

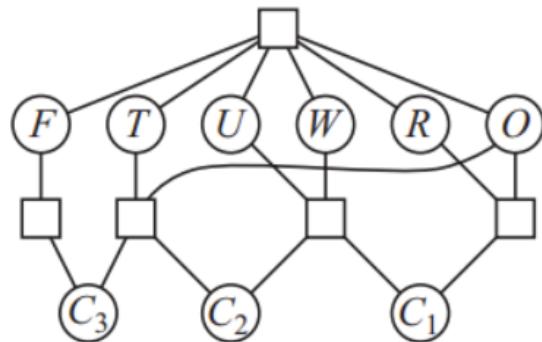
HW3

6.5

同时用带有前向检验、MRV和最少约束值启发式的回溯算法手工求解图6.2中的密码算数问题

$$\begin{array}{r} T \ W \ O \\ + T \ W \ O \\ \hline F \ O \ U \ R \end{array}$$

(a)



(b)

Figure 6.2 (a) A cryptarithmic problem. Each letter stands for a distinct digit; the aim is to find a substitution of digits for letters such that the resulting sum is arithmetically correct, with the added restriction that no leading zeroes are allowed. (b) The constraint hypergraph for the cryptarithmic problem, showing the *AllDiff* constraint (square box at the top) as well as the column addition constraints (four square boxes in the middle). The variables *C₁*, *C₂*, and *C₃* represent the carry digits for the three columns.

- 对变量 C_3 , 可取0或1, 由前向检验限制, 附加约束最前面的数字不为0, 即 $F \neq 0$, 所以 $C_3 = 1$
- 对变量 F , 由 $C_3 = 1$ 其只能为1
- 对变量 C_2 , 可取0或1, 取 $C_2 = 0$

- 对变量 C_1 , 可取0或1, 取 $C_1 = 0$
- 此时 O 的可选值域最少, 选择变量 O , 由于 $O + O = R \leq 9$, 且 $T + T = O + 10$, 因此 O 是小于 5 的偶数, 取 $O = 4$
- 此时 R 的可选值域最少, 选择变量 R, 只能为 8
- 此时 T 的可选值域最少, 选择变量 T, 只能为 7
- 此时 U 的可选值域最少, 选择变量 U, 由于 $W + W = U \leq 9$, 因此 U 是小于 9 的偶数

由前向检验限制, 不同的字母表示不同的数字, 因此 U 不能取 4 或 8, 且若 U 取 2 或 0, W 由于重复会没有取值, 不满足最少约束值启发式, 会回溯, 不符合, 所以 U 取 6

- 此时 W 的可选值域最少, 选择变量 W, 只能取 3

综上, 一个解为: $F = 1, T = 7, U = 6, W = 3, R = 8, O = 4$

6.11

用 **AC-3** 算法说明弧相容对 **图6.1** 中问题能够检测出部分赋值
WA=green, V=red的不相容

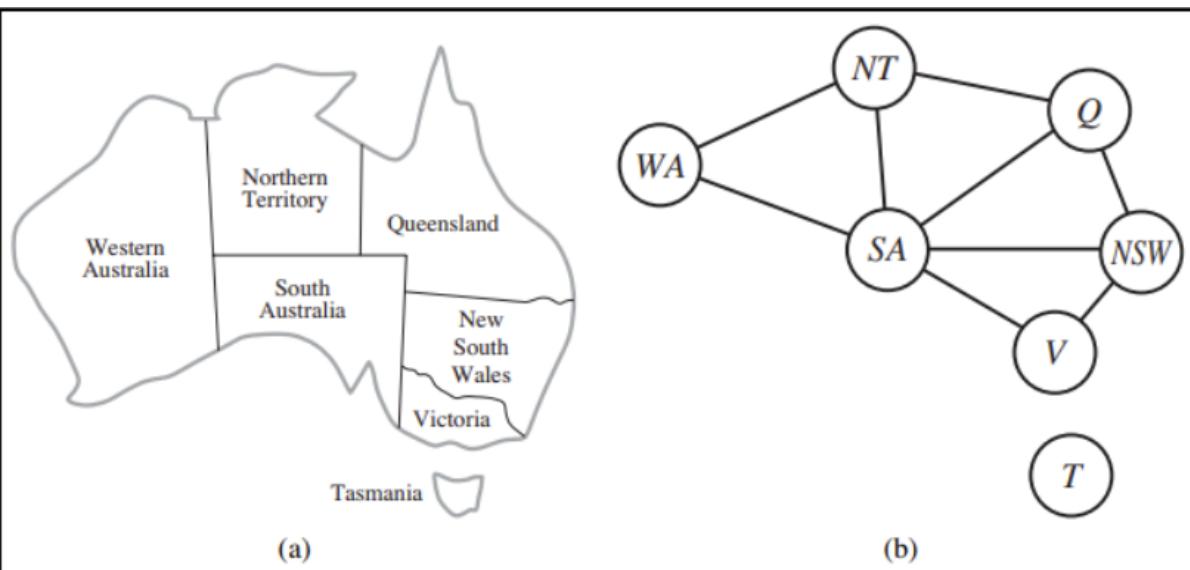


Figure 6.1 (a) The principal states and territories of Australia. Coloring this map can be viewed as a constraint satisfaction problem (CSP). The goal is to assign colors to each region so that no neighboring regions have the same color. (b) The map-coloring problem represented as a constraint graph.

值域 $D=\{\text{red}, \text{ green}, \text{ blue}\}$, 用首字母代替颜色

$$WA = \{G\}, \quad V = \{R\}$$

对弧 (WA, SA), 消除不相容, SA值域={R, B}

对弧 (SA, V) ，消除不相容， SA 值域= $\{B\}$

对弧 (SA, NSW), 消除不相容, NSW值域={R, G}

对弧 (V, NSW) ，消除不相容，NSW值域= $\{G\}$

对弧 (WA, NT), 消除不相容, NT值域={R, B}

对弧 (SA, NT), 消除不相容, NT值域={R}

对弧 (NT, Q) , 消除不相容, Q值域= {G, B}

对弧 (NSW, Q) ，消除不相容， Q 值域= $\{B\}$

对弧 (SA, Q) , 消除不相容, Q值域= {}

由此可得 WA=green, V=red 不相容

6.12

用 AC-3 算法求解树结构 CSP 在最坏情况下的复杂度是多少?

对 n 个顶点, 值域最多 d 个取值的树形结构 CSP 问题, 最坏复杂度是 $O(nd^2)$

n 个结点的树有 n-1 条边, 在 $O(n)$ 步内可以完成弧相容改造, 每一步需要比较两个变量的 d 个可能取值, 一旦完成弧相容, 则无须回溯, 直接线性前进即可, 所以总时间是 $O(nd^2)$