1 எண் கோலங்கள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒரு தரப்பட்ட எண் கோலத்தின் n ஆம் உறுப்பை இனங்காண்பதற்கும்
- ஓர் எண் கோலத்தின் n ஆம் உறுப்பு தரப்படும்போது அந்த எண் கோலத்தின் யாதாயினும் ஓர் உறுப்பை இனங்காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

1.1 எண் கோலங்களும் ஓர் எண் கோலத்தின் உறுப்புகளும்

3 இலிருந்து 11 வரை முறையே அதிகரித்துச் செல்லும் ஒழுங்கில் ஒற்றை எண்களை எழுதுவோம்.

3, 5, 7, 9, 11

இது 3 இலிருந்து 11 வரையுள்ள ஒற்றை எண்கள் முறையே அதிகரித்துச் செல்லும் ஒழுங்கில் எழுதப்பட்ட ஒற்றை எண்களின் கோலமாகும்.

3, 5, 7, 9, 11

- இவ்வாறே யாதாயினுமோர் எண்ணில் தொடங்கி யாதாயினுமோர் உறுதியான முறைக்கு அல்லது விதிக்கு உட்பட்டு நிறைவெண்களை ஓர் ஒழுங்கில் எழுதும்போது பெறப்படும் எண் கூட்டத்தை **எண் கோலம்** என அழைப்போம்.
- ஓர் எண் கோலத்தில் அமைந்துள்ள ஒவ்வோர் எண்ணும் அவ்வெண் கோலத்தின் ஓர் **உறுப்பு** எனப்படும்.
- ஓர் எண் கோலத்தின் தொடக்க எண் முதலாம் உறுப்பு எனவும் முறையே அடுத்துள்ள உறுப்புகள் இரண்டாம், மூன்றாம், நான்காம் உறுப்புகள் எனவும் பெயரிடப்படும்.
- ஓர் எண் கோலத்தில் உறுப்புகளுக்கிடையில் கால் மாத்திரையை (,) இடுவதன் மூலம் உறுப்புகள் வேறாக்கி அறியப்படுகின்றன.

3, 5, 7, 9, 11 என்னும் 3 இலிருந்து 11 வரையுள்ள முறையே அதிகரித்துச் செல்லும் வகையில் எழுதப்பட்டுள்ள ஒற்றை எண் கோலத்தை மீண்டும் கருதுவோம்.

இங்கு முதலாம் உறுப்பு 3 உம் நான்காம் உறுப்பு 9 உம் ஆகும். இறுதி உறுப்பு அல்லது 5 ஆம் உறுப்பு 11 ஆகும். இவ்வெண் கோலத்தில் ஐந்து உறுப்புகள் மாத்திரம் உள்ளன. அதாவது உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை முடிவுள்ளதாகும். இவ்வாறு உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை உறுதியாகத் தெரிந்த எண் கோலங்கள் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை **முடிவுள்ளதான** எண் கோலங்கள் எனப்படும்.

3, 5, 9, 7, 11

முடிவிலி எண் கோலங்கள்

இரண்டில் தொடங்கி முறையே அதிகரித்துச் செல்லும் ஒழுங்கில் இரட்டை எண்களை எழுதுவோம்.

2, 4, 6, 8, ...

2, 4, 6, 8, ...

இது இரண்டில் தொடங்கி அதிகரித்துச் செல்லும் ஒழுங்கில் எழுதப்பட்ட எண் கோலம் எனத் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள்.

இவ்வெண் கோலத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை எத்தனை என உறுதியாகக் கூற முடியாது என்பதால் சகல உறுப்புகளையும் நாம் எழுதிவிட முடியாது. இவ்வாறான எண் கோலங்கள் **முடிவிலி** எண் கோலங்கள் எனப்படும். எனவே எண் கோலத்தை அறிந்து கொள்ளத் தக்கவாறு முதல் உறுப்புகள் சிலவற்றை முறையே எழுதி எஞ்சிய உறுப்புகளைக் காட்டுவதற்கு மேற்குறித்தவாறு மூன்று புள்ளிகள் இடப்படும்.

உதாரணம் 1

கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் எண் கோலத்திலும் உள்ள உறுப்புகளை எழுதுக.

(i) 1 இற்கும் 17 இற்கும் இடையில் உள்ள முதன்மை எண்கள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலம்.

(ii) 1 இல் தொடங்கி ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள ஒற்றை எண் கோலம்.

(iii) முதலாம் உறுப்பு 1 ஆகவும் அடுத்த உறுப்புகள் மாறி மாறி 2, 1 ஆகவும் வரும் எண் கோலம்.

(i) 2, 3, 5, 7, 11, 13.
(ii) 1, 3, 5, 7, 9, ...
(iii) 1, 2, 1, 2, 1, 2, ...

குறிப்பு

2, 4, 8 ... என்னும் எண் கோலத்தைக் கருதுவோம்.

முதலாம், இரண்டாம், மூன்றாம் உறுப்புகளை முறையே 2, 4, 8 எனக் கொண்டுள்ள ஓர் எண் கோலம் மேலே தரப்பட்டுள்ளது.

2, 4, 8, ...?

இவ்வாறு உறுப்புகள் அமைந்துள்ள இரண்டு எண் கோலங்களை நாம் இலகுவாக எழுதலாம்.

(i) 2, 4, 8, 16, 32, 64, ... இங்கு முன்னைய உறுப்பை 2 ஆல் பெருக்குவதன் மூலம் அடுத்த உறுப்பு பெறப்படுகின்றது.

(ii) 2, 4, 8, 10, 20, 22, 44, ... இங்கு முதலாம் உறுப்புடன் 2 ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் இரண்டாம் உறுப்பும் இரண்டாம் உறுப்பை 2 ஆல் பெருக்குவதன் மூலம் மூன்றாம் உறுப்பும் மூன்றாம் உறுப்புடன் 2 ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் நான்காம் உறுப்பும் பெறப்படுகின்றன.

முதல் சில உறுப்புகள் சமனாக இருக்கும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எண் கோலங்கள் இருக்கலாம் என்பது இதிலிருந்து தெரிகின்ற முக்கிய விடயமாகும்.

பயிற்சி 1.1

1. கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) 1, 3, 5, 7, 9, ... என்னும் எண் கோலத்தில்
முதலாம் உறுப்பு = ...
இரண்டாம் உறுப்பு = ...
நான்காம் உறுப்பு = ...

(ii) 4, 8, 12, 16, 20, ... என்னும் எண் கோலத்தில்
முதலாம் உறுப்பு = ...
இரண்டாம் உறுப்பு = ...
ஐந்தாம் உறுப்பு = ...

2. பின்வரும் எண் கோலங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் உறுப்புகளை எழுதுக.

(i) 1 இற்கும் 9 இற்குமிடையே உள்ள இரட்டை எண்கள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலம்.

(ii) 6 இலிருந்து 36 வரையுள்ள 6 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலம்.

(iii) 7 இலும் கூடிய இரட்டை எண்கள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலம்.

(iv) 2 இல் தொடங்கி முறையே அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் எழுதப்பட்டுள்ள முதன்மை எண் கோலம்.

3. பின்வரும் கூற்றுகளைப் பயிற்சிப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து, சரியானவற்றுக்கு எதிரே ✓ எனவும் பிழையானவற்றுக்கு எதிரே × எனவும் குறிப்பிடுக.
   (i) ஓர் எண் கோலத்தின் உறுப்புகள் எப்போதும் ஒழுங்குமுறையில் அதிகரிக்குமாறு இருத்தல் வேண்டும்.
   (ii) ஓர் எண் கோலத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் பெறுமானங்கள் ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபடுதல் வேண்டும்.
   (iii) ஓர் எண் கோலத்தின் 10 ஆம் உறுப்பு வேறோர் எண் கோலத்தின் 10 ஆம் உறுப்புக்குச் சமனற்றதெனின், அவ்விரு எண் கோலங்களும் சமமற்றனவாகும்.

1.2 எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு

ஓர் எண் கோலத்தின் எந்தவோர் உறுப்பையும் இலகுவாகக் கண்டறியும் முறையை ஆராய்வோம்.

2, 4, 6, 8... இவ்வெண் கோலத்தின் 103 ஆவது உறுப்பு யாதாகும்?

ஓர் எண் கோலத்தின் *n* ஆம் உறுப்பை *n* இன் சார்பிலான ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினால் எடுத்துரைக்கத்தக்கதாக இருக்கும்போது அது எண் கோலத்தின் **பொது உறுப்பு** எனப்படும்.

இதன் மூலம் எண் கோலத்தில் அமைந்துள்ள எந்தவோர் உறுப்பினதும் எண் பெறுமானத்தை நாம் பெற்றுக்கொள்ளலாம்.

- **யாதாயினும் ஓர் எண்ணின் மடங்குக் கோலத்தின் பொது உறுப்பு**

➤ 2 இல் தொடங்கி ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்ட இரண்டின் மடங்குகளின் எண் கோலத்தைக் கருதுவோம்.

2, 4, 6, 8, ...

இவ்வெண் கோலத்தில் ஐந்தாம் உறுப்பிலிருந்து உள்ள உறுப்புகள் எழுதப்படவில்லை. ஆயினும் ஐந்தாம் உறுப்பு 10 எனவும் ஆறாம் உறுப்பு 12 எனவும் 7 ஆம் உறுப்பு 14 எனவும் நாம் இலகுவில் தீர்மானிக்கலாம்.

இவ்வெண் கோலத்தின் *n* ஆம் உறுப்பைக் காண்போம்.

ஒவ்வோர் உறுப்பினதும் பெறுமானம் பெறப்பட்டுள்ள விதம் பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

உறுப்பு	உறுப்பின் பெறுமானம்	உறுப்பின் பெறுமானம் பெறப்பட்ட விதம்
1 ஆம் உறுப்பு	2	2×1
2 ஆம் உறுப்பு	4	2×2
3 ஆம் உறுப்பு	6	2×3
4 ஆம் உறுப்பு	8	2×4
⋮	⋮	⋮
10 ஆம் உறுப்பு	$\boxed{?}$	2×10
⋮	⋮	⋮
n ஆம் உறுப்பு	$\boxed{?}$	$2 \times n$
⋮	⋮	⋮

மேற்குறித்த அட்டவணையின் மூன்றாம் நிரலுக்கேற்ப, எண் கோலத்தின் n ஆம் உறுப்பு $2 \times n$ அதாவது $2n$ ஆகும்.

இங்கு n ஆம் உறுப்பின் பெறுமானம் $2n$ ஆக இருக்கும் அதே வேளை $2n$ என்பது இந்த எண் கோலத்தின் **பொது உறுப்பு** எனப்படும். $2n$ இல் n இற்குப் பல்வேறு பெறுமானங்களைப் பிரதியிடுவதன் மூலம் எண் கோலத்தில் இருக்கும் அவ்வுறுப்புகளின் எண் பெறுமானத்தை நாம் பெறலாம்.

ஓர் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பில் n இற்கு எப்போதும் நேர் நிறைவெண் இருத்தல் வேண்டும்.

மேற்குறித்த எண் கோலம் 2 **இலிருந்து தொடங்கி இரட்டை எண்கள் அதிகரிக்கும் விதத்தில் உறுப்புகள் இருக்கும் எண் கோலம் ஆகும்.**

- 2 இலிருந்து தொடங்கும் இரட்டை எண்கள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $2n$ ஆகும்.
- 2 இலிருந்து தொடங்கும் 2 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $2n$ ஆகும்.

உதாரணம் 1

2 இல் தொடங்கி ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்ட 2 இன் மடங்குகளின் கோலத்தில்

(i) 11 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

(ii) 103 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

(iii) 728 இவ்வெண் கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு எனக் காண்க.

(i) பொது உறுப்பு $= 2n$

$n = 11$ ஆகையால்

11 ஆம் உறுப்பு $= 2 \times 11 = 22$

(ii) 103 ஆம் உறுப்பு $= 2 \times 103$

$= 206$

(iii) 728 இரண்டின் ஒரு மடங்கு ஆகையால் அது இந்த எண் கோலத்தில் இருக்க வேண்டும். அது எத்தனையாம் உறுப்பு என இனங்காண்பதற்குப் பொது உறுப்பை இவ்வெண்ணிற்குச் சமப்படுத்தி n இன் பெறுமானத்தைப் பெற வேண்டும்.

$$2n = 728$$

$$\frac{2n}{2} = \frac{728}{2}$$

$$n = 364$$

இதற்கேற்ப 728 ஆனது இந்த எண் கோலத்தின் 364 ஆம் உறுப்பு ஆகும்

➤ 3 இலிருந்து தொடங்கி 3 இன் மடங்குகள் அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் எழுதப்படும் எண் கோலத்தைக் கருதுவோம்.

இந்த எண் கோலம் 3, 6, 9, 12, ... ஆகும்.

இவ்வெண் கோலத்தில் ஒவ்வோர் உறுப்பினதும் பெறுமானம் கிடைத்துள்ள விதம் பின்வரும் அட்டவணையில் காணப்படுகின்றது.

உறுப்பு	உறுப்பின் பெறுமானம்	உறுப்பின் பெறுமானம் பெறப்பட்ட விதம்
1 ஆம் உறுப்பு	3	3×1
2 ஆம் உறுப்பு	6	3×2
3 ஆம் உறுப்பு	9	3×3
4 ஆம் உறுப்பு	12	3×4
⋮	⋮	⋮
10 ஆம் உறுப்பு	$\boxed{?}$	3×10
⋮	⋮	⋮
n ஆம் உறுப்பு	$3n$	$3 \times n$
⋮	⋮	⋮

மேற்குறித்த அட்டவணையில் மூன்றாம் நிரலுக்கேற்ப இந்த எண் கோலத்தின் n ஆம் உறுப்பு $3 \times n$, அதாவது $3n$ ஆகும்.

3 இலிருந்து தொடங்கும் 3 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $3n$ ஆகும்.

இதற்கேற்ப

- 4 இலிருந்து தொடங்கி 4 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்ட எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $4n$ ஆகும்.
- 7 இலிருந்து தொடங்கும் 7 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்ட எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $7n$ ஆகும்.

உதாரணம் 2

3 இல் தொடங்கி 3 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் அமைந்துள்ள எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $3n$ ஆகும்.

(i) இக்கோலத்தின் 13 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

(ii) 87 இக்கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு எனக் காண்க.

(i) இந்த எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $= 3n$

$\therefore$ இவ்வெண் கோலத்தின் 13 ஆம் உறுப்பு $= 3 \times 13 = 39$

(ii) $3n = 87$

இச்சமன்பாட்டில் n இற்கான பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

$$n = \frac{87}{3} = 29$$

$\therefore$ 87 ஆனது இவ்வெண் கோலத்தின் 29 ஆம் உறுப்பாகும்.

உதாரணம் 3

பொது உறுப்பு $4n$ ஆகவுள்ள நான்கிலிருந்து தொடங்கும் 4 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண்கோலத்தில்

(i) 10 ஆம் உறுப்பு யாது?
(ii) 11 ஆம் உறுப்பு யாது?
(iii) 100 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?
(iv) 43 இந்த எண் கோலத்தின் ஓர் உறுப்பா? விடைக்குக் காரணம் யாது?

(i) இக்கோலத்தின் பொது உறுப்பு $= 4n$

∴ 10 ஆம் உறுப்பு $= 4 \times 10$

$= 40$

(ii) இக்கோலத்தின் பொது உறுப்பு $= 4n$

∴ 11 ஆம் உறுப்பு $= 4 \times 11$

$= 44$

(iii) இக்கோலத்தின் பொது உறுப்பு $4n$ ஆகையால்,

$$4n = 100$$

$$\frac{4n}{4} = \frac{100}{4}$$

$$n = 25$$

∴ 100 ஆனது கோலத்தின் 25 ஆம் உறுப்பு ஆகும்.

(iv) $4n = 43$ ஆக இருக்கும்போது

$$\frac{4n}{4} = \frac{43}{4}$$

$n = 10\frac{3}{4}$ (இது ஒரு நேர் நிறைவெண்ணன்று)

∴ 43 என்பது இவ்வெண் கோலத்தின் ஓர் உறுப்பன்று.

43 ஆனது 4 இன் ஒரு மடங்கு அன்று. ஆகவே 43 ஆனது இவ்வெண் கோலத்தின் ஓர் உறுப்பு ஆக இருக்க முடியாது.

பயிற்சி 1.2

1. பின்வரும் அட்டவணையைப் பிரதிசெய்து பூரணப்படுத்துக.

எண் கோலம்	முதலாம் உறுப்பு	பொது உறுப்பு
5, 10, 15, 20, ...		
10, 20, 30, 40, ...		
8, 16, 24, 32, ...		
7, 14, 21, 28, ...		
12, 24, 36, 48, ...		
1, 2, 3, 4, ...		

2. 3 இற்கும் 33 இற்குமிடையே ஐந்தின் மடங்குகள் அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் உறுப்புகள் இருக்கும் எண் கோலத்தை எழுதுக.

3. 11, 22, 33, 44, ... என்பது 11 இலிருந்து தொடங்கி முறையே அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் எழுதப்பட்ட 11 இன் மடங்குக் கோலத்தில்
   (i) பொது உறுப்பு யாது?
   (ii) 9 ஆம் உறுப்பு யாது?
   (iii) 121 இக்கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு ஆகும்?

4. 9, 18, 27, 36, ... என்பது 9 இலிருந்து தொடங்கி முறையாக அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் எழுதப்பட்ட 9 இன் மடங்குக் கோலம் ஆகும்.
   (i) பொது உறுப்பு யாது?
   (ii) 11 ஆம் உறுப்பு யாது?
   (iii) 270 இக்கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு ஆகும்?

5. பொது உறுப்பு 100 n ஆகவுள்ள எண் கோலத்தில்
   (i) 11 ஆம் உறுப்பு யாது?
   (ii) 500 இக்கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?

6. 100 இலும் கூடிய, 3 இன் மிகச் சிறிய மடங்கு யாது? அவ்வெண் 3 இலிருந்து தொடங்கும் 3 இன் மடங்குக் கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு ஆகும்.

7. 1 இலும் பெரிய, ஆனால் 200 இலும் குறைந்த இரட்டை எண்கள் அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் இருக்கும் எண் கோலத்தில் n ஆம் உறுப்பு (பொது உறுப்பு) யாது? n இன் மிகச் சிறிய பெறுமானம் 1 ஆக இருக்கும் அதே வேளை அது எடுக்கத்தக்க மிகப் பெரிய பெறுமானம் யாது?

8. 2 மில்லியன் சனத்தொகை உள்ள ஒரு நாட்டில் ஒவ்வொரு 25 ஆண்டுகளிலும் சனத்தொகை இரண்டின் மடங்காவதாக மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது. 200 ஆண்டுகளில் அந்நாட்டின் சனத்தொகையை மதிப்பிடுக.

● ஒற்றை எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு

ஒற்றை எண்கள் என்பவை 2 இனால் வகுக்கப்படும்போது 1 மீதியாக இருக்கும் எண்கள் ஆகும் என நீங்கள் முன்னர் கற்றுள்ளீர்கள்.

1, 3, 5, 7, ... என்னும் எண் கோலம் ஒற்றை எண்கள் அதிகரிக்கும் விதத்தில் உறுப்புக்கள் இருக்கும் எண் கோலம் ஆகும்.

ஓர் ஒற்றை எண்ணை 2 இனால் வகுக்கும்போது 1 மீதியாக இருக்கின்றமையால், ஒவ்வோர் 2 இன் மடங்கிலிருந்தும் ஒன்றைக் கழிக்கும்போது ஒற்றை எண் கிடைத்தல் வேண்டும்.

இதற்கேற்ப ஒற்றை எண் கோலம் அமைக்கப்படும் விதத்தைப் பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து இனங்காண்க.

உறுப்பு	2 இன் மடங்கு	2 இன் மடங்கு $-$ 1	ஒற்றை எண்
1 ஆம் உறுப்பு	$2 = 2 \times 1$	$(2 \times 1) - 1$	$2 - 1 = 1$
2 ஆம் உறுப்பு	$4 = 2 \times 2$	$(2 \times 2) - 1$	$4 - 1 = 3$
3 ஆம் உறுப்பு	$6 = 2 \times 3$	$(2 \times 3) - 1$	$6 - 1 = 5$
⋮	⋮	⋮	⋮
10 ஆம் உறுப்பு	$20 = 2 \times 10$	$(2 \times 10) - 1$	$20 - 1 = 19$
⋮	⋮	⋮	⋮
n ஆம் உறுப்பு	$2n = 2 \times n$	$(2 \times n) - 1$	$2n - 1$
⋮	⋮	⋮	⋮

ஆகவே, 2 இன் மடங்குக் கோலத்தின் பொது உறுப்பாகிய $2n$ இன் சார்பில் ஒற்றை எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பையும் காட்டலாம்.

$\therefore$ 1 இல் தொடங்கி ஒற்றை எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $2n - 1$ ஆகும்.

உதாரணம் 4

1, 3, 5, 7, ... என்னும் 1 இலிருந்து தொடங்கும் ஒற்றை எண் கோலத்தில்
(i) பொது உறுப்பு யாது?
(ii) 72 ஆம் உறுப்பு யாது?
(iii) 51 இவ்வெண் கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு ஆகும்?

(i) எண் கோலம் ஒற்றை எண் கோலம் ஆகையால்,
பொது உறுப்பு $= 2n - 1$ ஆகும்.

(ii) $n = 72$ ஆக இருக்கும்போது 72 ஆம் உறுப்பு $= 2 \times 72 - 1$
$= 144 - 1$
$= 143$

(iii) n ஆம் உறுப்பு 51 எனக் கொள்வோம்.
அப்போது $2n - 1 = 51$
$$2n - 1 + 1 = 51 + 1$$
$$2n = 52$$
$$\frac{2n}{2} = \frac{52}{2}$$
$$n = 26$$
∴ 51 ஆனது மேற்குறித்த கோலத்தின் 26 ஆம் உறுப்பு ஆகும்.

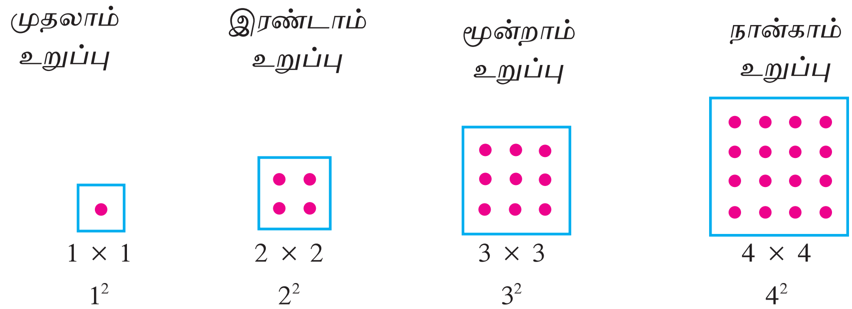
பயிற்சி 1.3

1. 1 இலிருந்து தொடங்கி ஏறுவரிசையில் எழுதப்படும் ஒற்றை எண் கோலத்தின்
(i) 12 ஆம் உறுப்பு யாது?
(ii) 15 ஆம் உறுப்பு யாது?
(iii) 89 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?
(iv) 100 இலும் குறைந்த மிகப் பெரிய ஒற்றை எண் இக்கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?

2. 2 இலிருந்து தொடங்கி ஏறுவரிசையில் எழுதப்படும் இரட்டை எண் கோலத்தின் 34 ஆம் உறுப்பையும் 1 இலிருந்து தொடங்கி ஏறுவரிசையில் எழுதப்படும் ஒற்றை எண் கோலத்தின் 34 ஆம் உறுப்பையும் கூட்டும்போது கிடைக்கும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

சதுர எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு

1, 4, 9, 16, ... என்பன முறையே அதிகரிக்கும் விதத்தில் எழுதப்பட்ட சதுர எண்கள் என நீங்கள் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள். அக்கோலம் சதுரமாகப் புள்ளி வரிப்படத்தினால் வகைகுறிக்கப்படும் விதம் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.



அதற்கேற்ப 1 இல் தொடங்கி சதுர எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தில்

முதலாம் உறுப்பு $= 1 \times 1 = 1^2 = 1$

இரண்டாம் உறுப்பு $= 2 \times 2 = 2^2 = 4$

மூன்றாம் உறுப்பு $= 3 \times 3 = 3^2 = 9$

$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

10 ஆம் உறுப்பு $= 10 \times 10 = 10^2 = 100$

$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

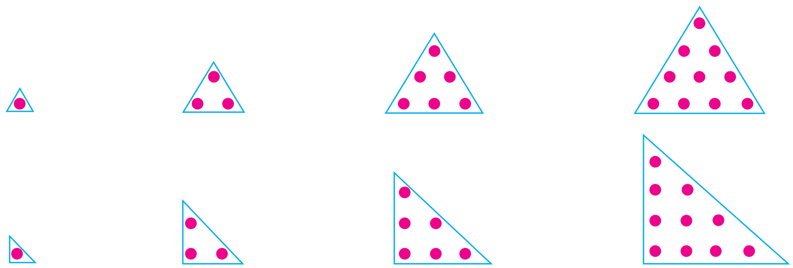
n ஆம் உறுப்பு $= n \times n = n^2$

> $\therefore$ 1 இல் இருந்து தொடங்கி ஏறுவரிசையில் இருக்கும் சதுர எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு n^2 ஆகும்.

- ## முக்கோண எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு

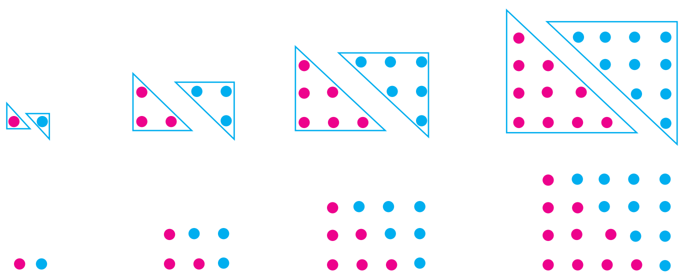
1, 3, 6, 10, 15, ... என்பது 1 இலிருந்து தொடங்கி முறையே அதிகரிக்கும் விதத்தில் எழுதப்படும் முக்கோண எண்கள் என நீங்கள் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள். அவற்றைப் புள்ளிகளால் பின்வரும் இரு விதங்களில் வகைகுறிக்கலாம்.

முதலாம் உறுப்பு	இரண்டாம் உறுப்பு	மூன்றாம் உறுப்பு	நான்காம் உறுப்பு



1	$1+2=3$	$1+2+3=6$	$1+2+3+4=10$

எண் கோலத்தில் ஒவ்வொரு முக்கோண எண்ணையும் வகைகுறிக்கும் முக்கோணியை ஒத்த இரு முக்கோணிகளைப் பின்வருமாறு ஒன்றாக இணைப்பதன் மூலம் எண் கோலத்தின் ஒவ்வோர் உறுப்பையும் போல் இரு மடங்கான புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை இருக்கும் செவ்வக அமைவுகளைப் பெறலாம்.



நிரைகளின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4
நிரல்களின் எண்ணிக்கை	2	3	4	5
புள்ளிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை	1×2	2×3	3×4	4×5
முக்கோணிகளின் எண்ணிக்கை	$\frac{1 \times 2}{2} = 1$	$\frac{2 \times 3}{2} = 3$	$\frac{3 \times 4}{2} = 6$	$\frac{4 \times 5}{2} = 10$

இதற்கேற்ப 1 இல் தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தில்

முதலாம் உறுப்பு $= \frac{1 \times 2}{2} = 1$

இரண்டாம் உறுப்பு $= \frac{2 \times 3}{2} = 3$

மூன்றாம் உறுப்பு $= \frac{3 \times 4}{2} = 6$

நான்காம் உறுப்பு $= \frac{4 \times 5}{2} = 10$

$\vdots \qquad \vdots$

10 ஆம் உறுப்பு $= \frac{10 \times 11}{2} = 55$

$\vdots \qquad \vdots$

n ஆம் உறுப்பு $= \frac{n \times (n+1)}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$

$\therefore$ 1 இல் தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $\frac{n \times (n+1)}{2}$, அதாவது $\frac{n(n+1)}{2}$ ஆகும்.

பயிற்சி 1.4

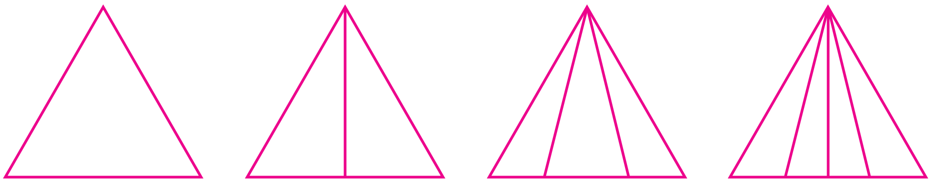
1. 1 இல் தொடங்கிச் சதுர எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் 10 ஆம் உறுப்பு யாது?

2. 1 இல் தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் 10 ஆம் உறுப்பு யாது?

3. 1 இல் தொடங்கிச் சதுர எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தில் 1 இலும் பெரிய 50 இலும் சிறிய ஓர் உறுப்பு, 1 இல் தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்திலும் ஓர் உறுப்பாகும்.
   (i) அவ்வுறுப்பு யாது?
   (ii) அவ்வுறுப்பு எத்தனையாம் சதுர எண் ஆகும்?
   (iii) அவ்வுறுப்பு எத்தனையாம் முக்கோண எண் ஆகும்?

4. "1 இலிருந்து தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் 14 ஆம், 15 ஆம் உறுப்புகள் இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகை ஒரு சதுர எண் ஆகும்." இக்கூற்று உண்மையானது எனக் காட்டி, அது சதுர எண் கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு எனக் காண்க.

5. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு முக்கோணியிலும் உள்ள முக்கோணிகளின் மொத்த எண்ணிக்கையை எழுதுக.



மேலே ஒவ்வோர் உருவிலும் முக்கோணிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை இடம்பெறும் எண் கோலம் 1 இலிருந்து தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலமாகும். இவ்வொழுங்கில் தொடர்ந்து வரையப்பட்ட 8 ஆவது உருவில் உள்ள முக்கோணிகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காண்க.

6. புதிதாகக் கொண்டுவரப்பட்ட உண்டியலில் முதல் நாள் ரூ. 1 ஐ இட்டுப் பணத்தைச் சேமிக்கத் தொடங்கிய கீதா இரண்டாம் நாளில் ரூ. 2, மூன்றாம் நாளில் ரூ. 3 என்றவாறு பணத்தைச் சேமித்தால், 10 ஆம் நாள் முடிவடையும்போது அவ்வுண்டியலில் இருக்கும் மொத்தப் பணம் எவ்வளவு?

பலவினப் பயிற்சி

1. முதலாம் உறுப்பு 1 ஆகவுள்ள ஒற்றை எண் கோலத்தின் முதல் உறுப்பிலிருந்து முறையே இரண்டு உறுப்புகள், மூன்று உறுப்புகள், நான்கு உறுப்புகள் என்றவாறு கூட்டும்போது ஒரு விசேட எண் வகை கிடைக்கின்றது.
   (i) அவ்வெண்களுக்கு வழங்கும் விசேட பெயர் யாது?
   (ii) முதல் உறுப்பிலிருந்து முறையே 15 உறுப்புகளைக் கூட்டும்போது கிடைக்கும் எண்ணைக் காண்க.

2. விற்பனைக்காக வர்த்தக நிறுவனத்திற்குக் கொண்டு வரப்பட்ட பால் தகரப் பேணிகள் ஓர் எண் கோலத்தில் பின்வருமாறு அடுக்கி வைக்கப்பட்டுள்ளது. கீழ்த் தட்டில் 10 தகரப் பேணிகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு தட்டிலும் அதற்குக் கீழே உள்ள தகரப்பேணி எண்ணிக்கையிலும் பார்க்க 1 குறைவாக அடுக்கப்பட்டுள்ளது.
   (i) வர்த்தக நிறுவனத்திற்குக் கொண்டுவரப்பட்ட பால் தகரப்பேணிகளின் அளவைக் காண்க.
   (ii) இரு வாரங்களுக்குப் பின்னர் அடுக்கின் உச்சியிலிருந்து 4 தட்டுக்கள் முற்றாக விற்கப்பட்டு முடிவடைந்துள்ளன. விற்கப்பட்டுள்ள பால் தகரப் பேணிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

3. 1 தொடக்கம் 30 வரையுள்ள முழு எண்களின் கூட்டுத்தொகை யாது?

ஓர் எண் தொடைக்கும் எண் கோலத்திற்கும் இடையிலான வேறுபாடு யாது?

1 இற்கும் 9 இற்கும் இடையிலுள்ள இரட்டை எண்கள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலம் **2, 4, 6, 8** ஆகும்.

இந்நான்கு எண்களையும் 8, 6, 4, 2 என்றவாறு இறங்குவரிசையில் எழுதும்போது இன்னோர் எண் கோலம் பெறப்படுகின்றது.

இதன் முதலாம் உறுப்பு 8 ஆகும். இரண்டாவது உறுப்பானது முதலாம் உறுப்பிலிருந்து இரண்டைக் கழிக்கும்போது பெறப்படுகின்றது. மூன்றாம் உறுப்பானது இரண்டாம் உறுப்பிலிருந்து இரண்டைக் கழிக்கும்போது பெறப்படுகின்றது.

1 இற்கும் 9 இற்கும் இடையிலுள்ள இரட்டை எண் தொடையை நாம் பின்வரும் விதங்களில் எழுதலாம்.

$\{2, 4, 6, 8\} = \{6, 4, 8, 2\} = \{8, 6, 2, 4\}$

இங்கு 2, 4, 6, 8 ஆகிய எண்களை அடைப்பினுள்ளே எவ்வொழுங்கில் எழுதினாலும் ஒரே தொடையையே நாம் பெறுகின்றோம். ஒரு தொடையிலுள்ள மூலகங்கள் முதலாம் மூலகம், இரண்டாம் மூலகம் எனப் பெயரிடப்படுவதில்லை.

$\{2, 4, 6, 8\}$, $\{8, 6, 4, 2\}$ ஆகியன ஒரே தொடை ஆயினும் 2, 4, 6, 8 என்னும் எண் கோலமானது 8, 6, 4, 2 என்னும் எண் கோலத்திற்குச் சமனானதன்று.

பொழிப்பு

- ஓர் எண்கோலத்தில் n ஆம் உறுப்புக்கான கோவை அந்த எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு எனப்படும்.
- 2 இல் தொடங்கி இரட்டை எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $2n$ ஆகும்.
- 1 இல் தொடங்கி ஒற்றை எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $2n - 1$ ஆகும்.
- ஓர் எண் கோலத்தில் பொது உறுப்பில் n எப்போதும் நேர்நிறைவெண்ணாக இருத்தல் வேண்டும்
- 1 இல் தொடங்கி சதுர எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு n^2 ஆகும்.
- 1 இல் தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $\dfrac{n \times (n+1)}{2}$, அதாவது $\dfrac{n\,(n+1)}{2}$ ஆகும்.

சிந்தனைக்கு

1. 1, 2, 4 ஆகியன முதல் மூன்று உறுப்புகளாகுமாறு ஒன்றுடனொன்று வேறுபட்ட இரண்டு எண் கோலங்களை உங்களால் உருவாக்க முடியுமா? அவ்வாறு உருவாக்க முடியுமாயின் இரண்டு எண் கோலங்களினதும் அடுத்த இரண்டு உறுப்புகளை முறையே எழுதுக.

2 சுற்றளவு

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- சமபக்க முக்கோணி, இருசமபக்க முக்கோணி, சதுரம், செவ்வகம் ஆகிய நேர்கோட்டுத் தளவுருவங்களில் ஒரே வகையானவற்றில் அல்லது வேறு வகையானவற்றில் இரண்டு வடிவங்கள் கூட்டுச் சேர்வதால் உருவாகும் நேர்கோட்டுத் தளவுருவங்களின் சுற்றளவைக் காண்பதற்கும்
- கூட்டுத் தளவுருவங்களின் சுற்றளவு தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்ப தற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

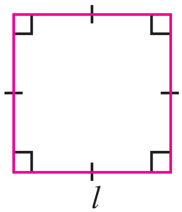
2.1 சுற்றளவு

உருவிலுள்ள செவ்வக வடிவக் காணியைச் சுற்றி அமைக்கப்பட்டுள்ள வேலியின் நீளத்தைக் காணவேண்டியுள்ளது எனக் கொள்வோம். இதற்காக நீங்கள் காணியின் நான்கு பக்கங்களினதும் நீளங்களின் அளவுகளின் கூட்டுத்தொகையைப் பெற வேண்டியிருக்கும்.

இவ்வாறு பெற்றுக் கொள்ளும் அளவானது காணியின் சுற்றளவு என அழைக்கப்படும் என்பதை நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

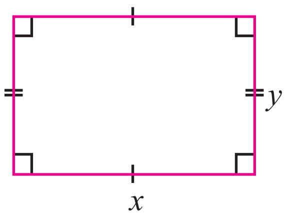
இனி தரங்கள் 6, 7 இல் கற்ற சில தளவுருவங்களின் சுற்றளவைக் காண்பதற்குப் பயன்படுத்திய சில சூத்திரங்களை மீண்டும் நினைவுகூர்வோம்.

- பக்கம் ஒன்றின் நீளம் l அலகுகளாகவுடைய ஒரு சதுரத்தின் சுற்றளவு p அலகுகள் ஆயின்,



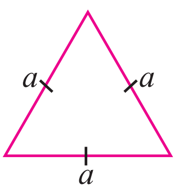
$$p = l + l + l + l$$
$$p = 4l$$

- நீளம் x அலகுகளும் அகலம் y அலகுகளும் உடைய ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவு p அலகுகள் ஆயின்,



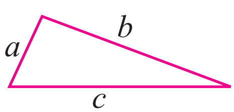
$$p = x + y + x + y$$
$$p = 2x + 2y$$

- பக்கம் ஒன்றின் நீளம் a அலகுகளுடைய ஒரு சமபக்க முக்கோணியின் சுற்றளவு p அலகுகள் ஆயின்,



$$p = a + a + a$$
$$p = 3a$$

- பக்கங்கள் முறையே a, b, c அலகுகளுடைய முக்கோணி ஒன்றின் சுற்றளவு p அலகுகள் ஆயின்,



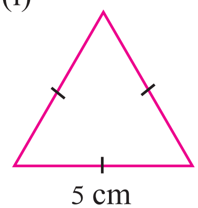
$$p = a + b + c$$

நீங்கள் கற்ற மேற்குறித்த விடயங்களை மீட்பதற்காகக் கீழே தரப்பட்டுள்ள மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுங்கள்.

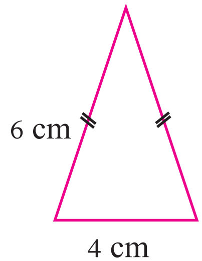
மீட்டற் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் உருவினதும் சுற்றளவைக் காண்க.

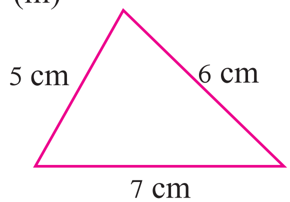
(i)



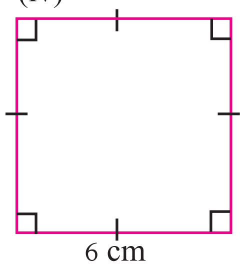
(ii)



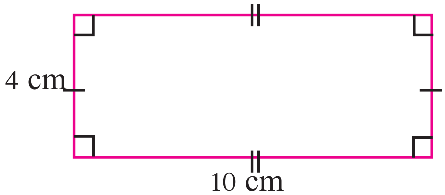
(iii)



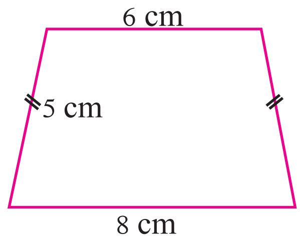
(iv)



(v)



(vi)



2. சதுர வடிவிலான ஒரு மாபிள் கல்லின் சுற்றளவு 160 cm ஆகும். 4 m நீளமுள்ள ஒரு சுவரில் இடைவெளியின்றி ஒரு வரிசையில் நீளப்பக்கமாகக் கற்களைப் பதிப்பதற்கு எத்தனை மாபிள் கற்கள் தேவை?

3. 40 m நீளமுடைய செவ்வக வடிவிலான ஒரு வயலின் சுற்றளவு 130 m ஆயின், அந்த வயலின் அகலத்தைக் காண்க.

4. செவ்வக வடிவமான ஒரு மாபிள் கல்லின் நீளமானது அகலத்தை விட 10 cm இனால் கூடியதாகும். மாபிள் கல்லின் அகலம் 15 cm ஆயின் அதன் சுற்றளவைக் காண்க.

5. யதுஷன் 60 cm நீளமான கம்பித் துண்டை எடுத்து வளைத்து, ஒரு சமபக்க முக்கோணியை அமைத்தான். மேரி அதேயளவான கம்பித் துண்டை வளைத்து ஒரு சதுரத்தை அமைத்தாள்.

(i) யதுஷன் அமைத்த சமபக்க முக்கோணியின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

(ii) மேரி அமைத்த சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

6. ஒரு செவ்வகப் பூப்பாத்தியின் நீளம் 7 m உம் அகலம் 3 m உம் ஆகும். பூப்பாத்தியைச் சுற்றி இடைவெளி இல்லாமல் ஒரு நிரையில் கல் பதிப்பதற்கு 25 cm நீளமுள்ள எத்தனை செங்கற்கள் தேவை?

7. ஒரு செவ்வக வடிவ விளையாட்டு மைதானத்தின் நீளமானது அகலத்தின் இருமடங்காகும். விளையாட்டு மைதானத்தின் சுற்றளவு 360 m ஆயின், அதன் நீளம், அகலம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

2.2 கூட்டுத் தளவுருவம் ஒன்றின் சுற்றளவு

ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட தளவுருவங்களைக் கூட்டுச் சேர்ப்பதால் பெறப்படும் ஒரு தளவுருவம் கூட்டுத் தளவுருவம் எனக் கற்றுள்ளீர்கள். இனி, இரண்டு தளவுருவங்களால் அமைந்த கூட்டுத் தளவுரு ஒன்றின் சுற்றளவைக் காணும் விதம் பற்றிக் கற்போம்.

5 cm நீளமும் 2 cm அகலமும் உடைய செவ்வக வடிவிலான இரண்டு கடதாசிகள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.

செவ்வக வடிவிலான ஒரு கடதாசியின் சுற்றளவு $= 2 \times 5\ \text{cm} + 2 \times 2\ \text{cm}$

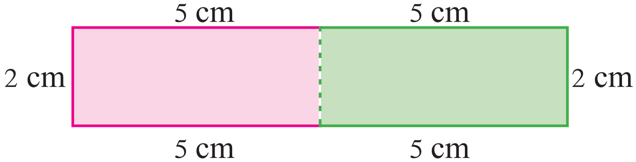
$= 14\ \text{cm}$

செவ்வக வடிவிலான இரண்டு கடதாசிகளின் சுற்றளவுகளின் கூட்டுத்தொகை $= 14\ \text{cm} + 14\ \text{cm}$

$= 28\ \text{cm}$

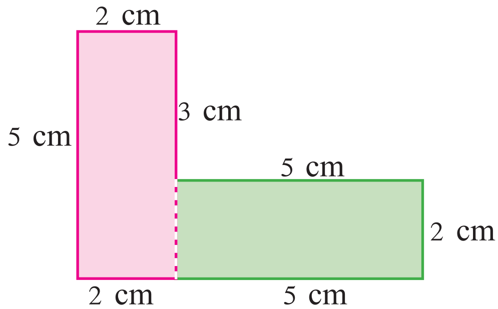
இரண்டு கடதாசிகளையும் பயன்படுத்திச் செய்யப்பட்ட சில கூட்டுத் தளவுருவங்களின் சுற்றளவுகளைக் காண்போம்.

(i)



உருவின் சுற்றளவு $= 5\ \text{cm} + 5\ \text{cm} + 2\ \text{cm} + 5\ \text{cm} + 5\ \text{cm} + 2\ \text{cm}$
$= 24\ \text{cm}$

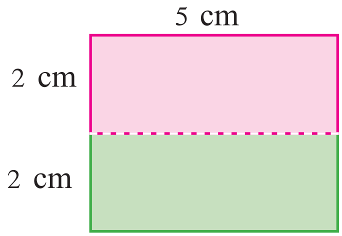
(ii)



உருவின் சுற்றளவு $= 5\text{ cm} + 2\text{ cm} + 3\text{ cm} + 5\text{ cm} + 2\text{ cm} + 5\text{ cm} + 2\text{ cm}$

$= 24\text{ cm}$

(iii)



உருவின் சுற்றளவு $= 5\text{ cm} + 2\text{ cm} + 2\text{ cm} + 5\text{ cm} + 2\text{ cm} + 2\text{ cm}$

$= 18\text{ cm}$

இவ்வாறு செய்யப்பட்ட கூட்டுத் தளவுருவங்களின் சுற்றளவானது, இரண்டு செவ்வகங்களினதும் சுற்றளவுகளின் கூட்டுத்தொகையிலும் குறைவானது என்பதை மேற்குறித்த மூன்று சந்தர்ப்பங்களிலிருந்தும் நீங்கள் விளங்கிக் கொண்டிருப்பீர்கள்.

ஒரு கூட்டுத் தளவுருவத்தின் சுற்றளவைக் கணிக்கும்போது அவ்வுருவின் முழுச் சுற்றிலுமுள்ள நீளங்கள் கூட்டப்படுகின்றன.

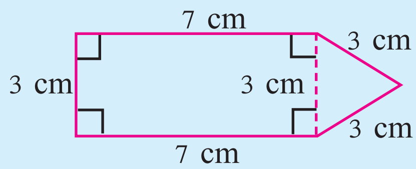
குறிப்பு

தரப்பட்ட ஒவ்வொரு தளவுருக்களினதும் சுற்றளவுகளை வெவ்வேறாகக் கூட்டுவதனால் கூட்டுத் தளவுருவங்களின் சுற்றளவைப் பெற முடியாது.

உதாரணம் 1

கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் உருவினதும் சுற்றளவைக் காண்க.

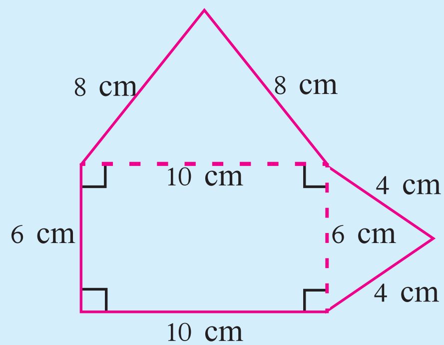
(i)



சுற்றளவு $= 7\text{ cm} + 3\text{ cm} + 3\text{ cm} + 7\text{ cm} + 3\text{ cm}$

$= 23\text{ cm}$

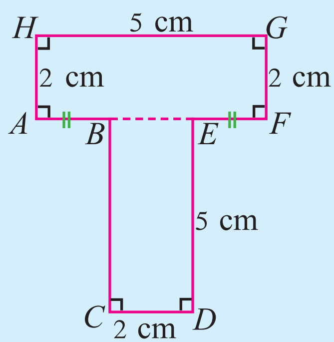
(ii)



சுற்றளவு $= 8\text{ cm} + 4\text{ cm} + 4\text{ cm} + 10\text{ cm} + 6\text{ cm} + 8\text{ cm}$

$= 40\text{ cm}$

(iii)



$GH = 5\text{ cm}$

$AB = EF$

$2\ AB = 5\text{ cm} - 2\text{ cm} = 3\text{ cm}$

$\therefore AB = 1.5\text{ cm}$

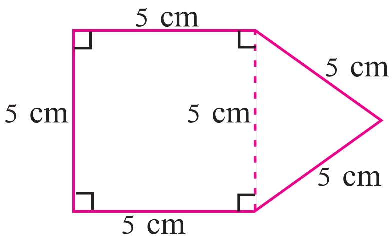
உருவின் சுற்றளவு $= 5\text{ cm} + 2\text{ cm} + 1.5\text{ cm} + 5\text{ cm} + 2\text{ cm} + 5\text{ cm} + 1.5\text{ cm} + 2\text{ cm}$

$= 24\text{ cm}$

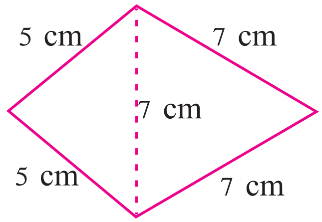
பயிற்சி 2.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் உருவினதும் சுற்றளவைக் காண்க.

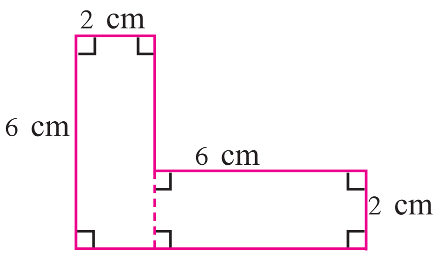
(i)



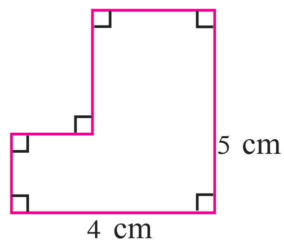
(ii)



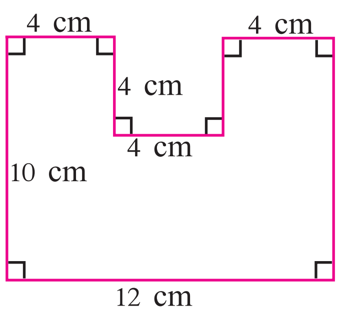
(iii)



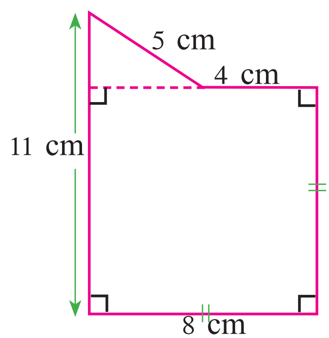
(iv)



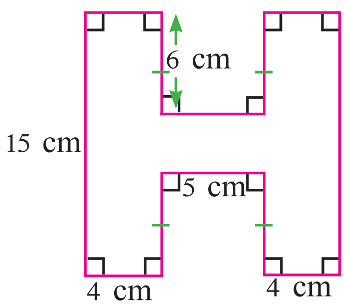
(v)



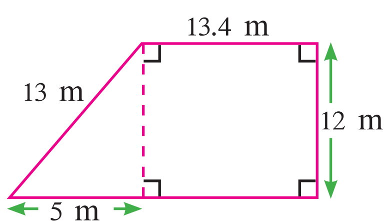
(vi)



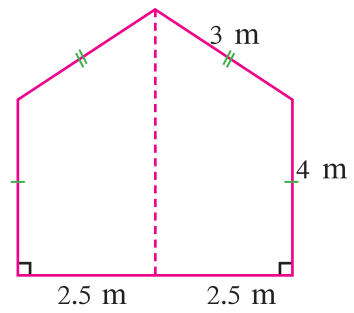
(vii)



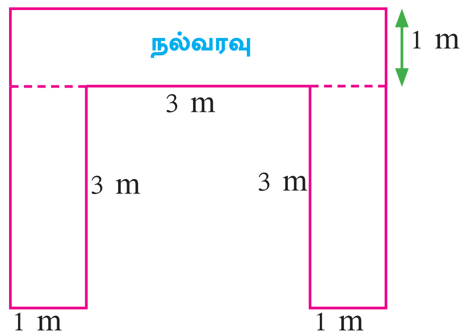
(viii)



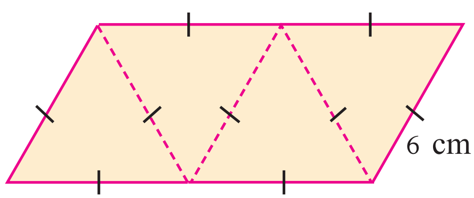
2. இரண்டு சமபகுதிகளைக் கொண்ட ஒரு வாயிற் கதவு உருவில் தரப்பட்டுள்ளது. வாயிற் கதவின் சுற்றளவைக் காண்க.



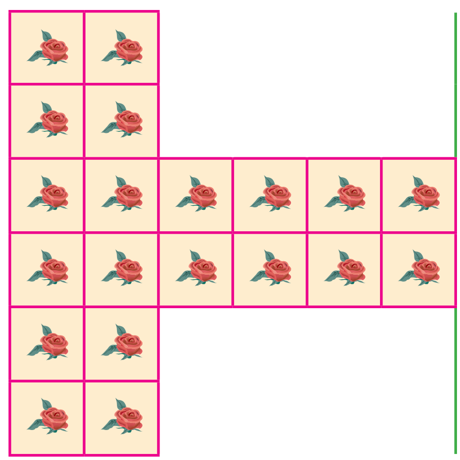
3. ஒரு பாடசாலையில் தரம் 1 இல் சேர்ந்த மாணவர்களை வரவேற்பதற்காக அமைக்கப்பட்டிருந்த ஒரு வாயிற் தோரணத்தின் உருவம் அளவீடுகளுடன் இங்கு காட்டப்பட்டுள்ளது. தோரணத்தைச் சுற்றிப் பொருத்தத் தேவையான றிபனின் குறைந்தபட்ச நீளத்தைக் காண்க.



4. ஒரு திண்மப் பொருளைச் செய்வதற்காகப் பயன்படுத்திய ஒரு வலையின் உருவம் இங்கு தரப்பட்டுள்ளது. அதன் சுற்றளவைக் காண்க.



5. ஒரு பக்க நீளம் 40 cm ஆகவுள்ள சதுர வடிவிலான சீமெந்துக் கற்களைப் பதித்து அமைக்கப்பட்ட ஒரு வீட்டு முற்றத்தின் ஒரு பகுதி உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. கற்கள் பதிக்கப்பட்டுள்ள பகுதியின் சுற்றளவைக் காண்க.



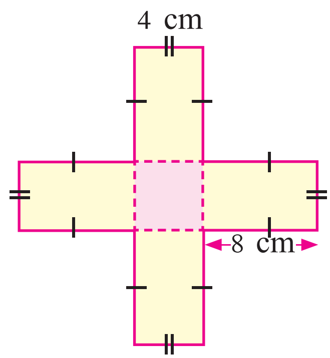
6. சதுர வடிவிலான மரத்திலான ஓர் அடரும் அதன் ஒரு பக்க நீளத்திற்குச் சமமான அடியையுடைய ஒரு சமபக்க முக்கோண மர அடரும் கூட்டுச் சேர்க்கப்பட்டு உருவாக்கப்பட்ட ஒரு சுவர் அலங்காரத்தின் சுற்றளவு 160 cm ஆயின்,

(i) சதுர வடிவிலான மர அடரின் சுற்றளவைக் காண்க.

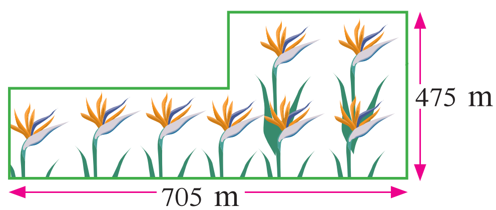
(ii) சமபக்க முக்கோணி வடிவிலான மர அடரின் சுற்றளவைக் காண்க.

7. 6 cm நீளமும் 4 cm அகலமும் உடைய இரண்டு செவ்வகங்கள் மிகக் குறைந்த சுற்றளவு பெறப்படக்கூடியவாறு இணைக்கப்படுகின்றன. அக்கூட்டுத் தளவுருவின் சுற்றளவு யாது?

8. 8 cm நீளமும் 4 cm அகலமும் உடைய நான்கு செவ்வகங்களினால் உருவாக்கப்பட்ட ஒரு கூட்டுத் தளவுரு இங்கு தரப்பட்டுள்ளது. உருவின் சுற்றளவைக் காண்க.



9. ரேவதி ஒவ்வொரு நாளும் காலையில் உருவில் உள்ள தோட்டத்தைச் சுற்றி இரு தடவைகள் நடந்தார். அவர் தோட்டத்தைச் சுற்றி ஒரு நாளில் நடந்த மொத்தத் தூரத்தைக் காண்க.



பொழிப்பு

- பல நேர்கோட்டுத் தளவுருக்களினால் உருவாக்கப்பட்ட கூட்டுத் தளவுரு ஒன்றின் சுற்றளவானது ஒவ்வொரு தளவுருவின் சுற்றளவும் வெவ்வேறாக எடுத்துக் கூட்டப்படும்போது பெறப்படும் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனானதன்று.

- ஒரு கூட்டுத் தளவுருவின் சுற்றளவைக் கணிக்கும்போது உருவின் முழுச் சுற்றின் நீளத்தில் அமையும் பக்கங்களின் நீளங்களை மாத்திரம் கூட்ட வேண்டும்.

3 கோணங்கள்

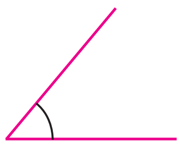
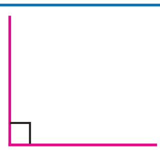
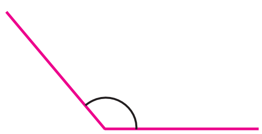
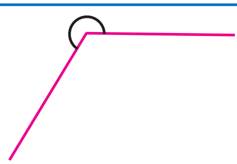
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- நிரப்பு கோணங்கள், மிகைநிரப்பு கோணங்கள், அடுத்துள்ள கோணங்கள், குத்தெதிர்க் கோணங்கள் ஆகியவற்றை இனங்காண்பதற்கும்
- ஒரு நேர்கோட்டின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி நேர்கோட்டின் ஒரு பக்கத்தில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° என இனங் காண்பதற்கும்
- ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° என இனங் காண்பதற்கும்
- இரு நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் என இனங்காண்பதற்கும்
- கோணங்கள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

3.1 கோணங்கள்

கோணம் அளக்கப்படும் நியம அலகு பாகை எனவும் 1 பாகையானது 1° என எழுதப்படும் எனவும் நீங்கள் தரம் 7 இற் கற்றுள்ளீர்கள்.

கோணம்	வடிவம்	குறிப்பு
கூர்ங்கோணம்		பருமன் 90° இலும் குறைவாகவுள்ள கோணம் கூர்ங்கோணம் ஆகும்.
செங்கோணம்		பருமன் 90° ஆகவுள்ள கோணம் செங்கோணம் ஆகும்.
விரிகோணம்		பருமன் 90° இலும் கூடியதும் 180° இலும் குறைந்ததும், அதாவது 90° இற்கும் 180° இற்குமிடையே உள்ள கோணம் விரிகோணம் ஆகும்.
நேர் கோணம்		பருமன் 180° ஆகவுள்ள கோணம் நேர் கோணம் ஆகும்.
பின்வளைகோணம்		பருமன் 180° இற்கும் 360° இற்குமிடையே உள்ள கோணம் பின்வளை கோணம் ஆகும்.

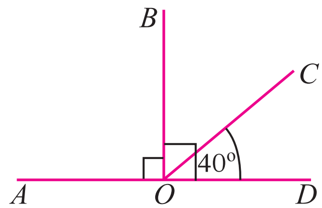
தரம் 7 இல் கோணங்கள் என்னும் பாடத்தின் கீழ் நீங்கள் கற்ற மேற்குறித்த விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் A, B ஆகிய இரு கூட்டங்களையும் பிரதிசெய்து பொருத்தமானவாறு தொடுக்க.

கூட்டம் A	கூட்டம் B
135^{o}	கூர்ங்கோணம்
90^{o}	செங்கோணம்
180^{o}	விரிகோணம்
35^{o}	நேர் கோணம்
245^{o}	பின்வளைகோணம்
190^{o}	
280^{o}	

2. உருவில் உள்ள கோணங்களிடையே பின்வரும் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் பருமனையும் அதன் வகையையும் எழுதுக.



(i) $A\hat{O}B$ (ii) $C\hat{O}D$

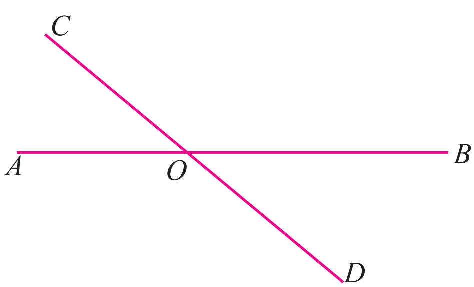
(iii) $B\hat{O}D$ (iv) $B\hat{O}C$

(v) $A\hat{O}C$ (vi) $A\hat{O}D$

3. பாகைமானியைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் கோணங்களை வரைந்து பெயரிடுக.

(i) $P\hat{Q}R = 60^{o}$ (ii) $A\hat{B}C = 90^{o}$ (iii) $X\hat{Y}Z = 130^{o}$ (iv) $K\hat{L}M = 48^{o}$

4. உருவில் உள்ளவாறு AB, CD என்னும் இரு நேர்கோட்டுத் துண்டங்களை O இல் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுமாறு வரைக.



(i) $A\hat{O}C$, $C\hat{O}B$, $B\hat{O}D$, $A\hat{O}D$ ஆகிய வற்றை அளந்து எழுதுக.

(ii) $A\hat{O}C + C\hat{O}B$ இன் பெறுமானம் யாது ?

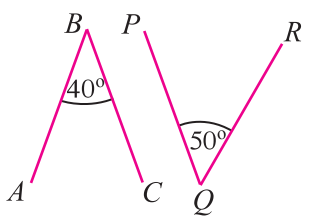
(iii) $A\hat{O}C$, $B\hat{O}D$ ஆகிய கோணச் சோடி சமமா?

3.2 நிரப்பு கோணங்களும் மிகைநிரப்பு கோணங்களும்

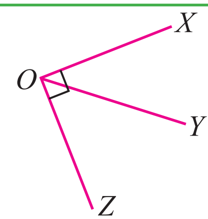
இப்போது நாம் நிரப்பு கோணங்களும் மிகைநிரப்பு கோணங்களும் யாவை என இனங்காண்போம்.

- **நிரப்பு கோணங்கள்**

பின்வரும் உருக்களில் இரு கோணச் சோடிகள் காணப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு சோடியினதும் இரு கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை பற்றி ஆராய்வோம்.



$A\hat{B}C + P\hat{Q}R = 40^\circ + 50^\circ$
$= 90^\circ$



$X\hat{O}Y + Y\hat{O}Z = 90^\circ$

மேற்குறித்த ஒவ்வொரு கோணச் சோடியிலும் இரு கோணங்களினதும் கூட்டுத் தொகையாக 90° கிடைத்துள்ளது.

ஒரு கூர்ங்கோணச் சோடியின் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 90° எனின், அக்கோணச் சோடி **நிரப்புகோணச் சோடி** எனப்படும்.

இவ்விளக்கத்திற்கேற்ப மேற்குறித்த உருக்களில்

$A\hat{B}C$, $P\hat{Q}R$ ஆகியன ஒரு நிரப்பு கோணச் சோடியாகும்.

$X\hat{O}Y$, $Y\hat{O}Z$ ஆகியன ஒரு நிரப்பு கோணச் சோடியாகும்.

கூட்டுத்தொகை 90° ஆவதற்குத் தரப்பட்ட ஒரு கூர்ங்கோணத்துடன் கூட்டப்பட வேண்டிய கூர்ங்கோணம் தரப்பட்ட கோணத்தின் **நிரப்பு கோணம்** ஆகும்.

$30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ ஆகவே கோணம் 30° இன் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் 60° ஆகும்.

உதாரணம் 1

கோணம் 38° இன் நிரப்பு கோணத்தின் பருமனைக் காண்க.

நிரப்பு கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை 90° ஆகையால், கோணம் 38° இன் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் $= 90^{\circ} - 38^{\circ} = 52^{\circ}$

உதாரணம் 2

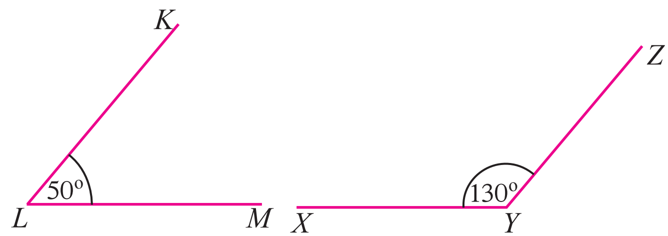
$A\hat{B}C = 48^{\circ}$, $P\hat{Q}R = 66^{\circ}$, $K\hat{L}M = 42^{\circ}$, $X\hat{Y}Z = 24^{\circ}$, இக்கோணங்களிடையே நிரப்பு கோணச் சோடிகளைப் பெயரிடுக.

$48^{\circ} + 42^{\circ} = 90^{\circ}$, $\therefore$ $A\hat{B}C$, $K\hat{L}M$ ஆகியன ஒரு நிரப்பு கோணச் சோடியாகும்.
$66^{\circ} + 24^{\circ} = 90^{\circ}$, $\therefore$ $P\hat{Q}R$, $X\hat{Y}Z$ ஆகியன ஒரு நிரப்பு கோணச் சோடியாகும்.

- **மிகைநிரப்பு கோணங்கள்**

உருவில் உள்ள இரு கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை பற்றி ஆராய்வோம்.

$$K\hat{L}M + X\hat{Y}Z = 50^{\circ} + 130^{\circ}$$
$$= 180^{\circ}$$



ஒரு கோணச் சோடியின் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° எனின், அக்கோணச் சோடி **மிகை நிரப்பு கோணச் சோடி** எனப்படும்.

இவ்விளக்கத்திற்கேற்ப $K\hat{L}M$, $X\hat{Y}Z$ ஆகியன ஒரு மிகைநிரப்பு கோணச் சோடி ஆகும்.

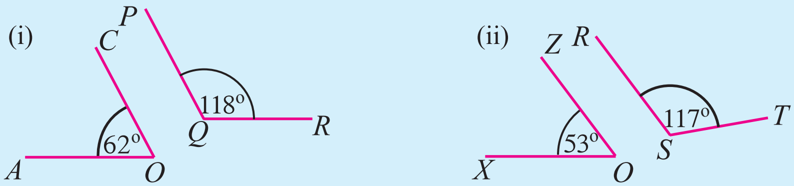
கூட்டுத்தொகை 180° ஆவதற்குத் தரப்பட்ட 180° இலும் குறைந்த ஒரு கோணத்துடன் கூட்டப்படவேண்டிய கோணம் தரப்பட்ட கோணத்தின் **மிகைநிரப்பு கோணம்** ஆகும்.

$60^{\circ} + 120^{\circ} = 180^{\circ}$

$\therefore$ கோணம் 60° இன் மிகைநிரப்பு கோணம் 120° ஆகும்.

உதாரணம் 1

தரப்பட்டுள்ள இரு உருக்களிலும் உள்ள கோணச் சோடிகள் மிகைநிரப்பு கோணங்களா என விளக்குக.



(i) $A\hat{O}C + P\hat{Q}R = 62^{\circ} + 118^{\circ}$
$= 180^{\circ}$

$\therefore A\hat{O}C, P\hat{Q}R$ ஆகியன ஒரு மிகைநிரப்பு கோணச் சோடியாகும்.

(ii) $X\hat{O}Z + R\hat{S}T = 53^{\circ} + 117^{\circ}$
$= 170^{\circ}$

இரு கோணங்களினதும் பருமன்களின் கூட்டுத்தொகை 180° அன்று ஆகையால், $X\hat{O}Z$, $R\hat{S}T$ ஆகியன ஒரு மிகைநிரப்பு கோணச் சோடியன்று.

பயிற்சி 3.1

1. பிரதிசெய்து பூரணப்படுத்துக.

(i) பருமன் 60° ஆகவுள்ள கோணத்தின் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும். பருமன் 60° ஆகவுள்ள கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும்.

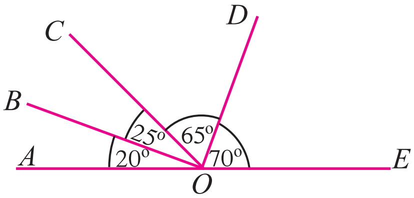
(ii) பருமன் 75° ஆகவுள்ள கோணத்தின் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ...... ஆகும். பருமன் 75° ஆகவுள்ள கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும்.

(iii) பருமன் 25° ஆகவுள்ள கோணத்தின் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும். பருமன் 25° ஆகவுள்ள கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும்.

(iv) பருமன் 1° ஆகவுள்ள கோணத்தின் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும். பருமன் 1° ஆகவுள்ள கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும்.

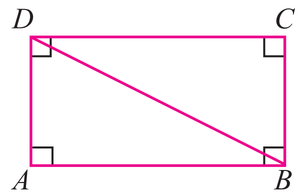
2. $A\hat{B}C = 72^{o}$, $P\hat{Q}R = 15^{o}$, $X\hat{Y}Z = 28^{o}$, $K\hat{L}M = 165^{o}$, $B\hat{O}C = 18^{o}$, $M\hat{N}L = 108^{o}$, $D\hat{E}F = 75^{o}$
மேற்குறித்த கோணங்களிடையே
- (i) இரு நிரப்பு கோணச் சோடிகளை எழுதுக.
- (ii) இரு மிகைநிரப்பு கோணச் சோடிகளை எழுதுக.

3. தரப்பட்டுள்ள உருவில்

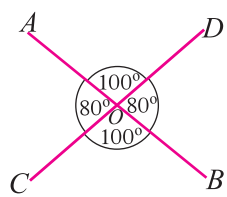


- (i) $B\hat{O}C, C\hat{O}D$ ஆகியவற்றின்கூட்டுத்தொகை யாது ?
- (ii) $B\hat{O}C$ இன் நிரப்பு கோணம் யாது ?
- (iii) $A\hat{O}D$ இன் பெறுமானம் யாது ?
- (iv) $A\hat{O}D$, $D\hat{O}E$ ஆகியவற்றின்கூட்டுத்தொகை யாது ?
- (v) $D\hat{O}E$ இன் மிகைநிரப்பு கோணம் யாது ?
- (vi) $D\hat{O}E$ இன் நிரப்பு கோணம் யாது ?

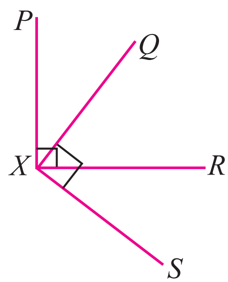
4. (i) இங்கு தரப்பட்டுள்ள உருவில் இரு நிரப்பு கோணச் சோடிகளை எழுதுக.



(ii) AB, CD என்னும் நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் O இல் இடைவெட்டுகின்றன. இங்கு உள்ள உருவில் 4 மிகைநிரப்பு கோணச் சோடிகளை எழுதுக.



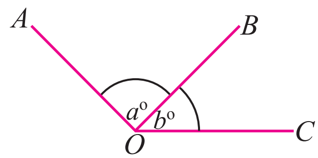
5. தரப்பட்டுள்ள உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக் கேற்ப இரு நிரப்பு கோணச் சோடிகளைப் பெயரிட்டு எழுதுக.



6. பின்வரும் கூற்றுகளைப் பயிற்சிப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து சரியானவற்றுக்கு எதிரே ✓ஐயும் பிழையானவற்றுக்கு எதிரே × ஐயும் இடுக.
- (i) ஒரு கூர்ங்கோணத்தின் நிரப்பு கோணம் ஒரு கூர்ங்கோணம் ஆகும்.
- (ii) ஒரு கூர்ங்கோணத்தின் நிரப்பு கோணம் ஒரு விரிகோணம் ஆகும்.
- (iii) ஒரு விரிகோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணம் ஒரு விரிகோணம் ஆகும்.
- (iv) ஒரு கூர்ங்கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணம் ஒரு விரிகோணம் ஆகும்.

3.3 அடுத்துள்ள கோணங்கள்

உருவில் $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ எனக் காட்டப்பட்டுள்ள இரு கோணங்களின் புயங்களையும் உச்சிகளையும் கருது வோம்.



$A\hat{O}B$ இன் புயங்கள் AO, BO ஆகியனவாகும். O உச்சி ஆகும்.

$B\hat{O}C$ இன் புயங்கள் BO, CO ஆகியனவாகும். O உச்சி ஆகும்.

இவ்விரு கோணங்களுக்கும் புயம் BO உரியதாகும். அதாவது BO ஒரு **பொதுப் புயம்** ஆகும். இரு கோணங்களினதும் உச்சி O ஆகும். அதாவது O **ஒரு பொது உச்சி** ஆகும். மேலும் இரு கோணங்களும் பொதுப் புயம் OB இன் இரு பக்கங்களிலும் உள்ளன.

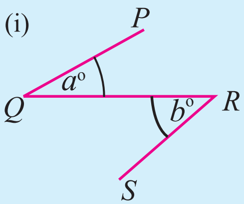
ஒரு பொதுப் புயமும் ஒரு பொது உச்சியும் உள்ளதுவும் பொதுப் புயத்தின் இரு பக்கங்களிலும் அமைந்திருக்கும் கோணச் சோடி அடுத்துள்ள கோணச் சோடி எனப்படும்.

இவ்விளக்கத்திற்கேற்ப மேற்குறித்த உருவில் $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ ஆகியன அடுத்துள்ள கோணச் சோடியாகும்.

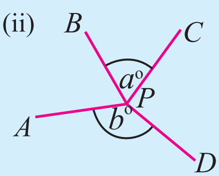
உதாரணம் 1

பின்வரும் உருக்களில் a, b ஆகியவற்றின் மூலம் காட்டப்படும் கோணச் சோடிகள் அடுத்துள்ள கோணங்களா என விளக்குக.

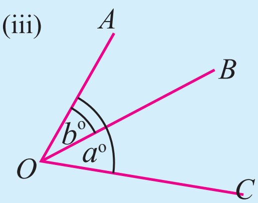
(i)



(ii)



(iii)



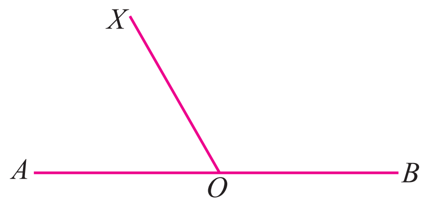
(i) இரு கோணங்களுக்கும் பொதுப் புயம் QR ஆகும். QR இன் இரு பக்கங்களிலும் கோணங்கள் உள்ளன. எனினும் ஒரு பொது உச்சி இல்லை. ஆகவே $P\hat{Q}R$, $Q\hat{R}S$ ஆகியன அடுத்துள்ள கோணங்களல்ல.

(ii) இரு கோணங்களுக்கும் ஒரு பொது உச்சி உள்ளது; எனினும் ஒரு பொதுப் புயம் இல்லை. ஆகவே $B\hat{P}C$, $A\hat{P}D$ ஆகியன அடுத்துள்ள கோணங்களல்ல.

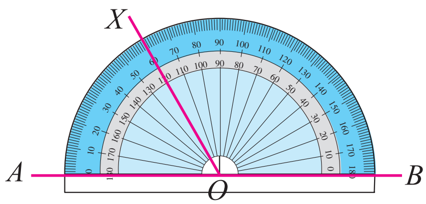
(iii) $A\hat{O}B$, $A\hat{O}C$ ஆகிய இரு கோணங்களுக்கும் ஒரு பொதுப் புயமும் ஒரு பொது உச்சியும் உள்ளன. பொதுப் புயம் AO ஆகும். பொதுப் புயத்தின் இரு பக்கங்களிலும் இரு கோணங்களும் அமையவில்லை.
$\therefore A\hat{O}B$, $A\hat{O}C$ ஆகியன அடுத்துள்ள கோணங்களல்ல.

• நேர்கோடு மீது அடுத்துள்ள கோணங்கள்

நேர்கோடு AB ஐ நேர்கோடு XO ஆனது O இற் சந்திக்கும்போது $A\hat{O}X$, $B\hat{O}X$ என ஓர் அடுத்துள்ள கோணச் சோடி உண்டாகின்றது. பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி இவ்விரு கோணங்களையும் அளந்து பார்ப்போம்.



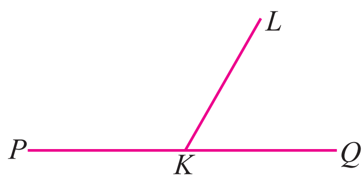
$A\hat{O}X = 60^o$, $B\hat{O}X = 120^o$ என்பது உருவிலிருந்து தெளிவாகின்றது. (இங்கு பாகைமானியைக் கோடு AOB மீது வைத்து இரு கோணங்களையும் ஒரே தடவையில் வாசிக்கலாம்.)



செயற்பாடு 1

படி 1 - பயிற்சிப் புத்தகத்தில் ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டத்தை வரைந்து அதனை PQ எனப் பெயரிடுக.

படி 2 - PQ மீது புள்ளி K இருக்குமாறு நேர் கோட்டுத் துண்டம் KL ஐ வரைக.



படி 3 - பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி $P\hat{K}L$, $Q\hat{K}L$ ஆகியவற்றை அளந்து பெறுமானங்களை எழுதுக.

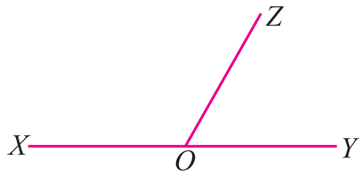
படி 4 - கீழேயுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

$$P\hat{K}L + Q\hat{K}L = \text{.........} + \text{.........}$$

$$= \text{.........}$$

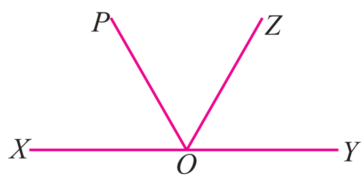
படி 5 - மேற்குறித்தவாறு மேலும் இரு உருக்களுக்குச் செயற்பாட்டில் ஈடுபட்டுப் பெறத்தக்க முடிபு பற்றி ஆராய்ந்து பார்க்க.

நேர்கோட்டுத் துண்டம் XY மீது உள்ள புள்ளி O இலிருந்து கோட்டுத் துண்டம் XY ஆனது OX, OY என்னும் இரு கோட்டுத் துண்டங்களாகப் பிரிந்துள்ளது. XOY ஒரு நேர்க் கோணம் ஆகையால் OZ ஆனது பொதுப் புயமாகவும் O பொது உச்சியாகவும் உள்ள $X\hat{O}Z$, $Z\hat{O}Y$ ஆகிய இரு அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° என அவ்விரு கோணங்களையும் வேறுவேறாக அளப்பதன் மூலம் காணலாம்.



ஒரு நேர்கோட்டின் இவ்விதமாக இருக்கும் ஓர் அடுத்துள்ள கோணச் சோடி ஒரு மிகைநிரப்பு கோணச் சோடி என இதன் மூலம் உறுதிப்படுத்தப்படுகின்றது.

இவ்வுருவில் கோடு OP இன் மூலம் $X\hat{O}Z$ ஐ இரு கோணங்களாகப் பிரித்து வேறுபடுத்துவோம்.



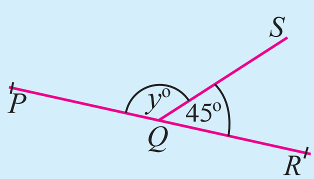
அப்போது $X\hat{O}Z = X\hat{O}P + P\hat{O}Z$ ஆகும்.

$\therefore\ X\hat{O}P + P\hat{O}Z + Z\hat{O}Y = X\hat{O}Z + Z\hat{O}Y = 180^{\circ}$.

ஒரு நேர்கோட்டின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி நேர்கோட்டின் ஒரு பக்கத்தில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

உதாரணம் 2

தரப்பட்டுள்ள உருவில் PR ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டம் ஆகும். y இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



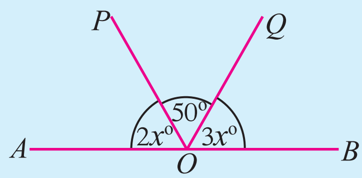
$$y + 45 = 180$$

$$y + 45 - 45 = 180 - 45$$

$$y = 135$$

உதாரணம் 3

AB ஒரு நேர்க்கோட்டுத் துண்டமாகும். உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப $A\hat{O}P$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



$2x + 50 + 3x = 180$ (நேர்கோடு மீது உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால்)

$$5x + 50 = 180$$

$$5x = 180 - 50$$

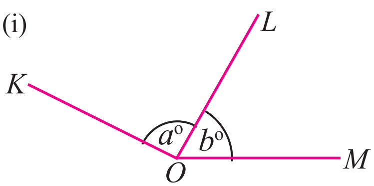
$$x = \frac{130}{5} = 26$$

$\therefore\ A\hat{O}P = 2x^{\circ} = 2 \times 26^{\circ} = 52^{\circ}$

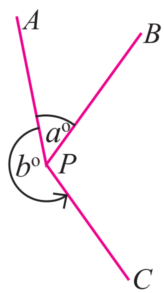
பயிற்சி 3.2

1. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் a, b எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ள கோணச் சோடிகள் அடுத்துள்ள கோணங்களா என எழுதுக.

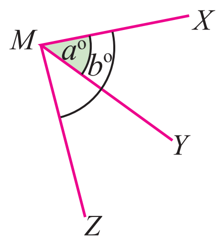
(i)



(ii)

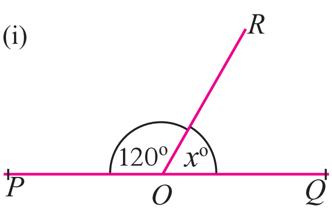


(iii)

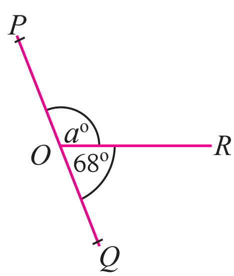


2. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் PQ ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டமெனின், ஆங்கில எழுத்தினால் காட்டப்பட்டுள்ள கோணத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

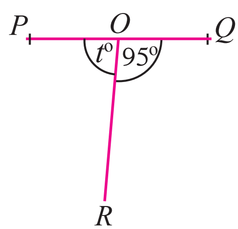
(i)



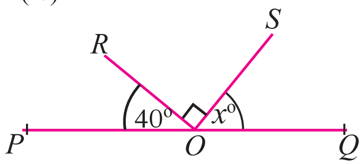
(ii)



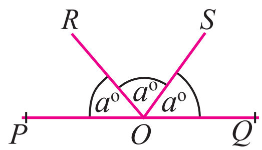
(iii)



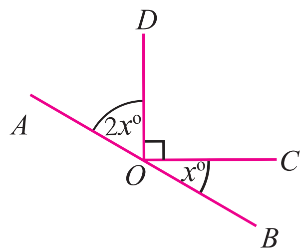
(iv)



(v)



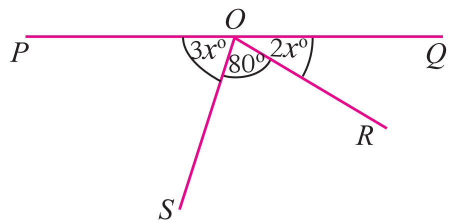
3. உருவில் AB ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டமெனின், $A\hat{O}D$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



4. PQ ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டம் ஆகும். உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப

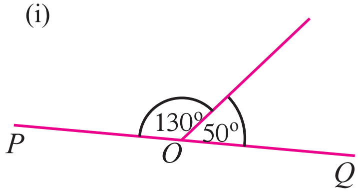
(i) $P\hat{O}S$

(ii) $S\hat{O}Q$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

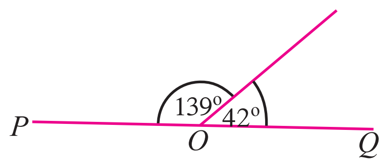


5. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் POQ ஒரு நேர்கோடா என முடிபுசெய்க.

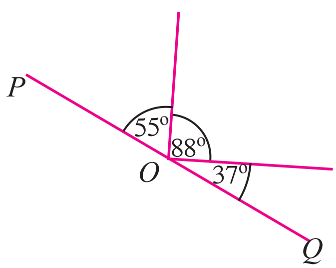
(i)



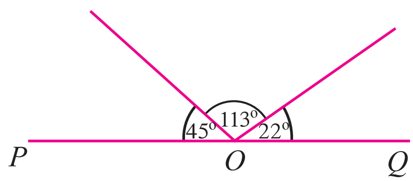
(ii)



(iii)

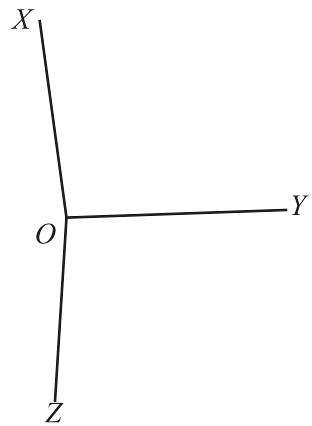


(iv)

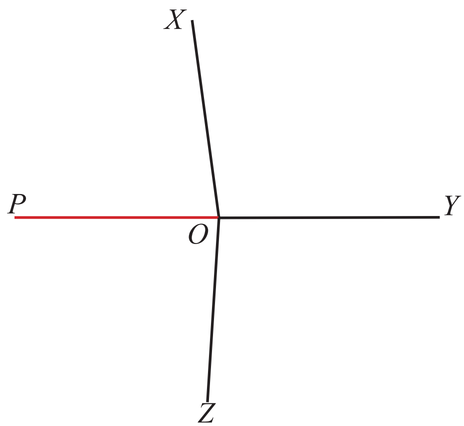


3.4 ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி ஒரு தளத்தில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை

உருவில் புள்ளி O ஐச் சுற்றி உள்ள $X\hat{O}Y$, $Y\hat{O}Z$, $Z\hat{O}X$ என்னும் கோணங்களைக் கருதுக. $X\hat{O}Y + Y\hat{O}Z + Z\hat{O}X$ இன் பெறுமானம் எவ்வளவெனக் காண்போம்.



அதற்காக உருவில் காணப்படுகின்றவாறு நேர்கோடு YO ஐ P வரைக்கும் நீட்டுக.



முறை I

POY ஒரு நேர்கோடு ஆகையால்

$$P\hat{O}X + X\hat{O}Y = 180^\circ$$

$$P\hat{O}Z + Z\hat{O}Y = 180^\circ$$

$$\therefore\ P\hat{O}X + X\hat{O}Y + P\hat{O}Z + Z\hat{O}Y = 360^\circ$$

முறை II

$$Z\hat{O}X = Z\hat{O}P + P\hat{O}X$$

$$\therefore\ X\hat{O}Y + Y\hat{O}Z + Z\hat{O}X = X\hat{O}Y + Y\hat{O}Z + Z\hat{O}P + P\hat{O}X$$

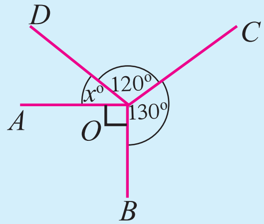
$$= \underbrace{X\hat{O}Y + P\hat{O}X}_{\text{மிகைநிரப்பு கோணங்கள்}} + \underbrace{Y\hat{O}Z + Z\hat{O}P}_{\text{மிகைநிரப்பு கோணங்கள்}}$$

$$= 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி ஒரு தளத்தில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.

உதாரணம் 1

தரப்பட்டுள்ள உருவில் $A\hat{O}D$ எனக் காட்டப்பட்டுள்ள கோணத்தின் பருமனைக் காண்க.



$x + 120 + 130 + 90 = 360$ (ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^o ஆகையால்)

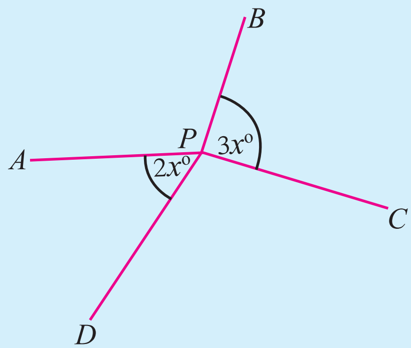
$x + 340 = 360$

$x = 360 - 340 = 20$

$\therefore\ A\hat{O}D = 20^o$

உதாரணம் 2

உருவில் $A\hat{P}B = 150^o$, $D\hat{P}C = 100^o$ எனின், $B\hat{P}C$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



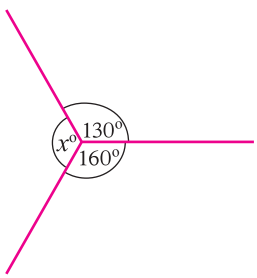
ஒரு புள்ளி P ஐச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^o ஆகையால்

$$2x + 150 + 3x + 100 = 360$$
$$5x + 250 = 360$$
$$5x + 250 - 250 = 360 - 250 = 110$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{110}{5}$$
$$x = 22$$

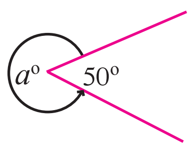
$$\therefore B\hat{P}C = 3 \times 22^o = 66^o$$

பயிற்சி 3.3

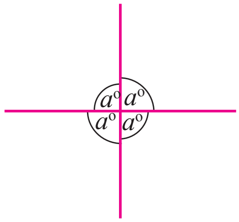
1. x^o இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



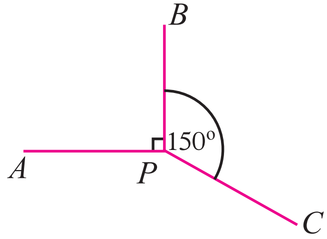
2. a^o இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



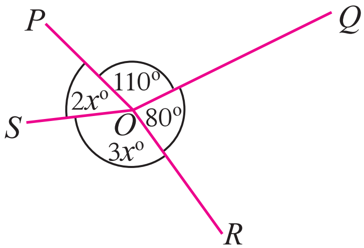
3. a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



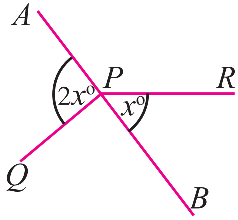
4. $A\hat{P}C$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



5. $S\hat{O}R$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

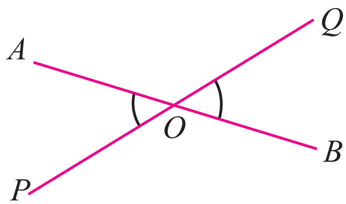


6. AB நேர்கோடு $A\hat{P}R = 150^o$ எனின், $Q\hat{P}B$ ஐக் காண்க.



3.5 குத்தெதிர்க் கோணங்கள்

உருவில் உள்ள AB, PQ ஆகிய நேர்கோடுகள் இரண்டும் புள்ளி O இல் இடைவெட்டுகின்றன. அதில் காணப்படுகின்றவாறு ஒன்றுக்கொன்று குத்தெதிராக இருக்கும் AOP, BOQ ஆகிய இரு கோணங்களும் **குத்தெதிர்க் கோணங்கள்** எனப்படும்.

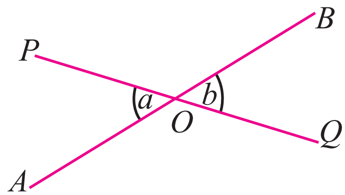


அவ்வுருவில் $A\hat{O}Q$, $B\hat{O}P$ ஆகியனவும் ஒரு குத்தெதிர்க் கோணச் சோடி ஆகும்.

ஒரு குத்தெதிர்க் கோணச் சோடி எப்போதும் இரு நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுவதால் உண்டாகின்றது. அவற்றுக்கு ஒரு பொது உச்சி உள்ளது. பொது உச்சியினுடாக ஒன்றுக்கொன்று குத்தெதிராக அவ்விரு கோணங்களும் இருக்கும்.

செயற்பாடு 2

படி 1 - உருவில் உள்ளவாறு ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுமாறு ஒரு நேர்கோட்டுச் சோடியைப் பயிற்சிப் புத்தகத்தில் வரைந்து, உருவில் உள்ளவாறு பெயரிடுக.



படி 2 - ஒரு திசுத் தாளை எடுத்து மேலே வரைந்த உருவைப் பிரதிசெய்து அதனையும் மேற்குறித்த உருவில் உள்ளவாறே பெயரிடுக.

படி 3 - வரைந்த இரு உருக்களையும் பொருந்துமாறு வைத்துப் புள்ளி O இல் குண்டூசிக் கூரை வைத்து ஊன்றுக.

படி 4 - திசுத் தாளைப் புள்ளி O பற்றி ஓர் அரைச் சுற்று சுழற்றி இரு உருக்களினதும் கோணம் a உம் கோணம் b உம் பொருந்துகின்றனவா எனச் சோதிக்க.

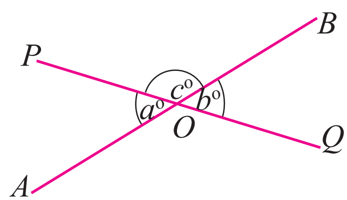
படி 5 - மேற்குறித்தவாறு மேலும் 2 சந்தர்ப்பங்களுக்கான செயற்பாடுகளில் ஈடுபட்டு குத்தெதிர்க் கோணங்கள் பொருந்துகின்றனவா எனச் சோதிக்க.

இச்செயற்பாட்டைச் செய்வதன் மூலம் நீங்கள் பெறத்தக்க முடிபுபற்றி ஆராய்ந்து பார்க்க.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டிற்கேற்ப இரு நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் என முடிபுசெய்யலாம்.

இரு நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகும்.

இது உண்மையாவென வேறொரு முறையில் ஆராய்வோம்.



$a + c = 180^\circ$ (AB ஒரு நேர்கோடு ஆகையால்)

$b + c = 180^\circ$ (PQ ஒரு நேர்கோடு ஆகையால்)

$\therefore a + c = b + c$

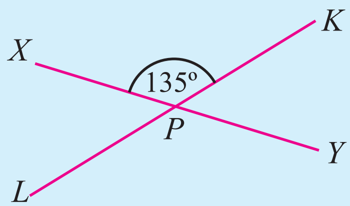
$a + c - c = b + c - c$ (இரு பக்கங்களிலிருந்தும் c ஐக் கழிக்கும்போது)

$\therefore a = b$

$\therefore A\hat{O}P$, $B\hat{O}Q$ ஆகிய குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகும்.

உதாரணம் 1

தரப்பட்டுள்ள உருவில் புள்ளி P ஐச் சுற்றி உள்ள ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பருமனைக் காண்க.



$L\hat{P}Y = X\hat{P}K$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகையால்)

$\therefore L\hat{P}Y = 135^{\circ}$

$X\hat{P}L + 135^{\circ} = 180^{\circ}$ (நேர்கோடு LK மீது உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால்)

$\therefore X\hat{P}L = 180^{\circ} - 135^{\circ}$

$= 45^{\circ}$

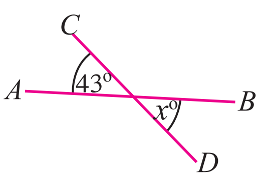
$K\hat{P}Y = X\hat{P}L$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகையால்)

$\therefore K\hat{P}Y = 45^{\circ}$

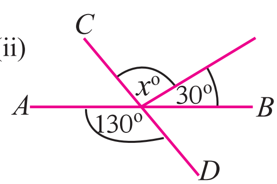
பயிற்சி 3.4

1. பின்வரும் உருக்களில் ஆங்கில எழுத்துகளினால் காட்டப்படும் கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.

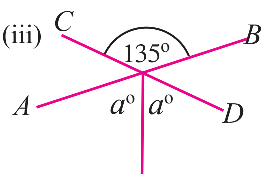
(i)



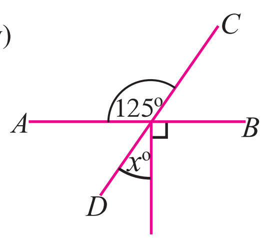
(ii)



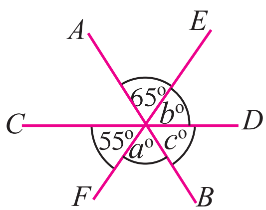
(iii)



(iv)

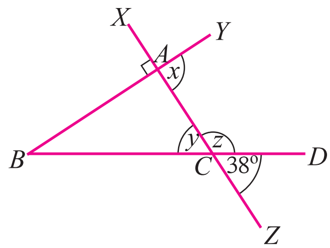


(v)



2. (i) தரப்பட்டுள்ள உருவில் x, y, z எனக் காட்டப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க. (BY, BD, XZ என்பன நேர்கோட்டுத் துண்டங்களாகும்.)

(ii) $A\hat{B}C$, $A\hat{C}B$ ஆகியன ஒரு நிரப்பு கோணச் சோடி ஆகும். $A\hat{B}C$ இன் பெறுமானம் யாது ?



பொழிப்பு

- ஒரு கூர்ங்கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை 90° எனின், அக்கோணச் சோடி நிரப்பு கோணச் சோடி எனப்படும்.
- கூட்டுத்தொகை 90° ஆவதற்குத் தரப்பட்ட ஒரு கூர்ங்கோணத்துடன் கூட்டப்பட வேண்டிய கூர்ங்கோணம் தரப்பட்ட கோணத்தின் நிரப்பு கோணம் எனப்படும்.
- ஒரு கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை 180° எனின், இக்கோணச் சோடி மிகைநிரப்பு கோணச் சோடி எனப்படும்.
- கூட்டுத்தொகை 180° ஆவதற்குத் தரப்பட்ட ஒரு கோணத்துடன் கூட்டப்பட வேண்டிய கோணம் தரப்பட்ட கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணம் எனப்படும்.
- ஒரு பொதுப் புயமும் ஒரு பொது உச்சியும் உள்ள, பொதுப் புயத்தின் இரு பக்கங்களிலும் இருக்கும் ஒரு கோணச் சோடி ஓர் அடுத்துள்ள கோணச் சோடி எனப்படும்.
- ஒரு நேர்கோட்டின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி நேர்கோட்டின் ஒரு பக்கத்தில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.
- ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி ஒரு தளத்தில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.
- இரு நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகும்.

4 திசைகொண்ட எண்கள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

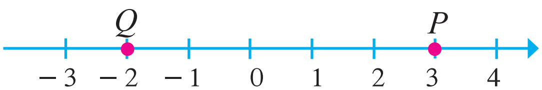
- ஒரு திசைகொண்ட எண்ணிலிருந்து வேறொரு திசை கொண்ட எண்ணைக் கழிப்பதற்கும்
- திசைகொண்ட எண்களைப் பெருக்குவதற்கும் திசைகொண்ட எண் ஒன்றை வேறொரு திசைகொண்ட எண்ணால் வகுப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

4.1 திசைகொண்ட எண்கள்

நீங்கள் தரம் 7 இல் திசைகொண்ட எண்கள் பற்றிக் கற்ற விடயங்களை நினைவு கூர்வோம்.

P, Q என்னும் புள்ளிகள் குறிக்கப்பட்ட பின்வரும் எண் கோட்டினைக் கருதுவோம்.



- மேற்குறித்த எண் கோட்டில் புள்ளி P இனால் திசைகொண்ட எண் $(+3)$ வகைகுறிக்கப்படும் அதே வேளை புள்ளி Q இனால் திசைகொண்ட எண் (-2) வகைகுறிக்கப்படுகின்றது.
- $(+3)$ ஆனது 3 எனவும் எழுதப்படும்.
- (-2) உம் $(+3)$ உம் எண் கோட்டில் பூச்சியத்திலிருந்து ஒன்றுக்கொன்று எதிர்த் திசை களில் உள்ளன.
- திசைகொண்ட எண் $(+3)$ ஆனது எண் கோலத்தில் பூச்சியத்திலிருந்து இருக்கும் திசையைக் காட்டுவதற்கு $+$ (நேர்) க் குறி பயன்படுத்தப்படுகின்றது.
- திசைகொண்ட எண் (-2) இருக்கும் எதிர்த் திசையைக் காட்டுவதற்கு $-$ (மறை) க் குறி பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

இவ்வாறு ஓர் எண் கோட்டில் உள்ள ஒரு புள்ளியின் மூலம் ஓர் எண்ணை வகைகுறிக்கும்போது, அவ்வெண்ணின் பருமனானது எண் கோட்டில் 0 இருக்கும் புள்ளியிலிருந்து அப்புள்ளிக்குள்ள தூரம் ஆகும்.

மேலும் அவ்வெண் இருக்கும் புள்ளியானது 0 (பூச்சியம்) இருக்கும் புள்ளியிலிருந்து வலக் கைப் பக்கத்தில் அல்லது இடக் கைப் பக்கத்தில் இருப்பதற்கேற்ப முறையே அக்குறி + அல்லது − ஆகும்.

- பூச்சியத்திலிருந்து P இற்கு உள்ள தூரம் 3 அலகுகள் ஆகையால், திசைகொண்ட எண் $(+3)$ இன் பருமன் 3 ஆகும். திசைகொண்ட எண் (-2) இன் பருமன் 2 ஆகும்.

திசைகொண்ட எண்ணின் இலக்கம் அதன் பருமனையும் + அல்லது − குறி அதன் திசையையும் குறிக்கின்றன.

$(+3)$, (-7), $(+2.5)$, (-3.4), $\left(+3\frac{1}{2}\right)$, $\left(-5\frac{1}{4}\right)$ என்னும் எண்கள் திசைகொண்ட எண்களுக்குச் சில உதாரணங்கள் ஆகும்.

குறிப்பு

- இங்கு எண்ணின் திசையைக் காட்டுவதற்கு + அல்லது − குறி பயன்படுத்தப்படும் அதே வேளை திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டைக் கூட்டுவதற்கு + குறியும் திசை கொண்ட எண் ஒன்றிலிருந்து வேறொரு திசைகொண்ட எண்ணைக் கழிப்பதற்கு − குறியும் பயன்படுத்தப்படுகின்றது என்பது ஒரு முக்கிய விடயமாகும்.
- ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட இரு பணிகளுக்கு +, − ஆகிய குறிகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றதென்பதைப் புரிந்துகொள்ள வேண்டும்.
- இவ்விரு பிரயோகங்களையும் தெளிவாக இனங்காண்பதற்கு நாம் திசை கொண்ட எண் ஒன்றை எழுதும்போது அதனை அடைப்புக்குறிகளினுள்ளே எழுதுகின்றோம்.

• திசைகொண்ட எண்களைக் கூட்டடல்

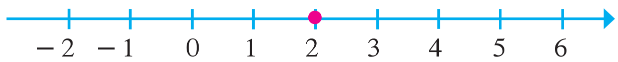
திசைகொண்ட எண்களில் திசைகளும் முக்கியமானவை என்பதால் கணிதச் செய்கைகளைச் செய்யும்போதும் திசை தொடர்பாக விசேட கவனம் செலுத்த வேண்டும்.

எண் கோடு ஒன்றைப் பயன்படுத்தித் திசைகொண்ட எண்களை இலகுவாகக் கூட்டும் விதத்தை விவரமாகத் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள்.

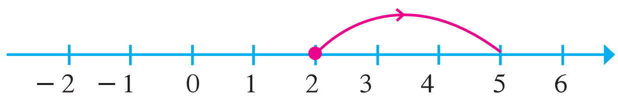
திசைகொண்ட எண்களைப் பின்வரும் முறையிலும் இலகுவாகக் கூட்டலாம்.

➤ (+2) + (+3) இன் பெறுமானத்தை எண் கோட்டினைப் பயன்படுத்திக் காண்போம்.

- திசைகொண்ட எண் (+2) ஐ எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.

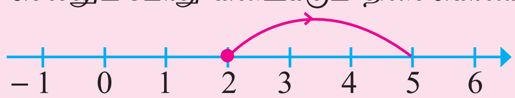


- அப்புள்ளியிலிருந்து (+3) இன் பருமனாகிய 3 அலகுகள் எண் கோடு வழியே (+3) இன் திசையாகிய வலக் கைப் பக்கத்திற்குச் செல்க.



- இறுதியில் நிற்கும் இடத்தின் மூலம் காட்டப்படும் திசைகொண்ட எண் (+5) ஆனது இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகையாகும்.

(+2) இலிருந்து 3 அலகுகள் வலக் கைப் பக்கத்திற்கு எண் கோடு வழியே செல்லும்போது கிடைக்கும் திசைகொண்ட எண் (+5) ஆகும்.



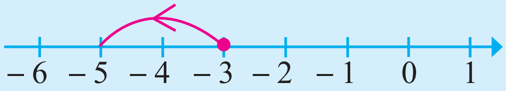
$\therefore (+2) + (+3) = (+5)$

திசைகொண்ட எண் ஒன்றுடன் வேறொரு திசைகொண்ட எண்ணைக் கூட்டும் போது

- முதல் திசைகொண்ட எண் இருக்கும் புள்ளியை எண் கோட்டில் குறிக்க.
- அப்புள்ளியிலிருந்து இரண்டாம் திசைகொண்ட எண்ணின் பருமனுக்குச் சமமான தூரம் இரண்டாம் திசைகொண்ட எண்ணின் திசை வழியே செல்க.
- இறுதியில் நிற்கும் இடத்தின் மூலம் காட்டப்படும் திசைகொண்ட எண் விடையாகும்.

உதாரணம் 1

(−3) + (−2) இன் பெறுமானத்தை எண் கோட்டைப் பயன்படுத்திக் காண்க.



(−3) இலிருந்து 2 அலகுகள் (−2) இன் திசையாக இடப்பக்கமாக எண் கோடு வழியே செல்லும்போது (−5) ஆகிய திசைகொண்ட எண் பெறப்படும்.

$\therefore$ (−3) + (−2) = (−5)

- எண் கோட்டினைப் பயன்படுத்தாது விடையைக் காண்போம்.

எண் கோட்டினைப் பயன்படுத்தாமல் திசைகொண்ட எண்களைக் கூட்டல் பற்றித் தரம் 7 இல் கற்ற விடயங்கள் பின்வருமாறு உள்ளன.

ஒரே குறிகள் உள்ள திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டைக் கூட்டும்போது குறிகளைக் கருதாமல் அவ்வெண்கள் இரண்டையும் கூட்டுக. கிடைக்கும் விடைக்கு அதே குறியை இடுக.

(i) (+3) + (+2) = (+5)

(ii) (−4) + (−6) = (−10)

வேறுபட்ட குறிகளைக் (நேரும் மறையும்) கொண்ட திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டைக் கூட்டும்போது குறிகளைக் கருதாமல் அவற்றின் வித்தியாசத்தைப் பெறுக. இரு எண்களில் பருமன் கூடிய திசைகொண்ட எண்ணின் குறியை விடையில் இடுக.

(iii) (+8) + (−3) இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

$8 - 3 = 5$

$\therefore$ (+8) + (−3) = (+5)

(iv) (+4.2) + (−6.3) இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

$6.3 - 4.2 = 2.1$

$\therefore$ (+4.2) + (−6.3) = (−2.1)

நீங்கள் கற்ற விடயங்களை மீட்பதற்காகப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. எண் கோட்டினைப் பயன்படுத்தி விடை காண்க.

(i) (+2) + (+6) (ii) (+8) + (−5) (iii) (−2) + (+3)
(iv) (−3) + (−4) (v) (+4) + (−6)

2. பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) (+2) + (+3) (ii) (−4) + (−2) (iii) (−3) + (+5)
(iv) (+4) + (−10) (v) (−7) + (+7) (vi) (+2) + (+5) + (+3)
(vii) (−3) + (−1) + (−4) (viii) (+2) + (+4) + (−9) (ix) $(+\frac{5}{7}) + (-\frac{2}{7})$
(x) (+3.4) + (−5.2) (xi) (−8.11) + (+8.11)

4.2 ஒரு திசைகொண்ட எண்ணிலிருந்து வேறொரு திசைகொண்ட எண்ணைக் கழித்தல்

இப்போது நாம் எண் கோட்டைக் கொண்டு ஒரு திசைகொண்ட எண்ணிலிருந்து வேறொரு திசைகொண்ட எண்ணைக் கழித்தல் பற்றிக் கருதுவோம். முதலில் ஓர் எண்ணின் திசைக்கு எதிரான திசை என்று கருதப்படுவது யாதென ஆராய்வோம்.

- (+3) இன் பருமன் 3 உம் திசை வலக் கைப் பக்கமும் ஆகும்.

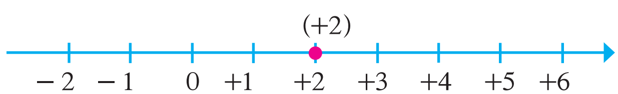
  (+3) இன் திசைக்கு எதிரான திசை இடக் கைப் பக்கமும் ஆகும்.

- (−3) இன் பருமன் 3 உம் திசை இடக் கைப் பக்கமும் ஆகும்.

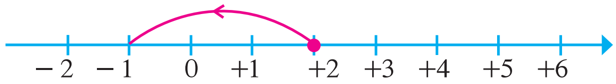
  (−3) இன் திசைக்கு எதிரான திசை வலக் கைப் பக்கம் ஆகும்.

➤ (+2) − (+3) இன் பெறுமானத்தை எண் கோட்டைப் பயன்படுத்திக் காண்போம்.

- முதலில் திசைகொண்ட எண் (+2) ஐ எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.



- அப்புள்ளியிலிருந்து (+3) இன் திசைக்கு எதிரான திசையான இடக் கைப் பக்கத்திற்கு (+3) இன் பருமனாகிய மூன்று அலகுகள் எண் கோடு வழியே செல்க.



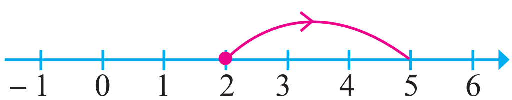
- இறுதியில் நிற்கும் புள்ளியின் மூலம் காட்டப்படும் திசைகொண்ட எண் விடையாகக் கிடைக்கும்.

(+2) இலிருந்து 3 அலகுகள் இடக் கைப் பக்கத்திற்குச் செல்லும்போது கிடைக்கும் திசைகொண்ட எண் (−1) ஆகும்.
∴ (+2) − (+3) = (−1)

ஒரு திசைகொண்ட எண்ணிலிருந்து இன்னுமொரு திசைகொண்ட எண்ணைக் கழிக்கும்போது

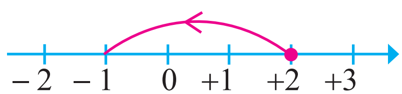
- எண் கோட்டில் முதல் திசைகொண்ட எண் இருக்கும் புள்ளியைக் குறிக்க.
- அப்புள்ளியிலிருந்து இரண்டாம் திசைகொண்ட எண்ணின் பருமனுக்குச் சமமான தூரம், இரண்டாம் திசைகொண்ட எண்ணின் திசைக்கு **எதிரான** திசையில் செல்க.
- இறுதியில் நிற்கும் இடத்தின் மூலம் காட்டப்படும் திசைகொண்ட எண் விடையாகும்.

(+2) + (+3) இன் பெறுமானத்தைக் காணல்



(+2) இலிருந்து (+3) இன் திசையை நோக்கி 3 அலகுகள் எண் கோடு வழியே சென்று இறுதியில் நிற்கும் புள்ளியின் மூலம் காட்டும் திசைகொண்ட எண் விடையாகப் பெறப்படும்.
∴ (+2) + (+3) = (+5)

(+2) − (+3) இன் பெறுமானத்தைக் காணல்

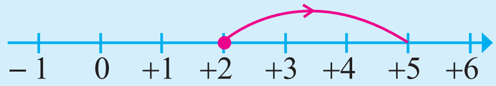


(+2) இலிருந்து (+3) இன் திசைக்கு எதிர்த் திசையாக 3 அலகுகள் எண் கோடு வழியே சென்று இறுதியில் நிற்கும் புள்ளியின் மூலம் காட்டும் திசைகொண்ட எண் விடையாகப் பெறப்படும்.
∴ (+2) − (+3) = (−1)

உதாரணம் 1

(+2) − (−3) இன் பெறுமானத்தை எண் கோட்டைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

(−3) இன் பருமன் 3 ஆக இருக்கும் அதேவேளை (−3) இன் திசைக்கு எதிர்த் திசை வலக் கைப் பக்கமாகும்.



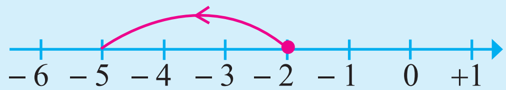
(+2) இல் இருந்து 3 அலகுகள் வலக் கைப் பக்கமாக அமைந்த புள்ளியின் மூலம் காட்டும் திசைகொண்ட எண் விடையாகப் பெறப்படும்.

∴ (+2) − (−3) = (+5)

உதாரணம் 2

(−2) − (+3) இன் பெறுமானத்தை எண் கோட்டைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

(+3) இன் பருமன் 3 ஆக இருக்கும் அதேவேளை (+3) இன் திசைக்கு எதிர்த் திசை இடக் கைப் பக்கமாகும்.

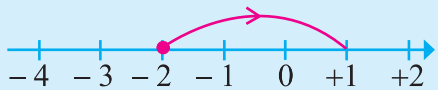


(−2) இல் இருந்து 3 அலகுகள் இடக் கைப் பக்கமாக அமைந்த புள்ளியின் மூலம் காட்டும் திசைகொண்ட எண் விடையாகப் பெறப்படும்.
∴ (−2) − (+3) = (−5)

உதாரணம் 3

(−2) − (−3) இன் பெறுமானத்தை எண் கோட்டைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

(−3) இன் பருமன் 3 அலகுகள் ஆக இருக்கும் அதேவேளை (−3) இன் திசைக்கு எதிர்த் திசை வலக் கைப் பக்கமாகும்.



(−2) இல் இருந்து 3 அலகுகள் வலக் கைப் பக்கமாக அமைந்த புள்ளி குறிக்கும் திசைகொண்ட எண் விடையாகப் பெறப்படும்.
∴ (−2) − (−3) = (+1)

பயிற்சி 4.1

1. எண் கோட்டைப் பயன்படுத்திப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $(+4) - (+2)$ (ii) $(+1) - (-2)$ (iii) $(-2) - (+3)$

(iv) $(-1) - (-3)$ (v) $(-6) - (-5)$ (vi) $(+2) - (-2)$

• ஒரு திசைகொண்ட எண்ணிலிருந்து வேறொரு திசைகொண்ட எண்ணைக் கழித்தல் (மேலும்)

நாம் சமன்பாடு $a + 1 = 0$ ஐத் தீர்த்து a எடுக்கும் பெறுமானம் யாதென ஆராய்வோம்.

a இன் பெறுமானம் 0 ஆக அல்லது ஒரு நேர் முழு எண்ணாக இருக்க முடியாது.

$a + 1 = 0$

$a + 1 - 1 = 0 - 1$ (இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 1 ஐக் கழிப்போம்)

$\therefore a = -1$

இச்சமன்பாட்டில் a இன் பெறுமானத்தை (-1) என எடுப்பதன் மூலம் $(-1) + 1 = 0$ என்னும் தொடர்பை நாம் பெறலாம்.

இதனை $1 + (-1) = 0$ எனவும் எழுதலாம்.

(-1) ஆனது $(+1)$ இன் கூட்டற்றகவுள்ள நேர்மாறு எனப்படும். அவ்வாறே (-1) இன் கூட்டற்றகவுள்ள நேர்மாறு $(+1)$ ஆகும்.

இவ்வாறு எந்தவொரு நேர் எண்ணிற்கும் ஒத்த ஒரு மறையெண் உருவாகும். அதே விதமாக ஒரு மறை எண்ணிற்கு ஒத்த ஒரு நேர் எண் உருவாகும்.

எண்	அவ்வெண்ணின் கூட்டற்றகவுள்ள நேர்மாறு
$(+5)$	(-5)
(-5)	$(+5)$
$(+2)$	(-2)
(-2)	$(+2)$
$(+3.5)$	(-3.5)
$\left(-\frac{2}{3}\right)$	$\left(+\frac{2}{3}\right)$

இப்போது எண் கோட்டினைப் பயன்படுத்தாமல் ஒரு திசைகொண்ட எண்ணிலிருந்து வேறொரு திசைகொண்ட எண்ணைக் கழிக்கும் விதத்தை நோக்குவோம்.

$5 - 2 = 3.$

5 உம் 2 உம் திசைகொண்ட எண்கள் எனக் கருதி 5 இலிருந்து 2 ஐக் கழிக்கும் விதத்தை நோக்குவோம்.

2 இன் கூட்டற்றகவுள்ள நேர்மாறை ஒரு திசைகொண்ட எண்ணாக எழுதி 5 உடன் அதைக் கூட்டுவோம்.

$(+2)$ இன் கூட்டற்றகவுள்ள நேர்மாறு (-2) ஆகும்.

$\therefore (+5) + (-2) = 3$

அதாவது ஓர் எண்ணிலிருந்து வேறோர் எண்ணைக் கழித்தல் என்பது முதல் எண்ணுடன் இரண்டாம் எண்ணின் கூட்டற்றகவுள்ள நேர்மாறைக் கூட்டல் ஆகும்.

எனவே $5 - 2 = (+5) - (+2)$

$= (+5) + (-2)$

$= (+3)$

உதாரணம் 4

$(+2) - (-4)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(-4) இன் கூட்டற்றகவுள்ள நேர்மாறு $(+4)$ ஆகும்.

$\therefore (+2) - (-4) = (+2) + (+4)$

$= (+6)$

உதாரணம் 5

$(-5) - (+2)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$(+2)$ இன் கூட்டற்றகவுள்ள நேர்மாறு (-2) ஆகும்.

$\therefore (-5) - (+2) = (-5) + (-2)$

$= (-7)$

உதாரணம் 6

$(-7) - (-3)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(-3) இன் கூட்டற்றகவுள்ள நேர் மாறு $(+3)$ ஆகும்.

$$\therefore\ (-7) - (-3) = (-7) + (+3)$$
$$= (-4)$$

உதாரணம் 7

$(-12) - (-15) - (+5)$ இன் பெறுமா னத்தைக் காண்க.

$$(-12) - (-15) - (+5) = (-12) + (+15) + (-5)$$
$$= (+3) + (-5)$$
$$= (-2)$$

உதாரணம் 8

$\left(+\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{1}{5}\right)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\left(+\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{1}{5}\right) = \left(+\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right)$$
$$= \left(+\frac{2}{5}\right)$$

உதாரணம் 9

$\left(-5\frac{1}{2}\right) - (+2)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\left(-5\frac{1}{2}\right) - (+2) = \left(-5\frac{1}{2}\right) + (-2)$$
$$= \left(-7\frac{1}{2}\right)$$

உதாரணம் 10

$(-3.2) - (+1.4)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$(-3.2) - (+1.4) = (-3.2) + (-1.4)$$
$$= (-4.6)$$

உதாரணம் 11

$(-8.4) - (-2.1)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$(-8.4) - (-2.1) = (-8.4) + (+2.1)$$
$$= (-6.3)$$

பயிற்சி 4.2

1. பின்வரும் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள வெற்று அடைப்புகளுக்குக்குரிய திசை கொண்ட எண்களை எழுதுக.

(i) $(-5) - (+3) = (-5) + \square$
$= \square$

(ii) $(-3) - (-4) = (-3) + \square$
$= \square$

(iii) $(+7) - (-1) = (+7) + \square$
$= \square$

(iv) $(+7) - (-2) = (+7) + \square$
$= \square$

2. பெறுமானத்தைக் காண்க.

(a) (i) $(+4) - (+1)$ (ii) $(-8) - (-2)$ (iii) $(-3) - (-7)$

(iv) $(+9) - (-6)$ (v) $(-5) - (-5)$ (vi) $(0) - (+3)$

(vii) $(-11) - (+4)$ (viii) $(+2) + (-1) - (-4)$ (ix) $(-5) - (+2) - (-6)$

(x) $(+4) - (+2) - (+8)$

(b) (i) $\left(+4\,\frac{1}{2}\right) - (-2)$ (ii) $\left(-6\,\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right)$ (iii) $(+15.7) - (-2.3)$

(iv) $(-2) - (+3.5) - (-4.1)$ (v) $\left(+3\,\frac{1}{2}\right) - (-2) - (-\frac{1}{3})$

4.3 திசைகொண்ட எண்களைப் பெருக்கல்

இப்போது நாம் திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டைப் பெருக்கும் விதத்தைக் கருதுவோம்.

➤ $(+6) \times (+2)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

- திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டினதும் குறிகளைக் கருதாமல் அவற்றின் பருமன்களின் பெருக்கத்தைப் பெறுக.

  $6 \times 2 = 12$

- திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டும் ஒரே திசையைக் குறிக்கின்றன. ஆகையால் விடை நேர்ப் பெறுமானமாக இருக்கும்.

  $\therefore (+6) \times (+2) = (+12)$

➤ $(-6) \times (+2)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

- திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டினதும் குறிகளைக் கருதாமல் அவற்றின் பருமன்களின் பெருக்கத்தைப் பெறுக.

  $6 \times 2 = 12$

- திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டும் ஒன்றுக்கொன்று எதிரானவை ஆகையால் விடையின் குறி மறையாகும்.

  $\therefore (-6) \times (+2) = (-12)$

இரு திசை கொண்ட எண்களைப் பெருக்கும்போது,

- இரு திசைகொண்ட எண்களின் திசைகளைக் கருதாமல் இரு திசைகொண்ட எண்களினதும் பருமன்களின் பெருக்கத்தைப் பெறுக.
- இரு திசைகொண்ட எண்களும் ஒரே திசையில் இருப்பின், கிடைக்கும் விடைக்கு நேர்க் குறியை இடுக.
- இரு திசைகொண்ட எண்களின் திசைகள் ஒன்றுக்கொன்று எதிரானவையெனின், விடைக்கு மறைக் குறியை இடுக.

உதாரணம் 1

$(-6) \times (-2)$ ஐச் சுருக்குக.

$6 \times 2 \ = 12$

திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டும் ஒரே குறியைக் கொண்டுள்ளன. எனவே விடை நேர்க் குறியைக் கொண்டிருக்கும்.

$\therefore (-6) \times (-2) = (+12)$

உதாரணம் 2

$(+6) \times (-2)$ ஐச் சுருக்குக.

$6 \times 2 \ = 12$

இரு திசைகொண்ட எண்களின் குறிகள் ஒன்றுக்கொன்று எதிரானவை ஆகும். ஆகவே, விடையின் குறி மறை ஆகும்.

$\therefore (+6) \times (-2) = (-12)$

உதாரணம் 3

சுருக்குக.

(i) $(+2) \times (+5)$ (ii) $(-2) \times (+3)$ (iii) $(+5) \times (-3)$ (iv) $(-4) \times (-3) \times (+2)$

(i) $(+2) \times (+5) = (+10)$

(ii) $(-2) \times (+3) = (-6)$

(iii) $(+5) \times (-3) = (-15)$

(iv) $(-4) \times (-3) \times (+2) = (+12) \times (+2)$
$= (+24)$

உதாரணம் 4

$(+2.5) \times (-5)$ ஐச் சுருக்குக.

$2.5 \times 5 = 12.5$

$\therefore (+2.5) \times (-5) = (-12.5)$

உதாரணம் 5

$(-3.4) \times (-12)$ ஐச் சுருக்குக.

$3.4 \times 12 = 40.8$

$\therefore (-3.4) \times (-12) = (+40.8)$

பயிற்சி 4.3

1. பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $(+5) \times (+4)$ (ii) $(-5) \times (+4)$ (iii) $(-10) \times (-5)$

(iv) $(+7) \times (-3)$ (v) $(-1) \times (-4)$ (vi) $(+11) \times 0$

(vii) $(-6) \times (+4)$ (viii) $(+12) \times (-3)$ (ix) $(-2) \times (+2) \times (-5)$

(x) $(-3) \times (-1) \times (+2) \times (-5)$ (xi) $(+2.5) \times (+2)$ (xii) $(+4.1) \times (+23)$

4.4 ஒரு திசைகொண்ட எண்ணை வேறொரு திசைகொண்ட எண்ணால் வகுத்தல்

இப்போது நாம் ஒரு திசைகொண்ட எண்ணை வேறொரு திசை கொண்ட எண்ணால் வகுத்தல் பற்றிக் கற்போம்.

➤ $(+6) \div (+2)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்

- திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டினதும் குறிகளைக் கருதாமல் அவற்றின் பருமனைக் கருதி வகுப்போம்.

$6 \div 2 = 3$

- திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டினதும் திசைகள் ஒரே திசை ஆகும். ஆகவே விடையின் குறி நேர் ஆகும்.

$\therefore (+6) \div (+2) = (+3)$

➤ $(-6) \div (+2)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

- திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டினதும் குறிகளைக் கருதாமல் அவற்றின் பருமனைக் கருதி வகுப்போம்.

$6 \div 2 = 3$

- திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டினதும் திசைகள் ஒன்றுக்கொன்று எதிரானவை ஆகும். ஆகவே விடையின் குறி மறை ஆகும்.

$\therefore (-6) \div (+2) = (-3)$

ஒரு திசைகொண்ட எண்ணினால் வேறொரு திசைகொண்ட எண்ணை வகுக்கும்போது

- குறிகளைக் கருதாமல் அவற்றின் பருமன்களைக் கருதி வகுக்க.
- இரு திசைகொண்ட எண்களுக்கும் ஒரே குறி இருப்பின், கிடைக்கும் விடைக்கு நேர்க் குறியை இடுக.
- இரு திசைகொண்ட எண்களின் திசைகள் ஒன்றுக்கொன்று எதிரானவையெனின், கிடைக்கும் விடைக்கு மறைக் குறியை இடுக.

உதாரணம் 1

$(-6) \div (-2)$ ஐச் சுருக்குக.

$6 \div 2 = 3$

திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டினதும் குறிகள் ஒரே மாதிரியானவை ஆகும். ஆகவே விடையின் குறி நேர் ஆகும்.

$(-6) \div (-2) = (+3)$

உதாரணம் 2

$(+6) \div (-2)$ ஐச் சுருக்குக.

$6 \div 2 = 3$

திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டினதும் குறிகள் ஒன்றுக்கொன்று எதிரானவை ஆகும். ஆகவே விடையின் குறி மறை ஆகும்.

$\therefore (+6) \div (-2) = (-3)$

உதாரணம் 3

சுருக்குக.

(i) $(+15) \div (+5)$ (ii) $(-9) \div (+3)$ (iii) $(+15) \div (-3)$ (iv) $(-9) \div (-3)$

(i) $(+15) \div (+5) = (+3)$ (ii) $(-9) \div (+3) = (-3)$

(iii) $(+15) \div (-3) = (-5)$ (iv) $(-9) \div (-3) = (+3)$

பயிற்சி 4.4

1. பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $(+10) \div (+2)$ (ii) $(-12) \div (-4)$ (iii) $(+15) \div (-3)$

(iv) $(-21) \div (+7)$ (v) $(-5) \div (+5)$ (vi) $\dfrac{(-20)}{(-4)}$

(vii) $\dfrac{(+2) \times (+8)}{(-4)}$ (viii) $\dfrac{(-36)}{(-6) \times (-2)}$ (ix) $\dfrac{(+5) \times (-4)}{(-2) \times (-2)}$

(x) $\dfrac{(-9) \times (-8)}{(-4) \times (+3)}$

2. வெற்றுக் கட்டங்களுக்குரிய திசைகொண்ட எண்களை எழுதுக.

(i) $(-20) \div \boxed{} = (-10)$ (ii) $(+18) \div \boxed{} = (-6)$ (iii) $\boxed{} \div (-2) = (+5)$

(iv) $(+4) \div \boxed{} = (-4)$ (v) $\dfrac{(+3) \times \boxed{}}{(-2)} = (+6)$ (vi) $\dfrac{\boxed{} \times (+7)}{(+2) \times \boxed{}} = \dfrac{(-28)}{\boxed{}} = (+7)$

பொழிப்பு

- எண் ஒன்றிலிருந்து வேறோர் எண்ணைக் கழித்தல் என்பது இரண்டாவது எண்ணின் கூட்டற்றகவுள்ள நேர்மாறை முதலாம் எண்ணுடன் கூட்டலாகும்.
- ஒரே குறி உள்ள திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டைப் பெருக்கும்போதும் வகுக்கும்போதும் ஒரு நேர் எண் விடையாகக் கிடைக்கும்.
- வேறுபட்ட குறிகள் உள்ள திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டைப் பெருக்கும்போதும் வகுக்கும்போதும் ஒரு மறை எண் விடையாகக் கிடைக்கும்.

5 அட்சரகணிதக் கோவைகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- மூன்று தெரியாக் கணியங்கள் இடம்பெறும் அட்சரகணிதக் கோவைகளை உருவாக்குவதற்கும்
- ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை ஓர் எண்ணால் பெருக்குவதற்கும்
- ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை ஓர் அட்சரகணித உறுப்பினால் பெருக்கு வதற்கும்
- அட்சரகணிதக் கோவையைச் சுருக்குவதற்கும்
- ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையில் இடம்பெறும் தெரியாக் கணியத்திற்கு நிறைவெண்களைப் பிரதியிட்டு அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

5.1 அட்சரகணிதக் கோவைகள்

நீங்கள் தரம் 7 இல் அட்சரகணிதக் கோவைகள் பற்றிக் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வோம்.

ஒரு குறித்த கடைக்கு ஒரு நாளுக்கு ஒரே அளவு பால் விற்பதற்காக வாங்கப்படுகின்றது. வாங்கப்படும் பாலின் அளவின் பெறுமானம் தெரியாவிட்டால், அப்பெறுமானம் ஒரு மாறா எண்ணாக இருந்தாலும் அதனை இலக்கங்களில் எழுதமுடியாது.

இவ்வாறு, யாதேனுமொரு அளவின் அல்லது கணியம் ஒன்றின் எண் பெறுமானம் தெரியாதபோது அப்பெறுமானம் மாறாத **தெரியாக் கணியம்** எனப்படும்.

நிமலனின் வியாபார நிலையத்தின் தினசரி வருமானம் ஒவ்வொரு நாளைய விற்பனையையும் பொறுத்து வேறுபடுகின்றது.

நிமலனின் தினசரி வருமானம் ஒரு மாறாப் பெறுமானம் அன்று.
ஆகவே இது ஒரு **மாறி** ஆகும்.

மாறிகளை வகைகுறிப்பதற்கு ஆங்கிலச் சிற்றெழுத்துகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

நிமலனுக்கு ஒரு நாளில் கிடைக்கும் வருமானத்தை ரூ. x எனக் கொள்வோம். இதில் அவன் ரூ. 500 ஐத் தனது தாய்க்குக் கொடுத்தான். நிமலனின் கடையின் தினசரி வருமானம் ஒரு நிச்சயமான பெறுமானத்தைக் கொண்டிருப்பதில்லை ஆகையால், அப்பெறுமானத்தை x இனால் காட்டும்போது x என்பது ஒரு தெரியாக் கணியம் ஆகும்.

இதற்கேற்ப நிமலன் அம்மாவுக்கு ரூ. 500 ஐக் கொடுத்த பின்னர் நிமலனிடம் எஞ்சியிருக்கும் பணம் ரூ. $x - 500$ ஆகும்.

கோவை $x - 500$ ஆனது ஓர் **அட்சரகணிதக் கோவை** எனப்படும். x, 500 என்பன அட்சரகணிதக் கோவையின் **உறுப்புகள்** எனப்படும்.

350 நம்புட்டான் பழங்களை ஒன்று ரூ. x வீதம் விற்றால் கிடைக்கும் பணம் ரூ. $350x$ ஆகும். அட்சரகணித உறுப்பு $350x$ இல் 350 ஆனது x இன் **குணகம்** எனப்படும்.

நீங்கள் தரம் 7 இல் கற்ற மேற்குறித்த விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குக் கீழே தரப்பட்டுள்ள மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

அட்சர கணிதக் கோவை	அட்சர கணிதக் கோவையில் உள்ள தெரியாக் கணியம்	தெரியாக் கணியத்தின் குணகம்	அட்சர கணிதக் கோவையின் உறுப்புகள்	அட்சரகணிதக் கோவையில் உள்ள கணிதச் செய்கைகளின் ஒழுங்கு
$500 + 3x$	x	3	$500, 3x$	$+, \times$
$2y + 4$				
$4p - 100$				
$p - 10$				
$3n - 7$				

2. ஒரு மேசையின் நீளம் அதன் அகலத்திலும் பார்க்க 2 மீற்றரினால் கூடியது.

(i) மேசையின் நீளம் a m எனக் கொண்டு அதன் அகலத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினால் காட்டுக.

(ii) மேசையின் அகலம் b m எனக் கொண்டு அதன் நீளத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினால் காட்டுக.

3. (i) ரூ. a விலையுள்ள ஒரு பென்சிலையும் ரூ. b விலையுள்ள ஒரு பேனையையும் ரூ. 4 விலையுள்ள ஒரு அழிறப்பரையும் வாங்குவதற்குத் தேவையான மொத்தப் பணத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினால் காட்டுக.

(ii) அதே வகையான பென்சில்கள் 2 ஐயும் பேனைகள் 3 ஐயும் 4 அழிறப்பர்களையும் வாங்குவதற்குத் தேவையான மொத்தப் பணத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினால் காட்டுக.

4. ஒரு வாடகை வாகனத்தின் பதிவுக் கட்டணமாக ரூ. 100 உம் செல்லும் ஒவ்வொரு கிலோமீற்றருக்கும் ரூ. 50 வீதமும் அறவிடப்படுகின்றது. அவ்வாடகை வாகனத்தில் x கிலோமீற்றர் தூரம் செல்வதற்குச் செலுத்த வேண்டிய பணத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினால் காட்டுக.

5. 1 kg அரிசியின் விலை ரூ. x உம் 1 kg மாவின் விலை ரூ. y உம் ஆகும்.

அரிசி மா

(i) இவ்விரு வகைகளையும் 1 kg வீதம் வாங்குவதற்குத் தேவையான மொத்தப் பணத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினால் காட்டுக.

(ii) 5 kg அரிசியையும் 2 kg மாவையும் வாங்குவதற்குத் தேவையான பணத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினால் காட்டுக.

(iii) இவ்விரு வகைகளையும் 500 g வீதம் கொள்வனவு செய்வதற்குச் செலவிடப்படும் பணத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையாகக் காட்டுக.

6. கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்சரகணிதக் கோவைகளைச் சுருக்குக.

(a) (i) $a + a + a$ (ii) $4x + 3x$

(iii) $p + 4p - 2p$ (iv) $8a - 5a - a$

(v) $a + 2 + 2a + 3$ (vi) $6x + 10 - 4x + 7$

(b) (i) $3a + 4b + a - 3a + 5$ (ii) $5x - 3y - 4x - 2y$

(iii) $4m - 3n - 4m - n + 8$ (iv) $6x + 7y - 8 - 5x + y - 2$

(v) $2p + 3q + 4r + p - 2q - 3r$

5.2 மூன்று தெரியாக் கணியங்கள் இடம்பெறும் அட்சரகணிதக் கோவைகளை உருவாக்கல்

இதுவரை ஒரு தெரியாக் கணியம் அல்லது இரண்டு தெரியாக் கணியங்கள் உள்ள அட்சரகணிதக் கோவைகள் பற்றிப் பார்த்தோம். இப்போது நாம் மூன்று தெரியாக் கணியங்கள் உள்ள அட்சரகணிதக் கோவைகள் பற்றி ஆராய்வோம்.

- ரூ. x வீதம் 10 புத்தகங்களினதும் ரூ. y வீதம் 3 பேனைகளினதும் ரூ. z வீதம் 5 பென்சில்களினதும் மொத்த விலையை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினாற் காட்டுவோம்.

10 புத்தகங்களின் விலை $= x \times 10 =$ ரூ. $10x$

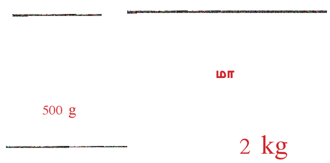
3 பேனைகளின் விலை $= y \times 3 =$ ரூ. $3y$

5 பென்சில்களின் விலை $= z \times 5 =$ ரூ. $5z$

10 புத்தகங்களினதும் 3 பேனைகளினதும்

5 பென்சில்களினதும் மொத்த விலை $=$ ரூ. $10x + 3y + 5z$

- ஒரு கேக் கலவையைத் தயாரிப்பதற்கு 1 kg சீனியானது ரூ. x வீதம் 500 g சீனியையும் 1 kg மாவானது ரூ. y வீதம் 1 kg மாவையும் 1 kg மாஜரீன் ரூ. z வீதம் 500 g மாஜரீனையும் வாங்குவதற்குத் தேவையான பணத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையாகக் காட்டுவோம்.



1 kg ஆனது ரூ. x வீதம் 500 g சீனியின் விலை $=$ ரூ. $\frac{x}{2}$

1 kg ஆனது ரூ. y வீதம் 1 kg மாவின் விலை $=$ ரூ. y

1 kg ஆனது ரூ. z வீதம் 500 g மாஜரீனின் விலை $=$ ரூ. $\frac{z}{2}$

தேவையான மொத்தப் பணம் $=$ ரூ. $(\frac{x}{2} + y + \frac{z}{2})$

உதாரணம் 1

ஒரு பேருந்து டிப்போவினால் ஒரு நாளுக்கு x எண்ணிக்கையான பேருந்துகள் பாதை இல. 1 இலும் y எண்ணிக்கையான பேருந்துகள் பாதை இல. 2 இலும் z எண்ணிக்கையான பேருந்துகள் அதிவேகப் பாதையிலும் 12 பேருந்துகள் பாடசாலைச் சேவையிலும் ஈடுபடுத்தப்படுகின்றன. ஒரு நாளில் அந்த டிப்போவினால் இப்பாதைகளிலும் பாடசாலைச் சேவையிலும் ஈடுபடுத்தப்படும் பேருந்துகளின் மொத்த எண்ணிக்கைக்கான ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையைப் பெறுக.

பாதை இல. 1, பாதை இல. 2, அதிவேகப் பாதை, பாடசாலைச் சேவை ஆகியவற்றுக்காக அந்த டிப்போவினால் ஒரு நாளில் ஈடுபடுத்தப்படும் பேருந்துகளின் மொத்த எண்ணிக்கை $= x + y + z + 12$

உதாரணம் 2

மோகன் 1 kg ரூ. x வீதமான 2 kg அரிசியையும் 1 kg ரூ. y வீதமான 500 g சீனியையும் 1 kg மா ரூ. z வீதமான 250 g மாவையும் வாங்கிய பின்னர் ரூ. 500 ஐ வர்த்தகருக்குக் கொடுத்தான். வர்த்தகரிடமிருந்து மோகனுக்குக் கிடைத்த மீதிப் பணத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையாகக் காட்டுக.

1 kg ரூ. x வீதம் 2 kg அரிசியின் விலை = ரூ. $2x$

1 kg ரூ. y வீதம் 500 g சீனியின் விலை = ரூ. $\frac{y}{2}$

1 kg மா ரூ. z வீதம் 250 g மாவினது விலை = ரூ. $\frac{z}{4}$

2 kg அரிசியினதும் 500 g சீனியினதும்
250 g மாவினதும் விலை = ரூ. $(2x + \frac{y}{2} + \frac{z}{4})$

அவன் வர்த்தகருக்குக் கொடுத்த பணம் = ரூ. 500

மோகனுக்குக் கிடைக்கும் மீதிப் பணம் = ரூ. $500 - (2x + \frac{y}{2} + \frac{z}{4})$

பயிற்சி 5.1

1. ஒரு குறித்த குடும்பத்தில் 3 உறுப்பினர்கள் உள்ளனர். தாயின் வயது x வருடங்கள், தந்தையின் வயது y வருடங்கள், மகனின் வயது z வருடங்கள் எனத் தரப்பட்டுள்ளது.
   (i) மூவரினதும் வயதுகளின் கூட்டுத்தொகையை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையாகக் காட்டுக.
   (ii) ஐந்து ஆண்டுகளுக்குப் பின்னர் மூவரினதும் வயதுகளின் கூட்டுத்தொகையை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையாகக் காட்டுக.
   (iii) தந்தை மகனிலும் பார்க்க எவ்வளவு வயதினால் மூத்தவர் என்பதை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினால் காட்டுக.
   (iv) மகன் பிறக்கும்போது தந்தையினதும் தாயினதும் வயதுகளின் கூட்டுத்தொகையை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையாகக் காட்டுக.

2. ஒரு செய்தித்தாளின் விலை ரூ. p ஆகும். அவ்விலை ரூ. 5 இனால் கூட்டப்படுகின்றது.

 (i) அச்செய்தித்தாளின் புதிய விலையை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினாற் காட்டுக.

 (ii) இச்செய்தித்தாள்கள் இரண்டினை வாங்குவதற்கு இப்போது செலவிடப் படும் பணம் எவ்வளவு என்பதை அடைப்புக்குறிகள் உள்ள ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினாற் காட்டுக.

 (iii) ஒரு செய்தித்தாளின் ஒரு பிரதியை அச்சிடுவதற்கு ரூ. q பணம் செலவிடப்படுகின்றது. புதிய விலைக்கேற்ப ஒரு பிரதியை விற்பதன் மூலம் பெறப்படும் இலாபத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினாற் காட்டுக

 (iv) அச்சிடுவதற்கு மேலதிகமாக விநியோகிப்பதற்கு ஒரு பிரதிக்குச் செலவிடப்படும் பணம் ரூ. r ஆகும். இதற்கேற்ப 10 செய்தித்தாள்களிலிருந்து இப்போது கிடைக்கும் இலாபத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினாற் காட்டுக.

3. ஒரு தாங்கியில் v லீற்றர் நீர் உள்ளது. அத்தாங்கியிலிருந்து ஒரு மணித்தியாலத்திற்கு p லீற்றர் வீதம் நீர் வெளியேறும் அதே வேளை q லீற்றர் வீதம் நீர் உள்ளே பாய்கின்றனது. 3 மணித்தியாலத்திற்குப் பின்னர் தாங்கியில் உள்ள நீரின் அளவுக்கான ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையைப் பெறுக.

4. 700 ஆசனங்கள் இருக்கும் ஓர் அரங்கில் முதல் வகுப்பில் x எண்ணிக்கையான நுழைவுச் சீட்டுகள் ஒன்று ரூ. 1000 வீதமும் இரண்டாம் வகுப்பில் y எண்ணிக்கையான நுழைவுச் சீட்டுகள் ஒன்று ரூ. 500 வீதமும் மூன்றாம் வகுப்பில் z எண்ணிக்கையான நுழைவுச் சீட்டுகள் ஒன்று ரூ. 300 வீதமும் ஒரு காட்சிக்கு விற்கப்பட்டன. பின்வருவன வற்றைக் காண்க.

 (i) விற்கப்பட்ட நுழைவுச் சீட்டுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

 (ii) அக்காட்சியின்போது அரங்கில் வெறிதாக இருந்த ஆசனங்களின் எண்ணிக்கை

 (iii) நுழைவுச் சீட்டுகளிலிருந்து கிடைத்த மொத்த வருமானம்

 (iv) நுழைவுச் சீட்டு விற்பனையிலிருந்து பெற்ற வருமானத்தில் அரைவாசி யையும் மேலும் ரூ. 100 000 ஐயும் நாடகத் தயாரிப்பாளருக்குச் செலுத்திய பின் எஞ்சிய பணத்திற்கு அட்சரகணிதக் கோவையை உருவாக்கி எழுதுக.

5.3 அட்சரகணிதக் கோவையை எண்ணால் பெருக்குதல்

- **ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை ஒரு நேர் எண்ணால் பெருக்குதல்**

➢ பிள்ளைகளுக்கு விநியோகிப்பதற்குத் தயார்செய்த ஒரு பரிசுப் பொதியில் x புத்தகங்களும் y பேனாக்களும் உள்ளன. இவ்வாறான பரிசுப் பொதிகள் 8 விநியோகிக்கப்பட்டால் அவற்றில் அடங்கியுள்ள புத்தகங்களினதும் பேனாக்களினதும் எண்ணிக்கையைக் காண்போம்.

முறை I

ஒரு பொதியில் உள்ள புத்தகங்களினதும் பேனாக்களினதும் எண்ணிக்கை $= x + y$

அத்தகைய 8 பொதிகளில் உள்ள புத்தகங்களினதும் பேனாக்களினதும் எண்ணிக்கை $= (x + y) \times 8$

$(x + y) \times 8$ ஆனது $8\ (x + y)$ எனவும் எழுதப்படும்.

முறை II

ஒரு பரிசுப் பொதியில் உள்ள புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை $= x$

அத்தகைய 8 பொதிகளைத் தயாரிப்பதற்குத் தேவையான புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை $= x \times 8$

$= 8x$

ஒரு பரிசுப் பொதியில் உள்ள பேனாக்களின் எண்ணிக்கை $= y$

அத்தகைய 8 பொதிகளைத் தயாரிப்பதற்குத் தேவையான பேனாக்களின் எண்ணிக்கை $= 8 \times y$

$= 8y$

8 பொதிகளைத் தயாரிப்பதற்குத் தேவையான புத்தகங்களினதும் பேனாக்களினதும் எண்ணிக்கை $= 8x + 8y$

இதிலிருந்து $8(x + y) = 8x + 8y$ என்பது தெளிவாகும்.

$$\therefore 8(x + y) = 8x + 8y$$

➢ பந்துகள் ஒரு பெட்டியில் இடப்பட்டு அடைக்கப்பட்டபோது அவ்வாறான ஒரு பெட்டியின் மொத்தத் திணிவு x kg ஆகும். அத்தகைய பந்துகள் பொதிசெய்யப்பட்ட 5 பெட்டிகளில் உள்ள பந்துகளின் மொத்தத் திணிவைக் காண்போம். ஒரு வெற்றுப் பெட்டியின் திணிவு y kg ஆகும்.

முறை I

ஒரு பெட்டியில் உள்ள பந்துகளின் திணிவு = $x - y$

5 பெட்டியில் உள்ள பந்துகளின் திணிவு = $5(x - y)$

முறை II

பந்துகளுடன் 5 பெட்டிகளின் திணிவு $= 5x$

5 வெற்றுப் பெட்டிகளின் திணிவு $= 5y$

5 பெட்டியில் உள்ள பந்துகளின் திணிவு $= 5x - 5y$

அதாவது $5(x - y) = 5x - 5y$ ஆகும்.

$$\therefore\ 5(x - y) = 5x - 5y$$

அதாவது ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை ஓர் எண்ணினாற் பெருக்கும்போது அவ்வட்சரகணிதக் கோவையில் உள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும் அவ்வெண்ணினால் முறையே பெருக்கப்படும்.

உதாரணம் 1

சுருக்குக.

(i) $2(a + b)$ (ii) $3(3x + y)$ (iii) $3(4x - 7)$ (iv) $8(8y - 7x + q)$

(i) $2(a + b) = 2 \times a + 2 \times b$
$= 2a + 2b$

(ii) $3(3x + y) = 3 \times 3x + 3 \times y$
$= 9x + 3y$

(iii) $3(4x - 7) = 3 \times 4x - 3 \times 7$
$= 12x - 21$

(iv) $8(8y - 7x + q) = 64y - 56x + 8q$

பயிற்சி 5.2

1. பெருக்குவதன் மூலம் அடைப்புகளை நீக்குக.

(i) $5(a + 4)$ (ii) $7(x + 5)$ (iii) $6(2x + 4)$

(iv) $4(4c + 7)$ (v) $5(y - 2)$ (vi) $3(3 - x)$

(vii) $2(m + n - 2p)$ (viii) $4(x - y + 7)$ (ix) $2(x - 2y - q)$

2. கீறிட்ட இடத்தை நிரப்புக.

(i) $2(x + 7) = 2x +$ ..... (ii) $5(6 + a) = 30 +$ ..... (iii) $8(4 - y) = 32 -$ .....

(iv) $6(x - y) =$ ..... $- 6y$ (v) $3(x - 2y + z - 5) =$ ..... $- 6y +$ ..... $-$ .....

3. ஒருவருடைய தினசரிச் சம்பளம் ரூ. x ஆக இருக்கும் அதே வேளை அவருக்கு மேலதிக நேரப் படியாக ஒரு மணித்தியாலத்திற்கு ரூ. y கிடைக்கின்றது. அவர் வேலை செய்த 5 நாட்களும் கடமை நேரத்திற்கு மேலதிகமாக 2 மணித்தியாலங்கள் வேலை செய்தார்.
   (i) மேலே குறிப்பிட்ட ஐந்து நாட்களுக்கும் மேலதிகப் படியுடன் அவருடைய மொத்தச் சம்பளத்தை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையாகக் காட்டுக.
   (ii) ஒரு நாளுக்கு அவருடைய சம்பளத்திலிருந்து பெற்ற கடனுக்கு ரூ. 150 கழிக்கப்பட்டால், அவ்வைந்து நாட்களுக்கும் அவருக்குக் கிடைக்கும் மொத்தச் சம்பளத்திற்கான ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையைப் பெற்று அதனை அடைப்பு நீக்கி எழுதுக.

4. ஓர் ஆசிரியர் ஆண்டு இறுதிப் பரீட்சையில் முதல் மூன்று இடங்களையும் பெற்ற மூன்று பிள்ளைகளுக்கும் கொடுப்பதற்குத் தேவையான 5 புத்தகங்களும் 2 பேனாக்களும் அடங்கும் 3 பரிசுப் பொதிகளை வாங்கினார்.
   (i) ஒரு புத்தகம் ரூ. a எனவும் ஒரு பேனா ரூ. b எனவும் கொண்டு அத்தகைய ஒரு பொதியின் விலையை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையாகக் காட்டுக.
   (ii) இத்தகைய மூன்று பரிசுப் பொதிகளின் மொத்த விலையை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினாற் காட்டி அதனை அடைப்பு நீக்கி எழுதுக.

5. ஒரு தேயிலைப் பொதியில் உள்ள தேயிலையின் திணிவு p கிராமும் வெற்றுப் பொதியின் திணிவு q கிராமும் ஆகும்.
   (i) அத்தகைய 20 பொதிகளின் மொத்தத் திணிவுக்கான ஓர் அட்சர கணிதக் கோவையைப் பெற்று அதனை அடைப்பு நீக்கி எழுதுக.
   (ii) அத்தகைய 20 பொதிகள் திணிவு t கிராம் ஆகவுள்ள ஒரு பெட்டியில் அடுக்கப்பட்டுள்ளன. அத்தகைய 12 பெட்டிகளின் மொத்தத் திணிவுக்கான ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையைப் பெற்று அதனை அடைப்பு நீக்கி எழுதுக.

● ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை ஒரு மறை எண்ணால் பெருக்கல்

ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை (-2), (-1) போன்ற ஒரு மறை எண்ணினாற் பெருக்கும்போது அவ்வெண்ணை ஒரு திசைகொண்ட எண்ணாகக் கருதி அட்சர கணிதக் கோவையின் ஒவ்வோர் உறுப்பையும் அத்திசைகொண்ட எண்ணினாற் பெருக்க வேண்டும்.

உதாரணம் 2

அடைப்பு நீக்கிச் சுருக்குக.

(i) $-2\ (a+6)$ (ii) $-5\ (6-x)$

(iii) $-\ (2m-3n)$ (iv) $-4\ (2x+3y-2z)$

(i) $-2\ (a+6) = (-2)\times a + (-2)\times 6$
$= -2a - 12$

(ii) $-5\ (6-x) = (-5)\times 6 - (-5)\times x$
$= -30 + 5x$

(iii) $-\ (2m-3n) = (-1)\times 2m - (-1)\times 3n$
$= -2m - (-3)n$
$= -2m + 3n$

(iv) $-4\ (2x+3y-2z) = (-4)\times 2x + (-4)\times 3y - (-4)\times 2z$
$= -8x + (-12) - (-8z)$
$= -8x - 12y + 8z$

பயிற்சி 5.3

1. அடைப்பு நீக்கிச் சுருக்குக.

(i) $-3\ (x+5)$ (ii) $-2\ (2x+1)$ (iii) $-2\ (4+x)$

(iv) $-6\ (a-6)$ (v) $-\ (x+5)$ (vi) $-\ (x-3)$

(vii) $-2\ (8+x+y)$ (viii) $-6\ (3b-2)+3a$ (ix) $-\ (a-c-3x)$

(x) $-3\ (6-2x+3b)$

2. கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) $-3\ (x+4) = -3x - \ldots\ldots$ (ii) $-3\ (x-4) = -3x + \ldots\ldots$

(iii) $-2\ (y+2) = -2y - \ldots\ldots$ (iv) $-2\ (y-2) = -2y + \ldots\ldots$

(v) $-\ (m+2) = -m - \ldots\ldots$ (vi) $-\ (m-2) = -m + \ldots\ldots$

(vii) $-4\ (2x+3) = \ldots\ldots -12$ (viii) $-4\ (2x-3) = \ldots\ldots +12$

3. ஒவ்வொன்றும் ரூ. 35 விலையுள்ள x தேங்காய்களுக்கும் ஒவ்வொன்றும் ரூ. 58 விலையுள்ள y மாம்பழங்களுக்குமாக ரூ. 1000 ஐக் கொடுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிப் பணத்திற்கான ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையைப் பெற்று அதனைச் சுருக்குக.

5.4 ஓர் அட்சரகணித உறுப்பை வேறோர் அட்சரகணித உறுப்பினாற் பெருக்கல்

இப்போது நாம் ஓர் அட்சரகணித உறுப்பை வேறோர் அட்சரகணித உறுப்பினாற் பெருக்கல் பற்றிக் கருதுவோம்.

இப்போது நாம் $5x$, $3a$ ஆகிய அட்சரகணித உறுப்புகளின் பெருக்கத்தைச் சுருக்குவோம்.

$$\begin{aligned} 5x \times 3a &= 5x \times 3a \\ &= 5 \times x \times 3 \times a \\ &= 5 \times 3 \times x \times a \\ &= 15ax \end{aligned}$$

அவ்வாறே $2p \times 5c = 2 \times p \times 5 \times c = 2 \times 5 \times p \times c = 10cp$

$$r \times 3y \times 8 = r \times 3 \times y \times 8 = 3 \times 8 \times r \times y = 24ry$$

அதற்கேற்ப ஓர் அட்சரகணித உறுப்பை வேறோர் அட்சரகணித உறுப்பினாற் பெருக்கும்போது பெறப்படும்

- அட்சரகணித உறுப்பின் குணகம் இரு அட்சரகணித உறுப்புகளின் குணகங் களின் பெருக்கமாக இருக்கும்.
- தெரியாக் கணியங்களின் பெருக்கம் இரு அட்சரகணித உறுப்புகளினதும் தெரியாக் கணியங்களின் பெருக்கம் ஆகும்.

உதாரணம் 1

பெருக்குக.

(i) $4m \times 3n$ (ii) $8k \times 5y$ (iii) $x \times 5y$

(iv) $2y \times (-2y)$ (v) $2m \times (-7xy)$ (vi) $(-2x) \times 7yz \times 2a$

(i) $4m \times 3n = (4 \times 3) \times (m \times n) = 12mn$

(ii) $8k \times 5y = (8 \times 5) \times (k \times y) = 40ky$

(iii) $x \times 5y = (1 \times 5) \times (x \times y) = 5xy$

(iv) $2y \times (-2y) = (2 \times -2) \times (y \times y) = -4y^2$

(v) $2m \times (-7xy) = (2 \times -7) \times (m \times xy) = -14mxy$

(vi) $(-2x) \times 7yz \times 2a = (-2 \times 7 \times 2) \times (x \times yz \times a) = -28axyz$

பயிற்சி 5.4

1. சுருக்குக.

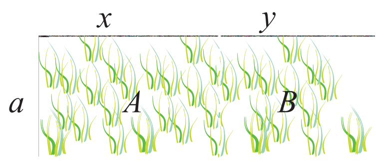
(i) $a \times 2b$ (ii) $2a \times 3b$ (iii) $a \times (-2b)$

(iv) $(-3a) \times 2b$ (v) $(-3x) \times (-4y)$ (vi) $(-5k) \times (-2k)$

(vii) $4p \times (-r)$ (viii) $(4y) \times (-3y)$ (ix) $ab \times c \times (-4x)$

5.5 ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை ஓர் அட்சரகணித உறுப்பினாற் பெருக்கல்

உருவிற் காணப்படுகின்றவாறு ஒரு செவ்வகக் காணி A, B என்னும் இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. இரு காணித் துண்டுகளும் செவ்வகமாக இருக்கும் அதேவேளை அகலங்கள் சமமாகும். இப்போது நாம் இம்முழுக் காணியின் பரப்பளவைக் காண்போம்.



முறை I

$$\text{பகுதி } A \text{ இன் பரப்பளவு} = a \times x = ax$$

$$\text{பகுதி } B \text{ இன் பரப்பளவு} = a \times y = ay$$

$$\text{இதற்கேற்ப முழுக் காணியினதும் பரப்பளவு} = ax + ay$$

முறை II

முழுக் காணியினதும் பரப்பளவைப் பின்வருமாறும் பெறலாம்.

$$\text{முழுக் காணியினதும் நீளம்} = (x + y)$$

$$\text{காணியின் அகலம்} = a$$

$$\therefore \text{ முழுக் காணியினதும் பரப்பளவு} = a\,(x + y)$$

இதற்கேற்ப $a\,(x + y) = ax + ay$ என்பது தெளிவாகின்றது.

$$\therefore\ a\,(x + y) = ax + ay$$

ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையைத் தரப்பட்டுள்ள அட்சரகணித உறுப்பினாற் பெருக்கும்போது அவ்வட்சரகணிதக் கோவையின் ஒவ்வோர் உறுப்பையும் தரப்பட்டுள்ள அட்சரகணித உறுப்பினால் பெருக்க வேண்டும்.

உதாரணம் 1

சுருக்குக.

(i) $y\,(3x+5)$ (ii) $2y\,(3x+5)$ (iii) $(-y)\,(3x+5)$

(iv) $(-2y)\,(3x+5)$ (v) $2y\,(5y-3x)$

(i) $y\,(3x+5) = y \times 3x + y \times 5$
$= 3 \times y \times x + y \times 5$
$= 3xy + 5y$

(ii) $2y\,(3x+5) = 2y \times 3x + 2y \times 5$
$= 2 \times 3 \times y \times x + 2 \times y \times 5$
$= 6xy + 10y$

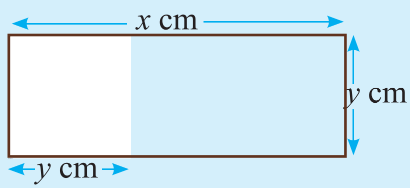
(iii) $(-y)\,(3x+5) = (-y) \times 3x + (-y) \times 5$
$= (-1) \times 3 \times y \times x + (-1) \times 5 \times y$
$= -3xy - 5y$

(iv) $(-2y)\,(3x+5) = (-2y) \times 3x + (-2y) \times 5$
$= (-2) \times 3 \times y \times x + (-2) \times 5 \times y$
$= -6xy - 10y$

(v) $2y\,(5y-3x) = 2y \times 5y - 2y \times 3x$
$= 2 \times 5 \times y^2 - 2 \times 3 \times x \times y$
$= 10y^2 - 6xy$

உதாரணம் 2

நீளம் x சென்ரிமீற்றர் ஆகவும் அகலம் y சென்ரிமீற்றர் ஆகவும் உள்ள ஒரு செவ்வக அட்டைத்தாள் துண்டு உள்ளது. அதிலிருந்து ஒரு பக்க நீளம் y cm ஆக உள்ள சதுரத் துண்டை வெட்டி அகற்றும்போது எஞ்சியுள்ள பரப்பளவை ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினாற் காட்டி அதனைச் சுருக்குக.



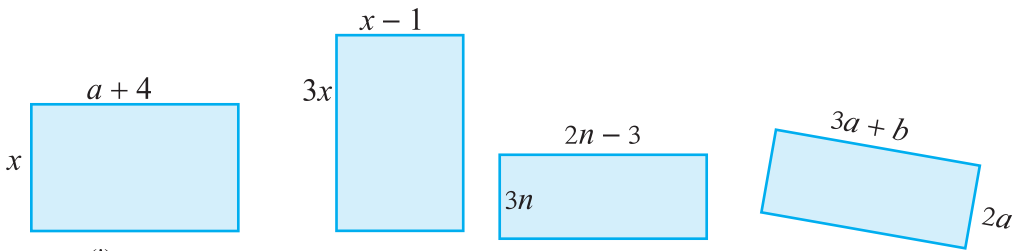
எஞ்சியுள்ள பகுதியின் நீளம் $= x - y$
எஞ்சியுள்ள பகுதியின் அகலம் $= y$
எஞ்சியுள்ள பகுதியின் பரப்பளவு $= (x-y)\,y$
$= x \times y - y \times y$
$= xy - y^2$

பயிற்சி 5.5

1. சுருக்குக.

(i) $3x(2y+1)$ (ii) $3x(2y-1)$ (iii) $3q(4p-7)$
(iv) $(-3q)(4p+8)$ (v) $2x(4p+5y)$ (vi) $2p(4p+5y)$
(vii) $2q(xq-z)$ (viii) $(-2q)(x-4zq)$

2. கீழே தரப்பட்ட ஒவ்வோர் உருவினதும் பரப்பளவைக் காட்டுவதற்கு அடைப்புக் குறிகள் இல்லாத ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையைத் தருக.



(i) (ii) (iii) (iv)

5.6 இரு அட்சரகணிதக் கோவைகளின் கூட்டுத்தொகை

- **நிகர்த்த அட்சரகணித உறுப்புகள்**

x, $2x$ போன்ற ஒரே தெரியாக் கணியம் உள்ள **அட்சரகணித உறுப்புகள்** நிகர்த்த அட்சரகணித உறுப்புகள் எனப்படும் என்று நீங்கள் தரம் 7 இற் கற்றுள்ளீர்கள்.

$3xy$, $5xy$ என்னும் அட்சரகணித உறுப்புகளின் ஒவ்வோர் உறுப்பினதும் குணகம் பெருக்கப்பட்டுள்ள இரு தெரியா உறுப்புகளினதும் பெருக்கமாகிய xy ஆனது இரு உறுப்புகளுக்கும் பொதுவானதாகும். அத்தகைய அட்சரகணித உறுப்புகளும் **நிகர்த்த அட்சரகணித உறுப்புகளாகும்**.

நிகரா அட்சரகணித உறுப்புகள்

$2x$, $4y$ போன்ற வேறுபட்ட தெரியாக் கணியங்கள் உள்ள அட்சரகணித உறுப்புகள் நிகரா உறுப்புகள் எனத் தரம் 7 இற் கற்றுள்ளீர்கள்.

$3x^2y$, $5xy^2$ என்னும் இரு அட்சரகணித உறுப்புகளையும் கருதுவோம்.

$3x^2y$ இல் குணகம் 3 உம் அக்குணகத்தினால் பெருக்கப்பட்டுள்ள தெரியாக் கணியங்களின் பெருக்கம் x^2y உம் ஆகும்.

$5xy^2$ இல் குணகம் 5 உம் அக்குணகத்தினால் பெருக்கப்பட்டுள்ள தெரியாக் கணியங்களின் பெருக்கம் xy^2 உம் ஆகும்.

இவ்விரு அட்சரகணித உறுப்புகள் ஒவ்வொன்றிலும் பெருக்கப்பட்டுள்ள தெரியாக் கணியங்களின் பெருக்கம் இரு உறுப்புகளுக்கும் பொதுவானதன்று.

ஆகவே இவ்வாறான அட்சரகணித உறுப்புகள் நிகர்த்தனவல்ல. இத்தகைய உறுப்புகள் **நிகரா உறுப்புகள்** எனப்படும்.

நிகர்த்த அட்சரகணித உறுப்புகளைக் கூட்டுவதன் மூலம் அல்லது கழிப்பதன் மூலம் அவ்வுறுப்புகளை ஓர் உறுப்பாகச் சுருக்கலாம்.

உதாரணம் 1

சுருக்குக. $(6t + 5) + (2t + y + 3)$

$$(6t + 5) + (2t + y + 3) = 6t + 2t + y + 5 + 3$$
$$= 8t + y + 8$$

உதாரணம் 2

சுருக்குக.

(i) $(2x - y + 8) + 2(3y - 10)$ (ii) $(7a - 4b + 2bc) + 2b(4a - 2c + 5)$

(i) $(2x - y + 8) + 2(3y - 10) = 2x - y + 8 + 6y - 20$
$= 2x + 5y - 12$

(ii) $(7a - 4b + 2bc) + 2b(4a - 2c + 5) = 7a - 4b + 2bc + 8ab - 4bc + 10b$
$= 7a + 6b - 2bc + 8ab$

பயிற்சி 5.6

1. சுருக்குக.

(i) $3(a + 5b) + a(a + 4)$ (ii) $y(10 - y) + 3(y - 2)$

(iii) $2(8a - 5b) + 3(5a - 12)$ (iv) $-3(y - 3) + (8 - 6y + x)$

(v) $a(a - 2b) + b(b + 2a - c)$ (vi) $-5(x - y + z) + (4x + 3y)$

5.7 இரு அட்சரகணிதக் கோவைகளின் கழித்தல்

இப்போது நாம் அட்சரகணிதக் கோவை ஒன்றிலிருந்து இன்னுமொரு அட்சரகணிதக் கோவையைக் கழித்துச் சுருக்குவோம்.

$(2a + 7)$ இலிருந்து $(a + 6)$ ஐக் கழிப்போம்.

$$\begin{aligned}(2a + 7) - (a + 6) &= 2a + 7 + (-1) \times (a + 6)\\ &= 2a + 7 + (-1) \times a + (-1) \times 6\\ &= 2a + 7 + (-a) + (-6)\\ &= 2a + 7 - a - 6\\ &= 2a - a + 7 - 6\\ &= a + 1\end{aligned}$$

இங்கே கழிக்கப்படும் அட்சரகணிதக் கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் (-1) இனால் பெருக்கி முதல் அட்சரகணிதக் கோவையுடன் கூட்டி விடை பெறப்படும்.

உதாரணம் 1

சுருக்குக.

(i) $(4x + 3) - (2x - 3)$ (ii) $(3x + 7y) - (2x - 3y - z)$

(iii) $(10a - 8b + c) -2\ (4a + b)$ (iv) $a\ (3a + 1) -a\ (a - 5)$

(i) $(4x + 3) - (2x - 3) = 4x + 3 + (-1) \times (2x - 3)$; [$(2x - 3)$ ஐ (-1) இனால் பெருக்கல்]

$$\begin{aligned}&= 4x + 3 + (-1) \times 2 \times x + (-1) \times (-3)\\ &= 4x + 3 + (-2x) + 3\\ &= 4x + 3 - 2x + 3\\ &= 4x - 2x + 3 + 3\\ &= 2x + 6\end{aligned}$$

(ii) $(3x + 7y) - (2x - 3y - z) = 3x + 7y - 2x + 3y + z$; [$(2x - 3y - z)$ ஐ (-1) இனால் பெருக்கல்]

$$\begin{aligned}&= 3x - 2x + 7y + 3y + z\\ &= x + 10y + z\end{aligned}$$

(iii) $(10a - 8b + c) - 2\ (4a + b) = 10a - 8b + c - 8a - 2b$; [$(4a + b)$ ஐ -2 இனால் பெருக்கல்]

$$\begin{aligned}&= 10a - 8a - 8b - 2b + c\\ &= 2a - 10b + c\end{aligned}$$

(iv) $a\ (3a + 1) -a\ (a - 5) = a \times 3a + a \times 1 - a \times a + a \times 5$

$$\begin{aligned}&= 3a^2 + a - a^2 + 5a\\ &= 2a^2 + 6a\end{aligned}$$

பயிற்சி 5.7

1. சுருக்குக.

(i) $4\ (x+2) - 2\ (x+2)$

(ii) $4\ (x-6) - 6\ (2+x)$

(iii) $3\ (x-2) - (x+2)$

(iv) $4\ (y-5x) - 2\ (y+3x+z)$

(v) $4x\ (x+2) - 3x\ (x-3)$

(vi) $-6q\ (a-3) - 3\ (a-1+b)$

2. சுருக்குக.

(i) $-(y+1) - 3\ (y+2)$

(ii) $-3\ (y-2) - 3\ (6-y)$

(iii) $-(2-a) - 3\ (a+8)$

(iv) $-x\ (x+3) - 2x\ (1-x)$

(v) $a\ (a+6) - a\ (a+2)$

(vi) $a\ (2a-1) - a\ (6-a)$

5.8 மூன்று தெரியாக் கணியங்கள் வரைக்கும் உள்ள ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையின் ஒவ்வொரு தெரியாக் கணியத்திற்கும் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களைப் பிரதியிடுதல்

ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையின் தெரியாக் கணியங்களுக்கு ஓர் எண் பெறுமானத்தை இடுதல் பிரதியிடுதல் எனத் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள். பிரதியிடுவதன் மூலம் ஓர் அட்சரகணிதக் கோவைக்கு ஓர் எண் பெறுமானம் கிடைக்கின்றது.

இப்போது நாம் மூன்று தெரியாக் கணியங்கள் கொண்ட ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையின் தெரியாக் கணியங்களுக்கு எண் பெறுமானங்களைப் பிரதியிட்டு, அக்கோவையின் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

$p = 4,\ q = 2,\ r = -3$ ஆக இருக்கும்போது $2p + q - r + 1$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

$$\begin{aligned} 2p + q - r + 1 &= 2 \times 4 + 2 - (-3) + 1 \\ &= 8 + 2 + 3 + 1 \\ &= 14 \end{aligned}$$

இப்போது நாம் அடைப்புகள் உள்ள ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையில் அடங்கும் தெரியாக் கணியங்களுக்குப் பெறுமானத்தைப் பிரதியிடுவதன் மூலம் கோவையின் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

$x = 2,\ y = 5,\ z = 10$ ஆக இருக்கும்போது அட்சரகணிதக் கோவை $3\ (x+y) + z$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

$$\begin{aligned} 3\ (x+y) + z &= 3(2+5) + 10 \\ &= 3(7) + 10 \\ &= 21 + 10 \\ &= 31 \end{aligned}$$

அல்லது

$$\begin{aligned} 3\ (x+y) + z &= 3x + 3y + z \\ &= 3 \times 2 + 3 \times 5 + 10 \\ &= 6 + 15 + 10 \\ &= 31 \end{aligned}$$

உதாரணம் 1

$x = 4, y = 3, z = 2$ ஆக இருக்கும்போது
$2x - y - 2z$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$2x - y - 2z = 2 \times 4 - 1 \times 3 - 2 \times 2$$
$$= 8 - 3 - 4$$
$$= 1$$

உதாரணம் 2

$p = 5, q = -2, r = -3$ ஆக இருக்கும்போது
$-p + 2q - 3r + 7$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$-p + 2q - 3r + 7 = -1 \times 5 + 2 \times (-2) - 3 \times (-3) + 7$$
$$= (-5) + (-4) - (-9) + 7$$
$$= (-9) + 9 + 7$$
$$= 0 + 7$$
$$= 7$$

உதாரணம் 3

$a = 4, b = 5, c = 8$ ஆக இருக்கும்போது அட்சரகணிதக் கோவை $6\,(2a - b) - c$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$6\,(2a - b) - c = 6(2 \times 4 - 5) - 8$$
$$= 6(8 - 5) - 8$$
$$= 6 \times 3 - 8$$
$$= 18 - 8 = 10$$

உதாரணம் 4

$k = 4, l = 1, r = -3$ ஆக இருக்கும்போது அட்சரகணிதக் கோவை $10\,(k - l) + r$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$10\,(k - l) + r = 10\,(4 - 1) - 3$$
$$= 10 \times 3 - 3$$
$$= 30 - 3 = 27$$

உதாரணம் 5

கோவை $5x + 3y - 4x - y + 8$ ஐச் சுருக்கி $x = 2,\ y = -1$ ஆக இருக்கும்போது அட்சரகணிதக் கோவையின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$5x + 3y - 4x - y + 8 = 5x - 4x + 3y - y + 8$$
$$= x + 2y + 8$$

இந்த அட்சரகணிதக் கோவையில் தெரியாக் கணியங்களிற்குத் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களைப் பிரதியிடும்போது

$$x + 2y + 8 = 2 + 2\ (-1) + 8$$
$$= 2 + (-2) + 8$$
$$= 0 + 8 = 8$$

உதாரணம் 6

கோவை $4\,(a - 2b) + 2\ (b - 3c)$ ஐச் சுருக்கி $a = 3, b = 1, c = -1$ ஆக இருக்கும்போது அட்சரகணிதக் கோவையின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

தெரியாக் கணியங்களிற்குத் தரப்பட்டுள்ள கோவைகளின் அடைப்புக் குறிகளை நீ க்கும்போது

$$4\,(a - 2b) + 2\ (b - 3c) = 4 \times a - 4 \times 2b + 2 \times b - 2 \times 3c$$
$$= 4a - 8b + 2b - 6c$$
$$= 4a - 6b - 6c$$

தெரியாக் கணியங்களிற்குத் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களைப் பிரதியிடும்போது

$$4a - 6b - 6c = 4 \times 3 - 6 \times 1 - 6 \times (-1)$$
$$= 12 - 6 + 6$$
$$= 12$$

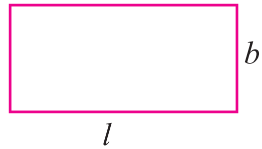
பயிற்சி 5.8

1. $x = -3,\ y = -1,\ z = 0$ ஆக இருக்கும்போது கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $x + y$ (ii) $y + 3z + 7$ (iii) $x - 4y + 4z$

(iv) $x + y - z$ (v) $z\ (2x - 3y)$ (vi) $5y - 4z + 3x$

2. (i) இங்கு உள்ள செவ்வகத்தின் நீளம் l cm உம் அகலம் b cm உம் ஆகும். அதன் சுற்றளவைக் காட்டுவதற்கான ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை எழுதுக.



(ii) $l = 10$ cm, $b = 7$ cm ஆக இருக்கும்போது செவ்வகத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

(iii) $b = 5$ cm ஆகவும் l ஆனது b இன் இருமடங்காகவும் இருக்கும்போது அதன் சுற்றளவைக் காண்க.

(iv) $b = 12$ cm உம் l ஆனது b இலும் பார்க்க 8 cm கூடியதும் ஆகும். அப்போது செவ்வகத்தின் சுற்றளவைப் பெறுக.

3. அட்சரகணிதக் கோவை $2x - 9y - 4z + 7$ இல்

(i) $x = 4,\ y = 3,\ z = (-2)$ ஆக இருக்கும்போது பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) $x = 10,\ y = 15,\ z = (-1)$ ஆக இருக்கும்போது பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) $x = (-4),\ y = (-3),\ z = (-2)$ ஆக இருக்கும்போது பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iv) $x = 2,\ y = (-3),\ z = 0$ ஆக இருக்கும்போது பெறுமானத்தைக் காண்க.

4.

5. கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணைகளைப் பூரணப்படுத்துக.

(a)

கோவை	தெரியாக் கணியத்தின் பெறுமானம்	தெரியாக் கணியங்களிற்குப் பிரதியிடும்போது அட்சரகணிதக் கோவையின் பெறுமானம்
$3x + 2y + 10$ $2p - 3q - 4r$ $4a - b + 5c$	$x = 4,\ y = 3$ $p = 1,\ q = 2,\ r = -3$ $a = 2,\ b = -4,\ c = 1$	

(b)

கோவை	தெரியாக் கணியத்தின் பெறுமானம்	தெரியாக் கணியங்களிற்குப் பிரதியிடும்போது அட்சரகணிதக் கோவையின் பெறுமானம்
$3(x + y) + 10z$ $4(a + 3b) + c$ $10(m + n) - k$ $100 - 3(p + 2q)$ $2(a + 2b) + 5(a - b)$	$x = -1,\ y = 3,\ z = 2$ $a = 5,\ b = 1,\ c = -10$ $m = 3,\ n = -1,\ k = 8$ $p = 4,\ q = -5$ $a = 4,\ b = -1$	

6. கீழே தரப்பட்டுள்ள அடைப்புக்குறிகள் உள்ள ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானத்தைத் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களைத் தெரியாக் கணியங்களுக்கும் பிரதியிடுவதன் மூலம் காண்க.

(i) $a = 7, b = 1$ ஆக இருக்கும்போது $10(a + 2b) + 3(a - 5b)$

(ii) $m = 9, n = (-2)$ ஆக இருக்கும்போது $4(m + 3n) + m + 5n$

(iii) $p = 2, q = 3$ ஆக இருக்கும்போது $7(2p - q) - 10p + 3q - 8$

(iv) $a = 1, b = 2, c = (-3)$ ஆக இருக்கும்போது $3(2a + 7b) + 3(b + 3c) - 10$

(v) $x = 8, y = (-1), l = (-2)$ ஆக இருக்கும்போது $4(x - 5y) - 3(7 - x) + 8l$

பொழிப்பு

- ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை ஓர் எண்ணினாற் பெருக்கும்போது அவ்வட்சர கணிதக் கோவையின் ஒவ்வோர் உறுப்பையும் அவ்வெண்ணாற் பெருக்க வேண்டும்.
- ஓர் அட்சரகணித உறுப்பை வேறோர் அட்சரகணித உறுப்பினால் பெருக்கும் போது முதலில் அட்சரகணித உறுப்புகளின் குணகங்கள் பெருக்கப்படும். அதன் பின்னர் அட்சரகணித உறுப்புகளின் தெரியாக் கணியங்கள் பெருக்கப்படும்.
- ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை வேறோர் அட்சரகணித உறுப்பினாற் பெருக்கும்போது அவ்வட்சரகணிதக் கோவையின் ஒவ்வோர் அட்சரகணித உறுப்பும் பெருக்க வேண்டிய அட்சரகணித உறுப்பினாற் பெருக்கப்பட வேண்டும்.
- ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையில் உள்ள தெரியாக் கணியங்களிற்கு எண் பெறுமானங்களாகப் பிரதியிடுவதன் மூலம் அட்சரகணிதக் கோவைக்கு ஓர் எண் பெறுமானத்தைப் பெறலாம்.

6 திண்மங்கள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒழுங்கான எண்முகி, ஒழுங்கான பன்னிருமுகி, ஒழுங்கான இருபதுமுகி ஆகிய திண்மங்களின் மாதிரிகளைச் செய்யவும்
- அத்திண்மங்களின் விளிம்புகள், உச்சிகள், முகங்கள் ஆகியவற்றின் எண்ணிக்கைகளிலிற்கு ஒயிலரின் தொடர்பை வாய்ப்புப் பார்க்கவும்
- தரப்பட்டுள்ள திண்மங்களிலிருந்து பிளேற்றோவின் திண்மங்களை வேறுபடுத்தி அறியவும் அவற்றின் பண்புகளை விவரிக்கவும்

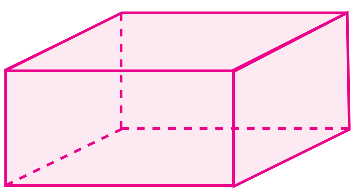
தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

6.1 திண்மங்கள்

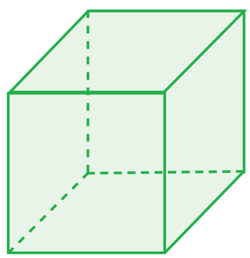
வெளியில் குறித்த இடத்தை எடுக்கும் நிலையான வடிவம் ஒன்றைக் கொண்டுள்ள பொருள்கள் திண்மங்கள் எனப்படும் என நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

மேலும் திண்மங்களின் மேற்பரப்பானது தளமேற்பரப்புப் பகுதிகளினால் அல்லது வளைந்த மேற்பரப்புப் பகுதிகளினால் ஆனது எனவும் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

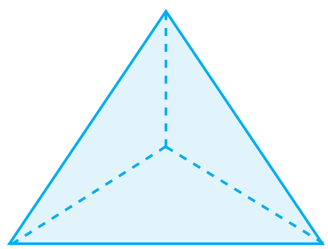
தரங்கள் 6, 7 ஆகியவற்றில் நீங்கள் கற்ற சில திண்மங்களின் உருக்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.



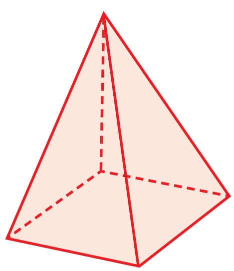
கனவுரு



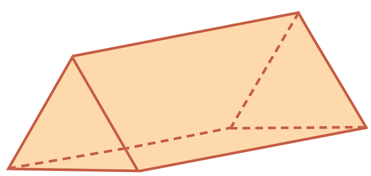
சதுரமுகி



ஒழுங்கான நான்முகி



சதுர அடிக் கூம்பகம்



முக்கோண அரியம்

மீட்டற் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

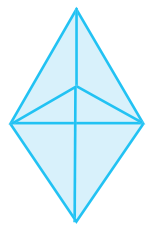
திண்மம்	விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை	முகங்களின் எண்ணிக்கை	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை
கனவுரு	12	6	8
சதுரமுகி			
ஒழுங்கான நான்முகி			
சதுரக் கூம்பகம்			
முக்கோண அரியம்			

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு திண்மத்தையும் அமைப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் வலையின் உருவை வரைக.

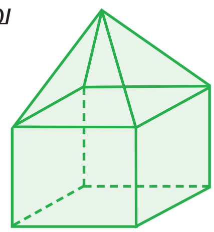
(i) சதுரக் கூம்பகம்

(ii) முக்கோண அரியம்

3. ஒன்றுக்கொன்று சமமான இரண்டு ஒழுங்கான நான்முகிகளின் இரு முக்கோண முகங்களை ஒன்றுடனொன்று ஒட்டி உருவாக்கப்பட்ட ஒரு திண்மப் பொருளின் உருவம் இங்கு காட்டப்பட்டுள்ளது. இத்திண்மப் பொருளின் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை, முகங்களின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க.



4. ஒரு சதுரமுகியையும் ஒரு சதுரக் கூம்பகத்தையும் ஒன்று சேர்த்து உருவாக்கப்பட்ட கூட்டுத் திண்மம் உருவில் காட்டப் பட்டுள்ளது. இத்திண்மத்தின்



(i) விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை

(ii) முகங்களின் எண்ணிக்கை

(iii) உச்சிகளின் எண்ணிக்கை

ஆகியவற்றைக் காண்க.

6.2 எண்முகி

ஆபரணங்களைத் தயாரிப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் வைரக் கற்களும் சில மாணிக்கக் கல் வகைகளும் இவ்வடிவத்தில் பட்டை தீட்டப்படுகின்றன. எட்டு முக்கோண வடிவ முகங்களால் அமைந்துள்ள ஒரு திண்மப் பொருளானது **எண்முகி** (Octahedron) எனப்படும்.

ஒரே அளவிலான எட்டு சமபக்க முக்கோண வடிவிலான முகங்களைக் கொண்டுள்ள திண்மம் **ஒழுங்கான எண்முகி** எனப்படும். உருவில் ஓர் ஒழுங்கான எண்முகி காட்டப்பட்டுள்ளது.

ஓர் ஒழுங்கான எண்முகியின் பண்புகளைச் செயற்பாடு 1 இனூடாக அறிந்து கொள்வோம்.

செயற்பாடு 1

படி 1 - இங்கு தரப்பட்டுள்ள உருவை பிரிஸ்டல் அட்டை போன்ற தடிப்பான ஒரு தாளில் பிரதிசெய்து கொள்க. அல்லது ஒரு நகலை எடுத்துத் (Photo copy) தடிப்பான ஒரு தாளில் ஒட்டிக் கொள்க.

உரு (i)

படி 2 - பிரிஸ்டல் அட்டை மீது வரைந்த அல்லது ஒட்டிக் கொண்ட உருவை வெட்டியெடுத்து விளிம்பின் வழியே மடித்து ஓரப் பகுதிகளை ஒட்டுவதன் மூலம் ஓர் ஒழுங்கான எண்முகியின் மாதிரி ஒன்றை அமைத்துக் கொள்க.

படி 3 - அமைத்துக் கொண்ட மாதிரியிலிருந்து ஓர் ஒழுங்கான எண்முகியின் முகங்களின் எண்ணிக்கை, விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க. அதிலுள்ள வேறு சிறப்புப் பண்புகளைப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.

படி 4 - நீங்கள் பரீட்சித்து அறிந்து கொண்ட பண்புகளை உங்கள் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் எழுதுக.

உரு (ii)

ஓர் ஒழுங்கான எண்முகியின் ஒரு மாதிரியைத் தயாரித்துக் கொள்வதற்குப் பயன்படுத்திய உரு (i) இன் ஒட்டும் ஓரப் பகுதிகளை நீக்கும்போது பெறப்படும் உருவானது ஓர் **ஒழுங்கான எண்முகியின் வலை** (உரு (ii)) எனப்படும்.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டில், நீங்கள் தயாரித்த பொருளானது ஓர் ஒழுங்கான எண்முகியின் ஒரு மாதிரி ஆகும்.

ஒழுங்கான எண்முகியின் பண்புகள்

- ஒழுங்கான எண்முகியில் 8 முகங்கள் உள்ளன.
- அதிலுள்ள எல்லா முகங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமமான சமபக்க முக்கோண வடிவத்தைக் கொண்டுள்ளன.
- ஒழுங்கான எண்முகியில் 6 உச்சிகள் உள்ளன.
- ஒழுங்கான எண்முகியில் 12 விளிம்புகள் உள்ளன. அதிலுள்ள எல்லா விளிம்புகளும் நேர் விளிம்புகள் ஆகும்.

6.3 பன்னிருமுகி

இவ்வுருவின் மாதிரி பல அலங்காரங்களைச் செய்வதற்குப் பயன்படுத்தப்படும்.

பன்னிரண்டு ஒழுங்கான ஐங்கோணி வடிவ முகங்களினால் உருவாக்கப்பட்டுள்ள ஒரு திண்மம் **ஒழுங்கான பன்னிருமுகி** (Regular Dodecahedron) என அழைக்கப்படும். உருவில் ஒழுங்கான பன்னிருமுகி காட்டப்பட்டுள்ளது.

ஒழுங்கான பன்னிருமுகியின் பண்புகளைச் செயற்பாடு 2 இன் மூலம் அறிந்து கொள்வோம்.

செயற்பாடு 2

படி 1 - இங்கு தரப்பட்டுள்ள உருவை பிரிஸ்டல் அட்டை போன்ற தடிப்பான ஒரு தாளில் பிரதிசெய்து கொள்க. அல்லது ஒரு நகற் பிரதியை எடுத்து தடிப்பான ஒரு தாளில் ஒட்டிக் கொள்க.

உரு (iii)

படி 2 - பிரிஸ்டல் அட்டை மீது வரைந்த அல்லது ஒட்டிக் கொண்ட உருவை வெட்டியெடுத்து விளிம்பின் வழியே மடித்து ஓரப் பகுதிகளை ஒட்டுவதன் மூலம் ஒரு பன்னிருமுகியின் மாதிரியை அமைத்துக் கொள்க.

படி 3 - அமைத்துக் கொண்ட மாதிரியிலிருந்து ஒரு பன்னிருமுகியின் முகங்களின் எண்ணிக்கை, விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க. அதிலுள்ள வேறு சிறப்புப் பண்புகளைப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.

படி 4 - பரீட்சித்து அறிந்து கொண்ட பண்புகளை உங்கள் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் எழுதுக.

உரு (iv)

ஓர் ஒழுங்கான பன்னிருமுகியின் ஒரு மாதிரியைத் தயாரித்துக்கொள்ளப் பயன்படுத்திய மேற்குறித்த உருவில் ஒட்டும் ஓரப் பகுதிகளை நீக்கும்போது பெறப்படும் உருவானது **ஒழுங்கான பன்னிருமுகியின் வலை** (உரு (iv)) எனப்படும்.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டில் நீங்கள் தயாரித்த பொருளானது ஓர் ஒழுங்கான பன்னிருமுகியின் மாதிரி ஆகும்.

ஓர் ஒழுங்கான பன்னிருமுகியின் பண்புகள்

- ஒழுங்கான பன்னிருமுகியில் 12 முகங்கள் உள்ளன.
- அதிலுள்ள எல்லா முகங்களும் ஒழுங்கான ஐங்கோணி வடிவத்தைக் கொண்டுள்ளன.
- ஒழுங்கான பன்னிருமுகியில் 20 உச்சிகள் உள்ளன.
- ஒழுங்கான பன்னிருமுகியில் 30 விளிம்புகள் உள்ளன. அதிலுள்ள எல்லா விளிம்புகளும் நேர் விளிம்புகள் ஆகும்.

6.4 இருபதுமுகி

விசாகப் (வெசாக்) பண்டிகைக் கூடுகள் அமைத்தல் போன்ற அலங்காரங்களுக்குப் பயன்படுத்தப்படும் மேலுமொரு வடிவத்தின் ஓர் உரு இங்கு தரப்பட்டுள்ளது. இவ்வடிவமானது **இருபதுமுகி** (Icosahedron) என அழைக்கப்படும்.

இருபது சமபக்க முக்கோண வடிவ முகங்களால் அமைந்துள்ள இத்திண்மம் **ஒழுங்கான இருபதுமுகி** எனப்படும். உருவில் ஓர் ஒழுங்கான இருபதுமுகி காட்டப்பட்டுள்ளது.

ஓர் ஒழுங்கான இருபதுமுகியின் பண்புகளைச் செயற்பாடு 3 இன் மூலம் அறிந்து கொள்வோம்.

செயற்பாடு 3

படி 1 - இங்கு தரப்பட்டுள்ள உருவை பிரிஸ்டல் அட்டை போன்ற தடிப்பான ஒரு தாளில் பிரதிசெய்து கொள்க. அல்லது ஒரு நகலை எடுத்து தடிப்பான ஒரு தாளில் ஒட்டிக் கொள்க.

உரு (v)

படி 2 - பிரிஸ்டல் அட்டை மீது வரைந்த அல்லது ஒட்டிக் கொண்ட உருவை வெட்டியெடுத்து விளிம்பின் வழியே மடித்து ஓரப் பகுதிகளை ஒட்டுவதன் மூலம் ஓர் இருபதுமுகியின் ஒரு மாதிரியை அமைத்துக் கொள்க.

படி 3 - அமைத்துக் கொண்ட மாதிரியிலிருந்து இருபதுமுகியின் முகங்களின் எண்ணிக்கை, விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க. அதிலுள்ள வேறு சிறப்புப் பண்புகளைப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.

படி 4 - பரீட்சித்து அறிந்து கொண்ட பண்புகளை உங்களது அப்பியாசப் புத்தகத்தில் எழுதுக.

உரு (vi)

ஓர் இருபதுமுகியின் ஒரு மாதிரியைத் தயாரித்துக் கொள்வதற்குப் பயன்படுத்திய மேற்குறித்த உருவில் ஒட்டும் ஓரப் பகுதிகளை நீக்கும்போது பெறப்படும் உருவானது ஓர் **ஒழுங்கான இருபதுமுகியின் வலை** (உரு (vi)) எனப்படும்.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டில் நீங்கள் தயாரித்த பொருளானது ஓர் ஒழுங்கான இருபது முகியின் ஒரு மாதிரி ஆகும்.

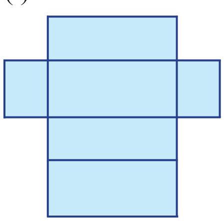
ஓர் ஒழுங்கான இருபதுமுகியின் பண்புகள்

- ஒழுங்கான இருபதுமுகியில் 20 முகங்கள் உள்ளன.
- அதிலுள்ள எல்லா முகங்களும் சமபக்க முக்கோண வடிவத்தைக் கொண்டுள்ளன.
- ஒழுங்கான இருபதுமுகியில் 12 உச்சிகள் உள்ளன.
- ஒழுங்கான இருபதுமுகியில் 30 விளிம்புகள் உள்ளன. அதிலுள்ள எல்லா விளிம்புகளும் நேர் விளிம்புகள் ஆகும்.

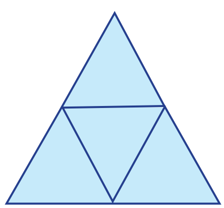
பயிற்சி 6.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு வலையையும் பயன்படுத்திச் செய்யத்தக்க திண்மங்களைப் பெயரிடுக.

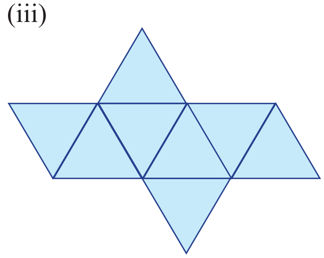
(i)



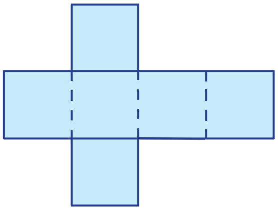
(ii)



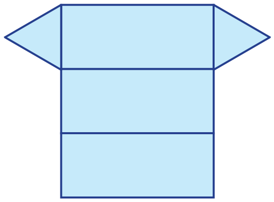
(iii)



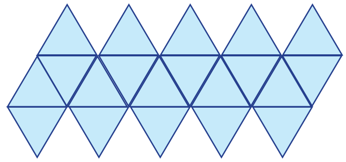
(iv)



(v)



(vi)



6.5 திண்மங்களுக்கு ஒயிலரின் தொடர்பை வாய்ப்புப் பார்த்தல்

நீங்கள் தரம் 7 இல் கற்ற சுவிஸ் இனத்தவரான ஒயிலர் என்னும் கணிதவியலாளரினால் முன்வைக்கப்பட்ட ஒரு திண்மத்தின் விளிம்புகள், உச்சிகள், மேற்பரப்புகள் ஆகியவற்றுக்கிடையிலான தொடர்பை மீண்டும் நினைவுகூர்வோம்.

ஒயிலரின் தொடர்பு
நேர் விளிம்புகளைக் கொண்ட ஒரு திண்மத்தின் முகங்களின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றின் கூட்டுத்தொகையானது விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையிலும் இரண்டு கூடியதாகும்.

இத்தொடர்பை இவ்வாறும் எழுதலாம்.

உச்சிகளின் எண்ணிக்கை (V) + முகங்களின் எண்ணிக்கை (F) = விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை (E) + 2

$$V + F = E + 2$$

செயற்பாடு 4

நீங்கள் செயற்பாடுகள் 1, 2, 3 ஆகியவற்றில் அமைத்த திண்மங்களை அவதானித்து கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

திண்மம்	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை (V)	முகங்களின் எண்ணிக்கை (F)	விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை (E)	ஒயிலரின் தொடர்பு உண்மையா? இல்லையா?
ஒழுங்கான எண்முகி				
ஒழுங்கான பன்னிருமுகி				
ஒழுங்கான இருபதுமுகி				

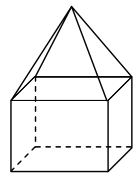
பயிற்சி 6.2

1. ஓர் ஒழுங்கான நான்முகியின் முகங்களின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை, விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றிலிருந்து ஒயிலரின் தொடர்பை வாய்ப்புப் பார்க்க.

2. ஒரு சதுர அடியை உடைய ஒரு கூம்பகத்தில்
   (i) விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை, முகங்களின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றை எழுதுக.
   (ii) இப்பெறுமானங்கள் ஒயிலரின் தொடர்புடன் ஒத்துப் போகின்றன எனக் காட்டுக.

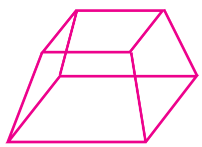
3. குறித்த ஒரு திண்மத்தில் 9 விளிம்புகளும் 6 உச்சிகளும் உண்டெனின் ஒயிலரின் தொடர்பிலிருந்து அதன் முகங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

4. குறித்த ஒரு திண்மத்தின் உரு இங்கே தரப்பட்டுள்ளது. இத்திண்மத்திற்கு ஒயிலரின் தொடர்பு உண்மையாகுமா, இல்லையா என்பதைக் காரணங்களுடன் காட்டுக.



5. 10 விளிம்புகளையும் 6 முகங்களையும் கொண்ட ஒரு திண்மத்திற்கு ஒயிலரின் தொடர்பு பொருந்துமெனின், அத்திண்மத்தின் உச்சிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

6. ஒரு சதுரக் கூம்பக வடிவிலான ஒரு திண்மத்தின் மேற்பகுதியை வெட்டி அகற்றி உருவாக்கப்பட்ட ஒரு திண்மத்தின் மாதிரி உருவில் தரப்பட்டுள்ளது. இத்திண்மத்திற்கு ஒயிலரின் தொடர்பை வாய்ப்புப் பார்க்க.



6.6 பிளேற்றோவின் திண்மங்கள்

திண்மங்களின் எல்லா முகங்களும் சமனானவை ஆகவும் அவை ஒரே வகையிலான ஒழுங்கான பல்கோணிகள் ஆகவும் ஒவ்வோர் உச்சியிலும் சந்திக்கும் முகங்களின் எண்ணிக்கை சமமாக உள்ளதுமான திண்மங்கள் **பிளேற்றோவின் திண்மங்கள்** எனப்படும்.

இவ்வாறான 5 திண்மங்களைப் பற்றி இதுவரை நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள். அவை ஒழுங்கான நான்முகி, சதுரமுகி, ஒழுங்கான எண்முகி, ஒழுங்கான பன்னிருமுகி, ஒழுங்கான இருபதுமுகி ஆகியவை ஆகும். இவையே இதுவரை அறியப்பட்டுள்ள பிளேற்றோவின் திண்மங்கள் ஆகும்.

இத்திண்மங்கள் பிளேற்றோவின் திண்மங்கள் (Platonic solids) என அழைக்கப்படுகின்றன.

ஒழுங்கான நான்முகி சதுரமுகி ஒழுங்கான எண்முகி ஒழுங்கான பன்னிருமுகி ஒழுங்கான இருபதுமுகி

பயிற்சி 6.3

1. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

திண்மம்	திண்மத்தில் உள்ள முகங்களின் வடிவம்	எல்லா முகங்களும் ஒழுங்கானவையா? இல்லையா?	ஒவ்வோர் உச்சியிலும் சந்திக்கும் முகங்களின் எண்ணிக்கைகள் சமனானவையா? சமனற்றவையா?	ஓர் உச்சியில் சந்திக்கும் விளிம்பு களின் எண்ணிக்கை	இதற்கேற்பத் திண்மம் பிளேற்றோவின் திண்மமா? இல்லையா? என்பது பற்றி ஆம்/இல்லை
சதுரமுகி	சதுரம்	ஒழுங்கானது	சமனானது	3	ஆம்
கனவுரு					
ஒழுங்கான நான்முகி					
ஒழுங்கான எண்முகி					

ஒழுங்கான பன்னிருமுகி					
ஒழுங்கான இருபதுமுகி					
கனவுரு மற்றும் கூம்பகம் ஆகியவற்றை இணைத்த கூட்டுத் திண்மம்					

2. விளிம்புகளின் நீளங்கள் சமனாகவுள்ள ஒரு ஒழுங்கான இருபதுமுகியையும் 20 ஒழுங்கான நான்முகியையும் அமைத்துக் கொள்க. இருபதுமுகியின் ஒவ்வொரு முகத்தையும் தொடுமாறு 20 நான்முகிகளையும் ஒட்டுவதன் மூலம் கூட்டுத் திண்மத்தை அமைத்துக் கொள்க. இக்கூட்டுத் திண்மத்தின்

(i) விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை

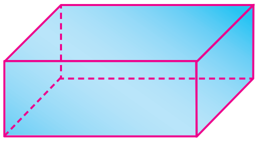
(ii) முகங்களின் எண்ணிக்கை

(iii) உச்சிகளின் எண்ணிக்கை

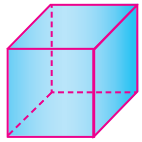
ஆகியவற்றைக் காண்க.

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள திண்மங்களில் பிளேற்றோவின் திண்மங்களைத் தெரிந்து அவற்றின் இலக்கங்களை எழுதுக.

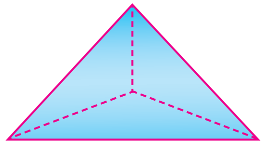
(i)



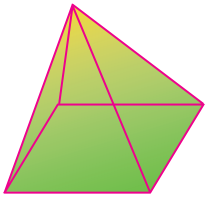
(ii)



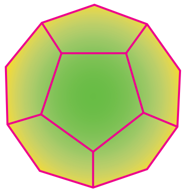
(iii)



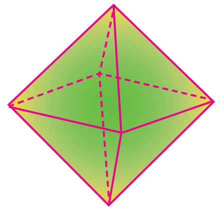
(iv)



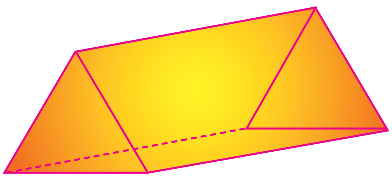
(v)



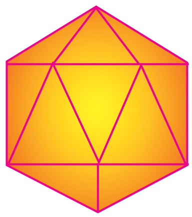
(vi)



(vii)



(viii)



பொழிப்பு

- நேர் விளிம்புகளுடனான ஒரு திண்மத்தின் முகங்களின் எண்ணிக்கையினதும் உச்சிகளின் எண்ணிக்கையினதும் கூட்டுத்தொகையானது விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையிலும் இரண்டால் கூடியதாகும்.
- திண்மங்களின் எல்லா முகங்களும் சமனானவை ஆகவும் அவை ஒரே வகையிலான ஒழுங்கான பல்கோணிகள் ஆகவும் ஒவ்வோர் உச்சியிலும் சந்திக்கும் முகங்களின் எண்ணிக்கை சமமாக உள்ளதுமான திண்மங்கள் பிளேற்றோவின் திண்மங்கள் எனப்படும்.
- ஒழுங்கான நான்முகி, சதுரமுகி, ஒழுங்கான எண்முகி, ஒழுங்கான பன்னிருமுகி, ஒழுங்கான இருபதுமுகி ஆகிய ஐந்து திண்மங்கள் இதுவரை கண்டறியப்பட்ட பிளேற்றோவின் திண்மங்கள் என அழைக்கப்படும்.

திண்மப் பொருள் \ பண்புகள்	ஒரு முகத்தின் வடிவம்	முகங்களின் எண்ணிக்கை	விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை
சதுரமுகி	சதுர வடிவம்	6	12	8
கனவுரு	செவ்வக வடிவம், சதுரம்	6	12	8
ஒழுங்கான நான்முகி	சமபக்க முக்கோண வடிவம்	4	6	4
சதுரக் கூம்பகம்	ஒரு முகம் சதுர வடிவானது. மற்றைய நான்கு முகங்களும் ஒரே அளவான முக்கோண வடிவங்கள்	5	8	5
முக்கோண அரியம்	2 முக்கோண வடிவ முகங்கள் 3 செவ்வக வடிவ முகங்கள்	5	9	6
ஒழுங்கான எண்முகி	ஒன்றுக்கொன்று சமனான சமபக்க முக்கோண வடிவங்கள்	8	12	6
ஒழுங்கான பன்னிருமுகி	ஒழுங்கான ஐங்கோணி வடிவம்	12	30	20
ஒழுங்கான இருபதுமுகி	சமபக்க முக்கோண வடிவம்	20	30	12

8 வர்க்கமூலம்

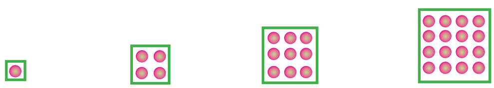
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- நிறைவர்க்க எண்களை இனங்காண்பதற்கும்
- 1 தொடக்கம் 20 வரையுள்ள முழு எண்களின் வர்க்கங்களை எழுதிக் காட்டுவதற்கும்
- 1 தொடக்கம் 1000 வரையுள்ள நிறைவெண்களின் வர்க்கமூலங்களை அவதானித்தும் முதன்மைக் காரணிகளின் மூலமும் அவற்றைப் பெறுவதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

8.1 நிறைவர்க்க எண்கள் (நேர் நிறைவெண்களின் வர்க்கம்)

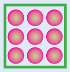
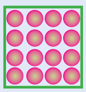
சிறு வட்டங்களைப் பயன்படுத்திச் சதுர வடிவக் கோலங்களாகக் காண்பிக்கக்கூடிய சில எண்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.



நிரை 1	நிரை 2	நிரை 3	நிரை 4
நிரல் 1	நிரல் 2	நிரல் 3	நிரல் 4

1, 4, 9, 16, ... ஆகிய எண்கள் சதுர எண்கள் என நீங்கள் அறிந்திருக்கிறீர்கள்.

எண் ஒன்றை அதே எண்ணால் பெருக்குவதால் 1, 4, 9, 16, ... என்னும் ஒவ்வொரு சதுர எண்ணும் பெறப்படும். சுட்டி வடிவில் இவ்வெண்களை முறையே 1^2, 2^2, 3^2, 4^2,... என எழுதலாம். இவை முறையே ஒன்றின் வர்க்கம், இரண்டின்,... வர்க்கம் என வாசிக்கப்படும்.

சதுர எண்ணைக் குறித்தல்	நிரைகளும் நிரல்களும்	எண்ணின் வர்க்கம் பெறப்பட்ட விதம்	எண்ணின் வர்க்கம் சுட்டியாக	எண்ணின் வர்க்கத்தின் பெறுமானம்
 முதலாம் உறுப்பு	1 நிரை 1 நிரல்	1×1	1^2	1
 இரண்டாம் உறுப்பு	2 நிரை 2 நிரல்	2×2	2^2	4
 மூன்றாம் உறுப்பு	3 நிரை 3 நிரல்	3×3	3^2	9
 நான்காம் உறுப்பு	4 நிரை 4 நிரல்	4×4	3^2	16

நேர் முழு எண் ஒன்றை அதே நேர் முழு எண்ணால் பெருக்கிப் பெறப்படும் எண்கள் **நிறைவர்க்க எண்கள்** எனப்படுகின்றன.

1, 4, 9, 16, ... ஆகிய எண்கள் முறையே 1, 2, 3, 4, ... என்னும் எண்களின் நிறைவர்க்க எண்கள் ஆகின்றன.

உதாரணம் 1

பக்கம் ஒன்றின் நீளம் 8 cm ஆகவுள்ள சதுர வடிவப் பீங்கான் ஓடு ஒன்றின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவின் எண் சார்ந்த பெறுமானம் நிறைவர்க்க எண்ணாகும் எனக் காட்டுக.

சதுரப் பீங்கான் ஓட்டின் பக்கம் ஒன்றின் நீளம் $= 8$ cm

அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= 8 \times 8$ cm^2

$= 64$ cm^2

பரப்பளவின் எண் சார்ந்த பெறுமானம் $= 64 = 8 \times 8$

64 ஐ 8×8 எனக் காண்பிக்கலாம் என்பதால், இச்சதுர வடிவப் பீங்கான் ஓட்டின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவுக்குரிய எண் சார்ந்த பெறுமானம் 8 இன் ஒரு நிறைவர்க்கமாகும்.

பயிற்சி 8.1

1. 5 இன் நிறைவர்க்க எண்ணைப் புள்ளிக் கோலம் மூலம் வரைந்து காட்டி, அவ்வெண்ணையும் எழுதிக் காட்டுக.

2. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்தி, அதன் கீழேயுள்ள வினாக்களுக்கு விடை எழுதுக.

நிறைவெண்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
நிறைவெண்ணின் வர்க்கம்																	

அட்டவணையில் நிரை 2 இல் உள்ள சில நிறைவர்க்கங்கள் இரண்டைக் கூட்டும் போது வேறொரு நிறைவர்க்கம் கிடைக்கும். அவ்வாறு அமையக்கூடிய நான்கு எண் சோடிகளை அட்டவணையிலிருந்து தெரிவு செய்து எழுதுக.

$3^2 + 4^2 = 5^2$

.... + ... = ...

.... + ... = ...

.... + ... = ...

3. (i) 10 இற்கும் 20 இற்கும் இடையில் உள்ள நிறைவர்க்க எண்ணை எழுதி அதற்கான காரணத்தையும் எழுதுக.
   (ii) 50 இற்கும் 70 இற்கும் இடையில் உள்ள நிறைவர்க்க எண்களை எழுதி அதற்கான காரணத்தையும் எழுதுக.
   (iii) 80 இற்கும் 90 இற்கும் இடையில் உள்ள நிறைவர்க்க எண்ணை எழுதி அதற்கான காரணத்தையும் எழுதுக.
   (iv) 110 இற்கும் 160 இற்கும் இடையில் எத்தனை நிறைவர்க்க எண்கள் உள்ளன.

4. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

ஒற்றை எண்களை முறையே கூட்டல்	கூட்டுத்தொகை	நிறைவர்க்க எண் (சுட்டியாக)
1		
1 + 3	4	2^2
1 + 3 + 5		
1 + 3 + 5 + 7		
1 + 3 + 5 + 7 + 9		

1 இல் இருந்து குறிப்பிட்ட ஏதேனும் எண் வரையான சகல ஒற்றை எண்களையும் வரிசையாகக் கூட்டிப் பெறப்படும் எண்கள் என்ன சிறப்பியல்பைக் கொண்டுள்ளன என்பதை எழுதுக.

8.2 நிறைவர்க்க எண் ஒன்றின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம்

1 இலிருந்து 15 வரையுள்ள எண்களின் வர்க்கங்கள் அடங்கிய அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

எண்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
நிறைவர்க்க எண்	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225
நிறைவர்க்க எண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம்	1	4	9	6	5	6	9	4	1	0	1	4	9	6	5

ஒரு நிறை எண்ணின் நிறைவர்க்கத்தின் ஒன்றினிடத்து இலக்கமானது அவ்வெண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கத்தின் நிறைவர்க்கத்தின் ஒன்றினிடத்து இலக்கமாகும். அது அட்டவணையில் மூன்றாம் நிரையில் உள்ள இலக்கமொன்றாகும்.

- அதாவது, ஒரு நிறைவர்க்கத்தின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 1, 4, 5, 6, 9, 0 என்னும் இலக்கங்களின் ஒன்றாகவே அமையும்.
- 2, 3, 7, 8 என்னும் இலக்கங்களில் எந்தவொன்றும் ஒருபோதும் நிறைவெண் ஒன்றின் வர்க்கத்தின் இறுதி இலக்கமாக (ஒன்றினிடத்து இலக்கமாக) அமையாது.

உதாரணம் 1

272 ஒரு நிறைவர்க்கமா?

ஓர் எண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 2, 3, 7 அல்லது 8 ஆகுமெனின், அவ்வெண் நிறைவர்க்க எண்ணாகாது.

272 இல் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 2 ஆகும். ஆகவே 272 ஒரு நிறைவர்க்க எண்ணன்று.

பயிற்சி 8.2

1. பின்வரும் ஒவ்வோர் எண்ணினதும் ஒன்றினிடத்து இலக்கத்தை அவதானித்து அவ்வெண்கள், நிறைவர்க்க எண்கள் அல்ல என்பதைக் காரணங்களுடன் காட்டுக.

(i) 832 (ii) 957 (iii) 513

2. ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 9 ஆக உள்ள நிறைவர்க்க எண் ஒன்றுக்கான உதாரணத்தைத் தருக.

3. ''ஒரு நிறைவெண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 0, 1, 4, 5, 6, 9 என்னும் இலக்கங்களுள் ஒன்றாக இருந்தால் அவ்வெண் நிறைவர்க்க எண்ணாகும்'' என்னும் கூற்று எப்போதும் உண்மையாகாது என்பதை உதாரணங்களுடன் விளக்குக.

4. பின்வரும் எண்களின் நிறைவர்க்க எண்களின் ஒன்றினிடத்து இலக்கத்தை எழுதுக.
(i) 34 (ii) 68 (iii) 45

8.3 ஓர் எண் நிறைவர்க்க எண்ணாகும்போது அதன் வர்க்கமூலம்

$16 = 4 \times 4 = 4^2$, 4 இன் நிறைவர்க்கம் 16 என்பதால் 16 இன் வர்க்கமூலம் 4 ஆகும்.

$49 = 7^2$ என்பதால் 49 இன் வர்க்கமூலம் 7 ஆகும்.

$81 = 9^2$ என்பதால் 81 இன் வர்க்கமூலம் 9 ஆகும்.

எண் ஒன்றின் வர்க்கமூலத்தைக் காட்டுவதற்கு "$\sqrt{\ }$" என்னும் குறியீடு பயன்படுத்தப்படும்.

அதற்கேற்ப 16 இன் வர்க்கமூலம் $= \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$

25 இன் வர்க்கமூலம் $= \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

100 இன் வர்க்கமூலம் $= \sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$

4 இன் வர்க்கமூலம் $= \sqrt{4} = 2$ ($2^2 = 4$ என்பதால்)

1 இன் வர்க்கமூலம் $= \sqrt{1} = 1$ ($1^2 = 1$ என்பதால்)

a என்பது நேர் நிறைவெண்ணாகவும் $c = a^2$ உம் ஆக இருப்பின் $\sqrt{c} = a$ ஆகும். அதாவது a என்பது c யின் வர்க்கமூலமாகும்.

ஓர் எண் இன்னுமோர் எண்ணின் நிறைவர்க்க எண் என்பதால் முன் கூறிய எண்ணின் வர்க்கமூலம் இரண்டாவது எண்ணாகும்.

36, 49, 64 என்னும் சில நிறைவர்க்கங்களின் வர்க்கமூலத்தை மனக் கணக்கின் மூலம் கூறலாம். இருந்தபோதும் எல்லா நிறைவர்க்க எண்களினதும் வர்க்கமூலத்தை நினைவில் வைத்திருப்பது கடினமானது. எனவே வேறு வழிகளைப் பயன்படுத்தி வர்க்கமூலத்தைக் காணவேண்டும்.
அவற்றில்

- முதன்மைக் காரணிகளின் பயன்பாடு
- அவதானிப்பு

என்னும் இரு முறைகளைப் பயன்படுத்தி வர்க்கமூலத்தைக் காணும் விதத்தை அறிந்து கொள்வோம்.

- **முதன்மைக் காரணிகள் மூலம் நிறைவர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்தை காணுதல்**

$\sqrt{36}$ இன் பெறுமானத்தை முதன்மைக் காரணிகள் மூலம் காண்போம்.

36 ஐ முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுவோம்.

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$36 = (2 \times 3) \times (2 \times 3)$$
$$= (2 \times 3)^2$$
$$\sqrt{36} = 2 \times 3$$
$$= 6$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

உதாரணம் 1

$\sqrt{576}$ இன் பெறுமானத்தை முதன்மைக் காரணிகளின்மூலம் காண்க.

$$576 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$= (2 \times 2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 3)$$
$$= (2 \times 2 \times 2 \times 3)^2 \text{ அல்லது } 576 = 24^2$$
$$\therefore \sqrt{576} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \text{ அல்லது } \sqrt{576} = 24$$
$$= 24$$

பயிற்சி 8.3

1. பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $\sqrt{(2 \times 5)^2}$ (ii) $\sqrt{(2 \times 3 \times 5)^2}$ (iii) $\sqrt{(3 \times 5) \times (3 \times 5)}$

(iv) $\sqrt{3 \times 3 \times 7 \times 7}$ (v) $\sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$

2. முதன்மைக் காரணிகளின் மூலம் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

(i) 144 (ii) 400 (iii) 900 (iv) 324 (v) 625 (vi) 484

3. 256 m^2 பரப்பளவுடைய சதுர வடிவ வாகனத் தரிப்பிடத்தின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

4. சதுர வடிவப் பூப்பாத்தியொன்று 169 m^2 பரப்பளவுடையது. அப்பூப்பாத்தியின் சுற்றளவைக் காண்க.

- **அவதானிப்பு மூலம் நிறைவர்க்கத்தின் வர்க்கமூலத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளுதல்**

➢ **எண் ஒன்றின் வர்க்க மூலத்தின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம்**

செயற்பாடு 1

1. இதுவரை அறிந்து கொண்ட நிறைவர்க்க எண்களுக்கும் அவற்றின் வர்க்க மூலங்களுக்கும் ஏற்பப் பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

(i)	ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 1 ஆகவுள்ள நிறைவர்க்க எண்	1	81	121	361	441
	அவற்றின் வர்க்கமூலம்	1	9	11	19	21
(ii)	ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 4 ஆகவுள்ள நிறைவர்க்க எண்					
	அவற்றின் வர்க்கமூலம்					
(iii)	ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 5 ஆகவுள்ள நிறைவர்க்க எண்					
	அவற்றின் வர்க்கமூலம்					
(iv)	ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 6 ஆகவுள்ள நிறைவர்க்க எண்					
	அவற்றின் வர்க்கமூலம்					
(v)	ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 9 ஆகவுள்ள நிறைவர்க்க எண்					
	அவற்றின் வர்க்கமூலம்					
(vi)	ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 0 ஆகவுள்ள நிறைவர்க்க எண்					
	அவற்றின் வர்க்கமூலம்					

2. மேலே 1 இல் இலக்கம் (i) இலிருந்து (vi) வரை உள்ள நிரைகளில் பெற்ற தகவல்களுக்கு இணங்க கீழே உள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

நிறைவர்க்க எண்களின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம்	வர்க்கமூலத்தின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம்
1	
4	
5	
6	
9	
0	

மேற்குறித்த செயற்பாட்டில் நிறைவர்க்க எண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கத்திற்கேற்ப அதன் வர்க்கமூலத்தின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் பின்வருமாறாகும்.

நிறைவர்க்க எண்களின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம்	வர்க்கமூலத்தின் இறுதி இலக்கம்
1	1 அல்லது 9
4	2 அல்லது 8
5	5
6	4 அல்லது 6
9	3 அல்லது 7
0	0

- **101 தொடக்கம் 1000 வரை உள்ள நிறைவர்க்க எண்களின் வர்க்கமூலத்தின் பத்தினிடத்து இலக்கம்**

$40 \times 40 = 1600$ என்பதால் 101 இல் இருந்து 1000 வரை உள்ள எண் ஒன்றின் வர்க்கமூலம் 40 இலும் குறைவான எண்ணாக அமையும். எனவே அவ்வெண்ணின் வர்க்கமூலம் ஒன்றுகள், பத்துகள் ஆகியவற்றை மாத்திரம் கொண்ட எண்ணாக இருக்கும்.

எண் ஒன்றின் வர்க்கமூலத்தைக் காணும்போது விடையின் பத்தினிடத்து இலக்கம் கீழே உள்ளவாறு அமையும்.

- ஏதேனும் ஓர் எண்ணின் நூறினிடத்து இலக்கம் நிறைவர்க்க எண்ணானால் அவ்விலக்கத்தின் வர்க்கமூலம் விடையின் பத்தினிடத்து இலக்கமாக அமையும்.
- நூறினிடத்து இலக்கம் நிறைவர்க்க எண் அல்லாவிடின் அவ்விலக் கத்துக்கு அண்மித்துள்ள குறைவான நிறைவர்க்கத்தின் வர்க்கமூலம் விடையின் பத்தினிடத்து இலக்கமாக அமையும்.

உதாரணம் 1

$\sqrt{961}$ ஐக் காண்க.

- 961 இன் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 1 ஆகையால் வர்க்கமூலத்தின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 1 அல்லது 9 ஆகும்.
- 961 இன் நூறினிடத்து இலக்கம் 9 உம் அத்துடன் அது ஒரு நிறைவர்க்கம் ஆகையால் விடையின் பத்தினிடத்து இலக்கம் $\sqrt{9}$ அதாவது 3 ஆகும்.

இதற்கேற்ப $\sqrt{961}$ இன் பெறுமானம் 31 அல்லது 39 ஆக அமையலாம். அதனைப் பரீட்சித்துப் பார்ப்போம்.

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 31 \\ \hline 31 \\ 93 \\ \hline 961 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 39 \\ \times 39 \\ \hline 351 \\ 117 \\ \hline 1521 \\ \hline \end{array}$$

$31^2 = 961$ என்பதால்

$\therefore \sqrt{961} = 31$

உதாரணம் 2

625 இன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

நூறினிடம் ஒன்றினிடம்

$\boxed{625}$

- 625 இன் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 5 ஆகையால், அதன் வர்க்கமூலத்தின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 5 ஆகும்.
- எண்ணின் நூறினிடத்து இலக்கம் 6 ஆகையால், வர்க்கமூலத்தின் பத்தினிடத்து இலக்கம் 6 இலும் குறைந்த 6 இற்கும் கிட்டவுள்ள நிறைவர்க்கத்தின் வர்க்கமூலமாகும்.

6 இலும் குறைந்த 6 இற்குக் கிட்டிய நிறைவர்க்கம் 4 ஆகும்.

$\therefore$ அதன் வர்க்கமூலம் 2 ஆகும்.

$\therefore \sqrt{625} = 25$

உதாரணம் 3

$\sqrt{784}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

முறை I

நூறினிடம் ஒன்றினிடம்

$\boxed{784}$

- 784 இன் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 4 ஆகையால் $\sqrt{784}$ இன் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 2 அல்லது 8 ஆகும்.
- 784 இன் நூறினிடத்து இலக்கம் 7 ஆகையால் $\sqrt{784}$ இன் பத்தினிடத்து இலக்கம் 7 இலும் குறைந்த 7 இற்குக் கிட்டிய நிறைவர்க்கத்தின் வர்க்கமூலமாகும். 7 இலும் குறைந்த 7 இற்குக் கிட்டிய நிறைவர்க்கம் 4 ஆகும். $\sqrt{4} = 2$.

$\therefore \sqrt{784}$ இன் பெறுமானம் 22 அல்லது 28 ஆக இருக்கலாம். அதனைப் பரீட்சித்துப் பார்ப்போம்.

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 28 \\ \times 28 \\ \hline 224 \\ 56 \\ \hline 784 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore \sqrt{784} = 28$ ஆகும்.

முறை II

10 இன் மடங்கிலிருந்து கிடைக்கும் நிறைவர்க்க எண்களாகிய 100, 400, 900 ஆகியவற்றிடையே 784 ஆனது 400 இற்கும் 900 இற்குமிடையே உள்ளது.

784 ஐ 400, 900 ஆகியவற்றிற்கு இடையில் எழுதும்போது

$400 < 784 < 900$ ஆகும்.

$\sqrt{400} < \sqrt{784} < \sqrt{900}$ (நிறைவர்க்க எண்கள் மூன்றினதும் வர்க்கமூலங்கள்)

$20 < \sqrt{784} < 30$

இதற்கேற்ப $\sqrt{784}$ ஆனது 20 இற்கும் 30 இற்குமிடையே உள்ளது.

784 இன் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 4 ஆகையால், அதன் வர்க்கமூலத்தின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 2 அல்லது 8 ஆக இருத்தல் வேண்டும். ஆகவே $\sqrt{784}$ இன் பெறுமானம் 22 அல்லது 28 ஆக இருத்தல் வேண்டும்.

400, 900 ஆகியவற்றில் 784 ஆனது 900 இற்கு மிகக் கிட்டியதாகும்.

$\therefore \sqrt{784}$ இன் பெறுமானம் 28 ஆகும்.
அது சரியா எனப் பார்ப்போம்.

$\therefore \sqrt{784}$ இன் பெறுமானம் 28 ஆகும்.

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times\ 28 \\ \hline 784 \\ \hline\hline \end{array}$$

$\therefore \sqrt{784} = 28$

உதாரணம் 4

836 ஒரு நிறைவர்க்க எண் அல்ல எனக் காட்டுக.

நூறினிடம் ஒன்றினிடம்

$\boxed{836}$

- 836 இன் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 6 என்பதால் அது நிறைவர்க்க எண்ணாகும் என உடனடியாகக் கூற முடியாது.
- 836 என்பது நிறைவர்க்க எண் எனின் அதன் வர்க்கமூலத்தின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 4 அல்லது 6 ஆக இருக்கும்.
- 836 இன் நூறினிடத்து இலக்கம் 8 ஆகும். 8 இலும் குறைந்த அதற்கு அண்மித்த நிறை வர்க்க எண் 4 என்பதால் வர்க்கமூலத்தின் பத்தினிடத்து இலக்கம் $\sqrt{4}$ அதாவது 2 ஆகும்.

ஆகையால் 836, ஒரு நிறைவர்க்கமெனின் அதன் வர்க்கமூலம் 24 அல்லது 26 ஆக அமையும். ஆனால் $24 \times 24 = 576$ ஆவதுடன் $26 \times 26 = 676$ ஆகும். எனவே 836 ஒரு நிறைவர்க்க எண் அல்ல.

பயிற்சி 8.4

1. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

நிறைவர்க்க எண்	அந்நிறைவர்க்கத்தின் வர்க்கமூலம்
9	$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$
36	
64	
121	
400	
900	

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு எண்ணும் நிறைவர்க்க எண்ணாகுமா எனக் கண்டு நிறைவர்க்க எண் ஆகுமெனின் அதன் வர்க்கமூலத்தை காண்க.

(i) 169 (ii) 972 (iii) 441 (iv) 716
(v) 361 (vi) 484 (vii) 522 (viii) 529
(ix) 372 (x) 624

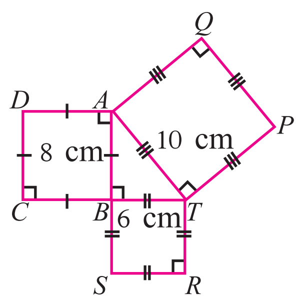
3. $\sqrt{324}$ இன் பெறுமானம் 15 இற்கும் 20 இற்கும் இடைப்பட்ட நிறைவர்க்க எண்ணாகும். இறுதி இலக்கத்தை அவதானித்து $\sqrt{324}$ ஐக் காண்க.

4. 676, ஒரு நிறைவர்க்க எண்ணாகும். அதன் வர்க்கமூலம் 20 இற்கும் 30 இற்கும் இடையில் அமையும் ஒரு முழு எண்ணாகும். $\sqrt{676}$ ஐக் காண்க.

5. பின்வரும் ஒவ்வொரு நிறைவர்க்க எண்ணினதும் வர்க்கமூலத்தை அவதானிப்பதன் மூலம் காண்க.
(i) 256 (ii) 441 (iii) 729 (iv) 361 (v) 841

பலவினப் பயிற்சி

1. *ABCD* என்பது பக்க நீளம் 8 cm உடைய ஒரு சதுரமாகும். *BTRS* என்பது பக்க நீளம் 6 cm ஐ உடைய ஒரு சதுரமாகும். *ATPQ* என்பது பக்க நீளம் 10 cm உடைய ஒரு சதுரமாகும்.



(i) *ABCD* இன் பரப்பளவைக் காண்க.

(ii) *BTRS* இன் பரப்பளவைக் காண்க.

(iii) *ATPQ* இன் பரப்பளவைக் காண்க.

(iv) மூன்று சதுரங்களினதும் பரப்பளவுகளுக்கிடையிலான தொடர்பைக் காண்க.

2. $\sqrt{500}$ இன் பெறுமானத்தை முதன்மைக் காரணிகளைப் பயன்படுத்திப் பெற முடியாது. அதற்குரிய காரணத்தை விளக்குக.

3. $8^2 - 5^2 = (8 + 5)\ (8 - 5)$ உண்மையெனக் காட்டி, வேறொரு நிறைவர்க்க எண் சோடிக்கும் மேற்குறித்த இயல்பு உண்டெனக் காட்டுக.

பொழிப்பு

- முழு எண் ஒன்றை அதே முழு எண்ணால் பெருக்குவதால் நிறைவர்க்க எண் ஒன்றைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.
- நிறைவர்க்க எண்ணைப் பெற்றுக்கொள்ளப் பெருக்கப்பட்ட எண்ணே அந்நிறைவர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலமாக இருக்கும்.
- எண் ஒன்றின் வர்க்கமூலத்தை "$\sqrt{\ }$" என்னும் குறியீடு மூலம் காட்டுவோம்.
- 101 தொடக்கம் 1000 வரையுள்ள நிறைவர்க்க எண் ஒன்றின் வர்க்கமூலத்தை அவ்வெண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கத்தையும் நூறினிடத்து இலக்கத்தையும் அவதானித்துப் பெற்றுக்கொள்ளலாம்.
- முதன்மைக் காரணிகளைக் காண்பதன்மூலம் நிறைவர்க்க எண் ஒன்றின் வர்க்கமூலத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

9

திணிவு

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- மெட்ரிக் தொன் என்பது திணிவை அளக்கப் பயன்படும் ஓர் அலகு என இனங்காணவும்
- கிலோகிராமுக்கும் மெட்ரிக் தொன்னுக்கும் இடையில் உள்ள தொடர்பை அறிந்து கொள்ளவும்
- மெட்ரிக் தொன் அடங்கிய திணிவுடன் தொடர்புபட்ட பிரசினங்களைத் தீர்க்கவும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

9.1 திணிவை அளக்கும் அலகுகள்

மில்லிகிராம், கிராம், கிலோகிராம் என்பன திணிவை அளக்கப் பயன்படும் அலகுகள் என இதற்கு முன்னர் கற்றுள்ளீர்கள். இப்போது நாம் திணிவை அளக்கும் இன்னொரு அலகை அறிந்து கொள்வோம்.

உருவில் உள்ள பரசிற்றமோல் வில்லையின் திணிவு 500 mg எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளது.

உருவில் உள்ள மாஜரீன் பக்கெற்றின் திணிவு 250 g எனக் குறிக்கப் பட்டுள்ளது.

250 g

உருவில் உள்ள சீமெந்து மூடையின் திணிவு 50 kg எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளது.

உருவில் உள்ள பொதிகள் ஏற்றப்பட்ட லொறியின் திணிவு அண்ணளவாக 20 t எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளது.

மேலே உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப லொறி போன்ற பெரிய அளவிலான திணிவை அளக்கக் கிலோகிராமிலும் (kg) பெரிய அலகான மெட்ரிக் தொன் என்னும் அலகு உபயோகப்படுத்தப்படுகின்றது. மெட்ரிக் தொன் என்பது t என்னும் குறியீட்டினால் குறிக்கப்படும்.

1 மெட்ரிக் தொன் என்பது 1000 கிலோகிராமிற்குச் சமனாகும். அதாவது 1 t = 1000 kg ஆகும். மேலே குறிக்கப்பட்ட திணிவை அளக்கும் அலகுகளுக்கு இடையிலான தொடர்பு பின்வருமாறு,

$$\boxed{\begin{aligned} 1\ \text{g} &= 1000\ \text{mg} \\ 1\ \text{kg} &= 1000\ \text{g} \\ 1\ \text{t} &= 1000\ \text{kg} \end{aligned}}$$

9.2 மெட்ரிக் தொன், கிலோகிராம் என்பவற்றுக்கிடையிலான தொடர்பு

- **மெட்ரிக் தொன்னில் தரப்பட்ட திணிவைக் கிரோகிராமில் காட்டுதல்**

மெட்ரிக் தொன்னில் தரப்பட்ட ஒரு திணிவைக் கிலோகிராமில் காட்டும் விதத்தைப் பார்ப்போம்.

1 t = 1000 kg ஆகும்.

$2\ \text{t} = 2 \times 1000\ \text{kg} = 2000\ \text{kg}$

$3\ \text{t} = 3 \times 1000\ \text{kg} = 3000\ \text{kg}$

இவ்வாறு மெட்ரிக் தொன்னில் தரப்பட்ட ஒரு திணிவைக் கிலோகிராமிற்கு மாற்றுவதற்கு மெட்ரிக் தொன்னினால் தரப்பட்ட திணிவை 1000 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

உதாரணம் 1

8.756 t ஐக் கிலோகிராமில் காட்டுக.

$$\begin{aligned} 8.756\ \text{t} &= 8.756 \times 1000\ \text{kg} \\ &= 8756\ \text{kg} \end{aligned}$$

உதாரணம் 2

3 t 850 kg ஐக் கிலோகிராமில் காட்டுக.

$$\begin{aligned} 3\ \text{t}\ \ 850\ \text{kg} &= 3\ \text{t} + 850\ \text{kg} \\ &= 3 \times 1000\ \text{kg} + 850\ \text{kg} \\ &= 3000\ \text{kg} + 850\ \text{kg} \\ &= 3850\ \text{kg} \end{aligned}$$

உதாரணம் 3

8.756 t ஐ மெட்ரிக் தொன்னிலும் கிலோகிராமிலும் தருக.

$$\begin{aligned} 8.756\ \text{t} &= 8\ \text{t} + 0.756\ \text{t} \\ &= 8\ \text{t} + 0.756 \times 1000\ \text{kg} \\ &= 8\ \text{t} + 756\ \text{kg} \\ &= 8\ \text{t}\ \ 756\ \text{kg} \end{aligned}$$

உதாரணம் 4

$3\frac{1}{2}$ t ஐக் கிலோகிராமில் தருக.

$$\begin{aligned} 3\frac{1}{2}\ \text{t} &= 3\ \text{t} + \frac{1}{2}\ \text{t} \\ &= 3 \times 1000\ \text{kg} + 500\ \text{kg} \\ &= 3000\ \text{kg} + 500\ \text{kg} \\ &= 3500\ \text{kg} \end{aligned}$$

- **கிலோகிராமில் தரப்பட்ட திணிவை மெட்ரிக் தொன்னாக மாற்றுதல்**

கிலோகிராமில் தரப்பட்ட திணிவு ஒன்றை மெட்ரிக் தொன்னாக மாற்றும் விதத்தைப் பார்ப்போம்.

$1000 \text{ kg} = 1 \text{ t}$ ஆகும்.

$$2000 \text{ kg} = \frac{2000}{1000} \text{ t} = 2 \text{ t}$$

$$3000 \text{ kg} = \frac{3000}{1000} \text{ t} = 3 \text{ t}$$

இவ்வாறு கிலோகிராமில் தரப்பட்ட திணிவு ஒன்றை மெட்ரிக் தொன்னாக மாற்றுவதற்குக் கிலோகிராமில் தரப்பட்ட அளவை 1000 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

உதாரணம் 5

2758 kg ஐ மெட்ரிக் தொன்னில் தருக.

$$2758 \text{ kg} = \frac{2758}{1000} \text{ t}$$
$$= 2.758 \text{ t}$$

உதாரணம் 6

2225 kg ஐ மெட்ரிக் தொன்னிலும் கிலோகிராமிலும் தருக.

$$2225 \text{ kg} = 2000 \text{ kg} + 225 \text{ kg}$$
$$= \frac{2000}{1000} \text{ t} + 225 \text{ kg}$$
$$= 2 \text{ t} + 225 \text{ kg}$$
$$= 2 \text{ t} \ \ 225 \text{ kg}$$

இவ்வாறு 1000 kg அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அளவுடைய திணிவை மெட்ரிக் தொன், கிலோகிராம் என்னும் அலகுகளில் காட்டும்போது, கிலோகிராமை 1000 இன் மடங்காகவும் 1000 இலும் குறைவான எண்ணின் கூட்டுத்தொகையாகவும் எழுதிக்கொள்ள வேண்டும்.

உதாரணம் 7

3 t 675 kg ஐ மெட்ரிக் தொன்னில் தருக.

$$3 \text{ t } 675 \text{ kg} = 3 \text{ t} + 675 \text{ kg}$$
$$= 3 \text{ t} + \frac{675}{1000} \text{ t}$$
$$= 3 \text{ t} + 0.675 \text{ t}$$
$$= 3.675 \text{ t}$$

உதாரணம் 8

பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

திணிவு	அத்திணிவு t, kg என்பவற்றில்	அத்திணிவு மெட்ரிக் தொன்னில்
2400 kg	2 t 400 kg	2. 400 t
5850 kg	5 t 850 kg	5. 580 t
1050 kg	1 t 050 kg	1. 050 t
600 kg	0 t 600 kg	0. 600 t

பயிற்சி 9.1

1. கீழே தரப்பட்ட திணிவுகளை மெட்ரிக் தொன்னில் தருக.
(i) 2350 kg (ii) 5050 kg (iii) 3 t 875 kg (iv) 13 t 7 kg

2. கீழே தரப்பட்ட ஒவ்வொரு திணிவையும் கிலோகிராமிற்கு மாற்றுக.
(i) 7 t (ii) 17 t (iii) 3 t 650 kg (iv) 2 t 65 kg
(v) 1.075 t (vi) 7.005 t (vii) 4.68 t (viii) $\frac{3}{4}$ t

3. பின்வரும் ஒவ்வொரு திணிவையும் மெட்ரிக் தொன், கிலோகிராம் என்பவற்றில் தருக.
(i) 1.275 t (ii) 2.025 t (iii) 5.75 t (iv) 7.3 t (v) 7.003 t

4. வளர்ச்சியடைந்த திமிங்கிலம் ஒன்று 19 000 kg திணிவுடையது. அதனை மெட்ரிக் தொன்னில் தருக.

5. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பொருளினதும் திணிவை அளக்கப் பயன்படும் அலகுகளுக்கு எதிரே ✓ அடையாளமிடுக.

அளக்கப்படும் பொருள்	mg	g	kg, g	kg	t
மாங்காய்	....	....	....	....	....
வாழைப்புச் சீப்பு	....	....	....	....	....
ஒரு மூடை வற்றாளைக்கிழங்கு	....	....	....	....	....
மருந்து வில்லை	....	....	....	....	....
லொறி	....	....	....	....	....
மின் தூக்கியில் ஏற்றப்பட்ட 10 பயணப் பொதிகள்	....	....	....	....	....

6. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

தரப்பட்ட பொருளின் திணிவு மெட்ரிக் தொன்னில்	அத்திணிவு மெட்ரிக் தொன்னிலும் கிலோகிராமிலும்	அத்திணிவு கிலோகிராமில்
1.6 t	1 t 600 kg	1600 kg
3.85 t	....	....
7.005 t	....	....
....	7 t 875 kg	....
....	6 t 5 kg	....
....	....	7008 kg
....	....	14 375 kg

9.3 மெட்ரிக் தொன்னிலும் கிலோகிராமிலும் தரப்பட்ட திணிவுகளைக் கூட்டல்

விமானம் ஒன்று 181 t 350 kg திணிவுடையது. அதில் இருக்கும் பயணிகளினதும் அவர்களது பயணப் பொதிகளினதும் திணிவு 60 t 800 kg ஆகும். அப்போது பயணிகளுடனான விமானத்தின் மொத்தத் திணிவைக் காண்போம்.

இதற்காக விமானத்தின் திணிவையும் பயணப் பொதிகளுடனான பயணிகளின் திணிவையும் கூட்டுவோம்.

முறை I

	t	kg
	181	350
+	60	800
	242	150

கிலோகிராம் நிரலைக் கூட்டுவோம்.

350 kg + 800 kg = 1150 kg

1150 kg = 1000 kg + 150 kg

= 1 t + 150 kg

150 kg ஐ கிலோகிராம் நிரலில் எழுதுவோம்.

1 t ஐ மெட்ரிக் தொன் நிரலுக்குக் கொண்டு சென்று கூட்டுவோம்.

1 t + 181 t + 60 t = 242 t

242 t ஐ மெட்ரிக் தொன் நிரலில் எழுதுவோம்.

∴ விமானத்தின் மொத்தத் திணிவு 242 t 150 kg ஆகும்.

முறை II

ஒவ்வொரு திணிவையும் மெட்ரிக் தொன்னாக மாற்றிக் கூட்டுவோம்.

181 t 350 kg = 181.350 t

60 t 800 kg = 60.8 t

181.350 t + 60.800 t = 242.150 t

242.150 t = 242 t + 150 kg

t
181.350
60.800
242.150

முழுத் திணிவு 242 t 150 kg ஆகும்.

முறை III

ஒவ்வொரு திணிவையும் கிலோகிராமிற்கு மாற்றிக் கூட்டுவோம்.

181 t 350 kg = 181 350 kg

60 t 800 kg = 60 800 kg

181 350 kg + 60 t 800 kg = 242 t 150 kg

242 150 kg = 242 t 150 kg

$\therefore$ மொத்தத் திணிவு = 242 t 150 kg ஆகும்.

உதாரணம் 1

10 t 675 kg ஐயும் 3 t 40 kg ஐயும் கூட்டுக.

	t	kg
	10	675
+	3	040
	13	715

பயிற்சி 9.2

1. விடையை மெட்ரிக் தொன்னிலும் கிலோகிராமிலும் காட்டுக.

(i)

	t	kg
	2	780
+	1	620

(ii)

	t	kg
	3	450
	6	065
+	1	275

(iii) 10 t 225 kg + 6 t 705 kg

(iv) 150 t 650 kg + 40 t 460 kg

2. யானை ஒன்றின் திணிவு 4.75 t ஆகும். அதன் குட்டியின் திணிவு 2025 kg உம் ஆகும்.

   (i) யானைக் குட்டியின் திணிவை மெட்ரிக் தொன்னில் தருக.

   (ii) யானையினதும் குட்டியினதும் மொத்தத் திணிவை மெட்ரிக் தொன்னில் தருக.

   (iii) வினா (ii) இல் பெற்ற விடையின் திணிவைக் கிலோகிராமில் தருக.

3. 3 t 450 kg திணிவுடைய லொறி ஒன்றில் 2 t 700 kg திணிவுடைய சீனியும் 4 t திணிவுடைய அரிசியும் ஏற்றப்பட்டன. பொருள்கள் ஏற்றப்பட்ட லொறியின் மொத்தத் திணிவைக் காண்க.

9.4 மெட்ரிக் தொன், கிலோகிராம் ஆகியவற்றில் தரப்பட்ட திணிவுகளைக் கழித்தல்

அரிசி ஏற்றப்பட்ட லொறி ஒன்றின் முழுத் திணிவு 10 t 250 kg ஆகும். லொறி 3 t 750 kg திணிவுடையது. எனவே லொறியில் ஏற்றப்பட்ட அரிசியின் திணிவு யாதாக இருக்கும்?

லொறியில் ஏற்றப்பட்ட அரிசியின் திணிவைக் காண்பதற்கு லொறியின் மொத்தத் திணிவிலிருந்து லொறியின் திணிவைக் கழிக்க வேண்டும்.

முறை I

	t	kg
	10	250
−	3	750
	6	500

250 kg இலிருந்து 750 kg ஐக் கழிக்க முடியாது. எனவே மெட்ரிக் தொன் நிரலில் இருக்கும் 10 t இலிருந்து 1 t ஐ 1000 kg ஆக மாற்றி 250 kg நிரலுக்குக் கொண்டு சென்று கூட்டுவோம். அப்போது
1000 kg + 250 kg = 1250 kg.
1250 kg − 750 kg = 500 kg
500 kg ஐ kg நிரலில் எழுதுவோம்.

மெட்ரிக் தொன் நிரலில் மீதியான 9 t இல் 3 t ஐக் கழிப்போம்.
அப்போது 9 t − 3 t = 6 t.
6 t ஐ மெட்ரிக் தொன் நிரலில் எழுதுவோம்.

∴ அரிசியின் திணிவு 6 t 500 kg ஆகும்.

முறை II

ஒவ்வொரு திணிவையும் மெட்ரிக் தொன்னில் மாற்றிக் கழிப்போம்.

10 t 250 kg = 10.250 t
3 t 750 kg = 3.750 t
10.250 t − 3.750 t = 6.5 t
6.500 t = 6 t 500 kg

	t
	10.250
−	3.750
	6.500

∴ லொறியில் உள்ள அரிசியின் மொத்தத் திணிவு 6 t 500 kg ஆகும்.

முறை III

ஒவ்வொரு திணிவையும் கிலோகிராமிற்கு மாற்றிச் சுருக்குவோம்.

10 t 250 kg = 10 250 kg

3 t 750 kg = 3 750 kg

10250 kg − 3750 kg = 6500 kg

6500 kg = 6 t 500 kg

$$\begin{array}{r} \text{kg} \\ 10\ 250 \\ -\ 3\ 750 \\ \hline 6\ 500 \\ \hline \end{array}$$

∴ லொறியில் உள்ள அரிசியின் மொத்தத் திணிவு 6 t 500 kg ஆகும்.

பயிற்சி 9.3

1. கழிக்க.

(i)
$$\begin{array}{rr} \text{t} & \text{kg} \\ 5 & 000 \\ -\ 2 & 750 \\ \hline \hline \end{array}$$

(ii)
$$\begin{array}{rr} \text{t} & \text{kg} \\ 4 & 350 \\ -\ 1 & 650 \\ \hline \hline \end{array}$$

(iii) 250 t 650 kg − 150 t 105 kg

(iv) 60 t − 25 t 150 kg

9.5 மெட்ரிக் தொன், கிலோகிராம் ஆகிவற்றில் தரப்பட்ட திணிவுகளைப் பெருக்குதல்

➢ மேம்பாலம் ஒன்றைக் கட்டப் பயன்படுத்திய கொங்கிறீற்றுத் தீராந்தி ஒன்றின் திணிவு 6 t 500 kg ஆகும். அவ்வாறான ஐந்து தீராந்திகள் இரு தூண்களுக்கு இடையில் கிடையாகப் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. அப்போது இரு தூண்களும் தாங்கி நிற்கும் முழுத் திணிவைக் காண்க.

6 t 500 kg வீதம் கொண்ட 5 தீராந்திகளை அவ்விரு தூண்களும் தாங்கியிருக்கின்றன. எனவே இரு தூண்களும் தாங்கி நிற்கும் தீராந்திகளின் முழுத் திணிவைக் காண்பதற்கு 6 t 500 kg ஐ 5 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

முறை I

6 t 500 kg ஐ kg இல் காட்டி 5 ஆல் பெருக்குவோம்.

6 t 500 kg = 6500 kg

6500 kg × 5 = 32 500 kg

$$\begin{array}{r} \text{kg} \\ 6500 \\ \times 5 \\ \hline 32\ 500 \\ \hline \hline \end{array}$$

32 500 kg = 32 t 500 kg

∴ இரு தூண்களும் தாங்கி நிற்கும் முழுத் திணிவு 32 t 500 kg ஆகும்.

முறை II

t	kg
6	500
	× 5
32	500

முதலில் 500 kg ஐ 5 ஆல் பெருக்குவோம்.
500×5 kg = 2500 kg
2500 kg = 2000 kg + 500 kg = 2 t + 500 kg
500 kg ஐக் கிலோகிராம் நிரலில் எழுதுவோம்.

6 t ஐ 5 ஆல் பெருக்குவோம். 6 t × 5 = 30 t.
இப்போது kg நிரலில் பெற்ற 2 t ஐ 30 t உடன் கூட்டுவோம்.
30 t + 2 t = 32 t

32 t ஐ மெட்ரிக் தொன் நிரலில் எழுதுவோம்.

∴ இரு தூண்களும் தாங்கி நிற்கும் முழுத் திணிவு 32 t 500 kg ஆகும்.

➤ 5 t 120 kg × 12 ஐச் சுருக்குவோம்.

முறை I

t	kg
5	120
	× 12
61	440

முதலில் 120 kg ஐ 12 ஆல் பெருக்குவோம்.
120 kg × 12 = 1440 kg = 1 t 440 kg
இப்போது 5 t ஐ 12 ஆல் பெருக்குவோம்.
5 t × 12 = 60 t
∴ 5 t 120 kg × 12 = 60 t + 1 t 440 kg
= 60 t + 1 t + 440 kg
= 61 t 440 kg

∴ 5 t 120 kg × 12 = 61 t 440 kg

முறை II

5 t 120 kg ஐக் கிலோகிராமிற்கு மாற்றி 12 ஆல் பெருக்குவோம்.

5 t 120 kg = 5120 kg

5 120 kg ஐ 12 ஆல் பெருக்குவோம்.
5 120 kg × 12 = 61 440 kg
= 61 t 440 kg

kg
5120
× 12
10240
5120
61440

உதாரணம் 1

பால்மாவுடனான பேணி ஒன்றின் திணிவு 500 g ஆகும். வெற்றுப் பேணியின் திணிவு 50 g ஆகும்.

(i) இப்பேணியில் உள்ள பால்மாவின் திணிவைக் கிராமில் தருக. அத்திணிவைக் கிலோகிராமிலும் தருக.

(ii) வாகனம் ஒன்றில் இவ்வாறான 1000 பாற்பேணிகள் அடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவ்வாறான 1000 பாற் பேணிகளின் திணிவைக் கிலோகிராமில் காட்டி, அதனை மெட்ரிக் தொன்னிலும் தருக.

(i) பால்மாவுடனான பேணியின் திணிவு $= 500$ g

பேணியில் உள்ள பால்மாவின் திணிவு $= 500 \text{ g} - 50 \text{ g} = 450 \text{ g}$

$= 450 \div 1000 \text{ kg} = 0.45 \text{ kg}$

(ii) இவ்வகையான 1000 பேணிகளின் திணிவு $= 500 \times 1000 \text{ g} = 500\ 000 \text{ g}$

$= 500\ 000 \div 1000 \text{ kg} = 500 \text{ kg}$

$= 500 \div 1000 \text{ t} = 0.5 \text{ t}$

பயிற்சி 9.4

1. பெருக்குக.

(i)

t	kg
160	200
	× 5

(ii)

t	kg
165	465
	× 4

(iii)

t	kg
32	45
	× 3

(iv) 16 t 325 kg × 12 (v) 5 t 450 kg × 25 (vi) 64.5 t × 50 (vii) 27.3 t × 25

2. (i) மோட்டார்க் கார் ஒன்று ஏறத்தாழ 1 t 200 kg திணிவுடையது. இவ்வாறான 10 மோட்டார்க் கார்களின் திணிவை மெட்ரிக் தொன்னில் தருக.

(ii) இவற்றை ஏற்றிச் செல்லும் பாரவூர்தி ஒன்று 20 t திணிவுடையது. இவ்வகையான 10 கார்களுடன் பாரவூர்தியின் முழுத் திணிவை மெட்ரிக் தொன்னில் தருக.

9.6 திணிவு ஒன்றை முழுவெண் ஒன்றினால் வகுத்தல்

6 t 750 kg திணிவுள்ள அரிசியை 5 லொறிகளில் ஒவ்வொன்றிலும் சம அளவுடைய அரிசியை ஏற்றினால் ஒரு லொறியில் ஏற்றப்பட்ட அரிசியின் திணிவைக் காண்போம்.

அதற்காக 6 t 750 kg ஐ 5 ஆல் வகுப்போம்.

முறை I

$$
\begin{array}{r|ll}
 & \text{t} & \text{kg} \\
 & 1 & 350 \\
\hline
5 & 6 & 750 \\
 & 5 & \\
\cline{2-2}
 & 1 \rightarrow & 1000 \\
\cline{3-3}
 & & 1750 \\
 & & 15 \\
\cline{3-3}
 & & 25 \\
 & & 25 \\
\cline{3-3}
 & & 00
\end{array}
$$

முதலில் மெட்ரிக் தொன்னை வகுப்போம்.
6 ஐ 5 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் விடையாக 1 ஐ t நிரலில் எழுதி மிகுதியாகும் 1 t ஐ 1000 kg ஆக அலகுமாற்றம் செய்து kg நிரலுக்குக் கொண்டு செல்வோம்.

இப்போது கிலோகிராம் நிரலில் உள்ள கிலோகிராமின் மொத்தத் திணிவைக் காண்போம்.
1000 kg + 750 kg = 1750 kg ஆகும்.
1750 kg ஐ 5 ஆல் வகுப்போம். 1750 kg ÷ 5 = 350 kg

∴ ஒரு லொறியில் ஏற்றப்பட்ட அரிசியின் திணிவு 1 t 350 kg ஆகும்.

முறை II

6 t 750 kg ஐக் கிலோகிராமில் காட்டி 5 ஆல் வகுப்போம்.

6 t 750 kg = 6750 kg
6750 kg ÷ 5 = 1350 kg

$$
\begin{array}{r|l}
 & \text{kg} \\
 & 1350 \\
\hline
5 & 6750 \\
 & 5 \\
\hline
 & 17 \\
 & 15 \\
\hline
 & \;\;25 \\
 & \;\;25 \\
\hline
 & \;\;\;00
\end{array}
$$

∴ ஒரு லொறியில் ஏற்றப்பட்ட அரிசியின் திணிவு 1 t 350 kg ஆகும்.

➢ களஞ்சியசாலை ஒன்றில் உள்ள 16 t 200 kg திணிவுள்ள நெல் சமனான அளவு இருக்கும் விதத்தில் 9 வாகனங்களில் ஏற்றப்பட்டுள்ளது. ஒரு வாகனத்தில் ஏற்றப்பட்ட நெல்லின் திணிவைக் காண்போம்.

அதற்காக 16 t 200 kg ஐ 9 ஆல் வகுப்போம்.

முறை I

	t	kg
	1	800
9	16	200
	9	
	7 →	7000
		7200
		72
		0

மெட்ரிக் தொன் நிரலில் உள்ள 16 t ஐ 9 ஆல் வகுப்போம். மீதி 7 t ஐ 7000 kg ஆக அலகு மாற்றம் செய்து கிலோ கிராம் நிரலுக்குக் கொண்டு செல்வோம். அப்போது மொத்தத் திணிவு

7000 kg + 200 kg = 7200 kg

7200 kg ஐ 9 ஆல் வகுப்போம்

7200 kg ÷ 9 = 800 kg

∴ ஒரு வாகனத்தில் ஏற்றப்பட்டிருக்கும் நெல்லின் திணிவு 1 t 800 kg ஆகும்.

முறை II

16 t 200 kg ஐக் கிலோகிராமிற்கு மாற்றி 9 ஆல் வகுப்போம்.

16 t 200 kg = 16 t + 200 kg
= 16 000 kg + 200 kg
= 16 200 kg

16 200 kg ÷ 9 = 1800 kg

	kg
	1800
9	16200
	9
	72
	72
	00

1800 kg = 1 t 800 kg

∴ ஒரு வாகனத்தில் ஏற்றப்பட்ட நெல்லின் திணிவு 1 t 800 kg ஆகும்.

உதாரணம் 1

66.5 t திணிவுள்ள அரிசி முழுவதையும் ஏற்றுவதற்கு லொறி ஒன்று 7 தடவைகள் செல்ல வேண்டும். ஒவ்வொரு தடவையும் சம திணிவுடைய அரிசி ஏற்றப்பட்டுள்ளதெனின், லொறியில் ஒரு தடவை ஏற்றிச் செல்லும் அரிசியின் திணிவைக் காண்போம்.

	t
	9.5
7	66.5
	63
	35
	35
	0

7 தடவைகள் ஏற்றிச் செல்லும் அரிசியின் திணிவு = 66.5 t

1 தடவை ஏற்றிச் செல்லும் அரிசியின் திணிவு = 66.5 t ÷ 7

= 9.5 t

பயிற்சி 9.5

1. சுருக்குக.

(i) 5 t 200 kg ÷ 4 (ii) 12 t ÷ 5 (iii) 14 t 400 kg ÷ 5

(iv) 15 t ÷ 200 (v) 3 t ÷ 40 (vi) 17 t 400 kg ÷ 8

பொழிப்பு

- மில்லிகிராம் (mg), கிராம் (g), கிலோகிராம் (kg), மெட்ரிக் தொன் (t) என்பவை திணிவை அளக்கப் பயன்படுத்தப்படும் சில அலகுகளாகும்.

  1 g = 1000 mg   1 kg = 1000 g   1 t = 1000 kg

- மெட்ரிக் தொன்னில் தரப்பட்ட திணிவைக் கிலோகிராமிற்கு மாற்றும்போது மெட்ரிக் தொன்னை 1000 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.
- கிலோகிராமில் தரப்பட்ட திணிவை மெட்ரிக் தொன்னாக மாற்றுவதற்குக் கிலோகிராமில் தரப்பட்ட திணிவை 1000 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

10 சுட்டிகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- பெருக்கம் ஒன்றின் வலுவை வலுக்களின் பெருக்கமாக எடுத்துரைக்கவும்
- வலுக்களின் பெருக்கம் ஒன்றை ஒரு பெருக்கத்தின் வலுவாக எடுத்துரைக்கவும்
- மறை நிறைவெண் ஒன்றின் வலுவை விரித்தெழுதிப் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

10.1 சுட்டிகள்

சுட்டிகள் பற்றித் தரம் 7 இல் கற்றவற்றை நினைவுகூர்வோம்.

2^3, x^4 போன்றவை முறையே 2, x ஆகியவற்றின் வலுக்கள் எனத் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள். 2^3 இன் அடி இரண்டும் சுட்டி 3 உம் ஆகும்.

$2^3 = 2 \times 2 \times 2$ எனவும் $x^4 = x \times x \times x \times x$ எனவும் பெருக்கமாக விரித்தெழுதலாம்.

அதற்கேற்ப $3\,x^2\,y^3 = 3 \times x \times x \times y \times y \times y$ உம்

$3ab = 3 \times a \times b$ உம் ஆகும்.

$6 = 2 \times 3$ என்பதால் 6 ஆனது 2 இனதும் 3 இனதும் பெருக்கமாகும்.

அவ்வாறே $3ab = 3 \times a \times b$ ஆகையால் $3ab$ என்பது 3, a, b என்பவற்றின் பெருக்கமாகும்.

சுட்டிகள் பற்றிய அறிவை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

எண்	சுட்டி வடிவம்	அடி	சுட்டி
8	2^3	....	....
9	....	....	....
16	....	2	....
....	....	4	2
1000	....	10	....

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு கோவையையும் பெருக்கமாக விரித்து எழுதுக.

(i) $3x^2$ (ii) $2p^2q$ (iii) $4^2 x^3$ (iv) $5^2 x^2 y^2$

3. பின்வரும் ஒவ்வோர் எண்ணையும் முதன்மை எண்ணை அடியாகக் கொண்ட வலுக்களின் பெருக்கமாக எழுதுக.

(i) 20 (ii) 48 (iii) 100 (iv) 144

4. 64 ஐ (i) அடி 2 இல்

(ii) அடி 4 இல்

(iii) அடி 8 இல்

அமையுமாறு சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் தருக.

10.2 பெருக்கத்தின் வலு

2×3 என்பது 2 இனதும் 3 இனதும் பெருக்கமாகும். $(2 \times 3)^2$ என்பது 2×3 என்னும் பெருக்கத்தின் வலுவாகும். $(2 \times 3)^2$ இன் பெறுமானத்தை இரண்டு விதங்களில் பெற்றுக்கொள்ளலாம்.

$$\begin{aligned}(2 \times 3)^2 &= (2 \times 3) \times (2 \times 3)\\ &= 2 \times 3 \times 2 \times 3\\ &= 2^2 \times 3^2\end{aligned}$$

$$\therefore\ (2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2$$

இனி, $(2 \times 3)^3$ ஐ 2, 3 ஆகிய எண்களின் வலுக்களின் பெருக்கமாக எழுதுவோம்.

மேலும் $$\begin{aligned}(2 \times 3)^3 &= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)\\ &= 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3\\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3\\ &= 2^3 \times 3^3\end{aligned}$$

$$\therefore\ (2 \times 3)^3 = 2^3 \times 3^3$$

இவ்விதமாக ஒரு பெருக்கத்தின் வலுவை அப்பெருக்கத்தின் காரணிகளின் வலுக்களின் பெருக்கமாக எழுதலாம்.

இனி தெரியாக் கணியங்கள் அடங்கிய பெருக்கம் ஒன்றின் ஒரு வலுவைக் கருதுவோம்.

$$\begin{aligned}(ab)^3 &= ab \times ab \times ab \\ &= a \times b \times a \times b \times a \times b \\ &= a \times a \times a \times b \times b \times b \\ &= a^3 \times b^3 = a^3\, b^3\end{aligned}$$

ab என்பது $a \times b$ என்பதால் $\boxed{(ab)^3 = a^3b^3}$

இவ்விதமாக $(abc)^3$ ஐ a, b, c ஆகியவற்றின் வலுக்களின் பெருக்கமாக எழுதுவோம்.

$$\begin{aligned}(abc)^3 &= (abc) \times (abc) \times (abc) \\ &= (a \times a \times a) \times (b \times b \times b) \times (c \times c \times c) \\ &= a^3 \times b^3 \times c^3 = a^3\, b^3\, c^3\end{aligned}$$

$$\therefore\ (abc)^3 = a^3b^3c^3$$

இதற்கேற்ப ஒரு பெருக்கத்தின் வலுவை பெருக்கத்தின் காரணிகளின் வலுக்களின் பெருக்கமாக எழுதலாம்.

இதனை மேலும் உறுதிப்படுத்தப் பின்வரும் உதாரணங்கள் துணைபுரியும்.

உதாரணம் 1

(i) கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பெருக்கத்தினதும் வலுவைப் பெருக்கத்தின் காரணிகளின் வலுக்களின் பெருக்கமாகத் தருக.

(i) $(2x)^3$ (ii) $(3ab)^3$

(i) $(2x)^3$

$(2x)^3 = 2^3 \times x^3$

(ii) $(3ab)^3$

$$\begin{aligned}(3ab)^3 &= 3^3 \times a^3 \times b^3 \\ &= 3^3a^3b^3\end{aligned}$$

உதாரணம் 2

$36x^2$ ஐப் பெருக்கம் ஒன்றின் வலுவாகத் தருக.

$36 = 6^2$ என்பதால் $36x^2 = 6^2 \times x^2$

$$\begin{aligned}&= (6 \times x)^2 \\ &= (6x)^2\end{aligned}$$

உதாரணம் 3

a^3b^3 ஐப் பெருக்கம் ஒன்றின் வலுவாகத் தருக.

$$\begin{aligned}a^3b^3 &= a^3 \times b^3 \\ &= (a \times b)^3 \\ &= (ab)^3\end{aligned}$$

பயிற்சி 10.1

1. பின்வரும் பெருக்கங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் வலுவைப் பெருக்கத்தின் காரணிகளின் வலுக்களின் பெருக்கமாகக் காட்டுக.

(a) (i) $(2 \times 5)^2$ (ii) $(3 \times 7)^3$ (iii) $(11 \times 3 \times 2)^3$
(iv) $(a \times b)^2$ (v) $(x \times y)^5$ (vi) $(4 \times x \times y)^3$

(b) (i) $(5a)^2$ (ii) $(6p)^2$ (iii) $(4y)^3$
(iv) $(3a)^3$ (v) $(2y)^4$ (vi) $(2ab)^2$

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு பெருக்கத்தினதும் வலுவின் பெறுமானத்தைக் காண்க. அப்பெருக்கத்தின் வலுவைப் பெருக்கத்தின் காரணிகளின் வலுக்களின் பெருக்கமாக எழுதி சுருக்கி மீண்டும் அதன் பெறுமானத்தைப் பெறுக.

(i) $(2 \times 5)^3$ (ii) $(2 \times 3)^4$ (iii) $(11 \times 2)^3$
(iv) $(3 \times 4)^2$ (v) $(5 \times 7)^3$ (vi) $(13 \times 2 \times 3)^2$

3. பின்வரும் ஒவ்வொரு வலுக்களின் பெருக்கத்தையும் பெருக்கத்தின் வலுவாகத் தருக.

(i) $5^2 \times 2^2$ (ii) $5^2 \times 10^2$ (iii) $3^3 \times 4^3 \times 2^3$
(iv) $x^2 \times y^2$ (v) $p^3 \times q^3$ (vi) $a^5 \times b^5 \times x^5$
(vii) $100\ m^2$ (viii) $225\ t^2$ (ix) $8\ y^3$

4. $1000x^3 = (10x)^3$ எனக் காட்டுக.

10.3 மறை நிறைவெண் ஒன்றின் வலு

$-1, \ -2, \ -3$ என்பவை மறை நிறைவெண்கள் ஆகும். இவ்வாறான மறை நிறைவெண்களின் வலுவின் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக்கொள்ளப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுக.

செயற்பாடு 1

நிறைவெண்களைப் பெருக்கும் அறிவைப் பயன்படுத்திக் கீழேயுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

நிறை வெண்	அதன் இரண்டாம் வலு	அதன் மூன்றாம் வலு	அதன் நான்காம் வலு
2	$2^2 = 2 \times 2 = 4$	$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$	$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
-1	$(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$	....	....
-2	....	....	....
-3	....	....	....

- ஒரு நேர் நிறைவெண்ணின் எந்தவொரு வலுவினதும் பெறுமானம் நேர்ப் பெறுமானமாக இருக்கும்.
- ஒரு மறை நிறைவெண்ணின் ஒற்றை வலுவின் பெறுமானம் மறையாகும்.
- ஒரு மறை நிறைவெண்ணின் இரட்டை வலுவின் பெறுமானம் நேர்ப் பெறுமானமாகும்.

உதாரணம் 1

$(-2)^4$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$(-2)^4 = 2^4$$
$$= 16$$

உதாரணம் 2

$(-5)^3$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$(-5)^3 = -(5)^3$$
$$= -125$$

பயிற்சி 10.2

1. பெறுமானத்தைக் காண்க.

(a) (i) $(-1)^1$ (ii) $(-1)^2$ (iii) $(-1)^3$ (iv) $(-1)^4$
(v) 1^1 (vi) 1^{1003} (vii) 1^{2018} (viii) 1^0

(b) (i) $(-4)^2$ (ii) $(-4)^3$ (iii) $(-4)^4$ (iv) $(-5)^1$
(v) $(-5)^2$ (vi) $(-5)^3$ (vii) $(-10)^1$ (viii) $(-10)^2$

2. $(-1)^8 > (-1)^9$ எனக் காட்டுக.

பலவினப் பயிற்சி

1. பின்வரும் வலுக்களின் பெருக்கங்களைப் பெருக்கத்தின் வலுவாகத் தருக.

(i) $(2x)^2 \times y^2$ (ii) $(3a)^2 \times b^2$ (iii) $p^3 \times (2q)^3$
(iv) $(2x)^3 \times (3y)^3$ (v) $(5a)^3 \times (2b)^3$ (vi) $a^3 \times (2b)^3 \times c^3$

2. $(3a)^2 \times (2x)^2 = 36a^2x^2$ எனக் காட்டுக.

3. ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தி எழுதுக.

(i) 2^3, $(-10)^1$, $(-1)^{10}$, 3^2

(ii) $(-2)^4$, $(-2)^5$, $(-1)^4$, $(-1)^5$

4. a ஒரு மறை நிறைவெண் ஆயின், $(a^2) > (a^3)$ எனக் காட்டுக.

பொழிப்பு

- a, b, c, n ஆகியன நேர் நிறைவெண்கள் எனின், $(ab)^n = a^n \times b^n = a^nb^n$ உம் $(abc)^n = a^n \times b^n \times c^n = a^nb^nc^n$ உம் ஆகும்.
- ஒரு நேர் நிறைவெண்ணின் எந்தவொரு வலுவும் நேர்ப் பெறுமானமாக இருக்கும்.
- ஒரு மறை நிறைவெண்ணின் ஒற்றை வலு மறைப் பெறுமானமாக இருக்கும்.
- ஒரு மறை நிறைவெண்ணின் இரட்டை வலு நேர்ப் பெறுமானமாக இருக்கும்.

11 சமச்சீர்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒரு தளவுருவின் சுழற்சிச் சமச்சீரை அறிந்து கொள்வதற்கும்
- சுழற்சிச் சமச்சீர் உடைய தளவுரு ஒன்றின் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசையைக் காண்பதற்கும்
- இருபுடைச் சமச்சீருடைய தளவுரு ஒன்றின் சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கைக்கும் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசைக்கும் இடையிலான தொடர்பைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கும்

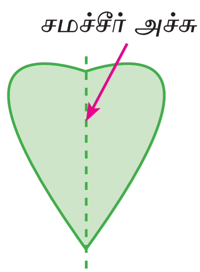
தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

11.1 இருபுடைச் சமச்சீர்

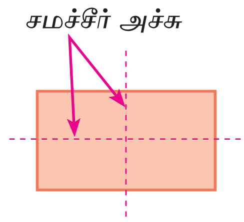
ஒரு தளவுருவானது நேர்கோடு வழியே மடிப்பதன் மூலம் ஒன்றுடனொன்று பொருந்தக்கூடியவாறு இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுமாயின் அத்தளவுரு **இருபுடைச் சமச்சீருடைய தளவுருவென** தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள். அம்மடிப்புக் கோடானது அவ்வுருவின் **சமச்சீர் அச்சு** எனவும் கற்றுள்ளீர்கள்.

இருபுடைச் சமச்சீரான உரு ஒன்றில் சமச்சீர் அச்சின் இரு பக்கங்களிலும் உள்ள பகுதிகள் இரண்டும் வடிவத்திலும் பரப்பளவிலும் சமனானவையாகும்.

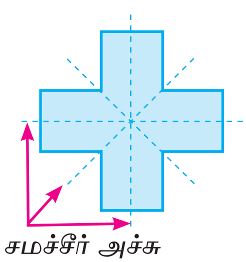
தளவுரு ஒன்றை நேர்கோடு வழியே மடித்துப் பெறப்படும் பகுதிகள் இரண்டும் வடிவத்திலும் பரப்பளவிலும் சமனாகும் போதிலும் அப்பகுதிகள் ஒன்றுடனொன்று பொருந்தாவிடின், அம்மடிப்புக் கோடு தளவுருவின் சமச்சீர் அச்சு அல்ல.



உரு 1



உரு 2



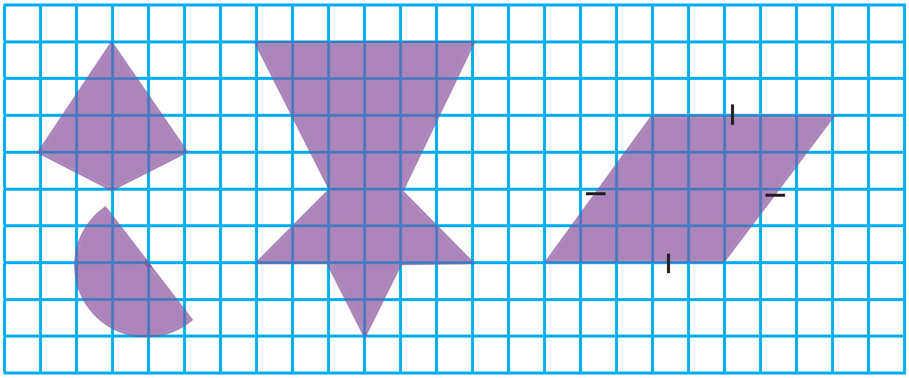
உரு 3

மேலே உள்ள உருக்களின் முறி கோடுகள் அவற்றின் சமச்சீர் அச்சுகளைக் குறிக்கின்றன.

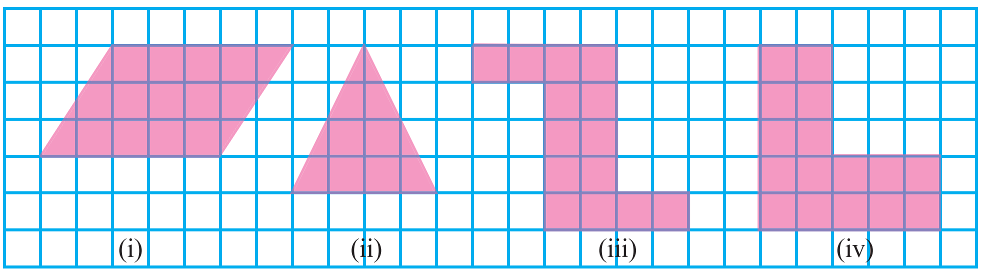
தரம் 7 இல் கற்ற இருபுடைச் சமச்சீர் பற்றிய அறிவை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

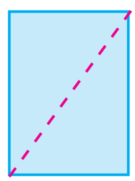
1. பின்வரும் தளவுருக்களை உங்கள் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து அவற்றின் சமச்சீர் அச்சுகளை வரைக.



2. பின்வரும் உருக்களில் இருந்து இருபுடைச் சமச்சீரான உருக்களைத் தெரிவுசெய்து அவற்றின் இலக்கங்களை எழுதுக.



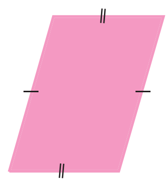
3. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள செவ்வகத்தில் அடையாளமிடப்பட்ட முறி கோடானது செவ்வகத்தை இரு சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கின்றது. அம்முறி கோடானது செவ்வகத்தின் சமச்சீரச்சு என ஆர்த்தி கூறுகின்றாள். அவளது கூற்று உண்மையன்று என்பதை விளக்குக.



4. (i) உருவிற் காட்டப்பட்ட இணைகரத்தைத் திசுத் தாளில் பிரதிசெய்து வெட்டிக் கொள்க.

   (ii) வெட்டிய உருவை ஏதாவதொரு முறையிலேனும் மடித்து இரு சம பகுதிகளைப் பெற முடியுமா?

   (iii) இதற்கேற்ப இணைகரமானது இருபுடைச் சமச்சீர் உருவன்று என்பதை எடுத்துரைக்க



11.2 சுழற்சிச் சமச்சீர்

குறித்த தளவுருவம் ஒன்று அதனுள் அமையும் புள்ளி ஒன்றினைப் பற்றி அத்தளத்திலேயே ஒரு முழுச் சுற்றுச் சுழலும்போது அது அவ்வுருவுடன் ஆகக்குறைந்தது ஒரு தடவையாவது பொருந்தும்.

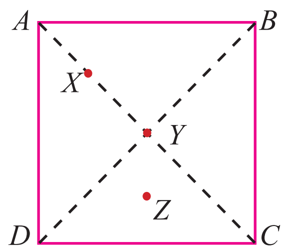
சில உருக்கள் அதனுள் அமையும் புள்ளியொன்றினைப் பற்றி ஒரு முழுச் சுற்றுச் சுழலும்போது பல தடவைகளில் அவ்வுருவுடன் பொருந்தும்.

இவ்வாறு பொருந்தும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையானது அத்தளவுருவத்தைச் சுழற்றத் தெரிவு செய்யப்படும் புள்ளிக்கேற்ப மாறுபடும்.

இப்பண்பைப் பற்றி மேலும் அறிந்துகொள்ளக் கீழே உள்ள செயற்பாட்டில் ஈடுபடுக.

செயற்பாடு 1

படி 1 - அப்பியாசப் புத்தகத்தில் சதுரம் ஒன்றை வரைந்து அதனை $ABCD$ எனக் குறிக்க. உருவில் காட்டியுள்ளவாறு X, Y, Z என்னும் புள்ளிகளையும் குறிக்க.



படி 2 - ஊடுருவித் தெரியும் எண்ணெய்த் தாள் ஒன்றில் மேலே $ABCD$ உருவைப் பிரதிசெய்து X, Y, Z என்னும் புள்ளிகளைக் குறித்துக் கொள்க.

படி 3 - இரு உருக்களையும் பொருந்துமாறு வைத்து X என்னும் புள்ளியில் குண்டூசி ஒன்றைப் பொருத்துக.

படி 4 - குண்டூசியைப் பற்றி (அதாவது X என்னும் புள்ளியைப் பற்றி) எண்ணெய்த் தாளைச் சுழற்றி இரு உருக்களும் பொருந்தி வரும் தன்மையை பரீட்சிக்க. இங்கே X என்னும் புள்ளி பற்றி ஒரு சுற்றுச் சுழற்றும்போது இரு உருக்களும் பொருந்திவரும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

படி 5 - மேலுள்ளவாறே Y, Z என்னும் புள்ளிகள் பற்றிச் சுழலச் செய்து ஒரு சுற்றின்போது உருக்கள் இரண்டும் பொருந்தி வரும் தடவைகளின் எண்ணிக்கைகளைக் காண்க.

படி 6 - கீழே உள்ள அட்டவணையை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

புள்ளி	X	Y	Z
பொருந்திய தடவைகளின் எண்ணிக்கை			

மேலேயுள்ள செயற்பாட்டின்போது X, Z என்னும் புள்ளிகளைப் பற்றிச் சுழற்றும்போது ஒரு முழுச் சுற்றின் இறுதியில் மட்டுமே இரு உருக்களும் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்தி வரும். Y என்னும் புள்ளியைப் பற்றிச் சுழற்றும்போது ஒரு முழுச் சுற்றின் முடிவில் 4 சந்தர்ப்பங்களில் இரு உருக்களும் ஒன்றுடனொன்று பொருந்துவதை அவதானிக்கக்கூடியதாக இருக்கும்.

குறித்த தளவுருவம் ஒன்று அதனுள் அமையும் ஒரு சிறப்புப் புள்ளியைப் பற்றி ஒரு முழுச் சுற்று அதாவது 360^{o} சுழலும்போது ஒரு முழுச் சுற்றுக்கு முன் இரு உருக்களும் பொருந்தி வருமாயின் அவ்வுருக்குச் **சுழற்சிச் சமச்சீர்** காணப்படும். சுழற்றப்பட்ட புள்ளி அதன் **சுழற்சி மையமாகும்.**

சுழற்சிச் சமச்சீர்த் தன்மையுள்ள தளவுரு ஒன்று சுழற்சி மையம் அத் தளத்துக்குள் அமையாத புள்ளி ஒன்றைப் பற்றி ஒரு சுற்றுச் சுழலும்போது சுழற்சியின் இறுதியிலேயே மட்டும் அது ஆரம்ப உருவத்துடன் பொருந்தும்.

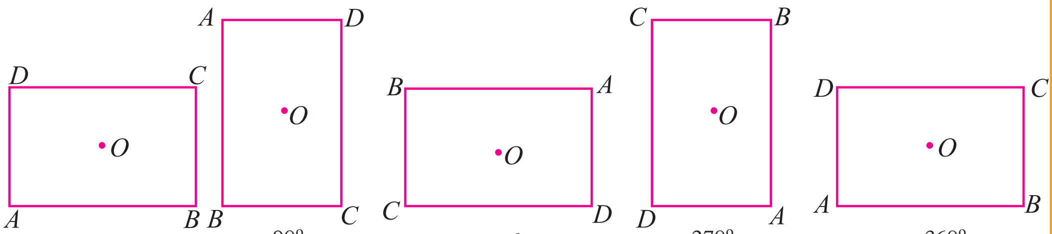
சுழற்சிச் சமச்சீர்த் தன்மை உள்ள தளவுருவம் ஒன்றை மேலே உள்ளவாறு சுழற்றும்போது ஒரு முழுச் சுற்றின் இறுதியில் உருக்கள் பொருந்தும் தடவை களின் எண்ணிக்கை ஒன்றிலும் கூடியது எனின் அத்தடவைகள் **சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை** எனப்படும்.

- மேலேயுள்ள செயற்பாட்டிற்கு அமைய சதுரமானது ஒரு சுழற்சிச் சமச்சீரான தளவுருவமாகும்.
- அதன் சமச்சீர் அச்சுகள் இடைவெட்டும் புள்ளி அதன் சுழற்சி மையம் ஆகும்.
- அதன் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை 4 எனவும் தெளிவாகின்றது.

செயற்பாடு 2

படி 1 - அப்பியாசப் புத்தகத்தில் செவ்வகம் ஒன்றை வரைந்து அதனை $ABCD$ எனக் குறிக்க.

படி 2 - எண்ணெய்த் தாள் ஒன்றில் $ABCD$ என்னும் செவ்வகத்தைப் பிரதியிடுக. செயற்பாடு 1 இல் செய்தது போன்று O என்னும் புள்ளியைப் பற்றி தாளை சுழலச் செய்து செவ்வகத்துக்குச் சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு / இல்லை என்பதை அவதானிக்க. சுழற்சிச் சமச்சீர் இருப்பதாயின் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசையையும் காண்க.



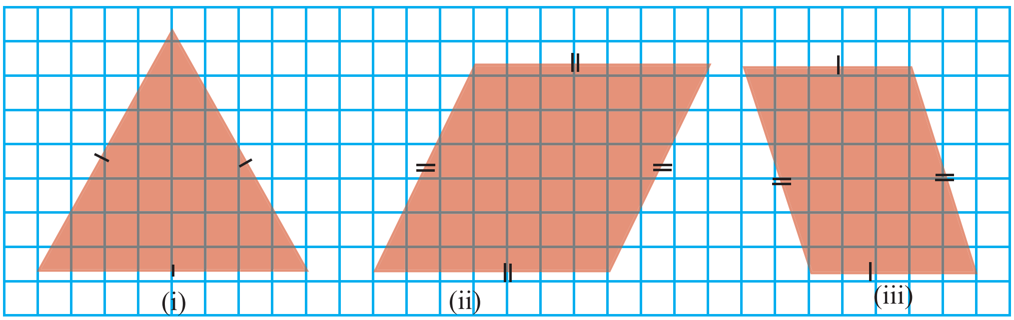
90° சுழலும்போது உரு அமையும் விதம்

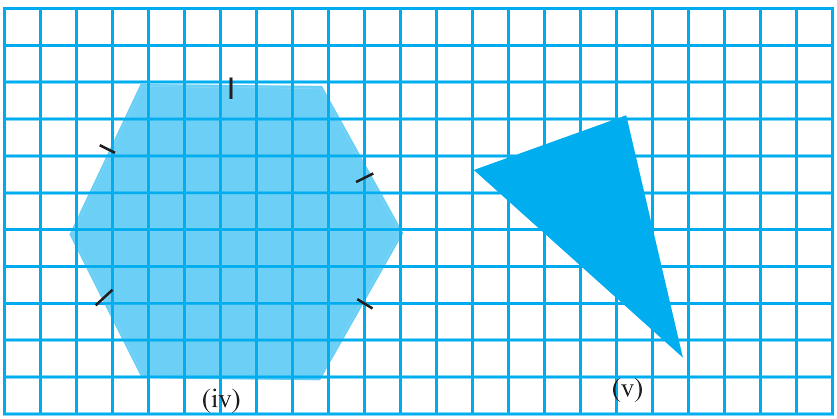
180° சுழலும்போது உரு அமையும் விதம்

270° சுழலும்போது உரு அமையும் விதம்

360° சுழலும்போது உரு அமையும் விதம்

படி 3 - பின்வரும் உருக்களை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரைந்து சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ளனவா எனப் பரீட்சிக்க.





படி 4 - பின்வரும் அட்டவணையைப் பிரதிசெய்து பூரணப்படுத்துக.

தளவுருவம்	**இருபுடைச் சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கை**	**சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை**
செவ்வகம் சமபக்க முக்கோணி சாய்சதுரம் இணைகரம் ஒழுங்கான அறுகோணி சமனில் பக்க முக்கோணி		

- பின்வரும் அட்டவணையை அவதானிக்க.

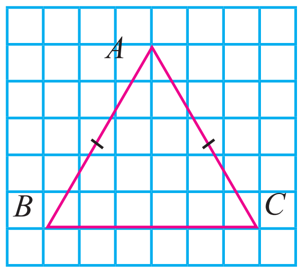
அட்டவணை 11.1

தளவுருவம்	**சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கை**	**சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை**	**சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு/ இல்லை**
சமபக்க முக்கோணி	3	3	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
இணைகரம்	0	2	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
சாய்சதுரம்	2	2	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
செவ்வகம்	2	2	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
சதுரம்	4	4	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
ஒழுங்கான ஐங்கோணி	5	5	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
ஒழுங்கான அறுகோணி	6	6	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
ஒழுங்கான எண்கோணி	8	8	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு

மேலேயுள்ள அட்டவணைக்கமைய

- இருபுடைச் சமச்சீர் உள்ள சுழற்சிச் சமச்சீரைக் கொண்ட கேத்திரகணிதத் தளவுருவங்களின் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கைக்குச் சமம்.
- இருபுடைச் சமச்சீர் இல்லாத தளவுருவங்களுக்குச் சுழற்சிச் சமச்சீர் இருத்தல் கூடும். (இணைகரம்)
- சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ள இருபுடைச் சமச்சீர் தளவுருவம் ஒன்றின் சமச்சீர் அச்சு களின் வெட்டுப் புள்ளி சுழற்சி மையமாகும்.
- சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை 2 அல்லது அதற்கு கூடியவை காணப்படும் தளவுருக்கள் சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ள தளவுருக்கள் ஆகும்.
- சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ள தளவுருவம் ஒன்றின் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை ஒன்றிலும் கூடியது.

பயிற்சி 11.1



1. (i) ABC என்னும் இருசமபக்க முக்கோணியை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரைந்து அதன் சமச்சீரச்சையும் வரைக.

(ii) முக்கோணி ABC ஐ எண்ணெய்த் தாளில் பிரதிசெய்து பொருத்தமான விதத்தில் இரு சமபக்க முக்கோணிக்குச் சுழற்சி சமச்சீர் இருக்கின்றதா என அவதானிக்க.

(iii) இருபுடைச் சமச்சீர் உள்ள எல்லா உருவங்களுக்கும் சுழற்சி சமச்சீர் தன்மை இருக்குமா?

2. (i) இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சமச்சீர் அச்சுகளையுடைய தளவுருவம் ஒன்றை வரைக.

(ii) நீர் வரைந்த உருவுக்குச் சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ளதா என பொருத்தமான விதத்தில் பரீட்சிக்க.

(iii) சுழற்சிச் சமச்சீர் இருப்பதாயின், சுழற்சி மையம் P எனக் குறித்து, சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசையைக் காண்க.

3. பின்வரும் கூற்றுகளைப் பிரதிசெய்து சரியான கூற்றுகளுக்கு எதிரே "✓" அடையாளமும் பிழையான கூற்றுகளுக்கு எதிரே "×" அடையாளமும் இடுக.

(i) இருபுடைச் சமச்சீரான அனைத்து உருக்களும் சுழற்சிச் சமச்சீர் உடையவையாகும்.

(ii) சுழற்சிச் சமச்சீரான அனைத்து உருக்களும் இருபுடைச் சமச்சீருடையதாகும்.

(iii) இருபுடைச் சமச்சீரான தளவுரு ஒன்று சுழற்சிச் சமச்சீரும் கொண்டிருப்பின் அவ்வுருவின் சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கையும் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசையும் சமனாகும்.

(iv) சமச்சீர் அச்சு 1 இலும் கூடிய இருபுடைச் சமச்சீரான உரு ஒன்றின் சமச்சீர் அச்சுகள் இடைவெட்டும் புள்ளி அதன் சுழற்சி மையமாகும்.

(v) சமனில் பக்க முக்கோணியில் இருபுடைச் சமச்சீர் அல்லது சுழற்சிச் சமச்சீர் இல்லை.

பொழிப்பு

- ஒரு குறித்த தளவுருவம் அதில் உள்ள ஒரு விசேட புள்ளி பற்றி ஒரு முழுச் சுற்றுச் சுற்றும்போது அதாவது 360° சுழலும்போது சுற்று முடிவடைவதற்கு முன்னர் அதன் தொடக்க அமைவுடன் பொருந்துமெனின், அத்தளவுருவத்திற்குச் சுழற்சிச் சமச்சீர் இருப்பதாகக் கூறப்படும்.
- ஒரு தளவுருவம் அதன் ஒரு குறித்த புள்ளியைப் பற்றிச் சுழல்கையில் ஒரு சுற்றைப் பூரணப்படுத்தும்போது பொருந்தும் தடவைகள் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை எனப்படும்.
- சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ள இருபுடைச் சமச்சீரான ஒரு தள உருவத்தின் சமச்சீர் அச்சுகள் இடைவெட்டும் புள்ளி சுழற்சி மையம் எனப்படும்.
- சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ள ஒரு தளவுருவத்தின் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை 1 இலும் கூடியது.

12 முக்கோணிகளும் நாற்பக்கல்களும்

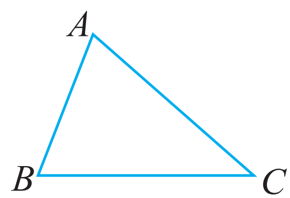
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒரு முக்கோணியினதும் ஒரு நாற்பக்கலினதும் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை முறையே 180°, 360° எனப் பெறுவதற்கும்
- ஒரு முக்கோணியின், ஒரு நாற்பக்கலின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° எனப் பெறுவதற்கும்
- ஒரு முக்கோணியினதும் ஒரு நாற்பக்கலினதும் கோணங்களுடன் தொடர்புபட்ட கணிப்புகளில் ஈடுபடுவதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

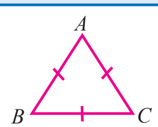
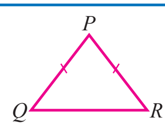
12.1 முக்கோணிகள்

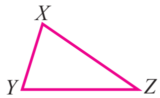
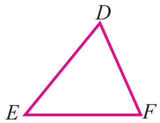
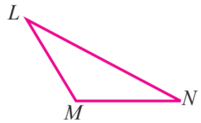
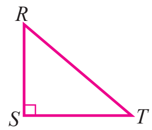
மூன்று நேர்கோட்டுத் துண்டங்களால் அடைக்கப்பட்ட பல்கோணி முக்கோணி எனப்படும் என நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள். ஒரு முக்கோணிக்கு 3 கோணங்களும் 3 பக்கங்களும் உள்ளன. அவை ஒரு முக்கோணியின் உறுப்புகள் எனப்படும்.



முக்கோணி ABC இன் மூன்று பக்கங்களும் AB, BC, CA ஆகும். முக்கோணி ABC இன் மூன்று கோணங்களும் $A\hat{B}C$, $B\hat{C}A$, $C\hat{A}B$ ஆகும்.

ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களின் நீளத்திற்கும் ஒரு முக்கோணியின் கோணங்களின் பருமனுக்கும் ஏற்ப முக்கோணிகளை வகைப்படுத்தும் விதம் பற்றி நீங்கள் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள். அதற்கேற்ப

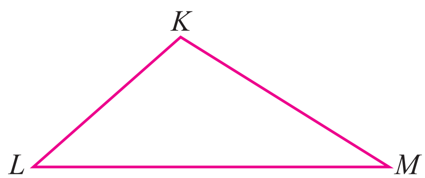
முக்கோணி	உரு	குறிப்பு
சமபக்க முக்கோணி		மூன்று பக்கங்களினதும் நீளங்கள் சமம்.
இருசமபக்க முக்கோணி		இரண்டு பக்கங்களின் நீளங்கள் சமம்.

சமனில்பக்க முக்கோணி		மூன்று பக்கங்களும் நீளத்தில் சமனற்றவை.
கூர்ங்கோண முக்கோணி		ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பருமன் 90^0 இலும் குறைவாகும்.
விரிகோண முக்கோணி		ஒரு கோணத்தின் பருமன் மாத்திரம் 90^0 இலும் கூடியதாகும்.
செங்கோண முக்கோணி		ஒரு கோணத்தின் பருமன் மாத்திரம் 90^0 ஆகும்.

முக்கோணிகளையும் கோணங்களையும் பற்றித் தரம் 7 இல் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

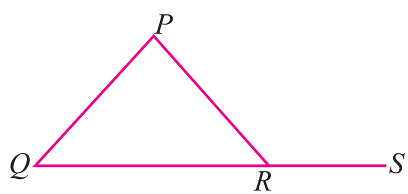
மீட்டற் பயிற்சி

1. உருவில் காணப்படும் முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களையும் மூன்று கோணங் களையும் பெயரிட்டு எழுதுக.

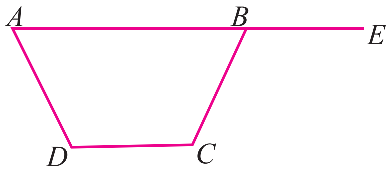


2. (i) ஒரு விரிகோண முக்கோணியை வரைந்து ABC எனப் பெயரிடுக.
(ii) $A\hat{B}C$, $B\hat{A}C$, $A\hat{C}B$ ஆகியவற்றை அளந்து எழுதுக.

3. (i) உருவில் உள்ளவாறு ஒரு முக்கோணி PQR ஐ வரைந்து பக்கம் QR ஐ S வரைக்கும் நீட்டுக.
(ii) $P\hat{R}Q$, $P\hat{R}S$ ஆகியவற்றை அளந்து எழுதுக.

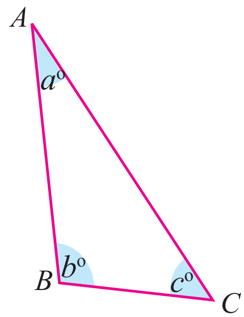


4. (i) ஒரு நாற்பக்கல் $ABCD$ ஐ வரைந்து பக்கம் AB ஐ E வரைக்கும் நீட்டுக.
(ii) $E\hat{B}C$ ஐயும் $A\hat{B}C$ ஐயும் அளந்து எழுதுக.



12.2 ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை

உருவில் முக்கோணி ABC இல் உள்ள கோணங்கள் a, b, c எனப் பெயரிடப்பட்டுள்ளன. அவை முக்கோணியினுள் இருப்ப தனால் அவை முக்கோணி ABC இன் **அகக் கோணங்கள்** எனப்படும்.

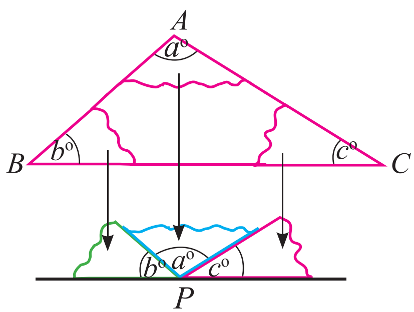


ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுக.

செயற்பாடு 1

படி 1 - ஒரு நிறத் தாளில் யாதேனும் ஒரு முக்கோணியை வரைந்து அதன் உச்சி களை A, B, C எனவும் அகக் கோணங்களை a, b, c எனவும் பெயரிடுக.

படி 2 - a, b, c ஆகிய மூன்று கோணங் களையும் உருவில் உள்ளவாறு வெட்டி வேறாக்குக.



படி 3 - வெட்டி எடுத்த a, b, c ஆகிய மூன்று கோணங்களையும் உச்சி P ஒரு பொது உச்சியாக இருக்குமாறு உருவில் காட்டப்பட்டது போன்று ஒன்றன் மீது ஒன்று படியாதவாறும் இடைவெளி இன்றியும் ஒட்டுக.

படி 4 - ஒட்டப்பட்ட மூன்று கோணங்களும் ஒரு நேர்கோட்டின் மீது இருக்கின்றனவா என்பதை ஒரு நேர்கோட்டில் வைப்பதன் மூலம் உறுதிப்படுத்துக. $a+b+c$ இன் பெறுமானத்தை எழுதுக.

- ➢ அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வேறு ஒரு முக்கோணியை வரைந்து அதன் மூன்று அகக் கோணங்களையும் அளந்து கூட்டுத்தொகையைப் பெறுக.

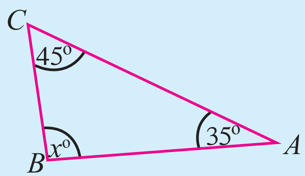
மேற்குறித்த செயற்பாட்டிற்கேற்ப ஒரு முக்கோணியின் மூன்று அகக் கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகையை ஒரு நேர்கோட்டின் ஒரு பக்கத்தின் மீது அமைந்திருக்கும் மூன்று கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகையாகக் காட்டலாம் என்பது தெளிவாகும்.

ஒரு நேர்கோட்டின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 180^o ஆகையால் முக்கோணியின் மூன்று அகக் கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகையும் 180^o என முடிபு செய்யலாம்.

$\therefore$ ஒரு முக்கோணியின் மூன்று அகக் கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை 180^o ஆகும்.

உதாரணம் 1

உருவில் $A\hat{B}C$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

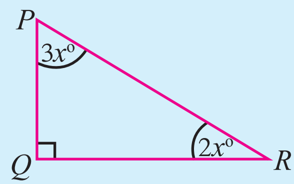


ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^o ஆகையால்,

$$45^o + 35^o + x^o = 180^o$$
$$80^o + x^o = 180^o$$
$$x = 180^o - 80^o = 100^o$$
$$\therefore\ A\hat{B}C = 100^o$$

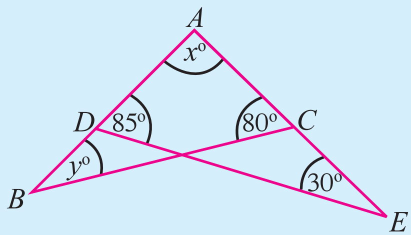
உதாரணம் 2

உருவில் $Q\hat{P}R$ பெறுமானத்தைக் காண்க.



$$3x^o + 2x^o + 90^o = 180^o$$
$$5x^o + 90^o = 180^o$$
$$5x = 180^o - 90^o = 90^o$$
$$x = \frac{90^o}{5} = 18^o$$
$$\therefore\ Q\hat{P}R = 3 \times 18^o = 54^o$$

உதாரணம் 3



உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

முக்கோணி ADE இன் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^o ஆகையால்,

$$85 + 30 + x = 180$$
$$115 + x = 180$$
$$x + 115 - 115 = 180 - 115$$
$$x = 65$$

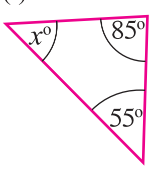
முக்கோணி ABC இன் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^o ஆகையால்,

$$x + 80 + y = 180$$
$$65 + 80 + y = 180 \; (x = 65 \text{ எனப் பிரதியிடுதல்})$$
$$y + 145 = 180$$
$$y + 145 - 145 = 180 - 145^o$$
$$y = 35$$

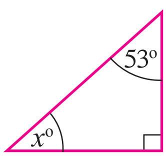
பயிற்சி 12.1

1. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் x இன் மூலம் காட்டப்படும் கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.

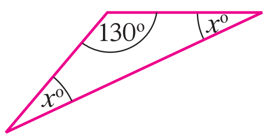
(i)



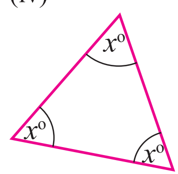
(ii)



(iii)

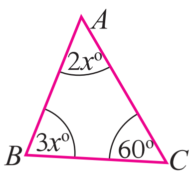


(iv)

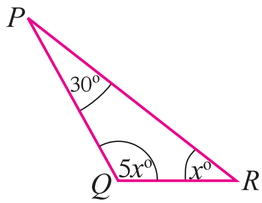


2. பின்வரும் முக்கோணிகள் ஒவ்வொன்றினதும் அகக் கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.

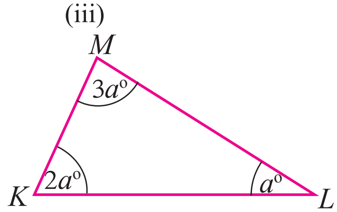
(i)



(ii)

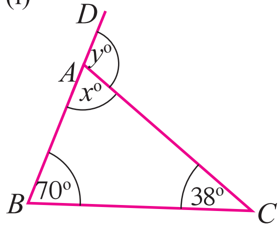


(iii)

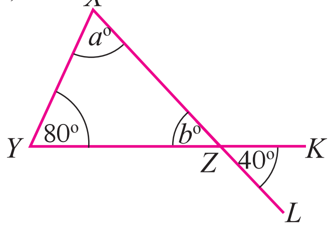


3. ஒவ்வோர் உருவிலும் ஆங்கில எழுத்துகளால் தரப்பட்டவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

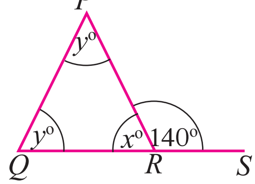
(i)



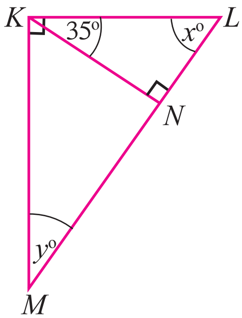
(ii)



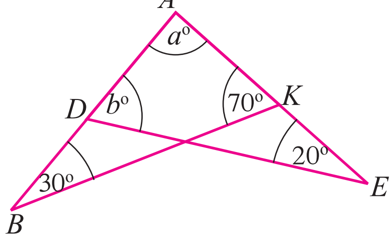
(iii)



(iv)

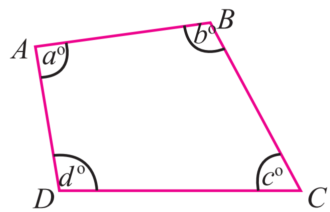


(v)



12.3 ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை

நான்கு பக்கங்களாலான ஒரு மூடிய நேர்கோட்டுத் தளவுரு நாற்பக்கல் எனப்படுமென நீங்கள் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள். ஒரு நாற்பக்கலில் 4 பக்கங்களும் 4 கோணங்களும் உள்ளன.

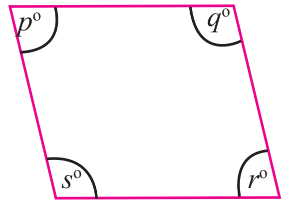


உருவில் காணப்படும் நாற்பக்கல் $ABCD$ இன் அகக் கோணங்கள் a, b, c, d எனக் காட்டப்பட்டுள்ளன.

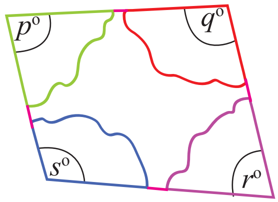
ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுக.

செயற்பாடு 2

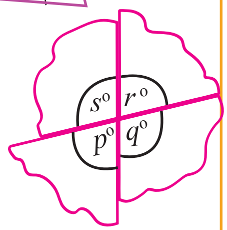
படி 1 - ஒரு நிறத் தாளில் யாதாயினும் ஒரு நாற்பக்கலை வரைந்து அதன் அகக் கோணங்களை p, q, r, s எனப் பெயரிடுக.



படி 2 - p, q, r, s ஆகிய கோணங்களை உருவில் உள்ளவாறு வெட்டி வேறாக்குக.



படி 3 - ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் உச்சிகள் ஒரு புள்ளியில் இருக்குமாறும் உருவில் காட்டியுள்ளவாறு வெட்டிய கோணங்களை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி ஒன்றன் மீது ஒன்று படியாதவாறும் இடைவெளி இன்றியும் ஒட்டுக.



படி 4 - ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் கொண்டு $p+q+r+s$ இற்கான ஒரு பெறுமானத்தை எழுதுக.

படி 5 - அப்பியாசப் புத்தகத்தில் யாதாயினும் ஒரு நாற்பக்கலை வரைந்து அதன் அகக் கோணங்களை அளந்து அவற்றின் கூட்டுத்தொகைக்கான ஒரு பெறுமானத்தைப் பெறுக.

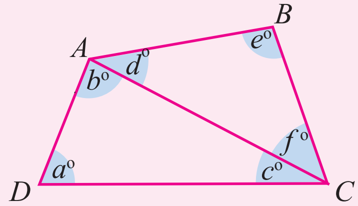
மேற்குறித்த செயற்பாட்டிற்கேற்ப $p+q+r+s = 360^{o}$ எனப் பெறுவீர்கள்.

ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^{o} ஆகையால், ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையையும் 360^{o} என முடிபு செய்யலாம்.

$\therefore$ ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^{o} ஆகும்.

குறிப்பு :

உருவில் நாற்பக்கல் $ABCD$ தரப்பட்டுள்ளது. அதில் உச்சிகள் A ஐயும் C ஐயும் இணைக்கும்போது முக்கோணி ABC உம் முக்கோணி ADC உம் கிடைக்கின்றன.



முக்கோணி ADC இன் மூன்று அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^o ஆகும்.

அதாவது, $a + b + c = 180^o$.

அவ்வாறே முக்கோணி ABC இன் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^o ஆகும்.

அதாவது $d + e + f = 180^o$.

∴ நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை = முக்கோணி ADC இன் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை + முக்கோணி ABC இன் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை

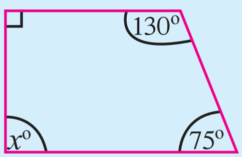
$$= (a + b + c) + (d + e + f)$$

$$= 180^o + 180^o = 360^o.$$

அதாவது, ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^o ஆகும்.

உதாரணம் 1

உருவில் உள்ள x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



நாற்பக்கலில் உள்ள அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^o ஆகையால்,

$$x + 90 + 130 + 75 = 360$$

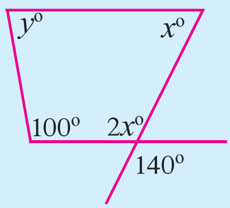
$$x + 295 = 360$$

$$x + 295 - 295 = 360 - 295$$

$$x = 65$$

உதாரணம் 2

உருவில் உள்ள x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகையால்,

$$2x = 140$$

$$x = 70$$

(நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 360^o ஆகையால்)

$$y + 100 + 2x + x = 360$$

$$y + 100 + 140 + 70 = 360$$

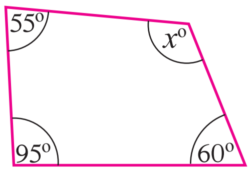
$$y + 310 - 310 = 360 - 310$$

$$y = 50$$

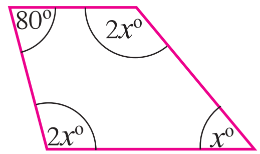
பயிற்சி 12.2

1. பின்வரும் ஒவ்வோர் உருவிலும் உள்ள x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

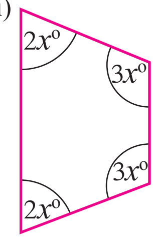
(i)



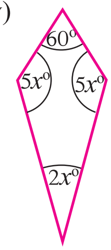
(ii)



(iii)

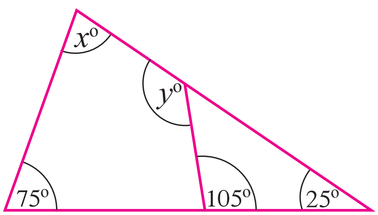


(iv)

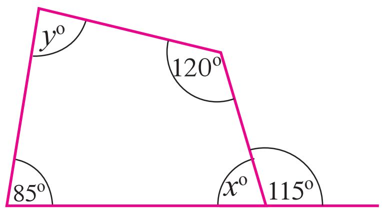


2. பின்வரும் ஒவ்வோர் உருவிலும் உள்ள x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

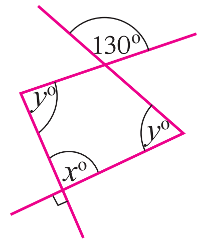
(i)



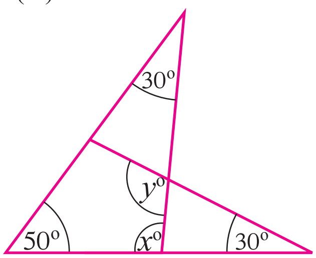
(ii)



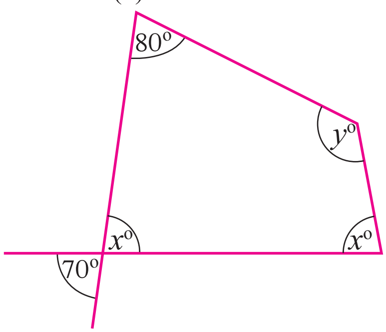
(iii)



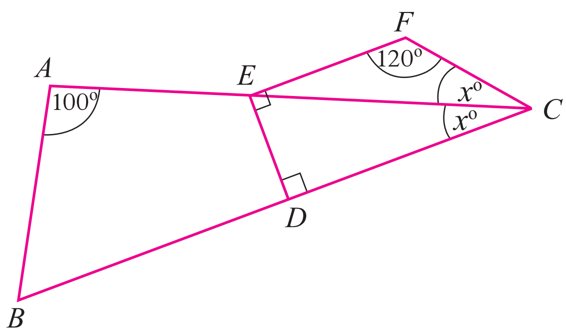
(iv)



(v)

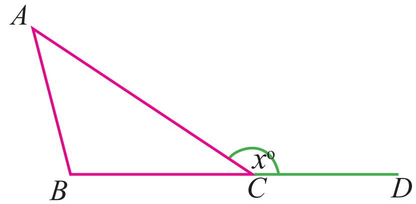


3. உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்பப் பின்வரும் ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.
   (i) $D\hat{C}F$
   (ii) $A\hat{B}C$
   (iii) $A\hat{E}D$



12.4 ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணங்கள்

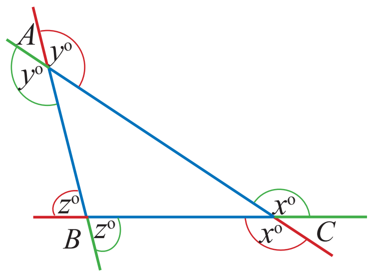
முக்கோணி ABC இன் பக்கம் BC ஆனது D வரைக்கும் நீட்டப்பட்டுள்ளது. அப்போது பக்கம் AC உம் நீட்டப்பட்ட CD உம் புயங்களாக இருக்குமாறு அமைக்கப்பட்டுள்ள பச்சை நிறத்தினால் காட்டப்படும் கோணம் $A\hat{C}D$ ஆனது **முக்கோணி ABC இன் புறக் கோணம்** ஆகும்.



உருவில் காணப்படுகின்றவாறு முக்கோணி ABC இன் பக்கங்களை நீட்டுவதன் மூலம் அதன் புறக் கோணங்களைப் பெறலாம்.

முக்கோணியின் ஒவ்வோர் உச்சியிலும் இரு புறக்கோணங்கள் இருக்கின்ற போதிலும் அவை குத்தெதிர்க் கோணங்கள் ஆகையால் அக்கோணங்கள் பருமனில் சமமாகும்.

ஒவ்வோர் உச்சியிலும் ஒரு புறக் கோணம் வீதம் எடுத்து அவற்றின் பெறுமானங்களைக் கூட்டும் போது அக்கூட்டுத்தொகை முக்கோணியின் **புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை** எனப்படும்.

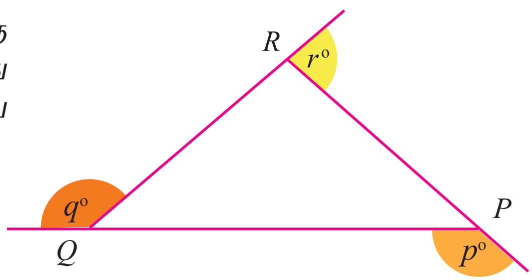


- ### ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை

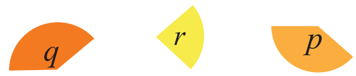
ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகைக்கான ஒரு பெறுமானத்தைப் பெறுவதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுவோம்.

செயற்பாடு 3

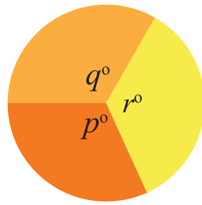
படி 1 - ஒரு தாளில் யாதாயினும் ஒரு முக்கோணியை வரைந்து அதன் 3 உச்சிகளிலும் மூன்று புறக் கோணங்களை வரைக.



படி 2 - p, q, r ஆகிய புறக் கோணங்கள் கொண்ட மூன்று அடர்களையும் உருவில் உள்ளவாறு வெட்டி வேறாக்குக.



படி 3 - வெட்டி வேறாக்கிய (மூன்று அடர்கள்) மூன்று புறக் கோணங்களினதும் உச்சிகள் ஒரு பொது உச்சியாக இருக்குமாறு உருவில் காட்டியவாறு அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி ஒன்றன் மீது ஒன்று படியாதவாறும் இடைவெளி இன்றியும் ஒட்டுக.



படி 4 - ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தி முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $p + q + r$ இன் பெறுமானத்தைப் பெறுக.

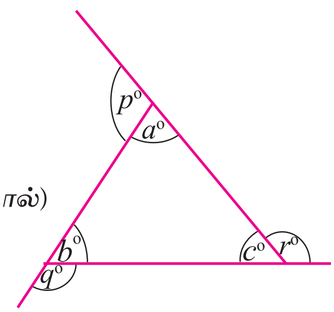
- வேறொரு முக்கோணியைப் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரைந்து அதன் பக்கங்களை நீட்டும்போது கிடைக்கும் புறக் கோணங்களை அளப்பதன் மூலம் அவற்றின் கூட்டுத் தொகையைப் பெறுக.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டிற்கேற்ப ஒரு முக்கோணியின் மூன்று புறக் கோணங்களையும் ஒரு புள்ளியைச் சுற்றியுள்ள கோணங்களாக அமைக்கலாம் என்பது தெளிவாகும்.

ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^o ஆகையால், ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையும் 360^o என்பது தெளிவாகும். கோணங்களை அளப்பதன் மூலமும் இப்பேற்றைப் பெறலாம்.

இதைப் பின்வருமாறும் பெறலாம்.

$$(a + p) + (b + q) + (c + r) = 180^o + 180^o + 180^o$$
$$= 540^o$$
$$\therefore (a + b + c) + (p + q + r) = 540^o$$

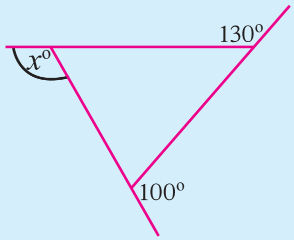


$$180^o + (p + q + r) = 540^o \quad (a + b + c = 180^o \text{ என்பதால்})$$
$$\therefore p + q + r = 540^o - 180^o$$
$$= 360^o$$

$\therefore$ ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^o ஆகும்.

உதாரணம் 1

உருவில் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

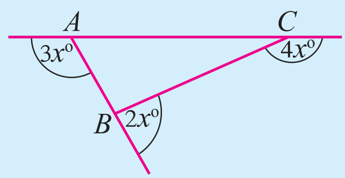


புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகையால்,

$$130 + 100 + x = 360$$
$$230 + x = 360$$
$$x + 230 - 230 = 360 - 230$$
$$x = 130$$

உதாரணம் 2

முக்கோணி ABC இன் மூன்று புறக் கோணங்களையும் மூன்று அகக் கோணங்களையும் காண்க.

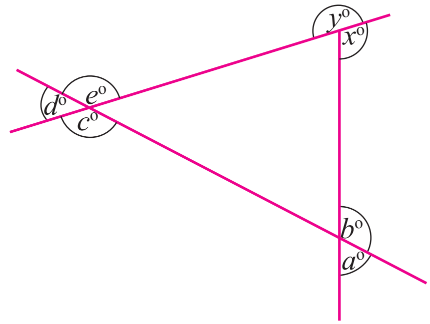


$$3x + 2x + 4x = 360$$
$$9x = 360$$
$$\frac{9x}{9} = \frac{360}{9}$$
$$\therefore x = 40$$

$\therefore$ உச்சி A இல் உள்ள புறக் கோணம் $= 3x^{\circ} = 3 \times 40^{\circ} = 120^{\circ}$
உச்சி B இல் உள்ள புறக் கோணம் $= 2x^{\circ} = 2 \times 40 = 80^{\circ}$
உச்சி C இல் உள்ள புறக் கோணம் $= 4x^{\circ} = 4 \times 40 = 160^{\circ}$
நேர்கோட்டின் மீது உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால்
A இல் உள்ள அகக் கோணம் $= 180^{\circ} - 120^{\circ} = 60^{\circ}$
B இல் உள்ள அகக் கோணம் $= 180^{\circ} - 80^{\circ} = 100^{\circ}$
C இல் உள்ள அகக் கோணம் $= 180^{\circ} - 160^{\circ} = 20^{\circ}$

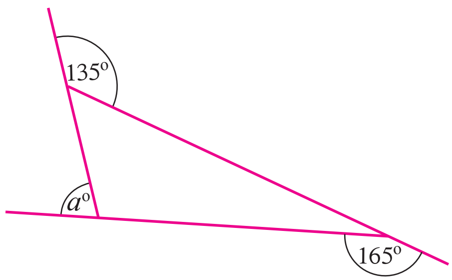
பயிற்சி 12.3

1. (i) உருவில் காணப்படும் a, b, c, d, e, x, y என்னும் கோணங்களில் புறக் கோணங்களைத் தெரிந்தெடுத்து எழுதுக.
   (ii) எஞ்சியுள்ள கோணங்கள் ஏன் புறக் கோணங்கள் அல்ல என்பதை விளக்குக.

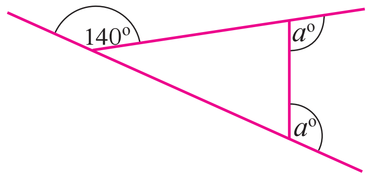


2. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள ஆங்கில எழுத்துகளினால் காட்டப்படும் கோணங்களின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

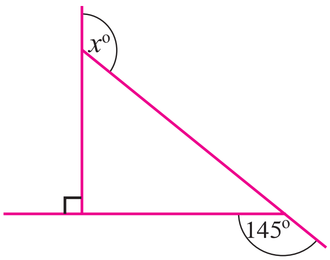
(i)



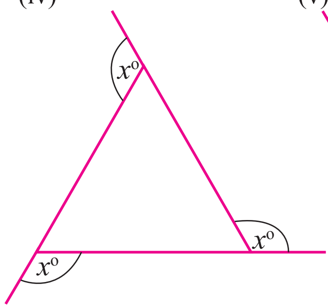
(ii)



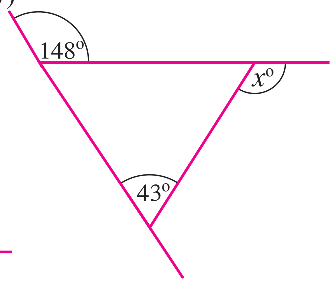
(iii)



(iv)

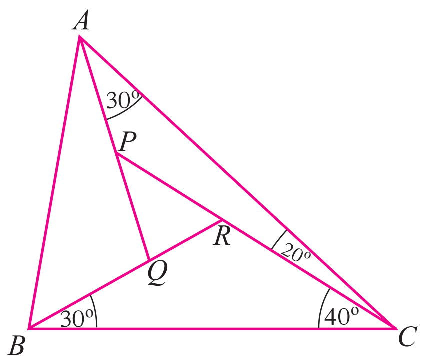


(v)



3. உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப
   (i) $B\hat{R}C$
   (ii) $A\hat{P}C$
   (iii) $B\hat{Q}A$

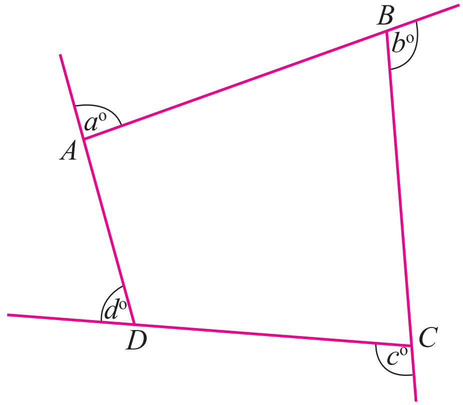
   என்பவற்றின் பருமன்களைக் காண்க.



12.5 நாற்பக்கல் ஒன்றின் புறக் கோணங்கள்

நாற்பக்கல் $ABCD$ இன் பக்கங்களை நீட்டும் போது உண்டாகும் புறக் கோணங்கள் உருவில் a, b, c, d ஆகியவற்றினால்காட்டப்பட்டுள்ளன.

நாற்பக்கலில் நான்கு உச்சிகள் உள்ளன. ஆகவே நான்கு புறக் கோணங்கள் உள்ளன.



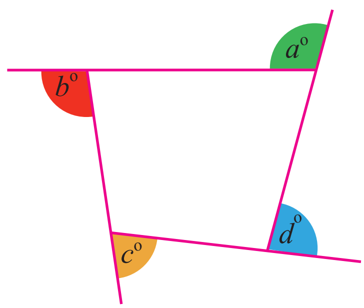
ஒரு நாற்பக்கலின் ஒவ்வோர் உச்சியிலும் இரு புறக் கோணங்கள் இருக்கின்றபோதிலும் அவை குத்தெதிர்க் கோணங்கள் ஆகையால், அக்கோணங்கள் பருமனிற் சமனாகும்.

ஒரு நாற்பக்கலின் ஒவ்வோர் உச்சியிலும் ஒரு புறக் கோணம் வீதம் எடுத்து அவற்றின் பருமன்களைக் கூட்டும்போது அக்கூட்டுத்தொகை **நாற்பக்கலின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை** எனப்படும்.

ஒரு நாற்பக்கலின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுவோம்.

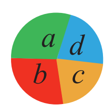
செயற்பாடு 4

படி 1 - ஒரு தாளில் யாதாயினும் ஒரு நாற்பக்கலை வரைந்து அதன் 4 உச்சிகளிலும் 4 புறக் கோணங்களை வரைக.



படி 2 - புறக் கோணங்களைக் கொண்ட அடர்களை உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு வெட்டி வேறாக்குக.

படி 3 - வெட்டி வேறுபடுத்திய நான்கு புறக் கோணங்களினதும் உச்சிகளை ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி ஒன்றன் மீது ஒன்று படியாதவாறும் இடைவெளி இன்றியும் ஒட்டுவதன் மூலம் $a + b + c + d$ இற்கு ஒரு பெறுமானத்தைப் பெறுக.

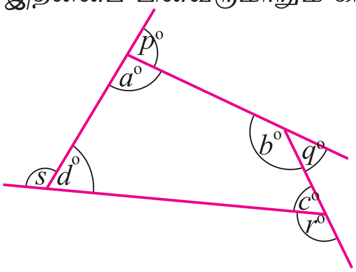


- அப்பியாசப் புத்தகத்தில் யாதாயினும் ஒரு நாற்பக்கலை வரைந்து அதன் புறக் கோணங்களை அளந்துபார்ப்பதன் மூலம் அவற்றின் கூட்டுத்தொகைக்கான ஒரு பெறுமானத்தைப் பெறுக.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டிற்கேற்ப ஒரு நாற்பக்கலின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° என்பது தெளிவாகும்.

$\therefore$ ஒரு நாற்பக்கலின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்

இதனைப் பின்வருமாறும் காட்டலாம்.



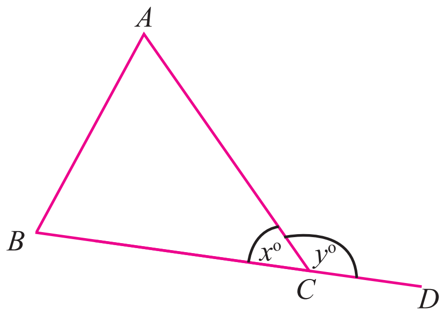
$$a + p + b + q + c + r + d + s = 180^{\circ} + 180^{\circ} + 180^{\circ} + 180^{\circ}$$

$(a + b + c + d) + (p + q + r + s) = 720^{\circ}$ (ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகையால்)

$$\therefore p + q + r + s = 720^{\circ} - 360^{\circ}$$

$$= 360^{\circ}$$

- **ஒரு முக்கோணியின், ஒரு நாற்பக்கலின் ஓர் உச்சியில் உள்ள புறக் கோணத்தினதும் அகக் கோணத்தினதும் கூட்டுத்தொகை**



ஒரு முக்கோணியின் ஓர் உச்சியில் அமைந்துள்ள அகக் கோணமும் புறக் கோணமும் உருவில் x, y எனக் காணப்படுகின்றன.

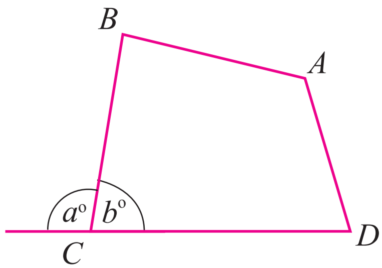
அக்கோணங்கள் இரண்டும் நேர்கோடு BD மீது புள்ளி C இல் உள்ளன.

ஒரு நேர்கோடு மீது உள்ள ஒரு புள்ளியில் நேர்கோட்டின் ஒரு பக்கத்தில் அமைந்திருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால், $x + y = 180^{\circ}$.

$\therefore$ ஒரு முக்கோணியின் ஓர் உச்சியில், அகக் கோணம் + புறக் கோணம் $= 180^{\circ}$ ஆகும்.

ஒரு நாற்பக்கலிற்கும் முக்கோணியைப் போன்றே ஒவ்வோர் உச்சியிலும் உள்ள அகக் கோணத்தினதும் புறக் கோணத்தினதும் கூட்டுத்தொகை 180^o ஆகும்.

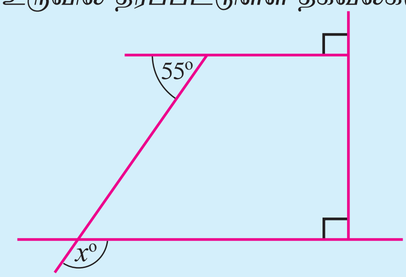
$\therefore \quad a + b = 180^o$



ஒரு நாற்பக்கலின் ஒவ்வொரு உச்சியிலும் உள்ள அகக் கோணத்தினதும் புறக் கோணத்தினதும் கூட்டுத்தொகை 180^o ஆகும்.

உதாரணம் 1

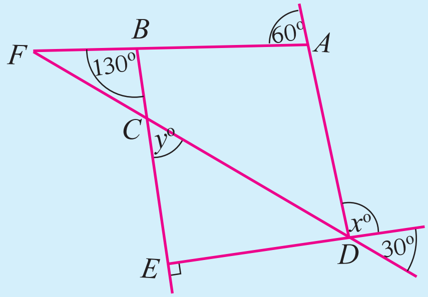
உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



$$x + 55 + 90 + 90 = 360$$
$$x + 235 = 360$$
$$x = 360 - 235$$
$$x = 125$$

உதாரணம் 2

உருவிற் குறித்துள்ள தகவல்களுக்கேற்ப x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



நாற்பக்கல் $ABED$ இல் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகையால்

$$60 + 130 + 90 + x = 360$$
$$x + 280 = 360$$
$$x + 280 - 280 = 360 - 280$$
$$x = 80$$

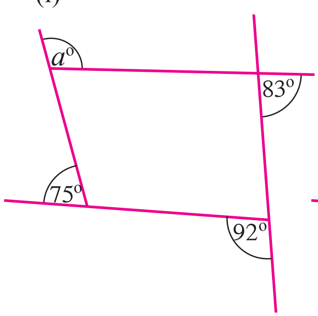
நாற்பக்கல் $ABCD$ இன் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையை எடுக்கும்போது

$$60 + 130 + y + (30 + x) = 360$$
$$190 + y + 30 + 80 = 360$$
$$y + 300 = 360$$
$$y = 360 - 300$$
$$y = 60$$

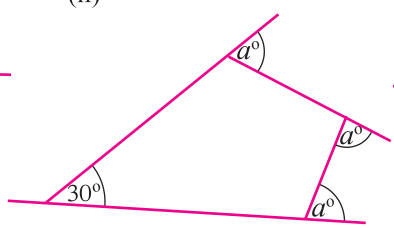
பயிற்சி 12.4

1. ஒவ்வோர் உருவிலும் காட்டப்பட்டுள்ள a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

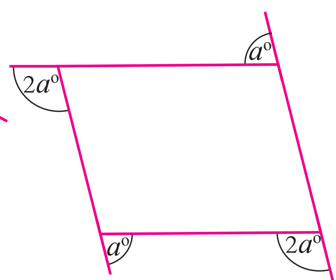
(i)



(ii)



(iii)

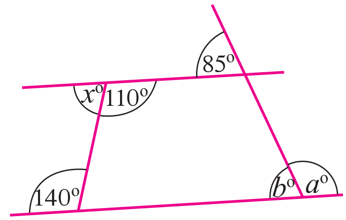


2. உருவைக் கொண்டு கோணங்களின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

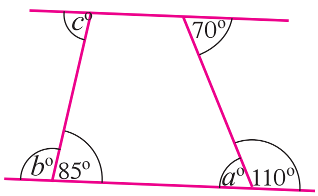
(i) x இன் பெறுமானம் யாது ?

(ii) a இன் பெறுமானம் யாது ?

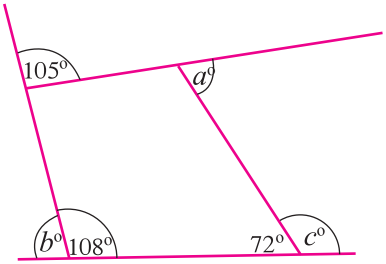
(iii) b இன் பெறுமானம் யாது ?



3. உருவில் a, b , c ஆகியவற்றினால் காட்டப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.

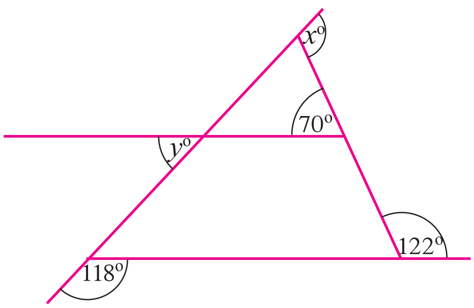


(ii)

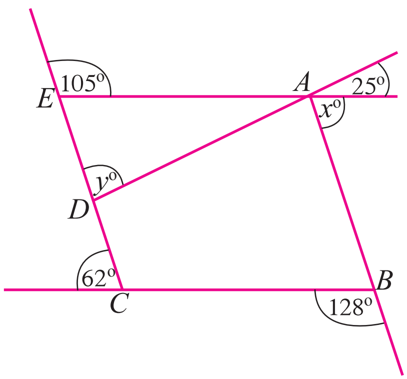


4. ஒவ்வொரு உருவிலும் x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i)



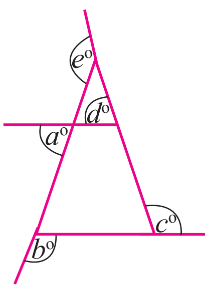
(ii)



5. (i) $a + b + c + d$ இன் பெறுமானம் யாது ?

(ii) $b + c + e$ இன் பெறுமானம் யாது ?

(iii) (i) இனதும் (ii) இனதும் விடைகளுக்கேற்ப $e = a + d$ எனக் காட்டுக.

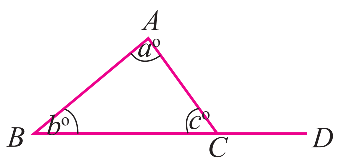


பொழிப்பு

- ஒரு முக்கோணியின் மூன்று அகக் கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.
- ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.
- ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.
- ஒரு நாற்பக்கலின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.
- ஒரு நாற்பக்கலினதும் ஒரு முக்கோணியினதும் ஒவ்வோர் உச்சியிலும் உள்ள அகக் கோணத்தினதும் புறக் கோணத்தினதும் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

சிந்தனைக்கு

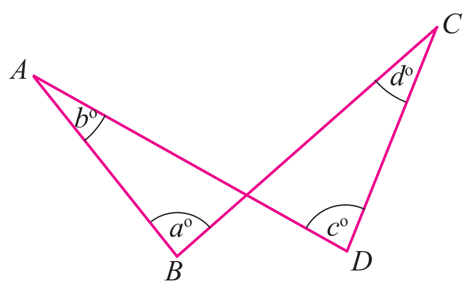
1. $A\hat{C}D = a + b$ எனக் காட்டுக.



2. (i) உரு $ABCD$ ஒரு பல்கோணி ஆகாதெனக் காரணம் தந்து விளக்குக.

(ii) $a + b = c + d$ எனக் காரணம் தந்து விளக்குக.

(iii) $a + b + c + d$ இன் பெறுமானம் எப்போதும் 360° இலும் குறைவானது எனக் காட்டுக.



13 பின்னங்கள் I

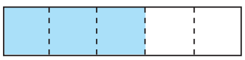
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒரு பின்னத்தை ஒரு முழு எண்ணால் பெருக்குவதற்கும்
- ஒரு பின்னத்தை வேறொரு பின்னத்தால் பெருக்குவதற்கும்
- ஒரு பின்னத்தை ஒரு கலப்பு எண்ணால் பெருக்குவதற்கும்
- ஒரு கலப்பு எண்ணை வேறொரு கலப்பு எண்ணால் பெருக்குவதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

13.1 பின்னங்கள்

நீங்கள் தரம் 6, 7 என்பவற்றில் பின்னங்கள் பற்றிக் கற்ற விடயங்களை நினைவு கூர்வோம். கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவில் அடைக்கப்பட்டுள்ள அளவை ஓர் அலகு எனக் கொள்வோம்.



மேற்படி அலகானது ஐந்து சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு அவற்றில் மூன்று பகுதிகள் நிழற்றப்பட்டுள்ளன. அப்போது நிழற்றப்பட்ட அளவு மொத்த அளவின் $\frac{3}{5}$ என நாம் கற்றுள்ளோம்.

ஓர் அலகைச் சமனான பகுதிகளாகப் பிரிக்கும்போது அவற்றுள் ஒரு பகுதி அல்லது சில பகுதிகள் அவ்வலகின் ஒரு **பின்னம்** என அழைக்கப்படுமென நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

ஒரு கூட்டத்தின் யாதாயினும் ஒரு பகுதியும் அக்கூட்டத்தின் ஒரு பின்னமாகும்.

இவ்வாறு குறிக்கப்பட்ட ஒன்றிலும் குறைந்த பூச்சியத்திலும் கூடிய எண்கள் அதாவது, $\frac{3}{5}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ போன்ற பின்னங்கள் **முறைமைப் பின்னங்கள்** என்பதை நீங்கள் முன்னர் கற்றுள்ளீர்கள்.

ஒரு முழு எண்ணும் ஒரு முறைமைப் பின்னமும் கூட்டப்படுவதால் காட்டப்படும் எண்ணானது அது எழுதப்படும் முறைக்கேற்ப **கலப்பு எண்** என அல்லது **முறைமையில்லாப் பின்னம்** என அழைக்கப்படும்.

$1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{3}, 4\frac{2}{5}$ ஆகியவை கலப்பு எண்களுக்கான சில உதாரணங்களாகும்.

$4\frac{2}{5}$ என்னும் கலப்பு எண்ணில் முழு எண் பகுதி 4 ஆவதுடன் பின்னப் பகுதி $\frac{2}{5}$ ஆகும்.

$\frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{11}{7}$ ஆகியவை முறைமையில்லாப் பின்னங்களுக்கான சில உதாரணங்களாகும்.

ஒரு முறைமையில்லாப் பின்னத்தின் தொகுதியானது பகுதியிலும் பெரியது அல்லது பகுதிக்குச் சமனானது ஆகும்.

ஒரு பின்னத்தின் பகுதியையும் தொகுதியையும் பூச்சியம் தவிர்ந்த ஒரே எண்ணினால் பெருக்குவதன் மூலம் முதற் பின்னத்தின் **சமவலுவான ஒரு பின்னத்தைப்** பெறலாம். பகுதியையும் தொகுதியையும் பூச்சியம் தவிர்ந்த ஒரே எண்ணினால் வகுப்பதன் மூலமும் முதற் பின்னத்திற்குச் **சமவலுவான ஒரு பின்னத்தைப்** பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

• ஒரு கலப்பு எண்ணை ஒரு முறைமையில்லாப் பின்னமாகத் தருதல்

ஒரு கலப்பு எண்ணை ஒரு முறைமையில்லாப் பின்னமாக மாற்றும்போது கீழே தரப்பட்டுள்ள படிமுறைகளைப் பின்பற்றலாம்.

- கலப்பு எண்ணிலுள்ள முழு எண்ணை அதிலுள்ள முறைமைப் பின்னத்தின் பகுதியினால் பெருக்கி முறைமைப் பின்னத்தின் தொகுதியுடன் கூட்டுக.
- அம்முறைமையில்லாப் பின்னத்தின் பகுதி கலப்பு எண்ணின் முறைமைப் பின்னத்தின் பகுதியே ஆகும்.

• ஒரு முறைமையில்லாப் பின்னத்தை ஒரு கலப்பு எண்ணாக மாற்றுதல்

ஒரு முறைமையில்லாப் பின்னத்தை ஒரு கலப்பு எண்ணாக மாற்றும் முறையை பின்வரும் உதாரணத்தின் மூலம் பார்ப்போம்.

$\frac{7}{4}$ ஐ ஒரு கலப்பு எண்ணாகக் காட்டுவோம்.

முறை I

$$\frac{7}{4} = \frac{4+3}{4}$$
$$= \frac{4}{4} + \frac{3}{4}$$
$$= 1 + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$$

முறை II

$$\frac{7}{4} = 7 \div 4$$

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ 4 & 7 \\ & 4 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$7 \div 4$ இல் ஈவு 1 உம் மீதி 3 உம் ஆகும். மேற்குறித்த ஈவை கலப்பு எண்ணின் முழு எண் பகுதி என எழுதுவோம். மீதி முறைமையான பின்னத்தின் தொகுதி ஆகும்.

இங்கு பகுதியானது முறைமையில்லாப் பின்னத்தின் பகுதி ஆகும்.

$$\therefore \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$$

பின்னங்களின் கூட்டலையும் கழித்தலையும் நாம் தரம் 6, 7 இல் கற்றுள்ளோம். பின்னங்கள் பற்றிக் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்காக பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சிகளில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. அடைப்பினுள்ளேயிருந்து பொருத்தமான பெறுமானத்தைத் தெரிந்தெடுத்து வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i) $\frac{3}{4}$ என்பது $\frac{1}{4}$ கள் ...... ஆகும். (2, 3, 5)

(ii) $\frac{2}{5}$ என்பது ...... கள் 2 ஆகும். $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}\right)$

(iii) $\frac{1}{7}$ கள் 4 என்பது ...... ஆகும். $\left(\frac{4}{7}, \frac{4}{5}, \frac{4}{9}\right)$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பின்னத்திற்கும் சமவலுப் பின்னம் இரண்டு வீதம் எழுதுக.

(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{2}{5}$ (iii) $\frac{6}{10}$ (iv) $\frac{8}{24}$

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கலப்பு எண்ணையும் முறைமையில்லாப் பின்னமாகத் தருக.

(i) $1\frac{1}{5}$ (ii) $3\frac{3}{5}$ (iii) $6\frac{1}{6}$

4. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பின்னத்தையும் கலப்பு எண்ணாகத் தருக.

(i) $\frac{14}{5}$ (ii) $\frac{18}{7}$ (iii) $\frac{37}{3}$

5. கூட்டுக.

(i) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ (ii) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ (iii) $\frac{3}{5} + \frac{1}{3}$ (iv) $\frac{7}{12} + \frac{1}{8}$

(v) $\frac{1}{6} + \frac{5}{8}$ (vi) $\frac{11}{15} + \frac{2}{10}$ (vii) $1\frac{1}{2} + 4\frac{3}{8}$ (viii) $2\frac{1}{4} + 3\frac{5}{9}$

6. கழிக்க.

(i) $\frac{6}{7} - \frac{2}{7}$ (ii) $\frac{7}{10} - \frac{2}{5}$ (iii) $\frac{1}{3} - \frac{2}{7}$ (iv) $1 - \frac{1}{5}$

(v) $\frac{7}{8} - \frac{5}{6}$ (vi) $3\frac{7}{8} - 1\frac{1}{2}$ (vii) $3 - 1\frac{5}{8}$ (viii) $2\frac{2}{5} - 1\frac{3}{20}$

13.2 பின்னம் ஒன்றை முழு எண் ஒன்றினால் பெருக்குதல்

ஐந்து சமனான பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ள ஒரு கேக் உருவில் தரப்பட்டுள்ளது.

அக்கேக்கின் ஒரு பகுதி மொத்தக் கேக்கின் $\frac{1}{5}$ என நாம் அறிவோம். அவ்வாறான மூன்று பகுதிகளை எடுத்துக் கொள்வோம்.

$\frac{1}{5}$ $\qquad$ $\frac{1}{5}$ $\qquad$ $\frac{1}{5}$

இம்மூன்று கேக் துண்டுகளின் கூட்டுத்தொகையானது மொத்தக் கேக்கின் என்ன பங்கு என ஆராய்வோம். அதற்காக அம்மூன்று துண்டுகளினதும் அளவுகளைக் கூட்ட வேண்டும்.

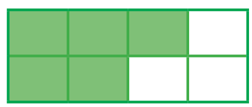
அது, $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$ ஆகும்.

மீண்டும் மீண்டும் ஒரே எண்ணைப் பல தடவைகள் கூட்டுவதைப் பெருக்கலாக எழுத முடியும் என முன்னர் நாம் கற்றுள்ளோம்.

அதாவது $2+2+2=2\times 3=6$ ஆகும்.

இதற்கேற்ப $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{1}{5}\times 3$ என எழுதலாம்.
எனவே, $\frac{1}{5}\times 3=\frac{3}{5}$ ஆகும். அதாவது $\frac{1}{5}$ கள் 3 என்பது $\frac{3}{5}$ ஆகும்.

- எட்டுச் சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ள ஒரு செவ்வகம் உருவில் தரப்பட்டுள்ளது. அதில் ஒரு பகுதி முழு உருவின் $\frac{1}{8}$ ஆகும்.



இவ்வாறான 5 பகுதிகளின் கூட்டலைப் பார்ப்போம்.

அதனை $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$ என எழுதலாம்.

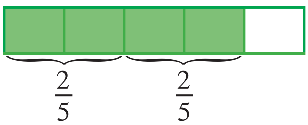
அதாவது $\frac{1}{8}$ கள் 5 என்பது $\frac{5}{8}$ ஆகும்.

$\frac{1}{8} \times 5 = \frac{5}{8}$.

இதற்கேற்ப $\frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$ உம் $\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$ உம் $\frac{1}{10} \times 7 = \frac{7}{10}$ உம் ஆகும்.

இனி நாம் $\frac{2}{5} \times 2$ வடிவிலான ஒரு சந்தர்ப்பம் பற்றி ஆராய்வோம்.

இதனை ஓர் உருவத்தில் குறிப்போம்.



$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$ ஆகும்.

இக்கூட்டலைப் பெருக்கமாக எழுதும்போது

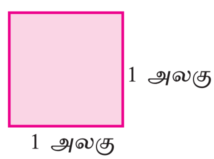
$\frac{2}{5} \times 2 = \frac{4}{5}$ ஆகும்.

இதற்கேற்பத் தரப்பட்டுள்ள ஒரு பின்னத்தை ஒரு முழு எண்ணால் பெருக்கும் போது பெறப்படும் பின்னத்தின் தொகுதியானது தரப்பட்டுள்ள பின்னத்தின் தொகுதியினதும் முழு எண்ணினதும் பெருக்கமாவதுடன் அதன் பகுதியானது தரப்பட்டுள்ள பின்னத்தின் பகுதியேயாகும்.

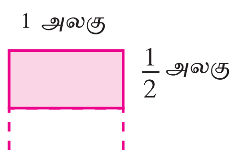
முழுவெண் ஒன்றை ஒரு பின்னத்தால் பெருக்குதல்

1 அலகு நீளமும் 1 அலகு அகலமும் உடைய ஒரு சதுர வடிவிலான அடரின் பரப்பளவானது 1 சதுர அலகு என நீங்கள் இதற்கு முன்னர் கற்றுள்ளீர்கள்.

அதாவது சதுர வடிவிலான அடரின் பரப்பளவு $= 1$ அலகு $\times 1$ அலகு
$= 1$ சதுர அலகு



இனி நாம் 1 அலகு நீளமும் $\frac{1}{2}$ அலகு அகலமும் உடைய செவ்வக வடிவிலான ஓர் அடரின் பரப்பளவைக் காண்போம்.



முறை I

இச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவானது 1 சதுர அலகுடைய சதுரத்தின் அரைவாசி என்பதால் அதன் பரப்பளவு $\frac{1}{2}$ சதுர அலகு ஆகும்.

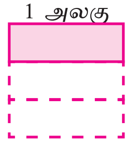
முறை II

இச்செவ்வகத்தின் ஒரு பக்க நீளம் 1 அலகும் அகலம் $\frac{1}{2}$ அலகும் என்பதால்

அடரின் பரப்பளவு = (நீளம் $\times$ அகலம்) சதுர அலகுகள்

$= 1 \times \frac{1}{2}$ சதுர அலகுகள்

$$\therefore\ 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$



மேலும் 1 அலகு நீளமும் $\frac{1}{3}$ அலகு அகலம் உடைய உருவில் தரப்பட்டுள்ள செவ்வக வடிவிலான அடரின் பரப்பளவு $\frac{1}{3}$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

அதாவது $1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$ என நீங்கள் முன்னைய பகுதிகளில் கற்றுள்ளீர்கள்.

$\therefore\ \frac{1}{3} \times 1 = 1 \times \frac{1}{3}$ ஆகும்.

இவ்வாறே

$\frac{2}{7} \times 3 = \frac{6}{7}$ உம் $3 \times \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$ உம் ஆகும்.

$\frac{4}{11} \times 2 = \frac{8}{11}$ உம் $2 \times \frac{4}{11} = \frac{8}{11}$ உம் ஆகும்.

$\frac{2}{13} \times 5 = \frac{10}{13}$ உம் $5 \times \frac{2}{13} = \frac{10}{13}$ உம் ஆகும்.

$\therefore\ \frac{2}{7} \times 3 = 3 \times \frac{2}{7}$

$\therefore\ \frac{4}{11} \times 2 = 2 \times \frac{4}{11}$

$\therefore\ \frac{2}{13} \times 5 = 5 \times \frac{2}{13}$

ஒரு பின்னத்தை ஒரு முழு எண்ணால் பெருக்குவதனாலும் அதே முழு எண்ணை அதே பின்னத்தால் பெருக்குவதனாலும் ஒரே பெறுமானமே பெறப்படும்.

உதாரணம் 1

(i) சுருக்குக. $\frac{3}{7} \times 2$

$\frac{3}{7} \times 2 = \frac{3 \times 2}{7}$

$= \frac{6}{7}$

(ii) சுருக்குக. $\frac{3}{8} \times 5$

$\frac{3}{8} \times 5 = \frac{3 \times 5}{8}$

$= \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

(iii) சுருக்குக. $4 \times \frac{2}{5}$

$4 \times \frac{2}{5} = \frac{4 \times 2}{5}$

$= \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

பயிற்சி 13.1

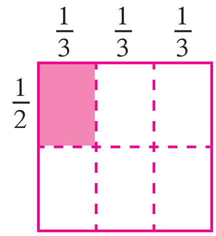
1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பெருக்கலிலும் பெறப்படும் விடையை எளிய வடிவில் எழுதுக. (முறைமையில்லாப் பின்னங்களாகப் பெறப்படும் விடைகளை கலப்பு எண்ணாகத் தருக.)

(i) $\frac{1}{6} \times 5$	(ii) $\frac{3}{10} \times 3$	(iii) $6 \times \frac{2}{13}$	(iv) $\frac{3}{7} \times 5$
(v) $\frac{2}{7} \times 9$	(vi) $\frac{1}{10} \times 17$	(vii) $5 \times \frac{7}{9}$	(viii) $\frac{3}{4} \times 12$
(ix) $\frac{2}{5} \times 10$	(x) $\frac{7}{8} \times 1$	(xi) $\frac{2}{3} \times 0$	(xii) $0 \times \frac{3}{5}$
(xiii) $3 \times \frac{1}{4}$	(xiv) $\frac{5}{6} \times 8$	(xv) $10 \times \frac{3}{5}$	

2. ஒரே வேகத்தில் பயணிக்கும் ஒரு வாகனம் ஒரு நிமிடத்தில் $\frac{3}{4}$ கிலோமீற்றர் செல்லுமாயின், 8 நிமிடங்களில் பயணித்துள்ள தூரம் யாது ?

3. பிளாத்திக்குக் குவளைகளை உற்பத்தி செய்யும் ஓர் இயந்திரம் 1 மணி நேரத்தில் 600 குவளைகளை உற்பத்தி செய்யுமெனின், $\frac{2}{3}$ மணி நேரத்தில் எத்தனை குவளைகளை உற்பத்தி செய்யும் ?

13.3 ஒரு பின்னத்தை வேறொரு பின்னத்தால் பெருக்குதல்



உருவில், ஒரு பக்க நீளம் 1 அலகுடைய சதுரவடிவிலான ஓர் அடர் சமனான 6 பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு ஒரு பகுதி நிழற்றப்பட்டுள்ளது.

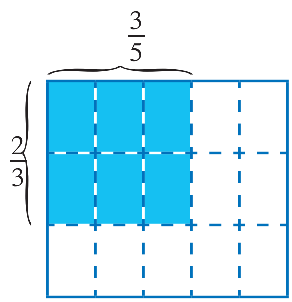
அந்நிழற்றப்பட்ட பகுதியானது முழுச் சதுர அடரின் பரப்பளவின் $\frac{1}{6}$ என்பதால், அதன் பரப்பளவு $\frac{1}{6}$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

அவ்வாறே நிழற்றப்பட்ட பகுதி ஒரு செவ்வக வடிவை எடுக்கின்றது. அதன் நீளப் பக்கமானது சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளத்தின் $\frac{1}{2}$ ஆவதுடன் அதன் அகலப் பக்கமானது சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளத்தின் $\frac{1}{3}$ ஆகும்.

இச்செவ்வக அடரின் பரப்பளவானது அதன் நீளம், அகலம் என்பவற்றின் பெறுமானங்களைப் பெருக்குவதன் மூலம் கணிக்கப்படுகின்றது.

இதற்கேற்ப நிழற்றிய பகுதியின் பரப்பளவை $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ என எழுதலாம். உருவின்படி அப்பெறுமானம் $\frac{1}{6}$ என்பதால்

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$



உருவில் பக்கம் ஒன்றின் நீளம் 1 அலகை உடைய சதுர வடிவ அடர் தரப்பட்டுள்ளது. அது 15 சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. இதில் நிழற்றப்பட்ட பகுதி முழு உருவின் பரப்பளவின் எத்தனை அலகுகள் என்பதை இரு வேறு முறைகளில் காண்போம்.

முறை I

இங்கு நிழற்றப்பட்ட பகுதி முழு உருவின் பரப்பளவின் $\frac{6}{15}$ என்பதால் அதன் பரப்பளவு $\frac{6}{15}$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

முறை II

நிழற்றப்பட்ட செவ்வக வடிவப் பகுதியின் அகலமானது சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளத்தின் $\frac{3}{5}$ $\left(\text{அதாவது } \frac{3}{5} \text{ அலகுகள்}\right)$ ஆகும்.

அதன் நீளமானது சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளத்தின் $\frac{2}{3}$ ஆகும். $\left(\text{அதாவது } \frac{2}{3} \text{ அலகுகள் ஆகும்.}\right)$

நிழற்றப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு மொத்தப் பரப்பளவின் $\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

$$\therefore \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{15}$$

மேற்குறித்த இரண்டு சந்தர்ப்பங்களையும் கருதுவோம்.

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\quad\left(\frac{1\times1}{2\times3}=\frac{1}{6}\right)$$

$$\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{6}{15}\quad\left(\frac{3\times2}{5\times3}=\frac{6}{15}\right)$$

அதாவது, இரண்டு பின்னங்களைப் பெருக்குவதன் மூலம்

- பெறப்படும் பின்னத்தின் தொகுதியானது இரண்டு பின்னங்களினதும் தொகுதிகளின் பெருக்கமாகும்.
- பெறப்படும் பின்னத்தின் பகுதியானது இரண்டு பின்னங்களினதும் பகுதிகளின் பெருக்கமாகும்.

குறிப்பு :

- எந்தவொரு பின்னத்தையும் பூச்சியத்தினால் பெருக்கும்போது விடை 0 ஆகும்.
  $\frac{1}{2}\times 0=\frac{1\times0}{2}=\frac{0}{2}=0$ இங்கு $\frac{1}{2}\times 0=\frac{1}{2}\times\frac{0}{1}=\frac{1\times0}{2\times1}=\frac{0}{2}=0$
- எந்தவொரு பின்னத்தையும் 1 ஆல் பெருக்கும்போது விடை அதே பின்னமாகும்.
  $\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{2}\times\frac{1}{1}=\frac{1\times1}{2\times1}=\frac{1}{2}$

உதாரணம் 1

(i) சுருக்குக. $\frac{4}{7}\times\frac{2}{3}$

$$\frac{4}{7}\times\frac{2}{3}=\frac{4\times2}{7\times3}$$
$$=\frac{8}{21}$$

(ii) சுருக்குக. $\frac{3}{8}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}$

$$\frac{3}{8}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3\times4\times1}{8\times5\times2}=\frac{12}{80}$$
$$=\frac{12\div4}{80\div4}\text{ (சமவலுப்பின்னம்)}$$
$$=\frac{3}{20}$$

குறிப்பு :

$\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{40}$

$\frac{12}{40}$ என்னும் பின்னத்தில் 4 என்பது தொகுதி, பகுதி ஆகியவற்றின் பொதுக் காரணி என்பதால் பகுதியையும் தொகுதியையும் 4 ஆல் வகுப்போம்.

$\therefore \frac{12}{40} = \frac{12 \div 4}{40 \div 4} = \frac{3}{10}$

இது $\frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{40}_{10}} = \frac{3}{10}$ என எழுதப்படும்.

$\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{40}_{10}} = \frac{3}{10}$ ஆகும்.

மேலும்,

$\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{3 \times 4}{8 \times 5} = \frac{3 \times 4}{2 \times 4 \times 5}$

இனி, 4 என்பது தொகுதி, பகுதி ஆகியவற்றின் பொதுக் காரணி என்பதால் பகுதியையும் தொகுதியையும் 4 ஆல் வகுப்பதால்

$\frac{3 \times \cancel{4}^{1}}{2 \times \cancel{4}_{1} \times 5} = \frac{3}{10}$

$\frac{3}{8} \times \frac{4}{5}$ சுருக்கும்போது தொகுதியினதும் பகுதியினதும் பொதுக் காரணிகளால் வகுப்பதால் இச்சுருக்குதல்கள் மிக எளிதாகும்.

$\frac{3}{\cancel{8}_{2}} \times \frac{\cancel{4}^{1}}{5} = \frac{3 \times 1}{2 \times 5} = \frac{3}{10}$

பயிற்சி 13.2

1. சுருக்குக.

(a) (i) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$ (iii) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ (iv) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$

(v) $\frac{3}{8} \times \frac{2}{5}$ (vi) $\frac{7}{10} \times \frac{3}{14}$ (vii) $\frac{5}{12} \times \frac{4}{7}$ (viii) $\frac{6}{7} \times \frac{14}{15}$

(b) (i) $\frac{6}{7} \times \frac{3}{8}$ (ii) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}$ (iii) $\frac{2}{11} \times \frac{3}{4}$ (iv) $\frac{3}{10} \times \frac{5}{6}$

(v) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$ (vi) $\frac{5}{12} \times \frac{3}{10}$ (vii) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$ (viii) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{10}$

13.4 ஒரு பின்னத்தை ஒரு கலப்பு எண்ணால் பெருக்குதல்

இப்போது நாம் ஒரு பின்னத்தை ஒரு கலப்பு எண்ணால் பெருக்குவதைக் கருதுவோம்.

$\frac{3}{5}$ ஐ $1\frac{1}{2}$ இனால் பெருக்குவோம்.

அதாவது $\frac{3}{5} \times 1\frac{1}{2}$ இன் பெறுமானம் காண்போம்.

இங்கு, முதலில் கலப்பு எண்ணை முறைமையில்லாப் பின்னமாகக் காட்டுவோம்.

$$\therefore\ \frac{3}{5} \times 1\frac{1}{2} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{3 \times 3}{5 \times 2}$$

$$= \frac{9}{10}$$

கலப்பு எண்கள் அடங்கிய பின்னங்களைச் சுருக்கும்போது கலப்பு எண்களை முறைமையில்லாப் பின்னங்களாக மாற்றிப் பெருக்குதல் இலகுவானதாகும்.

உதாரணம் 1

சுருக்குக. $\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{4}$

$$\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{4} = \frac{\cancel{2}^{1}}{3} \times \frac{5}{\cancel{4}_{2}}$$ (2, 4 ஐ 2 ஆல் வகுப்போம்)

$$= \frac{1 \times 5}{3 \times 2}$$

$$= \frac{5}{6}$$

உதாரணம் 2

சுருக்குக. $1\frac{3}{5} \times \frac{3}{4}$

$$1\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{{}^{2}\cancel{8}}{5} \times \frac{3}{\cancel{4}_{1}}$$ (4, 8 ஐ 2 ஆல் வகுப்போம்)

$$= \frac{2 \times 3}{5 \times 1}$$

$$= \frac{6}{5}$$

$$= 1\frac{1}{5}$$

பயிற்சி 13.3

1. சுருக்குக.

(i) $\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{3}{5} \times 1\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{5}{8} \times 1\frac{2}{3}$ (iv) $\frac{7}{10} \times 2\frac{1}{7}$

(v) $\frac{1}{6} \times 2\frac{1}{5}$ (vi) $\frac{3}{5} \times 3\frac{1}{9}$ (vii) $\frac{7}{10} \times 33\frac{1}{3}$ (viii) $\frac{5}{12} \times 3\frac{3}{11}$

(ix) $2\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ (x) $3\frac{3}{4} \times \frac{7}{10}$ (xi) $\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2}$ (xii) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} \times 1\frac{1}{6}$

2. 1 லீற்றர் எரிபொருளில் $12\frac{1}{2}$ km பயணம் செய்யும் ஒரு வாகனம் $\frac{3}{4}$ லீற்றர் எரிபொருளில் பயணம் செய்யும் தூரத்தைக் காண்க.

3. டயானா ஒரு நாளில் $1\frac{3}{4}$ மணிநேரம் புத்தகம் ஒன்றை வாசிப்பாள். அவள் அப்புத்தகத்தை 7 நாட்களில் வாசித்து முடித்தாள். அவள் அப்புத்தகத்தை வாசித்து முடிக்க எடுத்த காலத்தை மணித்தியாலங்களில் காண்க.

4. கமலா குறித்த ஒரு நோய்க்காக வைத்தியசாலையில் அனுமதிக்கப்பட்டபோது $\frac{1}{2}$ மணிநேரத்துக்கு ஒரு தடவை $\frac{1}{10}$ லீற்றர் வீதம் நீர் பருகுமாறு வைத்தியர் ஆலோசனை வழங்கினார். அவள் $3\frac{1}{2}$ மணித்தியாலத்தில் பருகிய நீரின் அளவைக் கணிக்க.

13.5 கலப்பு எண் ஒன்றை வேறொரு கலப்பு எண்ணால் பெருக்குதல்

ஒரு கலப்பு எண்ணை வேறொரு கலப்பு எண்ணால் பெருக்கும்போது முதலில் ஒவ்வொரு கலப்பு எண்ணையும் முறைமையில்லாப் பின்னமாக மாற்றுவோம்.

சுருக்குவோம். $1\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{5}$

$1\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{5} = \frac{3}{2} \times \frac{7}{5}$ (முதலில் கலப்பு எண்களை முறைமையில்லாப் பின்னங்களாக மாற்றிக் கொள்ள வேண்டும்)

$= \frac{3 \times 7}{2 \times 5}$

$= \frac{21}{10} = 2\frac{1}{10}$

உதாரணம் 1

சுருக்குக. $1\frac{3}{5} \times 2\frac{3}{4}$

$1\frac{3}{5} \times 2\frac{3}{4} = \frac{\cancel{8}^{2}}{5} \times \frac{11}{\cancel{4}_{1}}$

$= \frac{2 \times 11}{5 \times 1}$

$= \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}$

உதாரணம் 2

சுருக்குக. $1\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$

$1\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \times \frac{7}{2} \times \frac{1}{4}$

$= \frac{35}{32}$

$= 1\frac{3}{32}$

பயிற்சி 13.4

1. சுருக்குக.

(i) $2\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{5}$ (ii) $1\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{3}$ (iii) $3\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{5}$ (iv) $1\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{4}$

(v) $6\frac{1}{4} \times 2\frac{2}{5}$ (vi) $10\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4}$ (vii) $1\frac{3}{7} \times 1\frac{1}{100}$ (viii) $5\frac{1}{4} \times 2\frac{2}{7}$

(ix) $3\frac{1}{2} \times 4\frac{4}{5} \times \frac{5}{14}$ (x) $3\frac{3}{10} \times 2\frac{1}{3} \times 4\frac{2}{7}$

பொழிப்பு

- ஒரு பின்னத்தை ஒரு முழு எண்ணால் பெருக்கும்போது பெறப்படும் பின்னத்தின் தொகுதியானது தரப்பட்டுள்ள பின்னத்தின் தொகுதியினதும் முழு எண்ணினதும் பெருக்கமாவதுடன் அதன் பகுதியானது தரப்பட்டுள்ள பின்னத்தின் பகுதியாகும்.
- இரண்டு பின்னங்களைப் பெருக்குவதால் பெறப்படும் பின்னத்தின் தொகுதியானது இரண்டு பின்னங்களினதும் தொகுதிகளின் பெருக்கமாகும் பெறப்படும் பின்னத்தின் பகுதியானது இரண்டு பின்னங்களினதும் பகுதிகளின் பெருக்கமாகும்.

14 பின்னங்கள் II

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒரு முழு எண்ணினதும் ஒரு பின்னத்தினதும் நிகர்மாற்றை எழுதுவதற்கும்
- ஒரு பின்னத்தை ஒரு முழு எண்ணால் வகுப்பதற்கும் முழு எண்ணை பின்னமொன்றால் வகுப்பதற்கும்
- ஒரு கலப்பு எண்ணை ஒரு முழு எண்ணால் வகுப்பதற்கும்
- ஒரு பின்னத்தை இன்னொரு பின்னத்தினால் வகுப்பதற்கும்
- ஒரு முழு எண்ணை ஒரு கலப்பு எண்ணால் வகுப்பதற்கும்
- ஒரு பின்னத்தை ஒரு கலப்பு எண்ணால் வகுப்பதற்கும்
- ஒரு கலப்பு எண்ணை இன்னொரு கலப்பு எண்ணால் வகுப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

14.1 ஓர் எண்ணின் நிகர்மாற்று

பின்னங்களைப் பெருக்குதல் தொடர்பாக இதற்கு முன்னர் கற்ற விடயங்களுக்கேற்ப, கீழே தரப்பட்டுள்ள பெருக்கங்களை ஆராய்வோம்.

$$2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{1}{3} \times 3 = \frac{3}{3} = 1$$

$$7 \times \frac{1}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{10}{10} = 1$$

$$\frac{3}{8} \times \frac{8}{3} = \frac{24}{24} = 1$$

மேலே ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் பெருக்கம் 1 ஆகும்.

இவ்வாறு இரண்டு எண்களின் பெருக்கம் 1 ஆயின், ஒவ்வோர் எண்ணும் மற்றைய எண்ணின் நிகர்மாற்று என அழைக்கப்படும்.

இதற்கேற்ப

$2 \times \frac{1}{2} = 1$ என்பதால்

2 இன் நிகர்மாற்று $\frac{1}{2}$ ஆகும். மேலும் $\frac{1}{2}$ இன் நிகர்மாற்று 2 ஆகும்.

$3 \times \frac{1}{3} = 1$ என்பதால்

3 இன் நிகர்மாற்று $\frac{1}{3}$ ஆவதுடன் $\frac{1}{3}$ இன் நிகர்மாற்று 3 ஆகும்.

$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$ என்பதால்

$\frac{2}{5}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{5}{2}$ ஆவதுடன் $\frac{5}{2}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{2}{5}$ ஆகும்.

குறிப்பு

$3 = \frac{3}{1}$ என்பதால், ஒரு முழு எண்ணை ஒரு பின்னமாகக் கருதுவோமானால் அதன் தொகுதி அம்முழு எண் ஆவதுடன் பகுதி 1 ஆகும்.

எண்	நிகர்மாற்று
2	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$	3
$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{2}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{8}{3}$

- ஒரு பின்னத்தின் நிகர்மாற்றின் தொகுதி அப்பின்னத்தின் பகுதி ஆவதுடன் பகுதி அப்பின்னத்தின் தொகுதி ஆகும்.
- ஒரு பின்னத்தின் தொகுதி, பகுதி என்பவற்றை முறையே பகுதி, தொகுதி என மாற்றி எழுதுவதன் மூலம் அப்பின்னத்தின் நிகர்மாற்றைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பது தெளிவாகின்றது.

• ஒரு கலப்பு எண்ணின் நிகர்மாற்று

$1\frac{1}{2}$ போன்ற ஒரு கலப்பு எண்ணின் நிகர்மாற்றைக் காண்பதற்கு முதலில் கலப்பு எண் முறைமையில்லாப் பின்னமாக மாற்றி எழுதப்படும்.

இதற்கேற்ப, $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{2}{3}$ என்பதால் $1\frac{1}{2}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{2}{3}$ ஆகும்.

குறிப்பு

0 (பூச்சியம்) உடன் பெருக்கப்படும்போது பெருக்கம் 1 ஆக வருமாறுள்ள ஓர் எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க முடியாதென்பதால் 0 இற்கு நிகர்மாற்று இல்லை.

பயிற்சி 14.1

1. சரியான பெறுமானத்தை இட்டு அடைப்புகளை நிரப்புக.

(i) $\frac{3}{4} \times \frac{\square}{3} = 1$ (ii) $\frac{5}{8} \times \frac{8}{\square} = 1$ (iii) $7 \times \frac{\square}{7} = 1$

(iv) $\frac{1}{5} \times \square = 1$ (v) $1\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{\square}{3} \times \frac{3}{4} = 1$ (vi) $2\frac{1}{2} \times \frac{2}{\square} = \frac{\square}{2} \times \frac{2}{\square} = 1$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் எண்ணினதும் நிகர்மாற்றை எழுதுக.

(i) 6 (ii) $\frac{1}{9}$ (iii) $\frac{5}{7}$ (iv) $\frac{8}{3}$

(v) 1 (vi) $3\frac{1}{3}$ (vii) $2\frac{3}{5}$ (viii) $1\frac{5}{9}$

14.2 ஒரு பின்னத்தை முழு எண்ணால் வகுத்தல்

முழுமையான ஒரு கேக்கின் $\frac{1}{2}$ பகுதி வேறாக்கப்பட்டுள்ள ஒரு சந்தர்ப்பம் உருவில் தரப்பட்டுள்ளது.

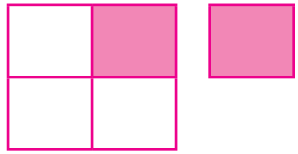
இவ்வேறாக்கப்பட்ட பகுதியை அமலன், கமலன் ஆகியோரிடையே சமனாகப் பங்கிடவேண்டும். ஒருவருக்குக் கிடைக்கும் அளவானது கேக்கின் என்ன பங்கு என ஆராய்வோம்.

அது $\frac{1}{2} \div 2$ ஆகும்.

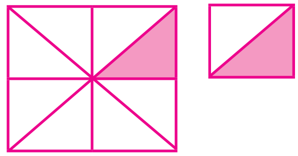
உருவின்படி அப்பங்கானது முழுமையான கேக்கின் $\frac{1}{4}$ எனத் தெளிவாகின்றது.

இதற்கேற்ப $\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$ ஆகும்.

சதுர வடிவிலான ஓர் அட்டையில் $\frac{1}{4}$ பகுதி நிழற்றப்பட்டுள்ளது. நிழற்றப்பட்ட அப்பகுதியைச் சமனான 2 பகுதிகளாகப் பிரிக்கும்போது ஒரு பகுதியானது முழு உருவின் என்ன பின்னம் எனக் காண்போம்.



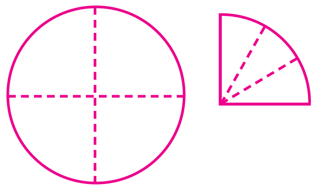
இந்த அளவானது முழு உருவின் $\frac{1}{8}$ ஆகும்.



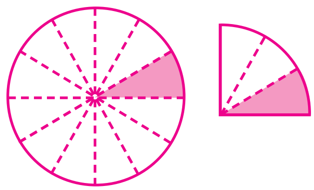
இதனை $\frac{1}{4} \div 2$ என்ற வடிவில் எழுதலாம்.

$$\therefore \frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{8}$$

ஒரு வட்டத்தில் $\frac{1}{4}$ ஐ எடுத்து அப்பகுதியை 3 சமமான பகுதிகளாகப் பிரிக்கும்போது பெறப்படும் ஒரு பகுதி முழு உருவின் என்ன பின்னம் எனக் காண்போம். அது முழு உருவின் $\frac{1}{12}$ எனத் தெளிவாகின்றது.



$$\therefore \frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{12}$$



மேற்குறித்த ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பம் பற்றியும் பார்ப்போம்.

$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$ மேலும் $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ $\therefore \frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{8}$ மேலும் $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ $\therefore \frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{12}$ மேலும் $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ $\therefore \frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$

இதிலிருந்து, ஓர் பின்னத்தை யாதுமோர் எண்ணால் வகுத்தல் என்பது வகுக்கும் எண்ணின் நிகர்மாற்றினால் பெருக்குவதாகும் என்பது தெளிவாகிறது.

உதாரணம் 1

$\frac{1}{3} \div 2$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ (2 இன் நிகர்மாற்றினால் பெருக்குவதால்)

$= \frac{1}{6}$

உதாரணம் 2

$\frac{4}{5} \div 3$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$ (3 இன் நிகர்மாற்றினால் பெருக்குவதால்)

$= \frac{4}{15}$

பயிற்சி 14.2

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

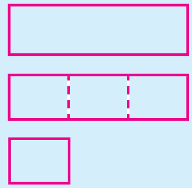
(i) $\frac{1}{5} \div 4$ (ii) $\frac{3}{4} \div 2$ (iii) $\frac{5}{7} \div 3$ (iv) $\frac{9}{10} \div 5$

- **ஒரு முழு எண்ணை ஒரு பின்னத்தால் வகுத்தல்**

ஒரு முழு எண்ணை ஒரு பின்னத்தால் வகுப்பதை ஆராய்ந்து பார்ப்போம். அதனை உதாரணங்கள் மூலம் உறுதிப்படுத்திக் கொள்வோம்.

உதாரணம் 3

$1 \div \frac{1}{3}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



ஒரு செவ்வக வடிவ அடரை ஓர் அலகாகக் கொள்வோம்.

இவ்வலகானது 3 சமமான பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

இதன், ஒரு பகுதி $\frac{1}{3}$ ஆகும்.

இதற்கேற்ப ஓர் அலகானது $\frac{1}{3}$ கள் 3 ஆகும்.

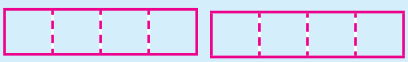
$\therefore\ 1 \div \frac{1}{3} = 3$. 1 ஐ $\frac{1}{3}$ இன் நிகர்மாற்றான 3 இனால் பெருக்கும்போதும் 3 பெறப்படுகின்றது.

$\therefore\ 1 \div \frac{1}{3} = 1 \times \frac{3}{1} = 3$

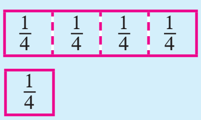
உதாரணம் 4

$2 \div \frac{1}{4}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

சமனான இரண்டு செவ்வக வடிவ அடர்களிலிருந்து இதனை விளங்கிக் கொள்வோம். ஒரு செவ்வக வடிவ அடரை ஓர் அலகாகக் கொள்வோம்.



ஓர் அடரை 4 சமனான பகுதிகள் பெறப்படுமாறு வேறாக்கும்போது ஓர் அலகில் $\frac{1}{4}$ கள் 4 உண்டு.



இதற்கேற்ப, இரண்டு அலகில் $\frac{1}{4}$ கள் 8 உண்டு.

இதற்கேற்ப,

$2 \div \frac{1}{4} = 8$

$2 \div \frac{1}{4} = 2 \times \frac{4}{1} = 8$

இதற்கேற்ப முழு எண் ஒன்றைப் பின்னத்தினால் வகுக்கும்போது அந்த முழு எண் வகுக்கும் பின்னத்தின் நிகர்மாற்றினால் பெருக்கப்படும்.

உதாரணம் 5

$3 \div \frac{1}{5}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$3 \div \frac{1}{5} = 3 \times 5$ (நிகர்மாற்றினால் பெருக்குதல்)

$= 15$

பயிற்சி 14.3

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $3 \div \frac{1}{4}$ (ii) $2 \div \frac{2}{5}$ (iii) $4 \div \frac{1}{2}$ (iv) $15 \div \frac{3}{5}$

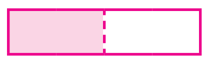
14.3 ஒரு பின்னத்தைப் பின்னத்தால் வகுத்தல்

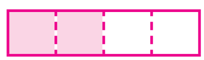
$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ ஐ ஆராய்வோம்.

ஓர் அலகின் $\frac{1}{2}$ இல் எத்தனை $\frac{1}{4}$ கள் உள்ளன என்பதே இதன் கருத்தாகும்.

இதனை ஓர் உருவில் குறிப்போம்.

ஓர் அலகு 

மேலேயுள்ள அலகின் $\frac{1}{2}$ 

இதற்கேற்ப $\frac{1}{2}$ இலுள்ள $\frac{1}{4}$ களின் எண்ணிக்கை 2 ஆகும். 

அதாவது $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2$ ஆகும். இந்த விடையைப் பெறுவதற்கு $\frac{1}{2}$ ஐ $\frac{1}{4}$ இன் நிகர் மாற்றினால் பெருக்க வேண்டும்.

இதற்கேற்ப, $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1}$ ($\frac{1}{4}$ இன் நிகர்மாற்றினால் பெருக்குவதால்)

$= \frac{4}{2} = 2$

அதாவது, ஒரு பின்னத்தைப் பின்னத்தால் வகுக்கும்போது, பின்னமானது வகுக்கும் பின்னத்தின் நிகர்மாற்றினால் பெருக்கப்படும்.

உதாரணம் 1

$\frac{1}{3} \div \frac{2}{5}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$\frac{1}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}$ ($\frac{2}{5}$ இன் நிகர்மாற்றினால் பெருக்குவதால்)

$= \frac{5}{6}$

உதாரணம் 2

$\frac{3}{7} \div \frac{6}{11}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$\frac{3}{7} \div \frac{6}{11} = \frac{\cancel{3}^{1}}{7} \times \frac{11}{\cancel{6}_{2}}$ ($\frac{6}{11}$ இன் நிகர்மாற்றினால் பெருக்குவதால்)

$= \frac{11}{14}$

பயிற்சி 14.4

1. பெறுமானத்தைக் காண்க.

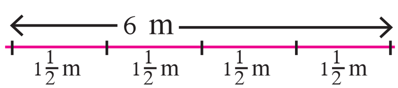
(i) $\frac{3}{8} \div \frac{3}{4}$ (ii) $\frac{15}{16} \div \frac{3}{4}$ (iii) $\frac{15}{28} \div \frac{3}{7}$ (iv) $\frac{10}{11} \div \frac{1}{11}$

(v) $\frac{6}{7} \div \frac{3}{7}$ (vi) $\frac{12}{7} \div \frac{3}{7}$ (vii) $\frac{4}{5} \div \frac{8}{9}$ (viii) $\frac{7}{8} \div \frac{7}{10}$

(ix) $\frac{3}{8} \div \frac{2}{5}$ (x) $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7}$

14.4 ஒரு முழு எண்ணைக் கலப்பு எண்ணால் வகுத்தல்

6 m நீளமுடைய கம்பித் துண்டை $1\frac{1}{2}$ m வீதம் எத்தனை துண்டுகள் வீதம் வெட்டலாம் எனப் பார்ப்போம்.



உருவின்படி 4 துண்டுகள் வெட்டப்பட்டுள்ளன.

அதனை $6 \div 1\frac{1}{2} = 4$ என எழுதலாம்.

இனி $6 \div 1\frac{1}{2}$ என்னும் கோவையைச் சுருக்குவோம்.

$6 \div 1\frac{1}{2} = 6 \div \frac{3}{2}$ ($1\frac{1}{2}$ என்னும் கலப்பு எண்ணை முறைமையில்லாப் பின்னமாக எழுதுதல்)

$= \cancel{6}^{2} \times \frac{2}{\cancel{3}_{1}}$ ($\frac{3}{2}$ இன் நிகர்மாற்றினால் பெருக்குதல்)

$= 4$

• ஒரு கலப்பு எண்ணை ஒரு முழு எண்ணால் வகுத்தல்

ஒரு கலப்பு எண்ணை முழு எண்ணால் வகுத்தலைப் பின்வரும் உதாரணத்தின் மூலம் ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

$1\frac{1}{2} \div 6$ ஐச் சுருக்குக.

$1\frac{1}{2} \div 6 = \frac{3}{2} \div 6$

$= \frac{\cancel{3}^{1}}{2} \times \frac{1}{\cancel{6}_{2}}$ (நிகர்மாற்றினால் பெருக்கல்)

$= \frac{1}{4}$

14.5 பின்னம் ஒன்றைக் கலப்பு எண்ணால் வகுத்தல்

பின்னம் ஒன்றைக் கலப்பு எண்ணால் வகுக்கும்போது, முதலில் கலப்பு எண்ணை முறைமையில்லாப் பின்னமாக எழுதி அதன் நிகர்மாறினால் பின்னம் பெருக்கப்படும்.

உதாரணம் 1

$\frac{4}{5} \div 1\frac{1}{3}$ ஐச் சுருக்குக.

$\frac{4}{5} \div 1\frac{1}{3} = \frac{4}{5} \div \frac{4}{3}$ (கலப்பு எண்ணை முறைமையில்லாப் பின்னமாக மாற்றுதல்)

$= \frac{\cancel{4}^{1}}{5} \times \frac{3}{\cancel{4}_{1}}$ (நிகர்மாற்றினால் பெருக்கல்)

$= \frac{3}{5}$

- **கலப்பு எண் ஒன்றைப் பின்னம் ஒன்றினால் வகுத்தல்**

இங்கு கலப்பு எண்ணை ஒரு முறைமையில்லாப் பின்னமாக எழுதி கலப்பு எண் வகுக்க வேண்டிய பின்னத்தின் நிகர்மாற்றினால் பெருக்கப்படும்.

உதாரணம் 2

$1\frac{1}{3} \div \frac{4}{5}$ ஐச் சுருக்குக.

$$1\frac{1}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{4}{3} \times \frac{5}{4}$$
$$= \frac{5}{3}$$
$$= 1\frac{2}{3}$$

பயிற்சி 14.5

1. பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $3 \div 1\frac{1}{2}$ (ii) $7 \div 1\frac{1}{8}$ (iii) $15 \div 1\frac{1}{4}$ (iv) $18 \div 1\frac{2}{25}$

(v) $1\frac{1}{2} \div 3$ (vi) $1\frac{2}{5} \div 14$ (vii) $3\frac{2}{3} \div 22$ (viii) $5\frac{5}{6} \div 21$

2. பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $\frac{3}{5} \div 2\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{6}{7} \div 1\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{8}{11} \div 3\frac{1}{5}$ (iv) $\frac{3}{8} \div 2\frac{1}{4}$

(v) $1\frac{4}{5} \div \frac{3}{5}$ (vi) $2\frac{1}{2} \div \frac{5}{7}$ (vii) $10\frac{2}{3} \div \frac{16}{27}$ (viii) $2\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$

3. காசீம் 7 kg இனிப்புப் பண்டத்தை $\frac{1}{4}$ kg வீதமான பைக்கற்றுகளில் பொதி செய்தான். அவன் பொதி செய்த பைக்கற்றுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

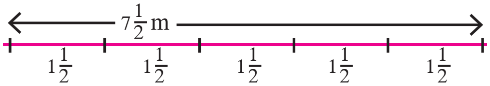
4. ஒரு தடவையில் $3\frac{1}{2}$ கியூப் மணலைக் கொண்டு செல்லக் கூடிய ஒரு டிரக் வண்டி 25 கியூப் மணலைக் கொண்டு செல்வதற்குக் குறைந்தபட்சம் எத்தனை தடவைகள் பயணிக்க வேண்டும்? (கியூப் என்பது மணலை அளக்கப் பயன்படுத்தப்படும் ஓர் அலகு ஆகும்.)

5. மாலா 21 m துணியிலிருந்து $1\frac{3}{4}$ m நீளமுடைய துணித்துண்டுகளை வெட்டியெடுக்க எண்ணினாள். அவள் வெட்டக்கூடிய துண்டுகளின் எண்ணிக்கை யாது?

6. ஒரு பீப்பாவிலிருந்த $31\frac{1}{2}$ லீற்றர் நிறப்பூச்சு, சமனான அளவில் 7 கொள்கலன்களில் அடைக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு கொள்கலனில் உள்ள நிறப்பூச்சின் அளவைக் காண்க.

14.6 ஒரு கலப்பு எண்ணை இன்னொரு கலப்பு எண்ணால் வகுத்தல்

$7\frac{1}{2}$ m கயிறு ஒன்றை எத்தனை $1\frac{1}{2}$ m துண்டுகளாக வெட்டலாம் எனப் பார்ப்போம்.



உருவிற்கேற்ப 5 துண்டுகளாக வெட்டலாம்.

அதனை $7\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = 5$ என எழுதலாம்.

$7\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$ என்னும் கோவையைச் சுருக்குவோம்.

$7\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = \frac{15}{2} \div \frac{3}{2}$ (கலப்பு எண்களை முறைமையில்லாப் பின்னமாக்குதல்.)

$= \frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{2}_{1}} \times \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}}$ (நிகர்மாற்றினால் பெருக்குதல்)

$= 5$

ஒரு கலப்பு எண்ணை இன்னொரு கலப்பு எண்ணால் வகுக்கும்போது அவற்றை முறைமையில்லாப் பின்னங்களாக்கிக் கொண்டு பின்னம் ஒன்றை ஒரு பின்னத்தால் வகுக்கும் முறையில் விடையைப் பெறலாம்.

உதாரணம் 1

$3\frac{1}{2} \div 1\frac{3}{4}$ ஐச் சுருக்குக.

$3\frac{1}{2} \div 1\frac{3}{4} = \frac{7}{2} \div \frac{7}{4}$

$= \frac{\cancel{7}^{1}}{{}_{1}\cancel{2}} \times \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{7}_{1}}$ (நிகர்மாற்றினால் பெருக்குதல்.)

$= 2$

உதாரணம் 2

$2\frac{3}{5} \div 1\frac{7}{10}$ ஐச் சுருக்குக.

$2\frac{3}{5} \div 1\frac{7}{10} = \frac{13}{5} \div \frac{17}{10}$

$= \frac{13}{\cancel{5}_{1}} \times \frac{\cancel{10}^{2}}{17}$

$= \frac{26}{17}$

$= 1\frac{9}{17}$

பயிற்சி 14.6

1. பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $2\frac{1}{4} \div 2\frac{2}{3}$ (ii) $7\frac{7}{8} \div 3\frac{1}{2}$ (iii) $6\frac{3}{5} \div 4\frac{5}{7}$

(iv) $7\frac{5}{8} \div 8\frac{5}{7}$ (v) $11\frac{1}{2} \div 2\frac{3}{4}$ (vi) $5\frac{1}{3} \div 2\frac{1}{2}$

2. ஓர் ஆடையைத் தைப்பதற்கு $2\frac{1}{4}$ m துணி தேவை. $56\frac{1}{4}$ m துணியிலிருந்து தைக்கக்கூடிய இவ்வாறான ஆடைகளின் அதிகூடிய எண்ணிக்கை யாது?

3. இரண்டு நகரங்களுக்கிடையிலுள்ள தூரம் $57\frac{1}{2}$ m ஆகும். ஒரு நகரத்திலிருந்து மற்றைய நகரத்துக்குச் செல்ல ஒரு மோட்டர் வாகனம் $1\frac{3}{16}$ மணித்தியாலங்களை எடுக்கின்றது. அவ் வாகனம் சீரான கதியில் முழுப் பயணத்தையும் சென்றது எனின், வாகனம் ஒரு மணித்தியாலத்தில் பயணம் செய்த தூரத்தைக் காண்க.

4. $148\frac{1}{2}$ kg அரிசியை ஒரு குடும்பத்துக்கு $8\frac{1}{4}$ kg வீதம் எத்தனை குடும்பங்களுக்குப் பகிர்ந்தளிக்கலாம்?

பலவினப் பயிற்சி

1. சுருக்குக.

(i) $\frac{4}{5} \times 6$	(ii) $\frac{3}{7} \times 3$	(iii) $\frac{3}{8} \times 4$	(iv) $15 \times \frac{3}{10}$
(v) $8 \times \frac{3}{4}$	(vi) $5\frac{1}{4} \times 5$	(vii) $6\frac{3}{5} \times 3$	(viii) $8 \times 1\frac{1}{5}$
(ix) $7 \times 7\frac{1}{2}$	(x) $\frac{2}{3} \times \frac{7}{8}$	(xi) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{3}$	(xii) $\frac{5}{9} \times \frac{7}{10}$
(xiii) $\frac{7}{8} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{7}$	(xiv) $\frac{2}{5} \times 1\frac{3}{7}$	(xv) $\frac{4}{9} \times 2\frac{1}{4}$	(xvi) $1\frac{3}{8} \times 1\frac{1}{7}$
(xvii) $1\frac{1}{2} \times 2\frac{2}{3}$	(xviii) $4\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{7}$	(xix) $4\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{5} \times 1\frac{1}{3}$	(xx) $3\frac{3}{4} \times 1\frac{2}{5} \times 1\frac{1}{7}$

பொழிப்பு

- இரண்டு எண்களின் பெருக்கம் 1 ஆயின் ஒவ்வோர் எண்ணும் மற்றைய எண்ணின் நிகர்மாற்று எனப்படும்.
- ஓர் எண்ணை இன்னோர் எண்ணினால் வகுத்தல் என்பது முதலாவது எண்ணை இரண்டாவது எண்ணின் நிகர்மாற்றினால் பெருக்குவதாகும்.

கலைச் சொற்கள்

அகக் கோணங்கள்	අභ්‍යන්තර කෝණය	Interior angle
அட்சரகணித உறுப்புகள்	වීජීය පද	Algebraic terms
அட்சரகணிதக் கோவைகள்	වීජීය ප්‍රකාශන	Algebraic expressions
அடுத்துள்ள கோணங்கள்	බද්ධ කෝණ	Adjacent angles
அடைப்புகள்	වරහන	Brackets
இயற்கை எண்கள்	ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා	Natural numbers
இரட்டை எண்கள்	ඉරට්ට සංඛ්‍යා	Even numbers
இருசமபக்க முக்கோணி	සමද්විපාද ත්‍රිකෝණය	Isosceles triangle
இருபதுமுகி	විංසතිතලය	Icosahedron
எண்முகி	අෂ්ටතලය	Octahedron
எண் கோலம்	සංඛ්‍යා රටා	Number pattern
எண் கோடு	සංඛ්‍යා රේඛාව	Number line
எண் தொடரி	සංඛ්‍යා අනුක්‍රම	Number sequence
எண்ணும் எண்கள்	ගණිත සංඛ්‍යා	Whole numbers
ஒற்றை எண்கள்	ඔත්තේ සංඛ්‍යා	Odd numbers
கணிதச் செய்கைகள்	ගණිත කර්ම	Mathematical operations
கலப்பு எண்	මිශ්‍ර සංඛ්‍යාව	Mixed number
கிலோகிராம்	කිලෝග්‍රෑම්	Kilogram
குத்தெதிர்க் கோணங்கள்	ප්‍රතිමුඛ කෝණ	Vertically opposite angles
குவிவுப் பல்கோணி	උත්තල බහු අස්‍රය	Convex polygon
கூட்டுத் தளவுரு	සංයුක්ත තලරූප	Compound plane figures
கூற்றுகள்	ප්‍රකාශ	Statements
கேத்திர கணித வடிவங்கள்	ජ්‍යාමිතික හැඩතල	Geometric shapes
கோணம்	කෝණය	Angle
சதுரம்	සමචතුරස්‍රය	Square
சதுர எண்கள்	සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යා	Square numbers
சமபக்க முக்கோணி	සමපාද ත්‍රිකෝණය	Equilateral triangle
சுட்டி	දර්ශකය	Index
சுற்றளவு	පරිමිතිය	Perimeter
சுழல் சமச்சீர்	භ්‍රමක සමමිතිය	Rotational symmetry
சுழல் சமச்சீர் வரிசை	භ්‍රමක සමමිති ගණය	Order of rotational symmetry
சுழற்சி மையம்	භ්‍රමණ කේන්ද්‍රය	Centre of rotation
செவ்வகம்	සෘජු කෝණාස්‍රය	Rectangle

திசை கொண்ட எண்கள்	සදිශ සංඛ්‍යා	Directed numbers
திண்மங்கள்	ඝන වස්තු	Solids
திணிவு	ස්කන්ධය	Mass
தெரியாக் கணியம்	අඥාතය	Unknown
தொகுதி, தொகுதி எண்	ලවය	Numerator
நாற்பக்கல்	චතුරස්‍රය	Quadrilateral
நிகர்மாற்று	පරස්පරය	Reciprocal
நிறை எண்கள்	නිඛිල	Integers
நிறைவர்க்க எண்கள்	පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා	Perfect square numbers
நிரப்பு கோணங்கள்	අනුපූරක කෝණ	Complementary angles
பகுதி, பகுதி எண்	හරය	Denominator
பல்கோணி	බහු අස්‍රය	Polygon
பன்னிருமுகி	ද්වාදසතලය	Dodecahedron
பின்னம்	භාගය	Fraction
புள்ளி	ලක්ෂ්‍යය	Point
புறக்கோணம்	බාහිර කෝණය	Exterior angle
பெருக்கல்	ගුණ කිරීම	Multiplication
பொது உறுப்பு	සාධාරණ පදය	General term
பொதுக் காரணி	පොදු සාධකය	Common factor
பொதுக் காரணிகளுட் பெரியது	මහා පොදු සාධකය	Highest common factor
மடங்குகள்	ගුණාකාර	Multiples
மறை நிறைவெண்கள்	ඍණ නිඛිල	Negative integers
மிகைநிரப்பு கோணங்கள்	පරිපූරක කෝණ	Supplementary angles
முக்கோணி	ත්‍රිකෝණය	Triangle
முக்கோணி எண்கள்	ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා	Triangular numbers
முறைமையில்லாப் பின்னம்	විෂම භාගය	Improper fraction
மெட்ரிக் தொன்	මෙට්‍රික් ටොන්	Metric ton
வகுத்தல்	බෙදීම	Division
வலு	බල	Power
வர்க்கமூலம்	වර්ග මූලය	Square root

மீட்டற் பயிற்சி - 1

1. (i) $\sqrt{361}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

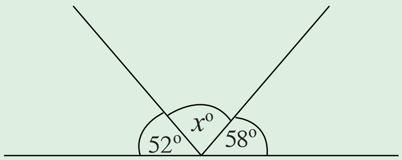
(ii) 5 t 75 kg × 12 இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

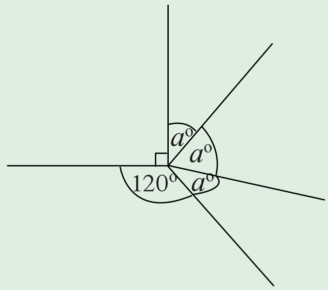
(iii) $(-1)^{11}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

(iv) பருமன் 28^{o} ஆகவுள்ள கோணத்தின் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் யாது?

(v) பருமன் 28^{o} ஆகவுள்ள கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணத்தின் பருமன் யாது?

(vi) (*a*) x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. (*b*) a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.





(vii) இருபதுமுகியின் முகங்களின் எண்ணிக்கை, விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றை எழுதுக.

(viii) வெற்று அடைப்புகளை நிரப்புக.

$12x - 36y + 4 = 4(\square\, x - \square\, y + \square)$

2. (*a*) பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $(-5) + (-3)$ (ii) $(-7) + 4$ (iii) $13 + (-5)$

(iv) $(-5) - (-2)$ (v) $(-7) - (-10)$ (vi) $0 - (-5)$

(*b*) பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $(-12) \times (-3)$ (ii) $(+8) \times (-5)$ (iii) $(+12) \div (-3)$

(iv) $(-12) \div (-3)$ (v) $(-12) \times 0$ (vi) $0 \div (-100)$

(*c*) வெற்று அடைப்புகளை நிரப்புக.

(i) $24 \div \square = (-4)$ (ii) $(-16) \div \square = (-4)$ (iii) $32 \div \square = (-4)$

(iv) $(-10) + \square = -6$ (v) $(-5) + \square = (-6)$ (vi) $(-2) \times (-4) = \square$

3. 1 இல் தொடங்கும் முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $\dfrac{n(n+1)}{2}$ ஆகும்.

(i) இவ்வெண் கோலத்தின் முதல் உறுப்பை எழுதுக.

(ii) இவ்வெண் கோலத்தின் 19 ஆம் உறுப்பையும் 20 ஆம் உறுப்பையும் எழுதுக.

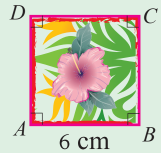
(iii) $10 \times 11 = 110$ எனத் தரப்படும்போது இவ்வெண் கோலத்தில் 55 எத்தனையாம் உறுப்பெனக் காண்க.

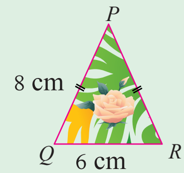
(iv) $18 \times 19 = 342$ எனத் தரப்படும்போது இவ்வெண் கோலத்தில் 171 எத்தனையாம் உறுப்பெனக் காண்க.

(v) இவ்வெண் கோலத்தின் 19 ஆம், 20 ஆம் உறுப்புகள் இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகை 1 இல் தொடங்கும் சதுர எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் 20 ஆம் உறுப்புக்குச் சமமெனக் காட்டுக.

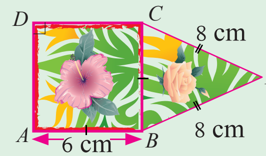
4. (i) உருவில் காணப்படும் சதுரம் $ABCD$ இன் சுற்றளவைக் காண்க.

(ii) உருவில் காணப்படும் இருசமபக்க முக்கோணி PQR யின் சுற்றளவைக் காண்க.

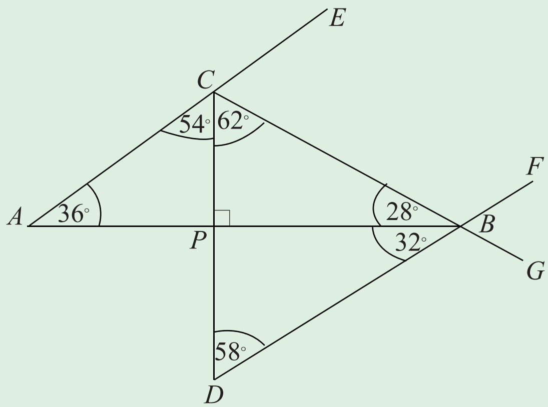




(iii) இவ்விரு உருக்களையும் உருவிற் காணப்படு கின்றவாறு ஒட்டும்போது கிடைக்கும் கூட்டுத் தளவுருவத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.



5. AB, CD என்னும் நேர்கோடுகளை P இல் செங்கோணத்தில் இடைவெட்டுமாறு வரைந்து AC, CB, DB ஆகியவற்றை இணைத்து நீட்டுவதன் மூலம் இவ்வுரு பெறப்பட்டுள்ளது.



(i) இங்கு உள்ள 3 சோடி நிரப்பு கோணங்களை எழுதுக.

(ii) இங்கு உள்ள 3 சோடி மிகை நிரப்பு கோணங்களை எழுதுக.

(iii) இங்கு உள்ள 4 சோடி குத்தெதிர்க் கோணங்களை எழுதுக.

(iv) $F\hat{B}G$ இன் பெறுமானம் யாது?

(v) $C\hat{B}D$, $D\hat{B}G$ ஆகியன ஒரு மிகைநிரப்பு கோணச் சோடி எனின், $D\hat{B}G$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

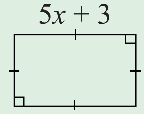
(vi) $C\hat{B}P$ இன் ஒரு மிகைநிரப்பு கோணத்தைப் பெயரிடுக.

(vii) நீர் பெயரிட்ட கோணத்தின் பெறுமானத்தை எழுதுக.

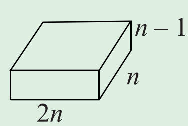
(viii) $C\hat{B}F$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ix) புள்ளி B ஐச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் கண்டு, ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $360°$ என்பதை உறுதிப்படுத்துக.

6. (i) ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவு $16x + 10$ அலகுகள் ஆகும். அதன் நீளம் $5x + 3$ அலகுகள் எனின், அகலத்திற்கான ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை எழுதுக.



(ii) நீளம் $2n$, அகலம் n, உயரம் $n - 1$ ஆகவுள்ள ஒரு கனவுரு உருவிற் காணப்படுகின்றது. அதன் எல்லா விளிம்புகளின் நீளங்களின் கூட்டுத்தொகை $4\,(4n - 1)$ எனக் காட்டுக.



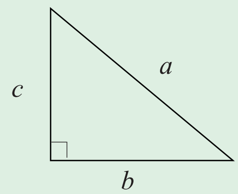
7. சுருக்குக.

(i) $5(c-2)+12$ (ii) $7(d-9)-d$

(iii) $4(f+5)+2f-3$ (iv) $-2g(h+4)-3g(h-2)$

(v) $4h(i+2)-7(i-1)$

8. இச்செங்கோண முக்கோணியின் பக்கங்களின் நீளங்களுக்கு இடையிலான தொடர்பு $a^2 = b^2 + c^2$ இற்கு உண்மையானதாகவும் $b = 8$ cm, $c = 6$ cm ஆகவும் இருப்பின், a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



9. (i) $4y^2$ என்பதை ஒரு வலுவாகக் காட்டுக.

(ii) $(8ab)^2$ ஐ வலுக்களின் பெருக்கமாக எழுதிச் சுருக்குக.

(iii) $(2p)^3 \times (3p)^3$ ஐச் சுருக்குக.

(iv) 6^3 என்பது 8×27 எனக் காட்டுக.

(v) $(-3)^4$ என்பதைச் சுருக்கும்போது 9^2 இன் அதே பெறுமானம் கிடைக்குமெனக் காட்டுக.

(vi) பெருக்கம் $(-15)^3 \times (-27)^4$ இன் பெறுமானத்தைப் பெறாமல் அதன் இறுதி விடையின் குறி நேரா, மறையா எனக் காரணங்களுடன் காட்டுக. (பெறுமானத்தைக் காண வேண்டியதில்லை).

10. ஒரு பலமற்ற பாலத்தின் முற்பக்கத்தில் அதன் மீது கொண்டு செல்லத்தக்க உயர்ந்த பட்சத் திணிவு $8\ t$ எனக் குறிப்பிடும் ஒரு பலகை காட்சிப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. 5.5மெட்ரிக் தொன் நிறையுள்ள ஒரு லொறியில் 50 kg சீமெந்துப் பைகள் 80 ஏற்றப்பட்டுள்ளன.

(i) இச்சீமெந்துப் பைகளுடன் அந்த லொறி பாலத்தின் மீது செல்லல் உகந்ததன்று என்பதைக் கணிப்பின் மூலம் காட்டுக.

(ii) அது அப்பாலத்தால் செல்வதற்குக் குறைந்தபட்சம் எத்தனை சீமெந்துப் பைகளைக் குறைத்தல் வேண்டும்?

11. சுருக்குக.

(a)	(b)	(c)
(i) $(+7)+(-3)$	(i) $(+10)-(-3)$	(i) $(+4)\times(-3)$
(ii) $(-5)+(-4)$	(ii) $(-7)-(-3)$	(ii) $(-5)\times(-6)$
(iii) $(+12)+(-18)$	(iii) $(-7)-(+20)$	(iii) $(-1)\times(+4.8)$
(iv) $(+5\frac{1}{2})+(-3)$	(iv) $(+17)-(-12)$	(iv) $(-20)\div(+4)$
(v) $(+3.7)+(-6.3)$	(v) $(+8.7)-(-2.3)$	(v) $(-35)\div(-5)$

12. பின்வரும் அட்சரகணிதக் கோவைகளை அடைப்புக் குறிகளை நீக்கிச் சுருக்குக.

(i) $5(2x-3)-4x+7$

(ii) $x(3y+5)-3xy+2$

(iii) $-3a(5-7b)+5(a-2)$

13. சுருக்குக.

(i) $4a + 7b - 3(a + c)$

(ii) $2\ (3x - 7)\ - 2x + 5$

(iii) $3a\ (a + 7) + 5a^2 - 20a + 4$

14. $x = -2,\ y = 3,\ z = -2$ ஆக இருக்கும்போது பின்வரும் அட்சரகணிதக் கோவைகள் ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $3x + 4y$ (ii) $x^2y + 5y^2$ (iii) $4\ (2x - 3y - 4z)$

15. பின்வரும் திண்மங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் முகத்தின் வடிவத்தின் கேத்திரகணிதப் பெயரை எழுதுக.

(i) ஒழுங்கான நான்முகி (ii) சதுரமுகி

(iii) ஒழுங்கான எண்முகி (iv) பன்னிருமுகி

(v) இருபதுமுகி

16. பின்வரும் உறுப்புக் கூட்டங்களின் பொ. கா. பெ. ஐக் காண்க.

(i) $3x,\ 12xy,\ 15y$ (ii) $12x,\ 6xy,\ 9x^2$

(iii) $3a^2b,\ 15ab\ ,\ 15y$ (iv) $4x^2y,\ 6xy\ ,\ 8xy^2$

17. பொதுக் காரணியை வேறுபடுத்தி எழுதுக.

(i) $8x + 4y + 12$ (ii) $15x^2 + 3xy$

(iii) $6a^2b - 15ab + 18abc$ (iv) $-4mn - 20m^2 + 12m$

18. (i) 1 தொடக்கம் 100 வரையுள்ள எண்களிடையே நிறைவர்க்கமாக உள்ள எண்களை எழுதுக.

(ii) ஒரு நிறைவர்க்க எண்ணின் ஒன்றினிடம் 6 ஆகும். அதன் வர்க்கமூலத்தின் ஒன்றினிடமாக இருக்கத்தக்க இரு இலக்கங்களை எழுதுக.

(iii) ஒரு நிறைவர்க்க எண்ணின் ஒன்றினிடமாக இருக்க முடியாத இலக்கங்கள் யாவை?

(iv) $\sqrt{900}$ இன் பெறுமானம் யாது?

19. கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) 3 t = ... kg. (ii) 3500 kg = ... t ....kg.

(iii) 4.05 t = ...kg. (iv) 12450 kg = ... t.

(v) 10 *t* 50 kg = ...kg.

20. பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $3^2 \times 5$ (ii) $4^3 \times 2^2$ (iii) $2^3 \times 3^2$

(iv) $(-4)^2 \times 5^3$ (v) $(-3)^3 \times 2^2$ (vi) $(-1)^4 \times 5^2 \times 4$

பாடத்திட்டம்

உள்ளடக்கம்	பாடவேளை	தேர்ச்சி மட்டம்
1 ஆம் தவணை		
1. எண் கோலங்கள்	05	2.1
2. சுற்றளவு	05	7.1
3. கோணம்	05	25.1
4. திசைகொண்ட எண்கள்	05	1.2
5. அட்சரகணிதக் கோணங்ள்	05	14.1
6. திண்மங்கள்	06	22.1
7. காரணிகள்	06	15.1
8. வர்க்கமூலம்	05	1.1
9. திணிவு	05	9.1
10. சுட்டிகள்	05	6.1, 5,2
	52	
2 ஆம் தவணை		
11. சமச்சீர்	05	25.1
12. முக்கோணிகள்	06	23.2
13. பின்னங்கள்	06	3.1
14. பின்னங்கள்	06	3.2
15. தசமஎண்	07	3.3
16. விகிதம்	06	4.1, 4.2
17. சமன்பாடுகள்	05	17.1
18. சதவீதம்	06	5.1, 5.2
19. தொடைகள்	04	30.1
20. பரப்பளவு	06	8.1, 8.2
21. காலம்	06	12.1, 12.2
	63	
3 ஆம் தவணை		
22. கனவளவு, கொள்ளளவு	06	10.1, 11.2
23. வட்டம்	05	24.1
24. திசைகோள்	03	13.1
25. எண்கோடு, தெக்காட்டின் தளம்	09	20.1, 20.2, 20.3
26. ஒழுக்குகளும் அமைப்புகளும்	06	
27. தரவுகளை வகைகுறித்தலும்		27.1
மைய நாட்ட அளவைகளும்	10	28.1, 29.1, 29.2
28. அளவிடைப்படம்	05	13.2
29. சமனிலிகள்	06	31.1, 31.2
30. நிகழ்தகவு	05	26.1
	55	
மொத்தம்	**170**	