

அட்சரகணிதக் கோவைகள்

06

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ✱ வலு, மூலம் ஆகியன இல்லாத அட்சரகணிதக் கோவைகளைப் பிரதியீட்டுடன் சுருக்கல்
- ✱ ஈருறுப்புக் கோவைகள் இரண்டின் பெருக்கத்தைப் பெறுதல் என்னும் தேர்ச்சிகளை அடைவீர்கள்.

தொடக்கம்	P	A	B	C	Q	முடிவு

வள்ளுவர் வித்தியாலயத்தின் கணிதத் தின நிகழ்ச்சியில் தரம் 8 இன் மாணவர்களுக்காக நடத்தப்பட்ட போட்டிக்காக மைதானம் தயார் செய்யப்பட்டிருந்த விதம் உருவில் காணப்படுகின்றது. ஆறு போட்டியாளர்கள் தானம் P யிலிருந்து போட்டியை ஆரம்பித்து Q வில் முடிக்க வேண்டும். முதலில் Q இற்கு வரும் மூவர் போட்டியில் வெற்றி பெறுபவர்களாவர். போட்டியாளர்கள் பின்வரும் நிபந்தனைகளைப் பின்பற்ற வேண்டும்.

- ✱ A யில் உள்ள பெட்டியிலிருந்து x இடம்பெறும் அட்சரகணிதக் கோவை ஒன்றை எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்தல்.
- ✱ B யில் உள்ள பெட்டியிலிருந்து x இற்கான ஒரு பெறுமானத்தை எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்தல்.
- ✱ C யில் உள்ள கோவைக்குப் பெறுமானத்தைப் பிரதியிடுதல்.
- ✱ Q இற்கு வரும் விடையைப் பெற்ற விதத்தை எடுத்துரைத்தல்.

இப்போட்டியில் முதலிடத்தை வென்ற “எண்” இல்லத்தைச் சேர்ந்த திலகன் தனது விவரத்தைப் பின்வருமாறு எடுத்துரைத்தான்.

"A யில் எனக்குக் கிடைத்த கோவை $4x - 3$ ஆகும். B யில் கிடைத்த x இன் பெறுமானம் 2 ஆகும். $4x = 4 \times x$ ஆகையால், $x = 2$ எனப் பிரதியிட்டபோது $4 \times 2 - 3$ என்னும் கோவை கிடைத்தது. $8 - 3 = 5$. ஆகவே, $4x - 3$ இல் $x = 2$ எனப் பிரதியிட்டபோது கிடைத்த பெறுமானம் 5 ஆகும்."

நிறையெண்களைப் பிரதியிடுவதன் மூலம் அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பெறுமானத்தைக் காணல் பற்றித் தரம் 8 இல் கற்றுள்ளமையால், போட்டியில் வென்றதாகத் திலகன் கருதுகின்றான்.

6.1 பிரதியீட்டின் மூலம் ஒரு மாறியைக் கொண்ட கோவைகளின் பெறுமானத்தைக் காணல்

உதாரணம் 6.1

$x = (-2)$ ஆக இருக்கும்போது $4x - 3$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned} 4x - 3 &= 4 \times x - 3 \\ &= 4 \times (-2) - 3 \\ &= (-8) - 3 \\ &= -11 \end{aligned}$$

உதாரணம் 6.2

$a = \frac{1}{2}$ ஆக இருக்கும்போது $4a - 5$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned} 4a - 5 &= 4 \times a - 5 \\ &= 4 \times \frac{1}{2} - 5 \\ &= 2 - 5 \\ &= -3 \end{aligned}$$

உதாரணம் 6.3

$p = -\frac{2}{3}$ ஆக இருக்கும்போது $5p + 1$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned} 5p + 1 &= 5 \times p + 1 \\ &= \frac{5}{1} \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 1 \\ &= \left(-\frac{10}{3}\right) + \frac{1}{1} \\ &= \frac{-10 + 3}{3} \\ &= \frac{-7}{3} = -2\frac{1}{3} \end{aligned}$$

பயிற்சி 6.1

1. $x = \frac{2}{3}$ ஆக இருக்கும்போது பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

- (i) $2x$ (ii) $3x$ (iii) $4x$ (iv) $5x$

2. வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i) $x = 2$ ஆக இருக்கும்போது $3x + 1$
 $= 3 \times x + 1$
 $= 3 \times \text{---} + \text{---}$
 $= \text{---} + \text{---}$
 $= \text{-----}$

(ii) $a = \frac{1}{3}$ ஆக இருக்கும்போது $3a - 1$
 $= 3 \times a - 1$
 $= 3 \times \text{---} - 1$
 $= \text{---} - 1$
 $= \text{-----}$

(iii) $p = -\frac{3}{4}$ ஆக இருக்கும்போது $2p + 3$
 $= 2 \times p + 3$
 $= \text{---} \times \text{---} + 3$
 $= \text{---} + \text{---}$
 $= \text{---}$

3. $x = 3$, $a = -2$, $p = \frac{1}{3}$, $y = -\frac{2}{3}$ எனின், பின்வரும் கோவைகள் ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $2x + 5$

(ii) $3a + 8$

(iii) $3p + 2$

(iv) $3y - 1$

(v) $5 - 3x$

(vi) $a - 7$

(vii) $2 + 2p$

(viii) $6y + 3$

(ix) $\frac{2}{3}x + 1$

(x) $10 + 2p$

(xi) $5 - 3p$

(xii) $-y + 2$

6.2 பிரதியிடுவதன் மூலம் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட மாறிகள் உள்ள அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பெறுமானத்தைக் காணல்

உதாரணம் 6.4

$x=3$, $y=\frac{1}{2}$ எனின், $2x-3y$ யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned} 2x-3y &= (2 \times x) - (3 \times y) \\ &= (2 \times 3) - \left(\frac{3}{1} \times \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{6}{1} - \frac{3}{2} \\ &= \frac{12-3}{2} \\ &= \frac{9}{2} \\ &= 4\frac{1}{2} \end{aligned}$$

உதாரணம் 6.5

$a=3$, $b=-\frac{1}{2}$ எனின், $2a-3b$ யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned} 2a-3b &= (2 \times a) - (3 \times b) \\ &= (2 \times 3) - \left[\frac{3}{1} \times \left(-\frac{1}{2} \right) \right] \\ &= 6 - \left(-\frac{3}{2} \right) \\ &= \frac{6}{1} + \frac{3}{2} \\ &= \frac{12+3}{2} \\ &= \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2} \end{aligned}$$

உதாரணம் 6.6

$a = \frac{2}{5}$, $b = -\frac{1}{3}$, $c = 2$ ஆக இருக்கும்போது $2a + 3b - c$ யின்

பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned} 2a + 3b - c &= (2 \times a) + (3 \times b) - c \\ &= \left(\frac{2}{1} \times \frac{2}{5} \right) + \left[\frac{3^1}{1} \times \left(-\frac{1}{3^1} \right) \right] - 2 \\ &= \frac{4}{5} + (-1) - 2 \\ &= \frac{4}{5} - 1 - 2 = \frac{4}{5} - 3 \\ &= \frac{4 - 5 - 10}{5} \\ &= -\frac{11}{5} \\ &= -2\frac{1}{5} \end{aligned}$$

பயிற்சி 6.2

1. $x = 2$, $y = (-3)$ ஆக இருக்கும்போது பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $2x + 3y$ (ii) $3x + 2y$ (iii) $5x - 3y$ (iv) $x - 5y$

2. $a = 3$, $b = \frac{3}{4}$ ஆக இருக்கும்போது பின்வரும் கோவைகளின்

பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $3a - 4b$ (ii) $2a + b$ (iii) $a - 3b$
(iv) $3a - 2b$ (v) $a + 2b - 6$ (vi) $5a - 3b$

3. $p = \frac{1}{2}$, $q = -\frac{1}{3}$, $r = 2$ ஆக இருக்கும்போது பின்வரும் கோவைகளின்

பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $2p + 3q$ (ii) $4p + 3q + r$ (iii) $p + q + r$
(iv) $6p + 3q - 2r$ (v) $p - 6q + 2r$ (vi) $3p - q - 2r$

4. பின்வரும் அட்டவணையை நிரை வழியே நிரப்பிக் கொண்டு x இன் ஒவ்வொரு பெறுமானத்திற்கும் பொருத்தமான y யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$y = 2x + 3$$

x	-2	$-1\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$2x$			-2				
+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3
$2x+3$			$-2+3=1$				
y			1				

5. ஒரு வட்டத்தின் பரிதி $2\pi r$ ஆகும். $\pi = \frac{22}{7}$, $r = 3\frac{1}{2}$ cm ஆகவுள்ள போது வட்டத்தின் பரிதியைக் காண்க.

6.3 ஈருறுப்புக் கோவைகள் இரண்டைப் பெருக்கல்

A x P 3 B ஓர் அட்சர கணித உறுப்புக்கும் வேறோர் அட்சர கணித உறுப்புக் குமிடையே அல்லது எண்ணுக்குமிடையே + அல்லது - மூலம் தொடர்புபடுத்திக் காட்டும் கூற்று ஈருறுப்புக் கோவையாகும்.

D Q C உருவில் காணப்படும் செவ்வகம் ABCD ஆனது சதுரம் APQD, செவ்வகம் PBCQ என்னும் இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

செவ்வகம் ABCDயின் பரப்பளவு
பகுதிகளைத் தனித்தனியாக எடுக்கும்போது
செவ்வகம் ABCDயின் பரப்பளவு

$$= x(x+3)$$

= சதுரம் APQD யின் பரப்பளவு
+ செவ்வகம் PBCQ வின்
பரப்பளவு

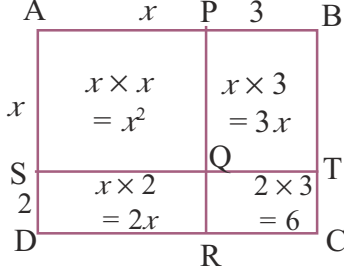
$$= x^2 + 3x$$

இவ்விரு சந்தர்ப்பங்களிலும் ஒரே பரப்பளவு இருக்கின்றமையால்,

$$x(x+3) = x^2 + 3x$$

$$x(x+3) = x^2 + 3x$$

ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை ஓர் அட்சரகணித உறுப்பினால் பெருக்கல் நடைபெறும் விதம் இதன் மூலம் விளக்கப்படுகின்றது.



செவ்வகம் ABCDஆனது சதுரம் APQS, செவ்வகம் PBTQ, செவ்வகம் SQRD, செவ்வகம் QTCD ஆகிய நான்கு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

செவ்வகம் ABCDயின் நீளம் $= (x+3)$

செவ்வகம் ABCDயின் அகலம் $= (x+2)$

செவ்வகம் ABCDயின் பரப்பளவு $= (x+3)(x+2)$

பகுதிகளைத் தனித்தனியாக எடுக்கும்போது

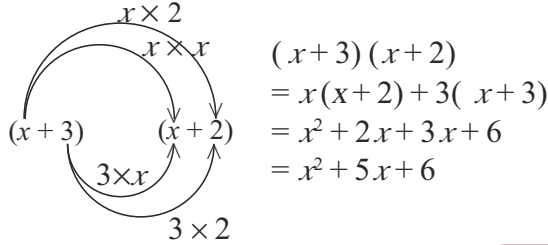
செவ்வகம் ABCDயின் பரப்பளவு $=$ APQS இன் பரப்பளவு +
PBTQ வின் பரப்பளவு +
SQRDஇன் பரப்பளவு +
QTCDஇன் பரப்பளவு
 $= x^2 + 3x + 2x + 6$

மேற்குறித்த இரு சந்தர்ப்பங்களிலும் ABCD யின் பரப்பளவே காணப்படுகின்றமையால்,

$$(x+3)(x+2) = x^2 + 3x + 2x + 6$$

$$= x^2 + 5x + 6$$

இதற்கேற்ப இரு உறுப்புகள் இடம்பெறும் கோவையாகிய ஈருறுப்புக் கோவையை வேறொரு ஈருறுப்புக் கோவையினால் பெருக்கும்போது அது நடைபெறும் விதத்தைப் பின்வருமாறு காட்டலாம்.



உதாரணம் 6.7

$(x+5)(x+2)$ ஐச் சுருக்குக.

$$(x+5)(x+2)$$

$$= x(x+2) + 5(x+2)$$

$$= x^2 + 2x + 5x + 10$$

$$= x^2 + 7x + 10$$

உதாரணம் 6.8

$(x+a)(x+b)$ ஐச் சுருக்குக.

$$(x+a)(x+b)$$

$$= x(x+b) + a(x+b)$$

$$= x^2 + bx + ax + ab$$

$$= x^2 + x(a+b) + ab$$

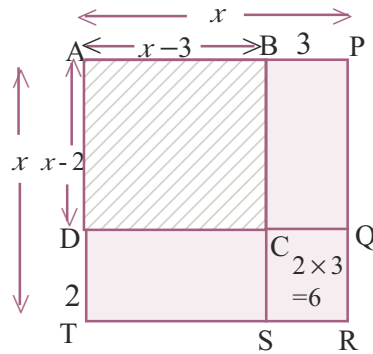
$$= x^2 + (a+b)x + ab$$

பயிற்சி 6.3

- பின்வரும் ஈருறுப்புக் கோவைகளைச் சுருக்குக.

(i) $(x+5)(x+3)$	(ii) $(x+1)(x+10)$	(iii) $(3+x)(2+x)$
(iv) $(a+4)(a+3)$	(v) $(p+7)(p+a)$	(vi) $(p+a)(p+b)$
(vii) $(2+p)(8+p)$	(viii) $(p+6)(p+1)$	(ix) $(m+5)(m+2)$
(x) $(10+a)(a+3)$		
- $(x+4)(x+2)$ இனால் பரப்பளவு காட்டப்படும் செவ்வகத்தை அவ்வளவீடுகள் இடம்பெறும் பரும்படிப் படத்தில் காட்டுக.
 - அச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $x^2 + 2x + 4x + 8$ என வரிப்படத்தைக் கொண்டு காட்டுக.
 - மேலே (i) இல் உள்ள செவ்வகத்தின் நீளத்தை 2 அலகுகளினால் கூட்டி அகலத்தை 1 அலகினால் குறைக்கும்போது கிடைக்கும் புதிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $x^2 + 7x + 6$ எனக் காட்டுக.
 - $x = 5$ எனின், நீளமும் அகலமும் மாறிய பின்னர் மேலே (iii) இல் உள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு தொடக்கச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவிலும் பார்க்க 3 சதுர அலகுகளினால் கூடியதெனக் காட்டுக.
- ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 30 m ஆகவுள்ள ஒரு சதுர மைதானத்தைச் சுற்றி x மீற்றர் அகலமுள்ள ஒரு பாதை உள்ளது.
 - பாதையுடன் மைதானத்தின் பரப்பளவை x இன் சார்பில் காண்க.
 - பாதையின் பரப்பளவை x இன் சார்பில் காட்டுக.
 - $x = 5$ m எனின், பாதையின் பரப்பளவைக் காண்க.

6.4 இரு ஈருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கம் (மேலும்)



நிழற்றப்பட்டுள்ள செவ்வகம் ABCDயின் நீளம் $= x - 2$
 அகலம் $= x - 3$
 செவ்வகம் ABCDயின் பரப்பளவு $= (x - 2)(x - 3)$

தனித்தனியாக எடுக்கும்போது செவ்வகம் ABCDயின் பரப்பளவு =
APRT யின் பரப்பளவு – BPRS யின் பரப்பளவு – DQRT யின் பரப்பளவு +
CQRS யின் பரப்பளவு

$$= x^2 - 3x - 2x + 6$$

$$= x^2 - 5x + 6$$

(CQRSஇன் பரப்பளவு இரு தடவை கழிக்கப்படுகின்றமையால் இறுதியில் ஒரு தடவை கூட்டப்பட்டுள்ளது)

மேற்குறித்த இரு சந்தர்ப்பங்களிலும் நிழற்றிய பகுதி ABCD யின் பரப்பளவு காட்டப்படுகின்றமையால்

$$(x-2)(x-3) = x^2 - 3x - 2x + 6$$

இரு ஈருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கத்தை மறுபடியும் முந்தியவாறே பெறலாம் என்பது தெளிவாகும்.

$$(x-2)(x-3) = x^2 - 3x - 2x + 6$$

$$= x^2 - 5x + 6$$

$x \times x$	$= x^2$
$x \times (-3)$	$= -3x$
$x \times (-2)$	$= -2x$
$(-2) \times (-3)$	$= 6$

உதாரணம் 6.9

$(x-5)(x-1)$ ஐச் சுருக்குக.

$$(x-5)(x-1)$$

$$x(x-1) - 5(x-1)$$

$$= x^2 - x - 5x + 5$$

$$= x^2 - 6x + 5$$

உதாரணம் 6.10

$(x-5)(x+2)$ ஐச் சுருக்குக.

$$(x-5)(x+2)$$

$$x(x+2) - 5(x+2)$$

$$= x^2 + 2x - 5x - 10$$

$$= x^2 - 3x - 10$$

உதாரணம் 6.11

$(x-5)(x+5)$ ஐச் சுருக்குக.

$$(x-5)(x+5)$$

$$x(x+5) - 5(x+5)$$

$$= x^2 + 5x - 5x - 25$$

$$= x^2 - 25$$

உதாரணம் 6.12

$(x-a)(x-b)$ ஐச் சுருக்குக.

$$(x-a)(x-b)$$

$$= x^2 - bx - ax + ab$$

$$= x^2 - (a+b)x + ab$$

பயிற்சி 6.4

- பின்வரும் ஈறுருப்புக் கோவைகளைச் சுருக்குக.
 - $(x-3)(x-7)$
 - $(x-1)(x-10)$
 - $(5-x)(2-x)$
 - $(x-7)(x+1)$
 - $(a+2)(a-5)$
 - $(p-7)(p+3)$
 - $(a-10)(a-5)$
 - $(10-p)(2-p)$
 - $(a+3)(8-a)$
 - $(7+a)(7-a)$
- ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் x அலகுகளும் அகலம் y அலகுகளும் ஆகும். அதன் நீளம் 2 அலகுகளினாலும் அகலம் 1 அலகினாலும் குறைக்கப்பட்டன. புதிய செவ்வகத்தின்
 - நீளம்
 - அகலம்
 - பரப்பளவுஆகியவற்றை x, y ஆகியவற்றின் சார்பில் காட்டுக.