

HW1

2.1

2.1. 空间点(1, 2, 3)经 $\lambda=0.5$ 的镜头透视后的摄像机坐标和图像平面坐标应是什么?

利用投影变换矩阵

$$\text{摄像机坐标: } \left[\frac{\lambda X}{\lambda - Z} \quad \frac{\lambda Y}{\lambda - Z} \quad \frac{\lambda Z}{\lambda - Z} \right]^T = [-0.2 \quad -0.4 \quad -0.6]^T$$

$$\text{图像平面坐标: } \left[\frac{\lambda X}{\lambda - Z} \quad \frac{\lambda Y}{\lambda - Z} \right]^T = [-0.2 \quad -0.4]^T$$

2.2

2.2. 设有 2 个图像子集如图所示, 如果 $v=\{1\}$:

	S					T				
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0		0	1	0	0	1
1	0	0	1	0		1	1	0	0	0
0	0	1	1	1		0	0	0	0	0
0	0	1	1	1		0	0	1	1	1

子集 S 和子集 T 是否: ①4-连通 ②8-连通 ③m-连通。

T不是4-连通，而S是4-连通的

都是8-连通和m-连通的

2.3

2.3. 考虑如图所示的图像子集：

	3	1	2	1 (q)
	2	2	0	2
	1	2	1	1
(p)	1	0	1	2

(1) 令 $v=\{0, 1\}$ ，计算 p 和 q 之间通路的 D_4 ， D_8 和 D_m 长度。

(2) 令 $v=\{1, 2\}$ ，计算 p 和 q 之间通路的 D_4 ， D_8 和 D_m 长度。

(1)

D_4 : ∞ ，无4-连通

D_8 : 4

D_m : 5

(2)

D_4 : 6

D_8 : 4

2.4

2.4. 给出将图像顺时针旋转 45° 的变换矩阵，并利用该矩阵旋转图像点 $(x, y) = (1, 0)$ 。

变换矩阵为

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

旋转 $(1, 0)$

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

旋转后: $(x', y') = (\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

2.5

2.5. 设给定如下平移变换矩阵 T 和尺度变换矩阵 S , 分别计算对空间点 $(1, 2, 3)$ 先平移变换后尺度变换和先尺度变换后平移变换所得到的结果, 并进行比较讨论。

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 先平移变换后尺度变换:

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 18 \\ 18 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- 先尺度变换后平移变换:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ 12 \\ 1 \end{bmatrix}$$

两者结果不同, 因为先平移后尺度变换会造成平移量也进行了尺度变换, 而先尺度变换再平移, 这个平移量没有进行尺度变换, 类似于 $a(x+b)$ 和 $ax+b$ 的效果

2.6

2.6 给出一个失真图上的三角形区域和校正图上与其对应的三角形区域, 这两个三角形的顶点作为对应控制点, 建立在线性失真情况下相对应的校正几何形变的空间变换式。

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a1 & a2 & a3 \\ b1 & b2 & b3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

对 $i=1, 2, 3$

有:

$$x'_i = a_1 x_i + a_2 y_i + a_3$$

$$y'_i = b_1 x_i + b_2 y_i + b_3$$

可得到解 $(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3)$

由此得:

$$x = \frac{b_2 x' + b_3 a_2 - a_2 y' - a_3 b_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$y = \frac{b_1 x' + b_3 a_1 - a_1 y' - a_3 b_1}{a_2 b_1 - a_1 b_2}$$