

Факультет социальных наук (департамент политической науки)  
Теория игр, 2019-20 уч. год  
Дополнительные задачи

*Правила.* **Правильное** решение любых двух задач из листочка приносит 1 (один) дополнительный балл («плюсик») к семинарской активности. Дробные баллы не выставляются. Максимальное число баллов, которое можно получить за решение дополнительных задачек – 2 (два). Дополнительные задачи принимаются **до 23:59 субботы 14 декабря** в электронном виде **в форматах .pdf/.docx/.ipynb** по адресу [natalia.vasilenok@gmail.com](mailto:natalia.vasilenok@gmail.com). Решение, сданное в виде фотографий, не принимается. Преподаватель *не обязан* комментировать правильность решения задач после их сдачи.

**Задача 1.** Вася и Петя должны загадать целое число в диапазоне от 20 до 50, включая концы. После этого выбирается  $x$  – минимум из двух загаданных чисел, и выдаются следующие платежи: загадавший большее число получит  $x - 5$ , загадавший меньшее получит  $x + 5$ . Если числа одинаковы, то каждый получит свое число. Найдите NE в такой игре.

**Задание 2.**<sup>1</sup> Два игрока участвуют в производстве общественного блага. Каждый игрок определяет свой уровень усилий, направленный на производство общественного блага  $s_i$ . Платеж игрока  $i$  задан как

$$u_i(s_1, s_2) = s_1 + s_2 + \frac{s_1 s_2}{2} - \frac{s_i^2}{2}$$

а) Найдите равновесие Нэша и платежи игроков в равновесии, если игроки принимают решение одновременно.

б) Найдите равновесие Нэша и платежи игроков в равновесии, если игроки принимают решение последовательно.

**Задание 3.** На лугу пасутся 3 коровы: Ассоль, Бруся и Власта. Рядом расположен загон, в котором коровы питаются сеном. Запас сена в загоне очень большой. К стогу с сеном есть подход только с одной стороны, причем он рассчитан только на одну корову. Когда пастух в 12:00 дает команду о том, что пора подкрепиться, каждая корова принимает стратегическое решение о том, какой по счету (переменная  $t$ ) она хотела бы есть сено: первой в 12:00 ( $t = 1$ ), второй в 12:20 ( $t = 2$ ) или третьей в 12:40 ( $t = 3$ ). У каждой коровы на питание есть 20 минут. Оказавшись у стога с сеном, корова принимает решение о том, сколько килограммов сена (переменная  $x$ ) съесть. Если корове никто не мешает, то она ест столько сена, сколько хочет, причем 20 минут ей хватает на прием любого разумного количества сена. Если несколько коров выбирают один и тот же интервал питания  $t$ , то между ними возникает конфликт и они начинают толкаться. В случае, если толкаются две коровы, то каждая из них сможет отхватить не более 12 кг сена, а если толкаются 3 коровы, то каждая полакомится не более чем 5 килограммами сена. Функции полезности (платежи)  $u(x, t)$  всех коров одинаковы и зависят от количества потребленного сена  $x$  и очереди питания  $t$ :

$$u(x, t) = -2x^2 + 40x - 10t$$

(каждой корове не терпится поесть).

а) Сколько сена съест корова, если ей никто не мешает? Как это количество зависит от времени питания  $t$ ?

б) Если в одном временном интервале конкурируют две коровы, сколько съест каждая из них? А если конкурируют сразу три коровы?

в) Найдите все равновесия. Какое время кормления будут выбирать коровы в равновесии? Чему будут равны полезности коров в равновесии?

---

<sup>1</sup>Источник: Ethan Bueno de Mesquita. Political Economy for Public Policy.

г) Изменятся ли Ваши ответы на вопросы пункта в), если запас сена ограничен и составляет 20 килограммов? Если изменятся, то найдите все новые равновесия. При решении считайте, что силы коров равны, поэтому в случае конфликта за ограниченные ресурсы сена каждая корова отхватит одинаковую долю.

**Задача 4.** На рынке некоторого товара конкурируют две фирмы, которые одновременно и независимо друг от друга решают, какое количество товара произвести. Предположим, что можно произвести и продать любое дробное количество товара. Если первая фирма произведет  $q_1$  товара, а вторая –  $q_2$ , то рыночная цена на товар установится на уровне  $p = 10 - q_1 - q_2$ , если  $q_1 + q_2 \leq 10$ , и 0, если  $q_1 + q_2 > 10$ .

Производство каждой единицы продукции для каждой из фирм сопряжено с издержками в размере 4. Прибыль фирмы равна ее выручке за вычетом издержек производства.

а) Найдите, сколько товара будет выпускать каждая из фирм в равновесии Нэша.

б) Какая цена установится на рынке в равновесии?

с) Предположим, что спрос на продукцию вырос, и рыночная цена увеличилась до уровня  $p = 15 - q_1 - q_2$ . Как это повлияет на равновесный выпуск каждой из фирм, а также на равновесную рыночную цену?

**Задание 5.**<sup>2</sup> Бонни хочет ограбить дом Фрэнка. Она может либо пойти на дело в одиночку, либо позвать с собой Клайда, либо отказаться от затеи. Клайд может либо согласиться, либо отказаться. Во втором случае Бонни снова будет решать, грабить ли ей дом. Если ограбления не произойдет, Бонни и Клайд получают по 0, а Фрэнк получит 8.

Фрэнк слышит, что происходит ограбление, но не знает, сколько воров в его доме. Он может либо поднять шум, либо спрятаться. Если в доме только Бонни, а Фрэнк спрятался, то выигрыш Фрэнка равен 1, а выигрыш Бонни – 2. Если в доме только Бонни, а Фрэнк поднимает шум, то выигрыш Фрэнка равен 2, а выигрыш Бонни равен (–1). Если ограбление совершают Бонни с Клайдом, то если Фрэнк спрятался, оба вора получают 2, а Фрэнк – 0. Если Фрэнк поднимает шум, то Бонни и Клайд получают по 1, а Фрэнк получает (–2). Формализуйте игру в виде игры в развернутой форме и найдите SPNE.

---

<sup>2</sup>Источник: Бремзен А., Теория игр для совбака ВШЭ-РЭШ.