

- **Biểu diễn bộ lọc số IIR trong miền n**

$$y(n) = \sum_{r=0}^M b_r x(n-r) - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) \quad (a_0 = 1)$$

- **Hàm truyền đạt:**

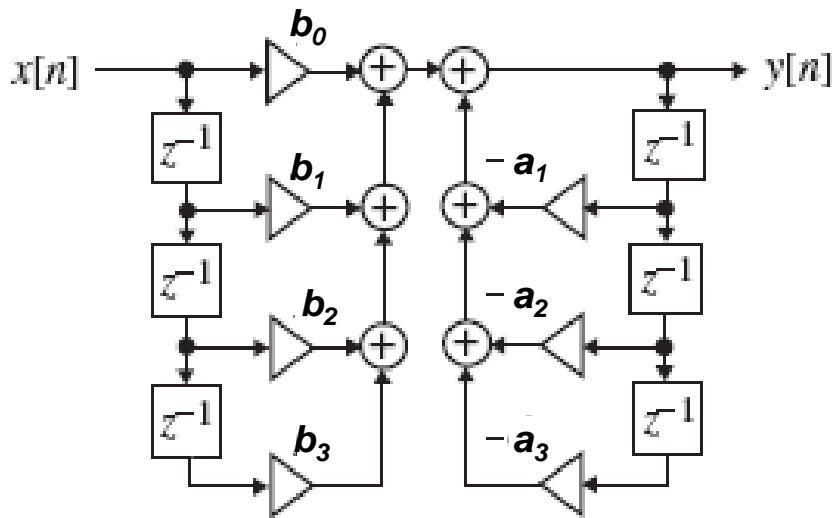
$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n} = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{r=0}^M b_r z^{-r}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

- **Đáp ứng tần số:**

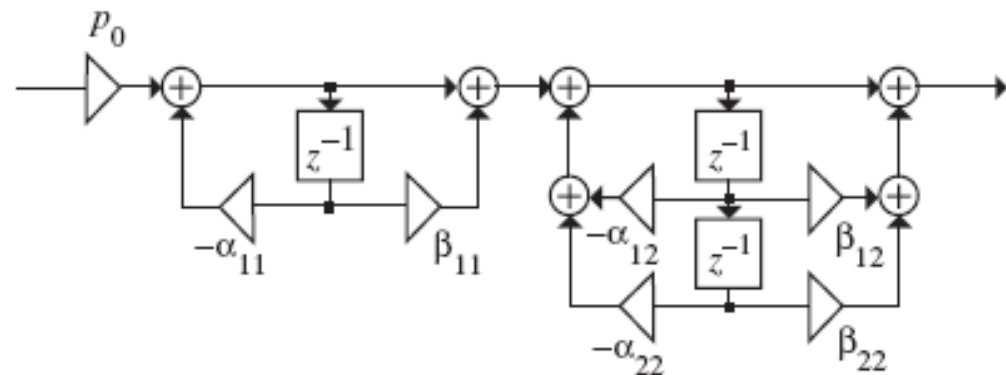
$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n} = |H(e^{j\omega})|e^{-j\phi(\omega)}$$

BỘ LỘC IIR (tt)

Cấu trúc dạng trực tiếp của bộ lọc số IIR ($N = 3$; $M = 3$): (a)



(a)



(b)

Cấu trúc dạng tầng của bộ lọc số FIR (bậc 3): (b)

$$H(z) = p_0 \prod_k \left(\frac{1 + \beta_{1k}z^{-1} + \beta_{2k}z^{-2}}{1 + \alpha_{1k}z^{-1} + \alpha_{2k}z^{-2}} \right)$$

Đặc điểm bộ lọc số IIR

Ưu điểm:

- Đạt được bộ chỉ tiêu kỹ thuật đã cho với bậc của bộ lọc thấp hơn nhiều so với bộ lọc FIR

Nhược điểm:

- Pha phi tuyến
- Không phải bộ lọc IIR nào cũng ổn định

- Các phương pháp chính:

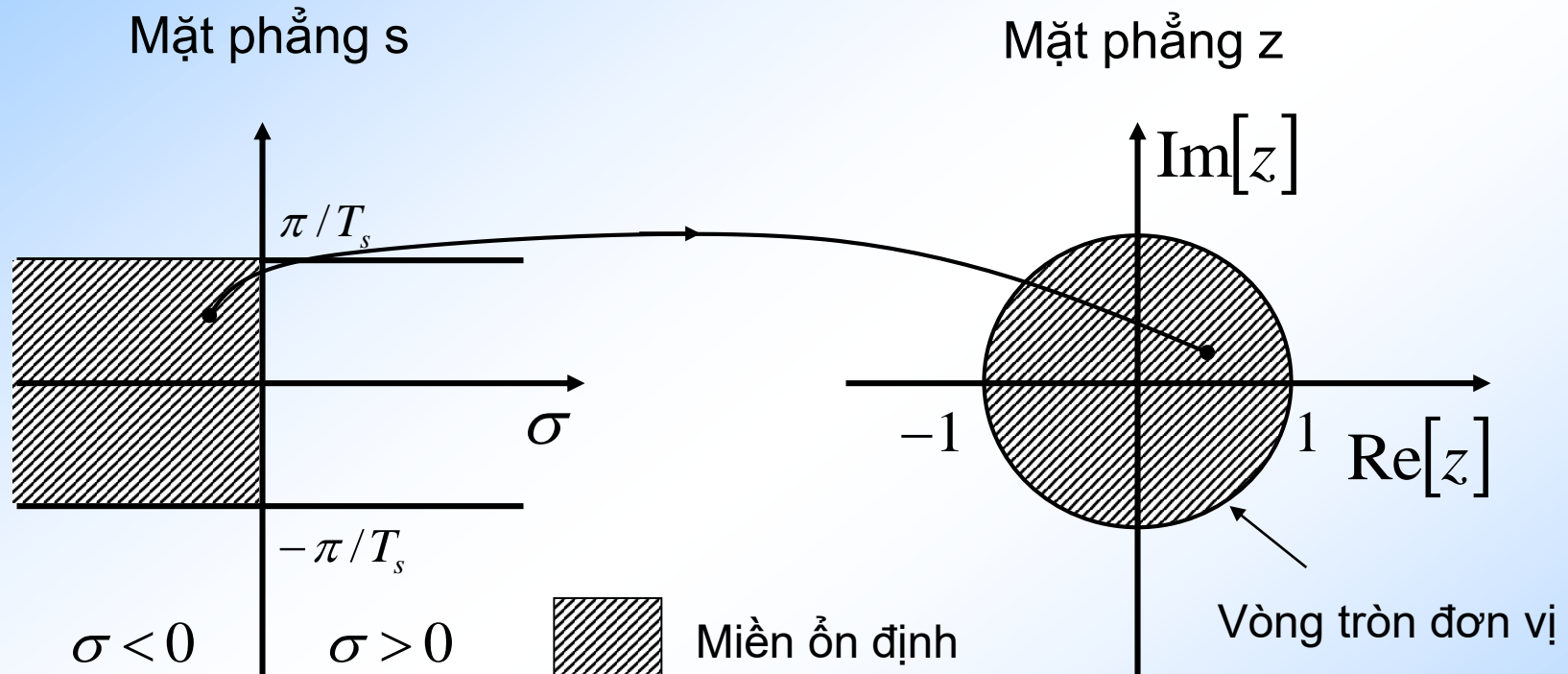
1. PP bất biến xung
2. PP biến đổi song tuyến
3. PP tương đương vi phân
4. PP biến đổi z tương ứng

Với điều kiện đã tổng hợp được $H_a(s)$

- Để tổng hợp được $H_a(s)$, có 3 phương pháp:

- Butterworth
- Tchebyshef
- Cauer

Phương pháp bất biến xung



$$H_a(s) = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{s - s_{pk}}$$

$$H(z) = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{1 - e^{s_{pk} T_s} z^{-1}}$$

s : là biến số phức, $s = \sigma + j\Omega$

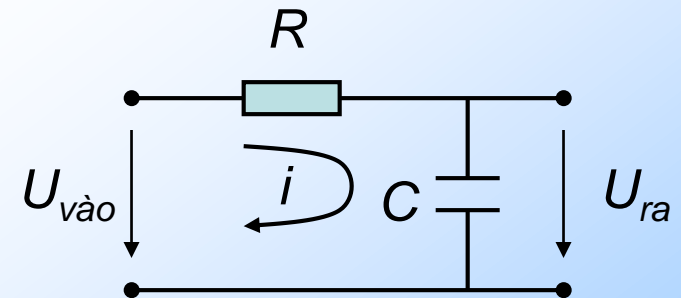
- Ví dụ 1: Cho mạch điện tương tự như sau. Hãy chuyển sang mạch điện số bằng phương pháp bất biến xung?

Giải:

$$H_a(s) = \frac{u_{ra}}{u_{vào}}$$

$$u_{vào} = i \left(R + \frac{1}{s.C} \right) \quad u_{ra} = i \frac{1}{s.C}$$

$$H_a(s) = \frac{\frac{1}{s.C}}{\left(R + \frac{1}{s.C} \right)} = \frac{1}{(s.RC + 1)} = \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}}$$



Điểm cực: $s_{p_1} = -\frac{1}{RC} \quad A_1 = \frac{1}{RC}$

Biến đổi:

$$H(z) = \frac{A_1}{1 - e^{s_{p1}T_s} \cdot z^{-1}} = \frac{\frac{1}{RC}}{1 - e^{-\frac{1}{RC}T_s} \cdot z^{-1}}$$

$$M = 0 \Rightarrow b_0 = \frac{1}{RC} \qquad N = 1 \Rightarrow a_1 = -e^{-\frac{1}{RC}T_s}$$

Thay vào công thức ta được:

$$H(z) = \frac{b_0}{1 + a_1 z^{-1}}$$

$$y(n) = b_0 x(n) + (-a_1) y(n-1)$$

V dụ 2: Cho một mạch điện tương tự có hàm truyền đạt:

$$H_a(s) = \frac{1}{(s-2)(s-3)}$$

Hãy tìm $H(z)$ và vẽ sơ đồ mạch số bằng phương pháp bất biến xung?

Giải:

$$H_a(s) = \frac{1}{(s-2)(s-3)} = \frac{A_1}{s-2} + \frac{A_2}{s-3}$$

$$A_1 = (s-2) \frac{1}{(s-2)(s-3)} \Big|_{s=2} = -1 \quad A_2 = (s-3) \frac{1}{(s-2)(s-3)} \Big|_{s=3} = 1$$

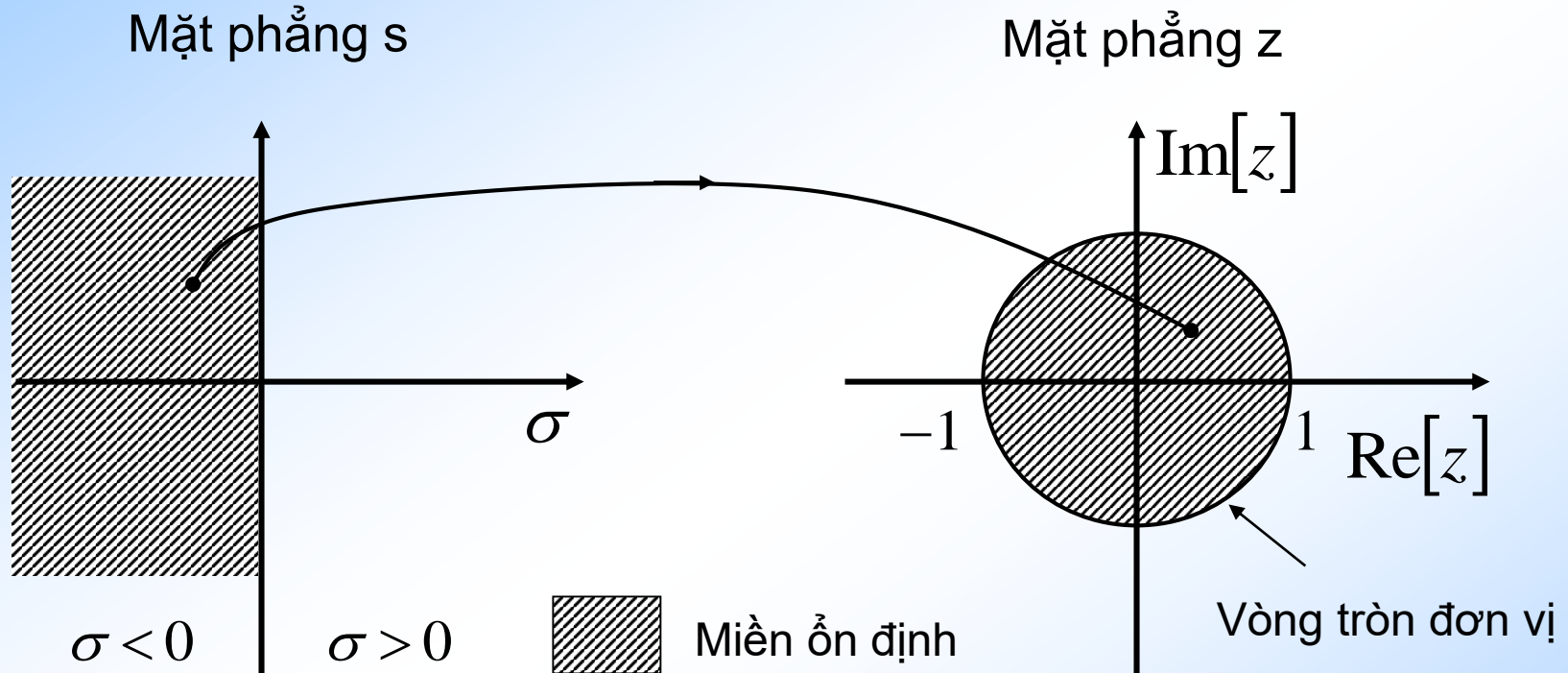
$$H(z) = \frac{-1}{1-e^{2T_s}z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{3T_s}z^{-1}} = \frac{-(1-e^{3T_s}z^{-1}) + (1-e^{2T_s}z^{-1})}{(1-e^{2T_s}z^{-1})(1-e^{3T_s}z^{-1})}$$

$$H(z) = \frac{(e^{3T_s} - e^{2T_s})z^{-1}}{1 - (e^{2T_s} + e^{3T_s})z^{-1} + e^{5T_s}z^{-2}}$$

$$M = 1 \Rightarrow b_0 = 0, b_1 = e^{3T_s} - e^{2T_s}$$

$$N = 2 \Rightarrow a_1 = -(e^{2T_s} + e^{3T_s}), a_2 = e^{5T_s}$$

Phương pháp biến đổi song tuyến



Miền tương tự

$$s = \frac{2}{T_s} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

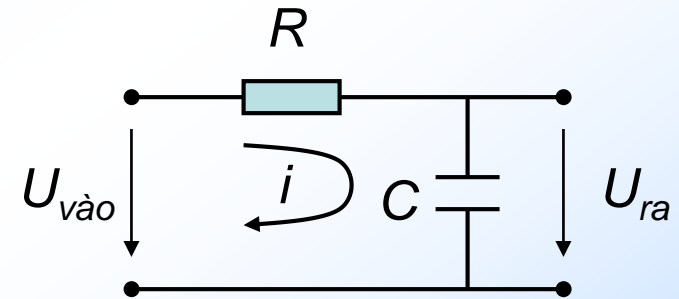
Miền số

$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s = \frac{2}{T_s} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}}$$

- V dụ 3:** Cho mạch điện tương tự. Hãy chuyển mạch điện này thành mạch số bằng phương pháp biến đổi song tuyến? Vẽ sơ đồ mạch số?

Giải:

$$H_a(s) = \frac{1}{RCs + 1} = \frac{1}{RC \frac{2}{T_s} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} + 1}$$



$$H(z) = \frac{T_s(1 + z^{-1})}{2RC(1 - z^{-1}) + T_s(1 + z^{-1})} = \frac{T_s + T_s z^{-1}}{2RC + T_s + (T_s - 2RC)z^{-1}}$$

$$H(z) = \frac{\frac{T_s}{A} + \frac{T_s}{A} z^{-1}}{1 + \frac{T_s - 2RC}{A} z^{-1}}$$

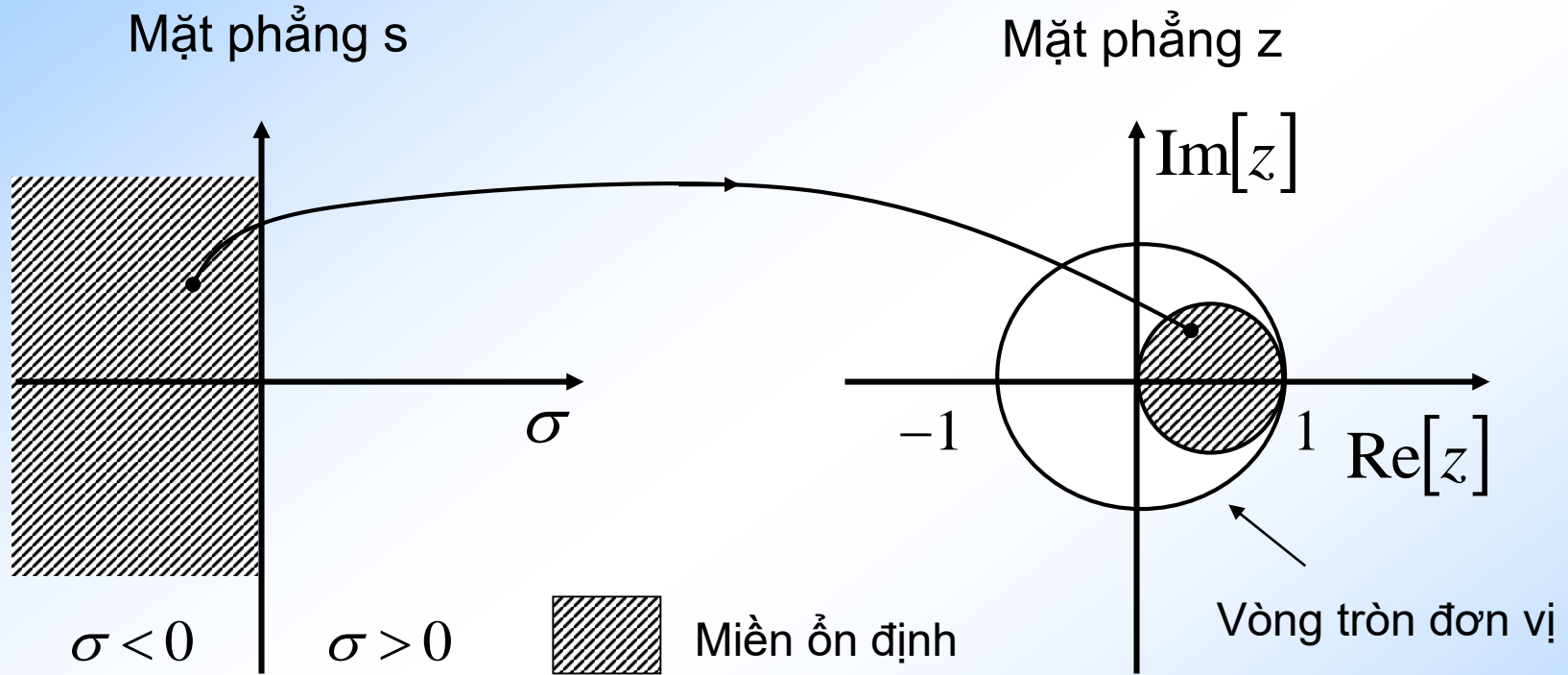
$$A = 2RC + T_s$$

$$M = 1 \Rightarrow b_0 = \frac{T_s}{A}, b_1 = \frac{T_s}{A}$$

$$N = 1 \Rightarrow a_1 = \frac{T_s - 2RC}{A}$$

Phương pháp tương đương vi phân

(độ chính xác không cao)



Miền tương tự

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{T_s}$$

Miền số

$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s = \frac{1 - z^{-1}}{T_s}}$$

- **V dụ 5:** Cho một bộ lọc tương tự có hàm truyền đạt:

$$H_a(s) = \frac{1}{s+1}$$

Hãy tìm hàm truyền đạt $H(z)$ của bộ lọc số tương ứng bằng pp tương đương vi phân. Vẽ sơ đồ thực hiện bộ lọc.

Giải:

$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T_s}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1-z^{-1}}{T_s} + 1} = \frac{T_s}{(1+T_s) - z^{-1}}$$



- **V dụ 6:** Cho mạch điện tương tự. Hãy chuyển mạch điện này thành mạch số bằng phương pháp tương đương vi phân? Vẽ sơ đồ?

Giải:
$$H(z) = \frac{1}{RC \frac{1-z^{-1}}{T_s} + 1} = \frac{T_s}{RC - RCz^{-1} + T_s} = \frac{T_s}{RC + T_s - RCz^{-1}}$$

$$H(z) = \frac{\frac{T_s}{A}}{1 - \frac{RC}{A} z^{-1}} \quad A = RC + T_s$$

$$M = 0 \Rightarrow b_0 = \frac{T_s}{A} \quad N = 1 \Rightarrow a_1 = -\frac{RC}{A}$$

$$y(n) = b_0 x(n) + (-a_1) y(n-1)$$

