

# HSC Final Preparation Course

অধ্যায় ১: ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

লেকচার M-01

# আজকের টপিক

ম্যাট্রিস্কের প্রকারভেদ

ম্যাট্রিস্কের  
যোগ-বিয়োগ-গুণ

নির্ণায়ক

অনুরাশি

সহগৃহ

নির্ণায়কের ধর্মাবলী

# ম্যাট্রিক্স

Galib	Phy-50	Chem-70	Math-98
Ratul	-100	-80	-70
Jim	70	-95	-80

	Phy	Chem	Math
Ratul	100	80	70
Galib	50	70	90
Jim	70	95	80

অসমীয়া শব্দ

Order =  $(3 \times 3)$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

মাত্রিক্স

উপাদান  
তুক্তি

$a_{23}$  → কলাম  
→ স্তর

# বিভিন্ন রকমের ম্যাট্রিক্স

বই পঞ্জীয়ন

# বর্গ ম্যাট্রিক্স

৩

৩

3	-9	0
1	4	9
5	6	-8

ত্যাবি = কলান্ত

# আয়তকার ম্যাট্রিক্স

আঢ়ি ≠ কলাম

3	-9	0
1	4	9

2x3

3	-9
1	4
5	6

3x2

# কলাম ম্যাট্রিক্স

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$3 \times 1$   
কলাম

# সারি ম্যাট্রিক্স

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & -8 \end{pmatrix}$$

$| \times 3$   
 $\rightarrow$  মাত্রিক্স

# কর্ণ ম্যাট্রিক্স

3	0	0
0	4	0
0	0	-8

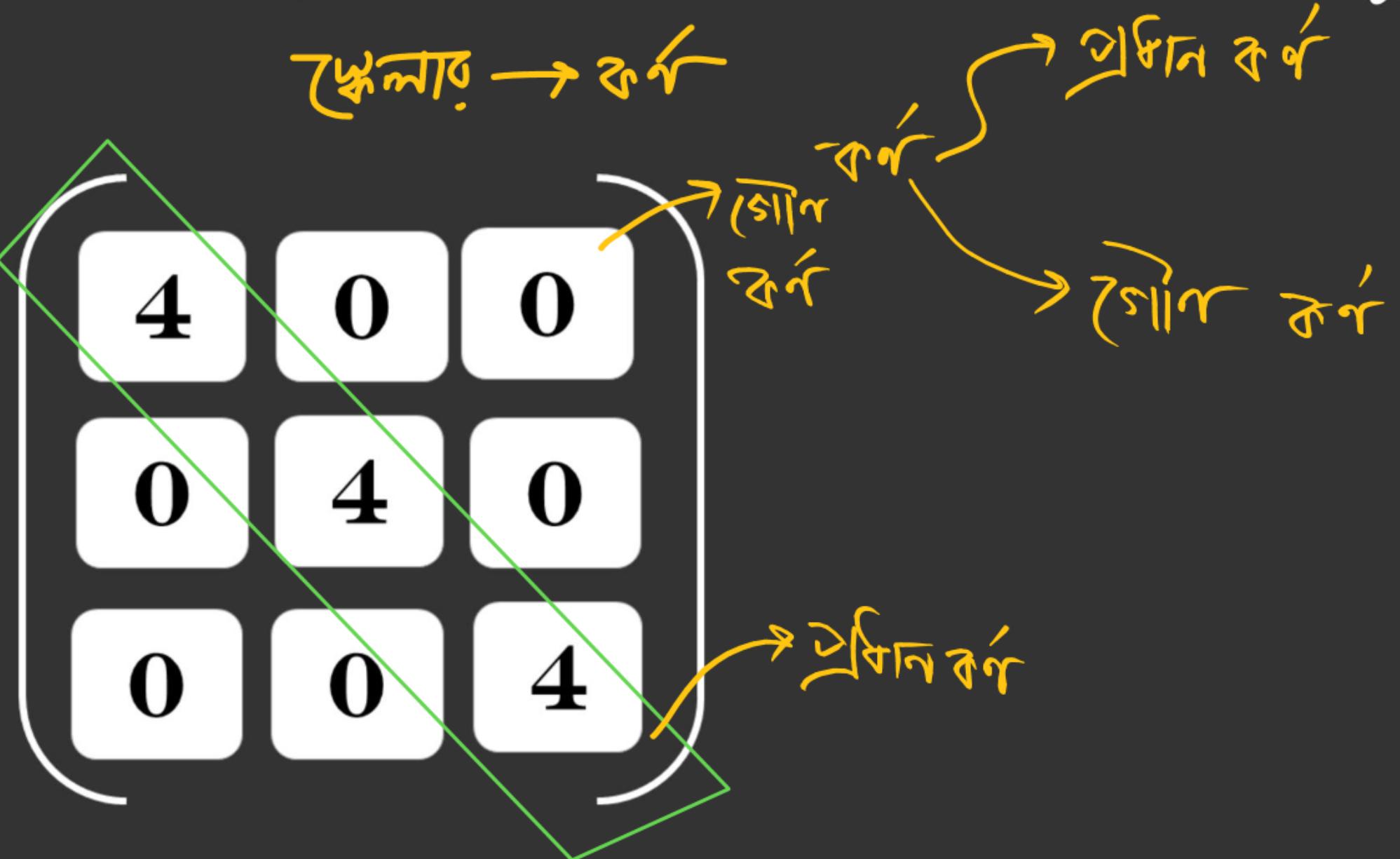
কর্ণ বঢ়াবড় অংখ্যা  
যাকতে

# ক্ষেত্রাব ম্যাট্রিক্স

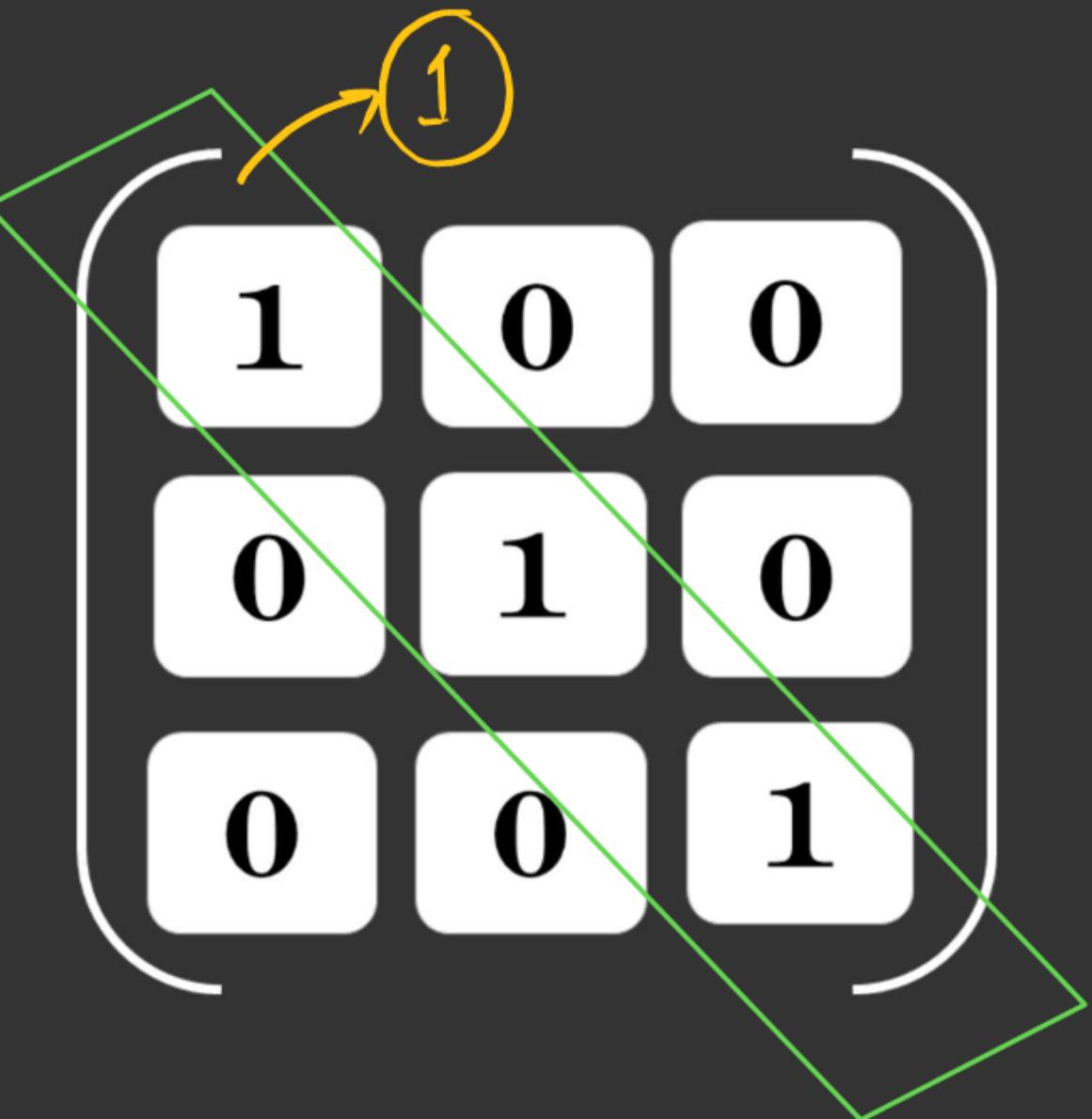
প্রধান কর্তৃত  
অংকু গুলো

গোটা = ট্রাইজ (12)

গুণাফল = মুখ্যমাত্র (৮৪)



# অভেদক ম্যাট্রিক্স



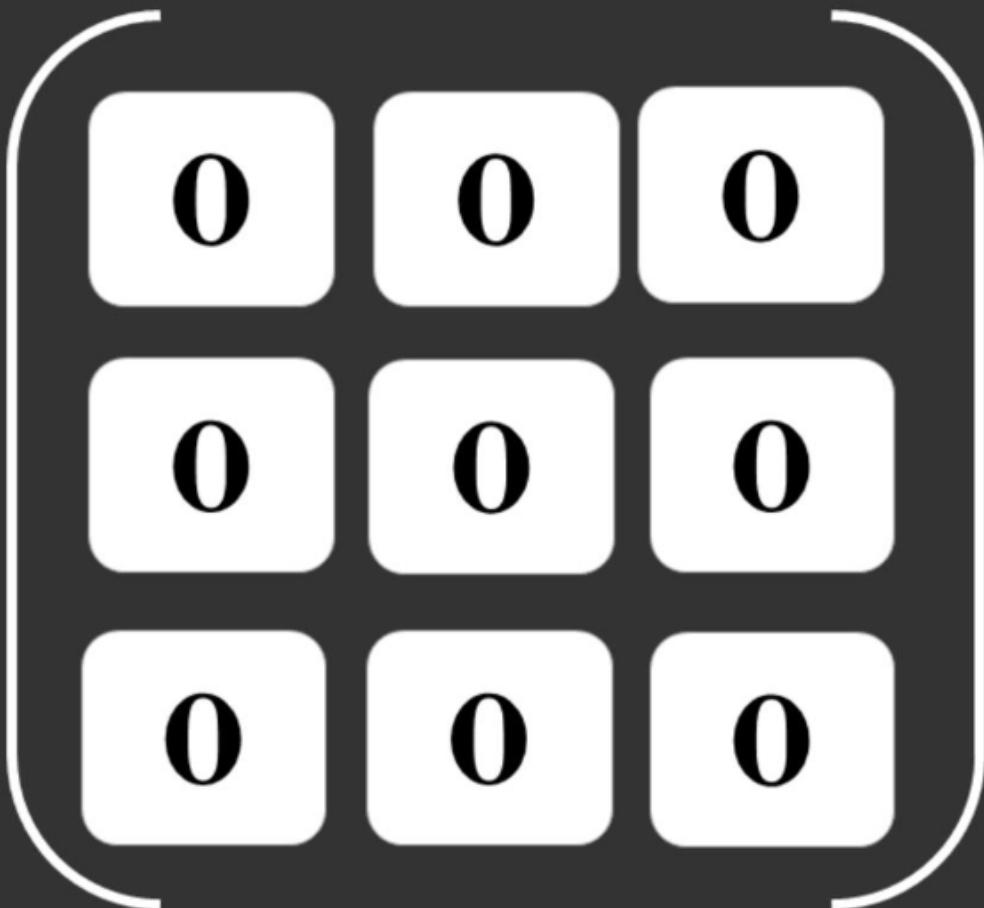
১ এর মত

$$a \cdot 1 = a$$

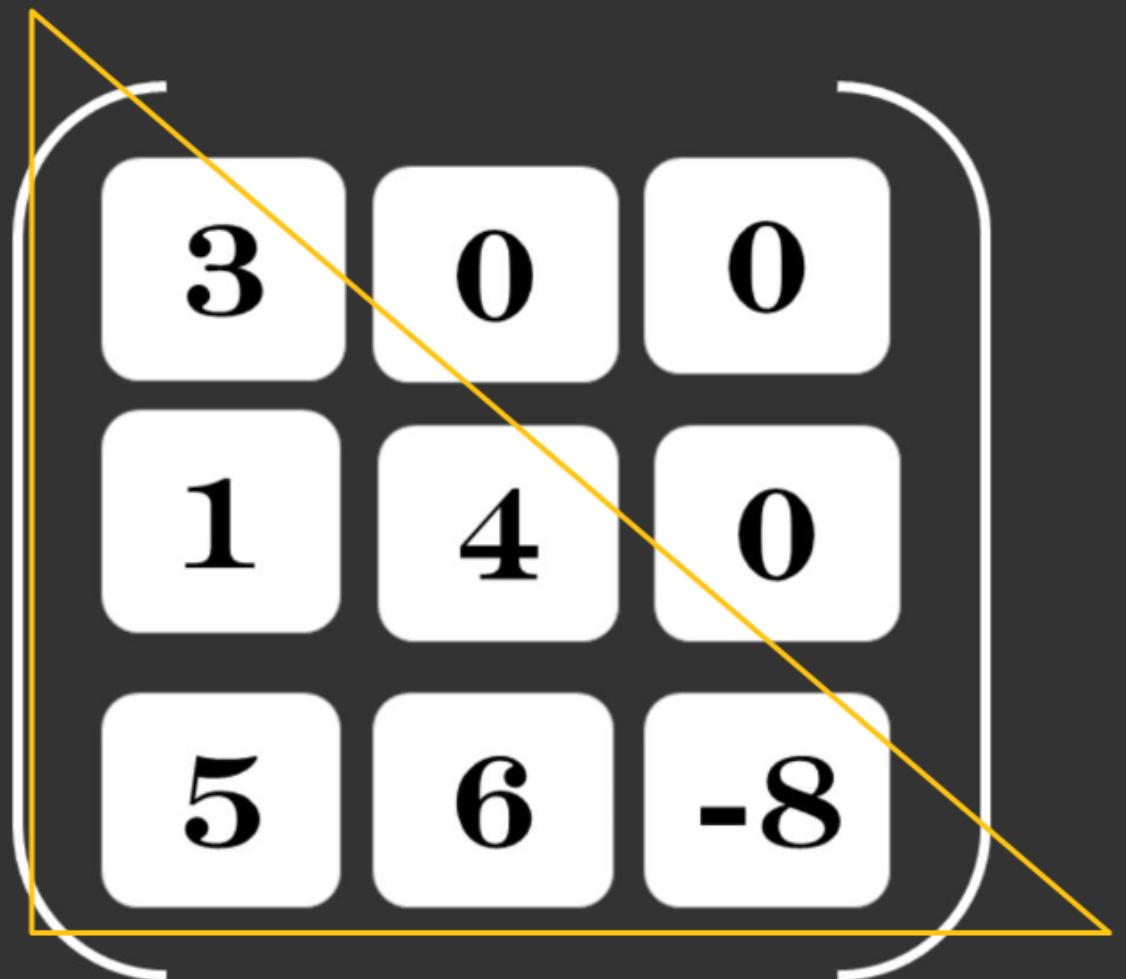
$$A \cdot \text{অভেদক} = A$$

$$A \cdot I_3 = A$$

# শূণ্য ম্যাট্রিক্স



# নিম্ন ত্রিভুজাকার ম্যাট্রিক্স

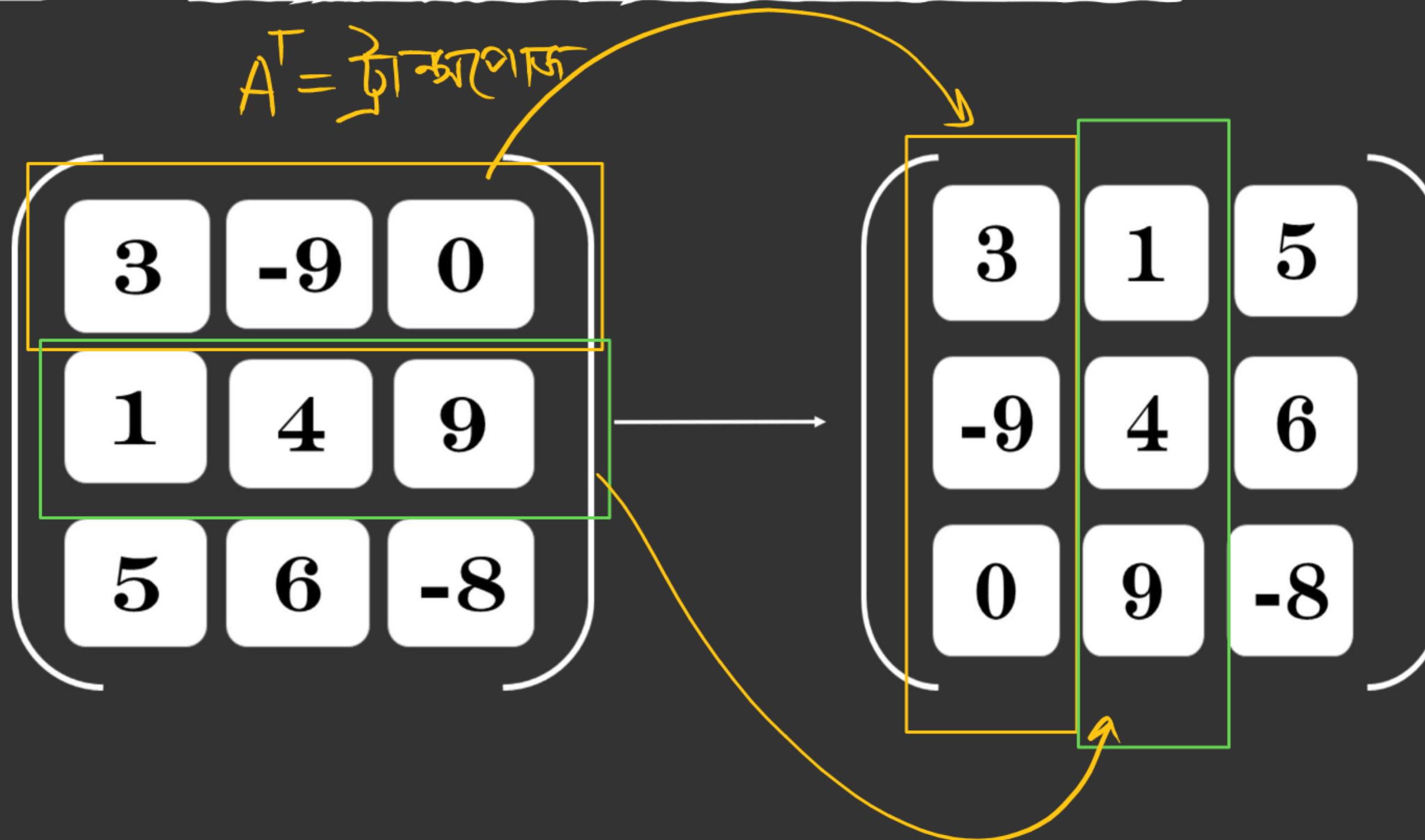


3	0	0
1	4	0
5	6	-8

# উৎকর্ষ ত্রিভুজাকার ম্যাট্রিক্স

3	-9	0
0	4	9
0	0	-8

# ট্রান্সপোজ ম্যাট্রিক্স



□ প্রতিসম ম্যাট্রিক্স  $\Rightarrow A^T = A$

□ বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স  $\Rightarrow A^T = -A$

□ সমঘাতি ম্যাট্রিক্স  $\Rightarrow A^{-1} = A$

□ অভেদঘাতি ম্যাট্রিক্স  $\Rightarrow A^{-1} = I$

□ শূণ্যঘাতি ম্যাট্রিক্স  $\Rightarrow A^n = 0$

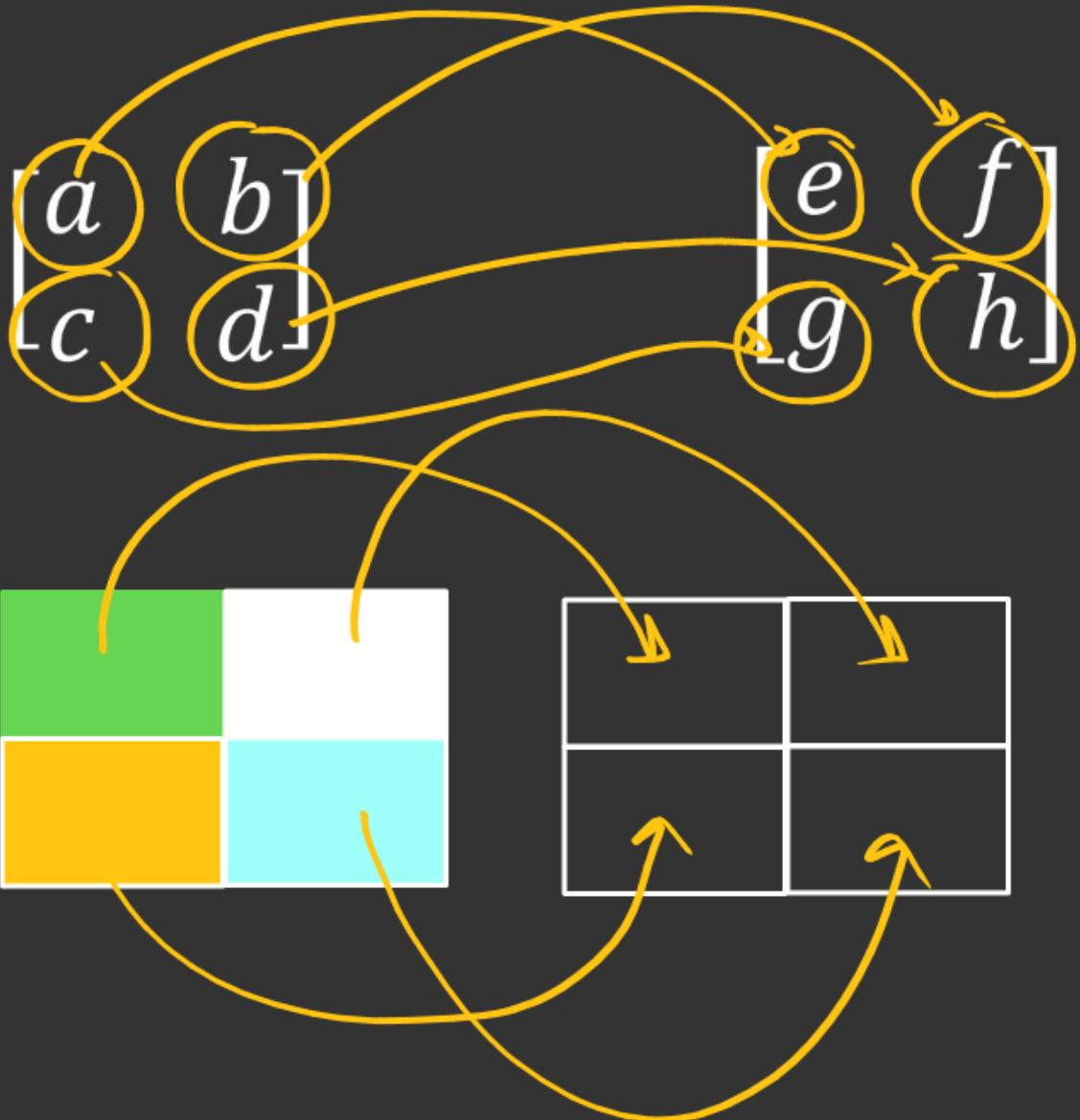
□ পর্যায়বৃত্ত ম্যাট্রিক্স  $\Rightarrow A^n = A$

$$A \rightarrow A^2 \rightarrow A^3 \rightarrow A^4 \rightarrow A^5 = A$$

↓  
৪

- উপ-ম্যাট্রিক্স
  - লম্ব ম্যাট্রিক্স → ক্লাস
  - অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স → Next
  - বিপরীত ম্যাট্রিক্স → Next
  - হারমিসিয়ান ম্যাট্রিক্স
  - ক্ষিতি-হারমিসিয়ান ম্যাট্রিক্স
- } Out of Syllabus

# ম্যাট্রিক্সের সমতা



# ম্যাট্রিক্সের যোগ-বিয়োগ

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$$

① Order Same

② অনুকূল উপাদান  
যোগ/বিয়োগ

# ম্যাট্রিক্সের গুণ

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$(3 \times 2) \neq (3 \times 2)$$

ଶେର୍: ଏହି Matrix କଲାପ  
= ୨ୟ Matrix ଆଣି

✓

$$(2 \times 3) \quad (3 \times 4) \Rightarrow (2 \times 4) \Rightarrow \text{ନୁହନ Matrix}$$

Order

$\downarrow$        $\downarrow$

କଲାପ      ଆଣି

$$A(2 \times 3)$$

$$B(3 \times 2)$$

$$(2 \times 3) \times (3 \times 2) \rightarrow 1^{\text{st}} \text{ Row } \text{ ଆଣି }$$

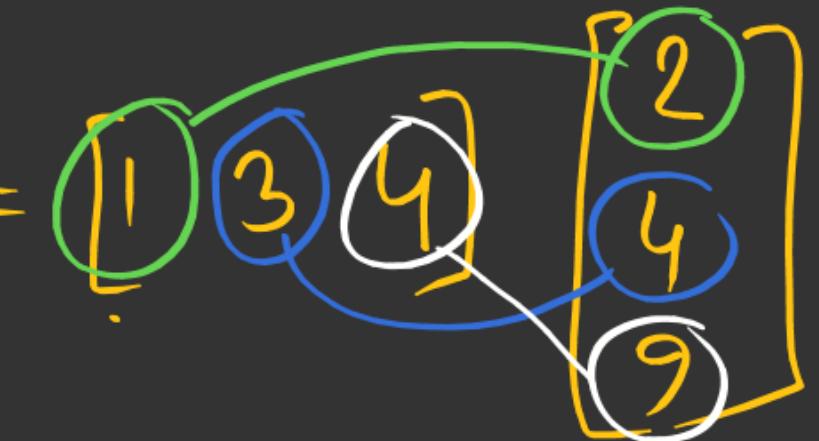
$\Rightarrow (2 \times 2) \rightarrow AB$

2<sup>nd</sup> କଲାପ

$$AB = \begin{bmatrix} AB_{11} & AB_{12} \\ AB_{21} & AB_{22} \end{bmatrix} \xrightarrow{AB_{12}} AB_{12} \approx A_1 \cdot B_2$$

Row-1      Col-2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$$



$$= 1 \times 2 + 3 \times 4 + 4 \times 9$$

$$= 2 + 12 + 36$$

$$= 50$$

$$AB_{12} \approx A_1 \cdot B_2$$

$$= A \text{ 2x3 Row-1} \times B \text{ 3x2 Col-2}$$

$$= 50$$

$$AB_{22} = A_2 \cdot B_2 = 78$$

row 2 col 1

$$\begin{array}{r} 2 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 9 \\ \hline 4 & 20 & 54 \end{array} = 78$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \downarrow & \downarrow \\ 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+9+28 & 2+12+36 \\ 2+15+42 & 4+20+54 \end{bmatrix}$$

$$2\text{ম}(Row) \times 2\text{ব}(কলাম) = \begin{bmatrix} 38 & 50 \\ 59 & 78 \end{bmatrix}$$



# ম্যাট্রিক্সের সূচক

$$a^{\checkmark} = a \cdot a$$

$$A^2 = A \cdot A$$

$$(3 \times 3) \cdot (3 \times 3)$$

বর্ণ

$$A^3 = A \cdot \boxed{A \cdot A} \cdot A$$

$$= A^2 \cdot A \quad \text{বা} \quad A \cdot A^2$$

$$\begin{aligned} ABC &= (AB)C \\ &= A(BC) \end{aligned}$$

$$a^{\checkmark} \cdot a = a \cdot a^{\checkmark}$$

$$AB \quad BA ??$$

$$A(2 \times 3) \times B(3 \times 4)$$

$$AB(2 \times 4)$$

$$B(3 \times 4) \times A(2 \times 3)$$

X

## ম্যাট্রিক্সের বহুপদী

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$f(a) = a^2 + 2a + 1$$

$$f(A) = A^2 + 2A + 1$$

# নির্ণায়ক ও ম্যাট্রিক্সের পার্থক্য

ম্যাট্রিক্স	নির্ণায়ক
ম্যাট্রিক্স হলো সারি ও কলামে সাজানো কিছু সংখ্যার বিন্যাস	নির্ণায়ক হলো একটি সংখ্যা মান যা <u>বর্গ ম্যাট্রিক্স</u> থেকে পাওয়া যায়
ম্যাট্রিক্সকে প্রথম বা তৃতীয় বন্ধনীর মাঝে প্রকাশ করা হয়।  $( )$ , $[ ]$ <u><math>\equiv</math></u>	নির্ণায়ককে খাড়া দুটি দাগের মাঝে প্রকাশ করা হয়।  <u><math>\equiv</math></u>
ম্যাট্রিক্সের নির্দিষ্ট কোনো মান নেই।	নির্ণায়কের একটি <u>নির্দিষ্ট</u> মান রয়েছে।  <u><u>                        </u></u>

## বিস্তার পদ্ধতিতে নির্ণয়কের মান নির্ণয়

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \text{কোন } \text{মান } \text{ নেই}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 4 - 3 \times 1 \\ = 8 - 3$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \text{মান } \text{ তার } \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{vmatrix} + & - & + \\ - & 5 & 6 \\ + & 7 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$$

বিস্তার করা  
যুক্তি

$$= 1(45-48) - 2(36-42) + 3(32-35) = 0$$

$$\rightarrow \begin{vmatrix} + & - \\ 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 4 - 3 \times 1$$

$$= 8 - 3$$

$$= 5$$

# অনুরাশি ও সহগুণক

$$\begin{vmatrix} + & - & 3 \\ | & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$1 \text{ মৃ. অনুরাশি} = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 45 - 48 = -3$$

চিহ্নপূর্ণ  
অনুরাশি  
= অংশগুণক

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} + & 2 & 3 \\ - & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$8 \text{ মৃ. অনুরাশি} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 6 - 12 = -6$$

$$\text{চিহ্ন} = (-1)^{n+c}$$

$$(-1)^{3+2} \text{ অংশগুণক} = -(-6) = 6$$

# নির্ণায়কের ধর্মাবলী

যদি কোনো নির্ণায়কের কোনো কলাম বা সারির প্রত্যেক ভুক্তি শূন্য হয় তবে নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

$$\begin{array}{c}
 \left| \begin{array}{ccc} 0 & a_1 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 \\ 0 & a_3 & b_3 \end{array} \right| = 0 \xrightarrow{\text{R}_1 - \text{R}_2} \left| \begin{array}{ccc} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{array} \right| = 0 \xrightarrow{R_1 - R_2 = R'_1} \left| \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{array} \right| = 0 \\
 \boxed{\left| \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{array} \right| = 0}
 \end{array}$$

# নির্ণয়কের ধর্মাবলী

নির্ণয়কের সারিকে কলাম এবং কলামকে সারিতে পরিবর্তন করলে নির্ণয়কের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না।

Transpose

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

# নির্ণায়কের ধর্মাবলী

নির্ণায়কের দুইটি কলাম বা সারি পরস্পর স্থান বিনিময় করলে নির্ণায়কের সংখ্যা মানের কোনো পরিবর্তন হয় না, চিহ্ন বিপরীত হয়ে যাবে।

$$\begin{array}{|c c c|} \hline a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ \hline \end{array} = - \begin{array}{|c c c|} \hline b_1 & a_1 & c_1 \\ b_2 & a_2 & c_2 \\ b_3 & a_3 & c_3 \\ \hline \end{array}$$

↓  
৫

# নির্ণায়কের ধর্মাবলী

যদি কোনো নির্ণায়কের দুটি কলাম বা সারি একই হয় বা একটি অন্যটির গুণিতক হয় তবে নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

$$\left| \begin{array}{cc|c} a_1 & ma_1 & c_1 \\ a_2 & ma_2 & c_2 \\ a_3 & ma_3 & c_3 \end{array} \right| = \boxed{\left| \begin{array}{cc} 5 & 10 \\ 15 & 20 \end{array} \right|} = 5 \left| \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{array} \right| = 5 \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 15 & 20 \end{array} \right| = 5 \cdot 2 \left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{array} \right|$$

$$4 \left| \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} 1 & 8 \\ 3 & 16 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} 4 & 8 \\ 3 & 4 \end{array} \right|$$

# নির্ণয়কের ধর্মাবলী

নির্ণয়কের কোনো কলাম বা সারির প্রত্যেক ভুক্তিকে কোনো সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে নির্ণয়কের মানকেও সেই সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে হয়।

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \text{ হলে, } \begin{matrix} \text{Last} \\ \text{Page} \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} ma_1 & b_1 & c_1 \\ ma_2 & b_2 & c_2 \\ ma_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} =$$

# নির্ণয়কের ধর্মাবলী \*

নির্ণয়কের কোনো কলাম বা সারির প্রতিটি ভুক্তি অন্য একটি কলাম বা সারির অনুরূপ ভুক্তির একই গুণিতক দ্বারা যোগ বা বিয়োগ করা হলে নির্ণয়কের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না।

$$\begin{array}{|c c c|} \hline a_1 & b_1 & c_1 \\ \hline a_2 & b_2 & c_2 \\ \hline a_3 & b_3 & c_3 \\ \hline \end{array} \times 2 = 
 \begin{array}{|c c c|} \hline a_1+c_1 & b_1 & c_1 \\ \hline a_2+c_2 & b_2 & c_2 \\ \hline a_3+c_3 & b_3 & c_3 \\ \hline \end{array} = 
 \begin{array}{|c c c|} \hline a_1+2c_1 & b_1 & c_1 \\ \hline a_2+2c_2 & b_2 & c_2 \\ \hline a_3+2c_3 & b_3 & c_3 \\ \hline \end{array}$$

$c_1 + c_3 = c'_1$

$c_1 + c_3 = c'_1$

$R_1 + R_2 = R'_1$

# নির্ণায়কের ধর্মাবলী

যদি কোনো নির্ণায়কের কোনো কলাম বা সারির প্রতিটি ভুক্তিকে দুটির পদের যোগফল বা বিয়োগফল রূপে প্রকাশিত হয়, তবে সেই নির্ণায়ককে দুটি নির্ণায়কের যোগফল বা বিয়োগফল রূপে প্রকাশ করা যায়।

$$(a+p)bc = abc + pbc$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} p & b_1 & c_1 \\ q & b_2 & c_2 \\ r & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

## গাণিতিক সমস্যা - ০১

□  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  হলে,  $AB$  এবং  $BC$  নির্ণয় কর।

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+4 & 3+2 \\ 12+8 & 9+4 \\ 0+2 & 0+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} BC &\xrightarrow{\text{Downward arrow}} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} & [\text{যা } 13; \text{ বা } 09; 06; \text{ মা } 09] \\ &= \begin{bmatrix} 4+6 & 8+9 \\ 2+2 & 4+3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

## গাণিতিক সমস্যা - ০২

$\square A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$  এবং  $C = [1 \quad 2 \quad -5 \quad 6]$  হয়, তবে দেখাও যে,

$$(AB)C = A(BC)$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+12-3 \\ 16+30-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 40 \end{bmatrix}$$

[ঢ বো ১৬; ১৫; ১৩; ব বো য বো ১৬; ১০; রা বো ১৩; ১১; ০৬; কু ১২; ১০; দি ১২; চ ০৫]

$$\begin{aligned} BC &= \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4 & 8 & -20 & -24 \\ 6 & 12 & -30 & -36 \\ -1 & -2 & 5 & 6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (AB)C &\stackrel{\rightarrow}{=} \begin{bmatrix} 13 \\ 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 13 & 26 & -65 & -78 \\ 40 & 80 & -200 & -240 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$A \cdot (BC) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -1 & -2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 8 & -20 & -24 \\ 6 & 12 & -30 & -36 \\ -1 & -2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(AB)C = A(BC)$$

$$= \begin{bmatrix} 4+12-3 & 8+24-6 & -20-60+15 & -24-72+18 \\ 16+30-6 & 32+60-12 & -86-150+30 & -96-180+36 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 13 & 26 & -65 & -78 \\ 40 & 80 & -200 & -240 \end{bmatrix}$$

## গাণিতিক সমস্যা - ০৩

□ যদি  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$  এবং  $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  হয়, তবে  $AB$  এবং  $BA$  নির্ণয় কর এবং দেখাও  
যে,  $AB \neq BA$ ।

$$\begin{aligned} AB &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0+2+0 & 2+4-3 \\ 0+10+0 & 8+10-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 12 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

[রা বো ২১; দি বো ১৬; য বো সি বো ১২; ০৭; মা বো ১২; ব বো ১১]

$$\begin{aligned} BA &\rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 12 \\ 9 & 12 & 15 \\ -4 & -5 & -6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0+8 & 0+10 & 0+12 \\ 1+8 & 2+10 & 3+12 \\ 0-4 & 0-5 & 0-6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$AB \neq BA$

## গাণিতিক সমস্যা - ০৮

□ যদি  $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  এবং  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $AB = BA = I_3$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [চ বো ১২; মা বো ১১; সি বো ১০; ঢা বো ১০; কু বো ০৯; য বো ০৮]$$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$


MATRIX MODE

$$AB \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3-8+6 & 6-20+14 & -6+16-10 \\ -2+2+0 & -4+5+0 & 4-4+0 \\ -1-2+3 & -2-5+7 & 2+4-5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3$$

## গাণিতিক সমস্যা - ০৫

□  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  এবং  $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $(AB)C = A(BC)$

[কুয়েট ০৪-০৫; চ বো ১৬; ১৪; ১১; ব বো ০৬; রা বো ১৬; ০৯; সি বো ১৩; ০৮; য বো ১১]

H.W.

## গাণিতিক সমস্যা - ০৬

□ যদি  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$  হয়, তবে  $A^2$  এবং  $A^3$  নির্ণয় কর এবং দেখাও যে,  $A^2 + 2A - 11I = 0$

$$\begin{aligned} A^2 &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1+8 & 2-4 \\ 4-12 & 8+9 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A^3 &= A \cdot A^2 \\ &= \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 9-16 & 18+12 \\ -8+68 & -16-51 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -7 & 30 \\ 60 & -67 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A^2 + 2A - 11I &= \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} - 11 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 \end{aligned}$$

[রা বো ১২;০৭; চ বো ০৯;০৬; ঢ দি ০৯; ব ০৮]

## গাণিতিক সমস্যা - ০৭

□ যদি  $f(x) = x^2 - 4x - 5$  এবং  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  হয়, তবে  $f(A)$  নির্ণয় কর।

$f(A) = A^2 - 4A - 5I_3$  [ম বো ২২; কু বো ১৩; চ বো ১৩; সি বো ১১]

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - 4A - 5I_3$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 8 & 8 \\ 8 & 4 & 4 \\ 8 & 8 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

## গাণিতিক সমস্যা - ০৮

□  $f(x) = 3x^2 + 5x$  এবং  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -1 & 4 & 3 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}$  হলে  $f(A)$  নির্ণয় কর।

[ঢা বো দি বো সি বো য বো ১৮]

H.W.

## গাণিতিক সমস্যা - ০৯

□ যদি  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  এবং  $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$  হয়, তবে  $B$  ম্যাট্রিক্স এর ভুক্তিসমূহ বের কর।

[বুয়েট ১৬-১৭]

$$AB = \boxed{\quad}$$

Next Class

$$B = A^{-1} \boxed{\quad}$$

Inverse Matrix

## গাণিতিক সমস্যা - ১০

□ যদি  $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} -4 & 8 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$  হয়, তাহলে  $A$  ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় কর।

[বুয়েট ১৭-১৮]

$$\begin{array}{c} (3 \times 1) \\ \checkmark \\ (3 \times 1) \times (m \times n) = (3 \times 3) \\ m=1 \\ n=3 \\ A(1 \times 3) \end{array}$$

$$A = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x & 4y & 4z \\ x & y & z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 8 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

## গাণিতিক সমস্যা - ১১

□ দেখাও যে,  $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 \end{vmatrix} = xyz(x-y)(y-z)(z-x)$

[ব.ৰো ২১]

$$\begin{aligned}
 &= xyz \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} \\
 &\quad - xyz \begin{vmatrix} x-y & y-z \\ x^2-y^2 & y^2-z^2 \end{vmatrix} \\
 &= xyz(x-y)(y-z) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ x+y & y+z \end{vmatrix} \\
 &= xyz(x-y)(y-z)(x+y+z) \\
 &= xyz(x-y)(y-z)(z-x)
 \end{aligned}$$

## গাণিতিক সমস্যা - ১২

□ প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & p & p^4 \\ 1 & p^2 & p^4 \end{vmatrix} = p(p-1)^2(p^2-1)$

[রা বো ২১; বুয়েট ০৭-০৮; ০৮-০৯; রুয়েট ০৭-০৮;  
১২-১৩; চ বো ১৫; ১২; কু বো ১৫]

Next  
পোর্ট

## গাণিতিক সমস্যা -১৩

□ দেখাও যে,  $\begin{vmatrix} a & b & ax + by \\ b & c & bx + cy \\ ax + by & bx + cy & 0 \end{vmatrix} = -(ax^2 + 2bxy + cy^2)(ac - b^2)$

[রা বো কু বো দি বো ১৬; চ বো ১৫; ১৩; ১২; ০৯; ঢ বো ১৫; ১০; য বো ১৪; ১০; ব বো ১৪; ০৭; সি বো ১২]

## গাণিতিক সমস্যা -১৪

□ দেখাও যে,  $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

[সিলেট বোর্ড ০৯;০৬;রা ০৮;চ ০৮]

## গাণিতিক সমস্যা -১৫

□ দেখাও যে,  $\begin{vmatrix} x+y & x & y \\ x & x+z & z \\ y & z & y+z \end{vmatrix} = 4xyz$

[কুয়েট ১০-১১; রায়েট ০৭-০৮; চ ১৪; কু ১১; য ০৫]

## গাণিতিক সমস্যা -১৬

□ দেখাও যে,  $\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$

[কু বো ২১; য বো ১৫; দি বো ১১; ০৯; মা বো ০৮]

## গাণিতিক সমস্যা -১৭

□ দেখাও যে,  $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$

[ঢা বো ২২; ১৩; সি বো ২২]

# ঝটপট MCQ

□ দুটি ম্যাট্রিক্স  $A$  ও  $B$  এর মাত্রা যথাক্রমে  $p \times q$  এবং  $n \times r$  হলে  $AB$  নির্ণয়ের শর্ত কী?

ক)  $p = r$

[কু বো ২২]

খ)  $p = n$

গ)  $q = r$

ঞ)  $q = n$

# ঝটপট MCQ

$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & a \end{bmatrix}$

ম্যাট্রিক্সের ট্রেস এর মান ৮ হলে  $a$  এর মান কোনটি?

[জবি ১৯-২০]

ক)  ~~$p = r$~~

$$1 + 4 + a = 8$$

খ)  ~~$p = n$~~

$$\therefore \boxed{a = 3}$$

গ)  ~~$q = r$~~

ঘ)  ~~$q = n$~~

## ঝটপট MCQ

$A, B, C$  ম্যাট্রিক্সগুলোর ক্রম যথাক্রমে 3  $\times$  4, 4  $\times$  5, 5  $\times$  2 হলে  $(AB)C$  এর মাত্রা-

ক)  $4 \times 5$

[মো ২২]

~~খ~~)  $3 \times 2$

গ)  $2 \times 3$

ঘ)  $3 \times 5$

## ঝটপট MCQ

□ বর্গাকার কোনো ম্যাট্রিক্স  $A$  এর ক্ষেত্রে যদি  $A^2 = A$  হয় তবে সেই ম্যাট্রিক্সটি-

ক) সমঘাতিঃ

[ম বো ২২; ইবি ১৯-২০]

খ) প্রতিসম

গ) পর্যায়বৃত্ত

ঘ) অভেদঘাতিঃ

# ঝটপট MCQ

$B$  একটি  $2 \times 2$  আকারের ম্যাট্রিক্স এবং  $|B| = 5$  হলে  $|3B|$  এর মান কত?

ক) 5

খ) 15

গ) 20

ঘ) 45

Next  
Close

$$\begin{aligned} 3^2 |B| &= [দি বো ২১] \\ &= 9 \times 5 \\ &= 45 \end{aligned}$$

## ঝটপট MCQ

□  $A = \begin{bmatrix} 9 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  ম্যাট্রিক্স এর (1,3) এবং (3,3) তম ভুক্তি দুইটির যোগফল  $x + 3$  হলে  $x$  এর মান কত? [কুবি ১৯-২০]

ক) 2

$$2+1=x+3$$

$$\therefore x=0$$

খ) 1

গ) 3

ঝ) 0

## ঝটপট MCQ

□  $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$  হলে  $P^2 - 2I$  এর মান হয়-

ক)  $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

[চ বো ২১; দি বো ২১]

H.W.

খ)  $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

গ)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

ঘ)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$

# ঝটপট MCQ

$A, B$  এবং  $C$  ম্যাট্রিক্সগুলোর মাত্রা যথাক্রমে  $4 \times 3, 3 \times 4$  এবং  $7 \times 4$  হলে  $(B + A^T)C^T$  এর মাত্রা কত হবে?

ক)  $3 \times 7$  [ঢা বো ২২; য বো ২২]

খ)  $3 \times 5$

H.W.

গ)  $3 \times 4$

Next  
Class

ঘ)  $4 \times 5$

# ঝটপট MCQ

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  ম্যাট্রিক্সটি-

~~ক)~~ কর্ণ ম্যাট্রিক্স

[খুবি ১৮-১৯]

~~খ)~~ ক্ষেলার ম্যাট্রিক্স

—

~~গ)~~ অভেদক ম্যাট্রিক্স

—

~~ঘ)~~ সবগুলো

# ঝটপট MCQ

□ দুটি ম্যাট্রিক্সের ক্রম যথাক্রমে 3 × 2 এবং 2 × 4 হলে এদের গুণফলের ম্যাট্রিক্সের ক্রম-

ক)  $3 \times 1$

[চ বো ২১]

খ)  $4 \times 3$

~~গ)  $3 \times 4$~~

ঘ)  $1 \times 2$

# ঝটপট MCQ

$k$  এর মান কত হলে  $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 5 & k \end{bmatrix}$  ম্যাট্রিক্সটি **ব্যাতিক্রমী** হবে?

ক) -10

খ) 0

গ) 3

ঘ) 10

Next

[দি বো ১৯]

Close

Invertse

# আজ এখনেই রহলো

এইচএসসি ২০২৪  
ফাইনাল প্রিপারেশন

ৰ টেক্স