HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 1

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Cần ít nhất số sinh viên trong lớp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 sinh viên có cùng ngày sinh là:

A. 1827. **B.** 1831. **C.** 1826. **D.** 1832.

Lời giải.

Gọi n là số sinh viên trong lớp.
Mỗi năm thì có tối đa 366 ngày.
Theo nguyên lý Dirichlet, ta có:
$n = (6-1) * 366 + 1 = 1831$

Chọn đáp án B □

Câu 2. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 26a_{n-1} + 27a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 18, a_1 = 290$ là:

A. $a_n = 7 \cdot (-1)^n + 11 \cdot 27^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = -7 - 11 \cdot (-27)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = 7 - 11 \cdot 27^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = -7 \cdot (-1)^n + 11 \cdot (-27)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 26a_{n-1} + 27a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 26r - 27 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{aligned} r_1 &= -1 \\ r_2 &= 27 \end{aligned}\right.$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là: $a_n = A_1 \cdot r_1^n + A_2 \cdot r_2^n$ vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 18 \\ a_1 &= 290 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 &= 18 \\ -A_1 + 27A_2 &= 290 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 7 \\ A_2 &= 11 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = 7 \cdot (-1)^n + 11 \cdot 27^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Trong tập hợp X = {742, 743, ..., 6180} có bao nhiêu số không chia hết cho bất kỳ số nào trong các số 4, 5, 7?

A. 2795. **B.** 2796. **C.** 2793. **D.** 2794.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 5 và 7.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 742 đến 6180:

$$S_4 = \frac{6180 - 744}{4} + 1 = 1360$$

- Số các số chia hết cho 5 trong đoạn từ 742 đến 6180:

$$S_5 = \frac{6180 - 745}{5} + 1 = 1088$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 742 đến 6180:

$$S_7 = \frac{6174 - 742}{7} + 1 = 777$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 5)$:

$$S_{4,5} = \frac{6180 - 760}{20} + 1 = 272$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7)$:

$$S_{4,7} = \frac{6160 - 756}{28} + 1 = 194$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(5, 7)$:

$$S_{5,7} = \frac{6160 - 770}{35} + 1 = 155$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 5, 7)$:

$$S_{4,5,7} = \frac{6160 - 840}{140} + 1 = 39$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ. Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$1360 + 1088 + 777) - (272 + 194 + 155) + 39 = 210$$

Bước 5: Số các số không chia hết cho số nào trong các số 4, 5, 7

$$(6180 - 742 + 1) - 210 = 2796$$

Kết luận: Có **2796 số** trong đoạn từ 742 đến 6180 thỏa mãn điều kiện không chia hết cho số nào trong các số 4, 5, và 7.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -21a_{n-1} - 147a_{n-2} - 343a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 13$, $a_1 = -140$, $a_2 = 539$.

A. $a_n = (13 + 15n - 8n^2) \cdot (-7)^n$.
B. $a_n = (13 + 15n - 8n^3) \cdot (-7)^n$.
C. $a_n = (13 - 15n - 8n^2) \cdot (-7)^n$.
D. $a_n = (13 + 15n + 8n^2) \cdot (-7)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 21r^2 + 147r - 343 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -7.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-7)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 13$, $A_2 = 15$, và $A_3 = -8$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (13 + 15n - 8n^2) \cdot (-7)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 5. Cho mệnh đề logic B $= \overline{p} \Rightarrow (p \Rightarrow q)$. Hỏi khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tất cả đều sai.
B. B là mệnh đề thoả được.
C. B là mệnh đề không thoả được.
D. B là mệnh đề hằng đúng.

Lời giải.

Gợi ý: Có thể lập bảng giá trị chân lý hoặc sử dụng các phép biến đổi tương đương cơ bản để xác định mệnh đề B thuộc loại nào?

Chọn đáp án D □

Câu 6. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44$ thoả mãn $4 \leq x_2 \leq 7$, $1 \leq x_3 \leq 6$ là:

A. Số nghiệm là 204306.
B. Số nghiệm là 204322.
C. Số nghiệm là 204290.
D. Số nghiệm là 204314.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44.$$

Điều kiện: $4 \leq x_2 \leq 7$ và $1 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_2 \geq 4$ và $x_3 \geq 1$: Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_2 \geq 4, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 1, 4, 5, 6.. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{44}^5 = 1086008.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_2 \geq 8$ và $x_3 \geq 1$: Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_2 \geq 8, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 1, 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{40}^5 = 658008.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_2 \geq 4$ và $x_3 \geq 7$: Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_2 \geq 4, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 1, 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{38}^5 = 501942.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_2 \geq 8$ và $x_3 \geq 7$: Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_2 \geq 8, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 1, 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{34}^5 = 278256.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1086008 - 658008 - 501942 + 278256 = 204314.$$

Chọn đáp án D □

Câu 7. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 6)$.

A. $(1, 2, 7, 8, 9)(1, 2, 6, 8, 9)(1, 2, 6, 7, 9)$.
B. $(1, 2, 6, 7, 9)(1, 2, 6, 8, 9)(1, 2, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 6, 8, 9)(1, 2, 7, 8, 9)(1, 2, 6, 7, 9)$.
D. $(1, 2, 6, 7, 9)(1, 2, 7, 8, 9)(1, 2, 6, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 6$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 6, 7, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 8a_{n+2} - a_{n+1} - 42a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -3, a_1 = -36, a_2 = -162$.

A. $-3 \cdot 7^n - 3 \cdot 3^n + 3 \cdot (-2)^n$.
B. $3 \cdot 7^n - 3 \cdot 3^n + 3 \cdot (-2)^n$.
C. $3 \cdot 7^n + 3 \cdot 3^n + 3 \cdot (-2)^n$.
D. $-3 \cdot 7^n + 3 \cdot 3^n - 3 \cdot (-2)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 8r^2 + r + 42 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{7; 3; -2\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 7^n + A_2 \cdot 3^n + A_3 \cdot (-2)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -3 \\ a_1 & = -36 \\ a_2 & = -162 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -3 \\ 7A_1 + 3A_2 - 2A_3 & = -36 \\ 49A_1 + 9A_2 + 4A_3 & = -162 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ A_2 & = -3 \\ A_3 & = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3 \cdot 7^n - 3 \cdot 3^n + 3 \cdot (-2)^n$.
Chọn đáp án A □

Câu 9. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 73$ thoả mãn $x_i \geq 1$ với $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ là:

A. C^5_{73}. **B.** C^5_{72}. **C.** C^5_{73}. **D.** C^5_{77}.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$(x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (x_4 - 1) + (x_5 - 1) + (x_6 - 1) = 67.$$

Đặt $y_i = x_i - 1 \geq 0$ với $i = 1, 2, ..., 6$, khi đó, phương trình đã cho trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 = 67,$$

với $y_i \geq 0$. Do đó, Số nghiệm của hương trình đã cho là C^5_{67}.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Có bao nhiêu số nguyên dương có 5 chữ số không chứa chữ số 7 và không có 2 chữ số nào giống nhau ?

A. 13443. **B.** 13442. **C.** 13441. **D.** 13440.

Lời giải.

Ta cần tính số các số có 5 chữ số, trong đó:

- Chữ số đầu tiên khác 0.
- Không có chữ số nào lặp lại.

Số các số thỏa mãn bài toán được tính như sau:

- Chọn chữ số đầu tiên: Có 8 cách chọn (khác 0 và 7).
- Chọn chữ số thứ hai: Có 8 cách chọn (khác với chữ số đầu tiên và khác 7).
- Chọn chữ số thứ ba: Có 7 cách chọn (khác với hai chữ số trước và khác 7).
- Chọn chữ số thứ tư: Có 6 cách chọn (khác với ba chữ số trước và khác 7).
- Chọn chữ số thứ năm: Có 5 cách chọn (khác với tư chữ số trước và khác 7).

Do đó, số các số nguyên dương thỏa mãn các điều kiện là:

$$8 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 13440$$

Kết luận: Có 13440 số thỏa mãn các điều kiện của bài toán.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Từ các chữ số $\{2, 3, 4, ..., 8\}$ lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

A. 210 . **B.** 56 . **C.** 209 . **D.** 6 .

Lời giải.

Chọn ra 3 số từ 7 số và có quan tâm đến thứ tự của chúng.

Nên ta có kết quả là: $A^3_7 = 210$.

Chọn đáp án A □

Câu 12. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 13. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$
$2x_1 + x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 12$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,1)

A. $g(0, 1, 1) = 5.166$. **B.** $g(0, 1, 1) = 3.166$. **C.** $g(0, 1, 1) = 4.666$. **D.** $g(0, 1, 1) = 4.166$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{3}{2} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{2}{4} \geq \frac{1}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,1,1) = 4.166$

Chọn đáp án (D) □

Câu 14. Cho xâu nhị phân $X = \{0,0,0,0,1,1,1,1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự tăng dần.

A. 18. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 19.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00001111 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.

- Do giá trị thập phân là 15, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự tăng dần sẽ là 16.

Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Cho tập A $= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(4,2,8,7,9,3,6,1,5)$ là:

A. $(4,2,8,7,9,3,6,5,1)$. **B.** $(2,7,1,3,9,4,8,5,6)$.
C. $(5,8,7,4,1,6,2,3,9)$. **D.** $(1,3,8,5,7,6,4,9,2)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (A) □

Câu 16. Cho mệnh đề logic B $= (p \wedge q) \Rightarrow p$. Hỏi khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tất cả đều sai. **B.** B là mệnh đề thoả được.
C. B là mệnh đề hằng đúng. **D.** B là mệnh đề không thoả được.

Lời giải.

Gợi ý: Có thể lập bảng giá trị chân lý hoặc sử dụng các phép biến đổi tương đương cơ bản để xác định mệnh đề B thuộc loại nào?

Chọn đáp án (C) □

Câu 17. Cho xâu nhị phân $X = \{0,0,1,1,1,1,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0,1,0,0,0,1,0)(0,1,0,0,0,0,1)(0,0,1,1,1,1,1)(0,1,0,0,0,0,0)$.
B. $(0,0,1,1,1,1,1)(0,1,0,0,0,0,0)(0,1,0,0,0,0,1)(0,1,0,0,0,1,0)$.
C. $(0,1,0,0,0,1,0)(0,1,0,0,0,0,0)(0,1,0,0,0,0,1)(0,0,1,1,1,1,1)$.
D. $(0,1,0,0,0,0,1)(0,1,0,0,0,1,0)(0,0,1,1,1,1,1)(0,1,0,0,0,0,0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0,0,1,1,1,1,0$.

- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:

  - $0,0,1,1,1,1,1$

- $0, 1, 0, 0, 0, 0, 0$
- $0, 1, 0, 0, 0, 0, 1$
- $0, 1, 0, 0, 0, 1, 0$

Chọn đáp án B □

Câu 18. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 7$, $8 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. Số nghiệm là 135722. **B**. Số nghiệm là 135716.
C. Số nghiệm là 135713. **D**. Số nghiệm là 135723.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 7$, $5 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 7, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{43}^5 = 962598.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 7, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{39}^5 = 575757.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 7, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{39}^5 = 575757.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 7, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{35}^5 = 324632.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 962598 - 575757 - 575757 + 324632 = 135716.$$

Chọn đáp án B □

Câu 19. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 21 & 13 & 16 & 19 & 9 \\ 10 & 0 & 5 & 12 & 3 & 21 \\ 9 & 7 & 0 & 19 & 8 & 7 \\ 8 & 16 & 20 & 0 & 7 & 17 \\ 17 & 9 & 6 & 18 & 0 & 13 \\ 14 & 20 & 12 & 18 & 20 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 74. **B.** 65. **C.** 58. **D.** 79.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 21 + 5 + 19 + 7 + 13 + 14 = 79$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =79.

Chọn đáp án D □

Câu 20. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53$ thoả mãn $1 \leq x_1 \leq 7$ và $x_3 \geq 7$ là:

A. Số nghiệm là 1156162.
B. Số nghiệm là 1156153.
C. Số nghiệm là 1156155.
D. Số nghiệm là 1156169.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 7$ và $x_3 \geq 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 7$: Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 1, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 2,4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{50}^5 = 2118760.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 7$: Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 8, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 2,4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{43}^5 = 962598.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 = 2118760 - 962598 = 1156162.$$

Chọn đáp án A □

Câu 21. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 27 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 218. **B.** 217. **C.** 215. **D.** 406.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(5-1)*2*27+1=217$.

Chọn đáp án B □

Câu 22. Cho tập A $=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, 6 hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(6,1,8,2,5,3,4,7,9)$ là:

A. (6,1,8,2,5,3,9,4,7); (6,1,8,2,5,3,7,4,9); (6,1,8,2,5,3,4,9,7); (6,1,8,2,5,3,7,9,4); (6,1,8,2,5,4,3,7,9); (6,1,8,2,5,3,9,7,4).

B. (6,1,8,2,5,3,9,4,7); (6,1,8,2,5,3,4,9,7); (6,1,8,2,5,3,7,4,9); (6,1,8,2,5,4,3,7,9); (6,1,8,2,5,3,7,9,4); (6,1,8,2,5,3,9,7,4).

C. (6,1,8,2,5,3,9,7,4); (6,1,8,2,5,3,7,4,9); (6,1,8,2,5,3,9,4,7); (6,1,8,2,5,3,7,9,4); (6,1,8,2,5,3,4,9,7); (6,1,8,2,5,4,3,7,9).

D. (6,1,8,2,5,3,4,9,7); (6,1,8,2,5,3,7,4,9); (6,1,8,2,5,3,7,9,4); (6,1,8,2,5,3,9,4,7); (6,1,8,2,5,3,9,7,4); (6,1,8,2,5,4,3,7,9).

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 23. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N=23$.

A. 881. **B.** 875. **C.** 890. **D.** 874.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N=23$ nên ta có phương trình:

$$2x_1+2x_2+2x_3+2x_4+x_5=23.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5=1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=22 \\ x_5=1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=11 \\ x_5=1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1=C_{13}^3=286.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=20 \\ x_5=3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=10 \\ x_5=3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3=C_{12}^3=220.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_9^3 = 84.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 875.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 23$ là 875.
Chọn đáp án B □

Câu 24. Lớp học có 15 bạn nam và 12 bạn nữ. Hãy cho biết có bao nhiêu cách chọn đội văn nghệ của lớp sao cho số bạn nam đúng bằng 3 lần số bạn nữ, biết rằng đội văn nghệ cần ít nhất 4 và nhiều nhất 12 thành viên.

A. 1436888. **B.** 1436889. **C.** 1436890. **D.** 1436887.

Lời giải.
Phân tích:

- Giả sử đội văn nghệ có x bạn nữ, thì số bạn nam sẽ là $3x$.
- Tổng số thành viên trong đội là $x + 3x = 4x$.
- Đội văn nghệ cần có ít nhất 4 thành viên và nhiều nhất 12 thành viên, tức là:

$$4 \leq 4x \leq 12$$

Vậy x có thể nhận các giá trị $1, 2, 3$.
Các trường hợp:

- **Khi** $x = 1$ (1 bạn nữ, 3 bạn nam):
  - Số cách chọn 1 bạn nữ từ 12 bạn là C_{12}^1.

   – Số cách chọn 2 bạn nam từ 15 bạn là C_{15}^2.
   – Tổng số cách là:

$$C_{12}^1 \times C_{15}^2$$

- **Khi** $x = 2$ (2 bạn nữ, 6 bạn nam):
   – Số cách chọn 2 bạn nữ từ 12 bạn là C_{12}^2.
   – Số cách chọn 6 bạn nam từ 15 bạn là C_{15}^6.
   – Tổng số cách là:

$$C_{12}^2 \times C_{15}^6$$

- **Khi** $x = 3$ (3 bạn nữ, 9 bạn nam):
   – Số cách chọn 3 bạn nữ từ 12 bạn là C_{12}^3.
   – Số cách chọn 9 bạn nam từ 15 bạn là C_{15}^9.
   – Tổng số cách là:

$$C_{12}^3 \times C_{15}^9$$

Vậy ta có kết quả là:

$$C_{12}^1 \times C_{15}^2 + C_{12}^2 \times C_{15}^6 + C_{12}^3 \times C_{15}^9 = 1436890$$

Chọn đáp án C □

Câu 25. Cho mệnh đề B $= [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$. Hỏi khẳng định nào sau đây là đúng?
A. B là mệnh đề hằng đúng.
B. B là mệnh đề thoả được.
C. B là mệnh đề không thoả được.
D. Tất cả đều sai.

Lời giải.
Gợi ý: Có thể lập bảng giá trị chân lý hoặc sử dụng các phép biến đổi tương đương cơ bản để xác định mệnh đề B thuộc loại nào?
Chọn đáp án A □

Câu 26. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -50a_{n-1} - 625a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 11, a_1 = 325$ là:
A. $a_n = (-11 - 24n) \cdot 25^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (11 - 24n) \cdot (-25)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (11 + 24n) \cdot 25^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-11 + 24n) \cdot (-25)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -50a_{n-1} - 625a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 50r + 625 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+25)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -25$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-25)^n + A_2 \cdot n \cdot (-25)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 11 \\ a_1 &= 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 11 \\ -25A_1 - 25A_2 &= 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 11 \\ A_2 &= -24 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (11 - 24n) \cdot (-25)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 27. Có bao nhiêu biển số bắt đầu bằng 1 hoặc 2 chữ cái in hoa và kết thúc là 1 hoặc 2 chữ số, biết rằng có 26 chữ cái trong bảng chữ cái tiếng Anh?

A. 77222 . **B.** 77223 . **C.** 77221 . **D.** 77220 .

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Trường hợp 1 chữ cái và 1 chữ số:**

Có 26^1 cách chọn 1 chữ cái.

Có 10^1 cách chọn 1 chữ số.

Tổng số biển số trong trường hợp này:

$26^1 \times 10^1 = 26 \times 10 = 260$

2. **Trường hợp 1 chữ cái và 2 chữ số:**

Có 26^1 cách chọn 1 chữ cái.

Có 10^2 cách chọn 2 chữ số.

Tổng số biển số trong trường hợp này:

$26^1 \times 10^2 = 26 \times 100 = 2600$

3. **Trường hợp 2 chữ cái và 1 chữ số:**

Có 26^2 cách chọn 2 chữ cái.

Có 10^1 cách chọn 1 chữ số.

Tổng số biển số trong trường hợp này:

$26^2 \times 10^1 = 676 \times 10 = 6760$

4. **Trường hợp 2 chữ cái và 2 chữ số:**

Có 26^2 cách chọn 2 chữ cái.

Có 10^2 cách chọn 2 chữ số.

Tổng số biển số trong trường hợp này:

$26^2 \times 10^2 = 676 \times 100 = 67600$

Tổng số biển số:

$$26 \times 10 + 26 \times 100 + 676 \times 10 + 676 \times 100 = 77220$$

Vậy, có **77220** biển số xe thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án D □

Câu 28. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 72$ là:

A. C_{76}^4. **B**. C_{67}^4. **C**. C_{72}^4. **D**. C_{77}^4.

Lời giải.

Số nghiệm của hương trình đã cho là C_{76}^4.

Chọn đáp án A □

Câu 29. Giải bài toán cái túi dưới đây để chỉ ra giá trị tối ưu f^*.

$4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 4x_4 \to max$

$5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $f^* = 8$. **B**. $f^* = 12$. **C**. $f^* = 16$. **D**. $f^* = 7$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{2} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{4}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $f^* = 8$

Chọn đáp án A □

Câu 30. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405602. **B**. 405600. **C**. 405601. **D**. 405603.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_2^4 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_2^4 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án B □

Câu 31. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 34. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 33.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án B □

Câu 32. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 \to max$
$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{2} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{3}{4} \geq \frac{1}{2}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
Chọn đáp án A □

Câu 33. Một hệ máy tính coi một xâu các chữ số hệ thập phân có độ dài n là một từ mã hợp lệ nếu chứa một số chẵn chữ số 7. Tính số xâu thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 7049. **B.** 7050. **C.** 7048. **D.** 7047.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 ... x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n
Ta có : $a_0 = 1$.
– Trường hợp 1 : $x_n \neq 7 \Rightarrow a_n = 9a_{n-1}$.
– Trường hợp 2 : $x_n = 7 \Rightarrow a_n = 10^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 8a_{n-1} + 10^{n-1}$.
$\Rightarrow a_4 = 8a_3 + 10^3 = 7048$
Chọn đáp án C □

Câu 34. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính a_{70}.

A. 2^{72}. **B.** 2^{71}. **C.** 2^{69}. **D.** 2^{68}.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 ... x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_{70} = 2^{69}$.
Chọn đáp án C □

Câu 35. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -a_{n+2} + 21a_{n+1} + 45a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -7, a_1 = -28, a_2 = -89$.

A. $-5 \cdot (-5)^n + (3n - 2) \cdot (-3)^n$. **B.** $-5 \cdot 5^n + (3n - 2) \cdot 3^n$.

C. $-5 \cdot 5^n + (3n-2) \cdot (-3)^n$. **D.** $5 \cdot 5^n + (3n-2) \cdot (-3)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + r^2 - 21r - 45 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-5)(r+3)^2 = 0.$$

$$\Leftrightarrow r \in \{5; -3\}$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot 5^n + (A_2.n + A_3) \cdot (-3)^n$$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -7 \\ a_1 & = -28 \\ a_2 & = -89 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_3 & = -7 \\ 5A_1 - 3A_2 - 3A_3 & = -28 \\ 25A_1 + 18A_2 + 9A_3 & = -89 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -5 \\ A_2 & = 3 \\ A_3 & = -2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = -5 \cdot 5^n + (3n-2) \cdot (-3)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 36. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có đáp án giống nhau?

A. 325. **B.** 973. **C.** 244. **D.** 242.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet: $(4-1) * 4^3 + 1 = 244$

Chọn đáp án C □

Câu 37. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 19. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 33.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet: $(4-1) * 8 + 1 = 25$

Chọn đáp án B □

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 238 đến 6401 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 14?

A. 2789. **B.** 2788. **C.** 2787. **D.** 2786.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 14.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 238 đến 6401:

$$S_3 = \frac{6399 - 240}{3} + 1 = 2054$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 238 đến 6401:

$$S_8 = \frac{6400 - 240}{8} + 1 = 771$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 238 đến 6401:

$$S_{14} = \frac{6398 - 238}{14} + 1 = 441$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{6384 - 240}{24} + 1 = 257$$

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3, 14)$:

$$S_{3,14} = \frac{6384 - 252}{42} + 1 = 147$$

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(8, 14)$:

$$S_{8,14} = \frac{6384 - 280}{56} + 1 = 110$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3, 8, 14)$:

$$S_{3,8,14} = \frac{6384 - 336}{168} + 1 = 37$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2054 + 771 + 441) - (257 + 147 + 110) + 37 = 2789.$$

Kết luận: Có **2789 số** trong đoạn từ 238 đến 6401 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 14.

Chọn đáp án A □

Câu 39. Cho mệnh đề logic $\mathrm{B} = [p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow p$. Hỏi khẳng định nào sau đây là đúng?

A. B là mệnh đề hằng đúng. **B.** Tất cả đều sai.
C. B là mệnh đề không thoả được. **D.** B là mệnh đề thoả được.

Lời giải.

Gợi ý: Có thể lập bảng giá trị chân lý hoặc sử dụng các phép biến đổi tương đương cơ bản để xác định mệnh đề B thuộc loại nào?

Chọn đáp án A □

Câu 40. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 226. **B.** 227. **C.** 225. **D.** 224.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án D □

Câu 41. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 26. **B.** 23. **C.** 25. **D.** 24.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.

- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:

  – Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.

– Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:

  * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.

  * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.
$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$
Chọn đáp án D □