HW5

7.13

7.13 本题考察子句和蕴含语句之间的关系。

a. 证明子句 $(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q)$ 逻辑等价于蕴含语句 $(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow Q$ 。

b. 证明每个子句（不管正文字的数量）都可以写成 $(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_q \vee \cdots \vee Q_n)$ 的形式，其中 P_i 和 O_i 都是命题词。由这类语句构成的知识库是表示为**蕴含范式**或称**Kowalski**)范式(Kowalski，1979)。

c. 写出蕴含范式语句的完整归结规则。

a

由蕴含消去：

$(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow Q$ 等价于 $\neg(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \vee Q$

由德摩根律：

$\neg(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m)$ 等价于 $(\neg P_1 \vee \cdots \vee \neg P_m)$

因此：

$(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow Q$ 等价于 $(\neg P_1 \vee \cdots \vee \neg P_m \vee Q)$

b

对于一个子句，正文字分别为 $Q_q,\cdots,Q_n$，有m 个负文字，分别为 $\neg P_1,\neg P_2,\cdots,\neg P_m$，

则可表示为

$\neg P_1\vee\cdots\vee\neg P_m\vee Q_q\vee\cdots\vee Q_n$

根据（a），有

$(\neg P_1\vee\cdots\vee\neg P_m\vee Q_1\vee\cdots\vee Q_n)\equiv((P_1\wedge\cdots\wedge P_m)\Rightarrow(Q_q\vee\cdots\vee Q_n))$

所以可以表示

c

对于文字p_i,q_i,r_i,s_i ，且 $p_i=s_j$ ，

$$\frac{(p_1\wedge\cdots\wedge p_m)\Rightarrow(q_1\vee\cdots\vee q_n),\quad (r_1\wedge\cdots\wedge r_l)\Rightarrow(s_1\vee\cdots\vee s_k)}{(p_1\wedge\cdots\wedge p_{i-1}\wedge p_{i+1}\wedge\cdots\wedge p_m\wedge r_1\wedge\cdots\wedge r_l)\Rightarrow(q_1\vee\cdots\vee q_n\vee s_1\vee\cdots\vee s_{j-1}\vee s_{j+1}\vee\cdots\vee s_k)}$$

证明前向链接算法的完备性

证明：

前向链接算法的完备性即每个被蕴含的原子语句都可以推导得出

考虑inferred表的最终状态（在算法到达不动点以后，不会再出现新的推理)

该表把推导出的每个符号设为true，其他符号为false，可以把此表看作一个逻辑模型

先证明原始KB中的每个确定子句在该模型中都为真

> 假设相反的情况成立，即某个子句$a_1 \wedge \cdots \wedge a_k \Rightarrow b$在此模型下为假
>
> 那么$a_1 \wedge \cdots \wedge a_k$在模型中为真，b必须为假
>
> 但这与算法已到达一个不动点的假设矛盾

因此在不动点推导出的原子语句集定义了原始KB的一个模型

更进一步，被KB蕴涵的任一原子语句q在它的所有模型中为真

因此每个被蕴涵的语句q都可以被算法推导得出