

Đề 1)

2b) phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi trên có dạng

$$r^2 + 14r + 49 = 0 \Leftrightarrow r_0 = -7$$

Do đó nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = \alpha_1 10^n + \alpha_2 \cdot n \cdot 10^n$$

$$= \alpha_1 \cdot (-7)^n + \alpha_2 \cdot n \cdot (-7)^n \quad (\alpha_1, \alpha_2 \text{ là hằng số})$$

$$\text{Vì } \begin{cases} a_0 = 3 \\ a_1 = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 3 \\ -7\alpha_1 + -7\alpha_2 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 3 \\ \alpha_2 = -8 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ thức truy hồi là:

$$a_n = (3 - 8n) \cdot (-7)^n \quad (n \geq 2)$$

Đề 2) 2b) Hệ thức truy hồi $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3} \quad (*)$

phương trình đặc trưng của (*) là:

$$r^3 - 2r^2 - r + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r_1 = -1 \\ r_2 = 1 \\ r_3 = 2 \end{cases}$$

Do đó nghiệm tổng quát của (*) là:

$$a_n = \alpha_1 (-1)^n + \alpha_2 \cdot 1^n + \alpha_3 \cdot 2^n \quad (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \text{ là hằng số})$$

$$\text{Vì } \begin{cases} a_0 = 3 \\ a_1 = 6 \\ a_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 3 \\ -\alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3 = 6 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + 4\alpha_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = -2 \\ \alpha_2 = 6 \\ \alpha_3 = -1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của (*) là:

$$a_n = -2 \cdot (-1)^n + 6 \cdot 1^n - 1 \cdot 2^n \quad (n \geq 3)$$

ĐỀ 3) 2b) Hệ thức truy hồi: $a_n = -3a_{n-1} + 4a_{n-2}$ (*)

- phương trình đặc trưng của (*) là:

$$r^2 + 3r - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r_1 = 1 \\ r_2 = -4 \end{cases}$$

- Do đó nghiệm tổng quát của (*) là:

$$a_n = \alpha_1 \cdot 1^n + \alpha_2 \cdot (-4)^n \quad (\alpha_1, \alpha_2 \text{ là const})$$

Vì $\begin{cases} a_0 = 5 \\ a_1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 = 5 \\ \alpha_1 - 4\alpha_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 4,4 \\ \alpha_2 = 0,6 \end{cases}$

- Vậy nghiệm của (*) là:

$$a_n = 4,4 + 0,6 \cdot (-4)^n \quad (n \geq 2)$$

ĐỀ 4) 2b)

t) Hệ thức truy hồi: $a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3}$ (*)

- phương trình đặc trưng của (*) là:

$$r^3 - 2r^2 - 5r + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r_1 = -2 \\ r_2 = 3 \\ r_3 = 1 \end{cases}$$

- Do đó, nghiệm tổng quát của (*) là:

$$a_n = \alpha_1 \cdot (-2)^n + \alpha_2 \cdot 3^n + \alpha_3 \cdot 1^n \quad (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \text{ là const})$$

Vì $\begin{cases} a_0 = 7 \\ a_1 = -4 \\ a_2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 7 \\ -2\alpha_1 + 3\alpha_2 + \alpha_3 = -4 \\ 4\alpha_1 + 9\alpha_2 + \alpha_3 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 3 \\ \alpha_2 = -1 \\ \alpha_3 = 5 \end{cases}$

- Vậy nghiệm của (*) là:

$$a_n = 3 \cdot (-2)^n - 1 \cdot 3^n + 5 \quad (n \geq 3)$$

ĐỀ 5) 2b)

Hệ thức truy hồi $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ (*)

- phương trình đặc trưng (*) là:

$$r^2 + 6r + 9 = 0 \Leftrightarrow r_0 = -3$$

- Do đó nghiệm tổng quát của (*) là:

$$a_n = \alpha_1 \cdot (-3)^n + \alpha_2 \cdot n \cdot (-3)^n$$

Nguyễn Văn Bổng - B23 DCCN 067

- Vì $\begin{cases} d_0 = 3 \\ d_1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_1 = 3 \\ -3d_1 - 3d_2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_1 = 3 \\ d_2 = -2 \end{cases}$

- Vậy nghiệm của (*) là:

$$a_n = (3 - 2n) \cdot (-3)^n \quad (n \geq 2)$$

Đề 6). 2b).

Hệ thức truy hồi đã cho: $a_n = 14a_{n-1} - 49a_{n-2}$

Giống Đề 1.

Đề 1) 3a) Đưa về 4 bài toán con sau

$$P_1: \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30 \\ x_2 \geq 3; x_4 \geq 2; x_1, x_3, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

$$P_2: \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30 \\ x_2 \geq 3; x_4 \geq 7; x_1, x_3, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

$$P_3: \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30 \\ x_2 \geq 0; x_4 \geq 2; x_1, x_3, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

$$P_4: \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30 \\ x_2 \geq 0; x_4 \geq 7; x_1, x_3, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

Ta giải bài toán (P_1)

$$P_1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + (x_2 - 3) + x_3 + (x_4 - 2) + x_5 + x_6 = 30 - 3 - 2 \\ x_2 \geq 3; x_4 \geq 2; x_1, x_3, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2' + x_3 + x_4' + x_5 + x_6 = 25 \quad (P_1') \\ x_1, x_2', x_3, x_4', x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

Với $x_2' = x_2 - 3; x_4' = x_4 - 2$.

- Số nghiệm N_1 của bài toán (P_1) = số nghiệm bài toán (P_1') là:

$$N_1 = C_{30}^5$$

Giải tương tự (P_1) ta có số nghiệm của (P_2), (P_3), (P_4) lần lượt là:

$$N_2 = C_{25}^5; N_3 = C_{24}^5; N_4 = C_{25}^5$$

Vậy số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 58500$$

Đề 2) 3a) Đưa bài toán về 4 bài toán con sau.

$$P_1: \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30 \\ x_3 \geq 2; x_6 \geq 1; x_1, x_2, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

$$P_2: \begin{cases} x_1 + \dots + x_6 = 30 \\ x_3 \geq 2; x_6 \geq 7; x_1, x_2, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

$$P_3: \begin{cases} x_1 + \dots + x_6 = 30 \\ x_3 \geq 5; x_6 \geq 1; x_1, x_2, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

$$P_4: \begin{cases} x_1 + \dots + x_6 = 30 \\ x_3 \geq 5; x_6 \geq 7; x_{1245} \geq 0 \end{cases}$$

Ta giải (P_1) :

$$P_1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + (x_3 - 2) + x_4 + x_5 + (x_6 - 1) = 27 \\ x_3 \geq 2; x_6 \geq 1; x_{1245} \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3' + x_4 + x_5 + x_6' = 27 \quad (P_1') \\ x_{123'456'} \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Với } x_3' = x_3 - 2; x_6' = x_6 - 1.$$

Số nghiệm N_1 của (P_1) = số nghiệm của (P_1') là:

$$N_1 = C_{32}^5$$

Giới hạn từ (P_1) ta có số nghiệm của $(P_2), (P_3), (P_4)$ lần lượt là:

$$N_2 = C_{26}^5; N_3 = C_{29}^5; N_4 = C_{23}^5$$

Vậy số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 50490$$

Đề 3) 3a) Gọi A_1 là tập các số. Gọi:

$$X = \{1000; 1001; 1002; \dots; 5000\}$$

Gọi A_1 là tập các số $\in X$ mà chia hết cho 8

$$A_2 \text{ } \underline{\hspace{10cm}} \text{ } 12.$$

\Rightarrow Tập các số $\in X$ chia hết cho 8 hoặc 12 là:

$$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|$$

Ta có:

$$|A_1| = \frac{5000 - 1000}{8} + 1 = 501$$

$$|A_2| = \frac{4992 - 1008}{12} + 1 = 333$$

$$|A_1 \cap A_2| = \frac{4992 - 1008}{24} + 1 = 167$$

$$\Rightarrow |A_1 \cup A_2| = 501 + 333 - 167 = 667$$

Vậy số các số $\in X$ chia hết cho 8 hoặc 12 là 667 số

Đề 4) 3a) Giả sử số hàng mẫu là: $\overline{x_1 x_2 x_3 x_4 x_3 x_2 x_1}$ ($x_1 \neq 0; x_{1234} \in \{0, \dots, 9\}$)

và $2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 19$

(\Rightarrow) $x_1 + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2} = 9,5$

$\Rightarrow x_4$ là số lẻ : $0 \leq t = \frac{x_4 - 1}{2} \leq 4$ ($t \in \mathbb{N}$) $\Rightarrow \frac{x_4}{2} = t + \frac{1}{2}$.

Ta đưa vế & bài toán con sau:

$P_1: \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + t = 9 \\ x_1 \geq 1; x_2, x_3 \geq 0; t \geq 0 \end{cases}$

$P_2: \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + t = 9 \\ x_1 \geq 1; x_2, x_3 \geq 0; t \geq 5. \end{cases}$

Ta giải bài toán (P_1):

$P_1 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 1) + x_2 + x_3 + t = 8 \\ x_1 \geq 1; x_2, x_3 \geq 0; t \geq 0 \end{cases}$

(\Rightarrow) $\begin{cases} x_1' + x_2 + x_3 + t = 8 \\ x_1', x_2, x_3, t \geq 0 \end{cases} \quad (P_1')$

với $x_1' = x_1 - 1$

Số nghiệm N_1 của (P_1) = số nghiệm của (P_1') là:

$N_1 = C_{11}^3$

Tương tự (P_2) ta có số nghiệm của (P_2) là:

$N_2 = C_6^3$

Vậy số nghiệm của bài toán đã cho là:

$N = N_1 - N_2 = 145$

Đề 5) 3a) Tìm số số hoán mẫu là: $\overline{x_1 x_2 x_3 x_4 x_3 x_2 x_1} (x_i \neq 0; x_{1234} \in \{0, \dots, 9\})$

Ta có: $2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 15$

$\Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2} = 7,5 \quad (1)$

$\Rightarrow x_4$ là số lẻ. Đặt $t = \frac{x_4 - 1}{2} \quad (0 \leq t \leq 4, t \in \mathbb{Z})$

$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + t = 7.$

Đưa bài toán đã cho về là: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + t = 7 \\ x_1 \geq 1; x_2, x_3 \geq 0; 0 \leq t \leq 4 \end{cases}$

Đưa về 2 bài toán con sau:

$P_1: \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + t = 7 \\ x_1 \geq 1; x_2, x_3, t \geq 0 \end{cases}$

$P_2: \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + t = 7 \\ x_1 \geq 1; x_2, x_3 \geq 0; t \geq 5. \end{cases}$

Ta giải bài toán (P_1) :

$P_1 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 1) + x_2 + x_3 + t = 6 \\ x_1 \geq 1; x_2, x_3, t \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + t = 6 \quad (P_1') \\ x_{123} \geq 0; t \geq 0 \end{cases}$

Số nghiệm của $(P_1) =$ số nghiệm (P_1') và bằng:

$N_1 = C_9^3$

Giản tiếp từ ta có số nghiệm của (P_2) là:

$N_2 = C_4^3$

Vậy số nghiệm của bài toán đã cho là:

$N = N_1 - N_2 = 80.$

Nguyễn Văn Bổng - B230CCN067

Vậy số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 26530$$

3b) Cho $X = \{5000, 5001, \dots, 9999\}$

A_1 là tập các số $\in X$ chia hết cho 6

A_2 là tập các số $\in X$ chia hết cho 9

Ta có:

$$|A_1| = \frac{9996 - 5004}{6} + 1 = 833$$

$$|A_2| = \frac{9999 - 5004}{9} + 1 = 556$$

Tập các số ~~chia~~ $\in X$ chia hết cho 6 và 9 là các số: 18

$$\Rightarrow |A_1 \cap A_2| = \frac{9990 - 5004}{18} + 1 = 278$$

Vậy số các số $\in X$ chia hết cho 6 hoặc 9 là:

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2| &= |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2| \\ &= 1111 \end{aligned}$$