கணிதம்

தரம் 8

பகுதி II

கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

முதலாம் பதிப்பு - 2016

இந்நூல் கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களத்தினால்,ஹோமாகம, கட்டுவான வீதி,
தொழினுட்ப குடியிருப்பு, இலக்கம் 145 இல் அமைந்துள்ள
சவிந்த கிரபிக் சிஸ்டம்ஸ் (தனியார்) கம்பனியில்
அச்சிடப்பட்டு, வெளியிடப்பட்டது.

தேசிய கீதம்

சிறீ லங்கா தாயே - நம் சிறீ லங்கா
நமோ நமோ நமோ நமோ தாயே

நல்லெழில் பொலி சீரணி
நலங்கள் யாவும் நிறை வான்மணி லங்கா
ஞாலம் புகழ் வள வயல் நதி மலை மலர்
நறுஞ்சோலை கொள் லங்கா
நமதுறு புகலிடம் என ஒளிர்வாய்
நமதுதி ஏல் தாயே
நம தலை நினதடி மேல் வைத்தோமே
நமதுயிரே தாயே - நம் சிறீ லங்கா
நமோ நமோ நமோ நமோ தாயே

நமதாரருள் ஆனாய்
நவை தவிர் உணர்வானாய்
நமதேர் வலியானாய்
நவில் சுதந்திரம் ஆனாய்
நமதிளமையை நாட்டே
நகு மடி தனையோட்டே
அமைவுறும் அறிவுடனே
அடல் செறி துணிவருளே - நம் சிறீ லங்கா
நமோ நமோ நமோ நமோ தாயே

நமதார் ஒளி வளமே
நறிய மலர் என நிலவும் தாயே
யாமெலாம் ஒரு கருணை அனைபயந்த
எழில்கொள் சேய்கள் எனவே
இயலுறு பிளவுகள் தமை அறவே
இழிவென நீக்கிடுவோம்
ஈழ சிரோமணி வாழ்வுறு பூமணி
நமோ நமோ தாயே - நம் சிறீ லங்கா
நமோ நமோ நமோ நமோ தாயே

ஒரு தாய் மக்கள் நாமாவோம்
ஒன்றே நாம் வாழும் இல்லம்
நன்றே உடலில் ஓடும்
ஒன்றே நம் குருதி நிறம்

அதனால் சகோதரர் நாமாவோம்
ஒன்றாய் வாழும் வளரும் நாம்
நன்றாய் இவ் இல்லினிலே
நலமே வாழ்தல் வேண்டுமன்றோ

யாவரும் அன்பு கருணையுடன்
ஒற்றுமை சிறக்க வாழ்ந்திடுதல்
பொன்னும் மணியும் முத்துமல்ல - அதுவே
யான்று மழியாச் செல்வமன்றோ.

ஆனந்த சமரக்கோன்
கவிதையின் பெயர்ப்பு.

கௌரவ கல்வி அமைச்சரின் செய்தி

சுதந்திரக் கல்வியைச் சகல விதத்திலும் பாதுகாப்பதே எமது எதிர்பார்ப்பாகும். உலகில் சுதந்திரக் கல்வியை வழங்கும் சொற்ப நாடுகள் மத்தியில் இலங்கை முன்னிலை வகிக்கும் நாடாக இருப்பது ஒரு பாக்கியமாகும். எனவே முறையான கல்வியைப் பெறும் எமது நாட்டின் சகல சிறார்களுக்கும் உரிய விடயதானங்களை முறையாகப் பெற்றுக்கொடுப்பதை நோக்காகக்கொண்டு இலவசப் பாடநூல்களை விநியோகிப்பதானது ஒரு முதல்நிலைச் செயற்பாடாகும். நீங்கள் அவ்வுரிமையைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கான அதிர்ஷ்டம் பெற்ற மாணவராவீர்கள்.

அறிவு நூற்றாண்டை நோக்கி அடியெடுத்துவைத்திருக்கும் இவ் யுகத்தில் இலங்கை உலகின் ஏனைய நாடுகளுடன் சகல துறைகளிலும் முன்னேறிச் செல்ல வேண்டும். இப்பயணத்தில் அறிவில் இற்றைப்படுத்தப்பட்ட உங்களைப் போன்ற ஒரு மாணவர் சமூகம் எமது தாய் நாட்டிற்குப் போன்றே முழு உலகிற்கும் பொருந்தும் விதமாக, பூரணமிக்க அறிவைக் கொண்ட ஒரு சமூகமாகத் திகழ வேண்டுமென்பதே எமது ஒரே எதிர்பார்ப்பாகும். சுமார் நான்கு மில்லியன் மாணவர்களுக்கு இலவசமாகப் பாடநூல்களை விநியோகிப்பதற்காக அரசாங்கம் பாரியளவு நிதியைச் செலவிடுகின்றது. இங்கு உங்கள் கடமையும் பொறுப்பும் யாதெனில் இந்நூலைப் பாதுகாப்பாகப் பயன்படுத்திக் குறித்த அறிவை விருத்தி செய்துகொண்டு முன்னோக்கிச் செல்வதுடன் மேலதிக நூல்களை வாசிப்பதற்காக உங்களை ஊக்குவித்துக் கொள்வதுமாகும். கற்றலுக்காகக் கற்க நீங்கள் தயாராக வேண்டும். இதன் மூலம் நாட்டுக்கும் காலத்துக்கும் பயன்மிக்கதொரு பிரஜையாகுவதற்கு அவசியமான பலமானதொரு அடித்தளத்தைப் பெற்றுக்கொள்வீர்கள் என்ற மேன்மையான எதிர்பார்ப்புடன் இந்நூலை உங்களுக்கு வழங்குகின்றேன்.

அகில விராஜ் காரியவசம்
கல்வி அமைச்சர்

முன்னுரை

அறிவு, திறன், ஒழுக்க விழுமியங்கள், தன்நம்பிக்கைகள் மற்றும் பழக்க வழக்கங்களைப் பெற்றுக்கொள்வதற்காக மேற்கொள்ளும் கற்றல் செயற்பாடு கல்வி என அறியப்படுகின்றது. என்றும் போல முறையான கற்றலொன்று ஆரம்பமாவது பாடசாலைக் கல்வி மூலமாகவே ஆகும். நாட்டிற்குச் செயற்றிறன் மிக்க எதிர்காலப் பிரசையொருவரை உருவாக்குவதற்கு அவசியமான ஆரம்ப அத்திபாரம் பாடசாலை மூலமே இடப்படுகின்றது என்பதில் சந்தேகமில்லை. இந்தவகையில் சமூகம் ஏற்றுக்கொள்ளும் சிறந்த பிரசைகளை நாட்டுக்கு வழங்கும் நோக்கை முன்வைத்தே இந்நூல் ஆக்கப்பட்டுள்ளது.

பாடசாலைப் பாடத்திட்டம் காலத்திற்குக்காலம் மாற்றப்பட்டு அதற்கிணங்க புதிய பாடநூல்கள் உருவாக்கப்பட்டு உங்களுக்கு வழங்கப்படுகின்றன. இதன் நோக்கம் நிகழ்காலத்தில் காணப்படும் அறிவை உங்களுக்கு வழங்கி வளர்ச்சியடைந்த விஞ்ஞானத்தொழினுட்ப அறிவுடன்கூடிய எதிர்கால உலகிற்கு உங்களைத் தயார்படுத்துவதாகும். இதன் நிமித்தம் கடந்த ஆண்டு தரம் 1, தரம் 7, தரம் 11 ஆகிய தரங்களுக்குப் புதிய பாடநூல்கள் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டதுடன் இவ்வாண்டு தரம் 2, தரம் 8 ஆகியவற்றிற்குப் புதிய நூல்கள் அறிமுகப்படுத்தப்படுகின்றன. இச்செயற்பாடு தொடர்ந்து வரும் ஆண்டுகளிலும் நடைமுறைப்படுத்தப்படவுள்ளது. கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களத்தினால் வழங்கப்படும் இப்பாடநூலின் மூலம் முழுமையான பிரசையொருவராகும் அனுபவத்தைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு அவசியமான உறுதுணை உங்களுக்குக் கிடைக்குமென எதிர்பார்க்கின்றேன்.

இந்நூலை வெளியிடுவதில் பங்களிப்புச் செய்த எழுத்தாளர், பதிப்பாசிரியர் குழு உறுப்பினர்களுட்பட அனைவருக்கும் மற்றும் கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்கள உத்தியோகத்தர்களுக்கும் எனது நன்றிகளைத் தெரிவிக்கிறேன்.

டபிள்யூ. டீ. பத்மினி நாளிகா
கல்வி வெளியீட்டு ஆணையாளர் நாயகம்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்
இசுருபாய
பத்தரமுல்ல.
2016.05.12

கண்காணிப்பும் மேற்பார்வையும்

திருமதி டபிள்யூ. டீ. பத்மினி நாளிகா - கல்வி வெளியீட்டு ஆணையாளர் நாயகம்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

வழிகாட்டல்

திருமதி டபிள்யூ. ஏ. நிர்மலா பியசீலி - ஆணையாளர் (அபிவிருத்தி)
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

இணைப்பாக்கம்

திருமதி அ. குலரத்தினம் - உதவி ஆணையாளர்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

திரு ஏ. ஞானேஸ்வரன் - அபிவிருத்தி உதவியாளர்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

பதிப்பாசிரியர் குழு

கலாநிதி ஆர்.ரீ. சமரதுங்க - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்
கணிதக் கல்விப் பிரிவு
விஞ்ஞான பீடம்,
கொழும்புப் பல்கலைக்கழகம்

கலாநிதி ரொமேன் ஜயவர்த்தன - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்
கணிதக் கல்விப் பிரிவு
விஞ்ஞான பீடம்,
கொழும்புப் பல்கலைக்கழகம்

திரு டபிள்யூ. எம். பிரஞாதர்ஷன - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்
கல்விப் பீடம்,
கொழும்புப் பல்கலைக்கழகம்

திரு பீ.டீ.சித்தானந்த பியன்வில - பணிப்பாளர்
கணிதப் பிரிவு
கல்வி அமைச்சு

திரு எம்.என்.பீ. பீரீஸ் - விரிவுரையாளர்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

திரு எஸ். ராஜேந்திரம் - விரிவுரையாளர்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

திருமதி எச். சந்திமா குமாரி த சொயிசா - உதவி ஆணையாளர்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

திருமதி ரீ.டீ.சீ. கல்ஹாரி குணசேகர - உதவி ஆணையாளர்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

திருமதி தனுஜா மைத்திரி விதாரண - உதவி ஆணையாளர்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

எழுத்தாளர் குழு

திரு என். வாகீசமூர்த்தி	-	ஓய்வு பெற்ற கல்விப் பணிப்பாளர்
திரு ஆர். எஸ். ஈ. புஸ்பராஜன்	-	ஓய்வு பெற்ற உதவிக் கல்விப் பணிப்பாளர்
திரு எம். எஸ். எம். ரபீது	-	ஓய்வு பெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர்
திருமதி யூ. விவேகானந்தன்	-	ஓய்வு பெற்ற ஆசிரியர்
திரு அனுர டீ. வீரசிங்க	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் (பிரிவேனா), மாத்தறை மாவட்டம்
திருமதி பீ.எம். பிசோ மெனிக்கே	-	ஆசிரிய ஆலோசகர், கோட்டக் கல்வி அலுவலகம், வாரியப்பொல
திரு பீ.எல். மித்திரபால	-	உதவிக் கல்விப் பணிப்பாளர், வலயக் கல்வி அலுவலகம், ஹக்மன.
திரு அஜித் ரணசிங்க	-	ஆசிரிய ஆலோசகர், வலயக் கல்வி அலுவலகம், ஹோமாகம.
திரு எம். எம். ஏ. ஜயசேன	-	ஓய்வு பெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர்
திரு மேவின் றுபேறு குணசேகர	-	ஓய்வு பெற்ற அதிபர்
கலாநிதி டபிள்யூ. அஜித் ரவீந்திர டி மெல்	-	சிரேட்ட விரிவுரையாளர், கணிதக் கல்விப் பிரிவு, விஞ்ஞான பீடம், ருகுணைப் பல்கலைக்கழகம்
திருமதி தினூஷியா சியாமலீ ரொட்ரிகோ	-	சிரேட்ட விரிவுரையாளர், கணித, விஞ்ஞானக் கல்விப் பிரிவு, பிரயோக விஞ்ஞானப் பீடம், ஸ்ரீ ஜயவர்த்தனபுரப் பல்கலைக்கழகம்

திரு கே. யூ. எஸ். சோமரத்ன - விரிவுரையாளர்
எந்திரவியற் பீடம்,
மொரட்டுவப் பல்கலைக்கழகம்

திரு எம். மேவன் பீ. தாபரே - அமதூவ மத்திய மகா வித்தியாலயம்,
அமதூவ, புத்தளம்

திருமதி எச். சந்திமா குமாரி டி சொயிசா - உதவி ஆணையாளர்,
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

மொழிப் பதிப்பாசிரியர்

திரு பி. இராஜசேகரன் - ஓய்வு பெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர்

சரவை பார்ப்பு

திரு எம். எம். நிலாப்தீன் - ஆசிரிய ஆலோசகர்
வலயக் கல்வி அலுவலகம்
பொலன்னறுவை

கணினி வடிவமைப்பு

திரு முத்தையா காந்தரூபன் - நூல் வடிவமைப்பாளர்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

செல்வி நாகரட்ணம் சந்திரப்பிரியா - நூல் வடிவமைப்பாளர்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

எழுத்தாளர், பதிப்பாசிரியர் குழுவின் குறிப்புகள்

2017 ஆம் ஆண்டு தொடக்கம் நடைமுறைப்படுத்தப்படும் புதிய பாடத்திட்டத்திற் கேற்பத் தரம் 8 மாணவர்களுக்காக இந்நூல் எழுதப்பட்டுள்ளது.

இந்நூல் தேர்ச்சிகளை அடிப்படையாய்க் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் மூலம் கணித எண்ணக்கருக்கள் பற்றிய அறிவை மாணவர்களுக்கு வழங்குவதோடு அவ்வறிவைத் தினசரி வாழ்வில் பயன்படுத்தித் திறன்களை விருத்திச் செய்வதற்கும் எதிர்ப்பார்க்கப்படுகின்றது. கணிதப் பாடத்தில் பயிற்சி பெற வேண்டும் என்னும் மனப்பாங்கைப் பிள்ளைகளிடமும் விருத்தி செய்வதற்கு இந்நூலைத் தயாரிக்கும்போது நாம் முயன்றுள்ளோம்.

கணித எண்ணக்கருக்களைக் கற்பதற்கான அடித்தளத்தை முறைமையாக உருவாக்குவதன் தேவை இந்நூலைத் தயாரிக்கும்போது கருத்திற் கொள்ளப்பட்டுள்ளது. இந்நூல் வெறுமனே பாடசாலைப் பருவத்தில் நடாத்தப்படும் பரீட்சைகளை நோக்காகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்ட ஒரு கற்றற் சாதனமன்று. பிள்ளைகளிடம் விருத்தி செய்ய வேண்டிய தர்க்க ரீதியான சிந்தனை, சரியான தொலைநோக்கு, ஆக்கத்திறன் ஆகியவற்றை மேம்படுத்தும் ஓர் ஊடகமாகக் கருதப்பட்டுத் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

அவ்வாறே பிள்ளைகளிடம் கணித எண்ணக்கருக்களை உறுதிப்படுத்துவதற்கு இதில் இடம்பறும் செயற்பாடுகள், உதாரணங்கள், பயிற்சிகள் ஆகியன தினசரி வாழ்வின் அனுபவங்களுடன் பொருத்தமாக்கித் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளன. அதன் மூலம் கணிதம் தினசரி வாழ்வில் எவ்வளவு முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது என்பதைப் பிள்ளைகளிடம் பதிய வைக்கலாம். இப்பாட நூலிற்குப் பிள்ளைகளை வழிப்படுத்தும் ஆசிரியர்கள் இந்நூலில் இடம்பெறும் விடயங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு பிள்ளைகளின் கற்றல் கோலத்திற்கும் மட்டத்திற்கும் பொருத்தமான வேறு கற்றற் சாதனங்களைத் தயாரிக்கலாம்.

இப்பாட நூலில் ஒவ்வொரு பாடத்திலிருந்தும் பிள்ளை கற்றுக்கொள்ள வேண்டிய விடயங்கள் பற்றிய கருத்து அப்பாடத்தின் தொடக்கத்தில் தரப்பட்டுள்ளது. பாடத்திற்குரிய விசேட விடயங்களை நினைவு கூர்வதற்கு ஒவ்வொரு பாடத்தின் இறுதியிலும் அதன் பொழிப்பு தரப்பட்டுள்ளது. ஒரு பாடசாலைத் தவணையில் செய்யப்படும் பணியை மீட்பதற்கு ஒவ்வொரு தவணைக்கும் உரிய பாடத்தின் இறுதியில் ஒவ்வொரு மீட்டற் பயிற்சி வீதம் தரப்பட்டுள்ளது.

கணித எண்ணக்கருக்களை விளங்கிக் கொள்ளும்போது ஒவ்வொரு பிள்ளையும் ஒரே திறனை வெளிக்காட்டுவதில்லை. ஆகவே, சொந்த தேர்ச்சி மட்டத்திற்கேற்ப ஒவ்வொரு பிள்ளையும் அறிந்த விடயங்களைக் கொண்டு அறியாத விடயங்களுக்கு வழிப்படுத்தல் வேண்டும். அதனை வாண்மைத் தொழில் மட்டத்தில் ஆசிரியர் நன்றாக செய்யலாமென நம்புகின்றோம்.

இந்நூலைத் தயாரிக்கும்போது பெறுமதிமிக்க கருத்துக்களைத் தந்த கொழும்புப் பல்கலைக்கழகத்தின் கல்விப் பீடத்தின் சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் திரு டபிள்யூ. எம். பிரஞாதர்ஷன அவர்களுக்கும் மொரட்டுவைப் பல்கலைக்கழகத்தின் பொறிமுறை எந்திரவியற் கல்வித்துறையின் கலாநிதி எச். கே. ஜீ. புஞ்சிஹேவா அவர்களுக்கும் எமது நன்றி உரியது.

எழுத்தாளர், பதிப்பாசிரியர் குழு

பொருளடக்கம்

15 தசமங்கள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- முழுவெண் ஒன்றைத் தசம எண் ஒன்றினால் பெருக்குவதற்கும்
- தசம எண் ஒன்றைத் தசம எண் ஒன்றினால் பெருக்குவதற்கும்
- முழுவெண் ஒன்றைத் தசம எண் ஒன்றினால் வகுப்பதற்கும்
- தசம எண் ஒன்றைத் தசம எண் ஒன்றினால் வகுப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

15.1 தசமம்

தரப்பட்ட பின்னமொன்றைத் தசம எண்ணாக எழுதுவதற்கும் தரப்பட்ட தசம எண் ஒன்றைப் பின்னமாக எழுதுவதற்கும் தரம் 6, 7 இல் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

பின்னமொன்றை அதன் பகுதியெண் 10, 100, 1000, ... என்றவாறு பத்தின் வலுவாக மாற்றிக் கொண்டால் அப்பின்னத்தைத் தசம எண்ணாக மாற்றுவது இலகுவாக இருக்குமென நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

• பின்னமொன்றைத் தசம எண்ணாக மாற்றி எழுதுதல்

பகுதியெண் 10 ஆக அமைந்த சில பின்னங்களைத் தசம எண்ணாக மாற்றி எழுதியுள்ள விதத்தை நோக்குவோம்.

$\frac{1}{10} = 0.1, \quad \frac{9}{10} = 0.9, \quad \frac{17}{10} = 1.7$

பகுதியெண் 10 ஆக அமையாத சில பின்னங்களைத் தசம எண்ணாக மாற்றுவதற்குச் சமவலுப் பின்னங்களைப் பயன்படுத்திய விதத்தை நினைவுகூர்வோம்.

- $\frac{3}{25}$ ஐத் தசம எண்ணாக எழுதுவோம்

$100 \div 25 = 4$ என்பதால்

$$\frac{3}{25} = \frac{3 \times 4}{25 \times 4} = \frac{12}{100} = 0.12$$

- $\frac{77}{125}$ ஐத் தசம எண்ணாக எழுதுவோம்.

$1000 \div 125 = 8$ என்பதால்

$$\frac{77}{125} = \frac{77 \times 8}{125 \times 8} = \frac{616}{1000} = 0.616$$

- $\frac{17}{4}$ என்னும் முறைமையில்லாப் பின்னத்தைத் தசம எண்ணாக மாற்றுவோம்.

$$\frac{17}{4} = \frac{17 \times 25}{4 \times 25} = \frac{425}{100} = 4.25$$

- $6\frac{33}{40}$ என்னும் கலப்பு எண்ணைத் தசம எண்ணாக மாற்றுவோம்.

$$6\frac{33}{40} = 6 + \frac{33}{40} = 6 + \frac{33 \times 25}{40 \times 25} = 6 + \frac{825}{1000} = 6 + 0.825 = 6.825$$

10, 100, 1000 அல்லது பத்தின் ஏதேனுமொரு வலுவாக அமையும் எண் ஒன்று ஏதேனுமொரு பின்னத்தின் பகுதியெண்ணால் வகுபடுமாயின் அப்பின்னத்தைத் தசம எண்ணாக இலகுவாக எழுதலாம்.

தசம எண் ஒன்றை முழுவெண் ஒன்றினால் பெருக்கவும் தசம எண் ஒன்றை முழுவெண் ஒன்றினால் வகுக்கவும் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

தசம எண் ஒன்றைப் பத்தின் வலுவாக அமையும் ஓர் எண்ணால் பெருக்கும்போது அவ்வெண்ணில் உள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமனான எண்ணிக்கையில் தசமப் புள்ளியை வலப் பக்கமாக நகர்த்த வேண்டும். தேவையேற்படின் மேலதிகமாகப் பூச்சியங்களை எண்ணின் இறுதியில் சேர்த்துக்கொள்ள வேண்டும்.

உதாரணம் : (i) $3.211 \times 10 = 32.11$ (ii) $2.31 \times 1000 = 2310$

தசம எண் ஒன்றை பத்தின் வலுவாக அமையும் ஓர் எண்ணால் வகுக்கும்போது அவ்வெண்ணில் உள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமனான எண்ணிக்கையில் தசமப் புள்ளியை இடப் பக்கமாக நகர்த்த வேண்டும். தேவையேற்படின் மேலதிகமாகப் பூச்சியங்களை எண்ணின் முன்னால் சேர்த்துக் கொள்ளவேண்டும்.

உதாரணம் : (i) $22.31 \div 10 = 2.231$ (ii) $0.4 \div 100 = 0.004$ (iii) $32 \div 1000 = 0.032$

தரம் 6, 7 இல் கற்றவற்றை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு முறைமைப் பின்னத்தையும் தசம எண்ணாக எழுதுக.

(i) $\frac{3}{10}$ (ii) $\frac{97}{100}$ (iii) $\frac{1}{1000}$

2. தரப்பட்ட தசம எண்களைப் பின்னங்களாக மிக எளிய வடிவில் தருக.

(i) 0.7 (ii) 0.25 (iii) 8.16 (iv) 0.025

3. பின்வரும் முறைமையில்லாப் பின்னங்களையும் கலப்பு எண்களையும் தசம எண்களாக மாற்றுக.

(i) $\frac{17}{10}$ (ii) $\frac{308}{25}$ (iii) $3\frac{9}{10}$ (iv) $14\frac{9}{100}$

4. பெறுமானம் காண்க.

(a) (i) 3.87×10 (ii) 4.08×100 (iii) 0.0456×1000

(iv) 4.09×10^2 (v) 9.45×10^3 (vi) 18.342×10^2

(vii) 3.27×3 (viii) 0.65×11 (ix) 15.08×13

(b) (i) $58 \div 10$ (ii) $34 \div 100$ (iii) $148 \div 1000$

(iv) $7.29 \div 10^2$ (v) $35 \div 10^3$ (vi) $1.785 \div 10^2$

(vii) $78.3 \div 3$ (viii) $0.684 \div 4$ (ix) $30.88 \div 12$

15.2 முழுவெண் ஒன்றைத் தசம எண் ஒன்றினால் பெருக்கல்

முழுவெண் ஒன்றினைத் தசம எண் ஒன்றினால் பெருக்குகையில் தசம எண்ணை பின்னமாக மாற்றி சுருக்கும் விதத்தை ஆராய்வோம். அது தசம எண் ஒன்றினால் ஒரு முழுவெண்ணைப் பெருக்கிய விதமே ஆகும்.

- 7×0.8 இன் பெறுமானம் காண்போம்.

முறை I

தசம எண்ணைப் பகுதியெண் பத்தின் வலுவாக அமைந்த பின்னமாக மாற்றிப் பெருக்குவோம்.

$$0.8 = \frac{8}{10}$$

$$\therefore\ 7 \times 0.8 = 7 \times \frac{8}{10}$$

$$= \frac{56}{10} = 5.6$$

முறை II

0.8 இன் தசம தானங்களைக் கருதாது 7×8 இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

$$7 \times 8 = 56$$

$0.8 = 8 \div 10$ என்பதால்

7×0.8 இன் பெறுமானத்தைப் பெற

7×8 இன் பெறுமானத்தை 10 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

$$\therefore\ 7 \times 0.8 = \frac{56}{10} = 5.6$$

- 8×1.2 இன் பெறுமானம் காண்போம்.

$$8 \times 1.2 = 8 \times \frac{12}{10}$$
$$= \frac{96}{10}$$
$$= 9.6$$

முதலில் தசம தானங்களைக் கருதாது பெருக்குவோம்.

$8 \times 1.2 = 1.2 \times 8$ என்பதால் $12 \times 8 = 96$

$\therefore$ 1.2 இல் ஒரு தசம தானம் மட்டும் இருப்பதால் விடையிலும் ஒரு தசம தானமே இருக்குமாறு தசமப் புள்ளியை இடவேண்டும்.

அதாவது $8 \times 1.2 = 1.2 \times 8 = 9.6$ ஆகும்.

இங்கே கடைப்பிடித்த கணித எண்ணக்கருவிற்கு இணங்க, $1.2 \times 10 = 12$ என்பதால், 12×8 ஐப் பெருக்கிப் பெறும் விடையை 10 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

அதற்கேற்ப $8 \times 1.2 = 9.6$ ஆகும்.

உதாரணம் 1

8×8.73 இன் பெறுமானம் காண்க.

முறை I

$$8 \times 8.73 = 8 \times \frac{873}{100} = \frac{6984}{100} = 69.84$$

முறை II

எண்களைத் தசம தானங்களைக் கருதாது பெருக்குவோம்.

$$\begin{array}{r} 873 \\ \times\, 8 \\ \hline 6984 \\ \hline\hline \end{array}$$

$8.73 \times 100 = 873$ என்பதால் 8.73×8 இன் விடையைப் பெறுவதற்கு 873×8 இனால் பெற்ற விடையை 100 இனால் வகுக்க வேண்டும்.

$\therefore 8.73 \times 8 = 873 \times 8 \div 100 = 6984 \div 100 = 69.84$

இங்கே 8.73 இல் இரு தசம தானங்கள் இருப்பதால் பெறப்பட்ட விடையிலும் இரு தசம தானங்கள் இருக்குமாறு தசமப் புள்ளி இடப்பட்டுள்ளது.

உதாரணம் 2

(1) $233 \times 7 = 1631$ ஆகும். இதனைக் கொண்டு பின்வரும் பெருக்கங்களின் விடைகளை எழுதுக.

(i) 23.3×7 (ii) 2.33×7 (iii) 0.233×7

(i) $233 \times 7 = 1631$

$23.3 \times 10 = 233$ என்பதால்

$23.3 \times 7 = 1631 \div 10$

$= 163.1$

(ii) $233 \times 7 = 1631$

$2.33 \times 100 = 233$ என்பதால்

$2.33 \times 7 = 1631 \div 100$

$= 16.31$

(iii) $233 \times 7 = 1631$

$0.233 \times 1000 = 233$ என்பதால்

$0.233 \times 7 = 1631 \div 1000$

$= 1.631$

பயிற்சி 15.1

1. பெறுமானம் காண்க.

(i) 5×8.03 (ii) 12×19.4 (iii) 30×10.53

(iv) 4×3.197 (v) 15×1.91 (vi) 32×24.64

2. 678×4 இன் பெறுமானத்தைப் பெற்று அதிலிருந்து

(i) 4×67.8 (ii) 4×6.78 (iii) 4×0.678 என்னும் பெருக்கங்களின் விடைகளைக் காண்க.

3. 34 m நீளமும் 312.8 m அகலமும் கொண்ட செவ்வகவடிவ மரக்கறித் தோட்டமொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

15.3 இரண்டு தசம எண்களின் பெருக்கம்

2.7 m நீளமும் 0.9 m அகலமும் கொண்ட செவ்வக வடிவமான கட்டில் விரிப் பொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

செவ்வக வடிவக் கட்டில் விரிப்பின் நீளம் $= 2.7$ m

விரிப்பின் அகலம் $= 0.9$ m

செவ்வக வடிவக் கட்டில் விரிப்பின் பரப்பளவு $= 2.7 \text{ m} \times 0.9 \text{ m}$

$= 2.7 \times 0.9 \text{ m}^2$

இனி 2.7×0.9 இன் பெறுமானத்தைக் காணும் விதத்தை ஆராய்வோம். ஒவ்வொரு தசம எண்ணையும் பின்னமாக எழுதுவோம்.

முறை I

$2.7 = \frac{27}{10}$, $0.9 = \frac{9}{10}$

$$\therefore \; 2.7 \times 0.9 = \frac{27}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{27 \times 9}{100}$$
$$= \frac{243}{100}$$
$$= 2.43$$

27×9 இன் பெறுமானத்தை 100 ஆல் வகுத்து 2.7×0.9 இன் பெறுமானம் பெறப்படும்.

$$\underset{\text{பெருக்குறு}}{2.7} \times \underset{\text{பெருக்கி}}{0.9} = \underset{\text{பெருக்கம்}}{2.43}$$

முறை II

தசம எண்கள் இரண்டினதும் தசம தானங்களைக் கருதாது இரண்டு எண்களையும் பெருக்குவோம். இரு எண்களிலும் (பெருக்குறு, பெருக்கி) இரு தசம தானங்கள் உள்ளன.

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times\; 9 \\ \hline 243 \\ \hline\hline \end{array}$$

இரு தசம தானங்களைக் கொண்ட எண்ணாக 243 ஐ எழுதும்போது 2.43 பெறப்படும்.
இதன்படி $2.7 \times 0.9 = 2.43$ ஆகும்.

உதாரணம் 1

30.8×0.07 இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

முறை I

$$30.8 = \frac{308}{10}\ ,\ 0.07 = \frac{7}{100}$$

$$\therefore\ 30.8 \times 0.07 = \frac{308}{10} \times \frac{7}{100} = \frac{2156}{1000} = 2.156$$

முறை II

$$\begin{array}{r} 308 \\ \times\ 7 \\ \hline 2156 \\ \hline\hline \end{array}$$

$\therefore$ 30.8 (பெருக்குறு), 0.07 (பெருக்கி) ஆகிய இரு தசம எண்களிலும் 3 தசம தானங்கள் உள்ளன. எனவே 3 தசம தானங்களைக் கொண்டதாகத் தசமப் புள்ளியைக் குறிப்போம்.

$\therefore\ 30.8 \times 0.07 = 2.156$

உதாரணம் 2

$172 \times 26 = 4472$ எனின், பின்வருவனவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

(i) 1.72×2.6 (ii) 17.2×2.6 (iii) 0.172×0.026

$$\text{(i) } 1.72 \times 2.6 = \frac{172 \times 26}{100 \times 10} = \frac{4472}{1000} = 4.472$$

$$\text{(ii) } 17.2 \times 2.6 = \frac{172 \times 26}{100} = \frac{4472}{100} = 44.72$$

$$\text{(iii) } 0.172 \times 0.026 = \frac{172 \times 26}{1000 \times 1000} = \frac{4472}{1000\,000} = 0.004472$$

பயிற்சி 15.2

1. பெறுமானம் காண்க.

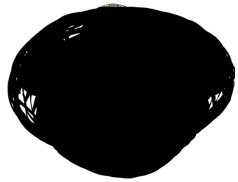
(i) 0.7×0.6 (ii) 1.2×0.8 (iii) 4.2×2.8 (iv) 1.26×0.9

(v) 1.31×0.91 (vi) 2.78×1.87 (vii) 62.32×3.48 (viii) 59.08×1.42

(ix) $(0.4)^2$ (x) $(0.06)^2$ (xi) $0.3 \times 0.5 \times 0.9$ (xii) $4 + 0.3 \times 0.2$

(xiii) $0.09 - 0.09 \times 0.03$ (xiv) $(0.7 - 1)^2$

2. 1 kg உருளைக்கிழங்கின் விலை ரூ. 76.50 ஆகும். அபிலாஷினிக்கு 2.5 kg உருளைக்கிழங்கை வாங்க எவ்வளவு பணம் தேவைப்படும்?



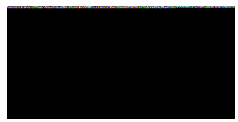
3. 2.7 cm பக்க நீளமுடைய சதுர வடிவ முத்திரையொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

4. $273 \times 31 = 8463$ எனின், பின்வருவனவற்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) 27.3×3.1 (ii) 2.73×3.1 (iii) 0.31×2.73

(iv) 3.1×0.273 (v) 0.031×2.73 (vi) 0.031×27.3

5. செங்கல்லொன்று 2.3 kg திணிவுடையது. சுவரொன்றைக் கட்ட 2500 செங்கற்கள் தேவைப்படுகின்றன.

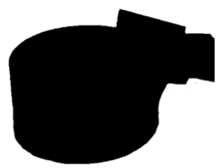


(i) தேவைப்படும் செங்கற்களின் முழுத் திணிவைக் காண்க.

(ii) லொறி ஒன்று ஒரு தடவையில் 2 t திணிவை மட்டுமே ஏற்றிச் செல்லும். இந்த 2500 செங்கற்களையும் ஏற்றிச் செல்ல இவ்வகையான எத்தனை லொறிகள் தேவைப்படும்?

15.4 முழுவெண் ஒன்றைத் தசம எண் ஒன்றினால் வகுத்தல்

சஹானாவுக்கு வகுப்பறையை அலங்கரிக்க 0.8 m நீளமான றிபன் பட்டிகள் தேவைப்படுகின்றன. அவளிடம் 48 m நீளமான றிபன் பட்டிப் பந்தொன்று உள்ளது. அப்பந்திலிருந்து 0.8 m நீளமான எத்தனை துண்டுகளை வெட்ட முடியும் எனக் காண்போம்.



அதனைக் காண 48 m ஐ 0.8 m ஆல் வகுப்போம்.

முறை I

$48 \div 0.8 = 48 \div \frac{8}{10}$

$\frac{8}{10}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{10}{8}$ என்பதால்

$\therefore\ 48 \div 0.8 = 48 \times \frac{10}{8}$

$= \frac{480}{8} = 60$

தசம தானங்களைக் கருதாது $48 \div 8$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. 0.8 இல் ஒரு தசம தானம் இருப்பதால், $48 \div 8$ இனால் வகுத்துப் பெறப்படும் விடையை 10 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

$\therefore\ 48 \div 0.8 = 60$

அதாவது 60 றிபன் துண்டுகளை வெட்டலாம்.

$$\begin{array}{l} \text{வகுக்குறு} \longrightarrow \\ \text{வகுத்தி} \longrightarrow \end{array} \frac{48}{0.8} = 60$$

முறை II

வகுத்தியை 10 இன் வலுவால் பெருக்கி, வகுத்தியை முழுவெண்ணாக மாற்றுக. பின்னர் பொதுவான முறையில் வகுத்தலைச் செய்க.

$$\frac{48}{0.8} = \frac{48 \times 10}{0.8 \times 10} = \frac{480}{8} = 60$$

உதாரணம் 1

63 ஐ 1.2 இனால் வகுக்க.

முறை I

$$63 \div 1.2 = 63 \div \frac{12}{10}$$

$$= 63 \times \frac{10}{12} \quad \left(\frac{12}{10} \text{ இன் நிகர்மாற்று } \frac{10}{12} \text{ ஆகும்.}\right)$$

$$= \frac{630}{12} = 52.5$$

$$\begin{array}{r|l} & 52.5 \\ \hline 12 & 630.0 \\ & \underline{60} \\ & \;\;30 \\ & \;\;\underline{24} \\ & \;\;\;\;60 \\ & \;\;\;\;\underline{60} \end{array}$$

முறை II

தசம தானங்களைக் கருதாது 63 ஐ 12 ஆல் வகுப்போம்.

1.2 இல் ஒரு தசம தானம் இருப்பதால் 63 ஐ 12 ஆல் வகுத்துப் பெறப்படும் விடையை 10 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

$63 \div 12 = 5.25 \quad \times 10$

$= 52.5$

$$\begin{array}{r|l} & 5.25 \\ \hline 12 & 63.00 \\ & \underline{60} \\ & \;\;30 \\ & \;\;\underline{24} \\ & \;\;\;\;60 \\ & \;\;\;\;\underline{60} \\ & \;\;\;\;00 \end{array}$$

முறை III

$$\frac{63}{1.2} = \frac{63 \times 10}{1.2 \times 10}$$

$$= \frac{630}{12}$$

$$= 52.5$$

$$\begin{array}{r|l} & 52.5 \\ \hline 12 & 630 \\ & \underline{60} \\ & \;\;30 \\ & \;\;\underline{24} \\ & \;\;\;\;60 \\ & \;\;\;\;\underline{60} \\ & \;\;\;\;00 \end{array}$$

உதாரணம் 2

$87 \div 12 = 7.25$ ஆகும். இதற்கேற்ப பின்வருவனவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

(i) $87 \div 1.2$ (ii) $8.7 \div 0.12$

(i) $87 \div 12 = 7.25$

$87 \div 1.2 = 7.25 \times 10$

$= 72.5$

(ii) $87 \div 12 = 7.25$

முறை I

$8.7 \div 0.12 = 7.25 \times 10$

$= 72.5$

முறை II

$$\frac{8.7}{0.12} = \frac{8.7 \times 100}{0.12 \times 100}$$

$$= \frac{870}{12}$$

$$= \frac{87}{12} \times 10$$

$$= 7.25 \times 10$$

$$= 72.5$$

பயிற்சி 15.3

1. பெறுமானம் காண்க.

(i) $7 \div 0.28$ (ii) $11 \div 0.44$ (iii) $8 \div 3.28$

(iv) $12 \div 25.08$ (v) $47.5 \div 15$ (vi) $9.7 \div 25$

2. $198 \div 11 = 18$ ஆகும். அதற்கேற்ப பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) $198 \div 1.1$ (ii) $198 \div 0.11$

3. குழாய் நீர் விநியோகம் ஒன்றிற்காக 720 m நீளத்துக்கு குழாய் ஒன்று தேவைப்படுகின்றது. அவ்வாறாயின் 2.4 m நீளமுடைய எத்தனை குழாய்கள் இதற்காகத் தேவைப்படும்?

15.5 தசம எண் ஒன்றை வேறொரு தசம எண்ணினால் வகுத்தல்

3.72 ஐ 1.2 இனால் வகுப்போம்.

முறை I

$$3.72 \div 1.2 = \frac{372}{100} \div \frac{12}{10}$$

$$= \frac{372}{10\cancel{0}} \times \frac{1\cancel{0}}{12} \qquad \left(\frac{12}{10} \text{ இன் நிகர்மாற்று } \frac{10}{12} \text{ என்பதால்,}\right)$$

$$= \frac{372}{10 \times 12} = \frac{37.2}{12}$$

$$= 3.1$$

முறை II

$$\frac{3.72}{1.2} = \frac{3.72 \times 10}{1.2 \times 10} = \frac{37.2}{12}$$

வகுக்குறுவையும் வகுத்தியையும் 10 இன் வலுவினால் பெருக்கி வகுத்தியை ஒரு முழுவெண் ஆக்கிக்கொள்க. பின்னர் சாதாரண முறையில் வகுத்தலைச் செய்க.

$$\begin{array}{r|l} & \;\;3\,.\,1 \\ \hline 12 & 37\,.\,2 \\ & \underline{36} \\ & \;\;12 \\ & \;\;\underline{12} \\ & \;\;\underline{\underline{00}} \end{array}$$

உதாரணம் 1

0.648 என்பதை 5.4 இனால் வகுக்குக.

$$0.648 \div 5.4 = \frac{648}{1000} \div \frac{54}{10} \quad \left(\frac{54}{10} \text{ இன் நிகர்மாற்று } \frac{10}{54} \text{ ஆகும்.}\right)$$

$$\therefore\ 0.648 \div 5.4 = \frac{648}{1000} \times \frac{10}{54}$$

$$= \frac{648}{54} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{12}{100}$$

$$= 0.12$$

பயிற்சி 15.4

1. பெறுமானம் காண்க.

(i) $0.8 \div 1.6$ (ii) $16.8 \div 0.07$ (iii) $194.3 \div 6.7$ (iv) $1.943 \div 0.67$

(v) $19.43 \div 6.7$ (vi) $0.1943 \div 6.7$ (vii) $1.943 \div 0.067$ (viii) $19.43 \div 670$

2. (i) $336 \div 1.2$ இன் பெறுமானம் காண்க.
(ii) $336 \div 12$ இல் பெறப்பட்ட விடையைக் கொண்டு பின்வருவனவற்றில் பெறுமானம் காண்க.

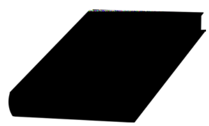
(a) $3.36 \div 0.12$ (b) $33.6 \div 1.2$

3. (i) $3638 \div 17$ இன் பெறுமானம் காண்க.
(ii) $3638 \div 17$ இல் பெறப்பட்ட விடையைக் கொண்டு பின்வரும் பெருக்கங்களின் பெறுமானம் காண்க.

(a) $36.38 \div 1.7$ (b) $363.8 \div 0.17$

4. மோட்டார் வண்டியொன்று 4 மணித்தியாலங்களில் 150.78 km தூரம் சென்றுள்ளது. சீரான கதியில் செல்லுமாயின் இது 1 மணித்தியாலத்தில் சென்றுள்ள தூரத்தைக் காண்க.

5. புத்தகமொன்றின் விலை ரூ. 47.25 ஆகும். ரூ. 425.25 இற்கு எத்தனை புத்தகங்கள் வாங்கலாம்?



6. 12.5 m அகலமுடைய செவ்வக வடிவமான நிலமொன்றின் பரப்பளவு 2718.75 m^2 ஆகுமெனின் அந்நிலத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

பலவினப் பயிற்சி

1. சுருக்குக.

(i) 7.18×100 (ii) 9.03×4 (iii) 10.9×7
(iv) 19.2×12 (v) 31.4×15 (vi) 3.07×33

2. சுருக்குக.

(i) 10×8.79 (ii) 100×0.92 (iii) 14×0.21
(iv) 27×0.6 (v) 1.005×40 (vi) 30×4.2

3. 28 $\times$ 43 = 1204 ஆகும். இதனைக் கொண்டு பின்வரும் பெருக்கங்களின் பெறுமானம் காண்க.

(i) 2.8×43 (ii) 4.3×28 (iii) 0.43×28
(iv) 0.28×43 (v) 0.028×43 (vi) 0.043×28

4. 183 $\times$ 32 = 5856 ஆகும். இதனைக் கொண்டு பின்வரும் பெருக்கங்களின் பெறுமானம் காண்க.

(i) 18.3×3.2 (ii) 0.32×18.3 (iii) 1.83×0.32
(iv) 3.2×0.183 (v) 0.183×0.32 (vi) 0.032×1.83

5. பெறுமானம் காண்க.

(i) 5.2×0.4 (ii) 0.75×0.5 (iii) 0.075×2.5 (iv) 3.74×1.1
(v) 0.195×1.5

6. பெறுமானம் காண்க.

(i) $6.84 \div 0.2$ (ii) $27.15 \div 1.5$ (iii) $68.32 \div 0.004$
(iv) $84.48 \div 1.32$ (v) $3.25 \div 2.5$ (vi) $0.064 \div 0.04$

7. செவ்வக வடிவத் தகடொன்று 87.6 cm^2 பரப்பளவுடையது. அது 1.2 cm அகலமுடையது எனின் அதன் நீளத்தைக் காண்க.

பொழிப்பு

- முழுவெண் ஒன்றைத் தசம எண் ஒன்றினால் பெருக்கும்போது தசம எண்ணை, பகுதியெண் பத்தின் வலுவாக அமைந்த பின்னமாக மாற்றிப் பெருக்கலாம்.
- தசம எண் ஒற்றைத் தசம எண் ஒன்றால் பெருக்கும்போது தசம எண்களின் பகுதியெண் பத்தின் வலுவாக அமைந்த பின்னங்களாக மாற்றிப் பெருக்கலாம் அல்லது இரு தசம எண்களையும் தசமங்களைக் கருதாமல் பெருக்கி விடையில் இரு தசம எண்களிலும் உள்ள மொத்தத் தசம தானங்களைக் கருதிக் குறிக்க வேண்டும்.
- தசம எண் ஒன்றைத் தசம எண் ஒன்றால் வகுக்கும்போது இரு தசம எண்களையும் பகுதியெண் பத்தின் வலுவாக அமைந்த பின்னங்களாக மாற்றி பின்னங்களை வகுக்கும் முறையில் வகுக்கலாம்.

16 விகிதம்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- விகிதத்தைப் பின்ன வடிவில் எழுதுவதற்கும்
- இரு விகிதங்களைச் சேர்ப்பதில் பெறப்படும் கூட்டு விகிதத்திற்கு ஏற்ப ஒரு கணியத்தைப் பங்கிடுவதற்கும்
- கூட்டு விகிதங்களைக் கொண்ட பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

16.1 விகிதம்

தரம் 7 இல் விகிதம் தொடர்பாகக் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வோம்.

ஒரே அலகில் அளக்கப்பட்ட இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பொருள்களின் அளவுகள் ஒவ்வொன்றும் அவற்றிற்கு இடையில் தொடர்புறும் ஒரு பொது அளவைப் போல எத்தனை மடங்கு எனக் காட்டும் தொடர்பு விகிதம் என நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

மேலும் இரண்டு தொகுதிகளை ஒப்பிடும்போது அத்தொகுதிகள் ஒவ்வொன்றிலும் காணப்படும் அளவு, அவற்றுக்கு இடையில் தொடர்புறும் ஒரு பொது அளவைப் போல் எத்தனை பங்கு எனக் காட்டும் தொடர்பு விகிதம் எனக் கற்றுள்ளீர்கள்.

கொங்கிறீட்டுக் கலவை தயாரிக்கும்போது கனவளவுப்படி 1 தாச்சி சீமெந்து, 3 தாச்சி மணல், 4 தாச்சி சிறு கற்கள் கலக்கப்படுகின்றன.

சீமெந்து

மணல்

சிறு கற்கள்

இக்கொங்கிறீட்டுக் கலவையில் சீமெந்து, மணல், சிறு கற்கள் கலக்கப்பட்டுள்ள விகிதம் 1 : 3 : 4 என எழுதப்படும். இது 1, 3 இற்கு 4 இற்கு என வாசிக்கப்படும். இங்கு 1, 3, 4 என்பன **விகிதத்தின் உறுப்புகளாகும்.**

தரப்பட்ட விகிதமொன்றின் உறுப்புகளைப் பூச்சியத்திலும் பெரிய எண்ணால் பெருக்குவதால் அல்லது வகுப்பதால் அவ்விகிதத்திற்குச் **சமவலுவான விகிதத்தைப்** பெறலாம்.

தரப்பட்ட விகிதமொன்றிலுள்ள உறுப்புகள் முழு எண்களாகவும் அவற்றின் பொ. கா. பெ. 1 ஆகவும் இருப்பின் அவ்விகிதம் எளிய வடிவில் எழுதப்பட்டுள்ளது எனப்படும்.

- யாதேனுமொரு விகிதம் முழு எண்களில் தரப்பட்டிருக்கும்போது அதனை எளிய வடிவில் எழுதுவதற்கு அவ்விகிதத்தின் உறுப்புகளுக்குப் பொதுக் காரணிகள் இருப்பின், விகிதத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதால் வகுக்க வேண்டும்.

நீங்கள் விகிதம் பற்றிக் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்காகக் கீழே தரப்பட்டுள்ள மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு விகிதத்திற்கும் சமவலுவான மூன்று விகிதங்கள் வீதம் எழுதுக.

(i) 2 : 5 : 3 (ii) 3 : 4 : 6 (iii) 9 : 6 : 3 (iv) 8 : 2 : 4

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு விகிதத்தையும் எளிய வடிவில் எழுதுக.

(i) 6 : 15 (ii) 8 : 20 (iii) 30 : 18 (iv) 40 : 16

3. தொகுதி A இலுள்ள ஒவ்வொரு விகிதத்திற்கும் சமவலுவான விகிதத்தைத் தொகுதி B இலிருந்து தெரிவுசெய்து இணைக்க.

A	B
4 : 3	2 : 3
10 : 15	6 : 21
6 : 5	10 : 35
2 : 7	18 : 15
24 : 36	8 : 6

4. வெற்றுக் கூடுகளை நிரப்புக.

(i) 3 : 4 = □ : 8 (ii) 8 : 5 = 16 : □ (iii) 1 : 3 = □ : 12

(iv) □ : 6 = 32 : 48 (v) 15 : 25 = □ : 5 (vi) 12 : □ = 36 : 15

5. பென்சிலொன்றினதும் அப்பியாசப் புத்தகம் ஒன்றினதும் விலைகளுக்கிடையிலான விகிதம் 3 : 4 ஆகும். பென்சிலொன்றின் விலை ரூ. 15 எனின் அப்பியாசப் புத்தகம் ஒன்றின் விலையைக் காண்க.

6. சுரேஸ், நியாஸ் ஆகியோரின் திணிவுகளுக்கிடையிலான விகிதம் 9 : 11 ஆகும். நியாஸின் திணிவு 55 kg எனின் சுரேஸின் திணிவைக் காண்க.

7. சமன், ரமேஸ், காசிம் ஆகிய மூன்று நண்பர்களின் உயரங்களுக்கு இடையிலான விகிதம் 5 : 4 : 6 ஆகும். சமனின் உயரம் 125 cm எனின் ரமேஸ், காசிம் ஆகியோரின் உயரங்களைக் காண்க.

16.2 விகிதமொன்றைப் பின்னமாகக் கூறுதல்

விகிதமொன்றைப் பின்னமாக விளக்கும் விதம் பற்றி பின்வரும் உதாரணம் விபரிக்கின்றது.

ஓட்டப்போட்டியொன்றில் மாதவி 50 m ஓடும்போது தயானி 30 m ஓடுவார். தயானி, மாதவி ஆகியோர் ஓடும் தூரங்களுக்கிடையிலான விகிதம் 30 : 50 ஆகும். இதனை எளிய வடிவில் 3 : 5 எனக் குறிப்பிடலாம். அதாவது தயானி 3 m ஓடும்போது மாதவி 5 m தூரம் ஓடுவார் என்பதாகும்.

- இப்போது இரு உறுப்புகளையும் 5 ஆல் வகுக்கும்போது $\frac{3}{5} : \frac{5}{5} = \frac{3}{5} : 1$ என்பது பெறப்படுகின்றது. மாதவி 1 m ஓடும்போது தயானி $\frac{3}{5}$ m தூரத்தை ஓடுவார் என்பது இதன் பொருளாகும். அதாவது தயானி ஓடும் தூரத்தை மாதவி ஓடும் தூரத்தின் பின்னமாக காட்டினால் $\frac{3}{5}$ எனப் பெறப்படும்.
- இரண்டு உறுப்புகளையும் 3 ஆல் வகுத்தால் மாதவி ஓடும் தூரத்தின் அளவை தயானி ஓடும் தூரத்தின் பின்னமாக $\frac{5}{3}$ எனக் காட்டலாம்.
- தயானி 3 m ஓடும்போது மாதவி 5 m ஓடுவதால் இருவரும் ஓடும் முழுத்தூரம் 8 ஆகும். 3 : 5 என்னும் விகிதத்தின் இரு உறுப்புகளையும் 8 ஆல் வகுக்கும்போது $\frac{3}{8} : \frac{5}{8}$ என்பது பெறப்படும். இது தயானி ஓடிய தூரம் முழுத் தூரத்தின் பின்னமாக $\frac{3}{8}$ எனவும் மாதவி ஓடிய தூரம் முழுத் தூரத்தின் பின்னமாக $\frac{5}{8}$ எனவும் காண்பிக்கலாம்.

விகிதம் பற்றிய மேலதிக விபரங்களைப் பின்வரும் உதாரணங்கள் மூலம் கற்றறிவோம்.

அம்ரா, கமலா ஆகிய இருவரும் ஒரு தொகைப் பணத்தைத் தம்மிடையே அம்ராவுக்கு ரூ. 35 உம் கமலாவுக்கு ரூ. 25 உம் கிடைக்குமாறு பங்கிட்டனர். பணம் பங்கிடப்பட்ட விகிதம் அம்ரா : கமலா = 35 : 25 ஆகும்.

இதனை எளிய வடிவில் எழுதும்போது அம்ரா : கமலா = 7 : 5 ஆகும்.

இருவரிடமும் உள்ள மொத்தப் பணம் = ரூ. 35 + ரூ. 25 = ரூ. 60

அம்ராவின் பணம், மொத்தப் பணத்தின் பின்னமாக $= \frac{35}{60} = \frac{7}{12}$

இப்பின்னத்தை விகிதத்திலிருந்தும் பின்வருமாறு பெறலாம்.

அம்ரா : கமலா = 7 : 5

அம்ராவுக்கு 7 பங்குகளும் கமலாவுக்கு 5 பங்குகளும் கிடைக்கின்றன.

$\therefore$ மொத்தப் பங்குகள் $= 7 + 5 = 12$ ஆகும்.

அம்ராவுக்குக் கிடைத்த பணம், மொத்தப் பணத்தின் பின்னமாக $= \dfrac{7}{7+5} = \dfrac{7}{12}$

கமலாவுக்குக் கிடைத்த பணம், மொத்தப் பணத்தின் பின்னமாக $= \dfrac{5}{12}$

உதாரணம் 1

A மாம்பழம் *B* அன்னாசி *C* தோடை

பழச்சாறுகளின் கலவை ஒன்றைத் தயாரிப்பதற்கு மாம்பழம், அன்னாசி, தோடை ஆகிய மூன்று வகைப் பழச்சாறுகள் $2 : 3 : 1$ என்ற விகிதப்படி கலக்கப்பட்டன.

பழச்சாற்றுக் கலவையில் அடங்கியுள்ள ஒவ்வொரு வகைப் பழச்சாற்றினையும் பின்னமாக எழுதுக.

மாம்பழம், அன்னாசி, தோடை ஆகிய பழச்சாறுகள் கலக்கப்பட்ட விகிதம் $= 2 : 3 : 1$

விகிதத்தில் காணப்படும் மொத்தப் பங்குகள் விகிதத்தின் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை $= 2 + 3 + 1$

$= 6$

பழச்சாறுக் கலவையிலுள்ள மாம்பழச்சாறின் அளவு பின்னமாக $= \dfrac{2}{6}$

பழச்சாறுக் கலவையிலுள்ள அன்னாசிப் பழச்சாறின் அளவு பின்னமாக $= \dfrac{3}{6}$

பழச்சாறுக் கலவையிலுள்ள தோடம்பழச்சாறின் அளவு பின்னமாக $= \dfrac{1}{6}$

பயிற்சி 16.1

1. சுரேஸ், ரஹீம் ஆகியோர் சுரேஸிற்கு ரூ. 450 உம் ரஹீமிற்கு ரூ. 500 உம் கிடைக்கத்தக்கதாக ஒரு தொகைப் பணத்தைப் பங்கிட்டுக் கொண்டனர்.
   - (i) இருவரிடையேயும் பங்கிடப்பட்ட மொத்தப் பணம் எவ்வளவு?
   - (ii) சுரேஸிற்குக் கிடைத்த பணத்தை மொத்தப் பணத்தின் பின்னமாக எழுதி, அதனை எளிய வடிவில் எழுதுக.
   - (iii) இருவரிடையேயும் பணம் பங்கிடப்பட்ட விகிதத்தை எளிய வடிவில் எழுதுக.
   - (iv) நீங்கள் எழுதிய விகிதத்தைப் பயன்படுத்தி, சுரேஸிற்குக் கிடைத்த பணத்தை மொத்தப் பணத்தின் பின்னமாக எழுதுக.
   - (v) ரஹீமிற்குக் கிடைத்த பணத்தை மொத்தப் பணத்தின் பின்னமாக எழுதுக.

2. A, B, C ஆகிய மூன்று குடும்பங்களுக்கு இடர் உதவியாக வழங்கப்பட்ட உலர் உணவு $A:B:C = 4 : 5 : 3$ என்ற விகிதப்படி காணப்பட்டது.
   - (i) ஒவ்வொரு குடும்பத்திற்கும் கிடைத்த உலர் உணவின் அளவை மூன்று குடும்பங்களுக்கும் கிடைத்த மொத்த உலர் உணவின் அளவின் பின்னமாக எழுதுக.
   - (ii) கூடிய அளவு உலர் உணவு எந்தக் குடும்பத்திற்குக் கிடைத்தது?
   - (iii) குடும்பம் A இற்குக் கிடைத்த உலர் உணவு, குடும்பம் C இற்குக் கிடைத்த உலர் உணவிலும் பார்க்க என்ன பின்னத்தால் கூடியது?

3. ஓட்டப்போட்டி ஒன்றின் போது பவானி 50 m தூரம் ஓடும் போது கயானி 30 m தூரம் ஓடுகிறார்.
   - (i) பவானி, கயானி ஓடும் தூரங்களின் விகிதத்தை எளிய வடிவில் எழுதுக.
   - (ii) இவ்விகிதத்தைப் பயன்படுத்தி பவானி 1 m தூரம் ஓடும்போது கயானி ஓடும் தூரத்தைப் பின்னமாக எழுதுக.
   - (iii) கயானி 1 m தூரம் ஓடும்போது பவானி ஓடும் தூரத்தைப் பின்னமாக எழுதுக.

16.3 தரப்பட்ட விகிதத்திற்கு ஏற்ப ஒரு கணியத்தைப் பங்கிடல்.

அன்றாட வாழ்க்கையில் பல சந்தர்ப்பங்களின்போது பொருள்களைச் சிலரிடையே பங்கிட வேண்டி உள்ளது. அவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் நபர்களுக்கு இடையில் சமமான அளவுகளில் அல்லது சமமற்ற அளவுகளில் பொருள்களைப் பங்கிட வேண்டி ஏற்படுவதுண்டு. தரம் 7 இல் கணியமொன்றைத் தரப்பட்ட விகிதத்திற்கு ஏற்பப் பங்கிட்ட சந்தர்ப்பமொன்றை நினைவுகூர்வோம்.

A, B, C ஆகிய நபர்களுக்கிடையில் $2 : 3 : 5$ என்ற விகிதப்படி ரூ. 2000 ஐப் பங்கிடும்போது ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைத்த பணத்தின் அளவைக் காண்போம்.

A, B, C ஆகிய நபர்களுக்கிடையில் பணம்

பங்கிடப்பட்ட விகிதம் $= 2 : 3 : 5$

மொத்த பங்குகளின் எண்ணிக்கை $= 2 + 3 + 5 = 10$

A இற்குக் கிடைத்த பணம் மொத்த பணத்தின் பின்னமாக $= \frac{2}{10}$

A இற்குக் கிடைத்த பணம் $=$ ரூ. $2000 \times \frac{2}{10}$

$=$ ரூ. 400

B இற்குக் கிடைத்த பணம் மொத்த பணத்தின் பின்னமாக $= \frac{3}{10}$

B இற்குக் கிடைத்த பணம் $=$ ரூ. $2000 \times \frac{3}{10}$

$=$ ரூ. 600

C இற்குக் கிடைத்த பணம் மொத்த பணத்தின் பின்னமாக $= \frac{5}{10}$

C இற்குக் கிடைத்த பணம் $=$ ரூ. $2000 \times \frac{5}{10}$

$=$ ரூ.1000

- முதலீடுகளைச் சமமான காலத்துக்கு வியாபாரமொன்றில் ஈடுபடுத்துவதால் கிடைக்கும் இலாபத்தைப் பகிர்தல்.

வருட ஆரம்பத்தில் சதீஸ் ரூ. 30 000 ஐயும் சசிகரன் ரூ. 40 000 ஐயும் முதலீடு செய்து ஒரு வியாபாரத்தை ஆரம்பிக்கின்றனர். ஒரு வருடத்தின் முடிவில் கிடைக்கப் பெற்ற இலாபமான ரூ. 28 000 ஐ அவர்களது முதலீட்டின் விகிதப்படி பகிர்ந்து கொள்கின்றனர். ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைக்கும் இலாபத்தைக் கணிக்கும் முறையைப் பார்ப்போம்.

சதீஸ், சசிகரன் ஆகியோரது முதலீட்டு விகிதம் $= 30\ 000 : 40\ 000$

$= 3 : 4$

சதீஸ், சசிகரன் இடையே இலாபம் பகிரப்படும் விகிதம் $= 3 : 4$

விகிதத்தில் உள்ள மொத்தப் பங்குகளின் எண்ணிக்கை $= 3 + 4 = 7$

மொத்த இலாபம் $=$ ரூ. 28 000

சதீஸின் இலாபம் பின்னமாக $= \frac{3}{7}$

சதீஸிற்குக் கிடைத்த இலாபம் $=$ ரூ $28\ 000 \times \frac{3}{7}$

$=$ ரூ. 12 000

$$\text{சசிகரனின் இலாபம் பின்னமாக} = \frac{4}{7}$$

$$\text{சசிகரனுக்குக் கிடைத்த இலாபம்} = \text{ரூ. } 28\ 000 \times \frac{4}{7}$$

$$= \text{ரூ. } 16\ 000$$

- முதலீடுகளைச் சமமற்ற காலங்களுக்கு வியாபாரமொன்றில் ஈடுபடுத்துவதால் கிடைக்கும் இலாபத்தைப் பகிர்தல்.

வியாபாரமொன்றில் முதலீடு செய்யப்படும் பணம் சமமற்ற காலங்களுக்குப் பயன்படுத்தும்போது, கிடைக்கப்பெறும் இலாபமானது முதலீட்டு விகிதம், அவை ஈடுபடுத்தப்பட்ட காலம் ஆகிய இரண்டையும் கருத்திற் கொள்ளவேண்டும். அவ்வாறான உதாரணமொன்றைப் பார்ப்போம்.

கமால், குறிப்பிட்ட வருடத்தின் ஜனவரி 1 ஆம் திகதி ரூ. 20 000 ஐ முதலீடு செய்து ஒரு வியாபாரத்தை ஆரம்பிக்கின்றார். அதற்கு 2 மாதங்களின் பின்னர் ஹசன் ரூ. 30 000 ஐ முதலீடு செய்து அதே வியாபாரத்தில் இணைந்து கொள்கிறார். அவ்வருட இறுதியில் கிடைக்கப்பெற்ற ரூ. 36 000 இலாபத்தை அவ்விருவருக்குமிடையில் பகிர வேண்டிய முறையைப் பார்ப்போம்.

இங்கு முதலீடுகளின் அளவு வேறுப்பட்டிருப்பதையும் அம்முதலீடுகள் ஈடுபடுத்தப் பட்ட காலங்கள் வேறுபட்டிருப்பதையும் நீங்கள் காண்கின்றீர்கள்.

பெயர்	முதலீடு	முதலீடு ஈடுப்படுத்தப்பட்ட காலம் (மாதங்களில்)	முதலீடு × முதலீட்டின் காலம்
கமால்	ரூ. 20 000	12	20 000 × 12
ஹசன்	ரூ. 30 000	10	30 000 × 10

இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் முதலீடுகளின் விகிதப்படி இலாபத்தைப் பகிர்தல் முறையன்று. அதேபோல, முதலீடுகள் சமனற்றதால் இலாபத்தை முதலீடுகள் ஈடுபடுத்தப்பட்ட காலத்தின் விகிதத்திற்கேற்ப பகிர்வதும் சரியன்று.

இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் இலாபத்தைப் பகிர்வதற்கு முதலீடுகள், அவை ஈடுபடுத்தப்பட்ட காலங்கள் ஆகிய இரண்டையும் கருத்திற்கொள்ள வேண்டும். இங்கு ஒவ்வொருவரது முதலீட்டினதும் அது ஈடுபடுத்தப்பட்ட காலத்தினதும் பெருக்கத்தைக் கருத்திற்கொண்டு (மேலே அட்டவணையில் இறுதி நிரலைப் பார்க்க.) அவற்றின் விகிதப்படி இலாபம் பகிரப்படல் வேண்டும்.
கமால், ஹசன் ஆகியோருக்கிடையில் இலாபம் பகிரப்படும் விகிதம்

$$= 20\ 000 \times 12 : 30\ 000 \times 10$$
$$= 240\ 000 : 300\ 000$$
$$= 4 : 5$$

விகிதத்தில் உள்ள பங்குகளின் மொத்த
எண்ணிக்கை $= 4 + 5 = 9$

கமாலுக்குக் கிடைக்கும் இலாபம் $=$ ரூ. $36\ 000 \times \frac{4}{9}$
$=$ ரூ. $16\ 000$

ஹசனுக்குக் கிடைக்கும் இலாபம் $=$ ரூ. $36\ 000 \times \frac{5}{9}$
$=$ ரூ. $20\ 000$

உதாரணம் 1

வியாபாரியான குமார் ஜனவரி மாதத்தில் ரூ. 30 000 ஐ முதலீடு செய்து வியாபார மொன்றை ஆரம்பிக்கிறார். அவரது நண்பர்களான ஹுசைன் அதற்கு இரண்டு மாதங்களின் பின்னர் ரூ. 24 000 ஐயும் மேலும் இரண்டு மாதங்களின் பின்னர் நடராசா ரூ. 60 000 ஐயும் முதலீடு செய்து அவ்வியாபாரத்தில் இணைகின்றனர். ஒரு வருடத்தின் பின்னர் அவர்களுக்கு இடையில் இலாபம் பகிரப்பட வேண்டிய விகிதத்தைக் காண்க.

குமார்		ஹுசைன்		நடராசா
$30\ 000 \times 12$	:	$24\ 000 \times 10$	:	$60\ 000 \times 8$
360 000	:	240 000	:	480 000
3	:	2	:	4

பயிற்சி 16.2

1. கூட்டு வியாபாரமொன்றில் இருவர் ஒரு குறிப்பிட்ட வருடத்தில் முதலீடு செய்த விபரம் கீழே அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

பெயர்	முதலீடு	முதலீடு செய்த திகதி	முதலீடு பயன்படுத்தப் பட்ட காலம்	முதலீடு × காலம்
சுரேஸ்	ரூ. 18 000	ஜனவரி 1	....	....
விஜயன்	ரூ. 20 000	ஏப்ரல் 1	....	....

அவ்வருடத்தின் டிசெம்பர் 31 வரையிலான காலப் பகுதியைக் கருத்திற் கொண்டு
(i) அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்தவும்.
(ii) வருட இறுதியில் சுரேஸ், விஜயன் ஆகியோரிடையே இலாபம் பகிரப்பட வேண்டிய விகிதத்தைக் காண்க.

2. சுமதி ஒரு குறிப்பிட்ட வருடத்தின் ஜனவரி 1 ஆந் திகதி ரூ. 10 000 ஐ முதலீடு செய்து ஆடை தைக்கும் வியாபாரமொன்றை ஆரம்பித்தார். அதற்கு இரண்டு மாதங்களின் பின் நளினி ரூ. 12 000 ஐ முதலீடு செய்து அவ்வியாபாரத்தில் இணைந்தார்.

(i) வருட இறுதியில் இருவரிடையே இலாபம் பகிரப்பட வேண்டிய விகிதத்தைக் காண்க.

(ii) வருட இறுதியில் வியாபாரத்தினால் கிடைக்கப்பெற்ற இலாபம் ரூ. 20 000 எனின், ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைக்கும் இலாபத்தைக் காண்க.

3. நண்பர்களான கமல் ரூ. 25 000 உம் சுனில் ரூ. 30 000 உம் முதலீடு செய்து ஜனவரி 1 ஆம் திகதி வியாபாரமொன்றை ஆரம்பிக்கின்றனர். அதற்கு 4 மாதங்களின் பின் விமலன் ரூ. 54 000 ஐ முதலீடு செய்து அவ்வியாபாரத்தில் இணைந்து கொண்டார். வருட இறுதியில் அவ்வியாபாரத்தினால் கிடைக்கப்பெற்ற தேறிய இலாபம் ரூ. 182 000 ஆகும்.

(i) கமல், சுனில், விமலன் ஆகியோரிடையே இலாபம் பகிரப்பட வேண்டிய விகிதத்தைக் காண்க.

(ii) ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைக்கும் இலாபப் பணத்தைத் தனித்தனியாகக் காண்க.

4. ரேவதி தன்னிடமிருந்த பணத்தில் ரூ. 5 000 ஐ முதலீடு செய்து இவ்வருடத்தின் ஜனவரி 1 ஆம் திகதி இனிப்புப் பண்டம் தயாரிக்கும் வியாபாரமொன்றை ஆரம்பித்தார். அவரது அயலவர்களான பாத்திமா ரூ. 7 000 ஐயும், சாரதா ரூ. 5 000 ஐயும் முதலீடு செய்து அவ்வியாபாரத்தில் மார்ச் மாதம் 1 ஆம் திகதி இணைந்து கொண்டனர். அவ்வருட இறுதியில் கிடைக்கப்பெற்ற வருமானமான ரூ. 36 000 ஐ அவர்களது முதலீடு, காலம் என்பனவற்றிற்கு ஏற்பப் பகிரும்போது ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைக்கும் இலாபத்தைக் கணிக்க.

5. சமீர் இவ்வருடத்தின் பெப்பிரவரி 1 ஆம் திகதி ரூ. 8000 ஐ முதலீடு செய்து மலிகைச் சரக்கு விற்பனை செய்யும் வியாபாரமொன்றை ஆரம்பித்தார். அவரது நண்பனான குமார் ரூ. 12 000 ஐ முதலீடு செய்து ஜூன் மாதம் 1 ஆம் திகதி அவ்வியாபாரத்தில் இணைந்து கொண்டார். இவ்வருடத்தின் டிசெம்பர் மாதம் 31 ஆம் திகதி வரை அவ்வியாபாரத்தினால் ஈட்டப்பட்ட தேறிய இலாபம் ரூ. 43 000 ஆகும்.

(i) இந்த இலாபத்தை அவர்களிடையே பகிர வேண்டிய விகிதத்தைக் காண்க.

(ii) சமீர், குமார் இருவருக்கும் கிடைக்கும் இலாபப் பணத்தைத் தனித் தனியாகக் காண்க.

16.4 கூட்டு விகிதங்கள்

பழச்சாற்றுக் கலவை ஒன்றைத் தயாரிக்கும்போது அன்னாசிச் சாறு, மாம்பழச் சாறு, நீர் என்பன பின்வரும் விகிதங்களில் இருக்குமாறு கலக்கப்பட்டன.

அன்னாசிச் சாறு : நீர் $= 1 : 3$

நீர் : மாம்பழச் சாறு $= 3 : 2$

ஒரு கோப்பை பழச்சாறுச் கலவையில் காணப்படும் அன்னாசிச் சாறு, நீர், மாம்பழச் சாறு என்பவற்றின் விகிதத்தைக் காண்போம்.

மேலே இரண்டு விகிதங்களிலும் காணப்படும் பொதுவான பொருள் நீர் ஆகும். இரு விகிதங்களிலும் நீரின் கூறுகள் சமமாக உள்ளன.

அன்னாசிச் சாறு : நீர் $= 1 : 3$

மாம்பழச் சாறு : நீர் $= 2 : 3$

இரு விகிதங்களின் நீரின் கூறுகள் 3 ஆக இருப்பதால்

அன்னாசிச் சாறு : நீர் : மாம்பழச் சாறு $= 1 : 3 : 2$

கொங்கிறீட்டுக் கலவை ஒன்றில் கனவளவிற்கு ஏற்ப சிறு கற்களுக்கும் மணலுக்கும் இடையிலான விகிதம் 5 : 3 ஆவதோடு மணலுக்கும் சீமெந்துக்கும் இடையிலான விகிதம் 2 : 1 ஆகும். இக்கொங்கிறீட்டுக் கலவையிலுள்ள சிறு கற்கள், மணல், சீமெந்து என்பவற்றுக்கு இடையிலான விகிதத்தைக் காணும் முறையைப் பார்ப்போம்.

சிறு கற்கள் மணல் மணல் சீமெந்து

இவ்விரு விகிதங்களிலும் மணல் பொதுவாக உள்ளது. இரு விகிதங்களிலும் உள்ள மணலின் அளவை ஒரே பெறுமானத்திற்குச் சமப்படுத்துவதன் மூலம் இம்மூன்று பொருள்களுக்கும் இடையிலான விகிதத்தைக் காண முடியும். அதற்குச் சமவலு விகித முறையைப் பயன்படுத்துவோம்.

சிறு கற்கள், மணல் ஆகியவற்றின் விகிதம் $= 5 : 3 = 5 \times 2 : 3 \times 2 = 10 : 6$

மணல், சீமெந்து ஆகியவற்றின் விகிதம் $= 2 : 1 = 2 \times 3 : 1 \times 3 = 6 : 3$

கொங்கிறீட்டுக் கலவையில் சிறு கற்கள், மணல் என்பவற்றின் விகிதம் 5 : 3 என்பதால் இக்கலவையைத் தயாரிப்பதற்கு 10 தாச்சி சிறு கற்களுக்கு 6 தாச்சி மணல் சேர்க்க வேண்டும். மணல், சீமெந்து என்பவற்றின் விகிதம் 2 : 1 என்பதால், 6 தாச்சி மணலுக்கு 3 தாச்சி சீமெந்து சேர்க்க வேண்டும். எனவே கலவையில் சிறு கற்கள், மணல், சீமெந்து ஆகியவற்றின் விகிதம் 10 : 6 : 3 ஆகும்.

குறிப்பு

5 : 3, 2 : 1 என்ற விகிதங்களில் மணலுக்குரிய உறுப்புகளான 3, 2 என்பனவற்றின் பொது மடங்குகளுட் சிறியது 6 என்பதால் இரு விகிதங்களிலும் மணலுக்குரிய உறுப்புகள் 6 இற்குச் சமனாகுமாறு சமவலு விகிதங்கள் பெறப்பட்டுள்ளன.

$5 : 3 = 10 : 6$ $2 : 1 = 6 : 3$

ஆகவே கலவையில் சிறு கற்கள், மணல், சீமெந்து ஆகியவற்றின் விகிதம் 10 : 6 : 3 ஆகும்.

உதாரணம் 1

இனிப்புப் பண்டமொன்றைத் தயாரிக்கும்போது மா, சீனி என்பன 4 : 3 என்ற விகிதப்படியும் சீனி, தேங்காய் என்பன 5 : 3 என்ற விகிதப்படியும் கலக்கப்பட்டுள்ளன. இனிப்புப் பண்டத்திற்கான கலவையில் மா, சீனி, தேங்காய் என்பன கலக்கப்பட்டுள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

மா : சீனி $= 4 : 3$

சீனி : தேங்காய் $= 5 : 3$

இரண்டு விகிதங்களிலும் காணப்படும் பொதுப் பொருள் சீனி ஆகும். சீனிக்குரிய கூறுகள் 3, 5 என்பதால் இவற்றின் பொது மடங்குகளுட் சிறியது 15 ஆகும். சீனியின் கூறுகள் 15 ஆக வருமாறு விகிதங்களை எழுத வேண்டும்.

மா, சீனி என்பவற்றின் விகிதம் $= 4 : 3 = 4 \times 5 : 3 \times 5 = 20 : 15$

சீனி, தேங்காய் என்பவற்றின் விகிதம் $= 5 : 3 = 5 \times 3 : 3 \times 3 = 15 : 9$

மா, சீனி, தேங்காய் என்பனவற்றின் விகிதம் $= 20 : 15 : 9$

உதாரணம் 2

A, B ஆகியோருக்கு இடையில் 3 : 4 ஆகவும் B, C ஆகியோருக்கு இடையில் 2 : 5 ஆகவும் அமையுமாறு ஒரு தொகைப் பணம் பகிரப்பட்டது. A, B, C ஆகிய மூவருக்கும் இடையில் பணம் பகிரப்பட்ட விகிதத்தைக் காண்க.

இங்கு இரு விகிதங்களிலும் பொதுவாகக் காணப்படுபவர் B ஆகும். B இற்குரிய கூறுகள் முறையே 4, 2 ஆகும். இவற்றின் பொது மடங்குகளுட் சிறியது 4 ஆகும்.

A, B ஆகியோரின் விகிதம் $= 3 : 4$

B, C ஆகியோரின் விகிதம் $= 2 : 5 = 2 \times 2 : 5 \times 2 = 4 : 10$

$\therefore A, B, C$ ஆகியோரின் விகிதம் $= 3 : 4 : 10$ ஆகும்.

பயிற்சி 16.3

1. திணிவின்படி நைதரசன், பொசுபரசு ஆகிய மூலகங்கள் 5 : 3 ஆகவும் பொசுபரசு, பொற்றாசியம் ஆகிய மூலகங்கள் 6 : 1 ஆகவும் அமையுமாறு கலக்கப்படுவதன் மூலம் பசளைக் கலவை தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. இப்பசளைக் கலவையின் நைதரசன், பொசுபரசு, பொற்றாசியம் ஆகிய மூன்றும் கலக்கப்பட்டுள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

2. மருந்து எண்ணெய் வகையொன்று தயாரிக்கப்படும்போது கனவளவின் படி தேங்காய் எண்ணெய், நல்லெண்ணெய் ஆகியன 5 : 2 விகிதத்திலும் நல்லெண்ணெய், வேப்பெண்ணெய் ஆகியன 3 : 1 விகிதத்திலும் அமையுமாறு கலக்கப்பட்டுள்ளன. இம்மருந்து எண்ணெய்யில் தேங்காய் எண்ணெய், நல்லெண்ணெய், வேப்பெண்ணெய் ஆகியவற்றிற்கு இடையிலான விகிதத்தைக் காண்க.

3. கிராமமொன்றில் வாழும் சிங்கள, தமிழ் குடும்பங்களின் எண்ணிக்கைகளின் விகிதம் 5 : 3 ஆகும். சிங்கள, முஸ்லிம் குடும்பங்களின் எண்ணிக்கைகளின் விகிதம் 4 : 1 ஆகும்.
   (i) கிராமத்தில் வாழும் சிங்கள, தமிழ், முஸ்லிம் குடும்பங்களின் எண்ணிக்கைகளின் விகிதத்தைக் காண்க.
   (ii) அக்கிராமத்தில் உள்ள தமிழ் குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை 120 எனின், அக்கிராமத்தில் வாழும் மொத்தக் குடும்பங்கள் எத்தனை?

4. ஒரு விவசாயப் பண்ணையிலுள்ள மாடுகளினதும் ஆடுகளினதும் எண்ணிக்கைகளின் விகிதம் 4 : 3 ஆகும். மாடுகளினதும் கோழிகளினதும் எண்ணிக்கைகளின் விகிதம் 2 : 7 ஆகும்.
   (i) பண்ணையிலுள்ள மாடுகள், ஆடுகள், கோழிகள் என்பவற்றின் எண்ணிக்கைகளின் விகிதத்தைக் காண்க.
   (ii) பண்ணையிலுள்ள மொத்த மிருகங்களின் எண்ணிக்கை 105 எனின், மாடுகள், ஆடுகள், கோழிகள் என்பவற்றின் எண்ணிக்கைகளைத் தனித்தனியாகக் காண்க.

5. பியதாஸ, சுவாமிநாதன், நசீர் மூவரும் நண்பர்கள் ஆவர். மூவரும் நடாத்திச் செல்லும் கூட்டு வியாபாரத்தின் இலாபத்தைப் பகிர்ந்த விகிதம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. பியதாஸ, நசீர் ஆகியோருக்கு இடையிலான விகிதம் 5 : 6 ; சுவாமிநாதன், நசீர் ஆகியோருக்கிடையிலான விகிதம் 4 : 5
   (i) பியதாச, சுவாமிநாதன் ஆகியோருக்கிடையில் இலாபம் பகிரப்பட்ட விகிதத்தைக் காண்க.
   (ii) பியதாசவுக்குக் கிடைத்த இலாபம் ரூபா 20 000 எனின், சுவாமிநாதன், நசீர் ஆகியோருக்குக் கிடைத்த இலாபப் பணத்தைக் காண்க.

பொழிப்பு

- கூட்டு வியாபாரமொன்றில் இலாபத்தைப் பகிரும்போது ஒவ்வொரு முதலீட்டாளரினதும் முதலீடுகளின் அளவுகளும் அம்முதலீடுகள் ஈடுப்படுத்தப்பட்ட காலங்களின் அளவுகளும் கருத்திற்கொள்ளப்பட வேண்டும்.
- கூட்டு வியாபாரத்தில் இலாபம் பகிரப்பட வேண்டிய விகிதத்தைக் காண்பதற்கு முதலீட்டினதும் காலத்தினதும் பெருக்கத்தைக் கண்டு, அதிலிருந்து விகிதம் பெறப்படல் வேண்டும்.
- மூன்று கணியங்களில் சோடிக் கணியங்களுக்கு இடையிலான விகிதங்கள் தரப்படுமிடத்து, சமவலு விகித்தின் மூலம் அம்மூன்று கணியங்களுக்கும் இடையிலான கூட்டு விகிதத்தைப் பெற முடியும்.

17 சமன்பாடுகள்

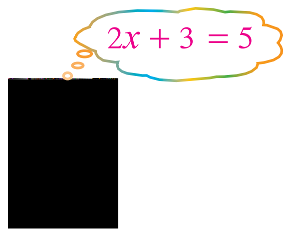
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- சமன்பாடுகள் மூலம் பிரசினங்களைத் தீர்க்கும்போது அமைக்கப்படும் சமன் பாடுகளில் ஒரு தெரியாக் கணியமும் குணகம் பின்னமாகவும் கொண்ட சந்தர்ப்பங்களைக் கருத்திற்கொள்வதற்கும்
- ஒரு அடைப்பைக் கொண்ட எளிய சமன்பாட்டை அமைப்பதற்கும்
- எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கும்
- எளிய சமன்பாடொன்றின் தீர்வினை வாய்ப்புப் பார்ப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

17.1 அறிமுகம்

அட்சரகணிதக் கோவை ஒன்றின் பெறுமானம் ஒரு எண்ணிற்குச் சமன் எனத் தரப்படுமிடத்து "அட்சரகணிதக் கோவை = எண்" என எழுத முடியும் என்பதைக் கற்றுள்ளீர்கள்.

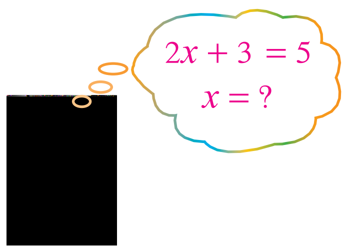


ஒரு அட்சரகணிதக் கோவையின் பெறுமானம் மற்றுமொரு அட்சரகணிதக் கோவையின் பெறுமானத்திற்குச் சமன் ஆகும்போது

"முதலாவது அட்சரகணிதக் கோவை = இரண்டாவது அட்சரகணிதக் கோவை" என எழுத முடியும் என்பதையும் கற்றுள்ளீர்கள். இவ்வாறான தொடர்புகள் **சமன்பாடுகள்** எனப்படும்.

$2x + 3 = 5$ என்பது ஒரு சமன்பாடாகும். அதில் x என்னும் ஒரு தெரியாக் கணியம் மட்டுமே உண்டு. x இன் வலு 1 ஆகும். இவ்வாறான சமன்பாடுகள் **எளிய சமன்பாடுகள்** என்பதை அறிந்துள்ளோம்.

சமன்பாட்டின் இடது கைப் பக்கக் கோவையின் பெறுமானமும் வலது கைப் பக்கக் கோவையின் பெறுமானமும் சமனாகுமாறு தெரியாக் கணியத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்பது **சமன்பாட்டைத் தீர்த்தல்** ஆகும். அப்போது தெரியாக் கணியத்திற்குக் கிடைக்கும் பெறுமானம் சமன்பாட்டின் **தீர்வு** ஆகும். எளிய சமன்பாட்டிற்கு ஒரு தீர்வு மட்டுமே உண்டு.



மேலே தரப்பட்ட $2x + 3 = 5$ என்ற சமன்பாட்டில் "x இனால் தரப்படும் பெறுமானத்தின் இரண்டு மடங்குடன் 3 ஐக் கூட்டும்போது 5 கிடைக்கின்றது" என்பது வகைகுறிக்கப்படுகின்றது. இச்சமன்பாட்டைத் தீர்க்கும் முறையைப் பார்ப்போம்.

$$2x + 3 = 5$$

$2x + 3 - 3 = 5 - 3$ (இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 3 ஐக் கழித்தல், $3 - 3 = 0$ என்பதால்)

$$2x = 2$$

$\frac{2x}{2} = \frac{2}{2}$ (இரு பக்கங்களையும் 2 ஆல் வகுத்தல் $\frac{2}{2} = 1$ என்பதால்)

$$\therefore x = 1$$

$2x + 3 = 5$ என்ற சமன்பாட்டிற்குக் கிடைத்த தீர்வு சரியா எனப் பார்ப்போம். சமன்பாட்டிற்குக் கிடைத்த தீர்வைச் சமன்பாட்டின் தெரியாக் கணியத்திற்குப் பிரதியிடுவோம். அப்போது சமன்பாட்டின் இடது கைப் பக்கத்திலும் வலது கைப் பக்கத்திலும் ஒரே எண் பெறுமானம் கிடைக்கப்பெறின், சமன்பாட்டின் தீர்வு சரியானது என உறுதி செய்யப்படுகின்றது.

$x = 1$ ஆகும்போது சமன்பாட்டின் இடது கைப் பக்கம் $2x + 3 = 2 \times 1 + 3$

$= 2 + 3$

$= 5$

சமன்பாட்டின் வலது கைப் பக்கம் $= 5$

அதாவது சமன்பாட்டின் இடது கைப் பக்கம் = சமன்பாட்டின் வலது கைப் பக்கம்

$\therefore x = 1$ என்பது $2x + 3 = 5$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வாகும்.

- சமன்பாடொன்றின் சமன் குறியின் இடது கைப் பக்கமும் வலது கைப் பக்கமும் ஒரே எண்ணைக் கூட்டுவதால் பெறப்படும் பெறுமானங்கள் சமனாகும்.
- சமன்பாடொன்றின் சமன் குறியின் இடது கைப் பக்கத்திலிருந்தும் வலது கைப் பக்கத்திலிருந்தும் ஒரே எண்ணைக் கழிப்பதால் பெறப்படும் பெறுமானங்கள் சமனாகும்.
- சமன்பாடொன்றின் சமன் குறியின் இடது கைப் பக்கத்தையும் வலது கைப் பக்கத்தையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்குவதால் பெறப்படும் பெறுமானங்கள் சமனாகும்.
- சமன்பாடொன்றின் சமன் குறியின் இடது கைப் பக்கத்தையும் வலது கைப் பக்கத்தையும் பூச்சியம் தவிர்ந்த ஒரே எண்ணால் வகுப்பதால் பெறப்படும் பெறுமானங்கள் சமனாகும்.

எளிய சமன்பாடுகளை அமைத்தலும் தீர்த்தலும் பற்றி நினைவுகூர்வதற்காகக் கீழே தரப்பட்டுள்ள பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கூற்றுக்குமுரிய எளிய சமன்பாட்டை அமைக்க.

(i) x இனால் குறிக்கப்படும் எண்ணுடன் 5 ஐக் கூட்டினால் 12 கிடைக்கின்றது.

(ii) a இனால் குறிக்கப்படும் எண்ணிலிருந்து 3 ஐக் கழித்தால் 8 கிடைக்கின்றது.

(iii) அம்ராவின் வயது p வருடங்களும் அம்ராவிலும் 2 வருடங்கள் மூத்தவரான அவரது சகோதரன் ஆக்கிலின் வயது 12 வருடங்களும் ஆகும்.

(iv) என்னிடம் ரூ. p உண்டு. இப்பணத்தின் இரண்டு மடங்கு ரூ. 60 ஆகும்.

(v) x இனால் குறிக்கப்படும் எண்ணின் மூன்று மடங்கிலிருந்து 5 ஐக் கழிக்கும்போது 1 கிடைக்கின்றது.

(vi) தற்போது எனது தந்தையின் வயது 44 வருடங்கள். அவரது வயது எனது வயதின் மூன்று மடங்கிலும் பார்க்க 5 வருடங்களால் கூடியது. (தற்போது எனது வயது y வருடங்கள் எனக் கொள்க.)

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சமன்பாட்டையும் தீர்க்க.

(i) $x + 10 = 15$ (ii) $x - 5 = 25$ (iii) $5x = 20$

(iv) $2x + 3 = 13$ (v) $4x - 1 = 19$ (vi) $3x - 2 = 13$

17.2 எளிய சமன்பாடுகள் அமைத்தல் மேலும்

- **தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் பின்னமாக உள்ள எளிய சமன்பாடுகளை அமைத்தல்.**

தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் முழு எண்ணாகவுள்ள எளிய சமன்பாடுகளை முன்னர் அமைத்தீர்கள். தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் பின்னமாகவுள்ள எளிய சமன்பாடொன்றை அமைக்கும் முறையை இப்போது பார்ப்போம்.

எனது சகோதரனின் வயது என்னுடைய வயதின் நான்கில் ஒரு பங்கிலும் பார்க்க 3 வருடங்களால் கூடியது. எனது சகோதரனின் வயது 6 வருடங்கள் ஆகும். இத்தகவல்களைக் கொண்டு சமன்பாடொன்றை அமைப்போம்.
எனது வயதை x வருடங்கள் என்க.

அப்போது எனது வயதின் நான்கில் ஒரு பங்கு $= \frac{1}{4} \times x = \frac{x}{4}$

எனது வயதின் நான்கில் ஒரு பங்கிலும் பார்க்கக் கூடிய வருடங்கள் $= 3$

எனவே சகோதரனின் வயது $= \frac{x}{4} + 3$

சகோதரனின் வயது 6 வருடங்கள் என்பதால் $\frac{x}{4} + 3 = 6$

- **ஒரு அடைப்பினைக் கொண்ட எளிய சமன்பாடுகளை அமைத்தல்**

சதீஸ் தன்னிடம் இருந்த பணத்துடன் நான் கொடுத்த ரூ. 8 ஐயும் சேர்த்து ஒரு ரூபாவிற்கு 2 நெல்லிக்காய்கள் வீதம் 26 நெல்லிக்காய்களை வாங்கினார். நெல்லிக்காய்களை வாங்குவதற்கு சதீஸ் எவ்வளவு பணம் செலுத்தினார் எனப் பார்ப்போம்.

சதீஸிடம் இருந்த பணம் ரூ. x எனக் கொள்வோம்.

ஆகவே நெல்லிக்காய்களுக்காகச் செலுத்திய பணம் $=$ ரூ. $(x+8)$

ஒரு ரூபாவிற்கு 2 நெல்லிக்காய்கள் வீதம் இப்பணத்திற்கு
வாங்கிய நெல்லிக்காய்களின் எண்ணிக்கை $= 2(x+8)$

இங்கு மொத்தப் பணம் ரூ. $(x+8)$ என்பதை 2 ஆல் பெருக்க வேண்டும் என்பதால் $x+8$ என்பது அடைப்பிற்குள் இடப்படுகின்றது. $(x+8)$ என்பது 2 ஆல் பெருக்கப்படும்போது $2 \times (x+8)$ என எழுதப்படுகின்றது பின்னர் அது பின்வருமாறு

$2\,(x+8) = 26$ என எழுதப்படுகின்றது.

பின்வரும் உதாரணத்தின் மூலம் அடைப்பு பயன்படுத்தப்படுவதை மேலும் விளக்குவோம்.

உதாரணம் 1

அமுதன் வீட்டு மா மரத்திலிருந்து பறித்த மாம்பழங்களில் 16 பழங்களை வைத்துக் கொண்டு எஞ்சிய பழங்களை ஒன்று ரூ. 25 வீதம் விற்று ரூ. 875 ஐப் பெற்றார். பறித்த மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கையை x எனக்கொண்டு இதனோடு தொடர்பான சமன்பாட்டை அமைக்க.

பறித்த மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கையை x என்க.

விற்ற பழங்கள் $= x - 16$

ஒன்று ரூ. 25 வீதம் $(x - 16)$ பழங்களை விற்பதால், பெறும் பணத்தைக் காண்பதற்கு 25 ஆல் $(x-16)$ ஐப் பெருக்க வேண்டும்.

- x, 16 என்பன இரண்டு உறுப்புகள் என்பதால் பெருக்கும்போது அவை அடைப்பினுள் இடப்படுகின்றன.
- அப்போது $25(x-16) = 875$

பயிற்சி 17.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கூற்றிற்கும் உரிய எளிய சமன்பாட்டை அமைக்க.

   (i) x என்பதால் காட்டப்படும் எண்ணின் அரைப்பங்குடன் 5 ஐக் கூட்டும்போது 8 கிடைக்கின்றது.

   (ii) பொதியொன்றினுள் ரூ. x பெறுமதியான புத்தகமொன்றும் ரூ. 50 பெறுமதியான புத்தகமொன்றும் உள்ளன. இவ்வாறான 5 பொதிகளிலுள்ள புத்தகங்களின் பெறுமதி ரூ. 750 ஆகும்.

   (iii) ரவியின் வயதின் மூன்றில் ஒரு பங்கிலும் பார்க்க ஒரு வருடம் குறைவான அவரது சகோதரனின் வயது 3 வருடங்கள் ஆகும்.

   (iv) பத்மாவிடம் உள்ள பணத்திலும் பார்க்க ரூ. 10 குறைவான பணத்தின் ஐந்து மடங்கான ரூ. 200 பணம் சாராதாவிடம் உண்டு.

   (v) குறிப்பிட்ட எண்ணொன்றின் அரைப்பங்கிலிருந்து 5 ஐக் கழிக்கும்போது 2 கிடைக்கின்றது.

17.3 தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் பின்னமாகவுள்ள எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

ஒரு தெரியாத கணியத்தையும் அதன் குணகம் பின்னமாக உள்ள எளிய சமன்பாடொன்றைத் தீர்க்கும் முறையைப் பார்ப்போம்.

$\frac{x}{2} = 3$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்ப்போம்.

$\frac{x}{2} = 3$ என்ற சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களையும் 2 ஆல் பெருக்குவோம்.

$$\frac{x}{2} \times 2 = 3 \times 2$$

$$\therefore x = 6$$

உதாரணம் 1

$\frac{2}{3}x - 1 = 3$ என்பதைத் தீர்க்க.

$$\frac{2x}{3} - 1 = 3$$

$$\frac{2x}{3} - 1 + 1 = 3 + 1 \quad \text{(இரு பக்கங்களுக்கும் 1 ஐக் கூட்டுதல்)} \quad (-1 + 1 = 0)$$

$$\frac{2x}{3} = 4$$

$$\frac{2x}{3} \times 3 = 4 \times 3 \quad \text{(இரு பக்கங்களையும் 3 ஆல் பெருக்குதல்.)} \quad \left(\frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{1} = 2\right)$$

$$2x = 12$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2} \quad \text{(இரு பக்கங்களையும் 2 ஆல் வகுத்தல்)}$$

$$\therefore x = 6$$

மேலே உள்ள சமன்பாட்டிற்கு $x = 6$ என்ற தீர்வு சரியா என வாய்ப்புப் பார்ப்போம்.

$x = 6$ ஆகும்போது இடக் கைப் பக்கம் $= \frac{2x}{3} - 1 = \frac{2 \times 6}{3} - 1$

$= \frac{12}{3} - 1$

$= 4 - 1$

$= 3$

வலக் கைப் பக்கம் $= 3$

இடக் கைப் பக்கம் = வலக் கைப் பக்கம்

$\therefore$ $\frac{2x}{3} - 1 = 3$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு $x = 6$ என்ற தீர்வு சரியானதே,

உதாரணம் 2

$2 - \frac{3}{10}a = 5$ என்பதைத் தீர்க்க.

$$2 - \frac{3}{10}a - 2 = 5 - 2 \quad \text{(இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 2 ஐக் கழித்தல்)}$$

$$-\frac{3}{10}a = 3$$

$$-\frac{3a}{\cancel{10}_1} \times \cancel{10}^1 = 3 \times 10 \quad \text{(இரு பக்கங்களையும் 10 ஆல் பெருக்குக)}$$

$$-3a = 30$$

$$\frac{-3a}{(-3)} = \frac{30}{(-3)} \quad \text{(இரு பக்கங்களையும் (–3)ஆல் வகுத்தல்)}$$

$$a = -10$$

பயிற்சி 17.2

1. பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. தீர்வு சரியா என வாய்ப்புப் பார்க்க.

(i) $\frac{x}{5}=2$ (ii) $\frac{a}{3}+1=3$ (iii) $\frac{p}{4}-1=2$

(iv) $\frac{2x}{5}-\frac{2}{3}=7$ (v) $3-\frac{2y}{5}=\frac{7}{15}$ (vi) $\frac{5m}{2}+3=\frac{1}{5}$

(vii) $\frac{x-2}{5}=2$ (viii) $\frac{3-x}{2}-1=\frac{3}{7}$ (ix) $\frac{2p-1}{3}+2=\frac{5}{9}$

17.3 ஒரு அடைப்பைக் கொண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

$2\ (x+3)=10$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்ப்போம்.

இச்சமன்பாட்டைத் தீர்க்கக்கூடிய இரு முறைகளைப் பார்ப்போம்.

முறை I

$$2\ (x+3)=10$$

$$\frac{\cancel{2}^{1}(x+3)}{\cancel{2}_{1}}=\frac{10}{2} \quad \text{(இரு பக்கங்களையும் 2 ஆல் வகுத்தல்)}$$

$$x+3=5$$

$$x+3-3=5-3 \quad \text{(இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 3 ஐக் கழித்தல்)}$$

$$\therefore x=2$$

இச்சமன்பாட்டின் அடைப்பை நீக்கிப் பின்வருமாறும் தீர்க்கலாம்.

முறை II

$$2\ (x+3)=10$$

$$2x+6=10$$

$$2x+6-6=10-6$$

$$2x=4$$

$$\frac{2x}{2}=\frac{4}{2}$$

$$\therefore x=2$$

$2\ (x+3)=10$ என்ற சமன்பாட்டில் $x=2$ என்பதைப் பிரதியிட்டுத் தீர்வு சரியா என வாய்ப்புப் பார்க்க முடியும்.

உதாரணம் 1

$10(1-2x)+1 = 6$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

முறை I

$10(1-2x)+1 = 6$

$$10(1-2x)+1-1 = 6-1 \quad \text{(இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 1 ஐக் கழித்தல்)}$$
$$10(1-2x) = 5$$
$$\frac{10(1-2x)}{10} = \frac{5}{10} \quad \text{(இரு பக்கங்களையும் 10 ஆல் வகுத்தல்)}$$
$$1-2x = \frac{1}{2}$$
$$1-2x-1 = \frac{1}{2}-1 \quad \text{(இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 1 ஐக் கழித்தல்)}$$
$$-2x = -\frac{1}{2}$$
$$\frac{-2x}{-2} = -\frac{1}{2} \div (-2) \quad \text{(இரு பக்கங்களையும் } (-2) \text{ஆல் வகுத்தல்)}$$
$$x = -\frac{1}{2} \times -\frac{1}{2}$$
$$\therefore x = \frac{1}{4}$$

$x = \frac{1}{4}$ ஐப் பிரதியிட்டு சமன்பாட்டின் தீர்வு சரியா என வாய்ப்புப் பார்ப்போம்.

$$\text{இடது கைப் பக்கம்} = 10\ (1-2x)+1$$
$$= 10\ (1-2\times\frac{1}{4})+1$$
$$= 10\ (1-\frac{1}{2})+1$$
$$= 10\times\frac{1}{2}+1$$
$$= 5+1$$
$$= 6$$

வலது கைப் பக்கம் = இடது கைப் பக்கம்

$\therefore x = \frac{1}{4}$ என்ற தீர்வு சரியானது.

பயிற்சி 17.3

1. பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. தீர்வு சரியா என வாய்ப்புப் பார்க்க.

(i) $2\ (x+3) = 8$ (ii) $3\ (p-2) = 9$ (iii) $2\ (2x-1) = 6$

(iv) $5\ (1-3x) = 25$ (v) $2\ (3-4x)-1 = 9$ (vi) $10\ (2x+1)-5 = -25$

(vii) $(\frac{x}{3}-1) = \frac{(-6)}{7}$ (viii) $(\frac{5x}{2}+1) = -18$ (ix) $2-\frac{3x}{4} = \frac{(-6)}{11}$

2. கடித உறை ஒன்றினுள் 10 ரூபாய் தாள்கள் x உம் 20 ரூபாய் தாள்கள் 5 உம் உள்ளன. இவ்வாறான 5 கடித உறைகளில் உள்ள மொத்தப் பணம் ரூ. 750 எனின்,

(i) இத்தகவல்களைக் காட்டும் சமன்பாட்டை அமைக்க.

(ii) இச்சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதன் மூலம் கடித உறை ஒன்றினுள் காணப்படும் 10 ரூபாய் தாள்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

பலவினப் பயிற்சி

1. x ஒரு நேர் நிறைவெண் எனின், x என்ற எண்ணிற்கு அடுத்துள்ள நேர் நிறைவெண்ணின் இரண்டு மடங்குடன் 12 ஐக் கூட்டும்போது 38 கிடைக்கின்றது.

(i) x ஐ அடுத்துள்ள நேர் நிறைவெண்ணை x இன் சார்பில் தருக.

(ii) x ஐக் கொண்ட சமன்பாடொன்றை அமைக்க.

(iii) சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதன் மூலம் x இனால் காட்டப்படும் நேர் நிறைவெண்ணைக் காண்க.

2. வேலைத்தளமொன்றில் வேலை செய்யும் ஒருவருக்கு நாட் சம்பளமாக ரூ. p உம் மேலதிக கொடுப்பனவாக ஒரு நாளைக்கு ரூ. 100 உம் வழங்கப்படுகின்றது. ஒரு குறிப்பிட்ட மாதத்தில் 20 நாட்கள் வேலை செய்யும் ஒருவருக்கு அம்மாதத்தில் கிடைக்கும் மொத்தப்பணம் ரூ. 20 000 எனின் வழங்கப்படும் ஒரு நாட் சம்பளத்தைக் காண்க.

[redacted]

3. தந்தையின் வயது a வருடங்களும் அவரது மகனின் வயது 31 வருடங்களும் ஆகும். 5 வருடங்களுக்கு முன் மகனின் வயது, தந்தையின் அப்போதைய வயதின் அரைப்பங்கிலும் பார்க்க ஒரு வருடத்தால் அதிகமாக இருந்தது.

(i) 5 வருடங்களுக்கு முன் மகனின் வயது என்ன?

(ii) 5 வருடங்களுக்கு முன் தந்தையின் வயதை a இல் தருக.

(iii) மேலே குறிப்பிட்ட தகவல்களைக் கொண்டு a இலான சமன்பாடொன்றை அமைக்க.

(iv) சமன்பாட்டைத் தீர்த்து தந்தையின் தற்போதைய வயதைக் காண்க.

[redacted]

பொழிப்பு

- அட்சரகணிதக் கோவையொன்று, எண்ணொன்றுக்கு அல்லது மற்றுமொரு அட்சரகணிதக் கோவைக்குச் சமனாகும்போது கிடைக்கும் தொடர்பு சமன்பாடு ஆகும்.
- சமன்பாட்டின் தீர்வு என்பது அதிலுள்ள தெரியாக் கணியத்தின் பெறுமானம் ஆகும்.

18 சதவீதம்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

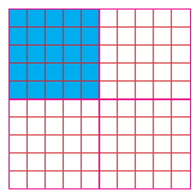
- பின்னங்களையும் தசம எண்களையும் சதவீதங்களாக எழுதுவதற்கும்
- சதவீதம் ஒன்றைப் பின்னமாக எழுதுவதற்கும்
- விகிதம் ஒன்றைச் சதவீதமாகவும் சதவீதம் ஒன்றை விகிதமாகவும் எழுதுவதற்கும்
- தரப்பட்ட ஓர் அளவின் யாதாயினுமொரு சதவீதத்தைக் கணிப்பதற்கும்
- சதவீதமொன்றும் அதற்குரிய அளவும் தரப்படும்போது மொத்த அளவைக் காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

18.1 பின்னங்களையும் தசம எண்களையும் சதவீதங்களாக எழுதுதல்

% என்னும் குறியீடானது சதவீதக் குறியீடு என்பதை நீங்கள் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள்.

இவ்வுருவை 100 சமனான கட்டங்களாகப் பிரிக்கும்போது உருவில் நிழற்றப்பட்டுள்ள பகுதி முழு உருவின் $\frac{25}{100}$ ஆகும். அது சதவீதமாக 25% ஆகும். அது நூறுக்கு இருபத்தைந்து என வாசிக்கப்படும். ஒரு முழுமையின் ஒரு பகுதியைச் சதவீதமாகக் காட்டுவதற்கு இவ்வாறு எழுதப்படும்.



நீங்கள் தரம் 7 இல் பின்னங்கள், தசம எண்கள் ஆகியவற்றை சதவீதங்களாக எழுதும் முறை பற்றிக் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வோம்.

$\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ என்பதால், $\frac{1}{4}$ ஐ சதவீதமாக எழுதும்போது 25% ஆகும்.

ஒரு தசம எண்ணை சதவீதமாக எழுதும் முறையையும் நினைவில் கொண்டு வருவோம்.

$0.5 = \frac{5}{10} = \frac{5 \times 10}{10 \times 10} = \frac{50}{100}$ என்பதால் 0.5 ஐ சதவீதமாக எழுதும்போது 50% ஆகும்.

இவ்வாறு ஒரு தசம எண்ணைப் பகுதி எண் 100 ஆகவுள்ள ஒரு பின்னமாக எழுதுவதன் மூலம் சதவீதமாக எழுதலாம்.

இவ்வாறு தரப்பட்டுள்ள ஒரு பின்னத்துக்குச் சமவலுவான, பகுதி எண் 100 ஆகவுள்ள பின்னத்தை எழுதிக்கொள்வதன் மூலம் அப்பின்னத்தை ஒரு சதவீதமாக எழுதலாம்.

இனி நாம் எந்தவொரு பின்னத்தையும் சதவீதமாக எழுதும் முறையைக் கற்போம்.

தரப்பட்ட ஒரு தசம எண்ணை அல்லது ஒரு பின்னத்தை 100 ஆல் பெருக்கிப் பெறப்படும் விடைக்கு % குறியீட்டை இடுவதன் மூலமும் அதனைச் சதவீதமாக எழுதலாம்.

அதாவது, தரப்பட்ட பின்னத்தை அல்லது தசம எண்ணை $\frac{100}{100}$ இனால் அதாவது 100% இனால் பெருக்குவதன் மூலம் அப்பின்னத்தை அல்லது தசம எண்ணை சதவீதமாக எழுதலாம்.

உதாரணம் 1

$\frac{3}{8}$, $\frac{1}{12}$ ஆகிய பின்னங்களையும் 0.068 என்னும் தசம எண்ணையும் சதவீதங்களாக எழுதுக.

(i) $\frac{3}{8} = \frac{3}{8} \times 100\% = 37.5\%$

(ii) $\frac{1}{12} = \frac{1}{12} \times 100\% = \frac{100}{12}\%$

$= 8\frac{4}{12}\%$

$= 8\frac{1}{3}\%$

(iii) $0.068 = 0.068 \times 100\% = 6.8\%$

உதாரணம் 2

$2\frac{1}{2}$ ஐ சதவீதமாக எழுதுக.

$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2} \times 100\% = 250\%$

உதாரணம் 3

$\frac{2}{3}$ ஐ சதவீதமாக எழுதுக.

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 100\% = \frac{200}{3}\% = 66\frac{2}{3}\%$

பயிற்சி 18.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் எண்ணையும் சதவீதமாக எழுதுக.

(i) $\frac{1}{2}$ (ii) 0.7 (iii) 2.4 (iv) 7.8

(v) 4.025 (vi) 6 (vii) 0.067 (viii) $1\frac{11}{50}$

(ix) $\frac{1}{3}$ (x) $\frac{5}{6}$ (xi) $\frac{9}{11}$ (xii) $1\frac{3}{7}$

18.2 ஒரு சதவீதத்தைப் பின்னமாக எழுதுதல்

ஒரு சதவீதத்தைப் பின்னமாக எழுதும்போது முதலில் சதவீதத்தைப் பகுதி எண் 100 ஆகவுடைய பின்னமாக எழுதிக்கொள்ள வேண்டும். பின்னர் அப்பின்னமானது எளிய வடிவில் எழுதப்படும். ஒரு சதவீதத்தைப் பின்னமாக எழுதுவது பற்றிக் கீழே தரப்பட்டுள்ள உதாரணங்களிலிருந்து மேலும் கற்போம்.

உதாரணம் 1

கீழே தரப்பட்டுள்ள சதவீதங்களைப் பின்னங்களாக எழுதுக.

(i) 20 %　　(ii) 125 %　　(iii) $33\frac{1}{3}$%

(i) $20\,\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$　　(ii) $125\,\% = \frac{125}{100} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

(iii) $33\frac{1}{3}\% = \frac{100}{3} \div 100 = \frac{100}{3} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{3}$

பயிற்சி 18.2

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சதவீதத்தையும் பின்னங்களாக எழுதுக.

(i) 25%　(ii) 40%　(iii) 16%　(iv) 150%

(v) 120%　(vi) 58%　(vii) 32%　(viii) 175%

(ix) $12\frac{1}{3}$ %　(x) $3\frac{1}{3}$ %　(xi) $1\frac{3}{5}$ %　(xii) 2.25%

18.3 ஒரு விகிதத்துக்கு ஒத்த சதவீதத்தை எழுதுதலும் சதவீதத்துக்கு ஒத்த விகிதத்தை எழுதுதலும்

‘‘கூடையிலுள்ள முட்டைகளில் 8% பழுதடைந்துள்ளன.’’ இதன் மூலம் கருதப்படுவது முட்டைக் குவியலிலுள்ள ஒவ்வொரு நூறு முட்டைகளிலும் 8 பழுதடைந்தவை என்பதாகும். அதாவது பழுதடைந்த முட்டைகளின் மொத்த எண்ணிக்கைக்கும் முட்டைகளின் மொத்த எண்ணிக்கைக்கும் இடையிலான விகிதம் 8 : 100 ஆகும். இதுபற்றி நீங்கள் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள்.

- **ஒரு சதவீதத்துக்கு ஒத்த விகிதத்தை எழுதுதல்**

இப்போது 30% என்னும் சதவீதத்துக்கு ஒத்த விகிதத்தை எழுதும் முறையை ஆராய்வோம்.

30% என்பதை 30 : 100 என எழுதலாம்.

30 : 100 = 30 ÷ 10 : 100 ÷ 10 = 3 : 10 ஆகும்.

இதற்கேற்ப 30% என்னும் சதவீதத்துக்கு ஒத்த விகிதம் 3 : 10 ஆகும்.

- **ஒரு விகிதத்துக்கு ஒத்த சதவீதத்தை எழுதுதல்**

1 : 4 என்னும் விகிதத்தை ஒரு சதவீதமாக எழுதும் முறையை ஆராய்வோம்.

ஒரு விகிதத்தில் இரண்டாவது உறுப்பை 100 இற்குச் சமனாகுமாறு சமவலு விகிதமொன்றை எழுதுவதன் மூலம் விகிதத்துக்கு ஒத்த சதவீதத்தை எழுதலாம்.

$1 : 4 = 1 \times 25 : 4 \times 25 = 25 : 100$

25 : 100 என்னும் விகிதத்தை $\frac{25}{100}$ எனவும் எழுத முடியும் என்பதால் 1 : 4 என்னும் விகிதத்துக்கு ஒத்த சதவீதத்தை 25% என எழுதலாம்.

உதாரணம் 1

20% ஐ ஒரு விகிதமாக எழுதுக.

20% ஐ 20 : 100 என எழுதலாம்.

$20 : 100 = 20 \div 20 : 100 \div 20 = 1 : 5$ ஆகும்.

இதற்கேற்ப, 20% என்னும் சதவீதத்துக்கு ஒத்த விகிதம் 1 : 5 ஆகும்.

இங்கு விகிதமானது எளிய வடிவில் எழுதப்படும்.

உதாரணம் 2

$12\frac{1}{2}\%$ ஐ ஒரு விகிதமாக எழுதுக.

$12\frac{1}{2}\% = \frac{12\frac{1}{2}}{100} = \frac{25}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{25}{200}$ ஆகும்.

$\frac{25}{200}$ என்பதை 25 : 200 என எழுத முடியுமென்பதால்

$25 : 200 = 25 \div 25 : 200 \div 25 = 1 : 8$ ஆகும்.

இதற்கேற்ப $12\frac{1}{2}\%$ என்னும் சதவீதத்திற்கு ஒத்த விகிதம் 1 : 8 ஆகும்.

உதாரணம் 3

2 : 5 என்னும் விகிதத்தை ஒரு சதவீதமாக எழுதுக.

$2 : 5 = 2 \times 20 : 5 \times 20 = 40 : 100$ ஆகும்.

இதற்கேற்ப 2 : 5 என்னும் விகிதத்துக்கு ஒத்த சதவீதம் 40% ஆகும்.

உதாரணம் 4

3 : 2 என்னும் விகிதத்தை ஒரு சதவீதமாக எழுதுக.

$3 : 2 = 3 \times 50 : 2 \times 50 = 150 : 100$ ஆகும்.

இதற்கேற்ப 3 : 2 என்னும் விகிதத்துக்கு ஒத்த சதவீதம் 150% ஆகும்.

உதாரணம் 5

1 : 3 என்னும் விகிதத்தை ஒரு சதவீதமாக எழுதுக.

$1 : 3 = \frac{1}{3} : 1 = \frac{1}{3} \times 100 : 1 \times 100 = \frac{100}{3} : 100$ ஆகும்.

இதற்கேற்ப 1 : 3 என்னும் விகிதத்துக்கு ஒத்த சதவீதம் $\frac{100}{3}\%$ $\left(33\frac{1}{3}\%\right)$ ஆகும்.

பயிற்சி 18.3

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சதவீதத்துக்கும் ஒத்த விகிதத்தை எழுதுக.

(i) 25% (ii) 20% (iii) 45% (iv) 8%

(v) 125% (vi) 300% (vii) $5\frac{1}{2}\%$ (viii) $16\frac{2}{3}\%$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு விகிதத்துக்கும் ஒத்த சதவீதத்தை எழுதுக.

(i) 1 : 2 (ii) 7 : 20 (iii) 13 : 25 (iv) 27 : 50

(v) 3 : 2 (vi) 9 : 4 (vii) 6 : 5 (viii) 13 : 10

(ix) 1 : 7 (x) 3 : 17

18.4 ஏதேனும் ஒன்றின் யாதாயினுமோர் அளவும் அதன் முழு அளவும் தரப்படும்போது அதற்குரிய சதவீதத்தைக் கணித்தல்

சில பொருள்களின் அளவுகளை ஒப்பிடுவதற்கும் சில கூட்டங்களில் அவற்றின் எண்ணிக்கைகளை ஒப்பிடுவதற்கும் சதவீதம் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. இங்கு ஒப்பிடப்படும் அளவுகள் இரண்டினதும் அலகுகள் சமனாக இருத்தல் வேண்டும்.

ஏதேனும் ஒன்றின் யாதாயினுமோர் அளவும் அதன் முழு அளவும் தரப்படும்போது அதற்குரிய சதவீதத்தைக் கணிப்பதற்கு நீங்கள் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள்.

ஏதேனும் ஒன்றின் யாதாயினுமோர் அளவு தரப்படும்போது, முதலில் அதற்குரிய அளவினை முழு அளவின் பின்னமாக எழுதுக. பின்னர் அப்பின்னத்தை 100% இனால் பெருக்குவதன் மூலம் உரிய சதவீதத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

ஒரு வியாபாரி விற்பதற்காகக் கொண்டு வந்த 200 மாம்பழங்களில் 30 பழுதடைந்திருந்ததெனின் பழுதடைந்த மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கையை முழுவதன் சதவீதமாகத் தருக.

விற்பதற்குக் கொண்டு வந்த மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கை $= 200$

அவற்றில் பழுதடைந்த மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கை $= 30$

பழுதடைந்த அளவு மொத்த மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கையின் பின்னமாக $= \frac{30}{200}$

பழுதடைந்த மாம்பழங்களின் சதவீதம் $= \frac{30}{200} \times 100\ \%$

$= 15\ \%$

உதாரணம் 1

நகரம் A இலிருந்து நகரம் B இற்குள்ள தூரம் 50 km ஆகும். ஒரு மனிதன் நகரம் A இலிருந்து புறப்பட்டு 20 km ஐ பேருந்திலும் எஞ்சிய தூரத்தைப் புகையிரதத்திலும் பயணம் செய்தால், பேருந்தில் பயணம் செய்த தூரத்தின் அளவை மொத்தத் தூரத்தின் சதவீதமாகத் தருக.

பேருந்தில் பயணம் செய்த தூரம், மொத்த தூரத்தின் பின்னமாக $= \frac{20}{50}$

பேருந்தில் பயணம் செய்த தூரத்தின் சதவீதம் $= \frac{20}{50} \times 100\ \%$

$= 40\ \%$

பயிற்சி 18.4

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள பெறுமானச் சோடிகளில் இரண்டாவதாக தரப்பட்டுள்ள பெறுமானத்தை முதற் பெறுமானத்தின் சதவீதமாகத் தருக.

(i) 1 kg இன் 200g (ii) 1 m இன் 25 cm

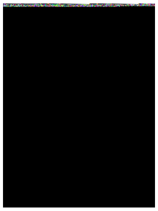
(iii) 1 km இன் 750 m (iv) ரூ. 250 இன் ரூ. 50

(v) 1 மணித்தியாலத்தின் 20 நிமிடம்

2. ஒரு வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை 50 ஆகவும் அவர்களில் 30 பேர் பெண்களாகவும் இருப்பின் வகுப்பிலுள்ள ஆண் பிள்ளைகளின் சதவீதத்தைக் காண்க.

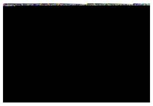
3. ரூ. 2 000 ஐக் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் ஒரு வருடத்தின் பின்னர் வட்டியாக ரூ. 250 ஐச் செலுத்துவாராயின் செலுத்தப்பட்ட வட்டியின் சதவீதத்தைக் காண்க.

4. குமார் புத்தாண்டைக் கொண்டாடுவதற்காக வாங்கிய 25 வெடிகளில் 5 வெடிக்கவில்லையாயின் வெடித்த வெடிகளின் சதவீதத்தைக் கணிக்க.



5. 40 புள்ளிகள் வழங்கப்பட்ட ஓர் ஒப்படையில் கமால் பெற்ற புள்ளிகள் 36 ஆயின் கமால் பெற்ற புள்ளிகளின் சதவீதத்தைக் காண்க.

6. பிரசாத் அவர்களின் மாதச் சம்பளம் ரூ. 30 000 ஆகும். அவர் அப்பணத்தில் ரூ. 15 000 ஐ உணவுக்கும் ரூ. 3 000 ஐ போக்குவரத்துக் கும் எஞ்சியதை வேறு தேவைகளுக்கும் செலவு செய்கின்றார்.



   (i) உணவுக்காகச் செலவு செய்யும் பணத்தின் சதவீதத்தைக் காண்க.
   (ii) போக்குவரத்திற்காகச் செலவு செய்த பணத்தின் சதவீதத்தைக் காண்க.

18.5 மொத்த அளவும் சதவீதமும் தரப்படும்போது அதற்குரிய அளவைக் காணல்

ஒரு பாடசாலையிலுள்ள பிள்ளைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை 1 500 ஆகும். இவர்களில் 48% ஆண் பிள்ளைகளாயின் பாடசாலையிலுள்ள ஆண் பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்போம்.

பாடசாலையிலுள்ள பிள்ளைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை $= 1500$

ஆண் பிள்ளைகளின் சதவீதம் $= 48\ \%$

பாடசாலையிலுள்ள ஆண் பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை $= 1500 \times \frac{48}{100}$

$= 720$

உதாரணம் 1

ஒருவர் தனது மாதச் சம்பளமாகிய ரூ. 20 000 இல் 5% ஐச் சேமிப்பாராயின் அவர் சேமித்த பணம் யாது?

மாதச் சம்பளம் = ரூ. 20 0000

சேமித்த சதவீதம் = 5 %

சேமித்த பணம் $= \text{ரூ. } 20\ 000 \times \frac{5}{100}$

= ரூ. 1000

பயிற்சி 18.5

1. ரூ. 120 ஆகவிருந்த ஒரு லீற்றர் எரிபொருளின் விலையானது 10% இனால் அதிகரித்ததெனின் ஒரு லீற்றர் எரிபொருளின் விலை எத்தனை ரூபாயினால் அதிகரிக்கும்.

2. 300 புள்ளிகள் வழங்கப்படும் ஒரு பரீட்சையில் சித்திபெறுவதற்குக் குறைந்தபட்சம் அப்புள்ளிகளில் 60% ஐப் பெற வேண்டுமெனின் சித்தி பெறுவதற்கான குறைந்த பட்சப் புள்ளி யாது?

3. குறித்த ஒரு நிறுவனத்தில் கடமையிலீடுபடும் பணியாளர்களில் 15% ஆண்களாவர். நிறுவனத்தில் கடமையாற்றும் பணியாளர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை 800 ஆயின் ஆண் பணியாளர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

4. உஷா தனது பயணத்தின் 60% ஐப் புகையிரதத்திலும் 35% ஐப் பேருந்திலும் எஞ்சியதை வாடகை வாகனமொன்றிலும் பயணிக்கின்றார். பயணத்தின் மொத்தத் தூரம் 140 km ஆயின்.
   (i) புகையிரதத்தில் பயணம் செய்த தூரத்தைக் காண்க.
   (ii) பேருந்தில் பயணம் செய்த தூரத்தைக் காண்க.
   (iii) வாடகை வாகனத்தில் பயணம் செய்த தூரத்தைக் காண்க.

5. ராமன் அவர்களின் மாதச் சம்பளம் ரூ. 45 000 ஆகும். அவர் அப்பணத்தில் 30% ஐ உணவிற்கும் 20% ஐ பயணச் செலவுக்கும் எஞ்சியதை வேறு செலவுகளுக்குமென ஒதுக்கீடு செய்கிறார்.
   (i) உணவுக்கு ஒதுக்கிய பணம் யாது?
   (ii) வேறு செலவுகளுக்கு ஒதுக்கிய பணம் யாது?

18.6 ஒரு பொருளின் யாதாயினுமொரு அளவும் அதற்குரிய சதவீதமும் தரப்படும்போது மொத்த அளவைக் காணல்

குறித்த தொகை பணத்தின் 10 % இன் பெறுமானம் ரூ. 250 ஆயின் மொத்தப் பணம் எவ்வளவு எனக் காண்போம்.

$$\text{பணத்தின் } 10\% = \text{ரூ. } 250$$

$$\text{பணத்தின் } 1\% = \text{ரூ. } \frac{250}{10}$$

$$\text{பணத்தின் } 100\% = \text{ரூ. } \frac{250}{10} \times 100$$

$$\therefore \text{ மொத்தப்பணம்} = \text{ரூ. } 2500$$

உதாரணம் 1

ஒரு வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகளில் 40% ஆனோர் பாடசாலை வருவதற்கு பொதுப் போக்குவரத்துச் சேவையைப் பயன்படுத்துகின்றனர். இவ்வகுப்பில் பொதுப் போக்குவரத்தைப் பயன்படுத்தும் பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை 16 ஆயின் வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காண்க.

$$\text{பிள்ளைகளில் } 40\% = 16$$

$$\text{பிள்ளைகளில் } 1\% = \frac{16}{40}$$

$$\text{பிள்ளைகளில் } 100\% = \frac{16}{40} \times 100$$

$$\text{பிள்ளைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை} = 40$$

பயிற்சி 18.6

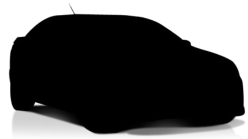
1. ஒருவரின் சம்பளத்தின் 30% ஆனது ரூ. 7200 ஆயின் அவரது சம்பளம் யாது?

2. குறித்த ஒரு மழை நாளில் ஒரு பாடசாலையில் பிள்ளைகளின் வரவு 60% ஆக இருந்தது. வருகை தந்திருந்த பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை 420 ஆயின் பாடசாலையிலுள்ள பிள்ளைகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காண்க.

3. ஒருவரிடம் இருந்த பணத்தின் 65% ஐச் செலவு செய்த பின்னர் அவரிடம் ரூ. 1400 எஞ்சியிருந்தது. அவரிடம் இருந்த மொத்தப் பணம் எவ்வளவு?

4. இரும்பு, நாகம் என்பனவற்றைக் கலந்து ஓர் உலோகக் கலவை செய்யப்பட்டுள்ளது. கலவையில் 36% நாகம் ஆகவும் கலக்கப்பட்ட இரும்பின் அளவு 180g ஆகவும் இருப்பின் கலப்பு உலோகத்தின் திணிவைக் கணிக்க.

5. ஒருவர் தனது வாகனத்தை விற்றுப் பெற்ற பணத்தில் 5% ஐத் தரகருக்குக் கொடுக்கிறார். அப்போது அவரிடம் எஞ்சியிருந்த பணம் ரூ. 475 000 ஆயின்,



   (i) வாகனத்தை விற்ற விலையைக் காண்க.
   (ii) அதற்காக வழங்கிய தரகுக் கட்டணம் எவ்வளவு?

6. ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலை செய்யும் தொழிலாளர்களில் 40% பெண்களாவர். தொழிற்சாலையில் வேலை செய்யும் ஆண்களின் எண்ணிக்கை 75 ஆயின் மொத்த தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

7. விமலனின் வைத்தியர் அவனது திணிவை 6 மாதங்களில் 9 kg குறைத்துக் கொள்வதற்காக ஓர் உணவுக் கட்டுப்பாட்டுத் திட்டத்தை வழங்கினார். 9 kg என்பது அவனது மொத்தத் திணிவின் 10% அளவாகும்.
   (i) விமலனின் திணிவு யாது?
   (ii) குறித்த காலத்தில் அவனது திணிவு 12% இனால் குறைந்தது எனின் அவனது தற்போதைய திணிவு யாது?

பொழிப்பு

- தரப்பட்ட பின்னத்தை அல்லது தசம எண்ணை $\frac{100}{100}$ இனால், அதாவது 100% இனால் பெருக்குவதன் மூலம் அப்பின்னத்தை அல்லது தசம எண்ணை சதவீதமாக எழுதலாம்.
- ஒரு விகிதத்தின் இரண்டாம் உறுப்பு 100 இற்குச் சமனாகுமாறு ஒரு சமவலு விகிதத்தை எழுதுவதன் மூலம் விகிதத்துக்கு ஒத்த சதவீதத்தை எழுதலாம்.
- ஏதேனுமொன்றின் யாதாயினும் ஓர் அளவு தரப்படும்போது அதற்குரிய பெறுமானத்தை முழுப்பெறுமானத்தின் பின்னமாக எழுதி அப்பின்னத்தை 100% இனால் பெருக்குவதன் மூலம் உரிய சதவீதத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

19 தொடைகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன்மூலம் நீங்கள்

- ஒரு குறித்த பொருள் ஒரு தொடையின் ஒரு மூலகமாக இருக்கின்றது அல்லது ஒரு மூலகமாக இருப்பதில்லை என்பதைக் காட்டுவதற்குப் பிரயோகிக்கப்படும் குறிப்பீடுகளை இனங்காண்பதற்கும்
- சூனியத் தொடைகளை இனங்காண்பதற்கும் அதற்குப் பிரயோகிக்கப்படும் குறிப்பீட்டை இனங்காண்பதற்கும்
- ஒரு தொடையில் உள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கையைக் காட்டுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் நியமக் குறிப்பீட்டை இனங்காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

19.1 தொடைகளை அறிமுகஞ்செய்தல்

நிச்சயமாக வேறுபடுத்தி இனங்காணத்தக்கவற்றைக் கொண்ட தொகுதி தொடை எனப்படுமென நீங்கள் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள். தொடைகளுக்குரிய சில உதாரணங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

(i) இலங்கையின் கிழக்கு மாகாணத்திற்குரிய மாவட்டங்களைக் கொண்ட தொடை

(ii) 0 இற்கும் 10 இற்குமிடையே உள்ள ஒற்றை எண்களைக் கொண்ட தொடை

(iii) MATARA என்னும் சொல்லை ஆக்கியுள்ள எழுத்துகளைக் கொண்ட தொடை

ஒரு குறித்த தொடைக்குரிய பொருள்கள் அத்தொடையின் மூலகங்கள் எனப்படும் எனவும் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள். சில சந்தர்ப்பங்களில் மூலகங்கள் என்பதற்காக உறுப்புகள் என்னும் சொல்லும் பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

ஒரு தொடைக்குரிய அனைத்து மூலகங்களையும் இனங்காணத்தக்கவாறு எழுதிக் காட்டத்தக்கதாக இருக்கும்போது இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே காற் புள்ளிகளை இட்டு அம்மூலகங்களை வேறுபடுத்தி எழுதுவதன் மூலம் தொடையை எழுதிக் காட்டலாம்.

0 இற்கும் 10 இற்குமிடையே உள்ள ஒற்றை எண்கள் என்னும் தொடையை A எனப் பெயரிடுவோம். அப்போது $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ என எழுதிக் காட்டலாம்.

ஒரு தொடையின் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுதிக் காட்டுவதன் மூலம் தொடையை எழுதும்போது ஒவ்வொரு மூலகமும் ஒரு தடவை மாத்திரம் எழுதப்படும்.

நீங்கள் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் கூற்றுகளைப் பயிற்சிப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து, அவற்றிடையே ஒரு தொடையை நிச்சயமாக வரையறுக்கும் கூற்றுக்கு எதிரே ✓ எனவும் அவ்வாறு இல்லாவிடின் ✕ எனவும் குறியிடுக.

(i) 0 இற்கும் 20 இற்குமிடையே உள்ள மூன்றின் மடங்குகள்
(ii) ஆண்டின் மாதங்கள்
(iii) அழகான பூக்கள்
(iv) முதன்மை எண்கள்
(v) உயரமான மனிதர்கள்

2. தொடையின் மூலகங்களை நிச்சயமாக இனங்காணத்தக்க பொது இயல்புகளின் மூலம் எழுதியுள்ள பின்வரும் தொடைகள் ஒவ்வொன்றினதும் அனைத்து மூலகங் களையும் இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுதுவதன் மூலம் அத்தொடையை மறுபடியும் எழுதுக.

(i) $A = \{$0 இற்கும் 20 இற்குமிடையே உள்ள நிறைவர்க்க எண்கள்$\}$
(ii) $B = \{$"மகரகம" என்னும் சொல்லின் எழுத்துகள்$\}$
(iii) $C = \{$31 நாட்கள் உள்ள மாதங்கள்$\}$
(iv) $D = \{$"41242" என்னும் எண்ணில் உள்ள இலக்கங்கள்$\}$
(v) $E = \{$இலங்கையின் மாகாணங்கள்$\}$

3. A ஆனது 1 தொடக்கம் 15 வரையுள்ள 2 இன் மடங்குகளின் தொடையாகும்.

(i) இத்தொடையின் மூலகங்களை நிச்சயமாக இனங்காணத்தக்க ஒரு பொது இயல்பின் மூலம் தொடையை எழுதுக.
(ii) மூலகங்களை இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுதுவதன் மூலம் தொடை A ஐ எழுதுக.

19.2 தொடையின் குறிப்பீடு

$X = \{$0 இற்கும் 10 இற்குமிடையே உள்ள இரட்டை எண்கள்$\}$

இத்தொடையின் அனைத்து மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுது வதன் மூலம் தொடை X ஐ எழுதுவோம்.

$X = \{2, 4, 6, 8\}$

2, 4, 6, 8 என்னும் எண்களில் ஒவ்வோர் எண்ணையும் தொடை X இன் மூலகமாகப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

"ஒரு மூலகம் ஆகும்" என்பதற்குப் பதிலாகக் குறிப்பீடு "$\in$" ஐப் பயன்படுத்தி
2 ஆனது X இன் ஒரு மூலகமாகும் என்பது $2 \in X$ என எழுதப்படும்.
4 ஆனது X இன் ஒரு மூலகமாகும் என்பது $4 \in X$ எனவும்
6 ஆனது X இன் ஒரு மூலகமாகும் என்பது $6 \in X$ எனவும்
8 ஆனது X இன் ஒரு மூலகமாகும் என்பது $8 \in X$ எனவும் எழுதப்படும்.

5 ஆனது மேற்குறித்த தொடை X இன் ஒரு மூலகமன்று.
"ஒரு மூலகமன்று" என்பதற்குப் பதிலாக "$\notin$" என்னும் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தலாம்.
5 ஆனது மேற்குறித்த தொடை X இன் ஒரு மூலகமன்று என்பது $5 \notin X$ என எழுதப்படும்.
அவ்வாறே 7 ஆனது மேற்குறித்த தொடை X இன் ஒரு மூலகமன்று என்பது $7 \notin X$ என எழுதப்படும்.

உதாரணம் 1

4 என்பது நிறைவர்க்க எண்கள் தொடையின் ஒரு மூலகம் என்பதைத் தொடைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

$4 \in$ {நிறைவர்க்க எண்கள்}

உதாரணம் 2

கிளி ஆனது நான்கு கால் விலங்குத் தொடையின் ஒரு மூலகமன்று என்பதைத் தொடைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

கிளி $\notin$ {நான்கு கால் விலங்குகள்}

பயிற்சி 19.1

1. பின்வரும் ஒவ்வொன்றையும் வாசிக்கும் விதத்தை எழுதுக.
   (i) முக்கோணி $\in$ {பல்கோணிகள்}
   (ii) $m \notin$ {ஆங்கில நெடுங்கணக்கின் உயிரெழுத்துகள்}
   (iii) $8 \in$ {இரட்டை எண்கள்}
   (iv) கரட் $\notin$ {பழங்கள்}

2. பின்வரும் கூற்றுகளைப் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் எழுதி ஒவ்வொரு கீறிட்ட இடத்தையும் $\in$, $\notin$ ஆகியவற்றிடையே உகந்த குறிப்பீட்டை இட்டு நிரப்புக.
   (i) 11 .... {முதன்மை எண்கள்}
   (ii) 15 .... {4 இன் மடங்குகள்}
   (iii) நீலம் ...... {வானவில்லின் நிறங்கள்}
   (iv) மாம்பழம் .... {பழங்கள்}
   (v) மாத்தறை ......{மேல் மாகாணத்தின் மாவட்டங்கள்}

3. பின்வரும் கூற்றுகளைப் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து சரியானதற்கு எதிரே ✓ ஐயும் பிழையானதற்கு எதிரே × ஐயும் இடுக.

(i) $7 \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$

(ii) $5 \notin \{2, 4, 6, 8\}$

(iii) $a \notin \{a, e, i, o, u\}$

(iv) □ $\notin$ {△, □, ⬠, ⬡}

(v) iii $\in$ {i, ii, v, iv, vi, vii, x}

19.3 தொடையொன்றின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை

A = {0 இற்கும் 10 இற்குமிடையே உள்ள ஒற்றை எண்கள்}

இத்தொடையின் எல்லா மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுது வதன் மூலம் தொடை A ஐ எழுதுவோம்.

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

தொடை A இன் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை 5 ஆகும்.

தொடை A இன் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை $n(A)$ இன் மூலம் குறிக்கப்படும்.

அதற்கேற்ப $n(A) = 5$ ஆகும்.

உதாரணம் 1

P = {1 தொடக்கம் 20 வரையுள்ள 3 இன் மடங்குகள்}.

$n(P)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$P = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

$\therefore \; n(P) = 6$

உதாரணம் 2

P ஆனது 1 இற்கும் 20 இற்குமிடையே உள்ள 6 இன் மடங்குகளும் Q ஆனது 1 இற்கும் 20 இற்குமிடையே உள்ள இரட்டை எண்களின் தொடையும் ஆகும்.

(i) P, Q ஆகிய தொடைகள் ஒவ்வொன்றையும் அவற்றின் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுதுவதன் மூலம் காட்டுக.

(ii) பின்வரும் கூற்றுகள் ஒவ்வொன்றையும் பிரதிசெய்து சரியானவற்றையும் பிழை யானவற்றையும் குறிப்பிட்டு எழுதுக.

(a) $10 \in P$ (b) $10 \notin Q$ (c) $18 \in P$

(iii) $n(P)$, $n(Q)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

(i) $P = \{6,\ 12,\ 18\}$

$Q = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14,\ 16,\ 18\}$

(ii) (a) 10 ஆனது P இன் ஒரு மூலகமன்று.

$\therefore$ கூற்று $10 \in P$ பிழையானது.

(b) 10 ஆனது Q இன் ஒரு மூலகமாகும்.

$\therefore$ கூற்று $10 \notin Q$ பிழையானது.

(c) 18 ஆனது P இன் ஒரு மூலகமாகும்.

$\therefore$ கூற்று $18 \in P$ சரியானது.

(iii) $n(P) = 3$

$n(Q) = 9$

பயிற்சி 19.2

1. (i) பின்வரும் தொடைகள் ஒவ்வொன்றையும் அதன் எல்லா மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுதுவதன் மூலம் காட்டுக.

(ii) $n(A), n(B), n(X), n(Y), n(Q), n(M)$ ஆகியவற்றின் பெறுமானத்தை எழுதுக.

(a) $A = \{$10 இலும் குறைந்த எண்ணும் எண்கள்$\}$

(b) $B = \{$ANURADHAPURA என்னும் சொல்லில் உள்ள எழுத்துகள்$\}$

(c) $X = \{$வாரத்தின் நாட்கள்$\}$

(d) $Y = \{$2 இற்கும் 8 இற்குமிடையே உள்ள 5 இன் மடங்குகள்$\}$

(e) $Q = \{$இலங்கையின் ஓர் ஆரம்ப பாடசாலையில் உள்ள தரங்கள்$\}$

(f) $M = \{$30 இன் நேர்க் காரணிகள்$\}$

2. $n(A) = 4$ ஆகவுள்ள A இனால் காட்டப்படும் ஒரு தொடையை மூலகங்கள் நிச்சயமாக இனங்காணப்படத்தக்க ஒரு பொது இயல்பின் மூலம் எழுதுக.

3. $n(P) = 1$ ஆகவுள்ள P இனால் காட்டப்படும் ஒரு தொடையை மூலகங்கள் நிச்சயமாக இனங்காணப்படத்தக்க ஒரு பொது இயல்பின் மூலம் எழுதுக.

19.4 சூனியத் தொடை

A = {5 இற்கும் 15 இற்குமிடையே உள்ள இரட்டை முதன்மை எண்கள்}

இத்தொடையின் மூலகங்களைக் காண்போம்.

5 இற்கும் 15 இற்குமிடையே உள்ள முதன்மை எண்கள் 7, 11, 13 ஆகும். இவற்றுக்கிடையே இரட்டை எண்கள் இல்லை. அதற்கேற்ப மேற்குறித்த தொடை A இற்கு மூலகம் எதுவும் இல்லை. இத்தகைய மூலகம் எதுவும் இல்லாத தொடை **சூனியத் தொடை** எனப்படும்.

B = {1 இற்கும் 2 இற்குமிடையே உள்ள முழு எண்கள்}
C = {5 இற்கும் 10 இற்குமிடையே உள்ள 10 இன் மடங்குகள்}
D = {பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 3 இலும் குறைந்த பல்கோணிகள்}

மேற்குறித்த B, C, D ஆகிய தொடைகளுக்கு மூலகம் இல்லை என்பது தெளிவாகும். ஆகவே, அத்தொடைகள் ஒவ்வொன்றும் சூனியத் தொடையாகும். இதற்கேற்ப $B = C = D$ ஆகும்.

சூனியத் தொடையைக் காட்டுவதற்கு { } , $\varnothing$ என்னும் குறியீடுகள் பயன்படுத்தப்படும்.

இதற்கேற்ப மேற்குறித்த தொடை A ஆனது $A = \{\}$ அல்லது $A = \varnothing$ எனக் குறிப்பிடப்படும்.
அவ்வாறே
$B = \{\}$ அல்லது $B = \varnothing$ எனக் காட்டலாம்.

குறிப்பு : ஒரு சூனியத் தொடையின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை 0 ஆகும். அதாவது, $n(\varnothing) = 0$ ஆகும்.

பயிற்சி 19.3

1. பின்வரும் தொடைகள் ஒவ்வொன்றும் சூனியத் தொடையா, இல்லையா என எழுதுக.
   (i) P = {5 இலும் குறைந்த 5 இன் நேர் மடங்குகள்}
   (ii) Q = {0 தொடக்கம் 10 வரையுள்ள முழு எண்கள்}
   (iii) R = {1 இற்கும் 3 இற்குமிடையே உள்ள ஒற்றை எண்கள்}
   (iv) S = {"41242" என்னும் எண்ணில் உள்ள இலக்கங்கள்}
   (v) T = {வானவில்லின் நிறங்கள்}
   (vi) $U = \{0\}$

2. ஒரு சூனியத் தொடைக்கு 3 உதாரணங்கள் தருக.

3. $n(X) = 0$ ஆகவுள்ள B இனால் காட்டப்படும் ஒரு தொடையை மூலகங்கள் நிச்சயமாக இனங்காணப்படத்தக்க ஒரு பொது இயல்பின் மூலம் எழுதுக.

பலவினப் பயிற்சி

1. தொடை $M = \{2, 4, 6, 8\}$ ஆகும். வெற்றிடங்களுக்கு உகந்தவாறு $\in$ அல்லது $\notin$ ஐ இடுக.

   (i) 2 ..... M (ii) 4 ..... M (iii) 3 ..... M

   (iv) 6 .....M (v) 7 ..... M (vi) 8 ..... M

2. (i) பின்வரும் தொடைகள் ஒவ்வொன்றினதும் எல்லா மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்பினுள்ளே எழுதுவதன் மூலம் மறுபடியும் எழுதுக.
   (ii) $n(A), n(B), n(C), n(D), n(E), n(F)$ ஆகியவற்றின் பெறுமானத்தை எழுதுக.

   (a) $A = \{$20 இலும் குறைந்த முதன்மை எண்கள்$\}$

   (b) $B = \{$'விகடகவி' என்னும் சொல்லில் உள்ள எழுத்துகள்$\}$

   (c) $C = \{$இலங்கையின் மாகாணங்கள்$\}$

   (d) $D = \{$20 இற்கும் 30 இற்குமிடையே உள்ள நிறைவர்க்க எண்கள்$\}$

   (e) $E = \{$முதன்மை மற்றும் வர்க்க எண்கள்$\}$

   (f) $F = \{$3 இனால் அல்லது 5 இனால் வகுக்கப்படும் 2 இற்கும் 16 இற்குமிடையே உள்ள முழுவெண்கள்$\}$

3. $n(P) = 2$ ஆகவுள்ள P இனால் காட்டப்படும் ஒரு தொடையை மூலகங்கள் நிச்சயமாக இனங்காணப்படத்தக்க ஒரு பொது இயல்பின் மூலம் எழுதுக.

பொழிப்பு

- ஒரு குறித்த பொருள் ஒரு தொடையின் மூலகம் என்பதைக் காட்டுவதற்கு $\in$ என்னும் குறிப்பீடு பயன்படுத்தப்படும்.
- ஒரு குறித்த பொருள் ஒரு தொடையின் மூலகமன்று என்பதைக் காட்டுவதற்கு $\notin$ என்னும் குறிப்பீடு பயன்படுத்தப்படும்.
- தொடையொன்றில் உள்ள எல்லா மூலகங்களினதும் எண்ணிக்கை தொடையொன்றின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை எனப்படும்.

  A என்ற தொடையின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை $n(A)$ இனால் குறிக்கப்படும்.
- மூலகங்கள் அற்ற தொடை சூனியத் தொடையாக இருக்கும் அதேவேளை அது $\varnothing$ அல்லது $\{\}$ இன் மூலம் குறிப்பிடப்படும்.

8

20 பரப்பளவு

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

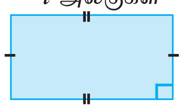
- முக்கோணியொன்றின் பரப்பளவிற்கான சூத்திரத்தைப் பெறுவதற்கும்
- முக்கோணியொன்றின் பரப்பளவு தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்
- கூட்டுத் தளவுருக்களின் பரப்பளவைக் காண்பதற்கும்
- சதுரமுகி, கனவுரு என்பவற்றின் மேற்பரப்பளவைக் காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

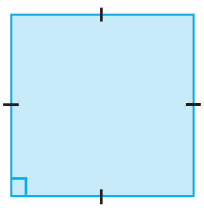
20.1 பரப்பளவு

ஒரு எல்லையினால் அடைக்கப்பட்டுள்ள மேற்பரப்பொன்றின் அளவு அதன் பரப்பளவு எனத் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள். சதுரம், செவ்வகம் என்பவற்றின் பரப் பளவுகளைக் காண்பது பற்றியும் பரப்பளவை அளக்கும் அலகுகள் பற்றியும் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள்.

நீளம் l அலகுகள், அகலம் b அலகுகள் கொண்ட செவ்வக அடரின் பரப்பளவு A சதுர அலகுகள் எனின் $A = lb$ சதுர அலகுகள் என்பதால் தரப்படும்.



பக்கமொன்றின் நீளம் a அலகுகள் கொண்ட சதுர அடரொன்றின் பரப்பளவு A சதுர அலகுகள் எனின் $A = a^2$ சதுர அலகுகள் என்பதால் தரப்படும்.

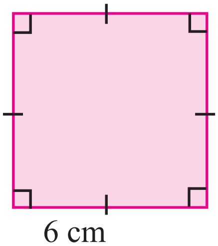


இவ்விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்காகப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

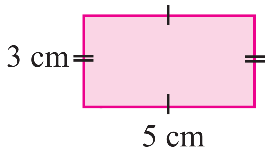
மீட்டற் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தளவுருவினதும் பரப்பளவைக் காண்க.

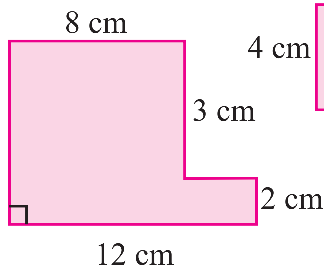
(i)



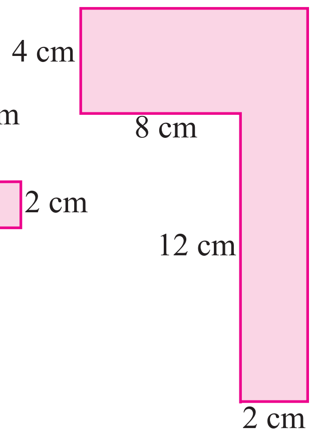
(ii)



(iii)

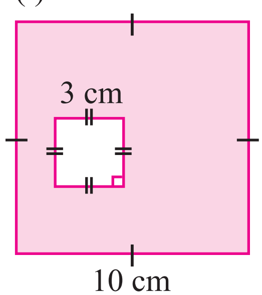


(iv)

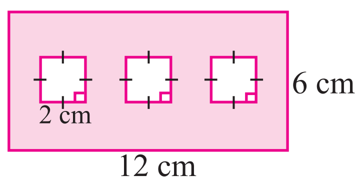


2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு உருவிலும் நிறமிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

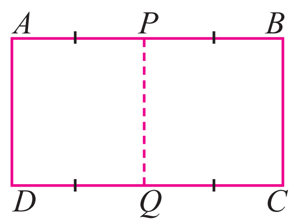
(i)



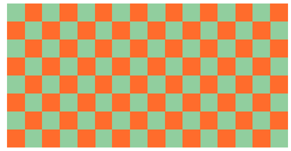
(ii)



3. செவ்வகம் $ABCD$ ஆனது, PQ என்னும் கோட்டினால் சம பரப்பளவு கொண்ட இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வாறு செவ்வகமானது சம பரப்பளவு கொண்ட இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படும் வகையில் கோடு PQ ஐ வரையக்கூடிய இரண்டு முறைகளை இரண்டு வரிப்படங்களின் மூலம் காட்டுக.



4. செவ்வக வடிவிலான வீட்டுத் தளத்தின் நீளம் 5 m, அகலம் 3.5 m ஆகும். பக்க நீளம் 25 cm கொண்ட சதுர வடிவமுள்ள தரை ஓடுகள் இடைவெளியின்றி இவ் வீட்டுத் தளத்தின் மீது பதிக்கப்படல் வேண்டும்.



   (i) சதுர வடிவமுள்ள தரை ஓடொன்றின் பரப்பளவு யாது ?
   (ii) வீட்டுத் தளத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.
   (iii) தேவையான தரை ஓடுகளின் எண்ணிக்கை யாது ?
   (iv) ஒரு தரை ஓட்டின் விலை ரூ. 475 எனின், தரை ஓடுகளை வாங்குவதற்கு எவ்வளவு பணம் தேவை ?

20.2 முக்கோணியொன்றின் பரப்பளவு

- **செங்கோண முக்கோணியொன்றின் பரப்பளவு**

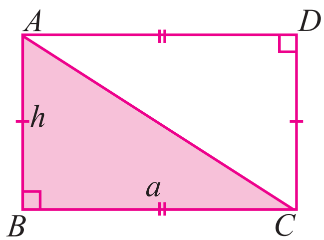
செயற்பாடு 1

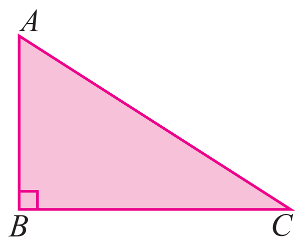
படி 1 - செவ்வக அடைரொன்றை வெட்டிக் கொள்க.

படி 2 - உருவில் காட்டியவாறு அதற்கு $ABCD$ எனப் பெயரிடுக.

படி 3 - A, C என்பவற்றை இணைத்து, அதன் வழியே அடரை வெட்டி பரப்பளவில் சமனான இரண்டு முக்கோணிகளைப் பெறுக.

படி 4 - ஒரு முக்கோணியின் பரப்பளவைக் காண்க.





செங்கோண முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவு, செவ்வகம் $ABCD$ இன் பரப்பளவின் அரைவாசி ஆகும்.

$\therefore$ முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ செவ்வகம் $ABCD$ இன் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2} \times$ (செவ்வகத்தின் நீளம் $\times$ செவ்வகத்தின் அகலம்)

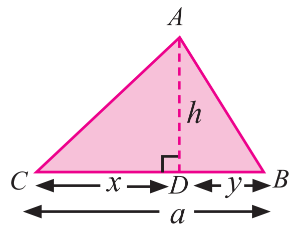
$= \frac{1}{2} \times (BC \times AB)$

$= \frac{1}{2} \times a \times h$

$= \frac{1}{2}\, ah$

- **செங்கோண முக்கோணி அல்லாத முக்கோணி ஒன்றின் பரப்பளவு**

➢ **முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவைக் காண்போம்.**



உருவிலுள்ள முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவைக் காண்போம். முக்கோணி ABC இன் உச்சி A இலிருந்து அடி BC இற்கு AD என்னும் செங்குத்தை வரைவோம். இப்போது ADC, ADB என்பன இரண்டு செங்கோண முக்கோணிகள் ஆகும்.

முக்கோணி ADC இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times x \times h = \frac{1}{2}\, xh$

முக்கோணி ADB இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times y \times h = \frac{1}{2}\, yh$

$\therefore$ ABC இன் பரப்பளவு = முக்கோணி ADC இன் பரப்பளவு + முக்கோணி ADB இன் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2}\, xh + \frac{1}{2}\, yh$

$= \frac{1}{2}\, h\,(x + y)$

இங்கு $a = (x + y)$ என்பதனால்

$= \frac{1}{2}\, h \times a$

$= \frac{1}{2}\, ah$

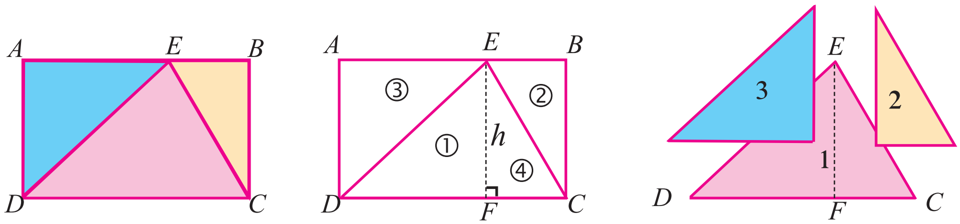
செயற்பாடு 2

படி 1 - செவ்வக வடிவமான கடதாசி ஒன்றை எடுத்து உருவில் காட்டியவாறு அதனை $ABCD$ எனப் பெயரிடுக. AB இன் மீது யாதேனுமொரு புள்ளி E ஐக் குறிக்க.

படி 2 - DE, CE என்பவற்றை இணைக்க. அப்போது முக்கோணி DEC கிடைக்கின்றது.

படி 3 - E இலிருந்து DC இற்குச் செங்குத்துக் கோட்டை வரைந்து அது DC ஐச் சந்திக்கும் புள்ளியை F எனப் பெயரிடுக.

படி 4 - DE, EC ஆகிய கோடுகளின் வழியே செவ்வகத்தை வெட்டி முக்கோணிகளாக வேறாக்குக.



படி 5 - முக்கோணி ECD இன் பரப்பளவைக் காண்க.

①, ③ ஆகிய முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகள் சமன் ஆகும்.

②, ④ ஆகிய முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகள் சமன் ஆகும்.

செவ்வகம் $ABCD$ இன் பரப்பளவு = செவ்வகம் $AEFD$ இன் பரப்பளவு + செவ்வகம் $EBCF$ இன் பரப்பளவு

= $2 \times$ முக்கோணி DEF இன் பரப்பளவு + $2 \times$ முக்கோணி ECF இன் பரப்பளவு

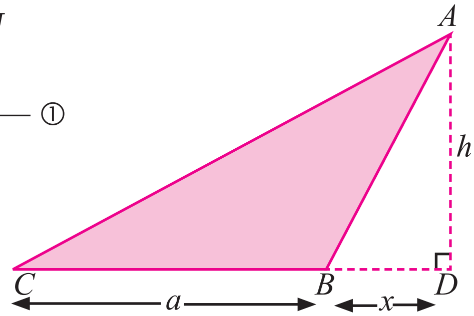
$\therefore$ செவ்வகம் $ABCD$ இன் பரப்பளவு $= 2 \times$ முக்கோணி ECD

$\therefore$ முக்கோணி ECD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ செவ்வகம் $ABCD$ இன் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2} \times DC \times CB$

$= \frac{1}{2} \times DC \times EF$ $(CB = EF$ என்பதனால்)

இப்போது உருவிலுள்ள முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவைக் காண்போம்.



$\Delta\, ACD$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times (a + x) \times h$ —— ①

$\Delta\, ABD$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times x \times h$ —— ②

$\Delta\, ABC$ இன் பரப்பளவு $=$ $\Delta\, ACD$ இன் பரப்பளவு $-$ $\Delta\, ABD$ இன் பரப்பளவு

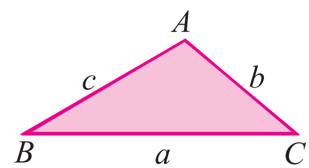
$\Delta\, ABC$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\,(a + x) \times h - \frac{1}{2} \times x \times h$

$= \frac{1}{2}\, h\,(a + x - x)$

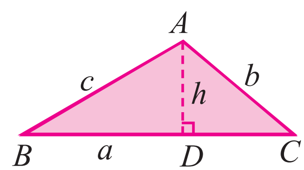
$= \frac{1}{2}\, ha = \frac{1}{2}\, ah$

- **முக்கோணியொன்றின் அடியும் அந்த அடிக்கு ஒத்த முக்கோணியின் செங்குத்து உயரமும்**

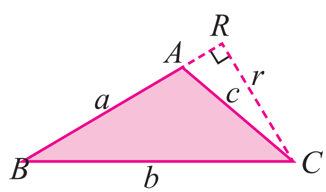
உருவிலுள்ள முக்கோணியின் எந்தவொரு பக்கத்தையும் அடியாக எடுக்க முடியும். அந்த அடிக்கு ஒத்ததாக முக்கோணியின் செங்குத்து உயரம் வேறுபடும் விதம் கீழே விபரிக்கப்பட்டுள்ளது.



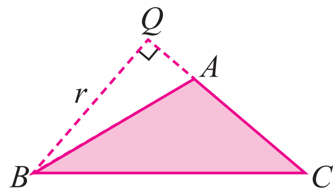
முக்கோணி ABC இன் அடியாக BC ஐ எடுக்கும்போது அடியின் நீளம் a அலகுகள் ஆகும். BC என்ற அடிக்கு ஒத்த முக்கோணியின் செங்குத்து உயரத்தைக் காண்பதற்கு A இலிருந்து BC இற்குச் செங்குத்தை வரைய வேண்டும். அச்செங்குத்து BC ஐச் சந்திக்கும் புள்ளி D எனின், BC என்ற அடிக்கு ஒத்ததாக முக்கோணியின் உயரம் ADயின் நீளம் ஆகும். இந்த நீளத்தை h அலகுகள் என எடுப்போம்.



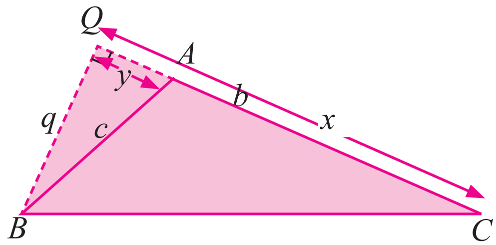
முக்கோணியின் அடியாக AB ஐ எடுக்கும்போது அதற்கு ஒத்த முக்கோணியின் உயரத்தைக் காண்பதற்கு C இலிருந்து நீட்டப்பட்ட BA இற்கு CR என்னும் செங்குத்தை வரைய வேண்டும். CR என்னும் நீளம் r அலகுகள் எனின், அடி AB இற்கு ஒத்ததாக முக்கோணியின் செங்குத்து உயரம் r அலகுகள் ஆகும்.



மேலே விபரிக்கப்பட்டதற்கு ஏற்ப CA ஐ அடியாக எடுக்கும்போது அதற்கு ஒத்த முக்கோணியின் செங்குத்து உயரம் BQ இன் நீளமான r ஆகும்.



➤ **முக்கோணி BCQ இன் பரப்பளவைக் காண்போம்.**



AC ஐ முக்கோணியின் அடியாக எடுக்கும்போது அடியின் நீளம் b அலகுகள் ஆவதோடு அந்த அடிக்கு ஒத்ததாக முக்கோணியின் உயரம் q அலகுகள் ஆகும். CQ இன் நீளம் x அலகுகளும் AQ இன் நீளம் y அலகுகளும் எனின் $b = x - y$ அலகுகள் ஆகும்.

$\Delta\ ABC$ இன் பரப்பளவு $= \Delta\ QBC$இன் பரப்பளவு $- \Delta\ QBA$ இன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2}\,qx - \frac{1}{2}\,qy = \frac{1}{2}q\,(x-y)$$
$$= \frac{1}{2}bq$$

எனவே,

முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\times$முக்கோணியின் அடியின் நீளம் $\times$ ஒத்த செங்குத்து உயரம்

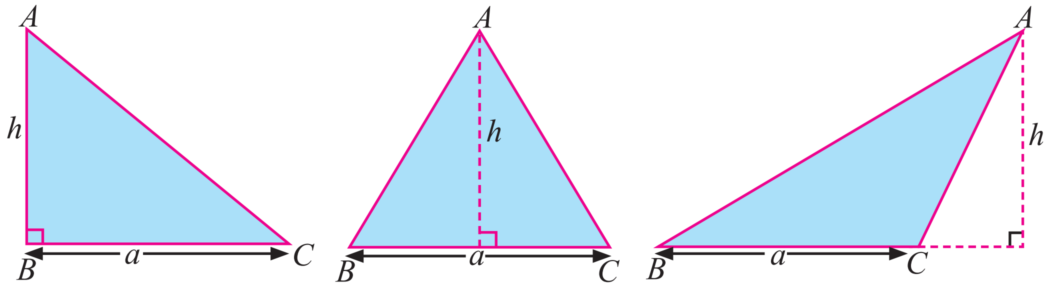
இது சுருக்கமாகப் பின்வருமாறு எழுதப்படும்.

முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}$ அடி $\times$ செங்குத்து உயரம்

குறிப்பு

செங்கோண முக்கோணி அல்லாத முக்கோணியொன்றின் அடியைத் தெரிவு செய்யும்போது பெரிய கோணத்திற்கு எதிரான பக்கத்தை அடியாகத் தெரிவு செய்தால் அடியை நீட்டாமல் உச்சியிலிருந்து அடிக்குச் செங்குத்தை வரையலாம்.

முக்கோணியொன்றின் ஒரு உச்சியிலிருந்து அதற்கு எதிரான பக்கத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தானது செங்குத்துயரம் எனவும் உச்சிக்கு எதிரான பக்கம் அடி எனவும் அழைக்கப்படும்.



மேலே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு முக்கோணியினதும் அடி BC உம் செங்குத்துயரம் (குத்துயரம்) h உம் ஆகும்.

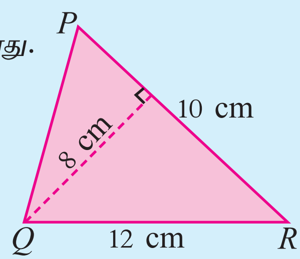
$\Delta\, ABC$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\, ah$ என்பது தெரிந்ததே.

$\therefore$ முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}$ $\times$ அடி $\times$ செங்குத்துயரம் ஆகும்.

உதாரணம் 1

உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணி PQR இன் பரப்பளவைக் காண்க

உச்சி Q இலிருந்து PRஇற்கு செங்குத்து வரையப்பட்டுள்ளது.



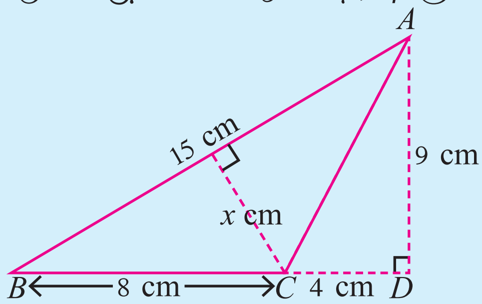
$\therefore$ முக்கோணியின் அடி PR ஆகும்.

$\therefore\ \Delta\, PQR$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times 10\ \text{cm} \times 8\ \text{cm}$

$= 40\ \text{cm}^2$

உதாரணம் 2

உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



முக்கோணி ABC இன் அடி BC, உயரம் AD எனக் கொண்டால்

$\Delta\, ABC$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times 8 \times 9 \text{ cm}^2$

$= 36 \text{ cm}^2$

அடி AB உம் அதற்கு ஒத்த செங்குத்துயரம் x எனவும் கொண்டால்

$\Delta\, ABC$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times 15 \times x \text{ cm}^2$

$$\frac{1}{2} \times 15 \times x = 36$$

$$x = \frac{36 \times 2}{15}$$

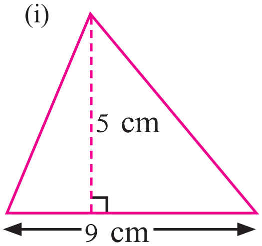
$$x = 4.8$$

$\therefore\ x = 4.8$ cm ஆகும்.

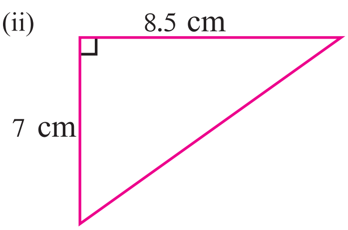
பயிற்சி 20.2

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு முக்கோணியினதும் பரப்பளவைக் காண்க.

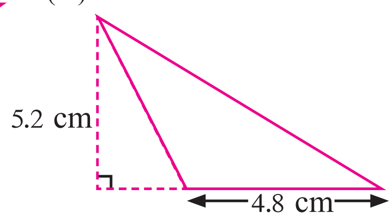
(i)



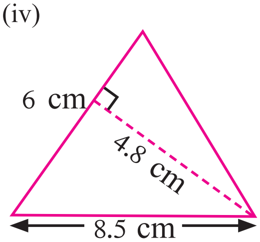
(ii)



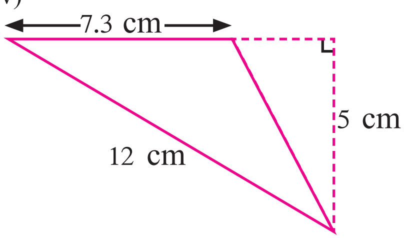
(iii)



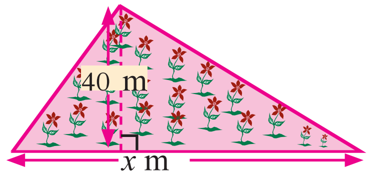
(iv)



(v)

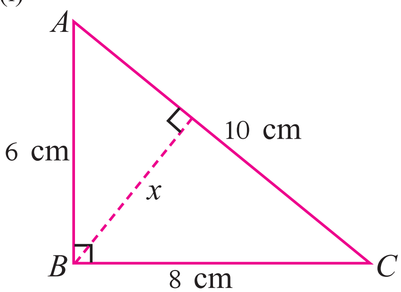


2. முக்கோண வடிவான பூப்பாத்தி ஒன்றின் பரப்பளவு 800 m^2 ஆகும். உருவில் x எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ள பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

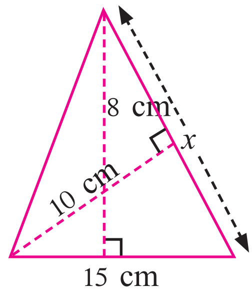


3. பின்வரும் ஒவ்வொரு முக்கோணியிலும் x எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ள நீளத்தைக் காண்க.

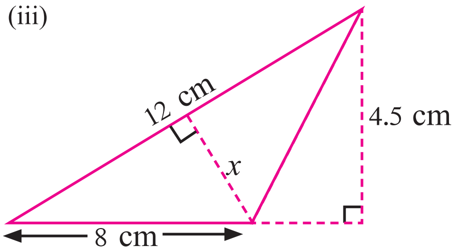
(i)



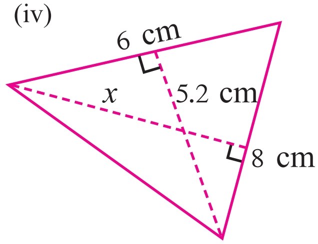
(ii)



(iii)



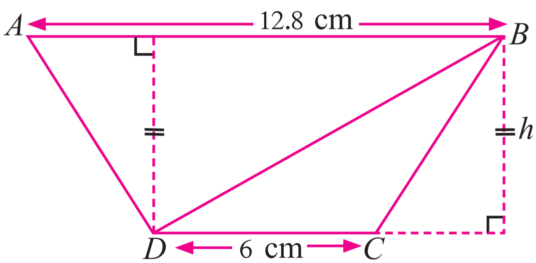
(iv)



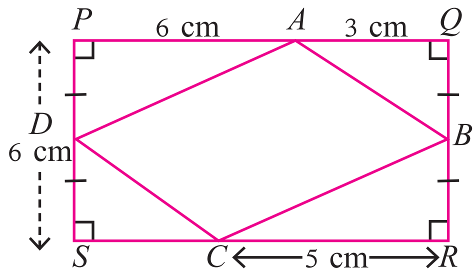
4. தரப்பட்டுள்ள உருவில் முக்கோணி BCD இன் பரப்பளவு 30 cm^2 ஆகும்.

(i) h இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) $\Delta\ ABD$ இன் பரப்பளவைக் காண்க.



5. உருவில் செவ்வகம் $PQRS$ இன் பக்கங்களின் மீது A, B, C, D என்னும் புள்ளிகள் அமைந்துள்ளன. உருவில் குறிக் கப்பட்டுள்ள தரவுகளைப் பயன்படுத்தி

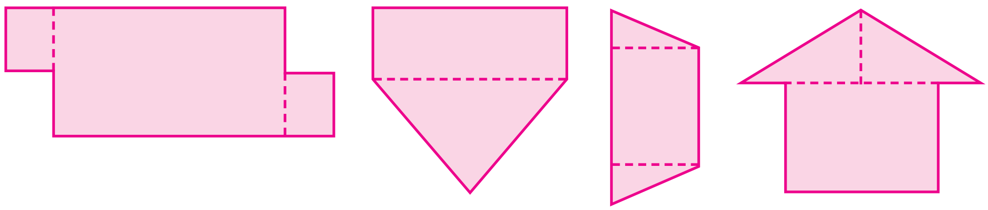


(i) செவ்வகம் $PQRS$ இன் பரப்பளவைக் காண்க.

(ii) முக்கோணி APD இன் பரப்பளவைக் காண்க.

(iii) நாற்பக்கல் $ABCD$ இன் பரப்பளவைக் காண்க.

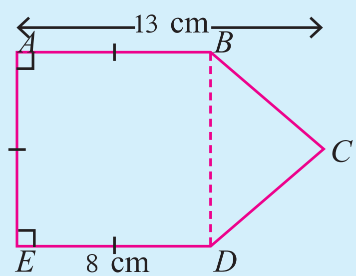
20.3 கூட்டுத் தளவுருக்களின் பரப்பளவு



கூட்டுத்தளவுருவொன்றின் பரப்பளவைக் காணும்போது அக்கூட்டுத் தளவுருவை சூத்திரங்கள் மூலம் பரப்பளவைக் காணக்கூடிய தளவுருக்களாக வேறாக்கி, அவற்றின் பரப்பளவைக் கூட்டுவதனால் கூட்டுத் தளவுருவின் பரப்பளவைக் காணமுடியும்.

உதாரணம் 1

உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள தளவுரு $ABCDE$ இனது பரப்பளவைக் காண்க.



இவ்வுருவில் BD ஐ இணைப்பதால் சதுரமொன்றும் முக்கோணியொன்றும் பெறப்படுகின்றன.

சதுரம் $ABDE$ இன் பரப்பளவு $= 8\text{ cm} \times 8\text{ cm}$

$= 64\text{ cm}^2$

C இலிருந்து BD இற்கான

செங்குத்துத் தூரம் $= (13 - 8)\text{ cm} = 5\text{ cm}$

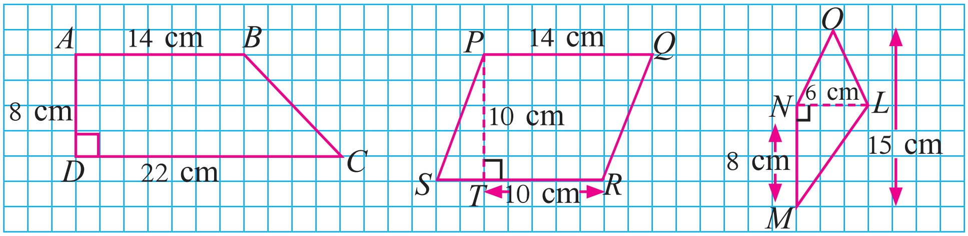
$\therefore\ \Delta\, BCD$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times 8 \times 5\text{ cm}^2 = 20\text{ cm}^2$

$\therefore$ தளவுரு $ABCDE$ இன் பரப்பளவு $= 64\text{ cm}^2 + 20\text{ cm}^2$

$= 84\text{ cm}^2$

பயிற்சி 20.3

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தளவுருவினதும் பரப்பளவைக் காண்க.



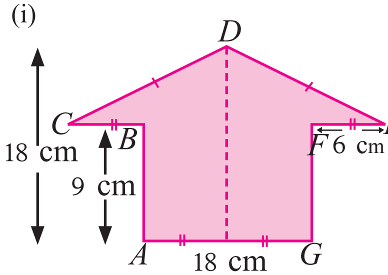
2. சதுரக் கோட்டுத் தாளிலுள்ள ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவை ஒரு சதுர அலகாகக் கொண்டு பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்க.

(i) சதுரம், செவ்வகம், முக்கோணி ஆகிய வடிவங்களில் ஏதாவது இரண்டினைக் கொண்ட 4 கூட்டுத்தளவுருக்களைச் சதுரக் கோட்டுத் தாளில் வரைக.

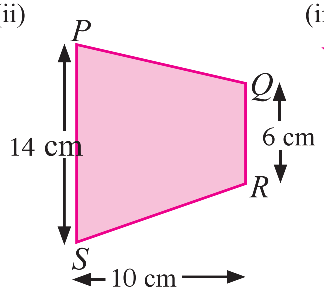
(ii) வரையப்பட்ட ஒவ்வொரு கூட்டுத் தளவுருவினதும் பரப்பளவைக் காண்க.

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு உருவிலும் நிறம் தீட்டப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

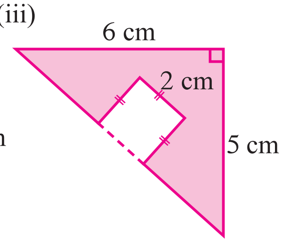
(i)



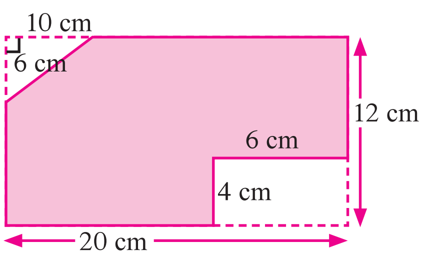
(ii)



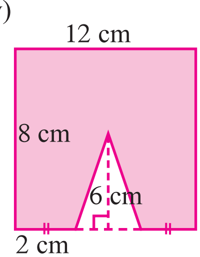
(iii)



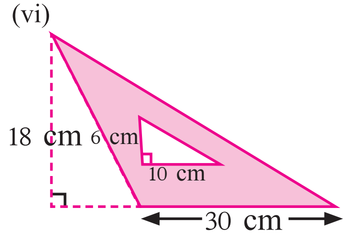
(iv)



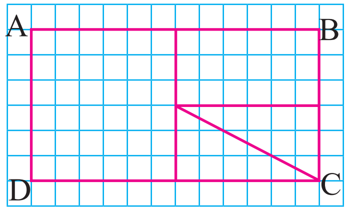
(v)



(vi)



4. (i) உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள செவ்வகம் $ABCD$ ஐ நிறத்தாளில் வரைந்து காட்டப்பட்டுள்ள கோடுகளின் வழியே வெட்டி நான்கு பகுதிகளாக வேறாக்கிக் கொள்க.



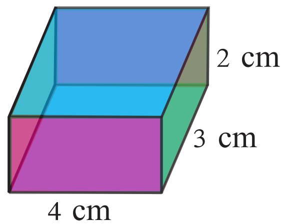
(ii) வெட்டப்பட்ட நான்கு பகுதிகளையும் கொண்டு கூட்டுத் தளவுருவொன்றை அமைத்து ஒட்டிக்கொள்க.

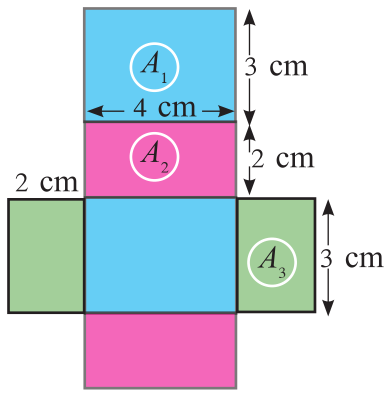
(iii) மேலே பெறப்பட்டவாறு மேலும் இரண்டு கூட்டுத்தளவுருக்களை அமைத்து ஒட்டிக்கொள்க.

(iv) அமைக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு கூட்டுத் தளவுருவினதும் பரப்பளவு பற்றியும் செவ்வகம் $ABCD$ இனது பரப்பளவு பற்றியும் யாது கூற முடியும்?

20.4 சதுரமுகி, கனவுரு என்பனவற்றின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள கனவுருவின் மேற்பரப்பளவைக் காண்போம்.





முகம் A_1 இன் பரப்பளவு $= 4\text{ cm} \times 3\text{ cm} = 12\text{ cm}^2$

முகம் A_2 இன் பரப்பளவு $= 4\text{ cm} \times 2\text{ cm} = 8\text{ cm}^2$

முகம் A_3 இன் பரப்பளவு $= 2\text{ cm} \times 3\text{ cm} = 6\text{ cm}^2$

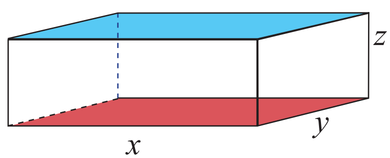
$\therefore$ மொத்த மேற்பரப்பளவு $= 2 \times 12 + 2 \times 8 + 2 \times 6\text{ cm}^2$

$= 24 + 16 + 12\text{ cm}^2$

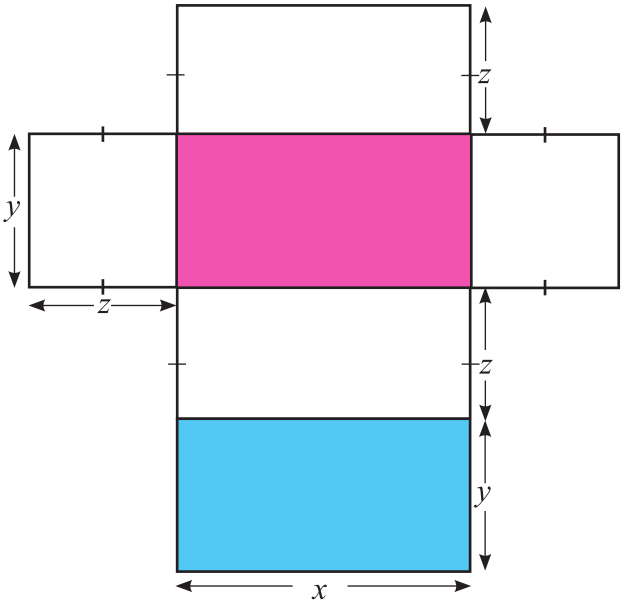
$= 52\text{ cm}^2$

$\therefore$ கனவுருவின் மொத்த மேற்பரப்பளவு $= 52\text{ cm}^2$

நீளம், அகலம், உயரம் என்பன முறையே x அலகுகள், y அலகுகள், z அலகுகளாகவுள்ள கனவுருவொன்றும் அதன் வலையும் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளன.



இளம் சிவப்பு நிறம் தீட்டப்பட்டுள்ள அடியினதும் நீல நிறம் தீட்டப்பட்டுள்ள மேல் முகத்தினதும் பரப்பளவுகள் சமன் என்பதை வரிப்படத்தை அவதானிப்பதன் மூலம் விளங்குகின்றது. கனவுரு வடிவை உடைய செங்கல் போன்ற பொருள்களை அவதானிப்பதன் மூலமும் இதை விளங்கிக் கொள்ளலாம்.



இவ்வாறு கனவுருவொன்றில் பரப்பளவில் சமனான, செவ்வக வடிவான ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான மூன்று சோடி முகங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு சோடிக்குமுரிய செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்பதன் மூலம் கனவுருவின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காணமுடியும்.

அடியின் பரப்பளவு $= xy$

நீளப் பக்கமாகவுள்ள முகத்தின் பரப்பளவு $= xz$

அகலப் பக்கமாகவுள்ள முகத்தின் பரப்பளவு $= yz$

$\therefore$ கனவுருவின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= 2\,xy + 2\,xz + 2\,yz$

$= 2\,(xy + xz + yz)$

செயற்பாடு 3

படி 1 - பக்கமொன்றின் நீளம் a அலகுகள் ஆகவுள்ள சதுரமுகியின் வரிப்படத்தை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரைந்து அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவிற்கான கோவையை a இல் பெறுக.

படி 2 - நீளம், அகலம், உயரம் என்பன முறையே a, b, h அலகுகள் ஆகவுள்ள கனவுருவொன்றின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவிற்கான கோவையை a, b, h என்பவற்றில் பெறுக.

மேலே தரப்பட்டுள்ள செயற்பாட்டின்படி

பக்கமொன்றின் நீளம் a அலகுகள் ஆகவுள்ள சதுரமுகியின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $6a^2$ சதுர அலகுகள் எனவும் நீளம், அகலம், உயரம் முறையே a, b, h அலகுகள் ஆகவுள்ள கனவுருவின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு A சதுர அலகுகள் எனின் $A = 2\ (ab + bh + ah)$ சதுர அலகுகள் எனவும் பெற்றிருப்பீர்கள்

உதாரணம் 1

20 cm நீளமும் 15 cm அகலமும் 10 cm உயரமும் கொண்ட பெட்டியொன்றை அமைப்பதற்குத் தேவையான காட்போடின் மிகக் குறைந்த பரப்பளவைக் காண்க.

இங்கு குறைந்தது பெட்டியின் 6 மேற்பரப்புகளினதும் பரப்பளவிற்குச் சமமான காட்போட் தேவைப்படுகின்றது.

6 மேற்பரப்புக்களினதும் பரப்பளவு $= 2\ (20 \times 15 + 20 \times 10 + 15 \times 10)\ \text{cm}^2$

$= 2\ (300 + 200 + 150)\ \text{cm}^2$

$= 2 \times 650\ \text{cm}^2$

$= 1300\ \text{cm}^2$

$\therefore$ தேவையான காட்போடின் மிகக் குறைந்த பரப்பளவு $= 1300\ \text{cm}^2$

உதாரணம் 2

கதவொன்றின் உயரம் 180 cm, அகலம் 80 cm ஆகும். கதவு செய்யப்பட்ட பலகையின் தடிப்பு 2 cm ஆகும். கதவிற்கு நிறம் பூசு வதற்கு 100 cm^2 இற்கு ரூ. 5 வீதம் செலவாகும் எனின், அதற்கான மொத்தச் செலவைக் காண்க.

கதவின் மொத்த மேற்பரப்பளவு $= 2\ (180 \times 80 + 180 \times 2 + 80 \times 2)\ \text{cm}^2$

$= 2\ (14400 + 360 + 160)\ \text{cm}^2$

$= 2\ (14920)\ \text{cm}^2$

$= 29840\ \text{cm}^2$

100 cm^2 இற்கு ரூ. 5 வீதம் நிறம் பூசுவதற்கான செலவு $=$ ரூ. $\dfrac{29840}{100} \times 5$

$=$ ரூ. 1492

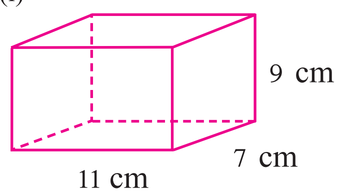
பயிற்சி 20.4

1. பக்கமொன்றின் நீளம் 10 cm ஆகவுள்ள சதுரமுகியின் மொத்த மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

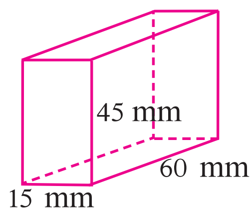
2. நீளம், அகலம், உயரம் என்பன முறையே 12 cm, 8 cm, 5 cm ஆகவுள்ள கனவுருவின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கனவுரு வடிவம் கொண்ட திண்மத்தினதும் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

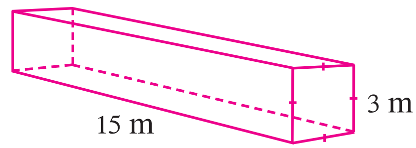
(i)



(ii)

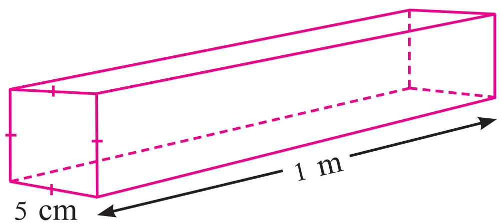


(iii)



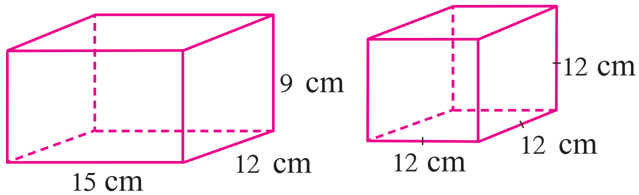
4. சதுரமுகி வடிவான மூடியற்ற உலோகப் பெட்டியொன்றை அமைக்கவேண்டிய தேவை உள்ளது. அதன் பக்கமொன்றின் நீளம் 15 cm எனின், பெட்டியை அமைப்பதற்குத் தேவையான குறைந்தபட்ச உலோகத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

5. கனவுரு வடிவமான மரக் குற்றி ஒன்றின் அளவுகள் உருவில் காட்டப் பட்டுள்ளன. மரக்கோலின் மேற் பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.



6. பெட்டியொன்றின் நீளம் 15 cm, அகலம் 15 cm, உயரம் 8 cm ஆகும்.
   (i) இப்பெட்டியின் ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட இரண்டு முகங்களின் பருமட்டான படங்களை அளவுகளுடன் வரைக.
   (ii) பெட்டியின் மொத்த மேற்பரப்பளவு 930 cm^2 எனக்காட்டுக.

7.



உருவில் காட்டப்படுவன கனவுரு, சதுரமுகி வடிவிலான இரண்டு மரக்கட்டைகள் ஆகும். இம்மரக்கட்டைகள் ஒவ்வொன்றிற்கும் வர்ணம் தீட்டுவதற்குத் தேவையான வர்ணத்தின் அளவுகள் சமமென விமல் கூறுகிறார். அவரது இக் கருத்தை ஏற்றுக் கொள்கிறீரா? உமது விடையை விளக்குக.

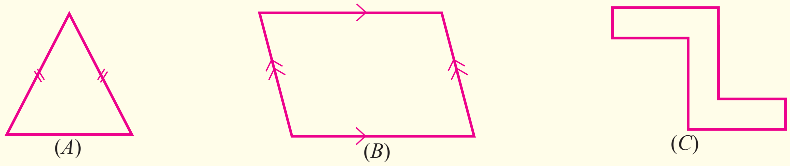
8. மேற்பரப்பளவு 320 cm^2 ஆகவுள்ள ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட அளவுகள் கொண்ட இரண்டு கனவுருக்களின் நீளம், அகலம், உயரம் என்பவற்றிற்குப் பொருத்தமான அளவுகளை எழுதுக.

பொழிப்பு

- முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ அடி $\times$ செங்குத்துயரம் ஆகும்.
- பக்கமொன்றின் நீளம் a அலகுகள் ஆகவுள்ள சதுரமுகியின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $6\,a^2$ அலகுகள் ஆகும்.
- நீளம், அகலம், உயரம் முறையே a, b, h ஆகவுள்ள கனவுருவின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $(2ab + 2ah + 2bh)$ சதுர அலகுகள் அல்லது $2(ab + ah + bh)$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

மீட்டற் பயிற்சி 2

1.



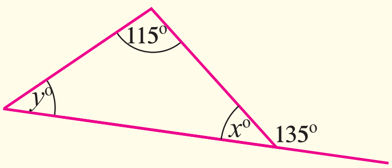
A, B, C ஆகிய தளவுருக்களில்

(i) இருபுடைச் சமச்சீருடைய தளவுருக்கள் எவை?

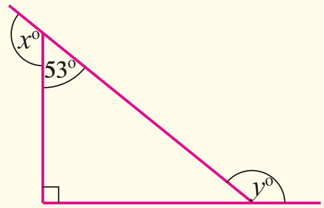
(ii) சுழற்சிச் சமச்சீரையுடைய தளவுருக்கள் எவை?

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் உருவிலும் x, y ஆகியவற்றின் மூலம் தரப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

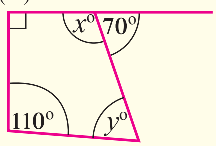
(i)



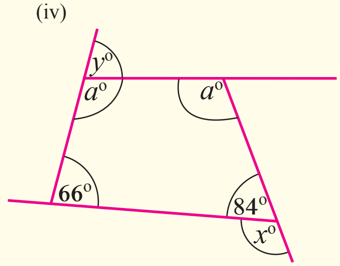
(ii)



(iii)



(iv)

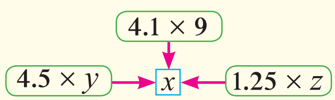


3. சுருக்குக.

(i) $\frac{3}{5} \times \frac{20}{27}$ (ii) $1\frac{3}{7} \times 14$ (iii) $12 \times 2\frac{3}{8}$ (iv) $4\frac{1}{6} \times 1\frac{3}{5}$

(v) $\frac{6}{7} \div \frac{2}{3}$ (vi) $\frac{7}{12} \div 1\frac{3}{4}$ (vii) $3\frac{2}{11} \div 2\frac{1}{7}$ (viii) $16 \div 4\frac{4}{7}$

4. சில சோடி எண்களின் பெருக்கம் x ஆகுமாறு தரப்பட்டுள்ள குறிப்பில் x, y, z ஆகியவற்றுக்குப் பொருத்தமான எண்களைக் காண்க.



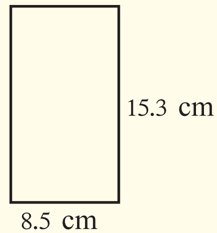
5. ஒரு விசுக்கோத்துப் பெட்டியின் திணிவு 1.02 kg ஆகும். இவ்வாறான 15 விசுக்கோத்துப் பெட்டிகளின் திணிவைக் காண்க.

6. ஒரு மீற்றர் துணியின் விலை ரூ. 52.75 ஆகும். அதே வகையிலான 12.5 m துணியின் விலை யாது?

7. ஒரு றேந்தையின் நீளம் 18.6 m ஆகும். இதனை ஆறு சமனான துண்டுகளாக வெட்டும்போது ஒரு துண்டின் நீளம் யாது?

8. 137.43 m நீளமுடைய ஒரு கயிறானது 12.27 m வீதமான துண்டுகளாக வெட்டப்படுகிறது. வெட்டக்கூடிய துண்டுகளின் உச்ச எண்ணிக்கையைக் காண்க.

9. உருவில் தரப்பட்டுள்ள செவ்வக வடிவிலான ஒரு சுவர் அலங்காரத்தைச் சுற்றி பொன்னிறத்திலான ஒரு நூல் ஒட்டப்பட்டுள்ளது.



(i) ஒட்டப்பட்டுள்ள நூலின் மொத்த நீளம் யாது?
(ii) இவ்வாறான 16 அலங்காரங்களைத் தயாரிப்பதற்குத் தேவையான நூலின் இழிவு அளவைக் காண்க.
(iii) 1 m நூலின் விலை ரூ. 12.80 ஆயின் மேற்படி 16 அலங்காரங் களுக்கும் தேவையான நூலை வாங்குவதற்குச் செலவாகும் பணத்தைக் காண்க.

10. $A : B = 4 : 3$ உம் $B : C = 6 : 5$ உம் ஆகும். $A : B : C$ ஐ காண்க

11. P, Q என்னும் இரண்டு உணவு தயாரிப்பு நிறுவனங்கள் குறித்த ஒரு வகை உணவுக்கு மாவு, சீனி, மாஜரின் ஆகியவற்றைக் கலக்கும் விகிதங்கள் கீழே அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

விகிதம் / நிறுவனம்	மாவு : சீனி	சீனி : மாஜரின்
P	2 : 1	3 : 2
Q	3 : 2	5 : 4

(i) நிறுவனம் P தயாரிக்கும் உணவுப்பண்டத்தில் மாவு : சீனி : மாஜரின் இன் விகிதத்தைக் காண்க.
(ii) நிறுவனம் Q தயாரிக்கும் உணவுப் பண்டத்தில் மாவு : சீனி : மாஜரின் இன் விகிதத்தைக் காண்க.
(iii) கூடிய இனிப்புச் சுவையுடைய உணவுப் பண்டத்தைத் தயாரிக்கும் நிறுவனம் எது என்பதைக் காரணங்களுடன் தருக.

12. x இனால் தரப்படும் ஓர் எண்ணின் ஐந்து மடங்கிலிருந்து இரண்டைக் கழித்துப் பெறப்படும் விடையின் மூன்று மடங்குக்கு 7 ஐக் கூட்டும்போது 61 பெறப்படும்.
(i) மேற்குறித்த தகவல்களிலிருந்து ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்குக.
(ii) உருவாக்கிய சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

13. குறித்த வகை இனிப்புப் பைக்கற்று ஒன்றின் திணிவு m கிராம் ஆகும். இவ்வாறான 12 பைக்கற்றுகள் 300 g திணிவுடைய ஒரு பெட்டியில் அடுக்கப்பட்டுள்ளன. மேற்குறித்தவாறு அடுக்கப்பட்ட 3 பெட்டிகளின் மொத்தத் திணிவு $13\frac{1}{2}$ kg ஆகும். ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்கித் தீர்ப்பதன் மூலம் இனிப்புப் பைக்கற்று ஒன்றின் திணிவைக் காண்க.

14. கீழே தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களையும் விகிதங்களையும் சதவீதங்களாக எழுதுக.

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{8}{15}$ (iii) $\frac{2}{3}$ (iv) 3 : 2 (v) 3 : 5

15. ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களில் 60% இனர் ஒரு சுற்றுலாவில் கலந்து கொண்டனர். அவ்வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை 45 ஆயின் சுற்றுலாவில் கலந்து கொள்ளாத மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

16. குறித்த ஒரு வங்கியானது ரூ. 75 000 கடன் தொகைக்காக ரூ. 10 750 ஐ வருட வட்டியாக அறவிடுகிறது. வட்டியைக் கடன் தொகையின் சதவீதமாக எழுதுக.

17. போக்குவரத்தின்போது ஏற்பட்ட சேதம் காரணமாக ஒரு குறித்த தொகை முட்டையில் 16% உடைந்து பயனற்றுப் போயின. இவ்வாறு உடைந்துபோன முட்டைகளின் எண்ணிக்கை 208 ஆயின்,

(i) இருந்த முட்டைகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(ii) எஞ்சிய முட்டைகளின் எண்ணிக்கை யாது?

18. $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

B = {"*POLONNARUWA*" என்னும் சொல்லின் எழுத்துகள்}

$C = \{3, 6, 9, 12, 15\}$

(i) $\in$, $\notin$ ஆகிய குறியீடுகளில் பொருத்தமான குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

- 5 ..... A
- 9 C
- 18 C
- N ..... B
- 17 ..... A
- B ..... B

(ii) $n(A), n(B), n(C)$ ஆகியவற்றை எழுதுக.

19. D = {10 இலும் கூடிய இரட்டை முதன்மை எண்கள்}

(i) தொடை D ஐ எழுதுக.

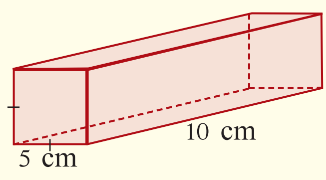
(ii) $n(D)$ யாது?

(iii) தொடை D இன் சிறப்புப் பெயரை எழுதுக.

20. a. ஒரு சதுரமுகியின் மேற்பரப்பளவு 150 cm^2 ஆகும். அதன் ஒரு விளிம்பின் நீளத்தைக் காண்க.

b. (i) உருவில் தரப்பட்டுள்ள கனவுரு வடிவிலான மரக் குற்றியின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

(ii) மேற்குறித்த கனவுரு வடிவிலான மரக்குற்றியானது இரண்டு சதுரமுகிகள் பெறப்படுமாறு வெட்டி வேறாக்கப்படுகிறது. அவ்வாறான ஒரு சதுரமுகியின் மேற்பரப்பளவு யாது?



(iii) (ii) இன் விடைக்கேற்ப சதுரமுகியின் பரப்பளவானது கனவுருவின் பரப்பளவின் அரைபங்கு ஆகுமா? என்பதை எழுதுக.

21 காலம்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒரே கணத்தில் புவியின் மீது இரண்டு இடங்களின் நேரங்கள் அவற்றின் அமைவுக்கு ஏற்ப வேறுபடுவதை விளங்கிக் கொள்வதற்கும்
- நேர வலயங்களின் மூலம் இடமொன்றின் நியம நேரத்தைக் கணிப்பதற்கும்
- சர்வதேச திகதிக் கோட்டை இனங்காண்பதற்கும் அது குறித்து திகதி வேறுபடுவது பற்றி விளங்கிக் கொள்வதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

21.1 அறிமுகம்

தினசரி வெளியாகும் பத்திரிகையிலிருந்து பெறப்பட்ட செய்தியின் ஒரு பகுதி கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

செய்தி

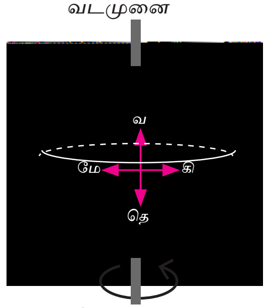
‘‘இங்கிலாந்தின் லோட்ஸ் மைதானத்தில் இலங்கைக்கும் இங்கிலாந்துக்கும் இடையில் நடைபெறவுள்ள அடுத்த சர்வதேச மட்டுப் படுத்தப்பட்ட ஓவர் கிறிகெற் போட்டி நாளை இங்கிலாந்து நேரப்படி பி.ப. 2.30 இற்கு ஆரம்பமாவதோடு, அப்போட்டி தொலைக் காட்சியினூடாக இலங்கை நேரப்படி பி.ப. 8.00 இற்கு நேரடியாக ஒளிபரப்பாகும்’’.

இலங்கை	இங்கிலாந்து
பி.ப. **8.00**	பி.ப. **2.30**

மேலே குறிப்பிடப்பட்ட செய்தியின்படி இங்கிலாந்தில் நேரம் பி.ப. 2.30 ஆகும்போது இலங்கையில் நேரம் பி.ப. 8.00 என்பது தெளிவாகின்றது. ஒரே கணத்தில் உலகின் இரண்டு இடங்களில் நேரம் வேறுபட்டுக் காணப்படுவது மேலே உள்ள விளம்பரச் செய்தியிலிருந்து விளங்குகின்றது.

ஒரே கணத்தில் புவியின் வெவ்வேறான இரண்டு இடங்களில் நேரங்கள் வேறுபடும் விதத்தை ஆராய்ந்து பார்ப்போம்.

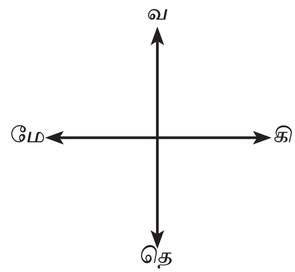
வடமுனை



தென்முனை

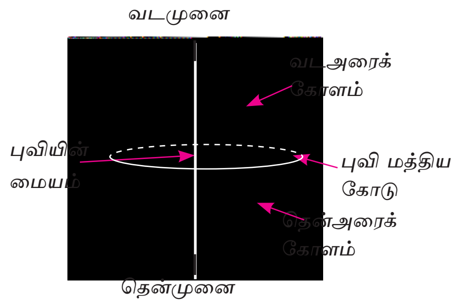
புவியானது கோள வடிவமாக இருப்பதோடு அதன் மேற்பரப்பின் மீது நிலமும் கடலும் அமைந்துள்ளது. புவியின் ஒரு விட்டத்தை அச்சாகக் கொண்டு அந்த அச்சைப் பற்றி 24 மணித்தியாலத்தில் ஒரு பூரண சுழற்சியை ஏற்படுத்தும் வகையில் புவியானது சுழலுகின்றது. இந்த அச்சின் இரண்டு அந்தங்களும் முறையே வடமுனை, தென்முனை எனப்படும்.

புவியின் மீது ஒரு புள்ளியிலிருந்து அவதானிக்கும்போது சூரியன் உதிக்கும் திசை கிழக்குத் திசையாகக் கொள்ளப்படுவதோடு, அதற்கு எதிரான திசை மேற்குத் திசையாகவும் வடமுனைவை நோக்கிய திசையை வடக்காகவும் தென்முனைவை நோக்கிய திசையைத் தெற்காகவும் கொள்ளப்படுகின்றது.

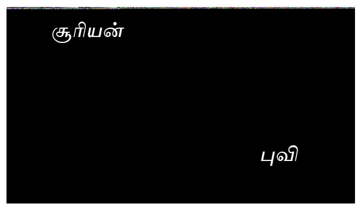


21.2 அகலாங்குகளும் நெட்டாங்குகளும்

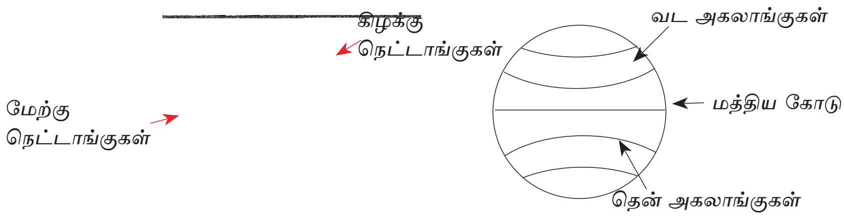
வட முனைவை முகடாகக் கொண்ட அரைக் கோளம் **வட அரைக் கோளம்** எனவும் தென்முனைவை முகடாகக் கொண்ட அரைக் கோளம் **தென் அரைக் கோளம்** எனவும் பெயரிடப்பட்டுள்ளன. இவ்விரு அரைக் கோளங்களையும் வேறாக்கும் வகையில் புவியின் மேற்பரப்பில் உள்ள கற்பனை வட்டம் புவி **மத்தியகோடு** எனப்படும். மத்திய கோட்டுக்குரிய வட்டத்தின் மையம், புவியின் மையமும் ஆகும். மத்திய கோட்டை வெட்டாது அதற்குச் சமாந்தரமாகப் புவியின் மேற்பரப்பில் உள்ள கற்பனை வட்டங்கள் **அகலாங்குகள்** எனப்படும்.



புவியானது தனது சுழற்சி அச்சுப் பற்றிச் சுழலும்போது சூரியனின் பக்கமாகவுள்ள புவியின் அரைப் பகுதிக்கு சூரிய ஒளி கிடைப்பதால் அப்பகுதி பகலாகவும் எஞ்சிய அரைப்பகுதிக்கு இரவாகவும் இருக்கும். அத்தோடு ஒரே கணத்தில் புவியில் அமைந்துள்ள இரு வேறு இடங்களில் நேரங்கள் ஒன்றுக்கொன்று வேறாக இருக்கலாம்.



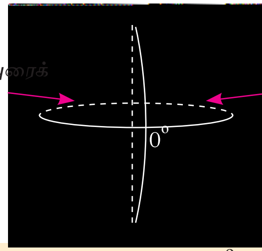
மத்திய கோடாகவுள்ள வட்டத்தின் மையமே புவியின் மையமாகவும் இருப்பதோடு புவியின் வடமுனை, தென்முனை என்பவற்றினூடாக மத்திய கோட்டைச் செங்குத்தாக வெட்டிச் செல்லும் கற்பனைக் கோடுகள் **நெட்டாங்குகள்** (நெடுங்கோடுகள்) எனப்படும்.



குறிப்பு

இங்கிலாந்தின் கிறினிச் நகரத்தினூடாகச் செல்லும் நெடுங்கோடு கிறினிச் நள்வான் எனப்படும். அது 0^o நெட்டாங்கு (நெடுங்கோடு) என நியமமாக்கப்பட்டுள்ளது.

இங்கிலாந்தின் கிறினிச் நகரத்தினூடாகச் செல்லும் நெட்டாங்கு 0^o என்பதால் அது புவி மத்திய கோடான வட்டத்தை வெட்டும் புள்ளியில் 0^o எனக் குறிக்கப் பட்டுக் காட்டப்பட்டுள்ளது.



0^o நெட்டாங்கான கிறினிச் கோட்டிற்குக் கிழக்குப் பக்கமாக 180^o வரையுள்ள நெட்டாங்குகள் கிழக்குப் பக்கமாகவுள்ள நெட்டாங்குகள் எனவும் கிறினிச் கோட்டிலிருந்து மேற்குப் பக்கமாக 180^o வரையுள்ள நெட்டாங்குகள் மேற்குப் பக்கமாகவுள்ள நெட்டாங்குகள் எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

உதாரணமாக 0^o நெட்டாங்கிலிருந்து 23^o கிழக்காகவுள்ள நெட்டாங்கு 23^o E எனவும் 0^o நெட்டாங்கிலிருந்து 105^o மேற்காகவுள்ள நெட்டாங்கு 105^o W எனவும் குறிப்பீடு செய்யப்படுகின்றன.

புவியானது தனது அச்சைப் பற்றி ஒரு தடவை (360^o நெட்டாங்கு) சூழலுவதற்கு எடுக்கும் காலம் = 1 நாள்
= 24 மணி
= 24×60 நிமிடம்

எனவே 1^o நெட்டாங்கைச் சூழலுவதற்கு புவி எடுக்கும் காலம் $= \dfrac{24 \times 60}{360}$ நிமிடம்

= 4 நிமிடம்.

குறிப்பிட்ட கணத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட நெட்டாங்கில் அமைந்துள்ள எல்லா இடங்களிலும் ஒரே நேரமே காணப்படும். ஒரு குறிப்பிட்ட நெட்டாங்கிற்கும் அதற்கு அடுத்த 1^o வித்தியாசத்திலுள்ள நெட்டாங்கிற்கும் இடையில் நேர வித்தியாசம் 4 நிமிடங்கள் ஆகும். உதாரணமாக 20^o நெட்டாங்கிற்கும் 21^o நெட்டாங்கிற்கும் இடையிலான நேர வித்தியாசம் 4 நிமிடங்கள் ஆகும். புவி ஒரு முறை சுழல்வதென்பது 360^o நெட்டாங்கைக் கடந்து செல்வதாகும். அதற்கு எடுக்கும் காலம் 24 மணித்தியாலங்கள் ஆகும்.

எனவே, புவி 1 மணித்தியாலத்தில் கடக்கும் நெட்டாங்குகள் $= \dfrac{360}{24}$

= 15 நெட்டாங்குகள்

குறிப்பு
நெட்டாங்கு 1^{0} கொண்ட இடைவெளியில் நேர வித்தியாசம் 4 நிமிடங்கள் ஆகும். ஆகவே புவி 15 நெட்டாங்குகளைக் கடப்பதற்கு எடுக்கும் காலம் 1 மணித்தியாலம் ஆகும்.

கிறினிச் கோட்டில் உள்ள நேரத்துடன் ஒப்பிடும்போது, கிழக்கே 1^{0} நெட்டாங்கு 4 நிமிடம் வீதம் நேரம் கூடுகிறது. இதற்கான காரணம் , புவி மேற்கிலிருந்து கிழக்காகச் சுழல்வதால் கிழக்குப் பகுதிக்கு முதலில் சூரியன் உதயமாவதாகும். மேற்கே 1^{0} நெட்டாங்குக்கு 4 நிமிடங்கள் வீதம் நேரம் குறைந்து செல்லும்.

21.3 இடத்துக்குரிய நேரம்

கிறினிச் நள்வானில் காணப்படும் நேரத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு, உலகின் குறிப்பிட்ட இடத்தின் நெட்டாங்கிற்கு ஏற்ப அந்த இடத்தில் காணப்படும் நேரம் அந்த **இடத்துக்குரிய நேரம்** எனப்படும்.

கொழும்பு நகரமானது 80^{0} கிழக்கு நெட்டாங்கில் காணப்படுவதாகக் கருதும்போது, கிறினிச்சில் நேரம் 06:00 ஆகும்போது கொழும்பில் உள்ள நேரத்தைக் கணிப்போம்.

15^{0} நெட்டாங்குக்குரிய நேர வித்தியாசம் $=$ 1 மணி

80^{0} நெட்டாங்குக்குரிய நேர வித்தியாசம் $= \frac{1}{15} \times 80$ மணி

$= 5\frac{1}{3}$ மணி

$=$ 5 மணி 20 நிமிடம்

கொழும்பு நகரம் கிறினிச் நள்வானுக்கு கிழக்கே அமைந்திருப்பதால் கிறினிச் நேரத்துடன் மேற்கூறப்பட்ட நேரம் கூட்டப்பட்ட வேண்டும்.

கொழும்பிற்குரிய நேரம் $=$ 06 : 00 + 5 மணி 20 நிமிடம்

$=$ 11 : 20 ஆகும்.

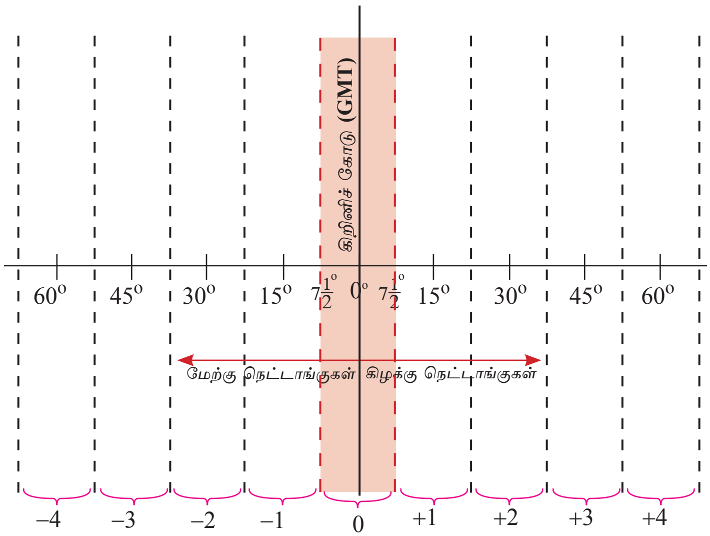
மேற்குறிப்பிட்டதற்கு ஏற்ப உலகின் யாதேனுமொரு இடத்தில் குறிப்பிட்ட கணத்தில் உள்ள நேரம் அந்த இடத்தின் இடத்துக்குரிய நேரம் எனப்படும்.

இலங்கையின் மட்டக்களப்பு நகரம் 81^{0} கிழக்கு நெட்டாங்கில் அமைந்து உள்ளதாகக் கருதும்போது, கிறினிச் நேரம் 06 : 00 ஆகும்போது, மட்டக்களப்பு நகரத்தில் இடத் துக்குரிய நேரம் 11 : 24 ஆகும்.

ஆனால் இலங்கை போன்ற சிறிய நாடுகளில் இரு இடங்களில் வெவ்வேறான நேரங்கள் காணப்படுவது நடைமுறைக்குப் பொருத்தமற்றது. எனவே புவியின் மீது நேர வலயங்கள் வகுக்கப்பட்டு, குறிப்பிட்ட நேர வலயமொன்றினுள் அமையும் நாட்டின் எல்லா இடங்களிலும் அந்நேர வலயத்திற்கு உரிய நியம நேரமே பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

21.4 நேர வலயங்களும் நேர வலயத்துக்கு ஏற்ப ஒரு இடத்தின் நேரமும்

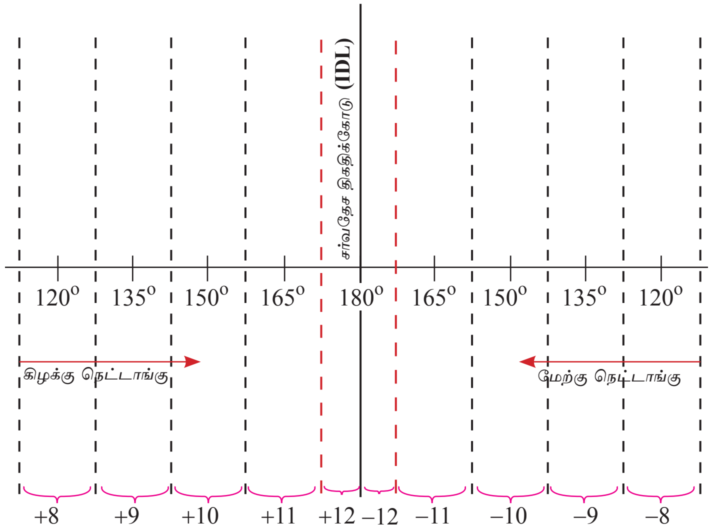
குறிப்பிட்ட கணத்தில் யாதேனுமொரு இடத்தின் இடத்துக்குரிய நேரத்தை மேலே குறிப்பிட்டவாறு கணித்தாலும் அந்த இடத்தின் நியம நேரத்தைக் கணிப்பதற்கு புவியின் வடமுனையிலிருந்து தென்முனை வரை 15° நெட்டாங்கு கொண்டதான நிலப்பகுதிகளான 24 நேர வலயங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ள விதம் கீழே வரிப்படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இங்கு வசதிக்காகவும் விளக்கத்துக்காகவும் மத்திய கோட்டை அண்மித்துள்ள நேர வலயங்களே காட்டப்பட்டுள்ளன. இங்கு நெட்டாங்குகள் சமாந்தரக் கோடுகளால் காட்டப்பட்டுள்ளன.



கிறினிச் கோட்டிலிருந்து $7\frac{1}{2}^{\circ}$ W , $7\frac{1}{2}^{\circ}$ E நெட்டாங்கு வரை கொண்ட புவியின் பகுதி 0 நேர வலயம் என அழைக்கப்படுகின்றது. 0 என்ற நேர வலயத்திலிருந்து $7\frac{1}{2}^{\circ}$ E தொடக்கம் $172\frac{1}{2}^{\circ}$ E வரையான நெட்டாங்குப் பகுதி, 15° நெட்டாங்கு கொண்டதான பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு, அப்பகுதிகள் முறையே +1, +2, +3, ... +11 என்ற நேர வலயங்களாகவும் $172\frac{1}{2}^{\circ}$ E நெட்டாங்கு தொடக்கம் 180° E நெட்டாங்கு வரையான பகுதி +12 என்ற நேர வலயமாகவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

0 என்ற நேர வலயத்திலிருந்து $7\frac{1}{2}^{\circ}$ W தொடக்கம் $172\frac{1}{2}^{\circ}$ W வரையான நெட்டாங்குப் பகுதி 15°நெட்டாங்கு கொண்டதான பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு, அப்பகுதிகள் முறையே −1, −2, −3, ... −11 என்ற நேர வலயங்களாகவும் $172\frac{1}{2}^{\circ}$ W தொடக்கம் 180° W நெட்டாங்கு வரையான நெட்டாங்குப் பகுதி −12 என்ற நேர வலயமாகவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

புவியானது கிழக்கே 12 நேர வலயங்களும் மேற்கே 12 நேர வலயங்களுமாக 24 நேர வலயங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு வலயத்திலும் உள்ள நாடுகளின் நியம நேரம், அவ்வலயத்தின் அமைவுக்கு ஏற்ப, 0 நேர வலயத்துக்குச் சார்பாகப் பெறப்படும்.



விசேட சந்தர்ப்பங்களைத் தவிர்த்து

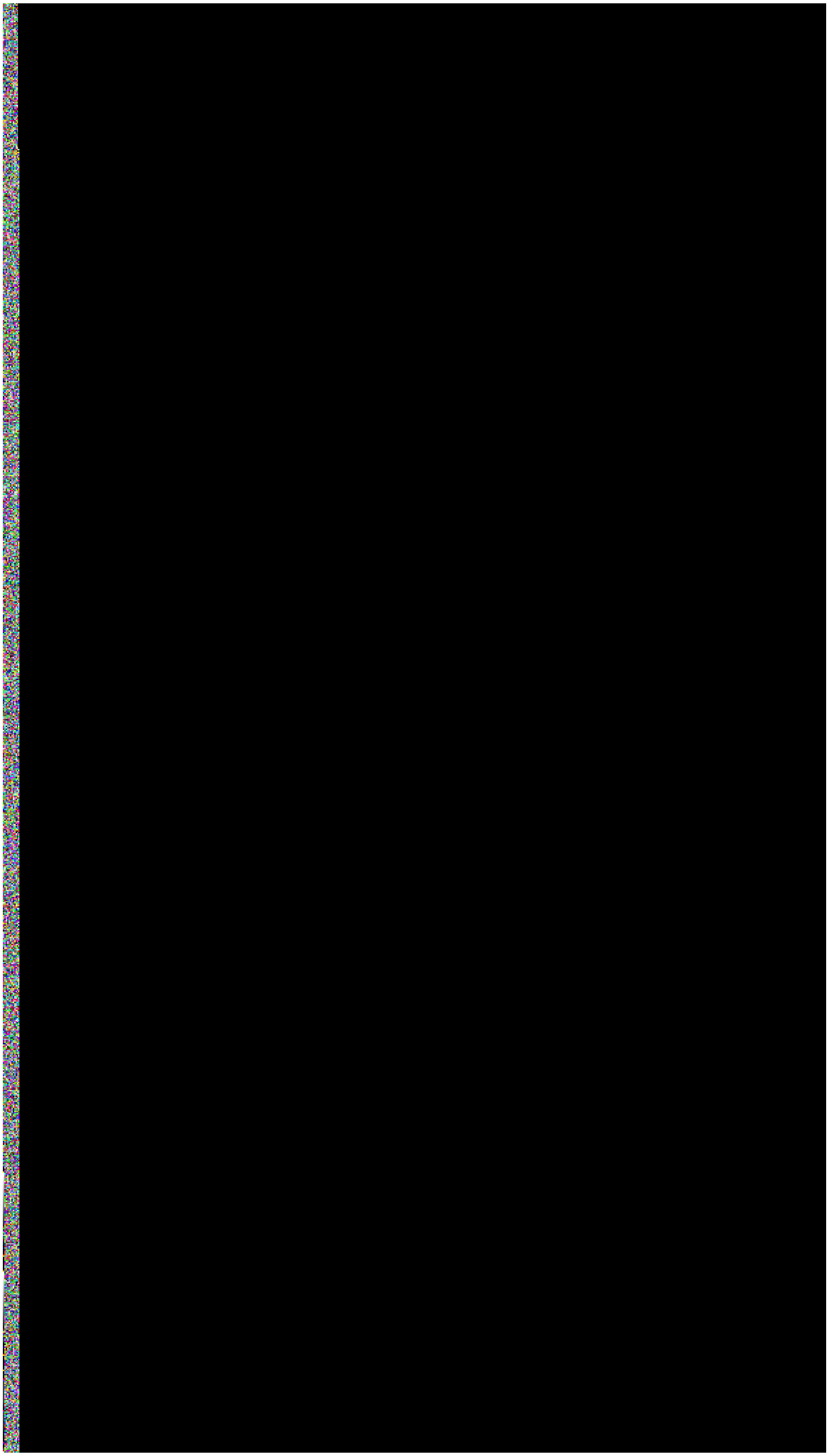
(1) ஒரு குறிப்பிட்ட நேரவலயத்தினுள் அமைந்துள்ள எல்லா இடங்களிலும் ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் உள்ள நேரம் ஒரே நேரம் ஆகும்.

(2) ஒரு குறிப்பிட்ட நேர வலயத்தை அடுத்து, கிழக்குப் பகுதியில் உள்ள வலயத்தில் நேரம் முதல் குறிப்பிட்ட வலயத்தின் நேரத்திலும் பார்க்க 1 மணித்தியாலத்தால் கூடியதாகவும் மேற்குப் பகுதியில் அடுத்துள்ள நேர வலயத்தில் நேரம் 1 மணித் தியாலத்தால் குறைந்ததாகவும் காணப்படும்.

- குறிப்பிட்ட ஒரு கணத்தில் கிறினிச் நகரத்தின் நேரம், அக்கணத்துக்குரிய **கிறினிச் இடை நேரம்** (Greenwich Mean Time - GMT) எனப்படும்.
- ஒரு கணத்தின் கிறினிச் இடை நேரம் GMT தரப்படுமிடத்து உலகின் எந்தவொரு இடத்திலும் உள்ள நேரத்தைக் காணலாம்.
- கிறினிச் இடை நேரம் ஞாயிறு மு.ப. 11.30 ஆகும்போது +12 நேர வலயத்தில் நேரம் ஞாயிறு பி.ப. 11.30 ஆகவும் –12 நேர வலயத்தில் நேரம் சனி பி.ப. 11.30 ஆகவும் இருக்கும். +12 வலயத்திலுள்ள நேரத்திலும் பார்க்க –12 வலயத்திலுள்ள நேரம் 24 மணித்தியாலத்தால் குறைகின்றது.

- **சர்வதேச திகதிக் கோடு**

180°W என்பதும் 180°E என்பதும் ஒரே நெட்டாங்கையே குறிக்கின்றது. +12 , –12 ஆகிய வலயங்களில் நேரம் 24 மணித்தியாலத்தால் வேறுபடுவதால், +12 வலயத்தில் உள்ள திகதியிலும் பார்க்க, –12 வலயத்தில் திகதி 1 நாளினால் குறைகின்றது.



உலகின் நியம நேர வலயம்

எனவே 180°E நெட்டாங்கானது **சர்வதேச திகதிக்கோடு** (**IDL**) என அழைக்கப் படுகின்றது. ஒரே நாட்டில் இரண்டு திகதிகள் வருவதைத் தவிர்க்கு முகமாக இயன்றளவு சர்வதேச திகதிக்கோடு ஒரே நாட்டினூடாகச் செல்வது இயன்றளவு தவிர்க்கப்பட்டுள்ளது.

சர்வதேச திகதிக் கோட்டை, கிழக்கிலிருந்து மேற்கு நோக்கிக் கடந்து செல்லும் ஒருவருக்குரிய திகதி ஒரு நாளினால் குறைகின்றது. அதாவது ஒரு நாள் மேலதிகமாகக் கிடைக்கின்றது. அதேபோல சர்வதேச திகதிக் கோட்டை, மேற்கிலிருந்து கிழக்கு நோக்கிக் கடந்து செல்லும் ஒருவருக்குரிய திகதி ஒரு நாளினால் கூடுகின்றது. அதாவது ஒரு நாள் இல்லாது போகின்றது.

ஐக்கிய அமெரிக்க நாடுகள், அவுஸ்திரேலியா போன்ற பெரிய நாடுகள் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட நேர வலயங்களைக் கொண்டுள்ளன என்பதால் வலயத்துக்கு வலயம் நேரங்கள் வேறுபடுகின்றன. லொஸ்ஏன்ஞல்ஸ் நகரத்தின் நேரத்திலும் பார்க்க, அதற்குக் கிழக்குப் பக்கமாக அமைந்துள்ள வாசிங்டன் நகரத்தின் நேரம் 4 மணித்தியாலத்தால் கூடியது.
ஓர் இடம் அமைந்துள்ள நேரவலயத்திற்கு ஏற்ப, குறிப்பிட்டவொரு கணத்தில் கிறினிச் நகரத்தின் நேரத்திற்கும் அவ்விடத்தின் நேரத்திற்கும் இடையில் உள்ள வித் தியாசம் கீழே தரப்பட்டுள்ள உலகப் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

எமது நாட்டுக்கு அண்மையில் அமைந்துள்ள பெரிய நாடான இந்தியா +5, +6 ஆகிய இரண்டு நேர வலயங்களைக் கொண்டுள்ளதால், இந்தியாவின் எந்தவொரு இடத்தினது நேரத்திற்கும் கிறினிச் நேரத்திற்கும் இடையிலான வித்தியாசமாக $+5\frac{1}{2}$ மணித்தியாலமாக கொள்ளப்படுகின்றது. இலங்கை +5 நேர வலயத்தில் அமைந்தாலும் சர்வதேசத் தொடர்புகளுக்காக இந்தியாவின் நேரமே பயன்படுத்தப் படுகின்றது.

உலகில் முக்கிய நகரங்கள் சில அமைந்துள்ள நேர வலயங்களும் கிறினிச் நேரத்திற்கு ஏற்ப அந்த நகரங்களின் நேரங்கள் மாறும் விதமும் அட்டவணை 21.1 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

கிறினிச் நேரம் திங்கள் பி.ப. 3.24 ஆகும்போது, இலங்கையின் நேரத்தைக் கணிக்க.

முறை I

கிறினிச் நேரம் = 15:24.

இலங்கைக்கான நேர வலயம் கணித்தல் வசதிக்காக $+5\frac{1}{2}$ எனக் கொள்ளப்படுகின்றது.

நேர வித்தியாசம் $= \left(+5\frac{1}{2}\right) - (0)$

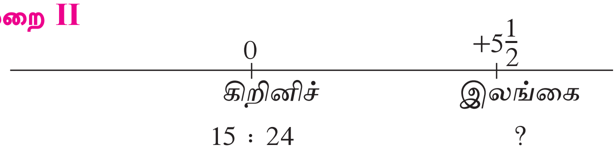
$= \left(+5\frac{1}{2}\right)$

இலங்கையின் நேரம் $= 15:24 + 5$ மணித்தியாலம் 30 நிமிடம்

$= 20:54$ (அன்றைய தினம்)

இலங்கை நேரம் = திங்கள் 20:54 அல்லது திங்கள் பி.ப. 8.54 ஆகும்.

முறை II



இலங்கை நேரம் $= 15:24 + 5$ மணி 30 நிமிடம்

$= 20:54$

குறிப்பிட்ட நேர வலயத்தில் அமைந்துள்ள A என்ற இடத்தில், குறிப்பிட்ட கணத்தில் திகதியும் நேரமும் தெரியுமிடத்து, மற்றுமொரு வலயத்தில் அமைந்துள்ள B என்ற இடத்தின் திகதியையும் நேரத்தையும் காணும் முறையைப் பார்ப்போம்.

A இன் நேரம் t உம் A இன் நேர வலயம் n உம் B இன் நேரம் T உம் B இன் நேர வலயம் N உம் என்க.

படி 1 : t, T என்பவற்றை 24 மணித்தியால நேரத்தில் எழுதுக.

படி 2 : $T - t = N - n$ என்ற சூத்திரத்தை எழுதுக.

படி 3 : $T = N - n + t$ என்ற சூத்திரத்தில் உரிய பெறுமானங்களைப் பிரதியிடுக. இம்முறை மூலம் T ஐக் காணலாம்

குறிப்பு

- T இற்குக் கிடைக்கும் பெறுமானம் +24 இற்குச் சமனாக அல்லது குறைவு எனின், B என்ற இடத்தின் நேரம் அன்றைய தினம் 24 மணித்தியாலக் கடிகாரத்தில் T ஆகும்.
- T இற்குக் கிடைக்கும் பெறுமானம் 24 இலும் பெரிது எனின், B என்ற இடத்தின் நேரம் அடுத்த நாள் 24 மணித்தியாலக் கடிகாரத்தில் $T - 24$ ஆகும்.
- T இற்குக் கிடைக்கும் பெறுமானம் 0 அல்லது மறை எனின், B என்ற இடத்தின் நேரம் முன்னைய தினம் 24 மணித்தியாலக் கடிகார நேரத்தில் $24 + T$ ஆகும்.

அட்டவணை 21.1

நாடு/நகரம்	நேர வித்தியாசம் + / −	அந்த நாட்டின் நேரம்	நாடு/நகரம்	நேர வித்தியாசம் + / −	அந்த நாட்டின் நேரம்
இங்கிலாந்து (லண்டன்)	0	12:00	அவுஸ்திரேலியா (சிட்னி)	+10	22:00
பஹ்ரேன் (பஹ்ரேன்)	+4	16:00	கனடா (மொன்றியல்)	−5	07:00
பங்களாதேஷ் (டாக்கா)	+6	18:00	ஜப்பான் (ஓசாகா)	+9	21:00
கிரீஸ் (எதன்ஸ்)	+2	14:00	அவுஸ்திரேலியா (பேர்த்)	+8	20:00
நியூசிலாந்து (ஒக்லண்ட்)	+12	24:00	பர்மா (ரன்கூன்)	+6 1/2	18:30
தாய்லாந்து (பாங்கொக்)	+7	19:00	இத்தாலி (ரோம்)	+1	13:00
இந்தியா (மும்பாய்)	+5 1/2	17:30	மேற்கிந்திய தீவுகள் (ட்ரினிடேட்)	−4	08:00
பிரேசில் (செல்வடோர்)	− 5	07:00	ரஷ்யா (மொஸ்கோ)	+3	15:00
அமெரிக்கா (லொஸ்ஏன்ஞல்ஸ்)	− 9	03:00	பிலிப்பீன்ஸ் (மணிலா)	+8	20:00
இலங்கை (கொழும்பு)	+5 1/2	17:30	கானா (ஜோஜ்ரவுன்)	0	12:00
அவுஸ்திரேலியா (டார்வின்)	9 1/2	21:30	நேபாளம் (திம்பு)	+5 1/2	17:30
கிறீன்லாந்து (நூக்)	− 3	09:00	கனடா (வான்கூவர்)	−8	04:00
பாகிஸ்தான் (கராச்சி)	+ 5	17:00	அலஸ்கா (அஹ்கரேஜ்)	+10	02:00
மலேசியா (கோலாலம்பூர்)	+ 8	20:00	நோர்வே (ஒஸ்லோ)	+1	13:00
குவைத் (குவைத்)	+ 3	15:00	அமெரிக்கா (வாசிங்டன்)	− 5	07:00

உதாரணம் 1

கிறினிச் நேரம் திங்கள் பி.ப. 3.24 ஆகும்போது, மேற்கிந்தியத் தீவுகளின் ட்ரினிடேட் நகர நேரத்தைக் காண்க.

முறை I

கிறினிச் நேரம் = 15 : 24.

ட்ரினிடேட் அமைந்துள்ள நேர வலயம் (−4) என்பதால்

நேர வித்தியாசம் = ட்ரினிடேட் நேரவலயம் − கிறினிச் நேர வலயம்
= (−4) − 0
= (−4)

ட்ரினிடேட் நேரம் = கிறினிச் நேரம் + நேர வித்தியாசம்
= 15 : 24 − 4 மணித்தியாலங்கள்
= 11 : 24

ட்ரினிடேட் நேரம் திங்கள் 11:24 அல்லது திங்கள் மு.ப. 11.24

முறை II

−4 | 0
ட்ரினிடேட் | கிறினிச்
? | 15 : 24

ட்ரினிடேட் நேரம் = 15 : 24 − 4 மணித்தியாலங்கள்
= 11 : 24

உதாரணம் 2

2017- 08-15 ஆம் திகதி இலங்கையில் நேரம் மு.ப. 1.15 ஆகும்போது சிலி நாட்டின் நேரத்தைக் காண்க. (சிலி நாடு அமையும் நேர வலயம் −5 ஆகும்.)

முறை I

இலங்கையின் நேரம் = மு.ப. 1.15
சிலி நாடு அமையும் நேர வலயம் −5 ஆகும்.

சிலி நாட்டுக்கும் இலங்கைக்கும் இடையிலான
நேர வலய வித்தியாசம் $= (-5) - \left(+5\frac{1}{2}\right)$
$= \left(-10\frac{1}{2}\right)$

சிலி நாட்டில் நேரம் = 01 : 15 − 10 மணி 30 நிமிடம்
= − 9 : 15 (இது முன்னைய தினமாகும்)
= 24 + (−9 : 15)
= 24 : 00 − 9 : 15
= 14 : 45 (முன்னைய தினம்)

வருடம்	மாதம்	நாள்	மணி	நிமிடம்
2016	8	15	1	15
−			10	30
2016	8	14	14	45

மணி நிரலில் 0 < 10 என்பதால் நாள் நிரலிலிருந்து 1 நாள் அதாவது 24 மணித்தியாலம் மணி நிரலுக்குக் கொண்டுவரப்படுகின்றது.

0 + 24 மணி = 24 மணி
24 மணி − 10 மணி = 14 மணி
15 நாள் − 1 நாள் =14 நாள்

சிலி நாட்டில் நேரம் 2017 - 08 - 14 ஆம் திகதி 14 : 45 மணித்தியாலங்கள் அல்லது பி.ப. 2.45

முறை II

கிறினிச் 0

வலயம் −5 சிலி | கிறினிச் 0 | $+5\frac{1}{2}$ இலங்கை

நேரம் 14 : 45   19 : 45   01 : 15

திகதி 2017 - 08 - 14   2017 - 08 - 14   2017 - 08 - 15

உதாரணம் 3

2017 - 08 - 15 ஆம் திகதி இலங்கையின் நேரம் பி. ப. 9.15 இற்கு அவுஸ்திரேலியாவின் சிட்னி நகரத்தின் நேரத்தைக் கணிக்க. (சிட்னி நகரம் அமைந்துள்ள நேர வலயம் +10)

முறை I

இலங்கை நேரம் $= 21 : 15$

சிட்னி நகரத்திற்கும் இலங்கை நகரத்திற்கும் இடை யிலான நேர வலய வித்தியாசம் $= (+10) - \left(+5\frac{1}{2}\right)$

$$= \left(+4\ \frac{1}{2}\right)$$

வருடம்	மாதம்	நாள்	மணி	நிமிடம்
2017	8	15	21	15
+			4	30
2017	8	16	1	45

மணி நிரலில் 21 + 4 = 25 மணி
25 மணி = நாள் 1 + 1 மணி
1 மணி மணி நிரலில் எழுதப்படுகின்றது. 1, நாள் நாள் நிரலில் கூட்டப்படுகின்றது.

$\therefore$ சிட்னியில் நேரம் $= 21 : 15 + 4$ மணி 30 நிமிடம்

$= 25 : 45$ (அடுத்த நாள்)

$= 25 : 45 - 24 : 00$

= அடுத்த நாள் 01 : 45

2017 - 08 - 16 ஆம் திகதி 01 : 45 அல்லது மு.ப. 1.45.

முறை II

0 கிறினிச் | $+5\frac{1}{2}$ இலங்கை | +10 சிட்னி

21 : 15   01 : 45

2017 - 08 - 15   2017 - 08 - 16

சிட்னி நகரத்தின் நேரம் = 21 : 15 + 4 மணி 30 நிமிடம்

= 01 : 45

குறிப்பு

அமெரிக்கா, ஐக்கிய இராச்சியம், ஐரோப்பா, அவுஸ்திரேலியா போன்ற சில நாடுகளில் பகலில் சூரியன் 12 மணித்தியாலத்திலும் கூடிய நேரத்திற்குக் காணப்படும் காலத்தில் தமது நாடுகள் நேரத்தை 1 மணித்தியாலத்தால் முன்னோக்கி நகர்த்துகின்றன. இதற்கான காரணம் சூரியன் நேரத்துடன் உதிப்பதாகும்.

இக்காலம் பொதுவாக வட அரைக் கோள நாடுகளில் மார்ச் இறுதி தொடக்கம் ஒக்டோபர் இறுதி வரையிலும், தென் அரைக் கோள நாடுகளில் ஒக்டோபர் ஆரம்பம் தொடக்கம் ஏப்ரல் ஆரம்பம் வரையும் காணப்படுகின்றது.

இக்காலத்தில் அந்த நாடுகளில் நியம நேரத்தை 1 மணித்தியாலத்தால் கூட்ட வேண்டும்.

பயிற்சி 21.1

1. 0 நேர வலயத்தில் நண்பகல் 12 ஆகவுள்ளபோது அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ள வலயங்களுக்குரிய நேரங்களைக் கண்டு இடைவெளி நிரப்புக.

நேர வலயம்	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+11	+12
நேரம்	12:00											

நேர வலயம்	−12	−11	−10	−9	−8	−7	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0
நேரம்													12:00

2. கிறினிச் நேரம் 2016-08-19ஆம் திகதி வெள்ளிக்கிழமை 18:00 ஆகும்போது அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ள வலயங்களின் திகதி, நேரம், நாள் என்பவற்றைக் குறிக்க.

வலயம்	−11	−6	−3	0	+4	+7	+10	+11
நேரம்				18:00				
திகதி				2016-08-19 வெள்ளி				

3. +7 நேர வலயத்தில் உள்ள கிரீன்லாந்தின் நூக் நகரத்தின் நேரம் 16:00 ஆகும்போது
(i) +12 நேர வலயத்திலுள்ள நியூசிலாந்தின் ஒக்லண்ட் நகரத்தின் நேரம்
(ii) +2 நேர வலயத்திலுள்ள கிரீசின் ஏதன்ஸ் நகரத்தின் நேரம்
(iii) −4 நேர வலயத்திலுள்ள ட்ரினிடேட் நகரத்தின் நேரம் என்பவற்றைக் காண்க.

4. −3 நேர வலயத்தில் உள்ள கிரீன்லாந்தின் நூக் நகரத்தின் நேரம் 2016-09-15 ஆம் திகதி 01:00 ஆகும் போது
(i) −6 நேர வலயத்தில் உள்ள சிகாகோ நகரத்தின் திகதி, நேரம்
(ii) +7 நேர வலயத்தில் உள்ள பாங்கொக் நகரத்தின் திகதி, நேரம் என்பவற்றைக் காண்க.

5. -8 நேர வலயத்திலுள்ள கனடாவின் வான்கூவர் நகரத்தின் நேரம் 2016-10-23 ஆம் திகதி 18:00 மணி ஆகும் போது

(i) கிறினிச்சின் நேரம், திகதி

(ii) +4 நேர வலயத்தில் உள்ள அபூதாபி நகரத்தின் நேரம், திகதி என்பவற்றைக் காண்க.

6. +8 நேர வலயத்தில் அமைந்துள்ள பிலிப்பீன்ஸ் நேரம் திங்கள் 19:00 மணி ஆகும் போது

(i) +12 நேர வலயத்தில் நாள், நேரம்

(ii) -12 நேர வலயத்தில் நாள், நேரம்

(iii) -10 நேர வலயத்தில் உள்ள ஹொனலுலு தீவுகளில் நாள், நேரம் என்பவற்றைக் காண்க.

7. 2017-05-02 ஆம் திகதி இலங்கையில் நேரம் 09:30 ஆகும்போது அமெரிக்காவில் (-9) நேர வலயத்தில் அமைந்துள்ள லொஸ்ஏன்ஜல்ஸ் நகரத்தில் திகதி, நேரம் என்பவற்றைக் காண்க.

8. +4 நேர வலயத்தில் உள்ள டுபாய் நகரத்தில் நேரம் 13:00 ஆகும்போது அங்கிருந்து பயணத்தை ஆரம்பித்த விமானமொன்று, +8 நேர வலயத்தில் உள்ள பிலிப்பீன்சில் மணிலா நகரத்தை அடையும்போது அங்கு நேரம் 20:00 ஆகவிருந்தது.

(i) விமானம் டுபாய் நகரத்திலிருந்து புறப்படும்போது மணிலாவில் நேரம் யாது?

(ii) விமானப் பயணத்திற்கு எடுத்த காலம் எவ்வளவு?

(iii) விமானம் மணிலாவை அடையும்போது டுபாயில் நேரம் யாது?

9. இலங்கை $+5\frac{1}{2}$ நேர வலயத்தில் அமைந்துள்ளது. இலங்கை நேரம் 14:30 இற்கு விமானம் மூலம் கட்டுநாயக்க விமான நிலையத்திலிருந்து பயணத்தை ஆரம்பித்த தீபன், லண்டன் ஊடாக மேற்கிந்திய தீவுகளின் ட்ரினிடேட் நகரத்தை நோக்கிப் பயணிக்கிறார்.

(i) அவர் 11 மணித்தியாலங்கள் பயணம் செய்து லண்டன் நகரத்தை அடைகின்றார். அப்போது அவரது கையிலுள்ள, இலங்கை நேரத்தைக் காட்டும் கடிகாரத்தில் காணப்படும் நேரம் யாது?

(ii) லண்டன் நகரம் 0 என்ற நேர வலயத்தில் உள்ளதால், அப்போது லண்டனில் அந்நாட்டு நேரம் யாது?

(iii) லண்டன் நகர நேரத்திற்குத் தனது கைக் கடிகாரத்தைச் சரிசெய்த தீபன், அந்த விமான நிலையத்திலிருந்து 1 மணித்தியாலத்தின் பின், மற்றுமொரு விமானம் மூலம் மேற்கிந்தியத் தீவுகளுக்குப் புறப்படுகின்றார். 5 மணித்தியாலப் பயணத்தின் பின் மேற்கிந்தியத் தீவுகளை அடைகின்றார். அப்போது மேற்கிந்தியத் தீவுகளில் நேரம் யாது?

10. -10 என்ற நேர வலயத்தில் உள்ள டோசன் நகரத்திலிருந்து திங்கள், மு.ப. 6.00 மணிக்குப் புறப்படும் விமானம் சர்வதேச திகதிக் கோட்டைக் கடந்து $+9$ என்ற நேர வலயத்தில் உள்ள ஜப்பானின் டோக்கியோ நகரத்தை அடையும்போது அங்கு நேரம் செவ்வாய், மு.ப. 4.00 மணி எனின், விமானப் பயணத்திற்கு எடுத்த காலத்தைக் காண்க.

11. விமானமொன்று $+8$ என்ற நேர வலயத்திலுள்ள சிங்கப்பூரிலிருந்து திங்கட்கிழமை, பி.ப. 3.00 (15:00) மணிக்குப் புறப்பட்டு, சர்வதேச திகதிக் கோட்டைக் கடந்து -10 என்ற நேர வலயத்திலுள்ள ஹொனலுலுவை நோக்கி விமானம் மூலம் பயணிக்கிறார். விமானப் பயணத்திற்கு எடுக்கும் காலம் 12 மணித்தியாலம் எனின், விமானம் ஹொனலுலுவையை அடையும்போது அந்நாட்டு நேரம், திகதி என்பவற்றைக் காண்க.

பொழிப்பு

- இங்கிலாந்தின் கிறினிச் நகரத்தினூடாக அமைந்துள்ள 0° நெட்டாங்குக் கோடு (நெடுங்கோடு) கிறினிச் நள்வான் என அழைக்கப்படுகின்றது.
- கிறினிச் கோட்டின் இருபக்கமும் $7\frac{1}{2}^{\circ}$ நெட்டாங்கு வரையுள்ள 15° கொண்ட பூமியின் பகுதி 0 நேர வலயம் எனப் பெயரிடப்பட்டுள்ளது.
- பூமியின் மேற்பரப்பின் கிழக்கு அரைக் கோளமானது $+1$ தொடக்கம் $+12$ வரையான நேர வலயங்களாகவும் மேற்கு அரைக் கோளமானது -1 தொடக்கம் -12 வரையான நேர வலயங்களாகவும் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.
- இலங்கை $+5\frac{1}{2}$ நேர வலயத்தில் அமைந்துள்ளதாகக் கொள்ளப்படுவதோடு, கிறினிச் நேரத்திலும் பார்க்க 5 மணி 30 நிமிடம் முன்னே உள்ளது.
- கிறினிச் கோட்டுக்குக் கிழக்குப் பக்கமாகவுள்ள நேர் (+) நேர வலயங்களில் நேரம், கிரீன்வீச் நேரத்திலும் பார்க்க முன்னே காணப்படுவதோடு, மேற்குபக்கமாகவுள்ள மறை (−) நேர வலயங்களில் நேரம், கிறினிச் நேரத்திலும் பார்க்கப் பின்னே காணப்படுகின்றது.
- நேரத்துடன் நாள் மாறும் இரண்டு சந்தர்ப்பங்கள் உள்ளன. நேரத்திற்கு ஏற்ப 24:00 மணியுடன் புதிய நாள் ஆரம்பிக்கின்றது. சர்வதேசத் திகதிக் கோட்டைக் கிழக்கிலிருந்து மேற்காகக் கடக்கும்போது திகதி 1 நாளினால் குறைகின்றதோடு, மேற்கிலிருந்து கிழக்காகக் கடக்கும்போது திகதி ஒரு நாளினால் கூடுகின்றது.

22 கனவளவும் கொள்ளளவும்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

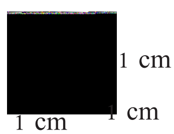
- சதுரமுகியின், கனவுருவின் கனவளவுக்கான சூத்திரத்தைப் பெறுவதற்கும்
- சதுரமுகியின், கனவுருவின் கனவளவுகளைச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்பதற்கும்
- கனவளவு தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்
- கனவளவு, கொள்ளளவு என்பவற்றை இனங்காண்பதற்கும்
- கொள்ளளவை மதிப்பிடுவதற்கும்

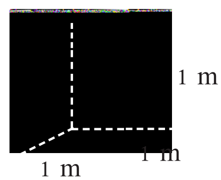
தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

22.1 கனவளவு

தரம் 7 இல் கனவளவு என்ற பாடத்தில் கற்ற சில விடயங்களை நினைவுகூர்வோம். யாதேனும் ஒரு பொருள் வெளியில் (space) பிடிக்கும் இடத்தின் அளவு அப்பொருளின் **கனவளவு** எனப்படும். கன சென்ரிமீற்றர், கன மீற்றர் என்பன கனவளவை அளக்கும் இரண்டு அலகுகள் ஆகும்.

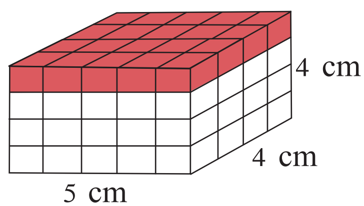
பக்கமொன்றின் நீளம் 1 cm ஆகவுள்ள ஒரு சதுரமுகியின் கனவளவு ஒரு கன சென்ரிமீற்றர் (1 cm^3) ஆகும். இது கனவளவை அளப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் நியம அலகொன்றாகும். இவ்வாறே பக்கமொன்றின் நீளம் 1 m ஆகவுள்ள சதுரமுகியின் கனவளவு ஒரு கன மீற்றர் (1 m^3) ஆகும்.





உருவில் காணப்படும் கனவுருவின் மேலே உள்ள தட்டில் $5 \times 4 = 20$ சதுர முகங்கள் உள்ளன.

அவ்வாறன 4 தட்டுகள் உள்ளதால் எல்லாமாக $20 \times 4 = 80$ சிறிய சதுரமுகிகள் உள்ளன.



எனவே கனவுருவின் கனவளவு 80 cm^3 ஆகும்.

கனவுருவின் கனவளவு = நீளம் × அகலம் × உயரம்

சதுரமுகியின்
கனவளவு = நீளம் × அகலம் × உயரம்
= பக்கமொன்றின் நீளம் × பக்கமொன்றின் நீளம் × பக்கமொன்றின் நீளம்
= $(\text{பக்கமொன்றின் நீளம்})^3$

முன்னர் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

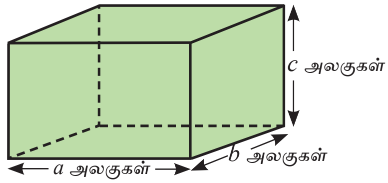
மீட்டற் பயிற்சி

1. நீளம், அகலம், உயரம் முறையே 10 cm, 8 cm, 4 cm ஆகவுள்ள கனவுருவின் கனவளவைக் காண்க.
2. பக்கமொன்றின் நீளம் 6 cm ஆகவுள்ள சதுரமுகியின் கனவளவைக் காண்க.
3. பெட்டியொன்றின் நீளம் 1.8 m, அகலம் 1 m, உயரம் 70 cm ஆகும். இப்பெட்டியின் கனவளவைக் கன சென்ரிமீற்றரில் காண்க.
4. 120 cm^3 கனவளவுள்ள கனவுரு ஒன்றின் நீளம், அகலம், உயரம் முறையே 8 cm, 5 cm, 3 cm ஆகும். இதே கனவளவைக் கொண்ட ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட மூன்று கனவுருக்களின் நீளம், அகலம், உயரம் என்பவற்றைத் தனித்தனியாகக் காண்க.
5. 70 cm^3 கனவளவுள்ள கனவுரு ஒன்றின் அடியின் பரப்பளவு 35 cm^2 எனின், அதன் உயரத்தைக் காண்க.
6. 160 cm^3 கனவளவுள்ள கனவுருவொன்றின் உயரம், அகலம் முறையே 4 cm, 5 cm ஆகும். அதன் நீளத்தைக் காண்க.
7. சதுரமுகியொன்றின் கனவளவு 8 m^3 ஆகும். அதன் ஒரு பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

22.2 கனவளவிற்கான சூத்திரங்களை அமைத்தல்

கனவுருவின் கனவளவிற்கான சூத்திரம்

நீளம் a அலகுகளும் அகலம் b அலகுகளும் உயரம் c அலகுகளும் கனவளவு V கன அலகுகளும் உடைய கனவுரு ஒன்றின் கனவளவுக்கான சூத்திரத்தைக் காண்போம்.



கனவுருவின் கனவளவு = நீளம் × அகலம் × உயரம்

$$\therefore\ V = a \times b \times c$$
$$V = abc$$

இங்கு கனவுருவின் அடியின் பரப்பளவு A எனின்,

$A = a \times b$ ஆகும்.
$V = a \times b \times c$ என்பதில் $a \times b = A$ என இடுவதால்
$V = A \times c =$ (அடிப்பரப்பளவு × உயரம்) எனவும் எழுதலாம்.

கனவுருவின் கனவளவு = அடிப்பரப்பளவு × உயரம்

கனவுருவொன்றின் நீளம் a அலகுகள், அகலம் b அலகுகள், உயரம் c அலகுகள் அடிப்பரப்பளவு A சதுர அலகுகள் ஆகவும் இருப்பின் அதன் கனவளவு V கன அலகுகள் ஆயின்,

$V = abc$ அல்லது
$V = Ac$ என எழுதலாம்.

- **சதுரமுகியின் கனவளவுக்கான சூத்திரம்**

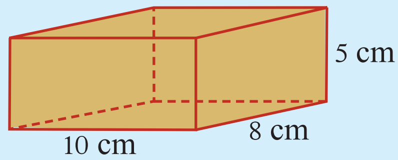
சதுரமுகியின் கனவளவுக்கும் மேலே பெற்றவாறு சூத்திரத்தைப் பெறலாம். பக்கமொன்றின் நீளம் a அலகுகள் ஆகவுள்ள சதுரமுகியின் கனவளவு V எனின்,

சதுரமுகியின் கனவளவு = (பக்கமொன்றின் நீளம்)^3
பக்கமொன்றின் நீளம் a அலகுகள் ஆகவுள்ள சதுரமுகியின் கனவளவு V கன அலகுகள் எனின்,

$V = a^3$ ஆகும்.

உதாரணம் 1

கனவுருவொன்றின் பக்க அளவுகள் 8 cm, 10 cm, 5 cm ஆகும்.



(i) இக்கனவுருவின் கனவளவைக் காண்க.

(ii) இக்கனவுருவின் கனவளவுக்குச் சமமான கனவளவைக் கொண்ட வேறொரு கனவுருவின் அடி சதுர வடிவை உடையது. அக்கனவுருவின் உயரம் 4 cm எனின், அடியினது பக்கமொன்றின் நீளத்தைக் காண்க.

(i) $V = abc$ என்பதால்

$$\text{கனவுருவின் கனவளவு} = 8 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$$
$$= 400 \text{ cm}^3$$

(ii) $V = A \times c$ என்பதால்

$$\text{அடியின் பரப்பளவு} \times \text{உயரம்} = \text{கனவளவு}$$
$$A \times 4 = 400$$
$$\therefore A = \frac{400}{4} = 100$$

அடி, சதுரம் என்பதால் பக்கமொன்றின் நீளம் $= \sqrt{100}$ cm

$= 10$ cm

அல்லது

கனவுருவின் அடி சதுரம் என்பதால் நீளம் = அகலம் = a எனக் கொண்டால்

கனவளவு $V = a \times a \times c$ ஆகும். இங்கு $V = 400$, $c = 4$ என்பதால்

$$a \times a \times 4 = 400$$
$$a \times a = \frac{400}{4} = 100$$
$$a \times a = 10 \times 10$$
$$\therefore a = 10$$

$\therefore$ அடியின் பக்கமொன்றின் நீளம் $= 10$ cm

பயிற்சி 22.2

1. சதுரமுகி, கனவுரு என்பவற்றின் பக்க அளவுகள் கீழே அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன. அட்டவணையைப் பிரதிசெய்து பூரணப்படுத்துக.

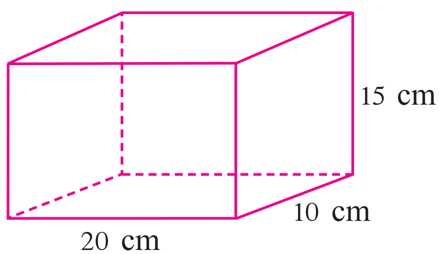
நீளம்	அகலம்	உயரம்	கனவளவு
8 cm	6 cm	5 cm	....
12 cm	....	10 cm	1200 cm^3
1.5 m	0.5 m	0.6 m	....
6 m	6 m	....	216 m^3
$\frac{3}{4}$ m	$\frac{2}{5}$ m	$\frac{2}{3}$ m	....
1 m	$\frac{1}{2}$ m	40 cm	....

2. சதுரமுகியொன்றின் ஒரு முகத்தின் பரப்பளவு 36 cm^2 ஆகும். கனவுருவின்,
(i) பக்கமொன்றின் நீளத்தைக் காண்க.
(ii) கனவளவைக் காண்க.

3. கனவுருவொன்றின் அடியின் பரப்பளவு 1300 cm^2 ஆகும். அதன் கனவளவு 65 000 cm^3 எனின், அதன் உயரத்தை மீற்றரில் காண்க.

4. கனவுருவொன்றின் கனவளவு 3600 cm^3. அதன் நீளம், அகலம், உயரம் என்பன அடுத்துவரும் மூன்று நிறைவர்க்க எண்களாகும். அதன் நீளம், அகலம், உயரம் என்பவற்றைக் காண்க. (சாடை: 3600 ஐ முதன்மைக் காரணியின் பெருக்கமாக எழுதிக் கொள்க.)

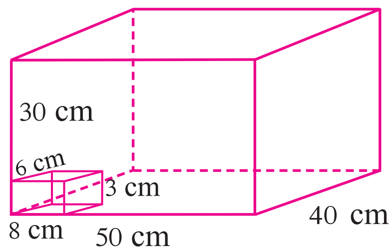
5. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள பெட்டியினுள் பக்கமொன்றின் நீளம் 5 cm ஆகவுள்ள சதுரமுகி வடிவான மரக்கட்டைகளை அடுக்க வேண்டியுள்ளது. அவ்வாறு அடுக்கக்கூடிய மரக்கட்டைகளின் உயர்ந்த பட்ச எண்ணிக்கையைக் காண்க.



6. நீளம், அகலம், உயரம் முறையே 4 cm, 3 cm, 2cm ஆகவுள்ள 50 கனவுருக்களை அடுக்கக்கூடிய, குறைந்தபட்சக் கனவளவைக் கொண்ட கனவுரு வடிவுடைய பெட்டியொன்றின் நீளம், அகலம், உயரத்தைக் காண்க.

7. 10 cm பக்க நீளத்தைக் கொண்ட சதுரமுகி வடிவான திண்ம உலோகக் குற்றியொன்றை உருக்கி, உலோகம் வீணாகாதவாறு 8 சிறிய சதுரமுகி வடிவான திண்மக் குற்றிகள் செய்யப்பட்டன அச்சிறிய சதுரமுகியின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

8. உருவில் காட்டியுள்ள 50 cm × 40 cm × 30 cm அளவுகள் கொண்ட பெட்டியொன்றினுள் 8 cm × 6 cm × 3 cm அளவுகள் கொண்ட சவர்க்காரக் கட்டிகள் 10 அடுக்குகளைக் கொண்ட உயரத்திற்கு அடுக்க வேண்டும் என ஆலோசனை வழங்கப்பட்டது. அவ்வாறு பெட்டியினுள் மொத்தமாக அடுக்கக்கூடிய சவர்க்காரக் கட்டிகளின் உயர்ந்தபட்ச எண்ணிக்கையைக் காண்க.

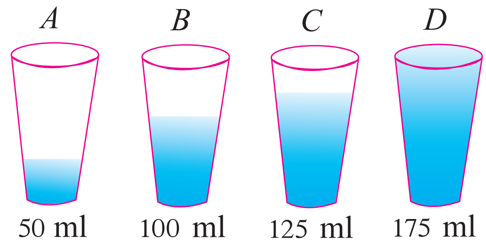


22.3 கொள்ளளவு

அன்றாட தேவைகளின்போது நீங்கள் பயன்படுத்தும் சில பொருள்களின் வரிப் படங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. அவை ஒவ்வொன்றிலும் குறிப்பிட்ட மில்லிலீற்றர் அளவு குறிக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வாறு குறிக்கப்பட்டிருக்கும் அளவு யாதென அறிந்து கொள்வதற்கு முயற்சித்ததுண்டா? இந்த அளவு பற்றி இங்கு பார்ப்போம்.

பல்வேறு திரவங்களின் அளவை அளப்பதற்கு மில்லிலீற்றர் (ml) லீற்றர் (l) என்ற அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுவது பற்றியும் 1000 ml = 1 l என்பது பற்றியும் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள். திரவமும் வெளியில் ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தைப் பிடிப்பதால் திரவத்திற்கும் கனவளவு உண்டு.

A, B, C, D என்ற கண்ணாடிக் குவளைகளினுள் பானம் ஊற்றப்பட்டிருப்பதை உருவில் காண்கிறீர்கள்.



A, B, C என்ற குவளைகள் முற்றாக நிரப்பப்படவில்லை. D என்ற குவளை முற்றாக நிரப்பட்டுள்ளது. A இலுள்ள பானத்தின் கனவளவு 50 ml ஆகும். D இலுள்ள பானத்தின் கனவளவு 175 ml ஆகும். D இனுள் ஊற்றக்கூடிய பானத்தின் உயர்ந்த பட்சக் கனவளவு 175 ml ஆகும். இது D என்ற குவளையின் கொள்ளளவு எனப்படும்.

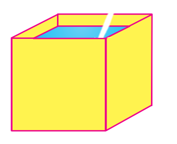
யாதேனுமொரு பாத்திரத்தை முற்றாக நிரப்பக்கூடிய திரவத்தின் கனவளவு அப்பாத்திரத்தின் **கொள்ளளவு** எனப்படும்.

எனவே, பாத்திரமொன்றில் காணப்படும் முழு வெளியின் அளவு அதன் ''கொள்ளளவு'' என்பது தெளிவாகின்றது. கொள்ளளவானது திரவத்தின் கனவளவான ml, l என்ற அலகுகளினால் குறிக்கப்படுகின்றது. அன்றாடம் நாம் பயன்படுத்தும் சில பாத்திரங்களில் அவற்றின் கொள்ளளவுகள் குறிக்கப்பட்டிருப்பதோடு மற்றும் சில பாத்திரங்களில் அவற்றில் காணப்படும் திரவத்தின் கனவளவுகள் குறிக்கப்படுகின்றன.

- **கனவளவும் கொள்ளளவும்**

கனவளவுக்கும் கொள்ளளவுக்கும் இடையில் தொடர்பு உள்ளது. பக்கமொன்றின் நீளம் 1 cm கொண்ட சதுரமுகிப் பாத்திரத்தினுள் ஊற்றக்கூடிய திரவத்தின் உயர்ந்த பட்சக் கனவளவு 1 ml ஆகும்.

$\therefore$ 1 cm $\times$ 1 cm $\times$ 1 cm = 1 ml

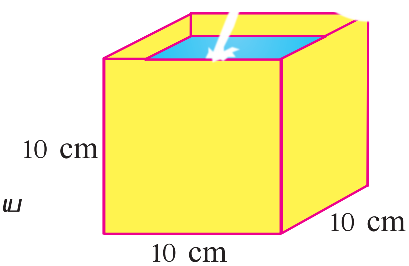


$$1\text{ cm}^3 = 1\text{ ml}$$

கனவளவு 1 cm^3 கொண்ட பாத்திரத்தின் கொள்ளளவு 1 ml ஆகும்.

இவ்வாறே 10 cm $\times$ 10 cm $\times$ 10 cm = 1 l

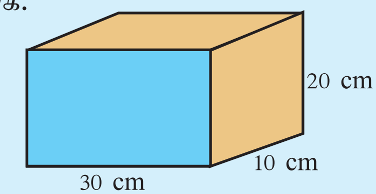
$$1000\text{ cm}^3 = 1\text{ l}$$



கனவளவு 1000 cm^3 கொண்ட வெளியை உடைய பாத்திரத்தின் கொள்ளளவு 1 l ஆகும்.

உதாரணம் 1

கனவுரு வடிவப் பாத்திரத்தின் கொள்ளளவைக் காண்க.



பாத்திரத்திலுள்ள வெளியின்

கனவளவு $= 30 \times 10 \times 20 \text{ cm}^3$

$= 6000 \text{ cm}^3$

∴ பாத்திரத்தின் கொள்ளளவு $= 6000$ ml

$= 6$ l

உதாரணம் 2

நீர்த் தாங்கியொன்றின் கொள்ளளவு 6000 l ஆகும். அது நீரினால் முற்றாக நிரப்பப்பட்டபின் நாளொன்றுக்கு 800 l வீதம் 4 நாட்களுக்கும் நாளொன்றுக்கு 1200 l வீதம் 2 நாட்களுக்கும் நீர் பயன்படுத்தப்பட்டது. இந்த 6 நாட்களும் நீர் பயன்படுத்தப்பட்ட பின் தாங்கியில் எஞ்சிய நீரின் கனவளவைக் காண்க.

முதல் 4 நாட்களிலும் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள நீரின் கனவளவு $= 800$ l $\times 4 = 3200$ l

அடுத்த 2 நாட்களிலும் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள நீரின் கனவளவு $= 1200$ l $\times 2$

$= 2400$ l

∴ பயன்படுத்தப்பட்ட மொத்த நீரின் கனவளவு $= 3200 + 2400$ l

$= 5600$ l

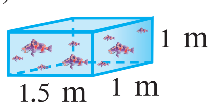
∴ எஞ்சியுள்ள நீரின் கனவளவு $= 6000$ l $- 5600$ l

$= 400$ l

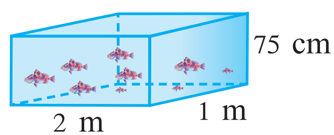
பயிற்சி 22.3

1. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள மீன் தொட்டிகளின் கொள்ளளவுகளைக் காண்க.

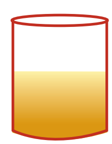
(i)



(ii)



2. கொள்ளளவு 12 l கொண்ட எண்ணெய்ப் பாத்திரமொன்றினுள் 3 l 800 ml கனவளவுள்ள எண்ணெய் உள்ளது. பாத்திரத்தை முற்றாக நிரப்புவதற்கு மேலும் எவ்வளவு எண்ணெய் ஊற்ற வேண்டும்.



3. பாத்திரமொன்றின் கொள்ளளவு 150 ml ஆகும். இப்பாத்திரம் பானத்தினால் நிரப்பப்பட்டு அப்பானம் பெரிய பாத்திரமொன்றினுள் ஊற்றப்பட்டது. இவ்வாறு 10 தடவைகள் ஊற்றும்போது பெரிய பாத்திரத்திலுள்ள பானத்தின் கனவளவு எத்தனை லீற்றர் ஆகும்.

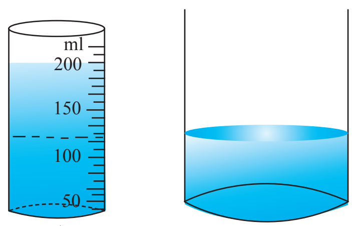
4. போத்தலொன்றினுள் 1300 ml மருந்து உள்ளது. அதிலிருந்து 65 ml கொள்ளளவு கொண்ட சிறு போத்தல்களினுள் 50 ml வீதம் மருந்து ஊற்றப்பட்டது. இவ்வாறான எத்தனை சிறு போத்தல்களினுள் அம்மருந்தை ஊற்றலாம்?

5. 20 l கொள்ளளவுடைய பாத்திரமொன்று முற்றாகப் பாலினால் நிரப்பப்பட்டுள்ளது. இதிலிருந்து 8 l 800 ml பால், யோகட் செய்வதற்கும் 10 l 800 ml பால், தயிர் செய்வதற்கும் பயன்படுத்தப்பட்டது. எஞ்சியுள்ள பாலின் கனவளவைக் காண்க.

6. பொருத்தமான முறைகளைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றின் கொள்ளளவுகளைக் காண்க. தேக்கரண்டி, மேசைக்கரண்டி, யோகட் கோப்பை, தேநீர்க் கோப்பை.

22.4 கொள்ளளவை மதிப்பிடல்

அளவீடு செய்யப்பட்டுள்ள பாத்திரம் A இனுள் 200 ml நீர் நிரப்பப்பட்டு அந்நீர் பாத்திரம் B இனுள் ஊற்றப்பட்டபோது அதில் நீர் மட்டம் உருவில் காட்டியுள்ளவாறு காணப்பட்டது. இதற்கு ஏற்ப பாத்திரம் B யின் கொள்ளளவை மதிப்பிடுவோம்.



A B

பாத்திரம் B யின் உயரம், அதிலுள்ள நீரின் உயரத்தைப் போல் 3 மடங்கு என்பதை அவதானிக்கலாம்.

$\therefore$ பாத்திரம் B இன் கொள்ளளவு $= 3 \times 200$ ml

$= 600$ ml

செயற்பாடு 1

படி 1 - உமது சுற்றாடலிலிருந்து ஒரு ஊடுபுகவிடும், அளவீடு செய்யப்படாத உருளை வடிவான பாத்திரங்கள் சிலவற்றையும் அளவீடு செய்யப்பட்ட பாத்திரங்கள் சிலவற்றையும் போதுமான அளவு நீரையும் பெற்றுக் கொள்க. (கண்ணாடிக் குவளை, போத்தல், பிளாத்திக்குக் கோப்பை போன்ற பாத்திரங்கள்)

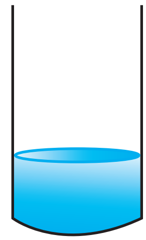
படி 2 - அளவீடு செய்யப்பட்ட பாத்திரத்தினால் அளந்தெடுக்கப்பட்ட நீரை, அளவீடு செய்யப்படாத பாத்திரமொன்றினுள் ஊற்றி அதில் எழும் நீரின் உயரத்தை அவதானிக்க.

படி 3 - பாத்திரத்தின் உயரம் அதில் உள்ள நீரின் உயரத்தைப் போல் எத்தனை மடங்கு எனப் பொருத்தமானவாறு மதிப்பிட்டு பாத்திரத்தின் கொள்ளளவை மதிப்பிடுக.

படி 4 - மேலே கூறப்பட்டவாறு ஏனைய பாத்திரங்களின் கொள்ளளவுகளையும் மதிப்பிடுக.

பயிற்சி 22.4

1. உருவில் காட்டப்பட்ட பாத்திரத்தில் 150 ml கனவளவுள்ள நீர் உள்ளது. இப்பாத்திரத்தின் கொள்ளளவை மதிப்பிடுக.



2. சமய வழிபாடு ஒன்றின்போது கொழுத்துவதற்காக தயாரிக் கப்பட்ட 100 எண்ணெய் விளக்குகள் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு விளக்கும் எண்ணெய் யினால் நிரப்பப்பட்டபோது 3 லீற்றர் எண்ணெய் தேவைப்பட்டது. விளக்கொன்றின் கொள்ளளவைக் காண்க.

3. வீடொன்றுக்கு ஒரு நாளைக்கு சாதாரணமாக 275 லீற்றர் நீர் தேவைப்படுகின்றது. இவ்வீட்டுக்கு ஒரு வாரத்திற்குத் தேவையான நீரைச் சேமிப்பதற்குத் தேவையான நீர்த் தாங்கியின் குறைந்தபட்சக் கொள்ளளவைக் காண்க.

பொழிப்பு

- நீளம், அகலம், உயரம் முறையே a அலகுகள், b அலகுகள், c அலகுகள் ஆகவுள்ள கனவவுருவின் கனவளவு V கன அலகுகள் எனின் $V = a \times b \times c = abc$ ஆகும்.

$$V = abc$$

- பக்கமொன்றின் நீளம் a அலகுகள் ஆகவுள்ள சதுரமுகியின் கனவளவு V கன அலகுகள் எனின்

$$V = a^3$$

- யாதேனுமொரு பாத்திரமொன்றை முற்றாக நிரப்புவதற்குத் தேவையான திரவத்தின் கனவளவு, அப்பாத்திரத்தின் கொள்ளளவு எனப்படும்.

- கனவளவிற்கும் கொள்ளளவிற்கும் இடையிலான தொடர்பு

$$1\ \text{cm}^3 = 1\ \text{ml}$$

$$1000\ \text{cm}^3 = 1\ \text{l}$$

23

வட்டம்

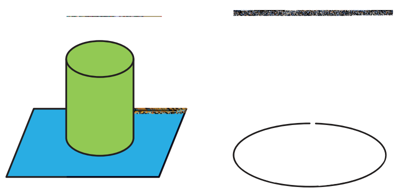
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- வட்டமொன்றுக்கு எண்ணற்ற சமச்சீர் அச்சுகள் உள்ளன என்பதை விளங்கிக் கொள்வதற்கும்
- வட்டமொன்றின் நாணை இனங்காண்பதற்கும்
- வட்டத்தின் வில், வட்டத்தின் துண்டம், வட்டத்தின் ஆரைச்சிறை என்பவற்றை இனங்காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

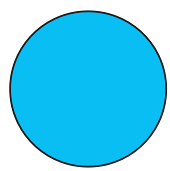
23.1 வட்டமொன்றின் சமச்சீர் அச்சுக்கள்

வட்ட வடிவத்தை உடைய பொருள்களைப் பயன்படுத்தி அல்லது கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி வட்டங்களை வரைவதற்கு உரிய திறன்களைத் தரம் 6, 7 இல் பெற்றுள்ளீர்கள்.

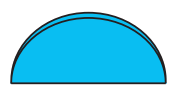


செயற்பாடு 1

படி 1 - தாளொன்றை எடுத்து அதன்மீது வட்டமொன்றை வரைந்து அதனை வெட்டி எடுக்க.



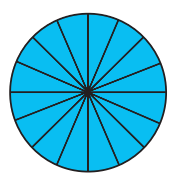
படி 2 - வட்ட அடரை, இரு சம பகுதிகள் கிடைக்குமாறு ஒன்றன்மீது ஒன்றை மடிக்க.



படி 3 - மடிப்புக் கோட்டை, வரைகோலைப் பயன்படுத்திப் பென்சிலால் வரைந்து கொள்க.

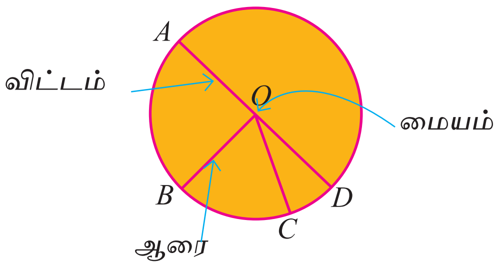
படி 4 - வட்ட அடரை விரித்து வேறு கோடொன்றின் வழியே முன் செய்தவாறு மடிக்க. இவ்வாறு பலமுறை மடித்து, விரித்துப் பெறப்படும் மடிப்புக் கோடுகளை வரைந்து கொள்க.

படி 5 - இவ்வாறான பல மடிப்புக் கோடுகளைப் பெறலாம் என்பதையும் அவற்றின் எண்ணிக்கையை கூற முடியாது என்பதையும் அம்மடிப்புக் கோடுகள் யாவும் ஒரு புள்ளியினூடாக வெட்டிச் செல்கின்றன என்பதையும் அவதானிக்கலாம்.



வட்டமொன்றை இரண்டு சமமான பகுதிகள் வேறாகுமாறு மடிக்கும் கோடு அவ்வட்டத்தின் **சமச்சீர் அச்சு** எனப்படும். வட்டத்திற்கு இவ்வாறான சமச்சீர் அச்சுகள் பல உள்ளன. வட்டத்தின் இவ்வாறான சமச்சீர் அச்சு அதன் **விட்டம்** என அழைக்கப் படும். இச்சமச்சீர் அச்சுகள் யாவும் வெட்டும் புள்ளி வட்டத்தின் **மையம்** எனப்படும்.

வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளியொன்றையும் வட்டத்தின் மையத்தையும் இணைக்கும் நேர்கோட்டுத் துண்டம் வட்டத்தின் **ஆரை** எனப்படும். வட்டமொன்றின் ஆரைகளின் நீளம் மாறாது.



வரிப்படத்தில், வட்டத்தின் மையம் O ஆகும். வட்டத்தின் விட்டம் AD ஆகும். வட்டத்தின் ஆரைகள் OA, OB, OC, OD ஆகும்.

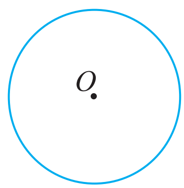
$OA = 1.3$ cm எனின் வட்டத்தின் ஆரை 1.3 cm ஆகும்.

23.2 வட்டத்தின் நாண்கள்

செயற்பாடு 2

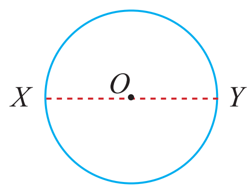
படி 1 - கவராயத்தையும் பென்சிலையும் பயன்படுத்தி தாளொன்றின் மீது 4 cm ஆரையுள்ள வட்டத்தை வரைக.

படி 2 - வட்டத்தின் மையத்தை O எனப் பெயரிடுக.



படி 3 - வட்டத்தின் மீது X என்னும் புள்ளியைக் குறித்து X, O ஐ இணைக்க.

படி 4 - XO என்ற கோட்டை நீட்டி, அது வட்டத்தை மீண்டும் சந்திக்கும் புள்ளியை Y எனப் பெயரிடுக.

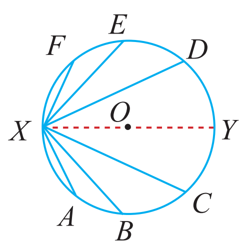


படி 5 - வட்டத்தின் மீது A, B, C, D, E, F என வேறு சில புள்ளிகளையும் குறிக்க.

படி 6 - புள்ளி X ஐ A, B, C, D, E, F என்னும் புள்ளிகளுடன் இணைக்க.

படி 7 - $XA, XB, XC, XY, XD, XE, XF$ ஆகிய கோடுகளின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.

படி 8 - இக்கோடுகளில் நீளம் கூடிய கோடு XY என்பதை அவதானிக்க முடியும்.



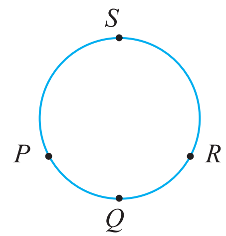
XA, *XB*, *XC*, *XY*, *XD*, *XE*, *XF* என்ற கோடுகள் வட்டத்தின் நாண்கள் ஆகும். வட்டத்தின் மீதுள்ள யாதேனும் இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு **நாண்** எனப்படும். வட்டத்தின் நாண்களுள் நீளம் கூடிய நாண் **விட்டம்** ஆகும்.

23.3 வட்டத்தின் வில்

[redacted] **செயற்பாடு 3**

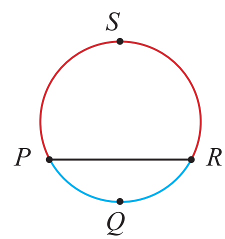
படி 1 - கவராயம், பென்சில் என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி தாளொன்றின்மீது 4 cm ஆரையுள்ள வட்டமொன்றை வரைக.

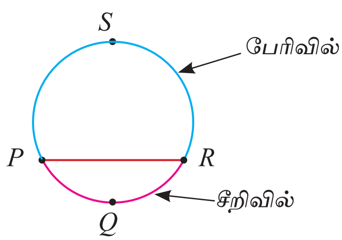
படி 2 - அவ்வட்டத்தின் மீது *P*, *Q*, *R*, *S* என நான்கு புள்ளிகளைக் குறிக்க.



படி 3 - *P*, *R* என்ற இரு புள்ளிகளையும் இணைக்க.

படி 4 - வட்டத்தின் மீதுள்ள *PQR* என்ற வளைந்த பகுதியை நீல நிறத்தினாலும் *PSR* என்ற வளைந்த பகுதியை சிவப்பு நிறத்தினாலும் வரைக.





பெறப்பட்ட உருவில் *PR* என்பது வட்டத்தின் ஒரு நாணாகும். வட்டத்தின் *PQR*, *PSR* என்ற வளைந்த வட்டப் பகுதிகள் விற்கள் எனப்படும். இங்கு *PQR* என்பது வட்டத்தின் **சீறிவில்** எனவும் *PSR* என்பது வட்டத்தின் **பேரிவில்** எனவும் அழைக்கப்படும்.

பயிற்சி 23.1

1. 3 cm ஆரையுள்ள வட்டமொன்றை வரைந்து அதன் மையத்தை O எனப் பெயரிடுக. அவ்வட்டத்தின் விட்டமொன்றை வரைந்து அதனை PQ எனப் பெயரிடுக. விட்டத்தின் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.

2. ஆரை 3.5 cm ஆகவுள்ள வட்டமொன்றை வரைக. வட்டத்தின் மீது A என்னும் ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க. A இலிருந்து வட்டத்திற்கு நாண்கள் சிலவற்றை வரைக. நீங்கள் வரைந்த நாண்களுள் நீளம் கூடிய நாணின் நீளத்தைக் காண்க.

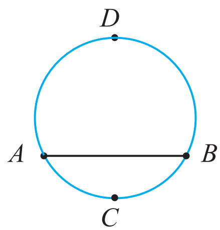
3. யாதேனும் ஒரு வட்டத்தை வரைந்து, அதன் மீது முறையே A, B, C, D என்னும் புள்ளிகளைக் குறிக்க.
   (i) நாண் AC ஐ வரைக.
   (ii) நாண் AC இனால் வேறாக்கப்படும் இரு விற்களையும் பெயரிடுக.

4. (i) ஆரை 4 cm ஆகவுள்ள வட்டமொன்றை வரைக.
   (ii) இரண்டு சமமான விற்கள் கிடைக்குமாறு நாணொன்றை வரைந்து அந்த நாணை AB எனப் பெயரிடுக.
   (iii) நாண் AB இற்குப் பொருத்தமான பெயர் யாது?

5. (i) ஆரை 5 cm ஆகவுள்ள வட்டமொன்றை வரைக. அதன் மையத்தை O எனப் பெயரிடுக.
   (ii) 6 cm நீளமான நாணொன்றை வரைந்து அதனை AB எனப் பெயரிடுக.
   (iii) நாண் AB இன் நடுப்புள்ளியை P எனப் பெயரிட்டு, OP ஐ இணைக்க.
   (iv) $A\hat{P}O, B\hat{P}O$ என்பவற்றை அளந்து அவற்றின் பெறுமானங்களை எழுதுக.

23.4 வட்டத்தின் துண்டம்

செயற்பாடு 4

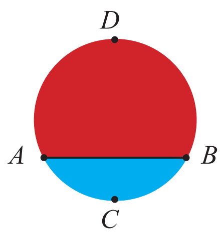


படி 1 - கவராயம், பென்சில் என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி வட்டமொன்றை வரைக.

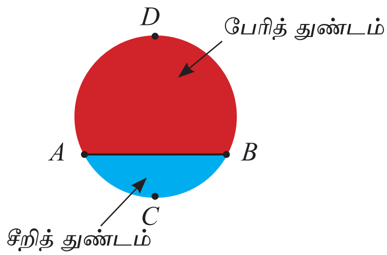
படி 2 - அவ்வட்டத்தின் மீது விட்டமல்லாத நாண் AB ஐ வரைக.

படி 3 - நாண் AB இன் இரண்டு பக்கங்களிலும் அமைந்துள்ள விற்களின் மீது முறையே C, D என்னும் இரு புள்ளிகளைக் குறிக்க.

படி 4 - நாண் AB இனாலும் சீறிவில் ACB இனாலும் அடைக்கப்பட்ட பகுதியை நீல நிறத்தினாலும் நாண் AB இனாலும் பேரிவில் ADB இனாலும் அடைக்கப்பட்ட பகுதியை சிவப்பு நிறத்தினாலும் நிறம் தீட்டுக.



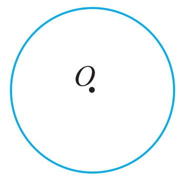
வட்டத்தின் நாணொன்றினாலும், வில்லொன்றினாலும் அடைக்கப்பட்ட பகுதி **வட்டத்தின் துண்டம்** என அழைக்கப்படுகின்றது. சீறிவில் *ACB* இனாலும் நாண் *AB* இனாலும் அடைக்கப்பட்டுள்ள துண்டம் வட்டத்தின் **சீறித்துண்டம்** எனவும் நாண் *AB* இனாலும் பேரிவில் *ADB* இனாலும் அடைக்கப்பட்டுள்ள துண்டம் வட்டத்தின் **பேரித் துண்டம்** எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன.



- **ஆரைச்சிறை**

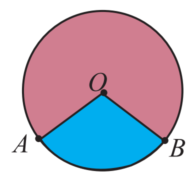
செயற்பாடு 5

படி 1 - கவராயம், பென்சில் என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி வட்டமொன்றை வரைந்து அதன் மையத்தை *O* எனப் பெயரிடுக.

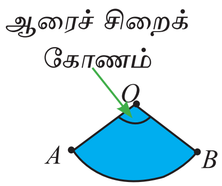


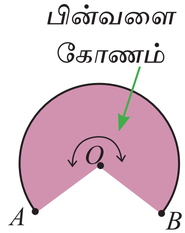
படி 2 - *A, B* ஆகிய இரண்டு புள்ளிகளை வட்டத்தின் மீது குறித்து *AO, BO* என்பவற்றை இணைக்க

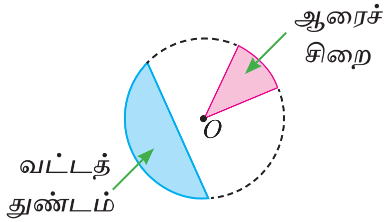
படி 3 - *AOB* என்ற கூர்ங்கோணத்தினாலும் *AB* என்ற சீறிவில்லினாலும் அடைக்கப்பட்ட பகுதியை நீல நிறத்தினாலும் பின்வளை கோணம் *AOB* இனாலும் பேரிவில் *AB* இனாலும் அடைக்கப்பட்ட பகுதியை இளஞ்சிவப்பு நிறத்தினாலும் நிறம் தீட்டுக.



வட்டமொன்றின் இரண்டு ஆரைகளினாலும் வில்லொன்றினாலும் அடைக்கப்பட்ட பகுதி **ஆரைச்சிறை** என அழைக்கப்படுகின்றது. அப்போது மையத்தில் ஆக்கப்படும் கோணம் **ஆரைச்சிறைக் கோணம்** எனப்படும். மேலே வரையப்பட்ட வட்டத்தில் இரண்டு ஆரைச்சிறைகள் பெறப்பட்டதோடு, ஒரு ஆரைச்சிறைக் கோணம் *AOB* ஆவதோடு, மற்றைய ஆரைச்சிறைக் கோணம் பின்வளை கோணம் *AOB* ஆகும்.

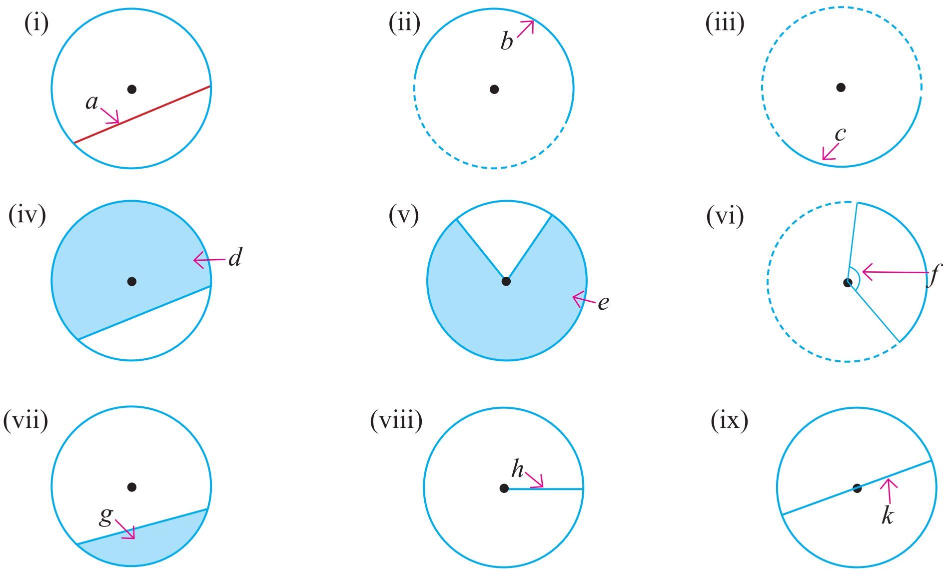






பயிற்சி 23.2

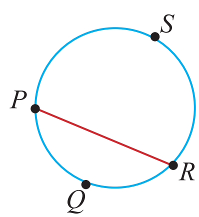
1. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் ஆங்கிலச் சிற்றெழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்டுள்ள பகுதிகளை அழைப்பதற்குப் பொருத்தமான பெயர்களை எழுதுக.



(ஆரை, ஆரைச்சிறை, நாண், சீறிவில், பேரிவில், சீறித் துண்டம், பேரித் துண்டம், விட்டம், ஆரைச்சிறைக் கோணம்)

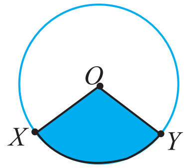
2. கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.
   (i) வட்டத்தின் மையத்தையும் வட்டத்தின் மீதுள்ள யாதேனுமொரு புள்ளி யையும் இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டம் வட்டத்தின் .... எனப்படும்.
   (ii) வட்டத்தின் நாண்களில் மிகவும் நீளம் கூடிய நாண் வட்டத்தின் .... ஆகும்.
   (iii) வட்டத்தின் விட்டம் 200 mm எனின், அதன் ஆரை .... cm ஆகும்.
   (iv) வட்டத்தின் நாணொன்றினாலும் வில்லொன்றினாலும் அடைக்கப்பட்ட பகுதி .... எனப்படும்.
   (v) வட்டத்தின் இரண்டு ஆரைகளினாலும் வில்லொன்றினாலும் அடைக்கப் பட்ட பகுதி .... எனப்படும்.

3. (i) உருவிலுள்ள வட்டத்தில் காணப்படும் வட்டத் துண்டங்களைப் பெயரிடுக.
   (ii) வட்டத்தின் சீறித் துண்டத்தை நிறம் தீட்டிக் காட்டுக.



4. (i) ஆரை 3.5 cm ஆகவுள்ள வட்டமொன்றை வரைந்து அதன் மையத்தை O எனப் பெயரிடுக.
   (ii) O இனூடாகச் செல்லும் ஓர் நாண் AB ஐ வரைக.
   (iii) இப்போது பெறப்பட்டுள்ள இரண்டு வட்டத் துண்டங்களைப் பற்றி நீர் யாது கூறுவீர்?
   (iv) அவ்வட்டத் துண்டங்களை அழைக்கக்கூடிய பெயர் யாது?

5. (i) உருவில் நிழற்றப்பட்டுள்ள பகுதியை இனங்காண்க.
   (ii) அப்பகுதியின் எல்லைகளைத் தனித்தனியாக எழுதுக.
   (iii) $X\hat{O}Y$ என்ற கோணம் என்ன பெயரால் அழைக்கப்படுகின்றது?



6. O ஐ மையமாகவுடைய வட்டமொன்றை வரைந்து சீறிவில், பேரிவில் என இரு விற்கள் வேறாக்கப்படுமாறு M, N ஆகிய இரு புள்ளிகளை வட்டத்தின் மீது குறிக்க. பின்வளை $M\hat{O}N$ அடங்குகின்ற ஆரைச்சிறையை நிழற்றிக் காட்டுக.

7. மையம் O ஆகவுள்ள வட்டமொன்றை வரைக. அதில் AB என்னும் விட்டமொன்றை வரைக.
   (i) AOB என்னும் ஆரைச்சிறையை நிழற்றுக.
   (ii) ஆரைச்சிறை $A\hat{O}B$ இன் பருமனை அளந்து எழுதுக.

8. (i) ஆரை 5 cm ஆகவுள்ள வட்டமொன்றை வரைக. அதன் மையத்தை O எனப் பெயரிடுக.
   (ii) வட்டத்தின் மீது ஒரு புள்ளியைக் குறித்து அதனை P எனப் பெயரிடுக. OP ஐ இணைக்க.
   (iii) பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி $P\hat{O}Q = 60^{\circ}$ ஆகுமாறு ஆரைச்சிறை $P\hat{O}Q$ ஐ வரைக.
   (iv) $Q\hat{O}R = 150^{\circ}$ ஆகுமாறு QOR என்னும் ஆரைச்சிறையை வரைக.
   (v) எஞ்சியுள்ள ஆரைச்சிறையைப் பெயரிட்டு அதன் மையக் கோணத்தின் பருமனை அளந்து எழுதுக.

[redacted]

பொழிப்பு

- வட்டமொன்றிற்கு எண்ணற்ற சமச்சீர் அச்சுகள் இருப்பதோடு ஒவ்வொரு சமச்சீர் அச்சும் வட்டத்தின் விட்டமாகும்.
- வட்டமொன்றின் மீதுள்ள யாதேனும் இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு அவ்வட்டத்தின் நாண் எனப்படும். நீளம் கூடிய நாண் விட்டம் ஆகும்.
- வட்டமொன்றின் மீதுள்ள யாதேனும் இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட வட்டத்தின் பகுதி வில் எனப்படும்.
- வட்டமொன்றின் நாணினாலும் வில்லினாலும் அடைக்கப்பட்ட பகுதி வட்டத்தின் துண்டம் எனப்படும்.
- வட்டமொன்றின் இரண்டு ஆரைகளினாலும் வில்லொன்றினாலும் அடைக்கப்பட்ட பகுதி வட்டத்தின் ஆரைச்சிறை எனப்படும்.

24

இடமொன்றின் அமைவு

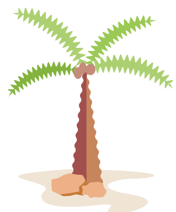
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- நிலைத்த புள்ளியொன்றிலிருந்து குறிப்பிட்ட இடமொன்று அமைந்துள்ள திசையை, பிரதான நான்கு திசைகள் மூலம் எடுத்துரைப்பதற்கும்
- நிலைத்த புள்ளியொன்றிலிருந்து குறிப்பிட்ட இடமொன்றின் அமைவு, திசை, தூரம் என்பவற்றால் காட்டும் பருமட்டான வரிப்படத்தை வரைவதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

24.1 அறிமுகம்

யாதேனுமொரு குறிப்பிட்ட புள்ளியிலிருந்து, திசையறி கருவியின் மூலம் வடக்கு, தெற்கு, கிழக்கு, மேற்கு ஆகிய பிரதான திசை களையும் வடகிழக்கு, தென்கிழக்கு, தென்மேற்கு, வடமேற்கு ஆகிய உபதிசைகளையும் அறிந்துகொள்ளும் முறையை நாம் கற்றுள்ளோம்.



எமது வீட்டிலிருந்து வடக்குத் திசையில் கிணறும் தென்னை மரமொன்றும் அமைந்திருப்பின், கிணறும் தென்னை மரமும் அமைந்துள்ள இடத்தைத் திட்டமாக அறிந்துகொள்வதற்கு முடியுமான ஒரு முறையாவது, வீட்டிலிருந்து கிணற்றிற்கும் தென்னை மரத்திற்கும் உள்ள நேர்க்கோட்டுத் தூரங்களைத் தனித் தனியாகக் காண்பதாகும்.

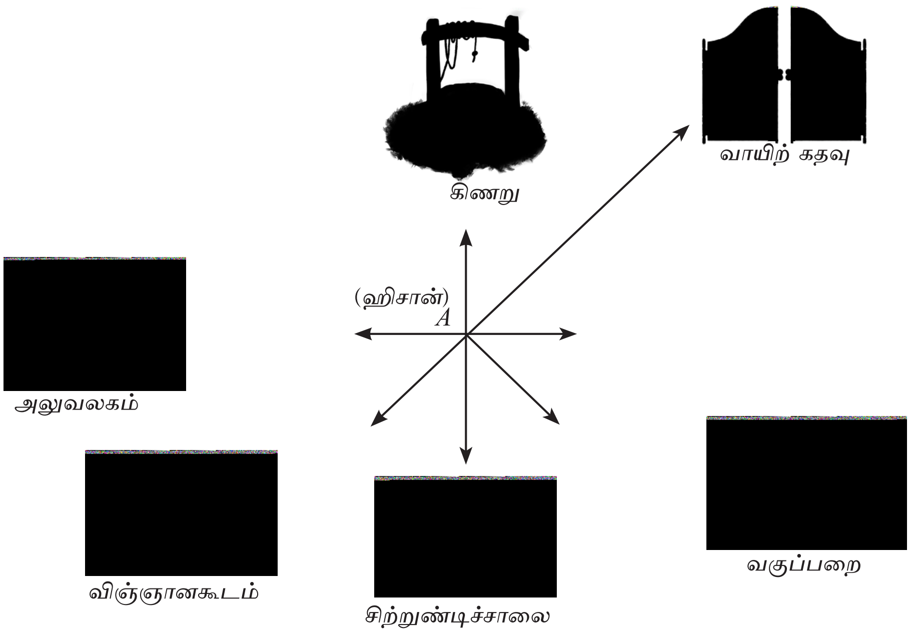
உதாரணமாக கிணறு, தென்னை மரம் என்பன வீட்டிலிருந்து முறையே 105 m, 173 m தூரத்தில் உள்ளன எனின், வீட்டிலிருந்து கிணறானது வடக்குத் திசையில் 105 m தூரத்திலும் தென்னை மரமானது வீட்டிலிருந்து வடக்குத் திசையில் 173 m தூரத்திலும் அமைந்துள்ளன. இவ்வாறு அவற்றின் அமைவிடங்களைத் திட்ட மாகக் கூறமுடியும்.

குறிப்பிட்ட இடத்திலிருந்து மற்றுமொரு இடம் அமைந்துள்ள திசையையும் நேர்கோட்டுத் தூரத்தையும் கொண்டு அவ்விடத்தின் அமைவைத் திட்டமாக அறிந்துகொள்ளலாம்.

முன்னைய வகுப்புகளில் கற்ற திசைகள் தொடர்பான விடயங்களைப் பின்வரும் பயிற்சிகளின் மூலம் நினைவுகூர்வோம்.

மீட்டற் பயிற்சி

1. (a)



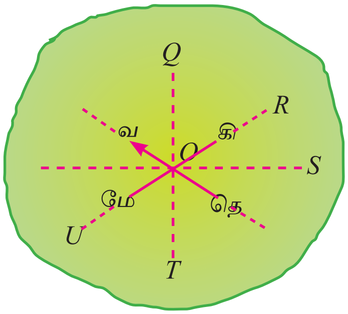
ஹிசான் என்ற மாணவன் பாடசாலைத் தோட்டத்தில் A என்ற இடத்திலிருந்து தன்னைச் சுற்றித் தூரத்தில் அமைந்துள்ள பல்வேறு இடங்களை அவதானிக்கிறார். அவ்வாறு அவதானித்துப் பெற்ற விபரங்களைக் கொண்ட பருமட்டான வரிப்படம் மேலே காட்டப்பட்டுள்ளது. அதனைக் கொண்டு பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

அவதானித்த இடங்கள்	அமைந்துள்ள திசை
(i)	
(ii)	
(iii)	
(iv)	
(v)	
(vi)	

(b) அவ்வரிப்படத்தைக் கொண்டு பின்வரும் கூற்றுகளில் உள்ள கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) கிணற்றிற்கு .... திசையில் ஹிசான் காணப்படுகின்றார்.
(ii) அலுவலகத்திற்கு .... திசையில் ஹிசான் காணப்படுகின்றார்.
(iii) வகுப்பறைக்கு .... திசையில் ஹிசான் காணப்படுகின்றார்.
(iv) சிற்றுண்டிச்சாலைக்கு .... திசையில் ஹிசான் காணப்படுகின்றார்.
(v) வாயில் கதவிற்கு .... திசையில் விஞ்ஞானகூடம் அமைந்துள்ளது.
(vi) ஹிசானிற்கு .... திசையில் சிற்றுண்டிச்சாலை அமைந்துள்ளது.

2. வெளியில் அமைந்துள்ள மட்டமான தரையொன்று வரிப்படத்தில் காட்டப் பட்டுள்ளது. O என்ற புள்ளியிலிருந்து கீழே அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இடமும் தோற்றும் திசையைப் பிரதான திசையை அல்லது உப திசை யைப் பயன்படுத்தி எழுதுக.

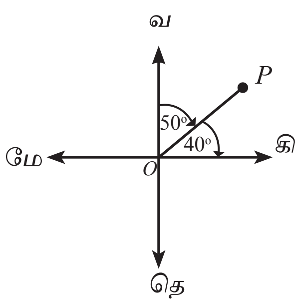


இடம்	O இலிருந்து அமையும் திசை
Q	
R	
S	
T	
U	

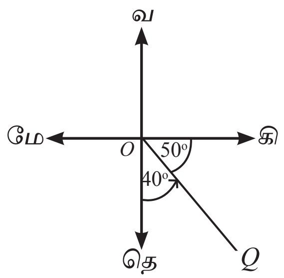
24.2 ஒரு இடத்திலிருந்து மற்றுமொரு இடத்தின் அமைவைப் பிரதான திசைகளின் சார்பாகக் காணல்

குறிப்பிட்ட இடமொன்றிலிருந்து பிரதான திசைகளின் அல்லது உபதிசைகளின் வழியாக அமைந்திராத இடமொன்றின் அமைவை எடுத்துரைக்கும் முறையைப் பார்ப்போம்.

அடுத்துள்ள இரண்டு பிரதான திசைகளுக்கு இடையிலுள்ள கோணம் செங்கோணம் என்பதை நாம் அறிவோம். பிரதான திசையொன்றுடன் 90° இலும் சிறிய கோணத்தை ஆக்கும் திசையைக் காட்டும் முறையைப் பார்ப்போம்.



O இலிருந்து P என்ற இடமானது வடக்கிற்கு 50° கிழக்குத் திசையில் அமைந்துள்ளது. அது வ 50° கி என்று அல்லது N 50° E என்று குறிக்கப்படும்.



O இலிருந்து Q என்ற இடமானது தெற்கிற்கு 40° கிழக்கே அமைந்துள்ளது. அது தெ 40° கி அல்லது S 40° E என்று குறிக்கப்படும்.

குறிப்பு

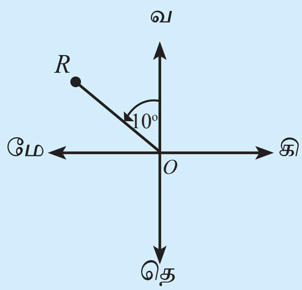
மேற்குறித்த சந்தர்ப்பங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் அமைவு வடக்கிலிருந்து அல்லது தெற்கிலிருந்து அதன் இரு பக்கங்களுக்குமான அதாவது மேற்கிற்கான அல்லது கிழக்கிற்கான சுழற்சிக் கோணத்தைக் கொண்டு விவரிக்கப்பட்டுள்ளது. இதற்கேற்ப வடக்கு, தெற்கு என்னும் இரு பிரதான திசைகளைக் கொண்டு கோணங்களைப் பயன்படுத்தி ஒரு இடத்தின் அமைவை விவரிக்கலாம்.

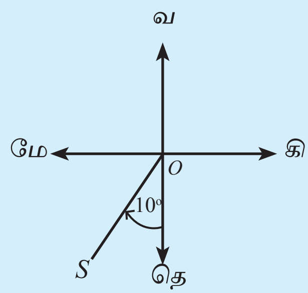
உதாரணம் 1

கீழே காட்டப்பட்டுள்ள வரிப்படங்களிற்கு அமைய O இல் உள்ள ஒருவருக்கு

(i) R தோற்றும்

(ii) S தோற்றும் திசைகளை எழுதுக.



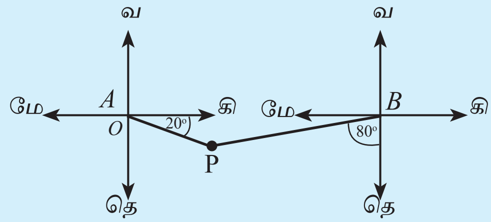


O இலிருந்து R ஆனது வடக்கிற்கு 10° மேற்கே அமைந்துள்ளது. அதாவது O இலிருந்து R ஆனது வ 10° மே அல்லது N 10° W திசையில் அமைந்துள்ளது என எழுதலாம்.

O இலிருந்து S ஆனது தெற்கிற்கு 10° மேற்கே அமைந்துள்ளது. அதாவது O இலிருந்து S ஆனது தெ 10° மே அல்லது S 10° W திசையில் அமைந்துள்ளது என எழுதலாம்.

உதாரணம் 2

மைதானமொன்றில் A என்னும் புள்ளியிலிருந்தும் B என்னும் புள்ளியிலிருந்தும் P இல் நிறுத்தப்பட்டுள்ள மோட்டார் வண்டி அமைந்துள்ள விதம் வரிப்படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



(i) A இலிருந்து மோட்டார் வண்டி அமைந்துள்ள திசையையும்

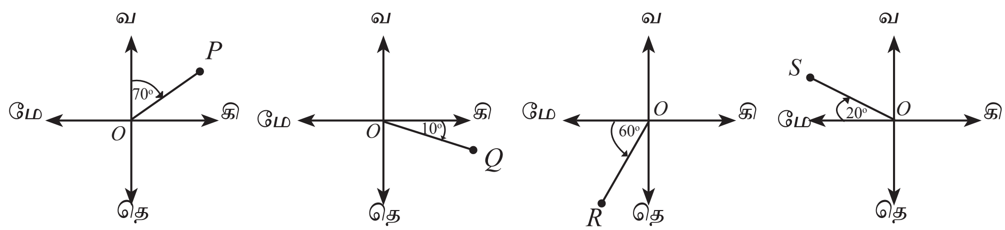
(ii) B இலிருந்து மோட்டார் வண்டி அமைந்துள்ள திசையையும் வடக்கு, தெற்கு ஆகிய திசைகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு எழுதுக.

(i) A இலிருந்து மோட்டார் வண்டி அமைந்துள்ள திசை தெற்கிற்கு 70° கிழக்கு ஆகும். அதாவது S 70° E ஆகும்.

(ii) B இலிருந்து மோட்டார் வண்டி அமைந்துள்ள திசை தெற்கிற்கு 80° மேற்குத் திசை ஆகும். ஆதாவது S 80° W ஆகும்.

பயிற்சி 24.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு வரிப்படத்திலும் O இலிருந்து P, Q, R, S என்ற புள்ளிகள் அமைந்துள்ள திசையைப் பிரதான திசைகள் தொடர்பாக எழுதுக.



2. பின்வரும் திசைகளைக் காட்டுவதற்குப் பருமட்டான வரிப்படங்களைத் தனித் தனியாக வரைக.

(i) வ 30° மே

(ii) S 30° W

(iii) வடகிழக்கு (NE)

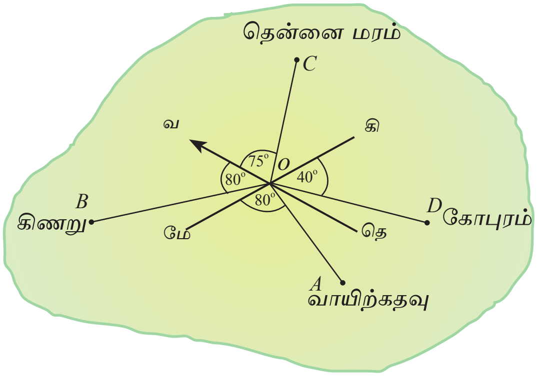
(iv) தெ 55° மே

(v) N 30° E

(vi) வடமேற்கு (NW)

3. Q என்னும் முகாம், P என்ற முகாமிற்கு கிழக்குத் திசையில் அமைந்துள்ளது. முகாம் P இல் கடமையாற்றும் காவல் வீரர் தெற்கிற்கு 75^0 கிழக்கே அமைந்துள்ள திசையில் தீச்சுவாலை எழுவதைக் காண்கின்றார். அதே கணத்தில் முகாம் Q இல் கடமையாற்றும் காவல் வீரர் அதே தீச்சுவாலை தெற்கிற்கு 20° மேற்குத் திசையில் காண்கிறார். இத்தகவல்களைப் பருமட்டான வரிப்படமொன்றில் காட்டுக.

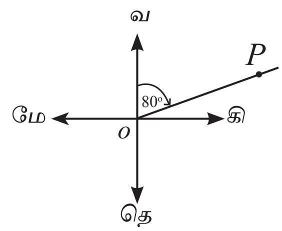
4. திறந்த வெளியில் O என்னும் புள்ளியில் உள்ள ஒரு பிள்ளையினால் அவதானிக் கப்பட்ட ஐந்து இடங்கள் பற்றிய தகவல்கள் வரிப்படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளன. இத்தகவல்களைக் கொண்டு அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.



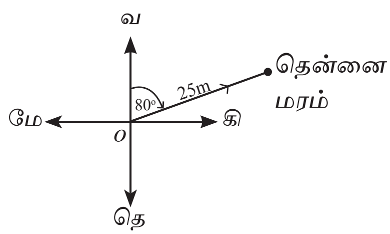
அவதானிக்கப்பட்ட இடம்	திசை
A - வாயிற்கதவு B - கிணறு C - தென்னை மரம் D - கோபுரம்	

24.3 ஓர் இடத்திலிருந்து மற்றுமொரு இடத்தின் அமைவைப் பருமட்டான வரிப்படத்தின் மூலம் காட்டுதல்

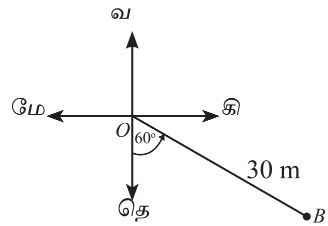
O இலிருந்து வ 80° கி என்ற திசையில் அமைந்துள்ள P என்ற இடத்திற்கு O இலிருந்துள்ள நேர்க்கோட்டுத் தூரம் தெரியும் எனின் P இன் அமைவைத் திட்டமாக இனங்காண முடியும்.



O இலிருந்து வடக்கிற்கு 80°கிழக்கு (வ 80° கி) என்ற திசையில் 25 m தூரத்தில் தென்னை மரம் அமைந்துள்ளதைப் பருமட்டான வரிப்படத்தில் காணலாம். இவ்வாறு யாதேனுமொரு இடத் திலிருந்து அதனைச் சூழவுள்ள இடங்களின் அமைவைப் பருமட்டான வரிப்படமொன்றில் காட்டலாம்.



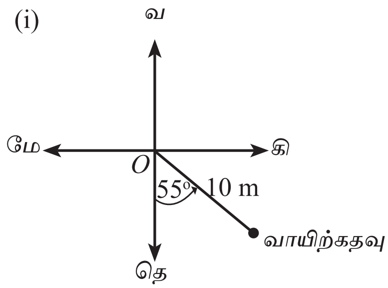
இப்போது O இலிருந்து தெ 60° கி என்ற திசையில் 30 m தூரத்தில் அமைந்துள்ள இடத்தைப் பருமட்டான வரிப்படத்தில் காட்டுவோம்.



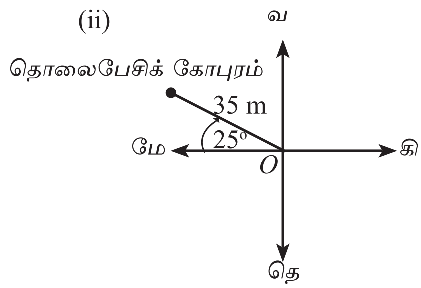
பயிற்சி 24.2

1. கீழே பருமட்டான வரிப்படங்களின் மூலம் காட்டப்படும் தகவல்களைக் கொண்டு அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

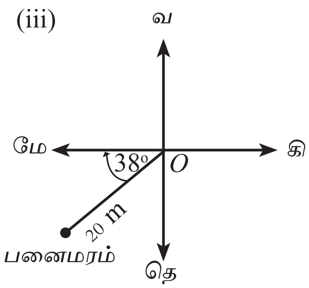
(i)



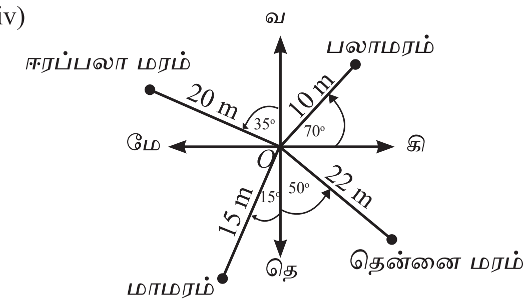
(ii)



(iii)



(iv)



உருவின் இலக்கம்	O இலிருந்து அவதானிக்கப்பட்ட இடம்	O இலிருந்து காணப்படும் திசை	O இலிருந்து உள்ள தூரம்
(i)	வாயிற்கதவு	தெ 55° கி	10 m
(ii)	....	....	....
(iii)	....	....	....
(iv)	பலா மரம்	....	....
	தென்னை மரம்	....	....
	மா மரம்	....	....
	ஈரப்பலா மரம்	....	....

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தகவலுக்கும் ஏற்ப பருமட்டான வரிப்படங்கள் வரைக.

(i) A என்ற புள்ளியிலிருந்து தெ 10° மே திசையில், 50 m தூரத்தில் B என்னும் புள்ளி அமைந்துள்ளது.

(ii) P என்ற புள்ளியிலிருந்து வ 70° மே திசையில், 25 m தூரத்தில் Q என்னும் புள்ளி அமைந்துள்ளது.

(iii) மைதானத்தின் மத்தியில் K என்னும் புள்ளியில் உள்ள ஒரு பிள்ளை தெ 20°மே திசையில் 50 m தூரத்தில் வாயிற்கதவு அமைந்துள்ளதைக் காண்கிறார்.

(iv) வெளியில் மட்டமான தரையின் மீது P என்னும் புள்ளியிலுள்ள கவிதா, தெ 50° கி திசையில் 20m தூரத்தில் ராதாவையும் தெ 25° மே திசையில் 15 m தூரத்தில் பாத்திமாவையும் காண்கிறார்.

3. O என்ற புள்ளியிலுள்ள நிமல் வ 45° கி திசையில் 20 m சென்று, அவ்விடத்திலிருந்து தெ 45° கி திசையில் 20 m சென்று P என்னும் புள்ளியை அடைகிறார்.

(i) இத்தகவல்களைப் பருமட்டான வரிப்படத்தில் காட்டுக.

(ii) இப்போது நிமல், தான் ஆரம்பித்த O என்னும் புள்ளியிலிருந்து எத்திசையில் காணப்படுகிறார்?

பலவினப் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கு ஏற்ப பருமட்டான வரிப்படங்களை வரைக.

(i) P இல் உள்ளவர்கள் வ 35° கி என்ற திசையில் 100 m சென்று Q ஐ அடைகின்றனர். அங்கிருந்து தெ 20° கி என்ற திசையில் 75 m சென்று R என்ற தமது அலுவலகத்தை அடைகின்றனர்.

(ii) கவிதாவின் பாடசாலை அவரது வீட்டிலிருந்து தெ 30° கி திசையில் அமைந்துள்ளது. அவர் வீட்டிலிருந்து கிழக்குத் திசையில் 125 m தூரம் நடந்த பின்னர் தெற்கு நோக்கி நடந்தே பாடசாலையை அடைகின்றார்.

(iii) மைதானமொன்றில் அமைந்துள்ள B என்ற புள்ளியில் நிற்கும் குமார் தனது பாடசாலையை வ 35° மே திசையில் காண்கின்றார். குமாரிலிருந்து சரியாக மேற்குத் திசையில் நிற்கும் அகிலனுக்குப் பாடசாலை வ 40° கி என்ற திசையில் தோற்றுகிறது.

பொழிப்பு

- குறிப்பிட்ட புள்ளியிலிருந்து யாதேனுமொரு இடத்தின் அமைவை திசை, தூரம் என்பன மூலம் சரியாகக் காட்டலாம்.
- குறிப்பிட்ட புள்ளியிலிருந்து யாதேனுமொரு இடத்தின் அமைவை நான்கு பிரதான திசைகளையும் அடிப்படையாகக் கொண்டு எடுத்துரைக்கலாம்.
- குறிப்பிட்ட புள்ளியிலிருந்து யாதேனுமொரு இடத்தின் அமைவினது திசையும் தூரமும் தரப்படுமிடத்து அதனை பருமட்டான வரிப்படத்தின் மூலம் காட்டலாம்.

25 எண்கோடும் தெக்காட்டின் தளமும்

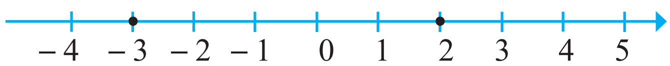
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- எண்கோட்டின்மீது பின்னங்களையும் ஒரு தசமதானத்தைக் கொண்ட தசம எண்களையும் வகைகுறிப்பதற்கும்
- எண்கோட்டைப் பயன்படுத்திப் பின்னங்களையும் தசமங்களையும் ஒப்பிடுவதற்கும்
- அட்சரத்தைக் கொண்ட சமனிலிகளை எண்கோட்டின்மீது வகைகுறிப்பதற்கும்
- எண்கோட்டின்மீது வகைகுறிக்கப்பட்டுள்ள சமனிலியை அட்சரகணிதச் சமனிலியாக எடுத்துரைப்பதற்கும்
- ஆள்கூற்றுத் தளத்தின் மீதுள்ள புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை வரிசைப்பட்ட சோடியாக எழுதுவதற்கும்
- ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் அதன் அச்சுகளுக்குச் சமாந்தரமான நேர்கோடுகளின் வரைபுகளை வரைவதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்

25.1 அறிமுகம்

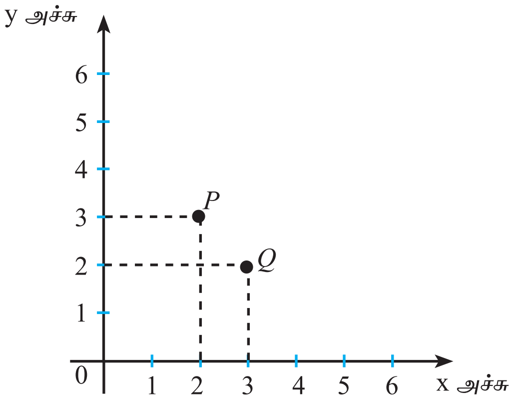
எண்கோட்டின்மீது நிறைவெண்களை வகைகுறிக்கும் முறையை தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள். 2, − 3 என்பவற்றில் பெரிய எண் எது எனப் பார்ப்போம்.



மேலே எண்கோட்டின் மீது − 3, 2 என்ற நிறைவெண்கள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. எண்கோட்டின் மீது இரு எண்கள் குறிக்கப்படும்போது, அவற்றுள் வலது கைப் பக்கமுள்ள எண் இடது கைப் பக்கமுள்ள எண்ணிலும் பெரிதாகும். இப்பண்பு முழு எண் கோட்டிற்கும் பொருந்தும். எனவே எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தி எண்களை ஒப்பிடுவதற்கு இப்பண்பினைப் பயன்படுத்த முடியும்.

-3 இன் வலது பக்கத்தில் 2 அமைந்துள்ளதால் 2, -3 இலும் பெரிதாகும். இது $2 > -3$ எனக் குறிக்கப்படும். இவ்வாறே -3, 2 இலும் சிறிதாகும். இது $-3 < 2$ எனக் குறிக்கப்படும்.

தளமொன்றின் மீதுள்ள புள்ளியொன்றை வகைகுறிப்பதற்கு, ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக வரையப்பட்ட இரண்டு எண்கோடுகளைக் கொண்ட ஆள்கூற்றுத் தளத்தைப் பயன்படுத்தும் முறையையும் முன்னர் கற்றுள்ளீர்கள்.



ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான எண் கோடுகள் x அச்சு, y அச்சு என அழைக்கப் படும். ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டும் இரண்டு எண்கோடுகள் அமைந்துள்ள தளம் தெக்காட்டின் தளம் அல்லது ஆள்கூற்றுத் தளம் எனப்படுவதோடு அவ்வெண்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளி உற்பத்தி என அழைக்கப் படுகின்றது. ஆள்கூற்றுத் தளத்தின்மீது குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி P இலிருந்து x அச்சுக்கு வரையப்பட்ட செங்குத்து x அச்சை 2 என்ற புள்ளியில் சந்திக்கின்றது. அத்தோடு P இலிருந்து y அச்சுக்கு வரையப்பட்ட செங்குத்து y அச்சை 3 என்ற புள்ளியில் சந்திக்கின்றது.

இதன்படி P என்ற புள்ளியின் x ஆள்கூறு 2 எனவும் y ஆள்கூறு 3 எனவும் எடுக்கப்படுகின்றது. P இன் x ஆள்கூறினை முதலாவதாகவும் y ஆள்கூறினை இரண்டாவதாகவும் அடைப்பினுள் எழுதுவதன் மூலம் P இன் ஆள்கூறுகள் (2, 3) என எழுதப்படும். இது சுருக்கமாக $P(2, 3)$ எனக் குறிக்கப்படும். ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் (3, 2) என்னும் ஆள்கூறுகள் Q ஐ குறிக்கின்றது.

நீங்கள் கற்றுள்ள இவ்விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்காகப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற்பயிற்சி

1. (i) -3 இற்கும் 5 இற்கும் இடையிலுள்ள எல்லா நிறைவெண்களையும் எழுதுக.
(ii) இவ்வெண்களை எண்கோடொன்றின் மீது குறிக்க.
(iii) மேலே (i) இல் எழுதிய நிறைவெண்களில் பெரிய நிறைவெண், சிறிய நிறைவெண் ஆகிய இரண்டையும் எழுதுக.

2. $7, -8, 0, -3, 5, -4$ ஆகிய நிறைவெண்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கூற்றிலும் காணப்படும் இடைவெளிக்கு $>$ அல்லது $<$ என்ற குறியீடுகளில் பொருத்தமானதை இடுக.

(i) $5 \ldots\ldots -2$	(ii) $3 \ldots\ldots 0$	(iii) $-5 \ldots\ldots 0$
(iv) $-10 \ldots\ldots -1$	(v) $5 \ldots\ldots -7$	(vi) $0 \ldots\ldots -3$

4. பொருத்தமான ஆள்கூற்றுத் தளமொன்றை வரைந்து அதன்மீது கீழே தரப்பட்டுள்ள புள்ளிகளைக் குறிக்க.

(i) A (3,1)	(ii) C (3,0)	(iii) E (4,1)
(iv) B (0,5)	(v) D (2,3)	(vi) F (3,4)

25.2 எண்கோட்டின்மீது பின்னங்களையும் தசமங்களையும் வகைகுறித்தல்

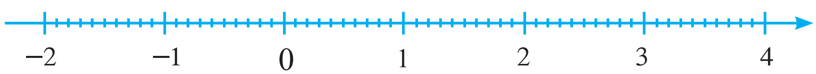
நிறைவெண்கள் அல்லாத பின்னங்களையும் தசமங்களையும் எண்கோட்டின்மீது வகைகுறிக்க முடியும். பின்னங்கள், தசமங்கள் என்பன எண்கோட்டில் அடுத்துவரும் இரு நிறைவெண்களுக்கு இடையில் அமையும்.

உதாரணமாக 1.5 ஆனது எண்கோட்டின்மீது 1 இற்கும் 2 இற்கும் இடையில் அமைவதோடு, $-\frac{2}{3}$ ஆனது -1 இற்கும் 0 இற்கும் இடையில் அமையும்.

இவ்வாறு அடுத்துள்ள (அருகில் உள்ள) இரு நிறைவெண்களுக்கு இடையில் அமையும் பின்னங்களையும் தசமங்களையும் எண்கோட்டின்மீது வகைகுறிக்கும் முறையை விளங்கிக் கொள்வதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுக.

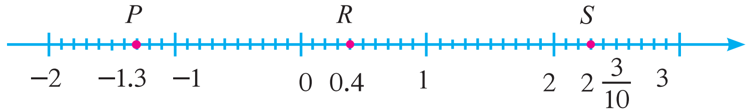
செயற்பாடு 1

சதுரக் கோட்டுத் தாளில் 5 பிரிவுகளை ஓர் அலகாகக் கொண்டு, கீழே காட்டப் பட்டுள்ள முறையில் -2 தொடக்கம் $+4$ வரை குறிக்கப்பட்ட எண்கோடொன்றை வரைக. இப்போது ஒரு பிரிவை சமமான இரண்டு பிரிவுகளாகப் பிரிப்பதன் மூலம், ஒரு அலகானது 10 சம பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப்படுகின்றது.



- அடுத்துள்ள நிறைவெண்களான 2, 3 என்பவற்றுக்கு நடுவில் அமைந்துள்ள புள்ளியை எண்கோட்டின்மீது குறித்து அதனை P எனப் பெயரிடுக.
- P குறிக்கும் எண் யாது ?
- $-\frac{1}{2}$, 1.5, -1.5 என்ற எண்களை எண்கோட்டின்மீது குறித்து அவற்றை முறையே P, Q, R எனப் பெயரிடுக.
- இரு நிறைவெண்களுக்கு நடுவில் அமையும் புள்ளி தவிர்ந்த பெறுமானத்தை இனங்காணக்கூடிய மற்றுமொரு புள்ளியை எண்கோட்டின்மீது குறித்து அதன் பெறுமானத்தை எழுதுக.

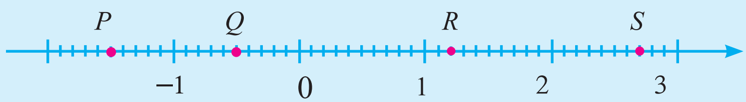
நிறைவெண்கள் அல்லாத சில எண்கள் எண்கோட்டின்மீது குறிக்கப்பட்டுள்ள விதத்தைக் கீழே காணலாம்.



பின்னத்தை அல்லது தசம எண்ணை எண்கோட்டின் மீது குறிப்பதற்கு, எண்கோட்டின் மீதுள்ள ஓர் அலகைப் பொருத்தமானவாறு சம பிரிவுகளாகப் பிரித்துக்கொள்ள வேண்டும் என்பதைக் கருத்திற் கொள்க. ஒரு தசம தானத்தைக் கொண்ட தசமங்களை எண்கோட்டின் மீது வகைகுறிப்பதற்கு ஓர் அலகை 10 சம பிரிவுகளாகப் பிரிக்க வேண்டும். பின்னமொன்றை எண்கோட்டின் மீது வகைகுறிப்பதற்கு ஓர் அலகை, பின்னத்தின் பகுதி எண்ணிற்குச் சமமான சம பிரிவுகளாகப் பிரிக்க வேண்டும். உதாரணமாக 3.2 ஐ வகைகுறிப்பதற்கு ஓர் அலகை 10 சம பிரிவுகளாகவும் $2\frac{1}{4}$ ஐ வகைகுறிப்பதற்கு ஓர் அலகை 4 சம பிரிவுகளாகவும் பிரிக்க வேண்டும்.

நிறைவெண்களை ஒப்பிட்டது போலவே பின்னங்களையும் தசமங்களையும் அவை எண்கோட்டின் மீது அமைந்துள்ள இடத்திற்கு ஏற்ப ஒப்பிடலாம்.

உதாரணம் 1



(i) உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள எண்கோட்டின் மீதுள்ள P, Q, R, S என்னும் புள்ளிகளால் குறிக்கப்படும் எண்களை எழுதுக.

(ii) அவ்வெண்களை ஏறு வரிசையில் எழுதுக.

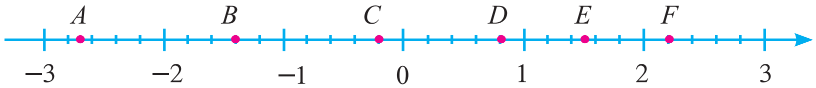
(i) $P = -1.5$, $Q = -\frac{1}{2}$, $R = 1.2$, $S = 2.7$

(ii) $-\frac{1}{2} = -0.5$ ஆகும். $-1.5 < -0.5 < 1.2 < 2.7$

$\therefore$ மேற்கூறிய எண்களை ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குப்படுத்தியபோது $-1.5, -\frac{1}{2}, 1.2, 2.7$ ஆகும்.

பயிற்சி 25.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்கோட்டின்மீது A, B, C, D, E, F என்பதால் குறிக்கப் பட்டுள்ள எண்களை எழுதுக.



2. (i) 1.8, 3.5, 2.6, 4.1 என்ற எண்களை எண்கோடொன்றின் மீது குறிக்க.
(ii) 3.2, 14.7, 15.5, 16.3 என்ற எண்களை எண்கோடொன்றின் மீது குறிக்க.

3. எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தி கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தொகுதியிலும் உள்ள எண்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

(i) -2, $1\frac{1}{2}$, -1.5, -3 (ii) 2.5, -0.5, -5.2, $3\frac{1}{4}$

(iii) $1\frac{1}{4}$, 0, $-2\frac{2}{5}$, -4.1 (iv) 2.7, -10.5, $5\frac{1}{4}$, -1.3

(v) -5, $-1\frac{3}{4}$, $-3\frac{1}{3}$, -0.2 (vi) 3.8, $-5\frac{1}{2}$, 0.5, -7.5

(vii) 1.2, -0.3, $1\frac{2}{5}$, 2 (viii) $-1\frac{3}{4}$, -2, $1\frac{5}{8}$, 0

4. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள வெப்பமானியின் வாசிப்பை எழுதுக.

[redacted]

25.3 அட்சரமொன்றைக் கொண்ட சமனிலியை எண்கோட்டின் மீது குறித்தல்

[redacted]

குறிப்பிட்ட போட்டி ஒன்றில் பங்குபற்றுவதற்கு மாணவனொருவனின் உயரம் 120 cm இலும் பார்க்கக் கூடுதலாக இருக்க வேண்டும் என்பது போட்டியில் விதி ஆகும். மாணவனது உயரத்தை h இனால் குறித்தால், $h > 120$ என எழுதலாம். இப்போட்டியில் 125 cm, 127 cm என 120 cm இலும் கூடிய உயரம் உள்ள எந்த மாணவனும் பங்கு பற்றலாம்.

$x > 2$ என்பது ஒரு சமனிலியாகும். இதன் கருத்து x எடுக்கக்கூடிய பெறுமானங்கள் யாவும் 2 இலும் பெரிது என்பதாகும். $x \geq 2$ என்பதன் கருத்து x எடுக்கக்கூடிய பெறுமானங்கள் 2 இற்குச் சமமாகவோ அதிலும் பெரிதாகவோ இருக்கும் என்பதாகும்.

$>$, $<$, $\geq$, $\leq$ என்பன சமனிலிக் குறியீடுகளாகும்.

பெரிது என்பதைக் குறிப்பதற்கு $>$ என்ற குறியீடும்.

சிறிது என்பதைக் குறிப்பதற்கு $<$ என்ற குறியீடும்.

பெரிது அல்லது சமன் என்பதை குறிப்பதற்கு $\geq$ என்ற குறியீடும்.

சிறிது அல்லது சமன் என்பதை குறிப்பதற்கு $\leq$ என்ற குறியீடும் பயன்படுத்தப்படும்

$8 > x$ என்பதைத் தேவைக்கு ஏற்றவாறு $x < 8$ எனவும் எழுதலாம்.

இவ்வாறே $2 \geq y$ என்பதை $y \leq 2$ எனவும் எழுதலாம். $h > 120$ என்பதால் h எடுக்கக்கூடிய பெறுமானங்கள் 120 இலும் பெரிதாக இருக்க வேண்டுமெனக் குறிப்பிடப்படுகின்றது.

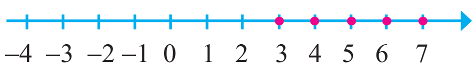
அட்சரமொன்றைக் கொண்ட சமனிலியொன்றின் அட்சரம் எடுக்கக்கூடிய எல்லாப் பெறுமானங்களும் அல்லது அப்பெறுமானங்களின் தொடை அச்சமனிலியின் தீர்வுத் தொடையாகும்.

$x > 2$ இன் நிறைவெண் தீர்வுத் தொடையில் அடங்கும் எண்கள் 3, 4, 5, 6, ... ஆகும்.

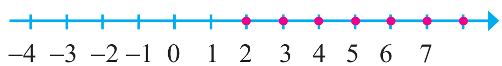
$x \geq 2$ இன் நிறைவெண் தீர்வுத் தொடையில் அடங்கும் எண்கள் 2, 3, 4, 5, 6, ... ஆகும்.

(i) $x > 2$ (ii) $x \geq 2$ என்பவற்றின் நிறைவெண் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறிக்கும் முறை கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

(i) $x > 2$, x ஓர் நிறைவெண்

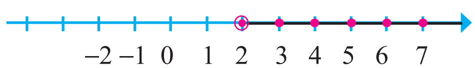


(ii) $x \geq 2$, x ஓர் நிறைவெண்



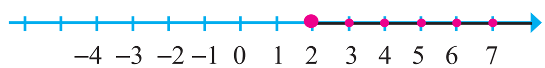
எனினும் $x > 2$ அல்லது $x \geq 2$ என்ற சமனிலிகளின் எல்லாத் தீர்வுகளும் எண்கோட்டின் ஒரு பகுதியினால் வகைக்குறிக்கப்படும்.

(i) $x > 2$



தீர்வில் 2 அடங்கவில்லை என்பது ⊙⟶ எனக் காட்டப்பட்டுள்ளது.

(ii) $x \geq 2$



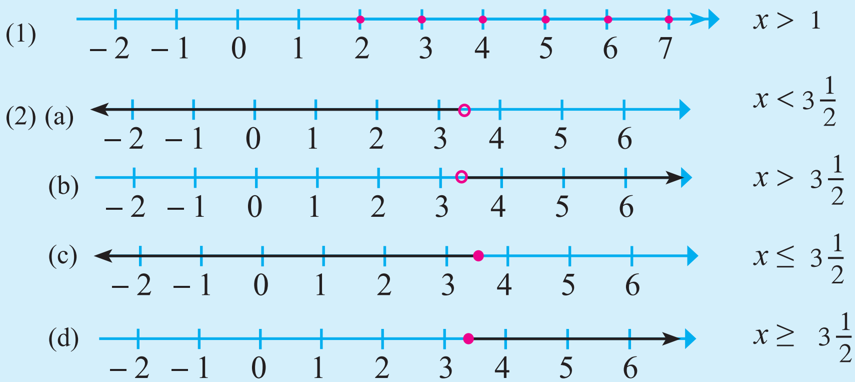
தீர்வில் 2 அடங்குகின்றது என்பது ●⟶ எனக் காட்டப்பட்டுள்ளது.

உதாரணம் 1

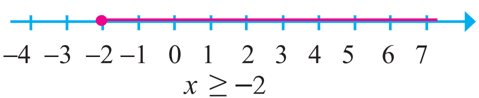
(1) $x > 1$ இன் முழுவெண் தீர்வுத் தொடையை எண்கோட்டின்மீது குறிக்க.

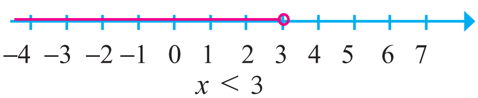
(2) கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு அட்சரகணிதச் சமனிலியினதும் எல்லாத் தீர்வுகளின் தொடையை எண்கோட்டின் மீது குறிக்க.

(a) $x < 3\frac{1}{2}$ (b) $x > 3\frac{1}{2}$ (c) $x \leq 3\frac{1}{2}$ (d) $x \geq 3\frac{1}{2}$

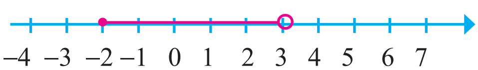


$x \geq -2$, $x < 3$ ஆகிய சமனிலிகள் இரண்டையும் ஒருமித்துத் திருப்தி செய்யும் x இன் பெறுமானங்களைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு இரு சமனிலிகளினதும் தனித்தனி தீர்வுகளை இரு எண்கோடுகளில் முதலில் காட்டுங்கள்.





சமனிலிகள் இரண்டையும் ஒருமித்து திருப்தி செய்யும் x இன் பெறுமானங்களைப் பின்வருமாறு எண்கோடொன்றின்மீது காட்டலாம்.



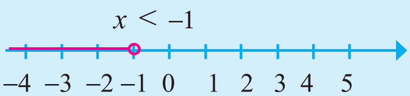
இவ்வாறு இரண்டு சமனிலிகளையும் திருப்தி செய்யும் தீர்வுகள் என்பது $x \geq -2$ உம் $x < 3$ உம் என எழுதப்படும். இது சுருக்கமாக $x \geq -2$, $x < 3$ என எழுதப்படலாம்.

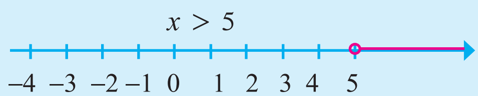
இங்கே எந்த ஒரு எண்ணும் இவ்விரு சமனிலிகளில் குறைந்த பட்சம் ஒன்றையேனும் திருப்தி செய்யும்.

இரு சமனிலிகளை இவ்வாறு இணைக்கையில் அதனை $x \geq -2$ அல்லது $x < 3$ என்னும் விதத்தில் எழுதி இரு சமனிலிகளில் குறைந்த பட்சம் ஒன்றையேனும் திருப்திப்படுத்து கின்ற x இன் பெறுமானங்கள் அமைய வேண்டும் என்பது தெளிவாகின்றது.

உதாரணம் 2

(i) $x < -1$ உம் $x > 5$ உம் என்ற சமனிலிகளைத் திருப்தி செய்யும் தீர்வுத் தொடையைக் காண்க.





இச்சமனிலிகள் இரண்டையும் ஒருங்கே திருப்தி செய்யும் எந்தவொரு பெறுமானமும் இல்லை. எனவே $x < -1$ உம் $x > 5$ உம் ஆகிய இரு சமனிலி களினதும் தீர்வுத் தொடை வெறுந்தொடை ஆகும்.

(ii) $x < -1$ அல்லது $x > 5$

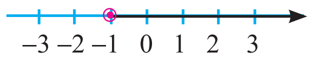
$x < -1$ அல்லது $x > 5$ என்பதன் தீர்வுத்தொடை மேலே எண்கோட்டில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

பயிற்சி 25.2

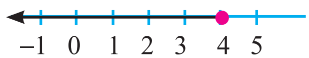
1. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தனித்தனியான எண்கோடுகளில் வகை குறிக்க.

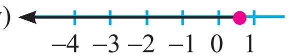
(i) $x > 0$	(iii) $x < 3$	(v) $x \geq -2\frac{1}{2}$
(ii) $-1 \geq m$	(iv) $2.5 \leq m$	(vi) $1.5 < m$

2. கீழே எண்கோடுகளின் மீது வகைகுறிக்கப்பட்டுள்ள சமனிலிகளை அட்சரகணிதக் குறியீடுகளில் எழுதுக.

(i)


(ii)


(iii)


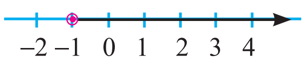
(iv)


3. $x > -1$, $x < 5$ ஆகிய இரு சமனிலிகளையும் திருப்தி செய்யும் நிறைவெண் தீர்வுகளை எழுதுக.

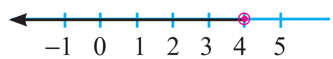
25.4 எண்கோட்டின் மீது சமனிலிகளை வகைகுறித்தல் மேலும்.

$x > -1$, $x < 4$ ஆகிய சமனிலிகள் இரண்டையும் திருப்தி செய்யும் x இன் பெறுமானங்களைக் கருதுவோம். முதலாவது சமனிலிக்கு ஏற்ப x இன் பெறுமானங்கள் -1 இலும் பெரிதாக இருக்க வேண்டியதோடு, இரண்டாவது சமனிலிக்கு ஏற்ப x இன் பெறுமானங்கள் 4 இலும் சிறிதாக இருக்க வேண்டும்.

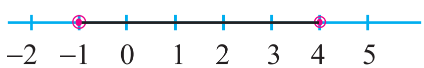
(i) $x > -1$



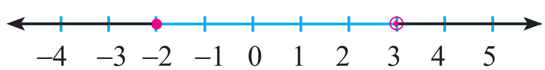
(ii) $x < 4$



இந்த இரு சமனிலிகளையும் திருப்தி செய்யும் x இன் பெறுமானங்களை எண்கோட்டின்மீது பின்வருமாறு வகைகுறிக்க முடியும்.



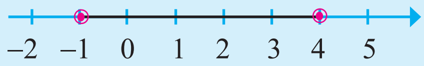
எண்கோட்டின்மீது நிழற்றப்பட்டுள்ள பகுதியில் காணப்படும் பெறுமானங்கள் இரு சமனிலிகளையும் திருப்தி செய்கின்றன. இதனை அட்சரகணித முறையில் $-1 < x < 4$ என்றவாறு எழுதலாம். கீழே உள்ள எண்கோட்டை அவதானிக்க.



இவ்வெண் கோட்டில் காட்டப்பட்டுள்ள தீர்வுத் தொடை $x \leq -2$ அல்லது $x > 3$ என்ற சமனிலியின் தீர்வுத் தொடை ஆகும்.

உதாரணம் 1

எண்கோட்டின்மீது வகைகுறிக்கப்பட்டுள்ள சமனிலியை அட்சரகணித முறையில் எழுதுக.



$$-1 \leq x < 4$$

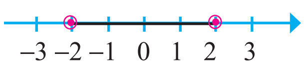
பயிற்சி 25.3

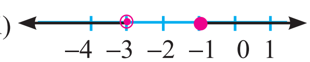
1. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தனித்தனியான எண்கோடுகளில் வகை குறிக்க.

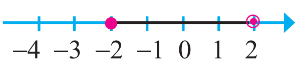
   (i) $-2 < x < 3$ (ii) $-1 \leq x \leq 4$ (iii) $-3 < x \leq 2$

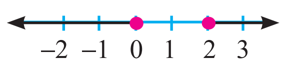
   (iv) $x \leq -1$ அல்லது $x \geq 5$ (v) $0 \leq x < 6$ (vi) $x \leq -2$ அல்லது $x \geq 4$

2. கீழே எண்கோடுகளின் மீது வகைகுறிக்கப்பட்டுள்ள சமனிலிகளை அட்சரகணிதக் குறியீடுகளில் எழுதுக.

   (i)


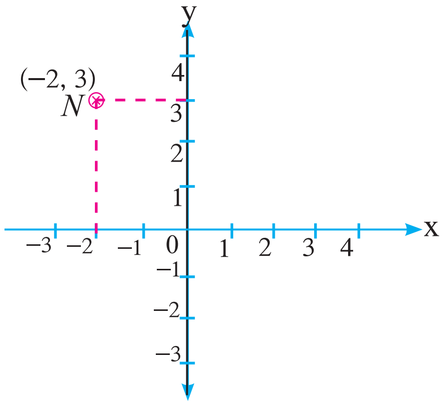
   (ii)


   (iii)


   (iv)


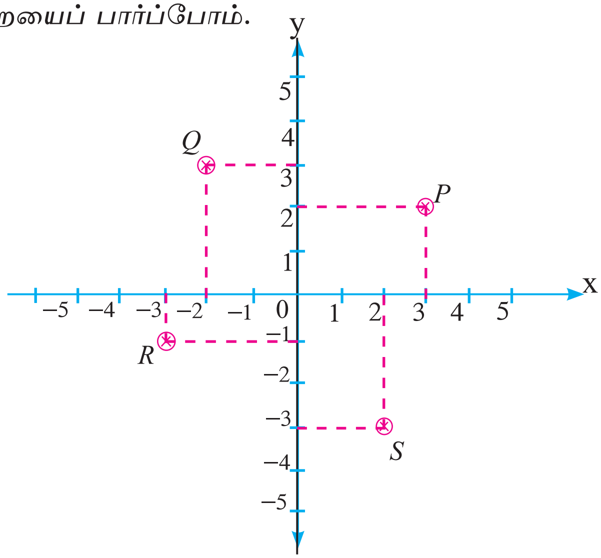
25.5 தெக்காட்டின் தளத்தின் மீது புள்ளிகளைக் குறித்தல்

பூச்சியம், நேர் நிறைவெண்கள் ஆகியவற்றை ஆள்கூறுகளாகக் கொண்ட புள்ளிகளை தெக்காட்டின் தளத்தின்மீது குறிப்பது பற்றி முன்னைய வகுப்புக்களில் கற்றுள்ளோம். மறை ஆள்கூறுகளைக் கொண்ட புள்ளிகளை ஆள்கூற்றுத் தளத்தின்மீது குறிப்பது பற்றி இங்கு பார்ப்போம். $N\,(-2, 3)$ என்ற புள்ளியை ஆள்கூற்றுத் தளத்தின் மீது குறிக்கும் முறையைப் பார்ப்போம்.



x ஆள்கூறான −2 ஐக் குறிக்கும் புள்ளியினூடாக x அச்சுக்குச் செங்குத்தாக வரையப்படும் கோடும் y ஆள்கூறான 3 ஐக் குறிக்கும் புள்ளியினூடாக y அச்சுக்குச் செங்குத்தாக வரையப்படும் கோடும் சந்திக்கும் புள்ளியே N ஆகும்.

மேலும் தெக்காட்டின் தளத்தின்மீது குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளியை ஆள்கூறுகள் மூலம் இனங்காணும் முறையைப் பார்ப்போம்.



புள்ளி R இலிருந்து x அச்சுக்குச் செங்குத்தாக வரையும் கோடு x அச்சை −3 இல் சந்திக்கின்றது. புள்ளி R இலிருந்து y அச்சுக்குச் செங்குத்தாக வரையும் கோடு y அச்சை −1 இல் சந்திக்கின்றது. புள்ளி R இன் x ஆள்கூறு −3 உம் y ஆள்கூறு −1 உம் ஆகும். எனவே புள்ளி R ஆனது (−3, −1) என ஆள்கூறுகளின் வரிசைப்பட்ட சோடியாக எழுதப்படும்.

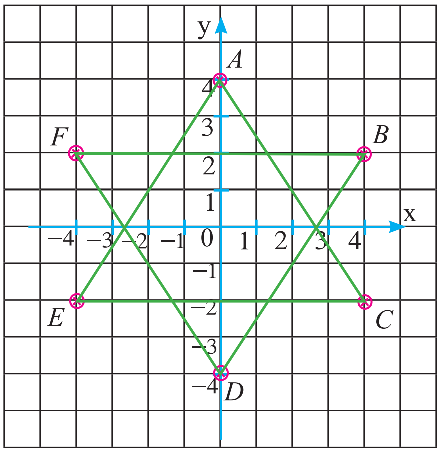
புள்ளி	x - ஆள்கூறு	y - ஆள்கூறு	வரிசைப்பட்ட சோடி
P	3	2	(3, 2)
Q	−2	3	(−2, 3)
R	−3	−1	(−3, −1)
S	2	−3	(2, −3)

பயிற்சி 25.4

1. x அச்சு, y அச்சு என்பன -5 தொடக்கம் 5 வரை அளவீடு செய்யப்பட்டுள்ள ஆள்கூற்றுத் தளமொன்றை வரைந்து, அதன்மீது பின்வரும் புள்ளிகளைக் குறிக்க.

   $A\ (2, -5)$, $B\ (-3, 4)$, $C\ (-3, -3)$, $D\ (-4, -1)$, $E\ (-2, 0)$, $F\ (0, -4)$

2. கீழே ஆள்கூற்றுத் தளத்தின்மீது வரையப்பட்டுள்ள நட்சத்திரத்தின் A, B, C, D, E, F ஆகிய உச்சிகளின் ஆள்கூறுகளை வரிசைப்பட்ட சோடிகளாக எழுதுக.



3. x, y அச்சுக்களில் -4 தொடக்கம் 4 வரை அளவீடு செய்யப்பட்டுள்ள ஆள்கூற்றுத் தளமொன்றை வரைந்து, அதன் மீது கீழே தரப்பட்டுள்ள புள்ளிகளைக் குறித்து, அவற்றை முறையாக இணைத்துப் பெறும் உருவை இனங்காண்க.

   $(0, 4)$, $(1, 1)$, $(4, 0)$, $(1, -1)$, $(0, -4)$, $(-1, -1)$, $(-4, 0)$, $(-1, 1)$, $(0, 4)$

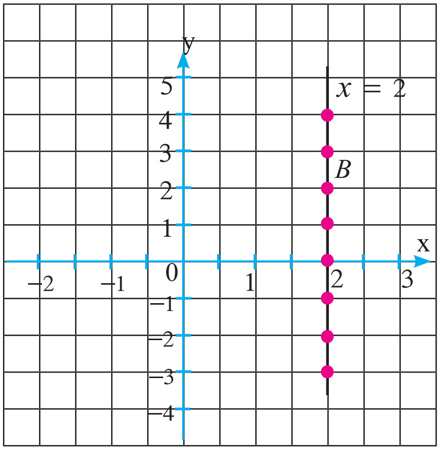
25.6 தெக்காட்டின் தளத்தின் மீது அச்சுக்களுக்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் கோடுகள்.

பின்வரும் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை அவதானிக்க.

$(2, 4)$, $(2, 3)$, $(2, 2)$, $(2, 0)$, $(2, 1)$, $(2, -2)$, $(2, -3)$

இப்புள்ளிகளின் x ஆள்கூறுகள் 2 ஆகும்.

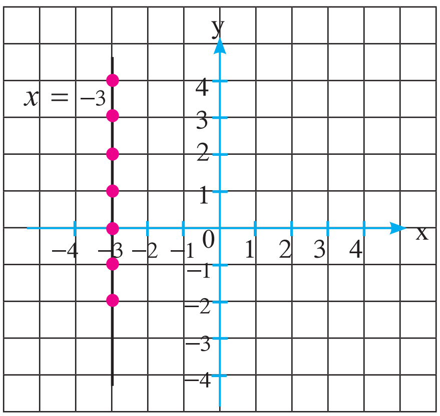
இந்த ஆள்கூறுகளை தெக்காட்டின் தளத்தில் குறிக்கும்போது அவை பின்வரும் விதத்தில் அமையும்.



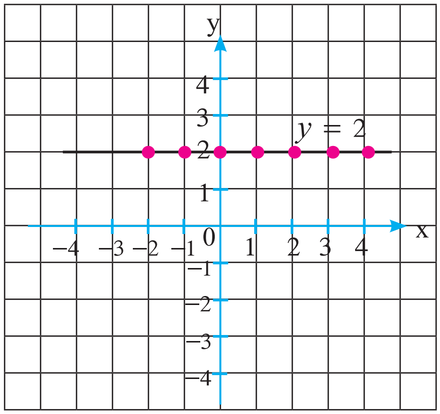
இப்புள்ளிகள் யாவும் y அச்சுக்குச் சமாந்தரமாக x அச்சை 2 இல் வெட்டும் கோட்டின் மீது அமைந்துள்ளன. எல்லா புள்ளிகளினதும் x ஆள்கூறு 2 ஆகும்.

இக்கோட்டின் சமன்பாடு $x = 2$ என எழுதப் படுகின்றது.

இவ்வாறே $x = -3$ என்பதால் வகைகுறிக்கப்படுவது x ஆள்கூறு -3 ஆகவுள்ள புள்ளிகள் அமைந்துள்ள நேர்கோடாகும்.



மேலே தரப்பட்ட விளக்கங்களுக்கு ஏற்ப $y = 2$ என்ற சமன்பாட்டினால் காட்டப்படும் கோடு கீழே தெக்காட்டின் தளத்தின்மீது காட்டப்பட்டுள்ளது. இக்கோடு x அச்சுக்கு சமாந்தரமாக அமைவதோடு y அச்சை 2 இல் வெட்டுகின்றது.



உதாரணம் 1

(i) $x = -3$ என்ற கோட்டின்மீது அமையும் 5 புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

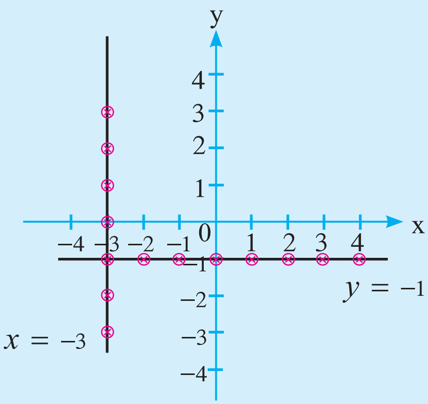
(ii) $y = -1$ என்ற கோட்டின்மீது அமையும் 5 புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

(iii) ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் $x = -3$, $y = -1$ என்ற கோடுகளை வரைக.

(i) $x = -3$ என்ற கோட்டின்மீது அமையும் புள்ளிகள். $(-3,\ -1)$, $(-3,\ 0)$, $(-3,\ 1)$, $(-3,\ 2)$, $(-3,\ 3)$

(ii) $y = -1$ என்ற கோட்டின்மீது அமையும் புள்ளிகள். $(-3,\ -1)$, $(-2,\ -1)$, $(-1,\ -1)$, $(0,\ -1)$, $(\ 2,\ -1)$

(iii)



பயிற்சி 25.5

1. பின்வரும் கூற்றுக்கள் சரியா அல்லது பிழையா எனத் தெரிவு செய்து அடைப்பினுள் "✓" அல்லது "✗" அடையாளத்தை இடுக.

   (i) (0, 5), $x = 5$ என்ற கோட்டின் மீது அமையும் புள்ளியொன்றின் ஆள்கூறுகள் ஆகும். ( )

   (ii) $y = 3$ என்ற கோடு x அச்சுக்கு சமாந்தரமானது ( )

   (iii) $x = 2$, $y = 1$ என்ற நேர் கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் (2, 1) ஆகும். ( )

   (iv) $y = 0$ என்ற கோடு ஆள்கூற்றுத் தளத்தின் x அச்சாகும். ( )

   (v) (3, 1), (−2, 1), (1,−1), (0, 1) என்ற புள்ளிகளில் $y = 1$ என்ற கோட்டின்மீது அமையாத புள்ளி (1,−1) ஆகும். ( )

   (vi) (−2, 3), (5, 3) ஆகிய இரு புள்ளிகளையும் ஆள்கூற்றுத் தளமொன்றின் மீது குறித்து, அப்புள்ளிகளை இணைப்பதால் பெறப்படும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $y = 3$ ஆகும். ( )

2. (i) $x = 3$ என்ற கோட்டையும் $y = -3$ என்ற கோட்டையும் ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தின் மீது வரைக.

   (ii) இக்கோடுகளிரண்டும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை வரிசைப்பட்ட சோடியாக எழுதுக.

3. (i) x, y அச்சுக்கள் இரண்டும் −5 தொடக்கம் 5 வரை அளவீடு செய்யப்பட்ட ஆள்கூற்றுத் தளமொன்றை வரைக.

   (ii) அந்த ஆள்கூற்றுத் தளத்தின்மீது பின்வரும் சமன்பாடுகளால் தரப்படும் நான்கு நேர்கோடுகளையும் வரைக.

   (a) $y = 2$ (b) $y = -2$ (c) $x = 4$ (d) $x = -2$

   (iii) இந்த நேர்கோடுகளால் அடைக்கப்படும் உருவின் விசேட பெயர் யாது?

   (iv) இலக்கம் (iii) இல் பெற்ற மூடிய உருவின் சமச்சீர் அச்சுகளை வரைந்து அவற்றின் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

பலவினப் பயிற்சி

1. $-3 \leq x \leq 4$ என்பதால் வகைகுறிக்கப்படும் நிறைவெண் தொடையை எழுதுக.

2. (i) $A(-1,\ 1)$, $B(2,\ 1)$, $C(1,\ -1)$ என்ற மூன்று புள்ளிகளையும் ஆள்கூற்றுத் தளத்தின்மீது குறிக்க.

(ii) ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் $ABCD$ என்பது இணைகரமாக அமையுமாறு D என்னும் புள்ளியைக் குறித்து, அதன் வரிசைப்பட்ட சோடியை எழுதுக.

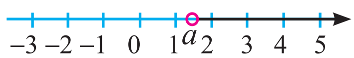
(iii) இணைகரத்தில் AB, DC ஆகிய பக்கங்களின் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

[redacted]

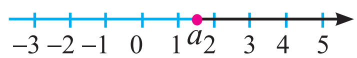
பொழிப்பு

- அடுத்துள்ள இரு நிறைவெண்களுக்கு இடையில் பின்னங்களையும் தசமங்களையும் எண்கோட்டின்மீது குறிக்கலாம்.
- (i) $x > a$ (ii) $x \geq a$ என்ற சமனிலிகள் பின்வருமாறு எண்கோட்டில் வகை குறிக்கப்படும்.

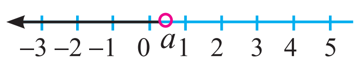
(i)

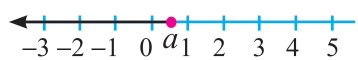


(ii)

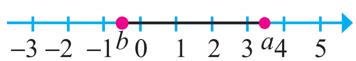


- (i) $x <$ a (ii) $x \leq$ a என்ற சமனிலிகள் பின்வருமாறு எண்கோட்டில் வகை குறிக்கப்படும்.





- $b \leq x \leq a$ என்ற சமனிலி பின்வருமாறு எண்கோட்டில் வகை குறிக்கப்படும்.



- y அச்சுக்கு சமாந்தரமான $x = a$ என்ற வடிவில் அமையும் கோடுகள் மீதுள்ள புள்ளியின் x ஆள்கூறு a ஆகும்.
- x அச்சுக்கு சமாந்தரமான $y = b$ என்ற வடிவில் அமையும் கோடுகள் மீதுள்ள புள்ளியின் y ஆள்கூறு b ஆகும்.

26 முக்கோணிகளை அமைத்தல்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒரு முக்கோணியின் எவையேனும் இரு பக்கங்களின் நீளங்களின் கூட்டுத் தொகை மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளத்திலும் கூடியது என்பதை இனங் காண்பதற்கும்
- ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களினதும் நீளங்கள் தரப்படும்போது முக்கோணியை அமைப்பதற்கும்

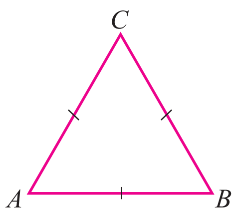
தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

26.1 அறிமுகம்

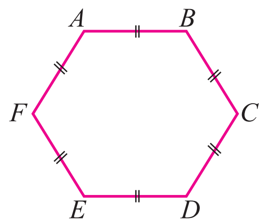
கேத்திரகணிதத்தைக் கற்கும்போது தளவுருவங்களை அமைக்க வேண்டியுள்ளது. ஒரு தளவுருவத்தை அமைக்கும்போது தரப்பட்டுள்ள நிபந்தனைகளைப் பூர்த்திசெய்யும் ஒரு தள உருவத்தை அமைக்க வேண்டும்.

தரப்பட்ட நீளமுள்ள ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டத்தை அமைத்தல் பற்றியும் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் தரப்பட்டுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணியை அமைத்தல் பற்றியும் சமபக்க முக்கோணியை அல்லது வட்டத்தைக் கொண்டு ஒழுங்கான அறுகோணியை அமைத்தல் பற்றியும் நீங்கள் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள்.

நேர்கோட்டுத் துண்டம்



சமபக்க முக்கோணி



ஒழுங்கான அறுகோணி

- ஒரு சமபக்க முக்கோணியை அமைக்கும்போது பின்பற்றிய படிமுறைகளை நினைவுகூர்வோம்.
  - ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டத்தை வரைக.
  - அதன் ஒரு முனையிலிருந்து அந்நேர்கோட்டுத் துண்டத்தின் நீளத்திற்குச் சமமான தூரத்தில் ஒரு வில்லை வரைக.
  - அவ்வில்லை இடைவெட்டுமாறு கோட்டுத் துண்டத்தின் மற்றைய முனையிலிருந்து அந்நீளத்திற்குச் சமமான தூரத்தில் ஒரு வில்லை வரைக.
  - அவ்விற்கள் இடைவெட்டும் புள்ளியைக் கோட்டுத் துண்டத்தின் இரு முனைகளுடனும் இணைக்க.

- ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணியை அமைக்கும்போது பின்வரும் படிமுறைகளைப் பின்பற்றலாம்.
    - ஒரு வட்டத்தை அமைக்க.
    - அதே ஆரையுடைய வில்லினால் வட்டத்தை ஆறு சம பகுதிகளாக இடைவெட்டுக.
    - அவ்வெட்டுப் புள்ளிகளை ஒழுங்காக இணைக்க.

நீங்கள் தரம் 7 இற் கற்ற இவ்விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

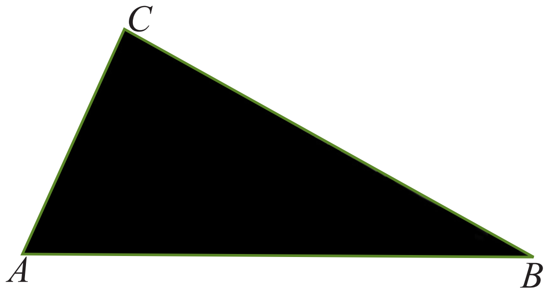
1. 7.9 cm நீளமுள்ள ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ அமைக்க.

2. ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 5.4 cm ஆகவுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணியை அமைக்க.

3. (i) 4 cm ஆரையுள்ளதும் O ஐ மையமாகக் கொண்டதுமான ஒரு வட்டத்தை அமைக்க.
(ii) வட்டத்தின் மீது உச்சிகள் இருக்குமாறு ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 4 cm ஆகவுள்ள ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணியை அமைக்க. அதனை $ABCDEF$ எனப் பெயரிடுக.

4. ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 5 cm ஆகவுள்ள ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணியை அமைக்க.

26.2 தரப்பட்டுள்ள மூன்று கோட்டுத் துண்டங்கள் ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்கள் ஆவதற்குப் பூர்த்திசெய்ய வேண்டிய நிபந்தனைகளை இனங்காணல்



முக்கோணி ABC இன் மூலம் ஒரு வயற் பகுதி காட்டப்பட்டுள்ளது. இவ்வயலைச் சுற்றி AB, BC, CA என்னும் வரம்புகள் உள்ளன. A இல் உள்ள கீதா B ஐ அடைவதற்கு இரு பாதைகள் உள்ளன. இவ்விரு பாதைகளையும் இனங்கண்டு நாய்க் குட்டியை மிக விரைவாக அடையத்தக்க பாதையை இனங்காண்க.

வரம்பு AB வழியே செல்வதன் மூலம் B ஐ மிக விரைவாக அடையலாம் என்பது உறுதியாகின்றது. முக்கோண வயல் ABC இல் AC, CB ஆகியவற்றின் நீளங்களின் கூட்டுத்தொகை AB இன் நீளத்திலும் கூடியது என்பது இதனின்றும் தெளிவாகின்றது.

மூன்று கோட்டுத் துண்டங்களின் நீளங்கள் தரப்படும்போது அவை ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களாக இருக்க முடியுமாவெனத் தீர்மானிப்பதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுக.

செயற்பாடு 1

படி 1 - 3 cm, 4 cm, 5 cm, 7 cm, 9 cm நீளமுள்ள ஈர்க்குத் துண்டுகளைப் பெற்றுக் கொள்க.

படி 2 - எவையேனும் 3 ஈர்க்குத் துண்டுகளை எடுத்து மேசை மீது ஈர்க்குத் துண்டுகளின் நுனிகள் சந்திக்குமாறு வைத்து ஒரு முக்கோணியை அமைக்க முடியுமாவெனப் பார்க்க.

படி 3 - நீர் பெற்ற 3 ஈர்க்குத் துண்டுகளின் நீளங்களைக் குறித்துக் கொண்டு பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

படி 4 - அச்செயன்முறையை மறுபடியும் செய்க.

ஒவ்வோர் ஈர்க்குத் துண்டினதும் நீளம் (cm)	அவற்றில் 2 ஈர்க்குத் துண்டுகளின் நீளங்களின் கூட்டுத்தொகை (cm)	மூன்றாம் ஈர்க்குத் துண்டின் நீளம் (cm)	நிரல் 2 இலும் நிரல் 3 இலும் உள்ள பெறுமானங் களுக்கிடையே உள்ள தொடர்பு	ஒரு முக்கோணியை அமைக்க முடியுமாயின் ✓ எனவும் அமைக்க முடியாவிட்டால் × எனவும் குறியிடுக
3, 4, 5	$3+4=7$ $4+5=9$ $3+5=8$	5 3 4	$7>5$ $9>3$ $8>4$	✓ ✓ ✓
3, 4, 9	$3+4=7$ $4+9=13$ $3+9=12$	9 3 4	$7<9$ $13>3$ $12>4$	× ✓ ✓
3, 7, 9				
4, 5, 7				

நீங்கள் பூரணப்படுத்திய அட்டவணைக்கேற்ப எந்த நீளமும் உள்ள 3 ஈர்க்குத் துண்டுகளினால் எப்போதும் முக்கோணியை அமைக்க முடியாது என்பது தெளிவாகும். ஆனால் தரப்பட்ட மூன்று ஈர்க்குத் துண்டுகளில் எவையேனும் இரண்டின் நீளங்களின்

கூட்டுத்தொகை மூன்றாவது ஈர்க்குத் துண்டின் நீளத்திலும் கூடியதெனின், அம்மூன்று ஈர்க்குத் துண்டுகளும் ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களாக அமையலாம்.

ஆகவே யாதாயினும் ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்களின் நீளங்களின் கூட்டுத்தொகை மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளத்திலும் பெரிதாகும்.

மூன்று கோட்டுத் துண்டங்களில் எவையேனும் இரு கோட்டுத் துண்டங்களின் நீளங்களின் கூட்டுத்தொகை மூன்றாவது கோட்டுத் துண்டத்தின் நீளத்திலும் கூடியதெனின், அம்மூன்று கோட்டுத் துண்டங்களும் ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களாக இருக்குமாறு முக்கோணியை அமைக்கலாம்.

பயிற்சி 26.1

1. ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களின் நீளங்களாக இருக்கத்தக்க மும்மைகளைப் பின்வரும் கூட்டங்களிலிருந்து தெரிந்தெடுக்க.

(a) அவ்வாறு தெரிந்தெடுப்பதற்கான காரணத்தை எழுதுக.

(b) அவ்வாறு தெரிந்தெடுக்காத மும்மைகளைத் தெரிந்தெடுக்காமைக்கான காரணத்தையும் குறிப்பிடுக.

(i) 5 cm, 6 cm, 7 cm (ii) 4 cm, 4 cm, 4 cm (iii) 4 cm, 4 cm, 8 cm

(iv) 3 cm, 2 cm, 7 cm (v) 5 cm, 5 cm, 8 cm (vi) 6 cm, 4 cm, 10 cm

26.3 முக்கோணிகளை அமைத்தல்

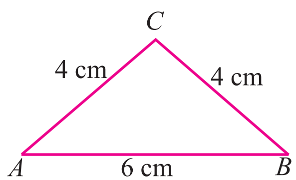
நீங்கள் தரம் 7 இல் ஒரு சமபக்க முக்கோணி அமைக்கப்படும் விதம் பற்றிக் கற்றுள்ளீர்கள்.

- **ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியை அமைத்தல்**

இப்போது நாம் ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியை அமைக்கும் விதம்பற்றி ஆராய்வோம்.

$AB = 6$ cm ஆகவும் BC, AC ஆகிய பக்கங்களின் நீளங்கள் 4 cm வீதமும் உள்ள ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியை அமைப்போம்.

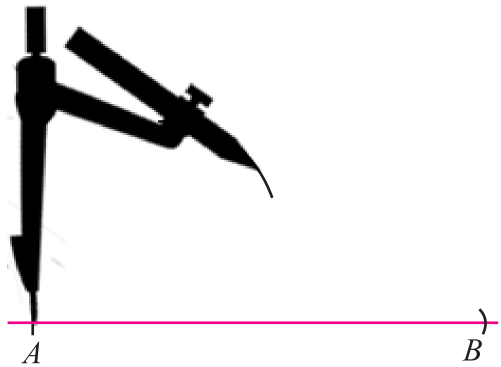
முதலில் நாம் இங்கு ஒரு பருமட்டிப் படத்தை வரைவோம்.



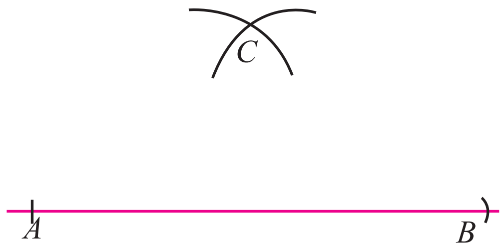
பருமட்டிப் படம்

படி 1 - கவராயத்தையும் வரைகோலையும் பயன்படுத்தி $AB = 6$ cm ஆகவுள்ள ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ அமைக்க.

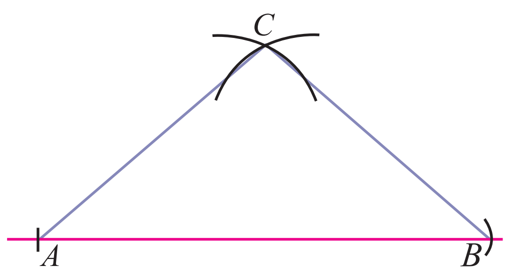
படி 2 - கவராயத்தின் கூருக்கும் பென்சிற் கூருக்குமிடையே உள்ள தூரம் 4 cm ஆக இருக்குமாறு கவராயத்தை அமைத்துக்கொள்க. கவராயத்தின் கூரைப் புள்ளி A மீது வைத்து உருவிற் காணப்படுகின்றவாறு ஒரு வில்லை வரைக.



படி 3 - அடுத்ததாகக் கவராயத்தின் நீளத்தை மாற்றாமல் கவராயத்தின் கூரை B மீது வைத்து முதல் வில்லை இடைவெட்டுமாறு வேறொரு வில்லை வரைக. அவ்விற்கள் இடைவெட்டும் புள்ளியை C எனப் பெயரிடுக.



படி 4 - AC ஐயும் BC ஐயும் இணைக்க.



படி 5 - பூரணப்படுத்திய முக்கோணி ABC இல் பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி அதன் அகக் கோணங்களின் பருமன்களை அளந்து எழுதுக.

அப்போது பக்கங்களின் நீளங்கள் 6 cm, 4 cm, 4 cm ஆகவுள்ள இருசமபக்க முக்கோணி ABC கிடைக்கும்.

- (i) ஒரு பக்கம் 7.6 cm ஆகவும் மற்றைய இரு பக்கங்களின் நீளங்கள் 5.2 cm வீதமும் உள்ள இருசமபக்க முக்கோணியை அமைக்க.

  (ii) முக்கோணியின் கோணங்களை அளந்து அவற்றின் பருமனை எழுதுக.

  (iii) கோணங்களுக்கேற்ப இந்த முக்கோணி எவ்வகை முக்கோணியென எழுதுக.

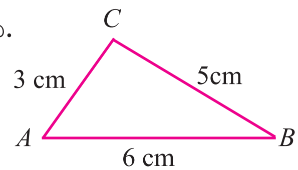
• ஒரு சமனில்பக்க முக்கோணியை அமைத்தல்

இப்போது நாம் ஒரு சமனில்பக்க முக்கோணியை அமைப்போம்.

ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களின் நீளங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனற்றது எனின், அத்தகைய ஒரு முக்கோணி சமனில்பக்க முக்கோணி எனப்படும்.

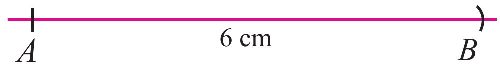
$AB = 6$ cm, $BC = 5$ cm, $AC = 3$ cm ஆகவுள்ள ஒரு சமனில்பக்க முக்கோணி ABC ஐ அமைப்போம்.

நாம் முதலில் இதன் ஒரு பரும்படிப் படத்தை வரைவோம்.



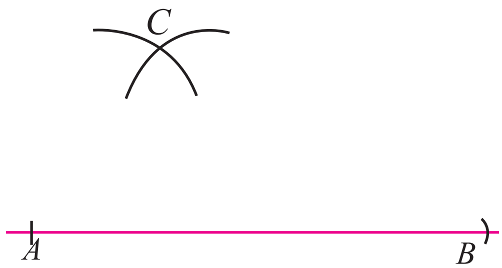
பரும்படிப் படம்

படி 1 - கவராயத்தையும் வரைகோலையும் பயன்படுத்தி $AB = 6$ cm ஆகவுள்ள நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ அமைக்க.

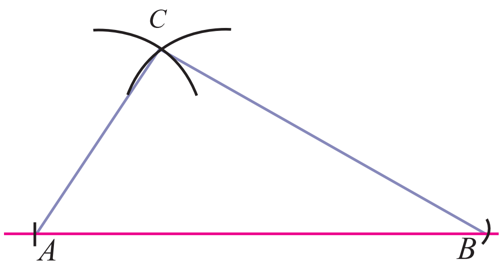


படி 2 - கவராயத்தின் கூருக்கும் பென்சிற் கூருக்குமிடையே உள்ள தூரம் 3 cm ஆக இருக்குமாறு கவராயத்தை அமைத்துக் கொள்க. கவராயத்தின் கூரைப் புள்ளி A இன் மீது வைத்து உருவிற் காணப்படுகின்றவாறு பென்சிலால் ஒரு வில்லை வரைக.

படி 3 - அடுத்ததாகக் கவராயத்தின் கூருக்கும் பென்சில் முனைக்குமிடையே உள்ள தூரம் 5 cm ஆக இருக்குமாறு கவராயத்தை அமைத்துக் கொள்க. கவராயத்தின் கூரைப் புள்ளி B மீது வைத்து முதல் வில்லை இடைவெட்டுமாறு வேறொரு வில்லை வரைக. அவ் விற்கள் இடைவெட்டும் புள்ளியை C எனப் பெயரிடுக.



படி 4 - AC ஐயும் BC ஐயும் இணைக்க.



படி 5 - பூரணப்படுத்திய முக்கோணி ABC இல் பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி அதன் அகக் கோணங்களின் பருமன்களை அளந்து எழுதுக.

அப்போது பக்கங்களின் நீளங்கள் 3 cm, 5 cm, 6 cm ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC கிடைக்கும்.

$C\hat{A}B = 55^{\circ}$, $A\hat{B}C = 30^{\circ}$, $B\hat{C}A = 95^{\circ}$. அப்போது $C\hat{A}B + A\hat{B}C + B\hat{C}A = 180^{\circ}$.

இம்முக்கோணி பக்கங்களுக்கேற்ப ஒரு சமனில்பக்க முக்கோணியாகும்.

➤ (i) $PQ = 4$ cm, $QR = 3$ cm, $PR = 5$ cm ஆகுமாறு ΔPQR ஐ அமைக்க.

(ii) இங்கு முக்கோணி PQR எவ்வகை முக்கோணியென எழுதுக.

பயிற்சி 26.2

1. (i) 4 cm பக்கமுள்ள சமபக்க முக்கோணி ஒன்றையும் 5.7 cm பக்கமுள்ள சமபக்க முக்கோணி ஒன்றையும் அமைக்க.

(ii) அம்முக்கோணிகள் ஒவ்வொன்றினதும் கோணங்களை அளந்து அவற்றின் பருமனை எழுதுக.

2. (i) கவராயத்தையும் வரைகோலையும் பயன்படுத்தித் தரப்பட்டுள்ள நீளங்களைக் கொண்டுள்ள முக்கோணிகளை அமைக்க.

(a) 6 cm, 8 cm, 10 cm

(b) 4.5 cm, 6 cm, 7.5 cm

(c) 5 cm, 5 cm, 4 cm

(d) 4 cm, 5 cm, 7 cm

(e) 9 cm, 5 cm, 6 cm

(ii) அம்முக்கோணிகள் ஒவ்வொன்றினதும் கோணங்களை அளந்து பெறுமானங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^{o} எனக் காட்டுக.

(iii) மிகப் பெரிய கோணத்திற்கேற்ப வரைந்த முக்கோணிகளை வகைப்படுத்துக.

பொழிப்பு

- ஒரு முக்கோணியின் எவையேனும் இரு பக்கங்களின் நீளங்களின் கூட்டுத் தொகையானது மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளத்திலும் பெரியது ஆகும்.
- மூன்று பக்கங்களின் நீளங்கள் தரப்படும்போது ஒரு முக்கோணியை அமைப் பதற்குப் பின்வரும் படிமுறைகள் பின்பற்றப்படும்.
  - ஒரு பக்கத்தின் நீளத்தைக் கொண்ட ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டத்தை அமைத்தல்.
  - அதன் ஒரு முனையிலிருந்து வேறொரு பக்கத்தின் நீளத்திற்குச் சமமான தூரத்தில் ஒரு வில்லை அமைத்தல்.
  - அவ்வில்லை இடைவெட்டுமாறு மற்றைய முனையிலிருந்து அதன் எஞ்சிய பக்கத்தின் நீளத்திற்குச் சமமான ஆரையையுடைய ஒரு வில்லை அமைத்தல்.
  - அவ்விற்கள் இடைவெட்டும் புள்ளியை முதலில் வரைந்த கோட்டுத் துண்டத்தின் இரு முனைகளுடனும் தொடுத்தல்.

27 தரவுகளை வகைகுறித்தலும் விளக்கமளித்தலும்

இப்பாடத்தை கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- தண்டு இலை வரைபொன்றின் மூலம் தரவுகளை வகைகுறிக்கவும்
- தண்டு இலை வரைபின் மூலம் தரவுத் தொகுதியொன்றின் இழிவுப் பெறுமானம், உயர்வுப் பெறுமானம், வீச்சு என்பவற்றைக் காணவும்
- தண்டு இலை வரைபிலுள்ள தரவுகளின் பரம்பல் பற்றிய தீர்மானங்களை எடுக்கவும்
- மூலத் தரவொன்றின் ஆகாரம், இடையம், இடை என்பவற்றைக் காணவும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்

27.1 தரவுகளை வகைகுறித்தல்

படவரைபு, நிரல் வரைபு, கூட்டுச் சலாகை வரைபு என்பவற்றின் மூலம் தரவுகளை வகைகுறிக்கவும் இவ்வரைபுகளினால் வகைகுறிக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு விளக்கமளிக்கவும் தரம் 6, 7 இல் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள். இப்போது தண்டு இலை வரைபு என்றால் என்ன என்பதையும் தண்டு இலை வரைபொன்றில் தரவுகளை வகைகுறிக்கும் விதத்தையும் ஆராய்வோம்.

எண்களினால் குறிக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுதியொன்றை இலகுவான முறையில் விளக்குவதற்காகத் தண்டு இலை வரைபு எனப்படும் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட முறையொன்றில் தரவுகள் வகைகுறிக்கப்படும். இவ்வாறு தரவுகளை வகைகுறிக்கும்போது தரவுகள் 0 இல் இருந்து 99 வரையுள்ள பெறுமானங்களைக் கொண்டிருக்கும்போது, எண்களின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் இலையாகவும் பத்தினிடத்து இலக்கம் தண்டாகவும் இரு பிரிவுகளாக எழுதப்படும்.

தரவுகள் 100 இலிருந்து 999 வரையுள்ள பெறுமானங்கள் காணப்படும்போது இப்பெறுமானங்களின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் இலை ஆகுமாறும் நூறினிடத்தையும் பத்தினிடத்தையும் குறிக்கும் இலக்கங்கள் தண்டு ஆகுமாறும் இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படும்.

- இலைப்பகுதி, எண்ணின் இடப்பெறுமானத்தில் குறைந்த இலக்கத்தை மட்டும் குறிக்கும்.
- 0 இல் இருந்து 9 வரையுள்ள எண்களின் தண்டு 0 எனக் கருதப்படும்.
- ஒரு நிரையில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட இலைகள் இருப்பின் இடைவெளிகளுடன் அவை எழுதப்படும்.

உதாரணம் 1

(i) 2, 43, 223, 228 என்னும் தரவுகளை தண்டு இலை வரைபில் குறித்துக் காட்டுக.
(ii) தண்டு 3 ஆகவும் இலை 0 ஆகவும் அமைந்த எண்ணை எழுதுக.

(i)

எண்	தண்டு	இலை
2 →	0	2
43 →	4	3
223, 228 →	22	3 8

(ii) 30

25 மாணவர்கள் உள்ள வகுப்பொன்றுக்கு வழங்கப்பட்ட கணித வினாத்தாளில் அவர்கள் பெற்ற புள்ளிகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. அவ்வினாத்தாளுக்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 50 ஆகும்.

5	11	20	29	31
48	13	21	9	26
43	22	16	25	33
49	38	26	24	7
19	40	35	45	36

இத்தரவுகளை தண்டு இலை வரைபொன்றின் மூலம் குறிக்கும்போது முதல் நிரல் தண்டு எனவும் இரண்டாம் நிரல் இலை எனவும் குறிக்கப்படும்.

தண்டு	இலை
0	5 7 9
1	1 3 6 9
2	0 1 2 4 5 6 6 9
3	1 3 5 6 8
4	0 3 5 8 9

சாவி : 1/1 என்பது 11 ஐக் குறிக்கும்.

தண்டு நிரலில் எண்ணின் பத்துகளும் இலை நிரலில் எண்ணின் ஒன்றுகளும் அடங்கும் விதத்தில் அட்டவணையில் 0 இல் இருந்து 9 வரை உள்ள எண்கள் முதலாவது நிரையிலும் 10 இல் இருந்து 19 வரை உள்ள எண்கள் இரண்டாவது நிரையிலும் 20 இல் இருந்து 29 வரை உள்ள எண்கள் மூன்றாவது நிரையிலும் என்றவாறு அடங்கும் ஒழுங்கில் சகல எண்களும் **ஏறுவரிசைப்படுத்தி** எழுதப்படும். இங்கு அவை குறிக்கப்படும் விதம் **சாவி** மூலம் அறிவுறுத்தப்படும்.

இங்கு நான்காம் நிரையில் தண்டு 3 எனவும் இலைகள் முறையே 1, 3, 5, 6, 8 எனவும் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் பெறுமானங்கள் 31, 33, 35, 36, 38 ஆகும்.

இவ்வாறாகவே ஏனைய நிரைகளில் உள்ள எண்களையும் எழுதலாம்.

மேற்குறித்த 25 தகவல்களையும் ஒரே வரிசையில் எழுதாமல் இவ்வாறு வகைகுறிப்பதால் தகவல்களை விளங்கிக் கொள்வது இலகுவாகும்.

- 20 புள்ளிகளிலும் குறைவான புள்ளிகளைப் பெற்ற மாணவர்கள் கணித வினாப் பத்திரத்தில் சித்தியடையவில்லை எனின் சித்தியடையாத மாணவர் எண்ணிக்கை $3 + 4 = 7$ பேர் என இலகுவாகக் கூறிவிடலாம்.
- 40 புள்ளிகளை அல்லது அதிலும் அதிக புள்ளிகளைப் பெற்ற மாணவர்கள் A சித்தியைப் பெறுவார்களாயின் 5 பேர் A சித்தி பெறத் தகுதியானவர்கள் என தண்டு இலை வரைபைப் உபயோகித்து இலகுவில் கூறிவிடலாம்.

எனவே தண்டு இலை வரைபு என்பது எளிமையாகத் தகவல்களை வகைகுறிக் கக்கூடியதும் இலகுவாகத் தகவல்களை விளங்கிக்கொள்ளக்கூடியதுமான ஒரு முறையாகும். தகவல்களை ஏறுவரிசையில் அமைக்கும் விதத்தை இனி ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 2

வகுப்பொன்றில் உள்ள மாணவர்களின் உயரங்கள் சென்ரிமீற்றர்களில் கீழே தரப்பட் டுள்ளன. இத்தரவுகளைத் தண்டு இலை வரைபொன்றில் குறிக்க.

141	148	142	130	152	135	157	146	140	160
151	173	139	135	144	134	151	138	137	137
169	136	143	154	146	166	131	150	143	

(i) குறைந்த உயரம் யாது?

(ii) கூடிய உயரம் யாது?

(iii) தரவுகளில் நடுவில் காணப்படும் பெறுமானம் யாது?

தண்டு		இலை
13	0 5 9 5 4 8 7 7 6 1	0 1 4 5 5 6 7 7 8 9
14	1 8 2 6 0 4 3 6 3	0 1 2 3 3 4 6 6 8
15	2 7 1 1 4 0	0 1 1 2 4 7
16	0 9 6	0 6 9
17	3	3

சாவி : 13/5 என்பது 135 ஐக் குறிக்கும்.

(i) 130 cm

(ii) 173 cm

(iii) 143 cm

தசம எண்களைக் கொண்ட தரவுகளை எவ்வாறு தண்டு இலை வரைபில் குறிக்கலா மென்பதைக் கீழே தரப்பட்டுள்ள உதாரணத்தின் மூலம் ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 3

ஒரு வகையைச் சேர்ந்த 25 விலங்குகள் பிறக்கும்போது இருந்த திணிவுகள் (கிலோகிராமில்) கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

6.1	9.8	6.7	8.1	5.6	6.4	7.5	8.6
8.5	7.2	9.5	6.8	8.9	7.3	6.8	7.7
9.3	9.0	8.4	7.6	8.2	8.5	7.9	8.3
9.5							

(i) இத்தரவுகளைத் தண்டு இலை வரைபில் குறிக்க.

(ii) பிறக்கும்போது இருந்த மிகக் குறைந்த பெறுமானத்தைக் கொண்ட திணிவு எவ்வளவு ?

(iii) பிறக்கும்போது இருந்த மிகக் கூடுதலான பெறுமானத்தையுடைய திணிவு எவ்வளவு ?

(i) இத்தசம எண்களின் முழுவெண்கள் அனைத்தும் 5 தொடக்கம் 9 வரையுள்ளன. இவை தண்டு எனவும் முதலாம் தசம தானத்தின் இலக்கம் இலை எனவும் கொள்ளப்படும்.

தண்டு		இலை
5	6	6
6	1 7 4 8 8	1 4 7 8 8
7	5 2 3 7 6 9	2 3 5 6 7 9
8	1 6 5 9 4 2 5 3	1 2 3 4 5 5 6 9
9	8 5 3 0 5	0 3 5 5 8

(ii) 5.6 kg

(iii) 9.8 kg

சாவி : 7/5 என்பது 7.5 ஐக் குறிக்கும்.

பயிற்சி 27.1

1. நிறுவனமொன்றில் பணிபுரியும் பணியாளர்களின் சேவைக்காலம் பற்றிய தகவல்கள் மாதங்களில் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

120	145	164	156	134	129	132	145	158	162
124	148	135	128	126	143	154	165	160	121
136	152	142	142	136	124	155	137	162	120

இத்தரவுகளை தண்டு இலை வரைபில் குறிக்க.

2. இந்தியாவுக்கு யாத்திரை செல்லும் 40 விமானப் பயணிகளின் பொதிகளின் திணிவுகள் (கிலோகிராமில்) கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

30	29	27	28	19	22	18	21	20	24
28	12	23	30	09	21	17	25	27	26
26	10	29	25	24	20	15	29	29	28
20	18	06	21	24	20	16	30	14	13

(i) இத்தரவுகளை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.
(ii) இத்தரவுகளை தண்டு இலை வரைபில் காட்டுக.

3. வகுப்பொன்றில் உள்ள மாணவர்கள் தவணைப் பரீட்சையொன்றில் எல்லாப் பாடங்களிலும் பெற்ற மொத்தப் புள்ளிகள் கீழே குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

481	706	609	689	273	538	386	525	720	356
529	513	634	713	673	224	736	281	613	496
671	381	524	591	613	729	681	673	571	351
525	443	601	685	583	473	585	354	459	531

இத்தரவுகளை தண்டு இலை வரைபில் குறிக்க.

4. 50 புள்ளிகள் வழங்கப்பட்ட வினாப்பத்திரம் ஒன்றில் 20 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளைப் பின்வரும் ஒழுங்கற்ற தண்டு இலை வரைபு குறிக்கின்றது.

தண்டு	இலை
0	9 7
1	8 4 7
2	7 9 9 1 6 6
3	5 6 8 6 0 8
4	3 7 0

20 மாணவர்களும் பெற்ற புள்ளிகளை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

5. சந்தையொன்றில் விற்பனைக்கு வைக்கப்பட்ட தர்ப்பூசனிக்காய்களின் திணிவு கீழே குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

6.5	7.8	5.7	4.3	5.8	6.2	4.3	6.9	7.8	7.2
6.9	5.5	7.7	7.8	5.2	6.7	5.7	6.1	6.0	7.3
7.1	6.7	7.7	4.3	6.5	7.3	6.7	5.8	6.8	5.4

(i) இத்தரவுகளைத் தண்டு இலை வரைபில் குறிக்க.
(ii) சந்தையில் விற்பனைக்கு வைத்திருந்த தர்ப்பூசனிக்காய்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
(iii) திணிவு கூடிய தர்ப்பூசனிக்காயின் திணிவு எவ்வளவு?
(iv) திணிவு குறைந்த தர்ப்பூசனிக்காயின் திணிவு எவ்வளவு?

27.2 தண்டு இலை வரைபு மூலம் குறிக்கப்பட்ட தரவுகளின் பரம்பல்

பரிசுப் பொருள்கள் விற்பனை செய்யும் விற்பனை நிலையமொன்றில், 31 நாட்கள் அடங்கிய மாதமொன்றில் பொருள்களை வாங்கிச் சென்ற நுகர்வோரின் எண்ணிக்கை பற்றிய தகவல் பின்வரும் தண்டு இலை வரைபில் தரப்பட்டுள்ளது.

தண்டு	இலை
0	8 9
1	2 8 9
2	3 2 6 6 9
3	0 5 6 8
4	0 1 1 4 6
5	3 4 6 7 9
6	2 5 8
7	2 4
8	0 1

தரவுத் தொகுதியின் இழிவுப் பெறுமானம் = 8.

இது ஒரு நாளில் வருகை தந்த நுகர்வோர்களின் மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையாகும்.

தரவுத் தொகுதியின் உயர்வுப் பெறுமானம் = 81.

இது ஒரு நாளில் வருகை தந்த நுகர்வோர்களின் மிகக் கூடிய எண்ணிக்கை ஆகும்.

இதற்கேற்ப இத்தரவுகள் 8 இல் இருந்து 81 வரையுள்ள வீச்சுக்குள் பரவியுள்ளன. இதற்கேற்ப இத்தரவுகளின் வீச்சை காணும்போது

வீச்சு = உயர்வுப் பெறுமானம் − இழிவுப் பெறுமானம்

வீச்சு = 81 − 8

= 73 ஆகும்.

73 இன் மூலம் பெரியதொரு வீச்சு தரப்படுகிறது. அதற்கேற்ப நுகர்வோரின் நுகர்வு தொடர்பாக வியாபாரி விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

வீச்சைக் குறிப்பிடும்போது உயர்வுப் பெறுமானத்தையும் இழிவுப் பெறுமானத்தையும் குறித்தல் அவசியமாகும்.

பயிற்சி 27.2

1. தரம் 8 இல் கல்வி கற்கும் 30 மாணவர்களுக்கு 40 ஆங்கிலச் சொற்களைக் கொண்டு சொல்வதெழுதல் பரீட்சை நடாத்தியபோது அவர்கள் தவறாக எழுதிய சொற்களின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

16	24	12	15	10	23
23	15	13	19	14	25
26	21	31	24	19	27
35	12	17	29	18	29
32	18	27	31	21	31

(i) இத்தகவல்களைத் தண்டு இலை வரைபில் குறிக்க.
(ii) குறைந்த அளவு தவறுகள் விட்ட மாணவன் விட்ட தவறுகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
(iii) கூடிய அளவு தவறுகள் விட்ட மாணவன் விட்ட தவறுகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
(iv) மாணவர்கள் தவறாக எழுதிய சொற்களின் எண்ணிக்கையின் வீச்சைக் காண்க.

2. சைக்கிள் ஓட்டப்போட்டியில் பங்கு பற்றவிருக்கும் வீரர் ஒருவர் மாதம் ஒன்றில் பயிற்சிகளில் ஈடுபட்டார். அவ்வேளை அவர் நாள் தோறும் ஓடிய தூரங்களின் அளவு கிலோமீற்றரில் கீழே தரப்பட்டுள்ள தண்டு இலை வரைபில் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

தண்டு	இலை
1	5 5 8
2	0 1 3 4 6 7
3	2 4 5 6 6 8 8
4	0 2 4 4 5 6 8 8
5	1 2 4 6
6	3 5

(i) இத்தரவுகளின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
(ii) நாளொன்றில் அவர் சைக்கிளில் ஓடிய அதி கூடிய தூரம் யாது?
(iii) இத்தரவுகளின் வீச்சைக் காண்க.

3. ஆடைத் தொழிற்சாலையொன்று, மாதமொன்றின் 26 நாட்களில் ஒவ்வொரு நாளும் சந்தைப்படுத்திய ஆடைகளின் எண்ணிக்கை தண்டு இலை வரைபில் தரப்பட்டுள்ளது.

தண்டு	இலை
25	0 2 5
26	1 4 6 8
27	0 0 0 5 6 7 8 9
28	0 1 5 5 5
29	0 1 2
30	0 0 0

(i) இத்தரவுகளின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
(ii) உயர்வுப் பெறுமானம் யாது?
(iii) வீச்சைக் காண்க.

4. நடைபாதையில் காணப்பட்ட நடமாடும் விற்பனை வண்டியொன்று 30 நாட்களில் விற்பனை செய்த வடைகளில் எண்ணிக்கை பற்றிய தகவல்கள் முதலாவது தண்டு இலை வரைபிலும் குளிர்பானப் போத்தல்களின் எண்ணிக்கை பற்றிய தகவல்கள் இரண்டாவது தண்டு இலை வரைபிலும் தரப்பட்டுள்ளன.

வடைகள் விற்பனை

தண்டு	இலை
5	4 5 6 8 8 9
6	0 3 3 5 8 8
7	2 3 3 5 9 9
8	0 0 3 4 5 7
9	0 1 3 4 4 5

குளிர் பானம் விற்பனை

தண்டு	இலை
0	8 9
1	0 2 5
2	0 1 3 5 8 9
3	5 6
4	3 4 5
5	0 2 6 8
6	1
7	0 2 5
8	1 4
9	0 2 4 6

(i) வடைகள் விற்பனையின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
(ii) வடைகள் விற்பனையின் உயர்வுப் பெறுமானம் யாது?
(iii) வடைகள் விற்பனையின் வீச்சைக் காண்க.
(iv) குளிர்பான விற்பனையின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
(v) குளிர்பான விற்பனையின் உயர்வுப் பெறுமானம் யாது?
(vi) குளிர்பான விற்பனையின் வீச்சைக் காண்க.
(vii) வடைகள் விற்பனை மாதம் முழுவதும் சீராக நடைபெற்ற போதும் குளிர்பான விற்பனையில் வேறுபாடு காணப்படுவதாக விற்பனையாளர் கூறுகிறார். அவருடைய கூற்று சரியானது எனத் தரவுகளைக் கொண்டு உறுதிப்படுத்துக.

5. சமாந்தர வகுப்புகள் A, B இல் உள்ள மாணவர்கள் ஒரே கணித வினாத்தாளுக்கு விடையளித்து பெற்ற புள்ளிகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

வகுப்பு A

தண்டு	இலை
5	0 2 6
6	0 1 3 5 6 6 8
7	2 2 3 5
8	0 2

வகுப்பு B

தண்டு	இலை
0	5 9
1	0 2 5 6
2	1
3	2 3
4	4 5 8
5	1 3
6	0 8

(i) வகுப்பு A இல் உள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கையும் வகுப்பு B இல் உள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கையும் வெவ்வேறாக எழுதுக.

(ii) வகுப்பு A இல் உள்ள பிள்ளைகள் பெற்ற இழிவுப் புள்ளி, உயர்வுப் புள்ளி, வீச்சு என்பவற்றைக் காண்க.

(iii) வகுப்பு B இல் உள்ள பிள்ளைகள் பெற்ற இழிவுப் புள்ளி, உயர்வுப் புள்ளி, வீச்சு என்பவற்றைக் காண்க.

(iv) வகுப்பு A இல் பிள்ளைகள் கணிதத்தில் காட்டும் அடைவு மட்டத்தையும் வகுப்பு B இல் உள்ள பிள்ளைகள் கணிதத்தில் காட்டும் அடைவு மட்டத்தையும் பற்றி மேற்குறித்த தரவுகளின் அடிப்படையில் ஒப்பிட்டு உமது தீர்வை முன்வைக்க.

தண்டு இலை வரைபு மூலம் தரவுகளை வகைகுறிக்கும் விதத்தை இதுவரை ஆராய்ந்தோம். இனி தரப்பட்டுள்ள தரவுத் தொகுதியொன்றுக்கு விளக்கமளிக்கும் விதத்தை ஆராய்வோம்.

27.3 தரப்பட்ட தரவுத்தொகுதியொன்றுக்கு விளக்கமளித்தல்

- குறித்த ஒரு தென்னந் தோட்டத்தில் உள்ள ஒரு மரத்திலிருந்து ஒரு தடவையில் சராசரியாக 8 தேங்காய்கள் வீதம் பிடுங்கலாம்.
- மாணவன் ஒருவன் 8 பாடங்களில் பெற்றப் புள்ளிகளின் சராசரி 73.6 ஆகும்.
- கிறிக்கெற் போட்டியொன்றில் ஒரு ஓவரில் சராசரியாகப் பெற்ற ஓட்டங்கள் 5.3 ஆகும்.
- சந்தையொன்றில் அதிகமான வியாபாரிகளிடம் 1 kg போஞ்சிக்குரிய விலை ரூ. 120 ஆகக் காணப்பட்டது.

இவ்வாறு பல தகவல்கள் பற்றிய ஓர் எண்ணக்கருத்தை வெளியிடக்கூடிய தனிப் பெறுமானம் வகைகுறிப்புப் பெறுமானம் என அழைக்கப்படும்.

இவ்வாறு பயன்படுத்தக்கூடிய சில வகைகுறிப்புப் பெறுமானங்களை நோக்குவோம்

- **ஆகாரம்**

கணித வினாத்தாள் ஒன்றுக்கு 13 மாணவர்கள் பின்வரும் புள்ளிகளை பெற்றனர்.
96, 81, 78, 45, 71, 57, 71, 83, 95, 68, 94, 71, 79

இவற்றை ஏறுவரிசையில் எழுதுவோம்.
45, 57, 68, 71, 71, 71, 78, 79, 81, 83, 94, 95, 96

தரவுத்தொகுதியொன்றில் தரவுகளின் எண்ணிக்கை என்பது அத்தரவுத் தொகுதியில் அடங்கும் தரவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கையாகும். மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளில் 13 தரவுகள் உள்ளன.

தரவுத் தொகுதியொன்றின் தரவுகளில் சில ஒரே பெறுமானத்தைக் கொண்டிருக்கலாம். இவ்வாறு தரவுத் தொகுதியில் அதிக தடவைகள் காணப்படும் பெறுமானம் அத்தரவுத் தொகுதியின் ஆகாரம் எனப்படும்.

மேற்குறித்த தரவுகளில் 71 என்பது அதிக தடவைகள் இருப்பதால் இத்தரவுத் தொகுதியில் ஆகாரம் 71 ஆகும். தரவுத் தொகுதியொன்றின் ஆகாரத்தைக் காணும் போது அத்தரவுகளை ஏறுவரிசைப்படுத்த வேண்டிய அவசியம் இல்லை.

உதாரணம் 1

தரம் 8 இல் உள்ள மாணவர்களின் வயதுகள் கீழே குறிக்கப்பட்டுள்ளன. இத் தரவுகளின் ஆகாரத்தைக் காண்க.

13	14	15	14	15	14	14	14	13	14
14	15	14	14	14	13	15	14	14	15
14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
13	15	14	14	14	14	14	14	13	15

இத்தரவுகளில் 14 என்னும் பெறுமானமே அதிக தடவைகள் இடம்பெற்றுள்ளது. அதன்படி தரம் 8 இல் உள்ள மாணவரின் ஆகார வயது 14 ஆகும். இந்த ஆகாரப் பெறுமானமான 14 என்பது தரம் 8 இல் உள்ள மாணவரின் வயதைக் குறிக்கக் கூடிய பொருத்தமான வகைகுறிப்புப் பெறுமானங்களில் ஒன்றாகும்.

உதாரணம் 2

அலுவலக வேலை நாட்கள் 15 இல் ஒவ்வொரு நாளும் விடுமுறை பெற்றுச் சென்ற ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளன. இத் தரவுத் தொகுதியின் ஆகாரத்தைக் காண்க.

12	14	20	16	15	16	21	16
18	17	15	18	19	18	19	

இங்கே 16 உம் 18 உம் மூன்று தடவைகள் இடம்பெற்றுள்ளன. ஏனைய பெறுமானங்கள் அதைவிட குறைவான தடவைகளே இடம்பெற்றுள்ளன. அதற்கேற்ப இத்தரவுகளின் ஆகாரமாக 16, 18 என்னும் இரு பெறுமானங்களையும் கருதலாம். இது ஈராகாரப் பரம்பல் என அழைக்கப்படும்.
தரவுத் தொகுதியொன்றுக்கு இரண்டுக்கு மேற்பட்ட ஆகாரங்களும் (பல்லாகாரம்) காணப்படலாம்.

- **இடையம்**

தரவுத் தொகுதியொன்றின் தரவுகளை ஏறுவரிசைப்படுத்தும்போது அல்லது இறங்கு வரிசைப்படுத்தும்போது நடுவில் அமையும் பெறுமானம் அத்தரவுகளின் இடையம் ஆகும்.

3, 9, 9, 11, 15, $\boxed{22}$, 24, 25, 31, 37, 40

இதன்படி இத்தரவுத் தொகுதியின் இடையம் 22 ஆகும்.

மேற்குறித்த தரவுத் தொகுதியின் பெறுமானங்களை ஏறுவரிசைப்படுத்தும்போது நடுவில் அமையும் பெறுமானம் $\frac{11 + 1}{2} = 6$ ஆம் தரவாகும்.

எனவே இத்தரவுகளின் இடையம் 22 ஆகும்.

தரவுகளின் எண்ணிக்கை இரட்டையாக வரும் சந்தர்ப்பத்தைக் கருதுவோம்.

3, 9, 9, 11, 15 22, 24, 25, 31, 37, 40, 41

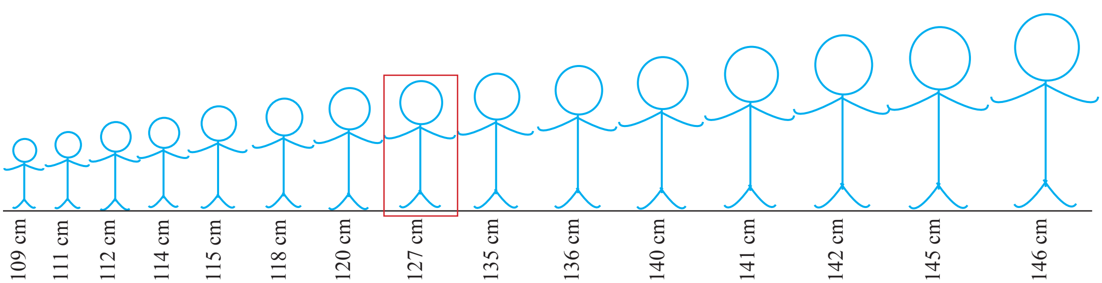
தரவுகளின் எண்ணிக்கையாகிய 12 ஆகும். இது ஓர் இரட்டை எண் ஆகும். எனவே நடுவில் ஒரு தரவு இடம் பெறாது. 6 ஆம், 7 ஆம் தரவுகள் இரண்டிற்கும் நடுவில் அமைந்திருக்கும்.

அவற்றின் பெறுமானம் 22 உம் 24 உம் ஆகும். எனவே இவற்றின் இடையம்

$\frac{22 + 24}{2} = 23$ ஆகும்.

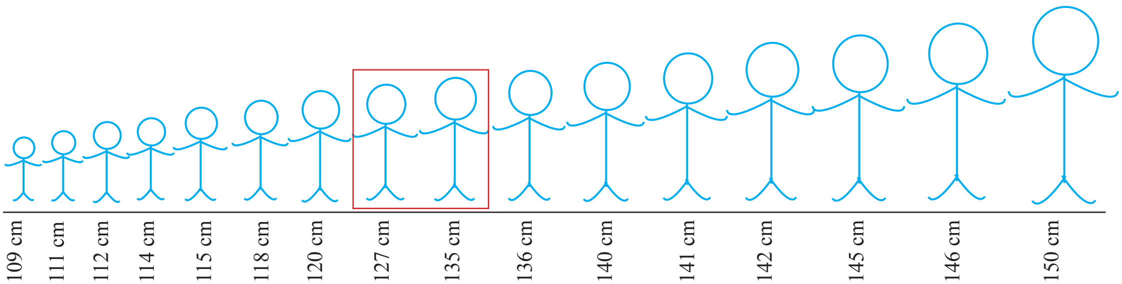
தரவுத் தொகுதியில் இரட்டை எண்ணிக்கை கொண்ட தரவுகள் காணப்படும் போது நடுவில் அமையும் தரவுகள் இரண்டின் கூட்டுத்தொகையின் இடைப் பெறுமானமே இடையமாக அமையும்.

உடற்பயிற்சிக் குழுவொன்றின் 15 மாணவர்களுடைய உயரம் சென்ரிமீற்றரில் அளக்கப்பட்டுள்ளது. அவர்கள் ஏறுவரிசையில் நிறுத்தப்பட்டுள்ள விதத்தை உரு காண்பிக்கின்றது.



15 மாணவர்களில் மத்தியில் நிற்கும் மாணவன் கட்டமிடப்பட்டு காண்பிக்கப்பட்டுள்ளான். அவர் 8 ஆம் மாணவராவார். ஒற்றை எண்ணிக்கை காணப்படின் மத்தியில் இருப்பவரை காண்பது இலகுவாகிவிடும். இடையம் $\frac{15+1}{2}$ ஆகிய 8 ஆம் மாணவனாவான். 8 ஆம் மாணவனுடைய உயரம் 127 cm ஆகும். எனவே இத் தரவுகளின் இடையம் 127 cm ஆகும்.

இருந்தபோதும் இக்குழுவில் 150 cm உயரமுடைய மாணவன் ஒருவன் இணைந்து கொண்டான் எனக் கருதுவோம்.



இப்போது முழுத்தரவுகளின் எண்ணிக்கை 16 ஆகும். இச்சந்தர்ப்பத்தில் மத்தியில் இருவர் காணப்படுகின்றனர். அவர்கள் 8 ஆம் 9ஆம் மாணவர்களாவர். எனவே இடையமானது இவர்கள் இருவரது உயரங்களின் கூட்டுத்தொகையின் அரைப்பங்காகும்.

அதற்கேற்ப இடையம் $\frac{127+135}{2}$ cm ஆகும். அதவாது 131 cm ஆகும். ஈட்டுகளின் எண்ணிக்கை இரட்டை ஆகும்போது நடுவில் 2 ஈட்டுகள் இருப்பது தெளிவாகும். 16 ஈட்டுகள் இருக்கும் ஒரு தரவுத் தொகுதியின் நடுவில் இருப்பவை $\frac{16}{2} = 8$ ஆவதும் $\frac{16}{2} + 1 = 9$ ஆவதும் தரவுகள் ஆகும்.

ஏறுவரிசையில் அல்லது இறங்குவரிசையில் ஒழுங்கு முறையில் அமைக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுதியொன்றில் நடுவில் இடம்பெறும் பெறுமானம் **இடையம்** ஆகும்.

உதாரணம் 1

குளிர்பானம் விற்பனை செய்யும் வியாபார நிலையம் ஒன்றில் வாரம் ஒன்றில் விற்பனை செய்யப்பட்ட குளிர்பான போத்தல்களின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளன. நாளொன்றில் விற்பனை செய்யப்பட்ட குளிர்பானப் போத்தல்களின் இடையத்தைக் காண்க.

32 60 52 44 48 41 40

இத்தரவுகளை இறங்குவரிசைப்படுத்தியபோது

60 52 48 $\boxed{44}$ 41 40 32 எனப் பெறப்பட்டது

இடையம் 44 ஆகும்

∴ இத்தரவுகளின் இடையம் 44 ஆகும்.

உதாரணம் 2

விளையாட்டு பயிற்சிக்காக 16 நாட்களில் விளையாட்டரங்கத்துக்கு வந்த விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளது. நாளொன்றில் வந்த விளையாட்டு வீரர்களின் இடையத்தைக் காண்க.

18 09 14 26 22 12 16 23 36 15 18 25 20 21 20 15

இவற்றை ஏறுவரிசைப்படுத்தியபோது

09 12 14 15 15 16 18 $\boxed{18 \quad 20}$ 20 21 22 23 25 26 36

2 ஈட்டுக்கள் உள்ளன.

ஈட்டுகளின் எண்ணிக்கை 16 என்பதால் நடுவில் இரு ஈட்டுகள் உள்ளன. எனவே இடையம் $\frac{16}{2} = 8$ ஆவதும் $\frac{16}{2} + 1 = 9$ ஆவதும் ஈட்டுகளாகின்றன.

8 ஆவது ஈட்டு = 18

9 ஆவது ஈட்டு = 20

∴ இடையம் $= \frac{18 + 20}{2} = 19$ ஆகும்.

எனவே விளையாட்டரங்கிற்கு நாளொன்றில் வரும் விளையாட்டு வீரர்களின் இடையம் 19 ஆகும்.

இடையமும் தரவுத் தொகுதியொன்றை வகைகுறிக்கத்தக்க பொருத்தமான ஒரு பெறுமானமாகும் என்பதை நீங்கள் விளங்கிக் கொள்வீர்கள்.

இடை

தரவுத் தொகுதியொன்றின் சராசரிப் பெறுமானம் அத்தரவுத் தொகுதியின் இடையாகும்.

தரவுத் தொகுதியொன்றில் உள்ள தரவுகளின் பெறுமானங்களின் கூட்டுத்தொகையை ஈட்டுகளின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கும்போது பெறப்படும் பெறுமானம் தரவுத் தொகுதியின் **இடை** ஆகும். அதாவது

$$\text{இடை} = \frac{\text{எல்லா தரவுகளின் பெறுமானங்களினதும் கூட்டுத்தொகை}}{\text{தரவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

20 ஓவர் கொண்ட கிறிக்கெற் போட்டியொன்றில் 20 ஓவர்களுள் பெற்றுக்கொண்ட ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கைகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

3	4	5	6	6	2	0	3	5	4
3	1	2	2	4	5	3	6	4	3

ஓவர் ஒன்றில் பெற்ற ஓட்டங்களின் இடையைக் காண்போம். அதற்காகப் பின்வரும் முறையை உபயோகிப்போம்.

$$\text{இடை} = \frac{\text{எல்லா ஈட்டுகளினதும் கூட்டுத்தொகை}}{\text{ஈட்டுகளின் எண்ணிக்கை}}$$

இங்கே 20 ஈட்டுகள் உள்ளன. அவைகளின் கூட்டுத்தொகை 71 ஆகும். அதன்படி ஓவர் ஒன்றில் பெற்ற ஓட்டங்களின் இடை $= \frac{71}{20}$

$= 3.55$ ஆகும்.

இடையும் தரவுகளை விளக்க உபயோகிக்கும் வகைகுறிப்புப் பெறுமானம் ஒன்றாகும். வகைகுறிப்புப் பெறுமானங்களுள் அதிகளவில் உபயோகிக்கப்படும் மிகவும் பொருத்தமான வகைகுறிப்புப் பெறுமானம் இடையாகும். எல்லாத் தரவுகளின் பெறுமானங்களும் இடை காணப் பயன்படுத்தப்படுவது இதற்கான பிரதான காரணமாகும்.

- **தரவுகளின் பரம்பல் பற்றிய அளவீடுகள்**

குறித்த மூன்று வகுப்புகளில் கணித வினாத்தாள் ஒன்றுக்கு மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

$\boxed{A}$ 57 58 60 60 60 62 63

வகுப்பு A யில் உள்ள மாணவர்களின் புள்ளிகளின் இடையம் $= 60$

வகுப்பு A யில் உள்ள மாணவர்களின் புள்ளிகளின் இடை $= 60$

$\boxed{B}$ 35 45 55 60 65 75 85

வகுப்பு B யில் உள்ள மாணவர்களின் புள்ளிகளின் இடையம் $= 60$

வகுப்பு B யில் உள்ள மாணவர்களின் புள்ளிகளின் இடை $= 60$

$\boxed{C}$ 31 42 55 60 69 73 90

வகுப்பு C யில் உள்ள மாணவர்களின் புள்ளிகளின் இடையம் $= 60$

வகுப்பு C யில் உள்ள மாணவர்களின் புள்ளிகளின் இடை $= 60$

இம்மூன்று வகுப்புகளிலும் உள்ள மாணவர்களின் புள்ளிகள் வேறுபட்டுள்ளன. இருந்தபோதும் மூன்று வகுப்புகளிலும் உள்ள மாணவர்களின் புள்ளிகளின் இடை, இடையம் என்பன ஒரே பெறுமானத்தைக் கொண்டுள்ளன.

இவ்வாறான சந்தர்ப்பத்தில் இடை, இடையம் என்பவற்றை மட்டும் கருதிப் புள்ளிகள் பற்றிய விளக்கத்தைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியாது. எனவே இந்நேரத் தில் இத்தரவுகள் பரம்பல் அடைந்துள்ள விதத்தினை ஆராய வேண்டும். இதற்கு புள்ளிகளின் பரம்பல் தொடர்பான அளவீட்டைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

இப்பாடத்தில் தரவுகளின் பரம்பல் தொடர்பான அளவீடுகளில் ஒன்றான வீச்சு பற்றி மேலும் கற்போம்.

- **வீச்சு**

மேலுள்ள உதாரணத்தை மீண்டும் கருதுவோம்.

தரவுத் தொகுதியொன்றில் காணப்படும் உயர்வுப் பெறுமானம், இழிவுப் பெறுமானம் என்பவற்றுக்கிடையிலான வேறுபாடு அத்தரவுத் தொகுதியின் **வீச்சு** எனப்படும்.

வீச்சு = உயர்வுப் பெறுமானம் – இழிவுப் பெறுமானம்.

மேற்குறித்த உதாரணத்தில் A, B, C ஆகிய வகுப்புகளை மீண்டும் கருதுவோம்.

வகுப்பு A இன் வீச்சு $= 63 - 57 = 6$

வகுப்பு B இன் வீச்சு $= 85 - 35 = 50$

வகுப்பு C இன் வீச்சு $= 90 - 31 = 59$

வகுப்பு A இலும் வகுப்பு B இன் புள்ளிகளின் வீச்சு (பரம்பல்) கூடியது என்பதுவும் வகுப்பு B இலும் வகுப்பு C இன் புள்ளிகளின் வீச்சு (பரம்பல்) கூடியது என்பதுவும் தெரிகிறது.

வகுப்பு A இலுள்ள பிள்ளைகளின் புள்ளி 60 ஐச் சுற்றி நெருக்கமாகப் பரம்பியுள்ளது. வகுப்பு B, C ஆகியவற்றின் புள்ளிகள் 60 ஐ விட விரிந்து பரப்பியுள்ளது.

தரவுத் தொகுதியொன்றின் பரம்பலைக் காண்பிக்க உபயோகிக்கும் வகைகுறிப்புப் பெறுமானம் வீச்சாகும்.

நீங்கள் இதற்கு முன்னரும் இதைப் பற்றி கற்றுள்ளீர்கள்.

இரண்டு குழுக்களைச் சேர்ந்த மாணவர்கள் தவணைப் பரீட்சையில் பெற்ற புள்ளிகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

குழு A	48	52	50	50	54	51	49	46
குழு B	12	28	32	56	48	64	80	92

குழு A பெற்ற புள்ளிகளின் இழிவுப் பெறுமானம் $= 46$
குழு A பெற்ற புள்ளிகளின் உயர்வுப் பெறுமானம் $= 54$

குழு A பெற்ற புள்ளிகளின் வீச்சு = உயர்வுப் பெறுமானம் − இழிவுப் பெறுமானம்

$= 54 - 46$

$= 8$

குழு B பெற்ற புள்ளிகளின் இழிவுப் பெறுமானம் $= 12$

குழு B பெற்ற புள்ளிகளின் உயர்வுப் பெறுமானம் $= 92$

வீச்சு $= 92 - 12$

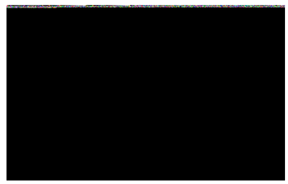
$= 80$

இதற்கேற்ப குழு B பெற்ற புள்ளிகளின் வீச்சு அதிகம் என்பது தெளிவாகிறது. குழு A பெற்ற புள்ளிகளின் வீச்சுக் குறைவு. அவர்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் அருகருகே பெறுமானங்களையுடைய புள்ளிகளைப் பெற்றிருக்கின்றார். அதனாலேயே வீச்சு குறைந்துள்ளது. எனவே வீச்சு என்பது தரவுகளின் பரம்பலைக் காட்ட உபயோகிக்கும் ஒரு வகைகுறிப்புப் பெறுமானமாகும்.

மிகவும் உகந்த வகைகுறிப்புப் பெறுமானம்

கிறிக்கெற் தொடர் ஒன்றில் 8 ஓவர்களில் ஒரு துடுப்பாட்ட வீரர் பெற்ற ஓட்டங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

3, 8, 9, 12, 5, 3, 5, 3



அவர் பெற்ற மொத்த ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கை 48 ஆகும். இத்தகவலை ஏறு வரிசையில் எழுதும்போது

3, 3, 3, $\boxed{5,\ 5,}$ 8, 9, 12

இங்கே ஆகாரம் 3 ஆகும்.

இடையம் $\dfrac{5+5}{2} = 5$ ஆகும்.

இடை $= \dfrac{48}{8}$

$= 6$ ஆகும்.

ஆகாரப் பெறுமானமான 3 என்னும் வகைகுறிப்புப் பெறுமானத்தைக் கருதி அவர் பெற்ற மொத்த ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கை பற்றிய முடிவை எடுக்க முடியாது. இடையமாகிய 5 என்னும் வகைகுறிப்புப் பெறுமானத்தைக் கொண்டும் மொத்த ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கை பற்றிய முடிவை எடுக்க முடியாது. இருந்தபோதும் ஓட்டங்களின் இடைப்பெறுமானம் 6 ஐ ஓவர்களின் எண்ணிக்கையான 8 ஆல் பெருக்கி அவர் பெற்ற மொத்த ஓட்டத்தைக் கணிக்கலாம். இதனால் தரவுத் தொகுதியொன்றை வெளிப்படுத்துவதற்கு மிகவும் பொருத்தமான வகைகுறிப்புப் பெறுமானம் இடையாகும்.

பயிற்சி 27.3

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு தரவுத் தொகுதிகளினதும் ஆகாரத்தைக் காண்க.
   (i) 8, 9, 12, 10, 12, 7, 8, 6, 10, 5, 8
   (ii) 33, 32, 18, 33, 45, 23, 53, 32, 33
   (iii) 78, 78, 80, 70, 78, 65, 69, 70
   (iv) 56, 48, 50, 52, 56, 55, 49, 60, 56, 48, 61, 47, 48

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு தரவுத் தொகுதியினதும் இடையத்தைக் காண்க.
   (i) 1, 3, 4, 5, 8, 9, 11
   (ii) 17, 23, 13, 38, 31, 54, 45
   (iii) 5, 12, 18, 9, 3, 7, 17, 8, 21
   (iv) 180, 175, 190, 225, 210, 210, 185, 190
   (v) 28, 54, 32, 32, 52, 34, 50, 37, 40, 46, 44, 48

3. பின்வரும் ஒவ்வொரு தரவுத் தொகுதியினதும் இடையைக் காண்க.
   (i) 4, 9, 7, 12
   (ii) 3, 6, 6, 8, 15, 10
   (iii) 14, 15, 12, 17, 26, 32, 45
   (iv) 3.5, 2.5, 4.8, 1.3, 3.9
   (v) 12.5, 32.4, 23.6, 8.3

4. 10 தீப்பெட்டிகளில் காணப்பட்ட தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கைகள் தரப்பட்டுள்ளன. 49, 50, 48, 47, 49, 50, 49, 50, 47, 51 பெட்டியொன்றில் காணப்படும் தீக்குச்சிகளின்
   (i) ஆகாரம்
   (ii) இடையம்
   (iii) இடை ஆகியவற்றைக் காண்க.

5. இலங்கையின் 9 மாகாணங்களில் குறித்த ஒரு நாளின் வெப்பநிலை தொடர்பான தகவல் தரப்பட்டுள்ளது. 26^{o}C, 27^{o}C, 28^{o}C, 32^{o}C, 29^{o}C, 28^{o}C, 30^{o}C, 29^{o}C, 28^{o}C அன்றைய தினத்தின் இடை வெப்பநிலை யாது?

6. மருத்துவப் பரிசோதனை ஒன்றுக்காக வந்த குழந்தைகளின் திணிவுகள் தொடர்பான தரவுகள் தரப்பட்டுள்ளன. 15 kg, 16 kg, 18 kg, 12 kg, 14 kg, 16 kg, 17 kg, 20 kg
   (i) இக்குழந்தைகளின் திணிவுகளின் ஆகாரம் எவ்வளவு?
   (ii) குழந்தைகள் திணிவுக்கேற்ப ஏறுவரிசைப்படுத்தப்பட்டால் அவர்களின் திணிவுகளின் இடையம் எவ்வளவாக இருக்கும்?
   (iii) தரப்பட்ட தரவுகளுக்கு ஏற்ப குழந்தைகளின் திணிவுகளின் இடைப் பெறுமானம் யாது?

7. இரண்டு அணிகளைச் சேர்ந்த கிறிக்கெற் விளையாட்டு வீரர்கள் 11 பேரும் பெற்ற ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கைகள் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

துடுப்பாட்ட வீரர்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
குழு A	34	42	58	5	32	21	16	0	9	3	12
குழு B	8	0	12	33	31	60	44	36	24	12	6

அ. குழு A யில் உள்ள துடுப்பாட்ட வீரர்கள் பெற்ற ஓட்டங்களின்

(i) இழிவுப் பெறுமானம் (ii) உயர்வுப் பெறுமானம் (iii) வீச்சு
(iv) இடையம் (v) இடை

என்பவற்றைக் காண்க.

ஆ. குழு B யில் உள்ள துடுப்பாட்ட வீரர்கள் பெற்ற ஓட்டங்களின்

(i) இழிவுப் பெறுமானம் (ii) உயர்வுப் பெறுமானம் (iii) வீச்சு
(iv) இடையம் (iv) இடை

என்பவற்றைக் காண்க.

இ. மேலே பெற்ற தகவல்களைக் கொண்டு பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

குழு	வீச்சு	இடை	இடையம்
A			
B			

ஈ. கிறிக்கெற் குழுவின் ஓட்டங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை சரியாகக் கிடையாதது எந்த வகைகுறிப்புப் பெறுமானத்தில் என்பதை எழுதுக.

8. பந்து வீச்சாளர் ஒருவர் கிறிக்கெற் போட்டியொன்றில் 10 ஓவர்களில் தமது எதிரணியினருக்கு 52 ஓட்டங்களைக் கொடுத்துள்ளார். அவர் ஒரு ஓவரில் எத்தனை ஓட்டங்களைக் கொடுத்துள்ளார்?

[redacted]

9. விமானத்தின் மூலம் பயணிக்கும் யாத்திரைக் குழுவொன்றில் உள்ள 15 பேரின் பயணப் பொதிகளின் இடைத் திணிவு 29 kg ஆக இருந்தது. விமானத்தில் பயணம் செய்யும் ஒருவருக்கு 30 kg திணிவுடைய பொதியை எடுத்துச் செல்வதற்கே அனுமதியுண்டு. அதனை விட அதிகமான திணிவை கொண்டுசெல்வதாயின் மேலதிகக் கட்டணம் அவரிடமிருந்து அறவிடப்படும்.

(i) இடைக்கேற்பக் குழுவில் உள்ளவர்களின் பயணப் பொதிகளின் முழுத் திணிவு எவ்வளவு ?

(ii) ஒருவர் 30 kg வீதம் கொண்டு செல்ல முடியுமானால் அவர்கள் அனைவரும் கொண்டு செல்லக்கூடிய முழுத் திணிவு எவ்வளவு ?

(iii) குழுவினர் கொண்டு செல்லும் மொத்தத் திணிவானது குறிக்கப்பட்டுள்ள மொத்தத் திணிவைத் தாண்டாவிடின் 30 kg இலும் அதிகமாகக் கொண்டு செல்லும் பயணிகளிடம் மேலதிகக் கட்டணம் அறவிடப்படமாட்டாது. இல்வாறாயின் இக்குழுவைச் சார்ந்தவர்கள் மேலதிகக் கட்டணம் செலுத்த வேண்டி ஏற்படுமா என்பதை எடுத்துரைக்க.

10. நான்கு பிள்ளைகளுடைய இடைத் திணிவு 34 kg ஆகும். இன்னொரு பிள்ளை இவர்களுடன் இணைந்து கொண்டால் அவர்களது இடைத் திணிவு 42 kg ஆகும்.

(i) நான்கு மாணவர்களினதும் மொத்தத் திணிவை காண்க.

(ii) புதிதாக இணைந்து கொண்ட பிள்ளையின் திணிவைக் காண்க.

(iii) புதிதாக இணைந்து கொண்டவரின் திணிவு 34 kg ஆக இருந்தால் முதலில் காணப்பட்ட இடை 34 kg இல் மாற்றம் ஏற்பட்டிருக்காது என்பதைக் காட்டுக.

11. மேகலா, ரெகானா ஆகிய இருவர் கடந்த தவணைப் பரீட்சையில் பெற்ற புள்ளிகளை அட்டவணை காட்டுகிறது.

பாடம்	தமிழ்	ஆங்கிலம்	கணிதம்	விஞ்ஞானம்	சமயம்	புவியியல்	சித்திரம்	விவசாயமும் உணவுத் தொழில் நுட்பமும்	வரலாறு
மேகலா	39	40	65	60	56	64	70	65	54
ரெகானா	64	55	42	58	70	68	49	70	45

(i) பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

மாணவர்	மேகலா	ரெகானா
புள்ளிகளின் ஆகாரம்	....	....
புள்ளிகளின் இடையம்	....	....
50 இலும் அதிகப் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ள பாடங்களின் எண்ணிக்கை	....	....

(ii) மேகலா, ரெகானா ஆகியோர் வகுப்பில் முதலாம், இரண்டாம் நிலைகளைப் பெறுவார்கள் எனின் (ஒழுங்கில் அல்ல) மேற்கூறப்பட்ட தரவுகளை அவதானித்து முதலாம் நிலையை யார் பெறுவார் என்பதைக் குறிப்பிடுக.

(iii) நீர் குறிப்பிட்டது சரியானதா என்பதைக் காரணங்களுடன் விளக்குக.

(iv) ஒவ்வொருவரினதும் இடைப் புள்ளியை வெவ்வேறாகக் காண்க.

(v) இரண்டு எண் தொகுதிகளை ஒப்பிடுவதற்கு மிகவும் பொருத்தமான வகை குறிப்புப் பெறுமானம் எது? அதற்கான காரணங்களை முன்வைக்க.

12. ஈட்டுகளின் எண்ணிக்கை 8 ஆக உள்ள தரவுத் தொகுதி ஒன்றின் இடையம் 6 ஆகும். ஏறுவரிசையில் இவற்றை எழுதியபோது இடையத்துக்கு கீழே இருக்கும் ஈட்டுகளின் கூட்டுத்தொகை 10 ஆகும் அவற்றின் இடை 7 ஆகும்.

(i) இடையத்துக்கு மேலே உள்ள ஈட்டுகளின் கூட்டுத்தொகை எவ்வளவு?

(ii) இத்தரவுகளுக்குப் பொருத்தமான 8 எண்களைக் எழுதுக.

13. ஒரு தரவுத் தொகுதியில் ஆகாரம், இடையம், இடை ஆகிய வகைகுறிப்பீட்டுப் பெறுமானங்களைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களைத் தருக.

பொழிப்பு

- தரவுகளை வகைகுறித்தலில் தண்டு இலை வரைபில் தரவுகளை வகை குறித்தல் மிக இலகுவானதுடன் கிரகித்தலுக்கும் பொருத்தமானதாகும்.
- தரவுகளை வகைகுறிக்கும் பெறுமானங்களாக ஆகாரம், இடையம், இடை என்பன பயன்படுத்தப்படும்.
- மொத்தத் தரவுகளின் எண்ணிக்கையை பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் பெறுமானமாக ''இடை'' ஐக் கருதலாம்.
- ஒரு தரவுத் தொகுதியில் இலகுவானதும் விரைவானதுமான ஒரு பெறுமானத்தைக் காட்டுவதற்கு ஆகாரம், இடையம் என்பவற்றைப் பயன்படுத்தலாம்.
- ஒரு தரவுத் தொகுதியில் பரம்பலைப் பற்றிக் கருத்துத் தெரிவிப்பதற்கு வீச்சு முக்கியமானதாகும்.

28 அளவிடைப் படம்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- அளவிடைப் படம் என்றால் என்ன என்பதை இனங்காணவும்
- ஏதேனும் அளவிடைக்கு வரையப்பட்ட வெவ்வேறு வடிவங்களுடைய நேர்கோட்டுத் தளவுருக்களின் அளவீடுகளுக்கு ஒத்த உண்மையான உருவத்தின் நீளத்தைக் கணிக்கவும்
- வெவ்வேறு நேர்கோட்டுத் தளவுருக்களின் உண்மையான அளவீடுகள் கொடுக்கப்படும்போது, தரப்பட்ட அளவிடைக்கேற்ப அளவிடைப் படத்தை வரையவும்
- தரப்பட்ட அளவிடைக்கு ஏற்ப அளவிடைப் படத்தின் ஏதேனும் நீளத்துக்கு ஒத்த உண்மையான நீளத்தை கணிக்கவும்

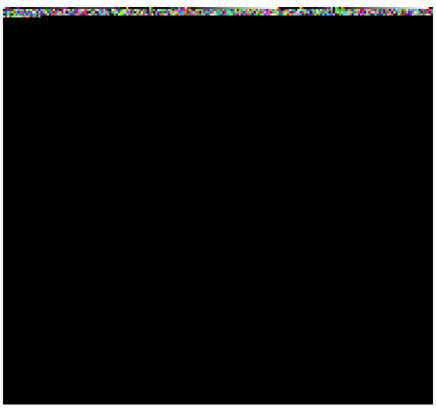
தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

28.1 அளவிடைப் படம்

சூழலில் காணப்படும் வெவ்வேறு வடிவங்களுடைய உருவங்களை வரையும்போது அவற்றின் உண்மையான நீளங்களுடன் அவற்றை அதே விதத்தில் காண்பிக்க முடியாத சந்தர்ப்பங்கள் உள்ளன.

அவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் நேர்கோட்டுத் தளவுருவமொன்றில் உள்ள நீளங்களின் சகல அளவீடுகளும் ஒரு விகிதத்துக்கு ஏற்ப உருவைச் சிறுப்பித்து அல்லது பெருப்பித்து வரையும்போது, அவ்வுருவம் அத்தளவுருவின் அளவிடைப் படமாகுமென தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள்.

அளவிடைப் படத்தின் வடிவம் உண்மையான தளவுருவின் வடிவத்தைக் கொண்டிருப் பதுடன் அதன் அளவு மட்டும் வேறுபட்டிருக்கும்.



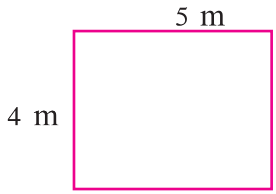
வீடொன்றின் நில அமைப்பின் அளவு சிறுப்பித்து வரையப்பட்டுள்ளது.

குருதிக் குழாய் ஒன்றின் குறுக்குவெட்டின் அளவு பெருப்பித்து வரையப்பட்டுள்ளது.

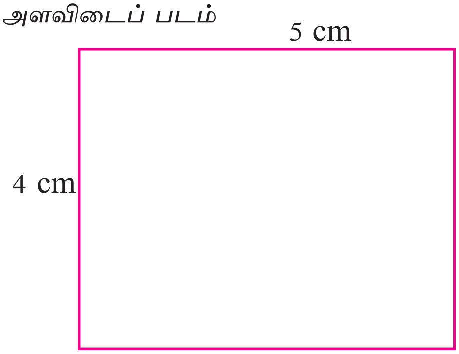
அளவிடைப் படங்களைப் பற்றிக் கற்ற விடயங்களை கீழே தரப்பட்டுள்ள வடிவத்தின் பருமட்டான படத்தைக் கொண்டு மீட்போம்.

5 m நீளமும் 4 m அகலமும் கொண்ட அறையொன்றின் பருமட்டான வரிப்படம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

பருமட்டான வரிப்படம்



அளவிடைப் படம்



அளவிடை 1 : 100

1 m நீளத்தை 1 cm இனால் காண்பிப்பதால் அறையின் பருமட்டான படத்தின் அளவிடைப் படத்தை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரையலாம் 1 m என்பது 100 cm என்பதால் அளவிடைப் படத்தின் 1 cm இனால் 100 cm குறிக்கப்படுகிறது. இதனை விகிதமாக 1 : 100 எனக் காட்டலாம்.

இவ்விகிதமானது, அளவிடைப் படத்தின் அளவிடை எனப்படும்.

உண்மையான நீளமான 5 m இனை அளவிடைப் படத்தில் 5 cm நீளத்தினாலும் உண்மையான அகலமான 4 m இனை அளவிடைப் படத்தில் 4 cm அளவினாலும் காண்பிக்கப்படுகின்றது.

நீர் கற்ற இவ்விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்காகப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுங்கள்.

மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்துக்கும் உகந்த அளவிடையை விகிதமாகத் தருக.

(i) அளவிடைப் படத்தில் 1 cm இனால் உண்மையான உருவத்தின் 50 cm ஐக் காண்பித்தல்

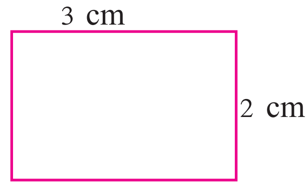
(ii) அளவிடைப் படத்தில் 1 cm இனால் உண்மையான உருவத்தின் 2 m ஐக் காண்பித்தல்

(iii) அளவிடைப் படத்தில் 2 cm இனால் உண்மையான உருவத்தின் 100 m ஐக் காண்பித்தல்

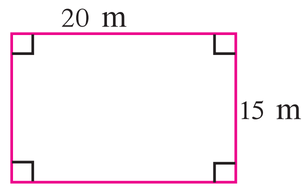
(iv) அளவிடைப் படத்தில் 5 cm இனால் உண்மையான உருவத்தின் 1 mm ஐக் காண்பித்தல்

(v) அளவிடைப் படத்தில் 3 cm இனால் உண்மையான உருவத்தின் 18 m ஐக் காண்பித்தல்

2. 1 : 200 என்னும் அளவிடையில் வரையப்பட்ட அளவிடைப்படமொன்று உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது.
   (i) அளவிடைக்கேற்ப 1 cm இனால் காட்டப்பட்டுள்ள உண்மையான நீளம் எவ்வளவு?
   (ii) அளவிடைப் படத்திற்கேற்ப வரையப்பட்டுள்ள உண்மையான உருவின் நீளத்தையும் அகலத்தையும் காண்க.



3. செவ்வக வடிவமான கட்டடமொன்றின் நில அமைப்பின் பருமட்டான வரிப்படம் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது.
   (i) இந்நில அமைப்பின் அளவிடைப் படத்துக்குப் பொருத்தமான ஓர் அளவிடையை விகிதமாகத் தருக.
   (ii) நில அமைப்பின் அளவிடைப் படத்தை வரைக.



28.2 அளவிடை தரப்படும்போது அளவிடைப் படமொன்றின் நீளங்களைக் கணித்தல்

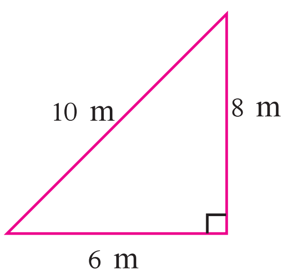
6 m நீளமும் 4 m அகலமும் உடைய செவ்வக வடிவமான மண்டபமொன்றின் அளவிடைப் படத்தை 1 : 200 என்னும் அளவிடையில் வரைய வேண்டுமெனின்,

அளவிடைப் படத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்தினதும் நீளங்களைக் கணித்துக் கொள்வோம்.

200 cm நீளத்தைக் குறிக்கும் அளவிடைப் படத்தின் நீளம் $= 1$ cm

600 cm நீளத்தைக் குறிக்கும் அளவிடைப் படத்தின் நீளம் $= \frac{1}{200} \times 600 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$

400 cm நீளத்தைக் குறிக்கும் அளவிடைப் படத்தின் நீளம் $= \frac{1}{200} \times 400 \text{ cm} = 2 \text{ cm}$



செங்கோண முக்கோண வடிவமுடைய மரக்கறிப் பாத்தியொன்றின் பருமட்டான வரிப்படம் ஒன்று உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

இதன் அளவிடைப் படத்தை வரைய ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட அளவிடைகளைத் தெரிவுசெய்தபோது வரையப்பட வேண்டிய ஒவ்வொரு அளவிடைப் படங்களினதும் பக்க நீளங்களைக் காண்போம்.

மரக்கறிப் பாத்தியின் உண்மையான நீளம்	அளவிடைக்கு ஏற்ப அளவிடைப் படத்தின் நீளம்		
	1 cm இனால் 1 m குறிக்கப்படுகிறது (1 : 100)	1 cm இனால் 2 m குறிக்கப்படுகிறது (1 : 200)	1 cm இனால் $\frac{1}{2}$ m குறிக்கப்படுகிறது (1 : 50)
10 m	$\frac{1000}{100}$ cm = 10 cm	$\frac{1000}{200}$ cm = 5 cm	$\frac{1000}{50}$ cm = 20 cm
8 m	$\frac{800}{100}$ cm = 8 cm	$\frac{800}{200}$ cm = 4 cm	$\frac{800}{50}$ cm = 16 cm
6 m	$\frac{600}{100}$ cm = 6 cm	$\frac{600}{200}$ cm = 3 cm	$\frac{600}{50}$ cm = 12 cm

அளவிடைப் படத்தின் உருவம் பெரிதாக அமைய வேண்டின் அளவிடை 1 : 50 எனவும் சிறியதாக அமைய வேண்டின் அளவிடை 1 : 200 எனவும் தெரிவுசெய்து கொள்ளலாம்.

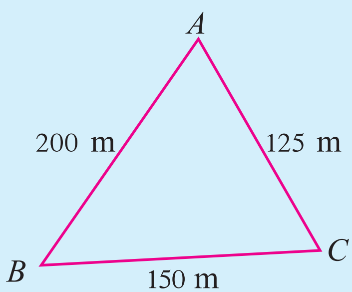
உதாரணம் 1

ABC என்னும் முக்கோணி வடிவமுடைய நிலப் பகுதியொன்றின் பருமட்டான வரிப்படம் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. 1 : 2500 என்னும் அளவிடையில் இவ்வுருவை வரைய வேண்டின் அவற்றின் பக்க நீளங்கள் எவ்வளவாக அமைய வேண்டும் எனக் கணிக்க.

அளவிடை 1 : 2500

25 m உண்மையான நீளத்தையுடைய அளவிடைப் படத்தின் நீளம் = 1 cm ஆகும்.

2500 cm = 25 m என்பதால் அளவிடைப் படத்தின் 1 cm இனால் 25 m நீளம் குறிக்கப்படுகிறது. அதாவது உண்மையான நீளம் 25 m ஐ உடைய அளவிடைப் படத்தின் நீளம் 1 cm ஆகும்.



$\therefore$ 200 m உண்மை நீளமுடைய அளவிடைப் படத்தின் நீளம் $= \frac{200}{25}$ cm = 8 cm

$\therefore$ 150 m உண்மை நீளமுடைய அளவிடைப் படத்தின் நீளம் $= \frac{150}{25}$ cm = 6 cm

$\therefore$ 125 m உண்மை நீளமுடைய அளவிடைப் படத்தின் நீளம் $= \frac{125}{25}$ cm = 5 cm

உதாரணம் 2

250 m உண்மையான நீளத்தை 1 : 10 000 அளவிடையில் வரையப்பட்டபோது அளவிடைப் படத்தின் நீளம் எவ்வளவு?

அளவிடை 1 cm இனால் 10 000 cm குறிக்கப்படுகிறது.

$1 \text{ cm} \longrightarrow 10\ 000 \text{ cm}$

$1 \text{ cm} \longrightarrow 100 \text{ m}$

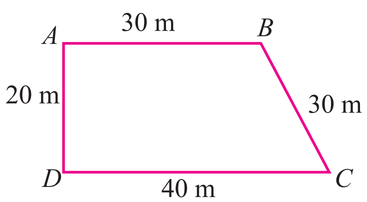
அளவிடைப் படத்தில் 1 cm ஆனது உண்மையான உருவில் 100 m ஐக் குறிக்கின்றது.

அதாவது உண்மையான நீளத்தின் 100m ஆனது அளவிடைப் படத்தில் 1 cm இனால் குறிக்கப்படுகின்றது.

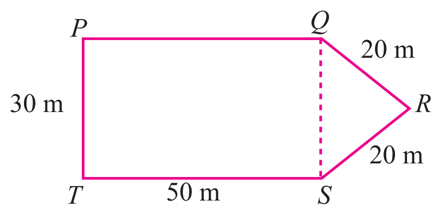
எனவே உண்மையான நீளமான 250 m ஆனது $\frac{250}{100} = 2.5$ cm இனால் குறிக்கப் படுகின்றது.

பயிற்சி 28.1

1. *ABCD*, *PQRST* என்பன இரு பூப்பாத்திகளின் வரிப்படங்களாகும். இவற்றில் உள்ள தகவல்களைக் கொண்டு பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.



உரு (i)

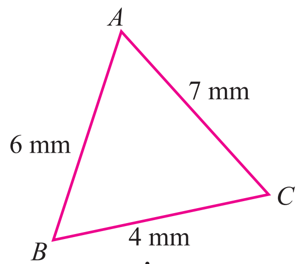


உரு (ii)

உரு	அளவிடை	உண்மையான உருவின் நீளம்	அளவிடைப் படத்தின் நீளம்
(i)	1 : 1000	30 m 20 m 40 m	....
	1 : 500	30 m 20 m 40 m	....
(ii)	1 : 100	20 m 50 m 30 m	....

2. (i) 1 cm இனால் 4 mm குறிக்கப்படும் ஓர் அளவிடையை விகிதமாகத் தருக.

(ii) அந்த அளவிடையில் வரைய வேண்டிய முக்கோணி வடிவமுடைய சிறு துவார மொன்றின் அளவீடுகளைக் கொண்ட வரிப்படம் தரப்பட்டுள்ளது. மேலே கொடுக்கப்பட்ட அளவிடையில் இம்முக்கோணியை வரைவதற்கு அதற்கு ஒத்த பக்கங்களின் அளவிடைப் படத்தின் நீளங்களை வெவ்வேறாகக் காண்க.



பருமட்டான உரு

28.3 அளவிடைப் படங்களிலிருந்து உண்மையான நீளத்தைக் காணுதல்

தரப்பட்ட அளவிடைப் படத்திலிருந்து உண்மையான அளவீடுகளைப் பெறும் விதத்தை தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள் அதனைப் பற்றி மேலும் ஆராய்வோம்.

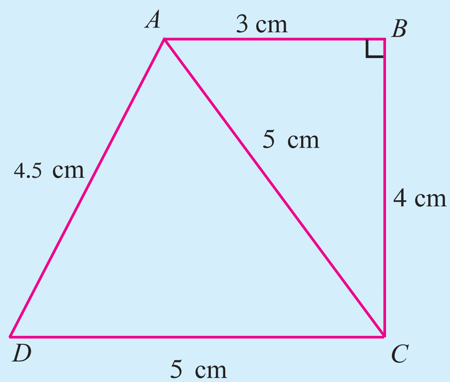
உதாரணம் 1

$ABCD$ என்னும் நாற்பக்கல் வடிவமுடைய பூப்பாத்தியொன்றின் அளவிடைப் படமொன்று தரப்பட்டுள்ளது. அது 1 : 500 என்னும் அளவிடையில் வரையப்பட்டுள்ளது.

(i) பூப்பாத்தியின் நான்கு பக்கங்களினதும் உண்மையான நீளத்தையும்

(ii) பூப்பாத்தியின் குறுக்கே அமைக்கப் பட்ட வாய்க்கால் AC இன் நீளத்தையும்

கணிக்க.



(i) அளவிடைப் படத்தின் 1 cm இனால் காண்பிக்கப்படும்

உண்மையான நீளம் $= 500$ cm $= 5$ m

$\therefore$ AB யின் உண்மையான நீளம் $= 3 \times 5$ m $= 15$ m

BC யின் உண்மையான நீளம் $= 4 \times 5$ m $= 20$ m

DC யின் உண்மையான நீளம் $= 5 \times 5$ m $= 25$ m

AD யின் உண்மையான நீளம் $= 4.5 \times 5$ m $= 22.5$ m

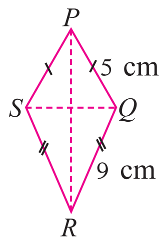
(ii) $\therefore$ வாய்க்கால் AC இன் உண்மையான நீளம் $= 5 \times 5$ m $= 25$ m

பயிற்சி 28.2

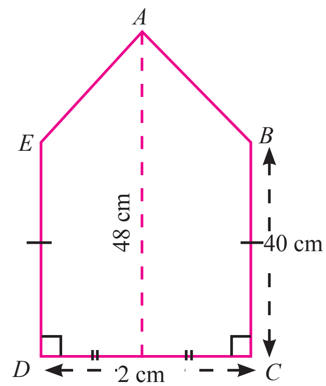
1. சமபக்க முக்கோண வடிவமுடைய பூப்பாத்தியொன்றின் அளவிடைப் படம் 1 : 100 என்னும் அளவிடையில் வரையப்பட்டுள்ளது.
   (i) அளவிடைப் படத்தின் 1 cm இனால் குறிக்கப்படும் நீளத்தின் உண்மையான நீளத்தைக் காண்க.
   (ii) பூப்பாத்தியின் ஒரு பக்கத்தின் உண்மையான நீளத்தைக் காண்க.

2. இலங்கைத் தேசப்படமொன்று 1 : 50 000 அளவிடையில் வரையப்பட்டுள்ளது. அந்த அளவிடைப் படத்தில் 4 cm தூரத்தில் இரு நகரங்கள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. அந்நகரங்களுக்கிடையிலான உண்மையான தூரம் எத்தனை கிலோமீற்றர் ஆகும்?

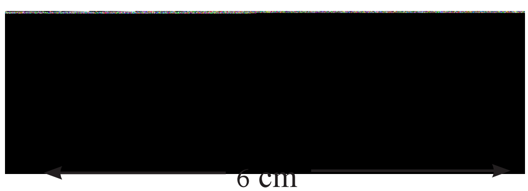
3. திறந்த வெளி விளையாட்டு மைதானம் ஒன்றின் அளவிடைப் படமொன்று அளவீடுகளுடன் தரப்பட்டுள்ளது. அது 1 : 20 000 என்னும் அளவிடையில் வரையப்பட்டுள்ளது.
   (i) விளையாட்டு மைதானத்தின் PQ என்னும் பக்கத்தின் உண்மையான நீளத்தைக் காண்க.
   (ii) உண்மையான பக்கம் QR இன் நீளம் பக்கம் PQ இன் நீளத்திலும் எவ்வளவால் கூடியதாகும்?



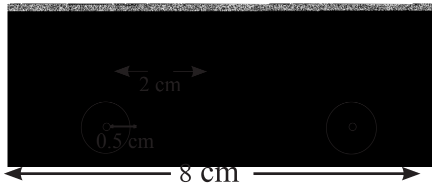
4. 1 : 50 என்னும் அளவிடையில் வரையப்பட்டுள்ள ஒரு கட்டடத்தின் பக்கச் சுவரொன்றின் அளவிடைப் படம் உருவில் தரப்பட்டுள்ளது.
   (i) கட்டடத்தின் அகலத்தைக் காண்க.
   (ii) நில மட்டத்தில் இருந்து கட்டடத்தின் உச்சிக்குள்ள உயரத்தைக் கணிக்க.



5. 1 : 1000 என்னும் அளவிடையில் வரையப்பட்ட ஒரு கப்பலின் பக்கத்தோற்றத்தின் அளவிடைப் படம் உருவில் தரப்பட்டுள்ளது. கப்பலின் உண்மையான நீளத்தைக் காண்க.



6. 1 : 80 என்னும் அளவிடையில் வரையப்பட்ட மோட்டார் வாகனத்தின் பக்கத் தோற்றத்தின் அளவிடைப் படம் உருவில் தரப்பட்டுள்ளது.

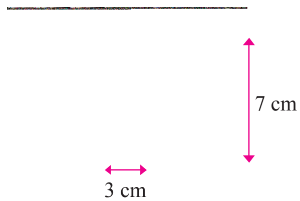


(i) மோட்டார் வாகனத்தின் உண்மையான நீளத்தைக் காண்க.

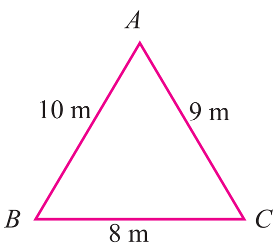
(ii) மோட்டார் வாகனத்தின் ரயரின் உண்மையான விட்டத்தைக் காண்க.

(iii) கதவின் உண்மையான அகலத்தைக் காண்க.

7. 5 : 1 அளவிடையில் வரையப்பட்ட ஒரு வண்டின் உருவப்படத்தின் அளவிடைப் படம் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு நீளங்களினதும் உண்மையான நீளத்தைக் காண்க.



28.4 அளவிடைப் படங்களை வரைதல்



ABC என்னும் முக்கோணி வடிவமுடைய பூப்பாத்தியொன்றின் பருமட்டான வரிப்படம் ஒன்று தரப்பட்டுள்ளது. அதனை வரையப் பொருத்தமான அளவிடையைத் தெரிவுசெய்வோம். 1 cm இனால் 2 m நீளத்தைக் குறிப்பதாக இருந்தால் அதன் அளவிடை 1 : 200 ஆகும்.

அதன் அளவிடைப் படத்தை வரையப் பின்வரும் படிமுறைகளை மேற்கொள்வோம்.

அளவிடைப் படத்தில் 1 cm இனால் குறிக்கப்படும் உருவின்

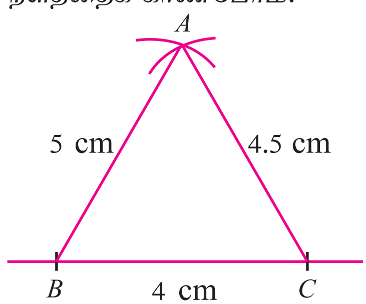
உண்மையான நீளம் = 200 cm = 2 m

படி- 1 அளவிடைப் படத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்தினதும் நீளத்தைக் காண்போம்.

10 m ஐக் குறிக்கும் அளவிடைப் படத்தின் நீளம் $= \frac{10}{2}$ cm $= 5$ cm

8 m ஐக் குறிக்கும் அளவிடைப் படத்தின் நீளம் $= \frac{8}{2}$ cm $= 4$ cm

9 m ஐக் குறிக்கும் அளவிடைப் படத்தின் நீளம் $= \frac{9}{2}$ cm $= 4.5$ cm

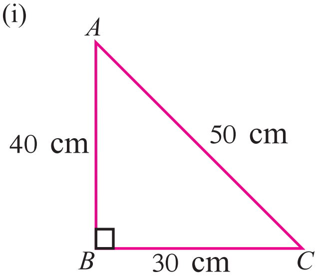


படி - 2 முக்கோணிகளை அமைத்தல் என்னும் பாடத்தில் கற்றதற்கிணங்க 5 cm, 4 cm, 4.5 cm பக்க நீளங்களைக் கொண்ட முக்கோணியை அமைக்க.

பயிற்சி 28.3

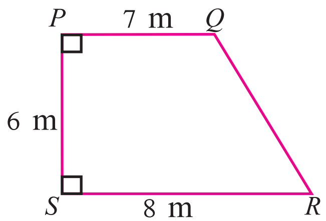
1. பின்வரும் ஒவ்வொரு பருமட்டான வரிப்படத்தின் கீழே குறிக்கப்பட்டுள்ள அளவிடைக்கு ஏற்ப அளவிடைப் படங்களை வரைக.

(i)



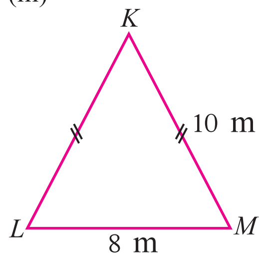
அளவிடை 1 : 10

(ii)



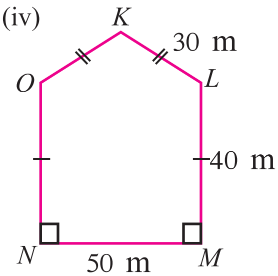
அளவிடை 1 : 100

(iii)



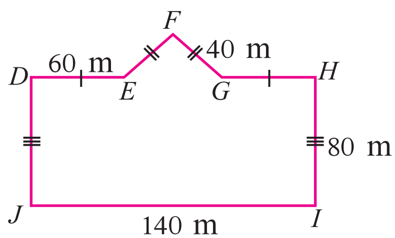
அளவிடை 1 : 200

(iv)



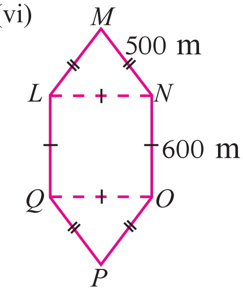
அளவிடை 1 : 1000

(v)



அளவிடை 1 : 2000

(vi)



அளவிடை 1 : 10000

பொழிப்பு

- அளவிடைப் படத்தின் ஓரலகு மூலம் காண்பிக்கப்படும் உண்மையான நீளம் அதன் அளவிடையாகும். அது விகிதமாக எழுதப்படும்.
- அளவிடை மூலம் ஓரலகினால் உண்மையான நீளம் குறிக்கப்படுவதால்
  - அளவிடைப் படத்துக்கு ஒத்த உண்மையான நீளத்தையும்
  - உண்மையான நீளத்துக்கு ஒத்த அளவிடைப் படத்தின் நீளத்தையும் கணித்துப் பெறலாம்.
- தரப்பட்ட அளவீடுகளுக்கு ஏற்ப தளவுருவமொன்றின் அளவிடைப் படங்களைத் தகுந்த அளவிடையைத் தெரிவுசெய்து வரையலாம்.

29

நிகழ்தகவு

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- வெற்றிப் பின்னம் என்பது யாது என்பதை அறிந்து கொள்ளவும்
- பரிசோதனைமுறை நிகழ்தகவு என்பது யாது என்பதை அறிந்து கொள்ளவும்
- அறிமுறை நிகழ்தகவு என்பது யாது என்பதை அறிந்து கொள்ளவும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

29.1 நிகழ்ச்சி

அன்றாடம் சூழலில் இடம்பெறும் சில நிகழ்ச்சிகளைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

"சூரியன் கிழக்கில் உதித்தல்" என்னும் நிகழ்ச்சி **நிச்சயமாக நடைபெறும் ஒரு நிகழ்ச்சி** ஆகும்.

"அமாவாசை தினத்தில் பூரணச் சந்திரன் காட்சியளித்தல்" என்னும் **நிகழ்ச்சி நிச்சயமாக நடைபெறாத ஒரு நிகழ்ச்சியாகும்.**

"ஒரு நாணயத்தை மேலே எறிந்து விழுகின்ற பக்கத்தை அவதானிப்பது" என்னும் நிகழ்ச்சியைக் கருதுவோம். இங்கு நாணயத்தை மேலே எறியும்போது தலைப்பக்கம் விழுதல் அல்லது பூப்பக்கம் விழுதல் ஆகிய இரண்டிலும் எது நிகழும் என்பதை நிச்சயமாகக் கூற முடியாது. எனவே இந்நிகழ்ச்சி **சில வேளைகளில் நடைபெறும் நிகழ்ச்சி** ஆகும்.

இவ்வாறு அன்றாடம் சூழலில் நிகழும் நிகழ்ச்சிகளை
- நிச்சயமாக நடைபெறும் நிகழ்ச்சிகள்
- நிச்சயமாக நடைபெறாத நிகழ்ச்சிகள்
- சிலவேளை நடைபெறும் நிகழ்ச்சிகள்

என மூன்று வகைகளாகப் பிரிக்கலாம் என்பதை தரம் 7 இல் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

ஒரு நாணயத்தை மேலே எறிந்து கீழே விழும் பக்கத்தை அவதானிப்போம்.

- இங்கு **பரிசோதனையாக** அமைவது ஒரு நாணயத்தை மேலே எறிந்து அது கீழே விழுகின்ற பக்கத்தை அவதானிப்பதாகும்.
- **இப்பரிசோதனையின் இயல்தகு பேறுகளாவன** ''தலை'' விழுதலும் ''பூ'' விழுதலும் ஆகும்.
- இந்நாணயம் சமச்சீரானது எனின் சகல பேறுகளும் சம சந்தர்ப்பத்தைக் கொண்டிருக்கும்.

எனவே, இப்பரிசோதனைக்காகப் பயன்படுத்திய சமச்சீரான நாணயம் **கோடாத** ஒரு பொருளாகும்.

- **0 - 1 அளவிடை**

சூரியன் மேற்கில் உதிப்பது ஒருபோதும் நடைபெறாது. எனவே அது நடைபெறும் இயல்தகவு 0 ஆகும். சூரியன் கிழக்கில் உதிப்பது நிச்சயமாக நடைபெறும் நிகழ்வு எனவே அதன் இயல்தகவு 1 ஆகும். இதற்கேற்ப எப்போதும் நடைபெறாத ஒரு நிகழ்வின் இயல்தகவு 0 எனவும் நிச்சயமாக நடைபெறும் ஒரு நிகழ்வின் இயல்தகவு 1 எனவும் கொள்ளப்படும். சில நிகழ்வுகளுக்கான இயல்தகவுக்காக 0 இற்கும் 1 இற்கும் இடைப்பட்ட பெறுமானத்தையும் எடுக்கலாம். ஒரு நிகழ்வு நிகழ்வதற்கு அல்லது நிகழாமல் இருப்பதற்கான இயல்தகவுகள் சமனாயுள்ளபோது இயல்தகவு $\frac{1}{2}$ எனக் கொள்ளப்படும். நிகழ்வதற்கான இயல்தகவுகள் குறைவாகவுள்ளபோது இயல்தகவு 0 இற்கும் $\frac{1}{2}$ இற்கும் இடைப்பட்ட ஒரு பெறுமானத்தினாலும் நிகழ்வதற்கான இயல்தகவுகள் கூடுதலாகவுள்ளபோது இயல்தகவுகள் $\frac{1}{2}$ இற்கும் 1 இற்கும் இடைப்பட்ட ஒரு பெறுமானத்திலும் காட்டப்படும்.

மேற்படி சந்தர்ப்பங்களில் இயல்தகவைத் தீர்மானிப்பதற்காக எடுக்கப்படும் அளவிடை 0 - 1 அளவிடை என அழைக்கப்படும்.

பயிற்சி 29.1

1. நிச்சயமாக நடைபெறும் 3 நிகழ்ச்சிகளை எழுதுக.

2. நிச்சயமாக நடைபெறாத 3 நிகழ்ச்சிகளை எழுதுக.

3. சிலவேளை நடைபெறும் நிகழ்ச்சிகள் 3 ஐ எழுதுக.

4. 1, 2, 3, 4 என முகங்களில் குறிக்கப்பட்டுள்ள ஒழுங்கான நான்முகித் தாயக் கட்டை ஒன்றை ஒரு தடவை மேலே எறிந்து கீழ்நோக்கி விழும் பக்கத்திலுள்ள எண்ணை அவதானிக்கும் பரிசோதனையின் பேறுகளை எழுதுக.

5. கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

நிகழ்ச்சி	இயல்தகவுக்காக 0 - 1 அளவிடையில் வழங்கப்படும் பெறுமானம் (நிகழ்தகவு 0, 1, $\frac{1}{2}$, 0 - $\frac{1}{2}$, 1 - $\frac{1}{2}$)
1. ஒரு மரத்திலிருந்து விழும் காய் நிலத்தில் விழுதல்.	....
2. இன்று திங்கட்கிழமை ஆயின் நாளை புதன்கிழமையாய் இருத்தல்.	....
3. அளவில் சமனான 3 சிவப்பு மாபிள்களும் 2 நீல மாபிள்களும் உள்ள ஒரு பையிலிருந்து எடுத்த ஒரு மாபிள் சிவப்பு நிற மாபிளாக இருத்தல்.	$\frac{1}{2} - 1$
4. தொடராக 5 தடவைகள் தோல்வியுற்ற ஒரு குழுவினர் அடுத்த போட்டியில் வெற்றி பெறுதல்.	....
5. முகங்களில் 1, 1, 1, 2, 2, 2 எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ள ஒரு தாயக்கட்டையை மேலே எறியும்போது விழும் பக்கத்தில் 1 கிடைத்தல்.	....
6. ஒரு போட்டியில் பூவா தலையா பார்த்து முதலுரிமை பெறல்.	
7. ஒரு சதுரத்தில் எல்லாப் பக்கங்களும் நீளத்தில் சமனாகும்.	....
8. கோடை காலத்தில் மழை பெய்தல்.	....

29.2 பரிசோதனை முறை நிகழ்தகவு

- **எழுமாற்றுப் பரிசோதனைகள்**

ஒரு நாணயத்தை மேலே எறியும்போது ''பூ'' கிடைக்கப்பெறல் என்னும் நிகழ்ச்சியைக் கருதுவோம். இங்கு நாணயத்தை மேலே எறியும்போது ''பூ'' கிடைத்தல் அல்லது ''தலை'' கிடைத்தல் ஆகிய இரண்டிலும் எது நடைபெறுமென நிச்சயமாகக் கூறமுடியாது. எனவே இது ஓர் எழுமாற்று பரிசோதனை என நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

இங்கு பரிசோதனையானது ஒரு நாணயத்தை மேலே எறிந்து விழுகின்ற பக்கத்தை அவதானிப்பதாகும்.

இப்பரிசோதனையின் எதிர்பார்க்கப்படும் 2 பேறுகளாவன ''பூ'' கிடைத்தல் அல்லது ''தலை'' கிடைத்தல் ஆகும்.

கிடைக்கத்தக்க பேறுகள் தெரிந்திருப்பினும் நிச்சயமாகக் கூறமுடியாத பரிசோதனையை இயல்தகு பரிசோதனை என அழைப்போம். இவை எழுமாற்றுப் பரிசோதனைகள் எனவும் அழைப்படும்.

சில எழுமாற்றுப் பரிசோதனைகளும் அவற்றின் பேறுகளும் கீழே அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

எழுமாற்றுப் பரிசோதனை	கிடைக்கத்தக்க பேறுகள்
ஒரு பேருந்துத் தரிப்பிடத்தில் தரிக்கும் ஒரு பேருந்திலிருந்து முதலில் இறங்கும் பயணி ஓர் ஆணா, பெண்ணா என அவதானித்தல்	• பயணி ஓர் ஆண் ஆகவிருத்தல் • பயணி ஒரு பெண் ஆகவிருத்தல்
முகங்களில் 1, 2, 3, 4, 5, 6 என எண்களிடப் பட்டுள்ள ஒரு சதுரமுகி தாயக்கட்டையை ஒரு தடவை மேலே எறிந்து மேல் நோக்கியதாக விழும் முகத்திலுள்ள எண்ணை அவதானித்தல்.	• 1 உள்ள பக்கம் விழுதல் • 2 உள்ள பக்கம் விழுதல் • 3 உள்ள பக்கம் விழுதல் • 4 உள்ள பக்கம் விழுதல் • 5 உள்ள பக்கம் விழுதல் • 6 உள்ள பக்கம் விழுதல்

ஒரு எழுமாற்றுப் பரிசோதனையில் பின்வரும் பொதுப் பண்புகள் உள்ளன.

- ஒரே நிலைமையின் கீழ் மீளத்தக்கதாயிருத்தல்
- பரிசோதனையில் பெறப்படும் பேறை அதனைச் செய்வதற்கு முன்னர் சரியாகக் கூற முடியாதிருத்தல்
- பரிசோதனையைச் செய்வதற்கு முன்னர் இயலும் பேறுகள் அனைத்தையும் கூறக் கூடியதாயிருத்தல்

• பரிசோதனைமுறை நிகழ்தகவை காணல்

சாதாரண நாணயமொன்றை ஒரு தடவை மேலே எறிந்து கீழே விழும்போது மேல் நோக்கி விழும் பக்கத்தை அவதானிப்பதில் பெறப்படும் பேறைச் சரியாகக் கூற முடியாது, ஆயினும் இப்பரிசோதனையைப் பல தடவைகள் செய்து ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் கிடைக்கும் பேறு யாதாயிருக்கும் என ஆராய்வோம்.

இரண்டு ரூபாய் நாணயமொன்றை மேலே எறிந்து கீழே விழும்போது மேல்நோக்கியிருக்கும் பக்கத்தை அவதானிக்கும் பரிசோதனையை 20 தடவைகள் மீண்டும் மீண்டும் செய்து அவதானிப்புகளை இங்கு தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் குறிப்பதன் மூலம் அட்டவணை பூரணப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

பரிசோதனை செய்யப்பட்ட தடவைகளின் எண்ணிக்கை	பரிசோதனையின் முடிவில் "தலை" என்னும் பேறு பெறப்பட்ட தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை	பரிசோதனையின் முடிவில் "பூ" என்னும் பேறு பெறப்பட்ட தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை	$\frac{\text{"தலை" பெறப்பட்ட தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{பரிசோதனை செய்யப்பட்ட தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$	$\frac{\text{"பூ" பெறப்பட்ட தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{பரிசோதனை செய்யப்பட்ட தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$
1	1	0	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{0}{1} = 0$
2	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3	1	2	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
4	2	2	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$
5	2	3	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$
6	2	4	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$
7	3	4	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$
8	4	4	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{8}$
9	4	5	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$
10	5	5	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{10}$
11	5	6	$\frac{5}{11}$	$\frac{6}{11}$
12	5	7	$\frac{5}{12}$	$\frac{7}{12}$
13	5	8	$\frac{5}{13}$	$\frac{8}{13}$
14	6	8	$\frac{6}{14}$	$\frac{8}{14}$
15	7	8	$\frac{7}{15}$	$\frac{8}{15}$
16	8	8	$\frac{8}{16}$	$\frac{8}{16}$
17	9	8	$\frac{9}{17}$	$\frac{8}{17}$
18	10	8	$\frac{10}{18}$	$\frac{8}{18}$
19	8	11	$\frac{8}{19}$	$\frac{11}{19}$
20	11	9	$\frac{11}{20}$	$\frac{9}{20}$

செயற்பாடு 1

வகுப்பறையில் நாணயமொன்றை 40 தடவைகள் மேலே எறிந்து கிடைக்கும் பேறுகளை அவதானித்து கீழே உள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்தவும்.

தடவைகளின் எண்ணிக்கை	''பூ'' கிடைத்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை	''தலை'' கிடைத்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை	$\dfrac{\text{''பூ'' விழுந்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$	$\dfrac{\text{''தலை'' விழுந்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$
40				

இப்பரிசோதனையில் முடிவெடுக்கக்கூடிய முக்கிய விடயமாவது, பரிசோதனை செய்யப்படும் தடவைகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும்போது கீழே தரப்படும் ஒவ்வொரு பெறுமானமும் $\frac{1}{2}$ அல்லது $\frac{1}{2}$ இற்கு அண்மித்த ஒரு பெறுமானத்தை எடுக்கின்றது என்பதாகும்.

- $\dfrac{\text{''தலை'' கிடைத்த தடைவைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{பரிசோதனை செய்யப்பட்ட தடவைகளின் எண்ணிக்கை}} = \dfrac{1}{2}$
- $\dfrac{\text{'பூ'' கிடைத்த தடைவைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{பரிசோதனை செய்யப்பட்ட தடவைகளின் எண்ணிக்கை}} = \dfrac{1}{2}$

இதன் மூலம் ஒரு நாணயத்தை மேலே எறிந்து விழும் பக்கத்தை அவதானிக்கும் போது ஒரு ''தலை'' கிடைப்பதற்கான **நிகழ்தகவு** $\frac{1}{2}$ என்பதாகும். இவ்வாறே இங்கு ''பூ'' கிடைப்பதற்கான **நிகழ்தகவும்** $\frac{1}{2}$ ஆகும்.

- **வெற்றிப்பின்னம் (சார்பு மீடிறன்)**

இரண்டு ரூபாய் நாணயமொன்றை 20 தடவைகள் மேலே எறிந்து ஒவ்வொரு தடவையும் நாணயம் கீழே விழும்போது மேல்நோக்கி இருக்கும் பக்கத்தை அவதானிக்கும்போது கீழே தரப்பட்டுள்ள பேறுகள் கிடைத்தன.

''தலை'' விழுந்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை 11 ஆகும்.

''பூ'' விழுந்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை 9 ஆகும்.

இங்கு, $\dfrac{\text{''தலை'' விழுந்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{நாணயம் எறியப்பட்ட தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}$

என்பது **''தலை'' விழுவதற்கான வெற்றிப் பின்னம் அல்லது சார்பு மீடிறன்** என அழைக்கப்படும்

$\therefore$ தலை விழுவதற்கான வெற்றிப் பின்னம் $= \dfrac{11}{20}$

$$\frac{\text{``பூ'' விழுந்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{நாணயம் எறியப்பட்ட தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}$$

என்பது **''பூ'' விழுவதற்கான வெற்றிப் பின்னம் அல்லது சார்பு மீடிறன்** என அழைக்கப்படும்.

$\therefore$ ''பூ'' விழுவதற்கான வெற்றிப் பின்னம் $= \dfrac{9}{20}$

பேறு நிச்சயமாகத் தெரியாத ஒரு பரிசோதனையில் A என்பது அப்பரிசோதனையில் பெறக்கூடிய ஒரு பேறு எனின், இப்பரிசோதனையை ஒரே நிலைமைகளின் கீழ் மீண்டும் மீண்டும் பல தடவைகள் செய்யும் போது,

$$\text{பேறு } A \text{ இன் வெற்றிப் பின்னம்} = \frac{\text{பேறு } A \text{ கிடைத்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{பரிசோதனை செய்யப்பட்ட தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

$$\text{வெற்றிப் பின்னம்} = \frac{\text{எதிர்பார்த்த நிகழ்ச்சி நடைபெறும் தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{பரிசோதனை நடைபெற்ற தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

யாதாயினுமொரு பேறு பெறப்பட்ட தடவைகளின் எண்ணிக்கை பரிசோதனை செய்யப்பட்ட தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கைக்கு சிறியது அல்லது சமனாகும் என்பதால் வெற்றிப் பின்னத்தின் பெறுமானம் 0 தொடக்கம் 1 வரையுள்ள பெறுமானத்தை எடுக்கும். பரிசோதனை செய்யப்படும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையை (n) அதிகரிக்கும்போது பேறு A இன் வெற்றிப் பின்னத்தின் பெறுமானம் யாதேனும் நிலையான ஒரு பெறுமானத்துக்குச் சமனான அல்லது மிக அண்மித்த ஒரு பெறுமானத்தை எடுக்கும் எனின் அப்பெறுமானம் மேற்குறித்த பரிசோதனையை ஒரு தடவை செய்யும்போது பேறு A கிடைப்பதற்கான **நிகழ்தகவு** ஆகும்.

சூரியன் உதிக்கும் திசையை எத்தனை நாட்கள் அவதானிப்பினும் சூரியன் கிழக்கிலேயே உதிக்கும். எனவே சூரியன் கிழக்கில் உதிப்பதற்கான நிகழ்தகவு 1 ஆகும். சூரியன் என்றுமே தெற்கில் உதிக்காது என்பதால் சூரியன் தெற்கில் உதிப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0 ஆகும்.

யாதாயினுமொரு பரிசோதனையின் பேறு நிச்சயமானதாயின் n இன் பெறுமானம் யாதாயிருப்பினும் அதன் வெற்றிப் பின்னம் $\dfrac{n}{n} = 1$ ஆகும்.

இச்சந்தர்ப்பத்தில் அப்பேறு பெறப்படும் நிகழ்தகவு 1 ஆகும்.

இதற்கேற்ப நிச்சயமாக நடைபெறும் ஒரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு 1 ஆகும்.

யாதாயினுமொரு பரிசோதனையில் பேறாகக் கிடைக்க முடியாத வேறு பேறு, அதன் பெறுமானம் யாதாயிருப்பினும் அதன் வெற்றிப் பின்னம் $\frac{0}{n} = 0$ ஆகும். எனவே அவ்வாறான ஒரு பேறு கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0 ஆகும்.

இதற்கேற்ப நிச்சயமாக நடைபெறாத ஒரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு 0 ஆகும்.

இச்சிறப்பான இரு சந்தர்ப்பங்களும் தவிர சமநேர்தகவுடைய ஒரு பரிசோதனையில் கிடைக்கத்தக்க பேறு கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவின் பெறுமானம் 0 இற்கும் 1 இற்கும் இடையிலிருக்கும்.

சமநேர்தகவுடைய ஒரு பரிசோதனையில் ஒரு பேறின் நிகழ்தகவு தெரியாதபோது, n அதாவது பரிசோதனை நடைபெறும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையைப் பொருத்தமானவாறு பெருப்பித்துப் பெறப்படும் வெற்றிப் பின்னத்தின் பெறுமானமானது அப்பேறின் நிகழ்தகவை மதிப்பிட்டுக் கொள்ளப் பொருத்தமான பெறுமானமாகும்.

சதுரமுகி வடிவிலான சாதாரணக் குற்றியொன்றின் 2 பக்கங்கள் வெள்ளை நிறமும் 4 பக்கங்கள் கறுப்பு நிறமும் தீட்டப்பட்டுள்ளது. அதனை ஒரு பாத்திரத்திலிட்டுக் குலுக்கி கீழே விழவிடும்போது குற்றியின் மேற்பக்கமாக உள்ள நிறத்தை அவதானிக்கும் செயற்பாட்டை பல தடவைகள் செய்யும்போது, தடவைகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும்போது, வெள்ளை நிறப் பக்கமொன்று கிடைப்பதற்கான வெற்றிப் பின்னமான

$$\frac{\text{வெள்ளை நிறப் பக்கம் மேலேயிருக்க விழுந்த தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}{\text{பரிசோதனை நடைபெற்ற தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

இன் பெறுமானம் $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ அல்லது அதற்கு அண்மித்த ஒரு பெறுமானத்தை எடுக்கிறது என்பதையும் இவ்வாறே கறுப்பு நிறப்பக்கம் ஒன்று கிடைப்பதற்கான வெற்றிப் பின்னம்

$$\frac{\text{கறுப்பு நிறப் பக்கம் மேலேயிருக்க விழுந்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{பரிசோதனை நடைபெற்ற தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

இன் பெறுமானம் $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ அல்லது

அதற்கு அண்மித்த ஒரு பெறுமானத்தை எடுக்கிறது என்பதையும் அவதானிக்க முடிகின்றது. இதிலிருந்து இக்குற்றியை ஒரு தடவை மேலே எறியும்போது, வெள்ளை நிறப்பக்கம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{3}$ என்பதும் கறுப்பு நிறப்பக்கம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{2}{3}$ என்பதும் உறுதியாகிறது.

உதாரணம் 1

1 தொடக்கம் 4 வரை இலக்கமிடப்பட்ட ஒரு நான்முகித் தாயக்கட்டையை 40 தடவைகள் எறியும்போது கிடைக்கும் பேறுகள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது. இலக்கம் 3 கிடைப்பதற்கான வெற்றிப் பின்னத்தை எழுதுக.

இலக்கம்	கிடைத்தத் தடவைகள் எண்ணிக்கை	வெற்றிப் பின்னம்
1	12	$\frac{12}{40}$
2	8	$\frac{8}{40}$
3	9	$\frac{9}{40}$
4	11	$\frac{11}{40}$

3 கிடைப்பதற்கான வெற்றிப் பின்னம் $\frac{9}{40}$ ஆகும்.

பயிற்சி 29.2

1. ஒரு பையில் ஒரே அளவிலான 3 மாபிள்கள் உள்ளன. அவை சிவப்பு, நீலம், மஞ்சள் ஆகிய நிறங்கள் தீட்டப்பட்டவை ஆகும். முதலில் ஒரு மாபிளை எடுத்து நிறத்தைக் குறித்த பின்னர் மீண்டும் பையினுள்ளே இட்டு இரண்டாம் தடவையாக ஒரு மாபிள் எடுக்கப்படுகிறது. இவ்வாறு 50 தடவைகள் பரிசோதனை செய்யப்பட்ட பின்னர் பெறப்பட்ட பேறுகள் இவ்வாறிருந்தன.

மாபிள்	பெறப்பட்ட தடவைகளின் எண்ணிக்கை
சிவப்பு	18
நீலம்	17
மஞ்சள்	15

(i) சிவப்பு மாபிள் கிடைப்பதற்கான வெற்றிப் பின்னத்தைக் காண்க.

(ii) நீல மாபிள் கிடைப்பதற்கான பரிசோதனை முறை நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iii) மஞ்சள் மாபிள் கிடைப்பதற்கான பரிசோதனை முறை நிகழ்தகவைக் காண்க.

2. 1 இலிருந்து 4 வரையிலான இலக்கங்கள் எழுதப்பட்ட கோடாத நான்முகித் தயாக்கட்டையொன்று 40 தடவைகள் மேலே எறியப்படும்போது கிடைத்த பேறுகள் பின்வருமாறு

இலக்கம்	கிடைத்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை
1	8
2	11
3	10
4	11

(i) இலக்கம் 2 கிடைப்பதற்கான பரிசோதனைமுறை நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) ஓர் இரட்டை எண் கிடைப்பதற்கான பரிசோதனை முறை நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iii) ஒரு முதன்மை எண் கிடைப்பதற்கான பரிசோதனை முறை நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iv) இலக்கம் 1 இலும் கூடிய இலக்கங்கள் கிடைப்பதற்கான பரிசோதனை முறை நிகழ்தகவைக் காண்க.

29.3 ஏதேனுமொரு பேறின் நிகழ்தகவை காணக்கூடிய சந்தர்ப்பங்கள்

ஏதேனுமொரு சமநேர்தகவுடைய பரிசோதனையில் எல்லாப் பேறுகளும் கிடைப்ப தற்கான நிகழ்தகவு சமதகவாக உள்ளபோது ஒவ்வொரு பேறும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்போம்.

சாதாரண கோடாத நாணயமொன்றை மேலே எறிந்து கீழே விழும்போது மேல் நோக்கி இருக்கும் பக்கத்தை அவதானிக்கும் பரிசோதனையில் பேறுகளாவன ''பூ'' கிடைப்பதும் ''தலை'' கிடைப்பதும் ஆகும். இந்த இரண்டு பேறுகளிலும் எந்தவொரு பேறும் கிடைப்பதற்கான இயல்தகவு சமனானதாகும்.

சாதாரண கோடாத சதுரமுகித் தாயக்கட்டையொன்றை மேலே எறிந்து கீழே விழும்போது மேல்நோக்கி இருக்கும் பக்கத்தின் எண் 1 அல்லது 2 அல்லது 3 அல்லது ... 6 ஆகும். இப்பேறுகளில் எந்தவொரு பேறும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு சமனானதாகும்.

கோடாத சதுரமுகித் தாயக்கட்டையொன்றை மேலே எறிந்து கீழே விழும்போது மேல்நோக்கியிருக்கும் பக்கத்தின் எண் 2 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்பதற்கு கீழே தரப்பட்டுள்ளவாறு செய்யலாம். பேறாகக் கிடைக்கக்கூடிய எண்கள் 1 அல்லது 2 அல்லது ... அல்லது 6 ஆக இருக்கலாம். தாயக்கட்டையானது கோடாத தாயக்கட்டை என்பதால் இந்த 6 எண்களிலும் எந்தவோர் எண்ணுக்கும் மேல்நோக்கி விழுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{6}$ ஆகும். ஆகவே எண் 2 கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவும் இதுவே ஆகும்.
அடுத்து இரட்டை எண் ஒன்று கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைப் பார்ப்போம்.

இந்த 6 எண்களிலும் 3 எண்கள் இரட்டை என்பதால் ஓர் இரட்டை எண் மேல்நோக்கி விழுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ஆகும்.

ஒரு பிள்ளை முற்பகலில் பிறப்பதற்கான நிகழ்தகவுக்கு காண்பதற்கு

$$\frac{\text{வகுப்பில் உள்ள முற்பகலில் பிறந்த பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

இன் மூலம் கிடைக்கும் பெறுமானத்தை நிகழ்தகவுக்கு அண்மித்த பெறுமானமாக எடுக்கலாம்.

இதற்கேற்ப, யாதாயினுமொரு சமநேர்தகவுடைய பரிசோதனையில் எல்லாப் பேறுகளும் கிடைப்பதற்கான சமநேர்தகவு உள்ளபோது அறிமுறை நிகழ்தகவு பின்வருமாறு எடுத்துரைக்கப்படும்.

$$\text{ஒரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு} = \frac{\text{சமதகவுடைய பரிசோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி நடைபெறும் பேறுகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{சமதகவுடைய பரிசோதனையில் பேறுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

ஒரு நிகழ்ச்சியில் கிடைக்கத்தக்க எல்லாப் பேறுகளையும் தேவையான நிகழ்ச்சிக்குரிய பேறுகளை அடிப்படையாக் கொண்டு பெறும் நிகழ்தகவு **அறிமுறை நிகழ்தகவு** எனப்படும்.

உதாரணம் 1

ஊடு பார்க்க முடியாத ஒரு கடதாசிப் பையினுள்ளே நிறத்தால் மாத்திரம் வேறுபட்ட ஒரே வகையிலான 4 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் 5 நீலநிறப் பந்துகளும் 2 பச்சை நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. பையினுள்ளே கையை இட்டு ஒரு பந்தை வெளியே எடுக்கும்போது அப்பந்தானது,

(i) சிவப்பு நிறமுடையதாயிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

(ii) நீல நிறமுடையதாயிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

(iii) பச்சை நிறமுடையதாயிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

$$\text{சிவப்பு நிறமுடையதாயிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு} = \frac{\text{சிவப்பு நிறப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{பந்துகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{4}{11}$$

நீல நிறமுடையதா யிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \dfrac{\text{நீல நிறப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{பந்துகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$

$= \dfrac{5}{11}$

பச்சை நிறமுடையதா யிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \dfrac{\text{பச்சை நிறப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{பந்துகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$

$= \dfrac{2}{11}$

பயிற்சி 29.3

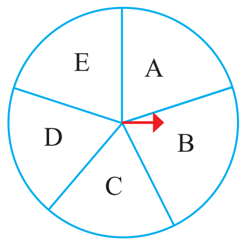
1. முகங்களில் 1 இலிருந்து 6 வரை குறிக்கப்பட்டுள்ள கோடாத ஒரு சதுரமுகித் தாயக் கட்டையை மேலே எறிந்து விழும் பக்கத்தை அவதானிப்பதன்மூலம் கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொன்றினதும் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(i) கிடைத்த எண் 5 ஆக இருத்தல்
(ii) கிடைத்த எண் ஓர் ஒற்றை எண்ணாக இருத்தல்
(iii) கிடைத்த எண் ஒரு சதுர எண்ணாக இருத்தல்

2. ஒரு பையில் 3 வெள்ளை மாபிள்களும் 2 கறுப்பு மாபிள்களும் 1 நீல மாபிளும் உள்ளன. எழுமாறாக ஒரு மாபிளை எடுத்தபோது கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொன்றினதும் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(i) ஒரு வெள்ளை மாபிள் கிடைத்தல்
(ii) ஒரு கறுப்பு மாபிள் கிடைத்தல்
(iii) ஒரு நீல மாபிள் கிடைத்தல்
(iv) ஒரு வெள்ளை அல்லது கறுப்பு மாபிள் கிடைத்தல்
(v) ஒரு கறுப்பு மாபிள் கிடைக்காதிருத்தல்
(vi) ஒரு சிவப்பு மாபிள் கிடைத்தல்

3. உருவிலுள்ளவாறு ஒரு வட்ட வடிவிலான அடர் 5 சமனான பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு மையத்தில் ஒரு காட்டி பொருத்தப்பட்டுள்ளது. அப்பகுதிகள் A, B, C, D, E எனப் பெயரிடப்பட்டுள்ளது. மையத்தில் பொருத்தப்பட்டுள்ள காட்டியைச் சுழலச்செய்து ஓய்வடையச் செய்யும்போது காட்டி தரித்து நிற்கும் இடத்தைப் பெற முடியும். இதற்கேற்ப, கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொன்றினதும் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.



(i) காட்டி D இன் மீது தரித்தல்
(ii) காட்டி A அல்லது D இன் மீது தரித்தல்
(iii) காட்டி B, C அல்லது E மீது தரித்தல்

பொழிப்பு

- ஏதேனுமொரு நிகழ்ச்சி நடைபெறுவதற்குள்ள தகவு நிகழ்தகவு எனப்படும்.
- ஒரு பரிசோதனை மூலம் ஏதேனுமொரு பேறின்

$$\text{வெற்றிப் பின்னம்} = \frac{\text{எதிர்பார்த்த நிகழ்ச்சி நடைபெறும் தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{பரிசோதனை நடைபெற்ற மொத்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$\begin{array}{c}\text{ஒரு நிகழ்ச்சியின்}\\ \text{அறிமுறை நிகழ்தகவு}\end{array} = \frac{\begin{array}{c}\text{சமதகவுடைய பரிசோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி}\\ \text{நடைபெறும் பேறுகளின் எண்ணிக்கை}\end{array}}{\begin{array}{c}\text{சமதகவுடைய பரிசோதனையில் பேறுகளின்}\\ \text{மொத்த எண்ணிக்கை}\end{array}}$$

30 தெசலாக்கம்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒழுங்கான தெசலாக்கம், அரை ஒழுங்கான தெசலாக்கம் எனப்பவற்றை அறிந்து கொள்ளவும்
- ஒழுங்கான, அரை ஒழுங்கான தெசலாக்கங்களை அமைப்பதற்குப் பொருத்தமான பல்கோணிகளைத் தெரிந்தெடுக்கவும்
- ஒழுங்கான தெசலாக்கம், அரை ஒழுங்கான தெசலாக்கம் ஆகியவற்றை அமைப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

30.1 தெசலாக்கம்

தெசலாக்கம் பற்றி தரம் 7 இல் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வோம். ஒன்று அல்லது பல வடிவங்களைப் பயன்படுத்தி அவை ஒன்றின் மீது ஒன்று படியாதவாறும் இடைவெளி இல்லாதவாறும் முறையாக மீண்டும் மீண்டும் பயன்படுத்தி ஒரு தளத்தில் குறித்த ஓர் இடப்பகுதி மறைக்கப்படுமாறு ஒழுங்குபடுத்தப்படுவது **தெசலாக்கம்** என அழைக்கப்படும்.

ஒரு வடிவத்தை மாத்திரம் பயன்படுத்தி அமைக்கப்படும் தெசலாக்கம் தூய தெசலாக்கம் எனப்படும்.

இரண்டு அல்லது பல வடிவங்களைப் பயன்படுத்தி அமைக்கப்படும் தெசலாக்கம் அரைத் தூய தெசலாக்கம் எனப்படும்.

இதற்கேற்ப ஒரு தெசலாக்கத்தில் தெரிவு செய்யப்படும் வடிவங்களினால், தெசலாக்கமொன்றை அமைக்கும்போது அவ்வடிவங்களை ஒன்றன் மீது ஒன்று படியாதவாறும் இடைவெளி இல்லாதவாறும் ஒரு தள மேற்பரப்பின் மீது மறைக்கப்பட வேண்டும்.

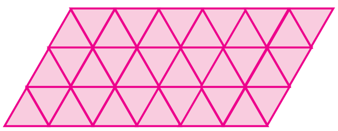
நீங்கள் முன்னர் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

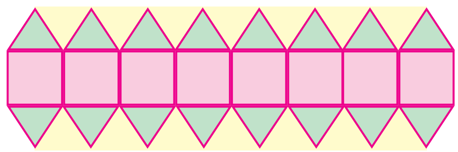
1. கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுக்களைப் பிரதிசெய்து சரியான கூற்றின் எதிரே "✓" குறியீட்டையும் பிழையானவற்றின் எதிரே "✗" குறியீட்டையும் இடுக.
   (i) எந்தவொரு வடிவத்தையும் பயன்படுத்தித் தூய தெசலாக்கத்தை அமைக்க முடியும்.
   (ii) எல்லாப் பக்கங்களும் நீளத்தில் சமனாகவும் எல்லாக் கோணங்களும் பருமனில் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகவும் உள்ள பல்கோணிகள் ''ஒழுங்கான பல்கோணிகள்'' எனப்படும்.

2. சமபக்க முக்கோண வடிவங்களை மாத்திரம் பயன்படுத்திச் செய்யக்கூடிய ஒரு தெசலாக்க அமைப்பை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரைக.

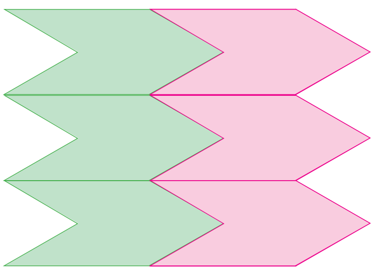
3. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தெசலாக்கமும் தூய தெசலாக்கம் ஆகுமா? அரைத் தூய தெசலாக்கம் ஆகுமா என காரணத்துடன் எழுதுக.



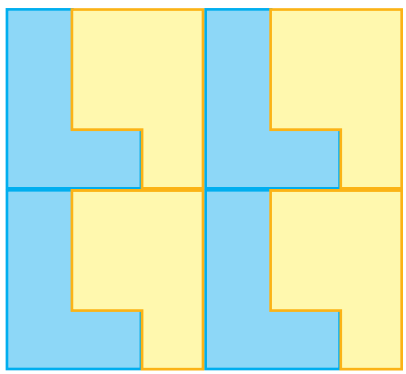
(a)



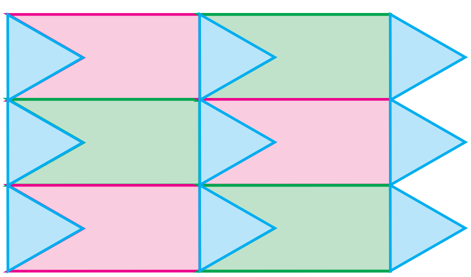
(b)



(c)

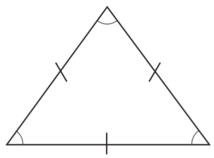


(d)

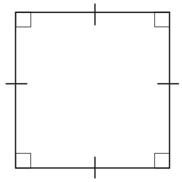


(e)

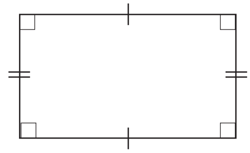
4. கீழே தரப்பட்டுள்ள தளவுருக்களில் ஒழுங்கான பல்கோணிகளைத் தெரிந்தெடுத்து அவற்றின் எண்களை எழுதுக.



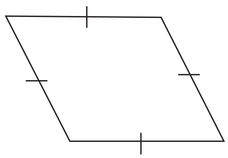
(i)



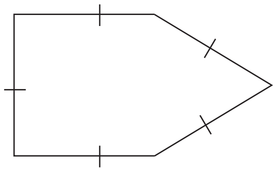
(ii)



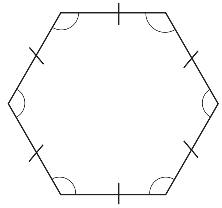
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

30.2 ஒழுங்கான தெசலாக்கம்

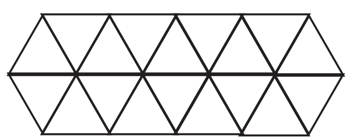
ஒரு பல்கோணியில் எல்லாப் பக்கங்களும் நீளத்தில் சமனாகவும் எல்லாக் கோணங்களினதும் பருமன்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகவும் இருப்பின் அப்பல்கோணியானது ஒழுங்கான பல்கோணி என அழைக்கப்படுமென்பதை நாம் அறிந்திருக்கின்றோம். சமபக்க முக்கோணி, சதுரம், ஒழுங்கான ஐங்கோணி, ஒழுங்கான அறுகோணி ஆகியன சில ஒழுங்கான பல்கோணிகளாகும்.

ஒழுங்கான பல்கோணி வடிவமொன்றை மாத்திரம் பயன்படுத்திச் செய்யப்படும் தெசலாக்கம் **ஒழுங்கான தெசலாக்கம்** எனப்படும்.

இவ்வாறு செய்யப்படும் ஒழுங்கான தெசலாக்க அமைப்பு ஒன்றில்

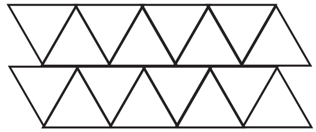
- வடிவங்கள் ஒழுங்கான பல்கோணியாகும்.
- அவற்றின் உச்சிகள் ஒரு புள்ளியில் அமைந்திருக்கும்.
- பல்கோணி ஒன்றின் உச்சியானது பல்கோணியின் இன்னொரு பக்கத்தில் அமைந்திருக்காது.

உரு 1 இல் தரப்பட்டுள்ள சமபக்க முக்கோணிகளைப் பயன்படுத்திச் செய்யப்பட்டுள்ள அமைப்பில் எல்லா வடிவங்களும் அளவிலும் வடிவத்திலும் சமனான ஒழுங்கான பல்கோணிகளாகும். இங்கு ஒரு பல்கோணியின் ஓர் உச்சி இன்னுமொரு பல்கோணியின் ஒரு பக்கத்தின் மீது அமையவில்லை. எனவே உரு - 1 இல் தரப்பட்டிருப்பது ஒழுங்கான தெசலாக்கமாகும்.



உரு - 1

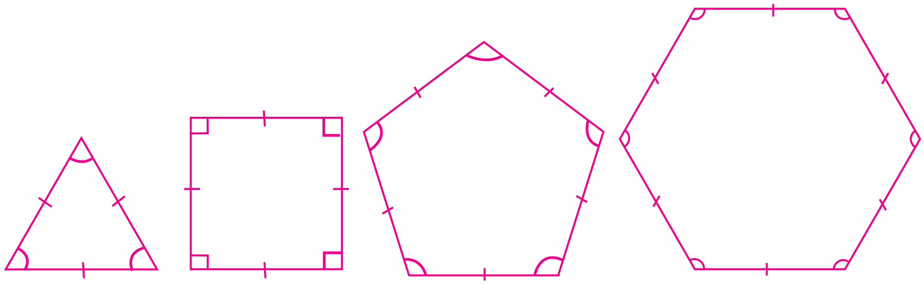
உரு - 2 இல் தரப்பட்டுள்ள அமைப்பில் ஒரே அளவிலான ஒழுங்கான ஒரு பல்கோணி பயன்படுத்தப் பட்டிருப்பினும் ஒரு பல்கோணியின் ஓர் உச்சி இன்னொரு பல்கோணியின் ஒரு பக்கத்தின் மீது அமைந்துள்ளது. எனவே உரு - 2 இல் தரப்பட்டுள்ள அமைப்பு ஒழுங்கான ஒரு தெசலாக்கம் அல்ல.



உரு - 2

குறிப்பு : ஒழுங்கான தெசலாக்கமானது ஒரு தூய தெசலாக்கமும் ஆகும்.

செயற்பாடு 1



படி 1 - உருவில் தரப்பட்டுள்ள ஒழுங்கான பல்கோணி வடிவங்களை ஒரு திசுத் தாளின் துணையுடன் பிரதிசெய்து, ஒவ்வொரு வடிவத்திலும் 10 வீதம் வர்ணக் கடதாசிகளை வெட்டி எடுக்க.

படி 2 - முக்கோணி வடிவங்களை மாத்திரம் பயன்படுத்தி ஓர் ஒழுங்கான தெசலாக்கத்தை அமைத்து அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒட்டுக.

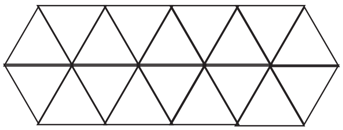
படி 3 - மற்றைய வடிவங்களையும் வெவ்வேறாக எடுத்து ஒழுங்கான தெசலாக்கங்களை அமைக்க முடியுமா எனப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.

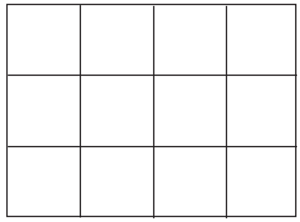
படி 4 - மேலே, தெசலாக்கங்களை அமைக்க முடியுமெனக் கண்ட வடிவங்களைப் பயன்படுத்தி ஒழுங்கான தெசலாக்கங்களை அமைத்து அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒட்டுக.

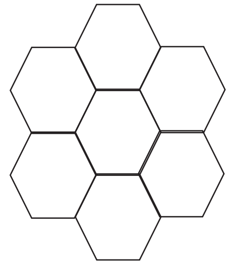
படி 5 - ஒழுங்கான தெசலாக்கங்களை அமைக்கக்கூடிய எத்தனை பல்கோணி வகைகள் உண்டு என ஆராய்ந்து பார்த்து எழுதுக.

படி 6 - ஒழுங்கான ஒரு தெசலாக்கத்தை அமைப்பதற்குப் பல்கோணியில் ஓர் அகக் கோணம் எவ்வாறிருக்க வேண்டுமென்பதை ஆராய்ந்து பார்த்து எழுதுக.

மேலே உள்ள செயற்பாட்டில் அறிந்து கொண்டவாறு ஓர் ஒழுங்கான தெசலாக்கத்தை செய்யக்கூடியதாயிருப்பது உருவிலுள்ளவாறு சமபக்க முக்கோணி, சதுரம், ஒழுங்கான அறுகோணி என்பவற்றைப் பயன்படுத்துவதனால் மாத்திரமே ஆகும்.







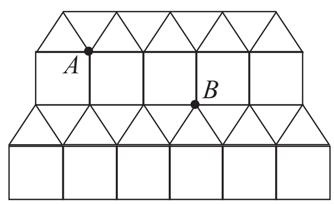
ஒழுங்கான தெசலாக்க அமைப்பில் பயன்படுத்தப்படும் வடிவங்களின் உச்சிகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும். அதாவது, ஒழுங்கான தெசலாக்க அமைப்பில் வடிவங்களின் உச்சிகள் சந்திக்கும் புள்ளியை அதாவது உச்சிப் புள்ளியைச் சுற்றி சகல வடிவங்களும் அமைந்திருக்கும். மேலும் உச்சிப் புள்ளியொன்றைச் சூழவுள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^{o} ஆகும்.

எனவே ஒழுங்கான பல்கோணியின் ஓர் அகக்கோணத்தின் பருமனின் முழுவெண் மடங்கொன்றாக 360^{o} அமையுமாயின் அவ்வொழுங்கான பல்கோணியைப் பயன்படுத்தி ஒழுங்கான தெசலாக்க அமைப்பொன்றைச் செய்ய முடியுமென்பது மேற்குறித்த செயற்பாட்டின் மூலம் உங்களுக்கு தெளிவாகியிருக்கும். ஓர் ஒழுங்கான ஐங்கோணியில் ஓர் அகக் கோணத்தின் பருமன் 108^{o} ஆகும். 360^{o} ஆனது 108^{o} இனால் வகுபடாது. ஆகவே ஒழுங்கான ஐங்கோணியைப் பயன்படுத்தி ஒழுங்கான தெசலாக்கமொன்றைச் செய்ய முடியாது.

30.2 அரை ஒழுங்கான தெசலாக்கம்

ஒழுங்கான இரண்டு அல்லது பல பல்கோணிகளைப் பயன்படுத்தி உச்சிப் புள்ளியொன்றைச் சுற்றி வலஞ்சுழியாக அல்லது இடஞ்சுழியாக பல்கோணிகளின் தன்மை மாறாதவாறு அமைக்கப்படும் தெசலாக்கம் **அரை ஒழுங்கான தெசலாக்கம்** எனப்படும்.

சதுரம், சமபக்க முக்கோணி ஆகிய வடிவங்களைப் பயன்படுத்திச் செய்யப்பட்டுள்ள அரை ஒழுங்கான தெசலாக்க அமைப்பொன்று இங்கு தரப்பட்டுள்ளது.

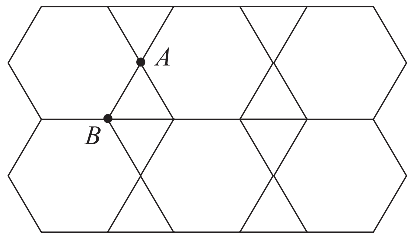


அதில் A, B எனப் பெயரிடப்பட்டுள்ள புள்ளிகளில் சந்தித்துள்ள பல்கோணிகள் அமைந்துள்ள முறையைப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.

ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் 3 முக்கோண வடிவங்களும் 2 சதுர வடிவங்களும் அமைந்திருப்பதையும் A, B ஆகிய இரு புள்ளிகளிலும் 3 முக்கோணிகள் ஒன்றுடனொன்று பொருந்தியுள்ளதுடன் பின்னர் 2 சதுரங்களும் ஒன்றுடனொன்று பொருந்தியிருப்பது தெரிகிறது.

முழு அமைப்பிலுமே இவ்வாறு ஒரே கோலத்தில் வடிவங்கள் உள்ளன என்பதைக் காணலாம்.

அரை ஒழுங்கான தெசலாக்க அமைப்பொன்றில் மேலே அறிந்து கொண்ட பண்பு இருத்தல் வேண்டும். அதாவது தளவுருக்கள் சந்திக்கும் உச்சிப் புள்ளிகளில் ஒரே ஒழுங்கில் அவ்வொழுங்கான பல்கோணிகள் சந்திக்க வேண்டும்.



சமபக்க முக்கோணிகளையும் ஒழுங்கான அறுகோணிகளையும் பயன்படுத்திச் செய்யப் பட்டுள்ள இத்தெசலாக்க அமைப்பில் A, B ஆகிய உச்சிப் புள்ளிகளை நன்கு பரீட்சித்துப் பார்க்க. அப்புள்ளிகளைச் சுற்றி வடிவங்கள் அமைந்துள்ள ஒழுங்கு (கோலம்) ஒன்றுக் கொன்று வேறுபட்டது என்பது தெளிவாத் தெரிகிறது. வடிவங்களின் உச்சிகள் சந்தித்துள்ள ஒழுங்கு ஒரே மாதிரியாக அமையவில்லை. அதானால் இத்தெசலாக்க அமைப்பானது ***அரை ஒழுங்கான தெசலாக்க அமைப்பு அல்ல.***

குறிப்பு : *அரை ஒழுங்கான தெசலாக்கமானது ஒரு அரைத் தூய தெசலாக்கமும் ஆகும்.*

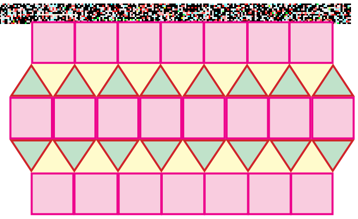
செயற்பாடு 2

படி 1 செயற்பாடு 1 இல் வெட்டியெடுத்த வடிவங்களை மீண்டும் ஒரு தடவை வர்ண கடதாசிகளில் வெட்டியெடுக்க.

படி 2 2 வகையான வடிவங்களைப் பயன்டுத்தி அரை ஒழுங்கான தெசலாக்கம் ஒன்றை அமைத்து உமது அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒட்டுக.

படி 3 3 வகையான வடிவங்களைப் பயன்டுத்தி அரை ஒழுங்கான தெசலாக்கம் ஒன்றை அமைத்து அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒட்டுக.

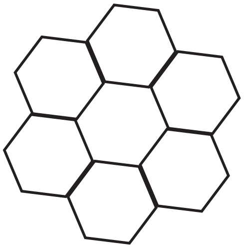
ஒரு தளத்தில் அமைக்கக் கூடிய அரை ஒழுங்கான தெசலாக்கங்கள் 8 உள்ளன. அவை கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

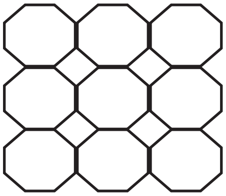


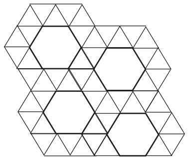
பயிற்சி 30.1

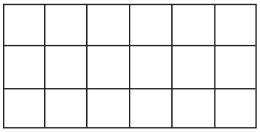
1. (i) ஒழுங்கான தெசலாக்கங்களை அமைப்பதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய ஒழுங்கான பல்கோணிகள் எவை?
   (ii) ஒழுங்கான தெசலாக்க வகைகள் எத்தனை உள்ளன?
   (iii) ஓர் ஒழுங்கான பல்கோணியின் ஓர் அகக் கோணத்தின் பெறுமானம் 108^{o} ஆகும். இப்பல்கோணியைப் பயன்படுத்தி ஓர் ஒழுங்கான தெசலாக்கத்தைச் செய்ய முடியுமா என்பதை விளக்கி எழுதுக.

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில்,
   (i) ஒழுங்கான தெசலாக்கத்தைத் தெரிந்தெடுத்து அவற்றின் அட்சரங்களை எழுதுக.
   (ii) அரை ஒழுங்கான தெசலாக்கத்தைத் தெரிந்தெடுத்து அவற்றின் அட்சரங்களை எழுதுக.

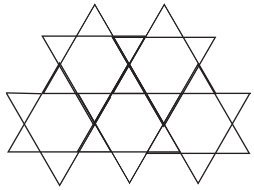

(a)


(b)


(c)



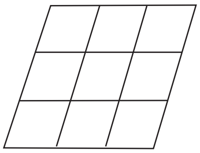
(d)



(e)

[redacted]

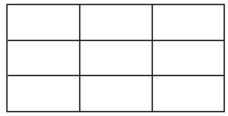
(f)



(g)

[redacted]

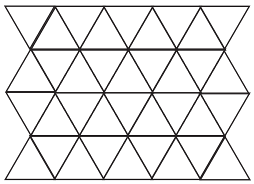
(h)



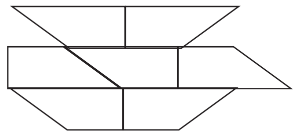
(i)

[redacted]

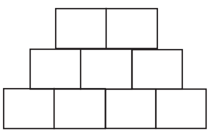
(j)



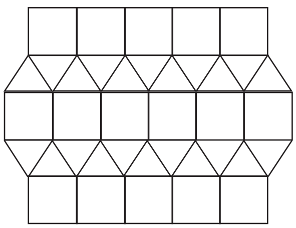
(k)



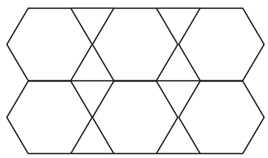
(l)



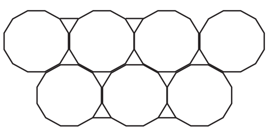
(m)



(n)



(o)



(p)

[redacted]

(q)

[redacted]

(r)

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒழுங்கான பல்கோணிகளினால் செய்யப்பட்டுள்ள தெசலாக்கமானது அரை ஒழுங்கான தெசலாக்க அமைப்பாகுமா என்பதைக் காரணங்களுடன் விளக்குக.

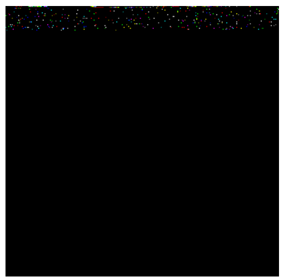
பலவினப் பயிற்சி

1. ஒழுங்கான அரை ஒழுங்கான தெசலாக்க அமைப்புகளைப் பயன்படுத்தி சுவர் அலங்காரமொன்றுக்குப் பொருத்தமான சில அமைப்புகளை உருவாக்குக.

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களை ஒழுங்கான, அரை ஒழுங்கான, தூய, அரைத்தூய தெசலாக்கங்களாக வகைப்படுத்துக.

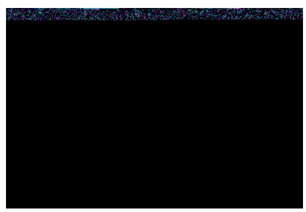

(i)

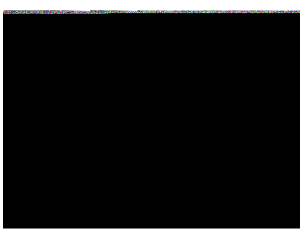

(ii)


(iii)


(iv)


(v)

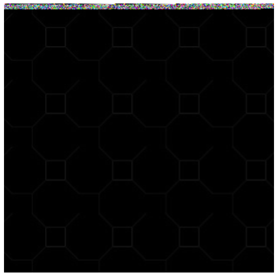

(vi)


(vii)


(viii)

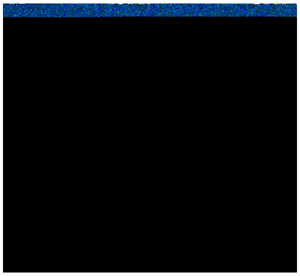

(ix)

(x)



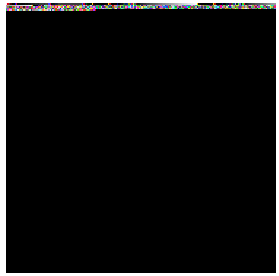
(xi)

(xii)



(xiii)

(xiv)

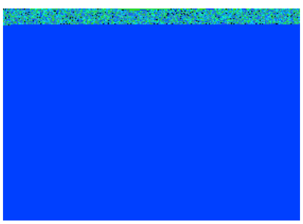


(xv)

(xvi)

(xvii)

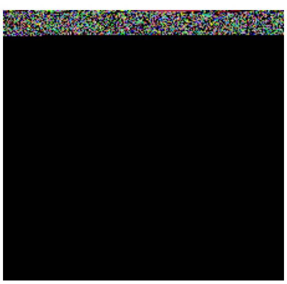
(xviii)



(xix)

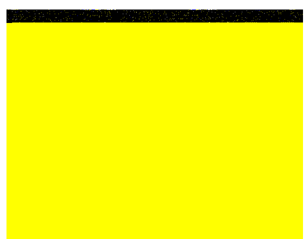
(xx)

(xxi)

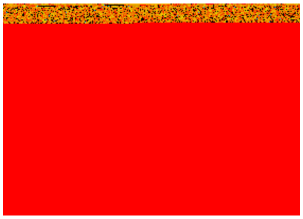


(xxii)

(xxiii)

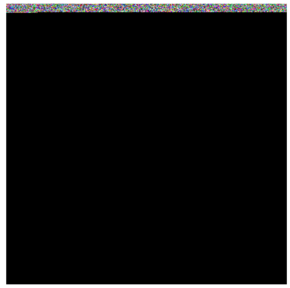


(xxiv)



(xxv)

(xxvi)



(xxvii)

(xxviii) (xxix) (xxx)

பொழிப்பு

- ஒழுங்கான பல்கோணி வடிவமொன்றை மாத்திரம் பயன்படுத்திச் செய்யப்படும் தெசலாக்கம் ஒழுங்கான தெசலாக்கம் எனப்படும்.
- இரண்டு அல்லது பல ஒழுங்கான பல்கோணிகளைப் பயன்படுத்தி அமைக்கப்படும் தெசலாக்கம் அரை ஒழுங்கான தெசலாக்கம் எனப்படும்.

மீட்டற் பயிற்சி 3

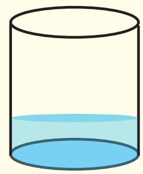
1. ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 6 cm ஆகவுள்ள ஒரு சதுரமுகி வடிவ மெழுகுக் குற்றி உள்ளது.

(i) மெழுகுக் குற்றியிலுள்ள மெழுகின் கனவளவைக் காண்க.

(ii) மேற்குறித்த விடையை முதன்மை எண்களின் பெருக்கமாக எழுதுக.

(iii) மெழுகுக் குற்றியை உருக்கிச் சதுரமுகி வடிவமுள்ள வேறு இரு மெழுகுக் குற்றிகள் செய்யப்படுகின்றன. அவற்றின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் முழு எண் பெறுமானங்களெனின், ஒவ்வொரு மெழுகுக் குற்றியினதும் ஒரு பக்கத்தின் நீளத்தை வேறுவேறாகக் காண்க.

2. உருவிற் காணப்படும் உருளை வடிவப் பாத்திரத்தில் நிழற்றப் பட்டுள்ள பகுதியில் 550 ml நீர் உள்ளது. அப்பாத்திரத்தின் கொள்ளளவை மதிப்பிடுக.



3. நீளம், அகலம், உயரம் ஆகியன முறையே 8 cm, 6 cm, 10 cm ஆகவுள்ள ஒரு கனவுரு வடிவப் பாத்திரத்தின்

(i) கொள்ளளவைக் காண்க.

(ii) 6 cm உயரத்துக்கு நீர் இருக்கும்போது அந்நீரின் கனவளவைக் காண்க.

4. வட்டம் தொடர்பான பின்வரும் பதங்களை வரிப்படங்களைக் கொண்டு விளக்குக.

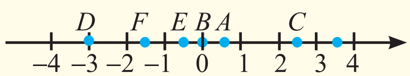
(i) நாண்

(ii) வட்டத்தின் வில்

(iii) ஆரைச்சிறை

(iv) வட்டத்தின் துண்டம்

5. தரப்பட்டுள்ள எண் கோட்டினைக் கொண்டு கேட்கப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்குப் பொருத்தமான விடையை அடைப்புக்குறிகளினுள்ளேயிருந்து தெரிந்தெடுத்து எழுதுக.



(i) A இன் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ள எண் $(1\frac{1}{2}\ ,\ -0.5,\ \frac{1}{2})$

(ii) F இன் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ள எண் $(-2.5, -1.5, -3\frac{1}{2}\ )$

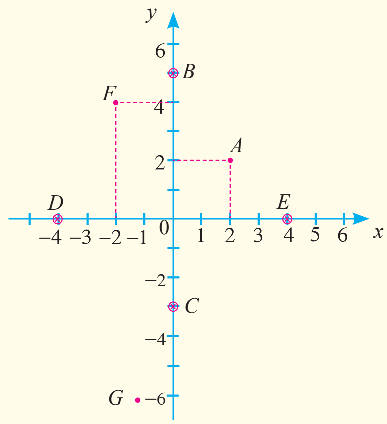
(iii) B, D ஆகியவற்றின் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ள எண்களுக்கேற்ப $(-3 > 0,\ -3 < 0)$ ஆகும்.

(iv) C, D, E ஆகியவற்றின் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ள எண்களுக்கேற்ப $(2.5 > -0.5 < -3$ ஆகும் $-3 > 2.5 > -\frac{1}{2}$ ஆகும் $-3 < -0.5 < 2.5)$ ஆகும்.

6. பின்வரும் சமனிலிகளை எண் கோடுகளின் மீது வேறுவேறாக வகைகுறிக்க.

(i) $x > 2$ (ii) $x < -1$ (iii) $x \leq 3$ (iv) $-2 < x \leq 3$ (v) $0 \leq x < 5$

7. தரப்பட்டுள்ள ஆள்கூற்றுத் தளத்தின் மீது A, B, C, D, E, F, G எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை வரிசைப்பட்ட சோடியாக எழுதுக.



8. x, y அச்சுகள் வழியே − 5 தொடக்கம் 5 வரையுள்ள ஓர் ஆள்கூற்றுத் தளத்தை வரைக.

(i) மேற்குறித்த ஆள்கூற்றுத் தளத்தின் மீது $x = -2$, $y = 3$, $x = 5$, $y = -4$ ஆகியவற்றுக்குரிய வரைபுகளை வரைக.

(ii) மேலே வரைந்த வரைபுகளின் வெட்டுப் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

9. பின்வரும் நீள அளவுத் தொகுதிகளில் ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களாக இருக்கத்தக்க தொகுதிகளைத் தெரிந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) 4.2 cm, 5.3 cm, 6 cm

(ii) 12.3 cm, 5.7 cm, 6.6 cm

(iii) 8.5 cm, 3.7 cm, 4.3 cm

(iv) 15 cm , 9 cm, 12 cm

10. பக்கங்களின் நீளங்கள் பின்வரும் அளவுகளாக இருக்குமாறு உள்ள முக்கோணிகளை அமைக்க.

(i) 8 cm , 6 cm, 10 cm

(ii) 6.3 cm, 3.5 cm, 8.2 cm

11. (i) $AB = 7.2$ cm, $BC = 5$ cm, $AC = 6.7$ cm ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

(ii) மேற்குறித்த முக்கோணியில் $A\hat{B}C$ இன் பெறுமானத்தை அளந்து எழுதுக.

12. ஒரு குறித்த கையடக்கத் தொலைபேசியைப் பயன்படுத்தும் ஒருவர் ஒரு நாளில் பெற்ற தொலைபேசி அழைப்புகளுக்காக எடுத்த நேரங்கள் கிட்டிய நிமிடங்களில் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

3, 2, 5, 10, 1, 3, 7, 3, 4, 6, 2, 4, 3, 8, 11, 4, 3, 2 இத்தரவுகளின்

(i) வீச்சை எழுதுக.

(ii) ஆகாரம் யாது ?

(iii) இடையத்தைக் காண்க.

(iv) மேற்குறித்த நபர் பெற்ற 100 தொலைபேசி அழைப்புகளுக்கு எடுத்த நேரத்தை ஆகாரத்தைக் கொண்டு காண்க. அதனை மணித்தியாலத்திலும் நிமிடத்திலும் எழுதுக.

13. பின்வரும் அளவிடைகளை வேறு இரு விதங்களில் எழுதுக.

(i) ஒரு சென்ரிமீற்றரினால் 100 m ஐக் காட்டுதல்

(ii) ஒரு சென்ரிமீற்றரினால் 0.25 km ஐக் காட்டுதல்

(iii) 1 : 50 000

(iv) 2 cm $\rightarrow$ 1 m

(v) 1 cm $\rightarrow \frac{3}{4}$ km

14. (i) 1 : 50 000 அளவிடைக்கு வரையப்பட்டுள்ள ஓர் அளவிடை வரிப்படத்தில் 3.5 cm இனால் காட்டப்படும் உண்மை நீளம் km இல் யாது?

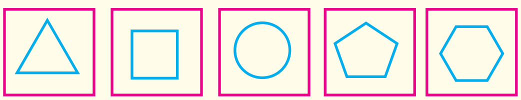
(ii) ஓர் அளவிடை வரிப்படத்தை வரைவதற்கு அளவிடை 1 cm $\rightarrow$ 0.5 km எனத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதில் 3.5 km நீளத்தைக் காட்டுவதற்கு வரைய வேண்டிய கோட்டின் நீளத்தைக் காண்க.

15. ஒரு சமவெளியிலே நிலத்தில் *A*, *B*, *C* என்னும் மூன்று தானங்கள், *A* இலிருந்து N 60^0 E திசையில் 800 m தூரத்தில் *B* உம் *B* இலிருந்து S 30^0 E திசையில் 600 m தூரத்தில் *C* உம் இருக்குமாறு, உள்ளன.

(i) மேற்குறித்த தகவல்களைக் கொண்டு ஓர் அளவிடை வரிப்படத்தை வரைக.

(ii) அளவிடை வரிப்படத்தைக் கொண்டு *A*, *C* இற்கிடையிலான தூரத்தைக் காண்க.

16.



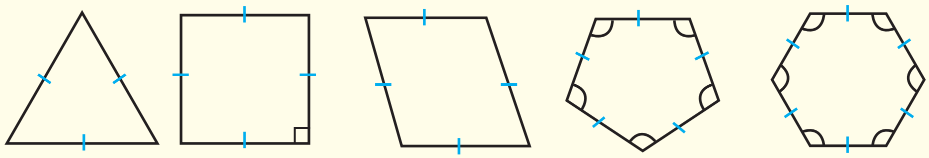
ஐந்து ஒத்த அட்டைகளில் தளவுருவங்கள் வரையப்பட்டுள்ள விதம் உருவிற் காணப்படுகின்றது. இவற்றை ஒரு பையிலிட்டு நன்றாகக் கலந்து எழுமாற்றாக அட்டை ஒன்றை வெளியே எடுத்து அதில் உள்ள தளவுருவத்தைக் குறிக்க. பின் அது திரும்ப இடப்படுகின்றது. மீண்டும் அட்டையொன்று வெளியே எடுக்கப்பட்டு மேற்குறித்தவாறு உருவைப் பரிசீலித்து அது குறிக்கப்படுகின்றது. இவ்வாறு செயற்பாட்டைத் தொடர்ச்சியாகச் செய்து பெற்ற பேறுகள் பின்வரும் அட்டவணையிற் காணப்படுகின்றன.

உரு	△	□	○	⬠	⬡
வரவுக் குறிகள்	~~////~~ ///	~~////~~ //	....	~~////~~ ~~////~~	~~////~~ ////
பெற்ற தடவைகளின் எண்ணிக்கை	....	....	9	....	....

(i) அட்டவணையைப் பிரதிசெய்து பூரணப்படுத்துக.
(ii) மேற்குறித்த பரிசோதனை எத்தனை தடவைகள் செய்யப்பட்டுள்ளது?
(iii) வடிவம் □ கிடைப்பதன் வெற்றிப் பின்னத்தை எழுதுக.
(iv) கூடுதலான வெற்றிப் பின்னம் கிடைத்துள்ள வடிவத்தை வரைக.
(v) சம வெற்றிப் பின்னங்கள் கிடைத்துள்ள வடிவங்களை வரைந்து அவ்வெற்றிப் பின்னத்தை எழுதுக.

17. ஒரு பையில் ஒரே வகையிலான 2 சிவப்புப் பேனைகளும் 3 நீலப் பேனைகளும் 1 கறுப்புப் பேனையும் உள்ளன. அதிலிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு பேனை வெளியே எடுக்கப்படுகின்றது. அவ்வாறு எடுக்கப்படும் பேனை
(i) ஒரு கறுப்புப் பேனையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
(ii) ஒரு நீல அல்லது கறுப்புப் பேனையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
(iii) ஒரு சிவப்புப் பேனையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
ஆகியவற்றை எழுதுக.

18. ஒழுங்கான தெசலாக்கங்களை அமைப்பதற்கு உகந்த வடிவங்களைக் கீழேயுள்ளவற்றிலிருந்து தெரிந்தெடுத்து அவற்றைக் குறித்து நிற்கும் எழுத்துகளை எழுதுக.



(*a*) (*b*) (*c*) (*d*) (*e*)

19. பின்வரும் கூற்றுகளைப் பிரதிசெய்து சரியான கூற்றுக்கு எதிரே "✓" ஐயும் பிழையான கூற்றுக்கு எதிரே "×" ஐயும் இடுக.

(i) வட்டத்திற்குச் சுழற்சிச் சமச்சீர் இல்லை.

(ii) நேர்கோட்டுத் தளவுருவங்களுக்கு மாத்திரம் சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு.