HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 1

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 20 & 5 & 8 & 9 \\ 11 & 0 & 20 & 12 & 14 \\ 6 & 6 & 0 & 5 & 12 \\ 14 & 10 & 9 & 0 & 7 \\ 17 & 7 & 10 & 15 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 113. **B.** 109. **C.** 69. **D.** 115.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 20 + 20 + 5 + 7 + 17 = 69$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =69.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B.** 21. **C.** 10. **D.** 16.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4-1)*5+1 = 16$

Chọn đáp án D □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{1,0,0,1,0,1,0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 74. **B.** 75. **C.** 111. **D.** 159.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1001010 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 74, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 75.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1,3,4,6,7,8)$.

A. $(1,3,4,6,7,9)(1,3,5,6,7,9)(1,3,5,6,7,8)(1,3,4,7,8,9)(1,3,4,6,8,9)(1,3,5,6,8,9)$.
B. $(1,3,5,6,8,9)(1,3,4,6,8,9)(1,3,5,6,7,9)(1,3,4,6,7,9)(1,3,4,7,8,9)(1,3,5,6,7,8)$.
C. $(1,3,5,6,7,8)(1,3,5,6,7,9)(1,3,4,6,8,9)(1,3,5,6,8,9)(1,3,4,7,8,9)(1,3,4,6,7,9)$.
D. $(1,3,4,6,7,9)(1,3,4,6,8,9)(1,3,4,7,8,9)(1,3,5,6,7,8)(1,3,5,6,7,9)(1,3,5,6,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 4, 6, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 3, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 6. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760358. **B**. 6760042. **C**. 6760000. **D**. 6759966.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 7. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 315. **B**. 320. **C**. 310. **D**. 335.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 17.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 17$ là 315.
Chọn đáp án A □

Câu 8. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + x_2 + 6x_3 + 2x_4 \to max$
$x_1 + 5x_2 + x_3 + 6x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{5}{1} \geq \frac{2}{6} \geq \frac{1}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án D □

Câu 9. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 176. **B.** 172. **C.** 204. **D.** 183.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^6 - 2^4 = 128 + 64 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 10. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 35 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1364. **B.** 1366. **C.** 1961. **D.** 1367.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(14 - 1) * 3 * 35 + 1 = 1366$.
Chọn đáp án B □

Câu 11. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 + a_1 + 2^1 = 3$
Chọn đáp án A □

Câu 12. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)$.
B. $(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)$.
C. $(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1)$.
D. $(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1$
  - $0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0$
  - $0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1$

Chọn đáp án D □

Câu 13. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = a_{n+2} + 36a_{n+1} - 36a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -1, a_1 = -5, a_2 = 139$.

A. $a_n = -2 \cdot 6^n - 2 \cdot (-6)^n - 5$.
B. $a_n = 2 \cdot 6^n - 2 \cdot (-6)^n + 5$.
C. $a_n = -2 \cdot 6^n + 2 \cdot (-6)^n - 5$.
D. $a_n = 2 \cdot 6^n + 2 \cdot (-6)^n - 5$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - r^2 - 36r + 36 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{6; -6; 1\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 6^n + A_2 \cdot (-6)^n + A_3$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -1 \\ a_1 &= -5 \\ a_2 &= 139 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -1 \\ 6A_1 - 6A_2 + A_3 &= -5 \\ 36A_1 + 36A_2 + A_3 &= 139 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 2 \\ A_2 &= 2 \\ A_3 &= -5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 2 \cdot 6^n + 2 \cdot (-6)^n - 5$.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -45a_{n-1} - 675a_{n-2} - 3375a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -30$, $a_1 = 630$, $a_2 = -16650$.

A. $a_n = (-30 + 2n - 10n^2) \cdot (-15)^n$.
B. $a_n = (-30 - 2n + 10n^2) \cdot (-15)^n$.
C. $a_n = (-30 - 2n - 10n^3) \cdot (-15)^n$.
D. $a_n = (-30 - 2n - 10n^2) \cdot (-15)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 45r^2 + 675r + 3375 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -15.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-15)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -30$, $A_2 = -2$, và $A_3 = -10$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-30 - 2n - 10n^2) \cdot (-15)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 15. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 249 đến 8018 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 13?

A. 3585 **B.** 3592 **C.** 3610 **D.** 3581

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 249 đến 8018:

$$S_3 = \frac{8016 - 249}{3} + 1 = 2590$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 249 đến 8018:

$$S_8 = \frac{8016 - 256}{8} + 1 = 971$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 249 đến 8018:

$$S_{13} = \frac{8008 - 260}{13} + 1 = 597$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{8016 - 264}{24} + 1 = 324$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 13)$:

$$S_{3,13} = \frac{7995 - 273}{39} + 1 = 199$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(8, 13)$:

$$S_{8,13} = \frac{8008 - 312}{104} + 1 = 75$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8, 13)$:

$$S_{3,8,13} = \frac{7800 - 312}{312} + 1 = 25$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2590 + 971 + 597) - (324 + 199 + 75) + 25 = 3585.$$

Kết luận: Có **3585 số** trong đoạn từ 249 đến 8018 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 13.

Chọn đáp án A □

Câu 16. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 7. **B**. 8. **C**. 15. **D**. 34.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$

Chọn đáp án B □

Câu 17. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(2, 4, 7, 6, 8, 3, 1, 5, 9)$ là:

A. $(4, 2, 8, 9, 5, 6, 7, 3, 1)$. **B**. $(2, 4, 7, 6, 8, 3, 1, 9, 5)$.
C. $(5, 1, 4, 7, 3, 2, 8, 9, 6)$. **D**. $(1, 5, 7, 9, 4, 6, 3, 8, 2)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 6$, $8 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 38857. **B**. 38855. **C**. 38847. **D**. 38884.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44.$$
Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 6$, $4 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 6, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{34}^5 = 278256.$$
2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 6, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{32}^5 = 201376.$$
3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 6, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_3 = C_{29}^5 = 118755.$$
4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 6, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{27}^5 = 80730.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 278256 - 201376 - 118755 + 80730 = 38855.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 19. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 \to max$

$x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 6x_4 \leq 11$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1,1,0) = 12.666$. **B.** $g(1,1,0) = 13.166$.
C. $g(1,1,0) = 13.666$. **D.** $g(1,1,0) = 11.666$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{1} \geq \frac{5}{2} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{2}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,0) = 12.666$

Chọn đáp án (A) □

Câu 20. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -34a_{n-1} - 289a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 9, a_1 = -204$ là:

A. $a_n = (-9 + 3n) \cdot 17^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (-9 - 3n) \cdot (-17)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (9 + 3n) \cdot (-17)^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (9 - 3n) \cdot 17^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -34a_{n-1} - 289a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 34r + 289 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 17)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -17$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-17)^n + A_2 \cdot n \cdot (-17)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 9 \\ a_1 &= -204 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 9 \\ -17A_1 - 17A_2 &= -204 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 9 \\ A_2 &= 3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (9 + 3n) \cdot (-17)^n$.

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 1

1.C	2.D	3.B	4.D	5.C	6.C	7.A	8.D	9.A	10.B
11.A	12.D	13.D	14.D	15.A	16.B	17.B	18.B	19.A	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 2

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 25 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 11 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1101. **B**. 752. **C**. 749. **D**. 751.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 11 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(11-1)*3*25+1=751$.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1+2x_2+5x_3+2x_4 \to max$
$2x_1+x_2+4x_3+5x_4 \le 7$
x_1,x_2,x_3,x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,1)

A. $g(1,0,1)=10.4$. **B**. $g(1,0,1)=9.4$. **C**. $g(1,0,1)=10.9$. **D**. $g(1,0,1)=11.4$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \dots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{2} \ge \frac{2}{1} \ge \frac{5}{4} \ge \frac{2}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1,x_2,\dots,x_k)=\delta_k+b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k=\sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k=b-\sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,0,1)=10.4$

Chọn đáp án A □

Câu 3. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 120. **B.** 143. **C.** 114. **D.** 128.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 3 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 3 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^3 = 8$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^6 - 2^3 = 64 + 64 - 8 = 120$$

Vậy có **120** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 5. **B.** 6. **C.** 11. **D.** 4.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1) * 5 + 1 = 6$

Chọn đáp án B □

Câu 5. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -9a_{n-1} - 27a_{n-2} - 27a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -3$, $a_1 = 33$, $a_2 = -261$.

A. $a_n = (-3 - 3n - 5n^2) \cdot (-3)^n$. **B.** $a_n = (-3 - 3n - 5n^3) \cdot (-3)^n$.

C. $a_n = (-3 - 3n + 5n^2) \cdot (-3)^n$. **D.** $a_n = (-3 + 3n - 5n^2) \cdot (-3)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 9r^2 + 27r + 27 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -3.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-3)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -3$, $A_2 = -3$, và $A_3 = -5$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-3 - 3n - 5n^2) \cdot (-3)^n.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 6. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 20. **B.** 19. **C.** 21. **D.** 22.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 4$, $7 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 193790. **B.** 193773. **C.** 193810. **D.** 193781.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 4$, $5 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 4, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{45}^5 = 1221759.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 4, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{38}^5 = 501942.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 4, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{42}^5 = 850668.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 4, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{35}^5 = 324632.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1221759 - 501942 - 850668 + 324632 = 193781.$$

Chọn đáp án D □

Câu 8. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -4a_{n+2} + 19a_{n+1} - 14a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 8, a_1 = -6, a_2 = 110$.

A. $a_n = 2 \cdot 2^n - 4 - 2 \cdot (-7)^n$.
B. $a_n = 2 \cdot 2^n + 4 + 2 \cdot (-7)^n$.
C. $a_n = -2 \cdot 2^n - 4 + 2 \cdot (-7)^n$.
D. $a_n = -2 \cdot 2^n + 4 + 2 \cdot (-7)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 4r^2 - 19r + 14 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{2; 1; -7\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 2^n + A_2 + A_3 \cdot (-7)^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 8 \\ a_1 &= -6 \\ a_2 &= 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 8 \\ 2A_1 + A_2 - 7A_3 &= -6 \\ 4A_1 + A_2 + 49A_3 &= 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 2 \\ A_2 &= 4 \\ A_3 &= 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 2 \cdot 2^n + 4 + 2 \cdot (-7)^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5, 1, 3, 6, 2, 7, 8, 4, 9)$ là:

A. $(1, 3, 4, 8, 2, 5, 9, 6, 7)$.
B. $(6, 9, 5, 8, 2, 1, 4, 3, 7)$.
C. $(5, 1, 3, 6, 2, 7, 8, 9, 4)$.
D. $(9, 6, 5, 1, 4, 7, 8, 3, 2)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 11 & 9 & 11 & 6 \\ 15 & 0 & 17 & 10 & 4 & 20 \\ 7 & 11 & 0 & 9 & 8 & 5 \\ 11 & 18 & 10 & 0 & 4 & 14 \\ 8 & 10 & 8 & 19 & 0 & 16 \\ 5 & 6 & 10 & 14 & 14 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 119.
B. 115.
C. 121.
D. 54.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 3 + 17 + 9 + 4 + 16 + 5 = 54$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =54.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 26a_{n-1} - 169a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 5, a_1 = -182$ là:

A. $a_n = (-5 + 19n) \cdot 13^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (-5 - 19n) \cdot (-13)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (5 - 19n) \cdot 13^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (5 + 19n) \cdot (-13)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 26a_{n-1} - 169a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 26r + 169 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 13)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 13$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 13^n + A_2 \cdot n \cdot 13^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 5 \\ a_1 & = -182 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 5 \\ 13A_1 + 13A_2 & = -182 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 5 \\ A_2 & = -19 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (5 - 19n) \cdot 13^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + x_2 + 6x_3 + x_4 \to max$

$5x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 \leq 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{1}{3} \geq \frac{1}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án D □

Câu 13. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 280 đến 6028 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 15?

A. 2100 **B.** 2136 **C.** 2126 **D.** 2109

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 15.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 280 đến 6028:

$$S_4 = \frac{6028 - 280}{4} + 1 = 1438$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 280 đến 6028:

$$S_6 = \frac{6024 - 282}{6} + 1 = 958$$

- Số các số chia hết cho 15 trong đoạn từ 280 đến 6028:

$$S_{15} = \frac{6015 - 285}{15} + 1 = 383$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{6024 - 288}{12} + 1 = 479$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 15)$:

$$S_{4,15} = \frac{6000 - 300}{60} + 1 = 96$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(6, 15)$:

$$S_{6,15} = \frac{6000 - 300}{30} + 1 = 191$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6, 15)$:

$$S_{4,6,15} = \frac{6000 - 300}{60} + 1 = 96$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1438 + 958 + 383) - (479 + 96 + 191) + 96 = 2109.$$

Kết luận: Có **2109 số** trong đoạn từ 280 đến 6028 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 15.
Chọn đáp án D □

Câu 14. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 1, 1, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 124. **B.** 52. **C.** 47. **D.** 48.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0101111 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 47, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 48.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 0, 0, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)$.
B. $(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)$.
C. $(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)$.
D. $(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 1, 0, 0, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 1, 0, 1, 0, 0$
  - $0, 1, 1, 0, 1, 0, 1$
  - $0, 1, 1, 0, 1, 1, 0$

Chọn đáp án A □

Câu 16. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 474. **B.** 458. **C.** 460. **D.** 468.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:
$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$
Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:
$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 19.$$
Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_1 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 19$ là 460.
Chọn đáp án C □

Câu 17. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 8. **B.** 33. **C.** 5. **D.** 17.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án A □

Câu 18. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)$.

A. $(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,5,6,7,8)$.
B. $(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,7,8,9)$.
C. $(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,6,7,9)$.
D. $(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,4,6,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 6, 8, 9$.

- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 9)$.
A. $(1, 2, 3, 4, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 7, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?
A. 6759930. **B.** 6760000. **C.** 6760062. **D.** 6760215.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 2

1.D	2.A	3.A	4.B	5.A	6.A	7.D	8.B	9.C	10.D
11.C	12.D	13.D	14.D	15.A	16.C	17.A	18.C	19.D	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 3

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(6, 4, 2, 1, 5, 3, 7, 8, 9)$ là:

A. $(1, 2, 5, 9, 6, 3, 4, 7, 8)$. **B.** $(7, 3, 4, 5, 6, 2, 9, 8, 1)$.
C. $(6, 1, 4, 8, 2, 5, 7, 9, 3)$. **D.** $(6, 4, 2, 1, 5, 3, 7, 9, 8)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \to max$
$x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0, 0, 1) = 6.166$. **B.** $g(0, 0, 1) = 4.666$. **C.** $g(0, 0, 1) = 6.666$. **D.** $g(0, 0, 1) = 5.666$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{1} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{3}{4} \geq \frac{2}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 0, 1) = 5.666$

Chọn đáp án D □

Câu 3. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 103883. **B.** 104085. **C.** 104422. **D.** 104000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 4. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.
A. 244. **B**. 232. **C**. 334. **D**. 234.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 11101001 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 233, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 234.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 6, 7)$.
A. $(1, 2, 3, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8)$.
B. $(1, 2, 3, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 7, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 6, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 6, 7$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8$

Chọn đáp án A □

Câu 6. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 246. **B.** 221. **C.** 224. **D.** 228.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -69a_{n-1} - 1587a_{n-2} - 12167a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 6$, $a_1 = 437$, $a_2 = -55016$.

A. $a_n = (6 - 5n - 30n^2) \cdot (-23)^n$. **B.** $a_n = (6 + 5n + 30n^2) \cdot (-23)^n$.

C. $a_n = (6 + 5n - 30n^2) \cdot (-23)^n$. **D.** $a_n = (6 + 5n - 30n^3) \cdot (-23)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 69r^2 + 1587r + 12167 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -23.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-23)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 6$, $A_2 = 5$, và $A_3 = -30$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (6 + 5n - 30n^2) \cdot (-23)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 8. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 14 & 4 & 6 & 7 & 18 \\ 12 & 0 & 13 & 10 & 17 & 13 \\ 10 & 17 & 0 & 9 & 12 & 16 \\ 4 & 21 & 4 & 0 & 5 & 3 \\ 19 & 6 & 13 & 5 & 0 & 14 \\ 9 & 12 & 13 & 21 & 11 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 126. **B.** 120. **C.** 64. **D.** 124.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 14 + 13 + 9 + 5 + 14 + 9 = 64$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =64.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 3a_{n+2} + 40a_{n+1} - 84a_n$ với n $\geq$ 0, $a_0 = -15, a_1 = -25, a_2 = -535$.

A. $a_n = -3 \cdot 2^n - 5 \cdot (-6)^n - 7 \cdot 7^n$.
B. $a_n = 3 \cdot 2^n + 5 \cdot (-6)^n - 7 \cdot 7^n$.
C. $a_n = 3 \cdot 2^n - 5 \cdot (-6)^n - 7 \cdot 7^n$.
D. $a_n = -3 \cdot 2^n + 5 \cdot (-6)^n + 7 \cdot 7^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 3r^2 - 40r + 84 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{2; -6; 7\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 2^n + A_2 \cdot (-6)^n + A_3 \cdot 7^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -15 \\ a_1 &= -25 \\ a_2 &= -535 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -15 \\ 2A_1 - 6A_2 + 7A_3 &= -25 \\ 4A_1 + 36A_2 + 49A_3 &= -535 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -3 \\ A_2 &= -5 \\ A_3 &= -7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3 \cdot 2^n - 5 \cdot (-6)^n - 7 \cdot 7^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 136. **B.** 148. **C.** 158. **D.** 145.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 18.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 18$ là 145.
Chọn đáp án D □

Câu 11. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 0, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 1, 0, 1)$.
B. $(1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)$.
C. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$.
D. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 1, 0, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 0, 0, 0, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 0, 0, 0, 1, 1$
  - $1, 0, 0, 0, 1, 0, 0$
  - $1, 0, 0, 0, 1, 0, 1$

Chọn đáp án D □

Câu 12. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 4. **B.** 12. **C.** 22. **D.** 8.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án D □

Câu 13. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -58a_{n-1} - 841a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -6, a_1 = 957$ là:

A. $a_n = (-6 - 27n) \cdot (-29)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (6 - 27n) \cdot 29^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-6 + 27n) \cdot 29^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (6 + 27n) \cdot (-29)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -58a_{n-1} - 841a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 58r + 841 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 29)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -29$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-29)^n + A_2 \cdot n \cdot (-29)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -6 \\ a_1 & = 957 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -6 \\ -29A_1 - 29A_2 & = 957 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -6 \\ A_2 & = -27 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-6 - 27n) \cdot (-29)^n$.
Chọn đáp án A □

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 418 đến 7892 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 16?

A. 3469. **B.** 3522. **C.** 3483. **D.** 3457.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 16.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 418 đến 7892:

$$S_3 = \frac{7890 - 420}{3} + 1 = 2491$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 418 đến 7892:

$$S_7 = \frac{7889 - 420}{7} + 1 = 1068$$

- Số các số chia hết cho 16 trong đoạn từ 418 đến 7892:

$$S_{16} = \frac{7888 - 432}{16} + 1 = 467$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7)$:

$$S_{3,7} = \frac{7875 - 420}{21} + 1 = 356$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 16)$:

$$S_{3,16} = \frac{7872 - 432}{48} + 1 = 156$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 16)$:

$$S_{7,16} = \frac{7840 - 448}{112} + 1 = 67$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7, 16)$:

$$S_{3,7,16} = \frac{7728 - 672}{336} + 1 = 22$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2491 + 1068 + 467) - (356 + 156 + 67) + 22 = 3469.$$

Kết luận: Có **3469 số** trong đoạn từ 418 đến 7892 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 16.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 23 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 16 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1034. **B**. 1037. **C**. 1473. **D**. 1036.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 16 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(16 - 1) * 3 * 23 + 1 = 1036$.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giả thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B**. 9. **C**. 16. **D**. 5.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 3.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5 - 1) * 3 + 1 = 13$

Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 4, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1,4,6,7,8,9)(1,5,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,7)(2,3,4,5,6,8)(2,3,4,5,6,9)$.
B. $(2,3,4,5,6,9)(2,3,4,5,6,8)(1,5,6,7,8,9)(1,4,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,7)$.
C. $(2,3,4,5,6,8)(2,3,4,5,6,9)(1,4,6,7,8,9)(1,5,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,7)$.
D. $(1,5,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,7)(1,4,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,8)(2,3,4,5,6,9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 7$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 8$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 + a_1 + 2^1 = 3$
Chọn đáp án A □

Câu 19. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 6$, $8 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 70129. **B.** 70120. **C.** 70125. **D.** 70137.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42.$$
Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 6$, $4 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 6, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{34}^5 = 278256.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 6, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{30}^5 = 142506.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 6, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{29}^5 = 118755.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 6, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{25}^5 = 53130.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 278256 - 142506 - 118755 + 53130 = 70125.$$

Chọn đáp án C □

Câu 20. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 4x_4 \to max$

$x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$ **B.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$

C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$ **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{4}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 3

1.D	2.D	3.D	4.D	5.A	6.C	7.C	8.C	9.A	10.D
11.D	12.D	13.A	14.A	15.D	16.A	17.A	18.A	19.C	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 4

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 7. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 3.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 3.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3-1)*3+1=7$

Chọn đáp án A □

Câu 2. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 367 đến 5202 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 13?

A. 1956. **B.** 1967. **C.** 1986. **D.** 2052.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 367 đến 5202:

$$S_4 = \frac{5200-368}{4} + 1 = 1209$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 367 đến 5202:

$$S_7 = \frac{5201-371}{7} + 1 = 691$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 367 đến 5202:

$$S_{13} = \frac{5200-377}{13} + 1 = 372$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4,7)$:

$$S_{4,7} = \frac{5180-392}{28} + 1 = 172$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4,13)$:

$$S_{4,13} = \frac{5200-416}{52} + 1 = 93$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7,13)$:

$$S_{7,13} = \frac{5187-455}{91} + 1 = 53$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 7, 13)$:

$$S_{4,7,13} = \frac{5096 - 728}{364} + 1 = 13$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1209 + 691 + 372) - (172 + 93 + 53) + 13 = 1967.$$

Kết luận: Có **1967 số** trong đoạn từ 367 đến 5202 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 13.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 23 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 9 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 829. **B.** 551. **C.** 554. **D.** 553.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 9 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(9 - 1) * 3 * 23 + 1 = 553$.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300000. **B.** 1300005. **C.** 1300299. **D.** 1299956.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(9, 5, 7, 6, 1, 4, 2, 8, 3)$ là:

A. $(9, 5, 7, 6, 1, 4, 3, 2, 8)$. **B**. $(8, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 2, 9)$.
C. $(8, 2, 9, 7, 6, 1, 4, 3, 5)$. **D**. $(4, 8, 7, 5, 2, 1, 9, 6, 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -48a_{n-1} - 768a_{n-2} - 4096a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 15$, $a_1 = 512$, $a_2 = -29952$.

A. $a_n = (15 - 28n - 19n^2) \cdot (-16)^n$. **B**. $a_n = (15 - 28n - 19n^3) \cdot (-16)^n$.
C. $a_n = (15 - 28n + 19n^2) \cdot (-16)^n$. **D**. $a_n = (15 + 28n - 19n^2) \cdot (-16)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 48r^2 + 768r + 4096 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -16.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-16)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 15$, $A_2 = -28$, và $A_3 = -19$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (15 - 28n - 19n^2) \cdot (-16)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 7. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 14. **B**. 13. **C**. 15. **D**. 12.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$
Chọn đáp án B □

Câu 8. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 173. **B.** 182. **C.** 202. **D.** 176.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 6, 8)$.

A. $(1,2,4,5,8,9)(1,2,4,5,6,9)(1,2,4,6,7,9)(1,2,4,5,7,8)(1,2,4,5,7,9)(1,2,4,6,7,8)$.

B. $(1,2,4,6,7,9)(1,2,4,5,7,8)(1,2,4,5,7,9)(1,2,4,5,8,9)(1,2,4,5,6,9)(1,2,4,6,7,8)$.

C. $(1,2,4,5,6,9)(1,2,4,5,7,8)(1,2,4,5,7,9)(1,2,4,5,8,9)(1,2,4,6,7,8)(1,2,4,6,7,9)$.

D. $(1,2,4,5,7,9)(1,2,4,5,6,9)(1,2,4,6,7,9)(1,2,4,5,8,9)(1,2,4,5,7,8)(1,2,4,6,7,8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 6, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 10. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 5x_4 \to max$

$3x_1 + x_2 + x_3 + 6x_4 \leq 8$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
B. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{4}{1} \geq \frac{5}{3} \geq \frac{5}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 21 & 4 & 13 & 15 \\ 17 & 0 & 10 & 4 & 16 \\ 6 & 12 & 0 & 11 & 4 \\ 14 & 15 & 13 & 0 & 19 \\ 17 & 16 & 6 & 15 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 140. **B**. 138. **C**. 78. **D**. 134.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 21 + 10 + 11 + 19 + 17 = 78$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =78.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 \to max$
$x_1 + x_2 + 3x_3 + 6x_4 \leq 12$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,0)

A. $g(0,1,0) = 4.666$. **B.** $g(0,1,0) = 6.666$. **C.** $g(0,1,0) = 5.666$. **D.** $g(0,1,0) = 6.166$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{3}{1} \geq \frac{2}{1} \geq \frac{3}{3} \geq \frac{2}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,1,0) = 5.666$

Chọn đáp án C □

Câu 13. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 62. **B.** 32. **C.** 39. **D.** 29.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án B □

Câu 14. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 2a_{n+2} + 49a_{n+1} - 98a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -16, a_1 = 21, a_2 = -469$.

A. $a_n = -7 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 2^n - 2 \cdot 7^n$. **B.** $a_n = -7 \cdot (-7)^n + 7 \cdot 2^n + 2 \cdot 7^n$.
C. $a_n = 7 \cdot (-7)^n + 7 \cdot 2^n - 2 \cdot 7^n$. **D.** $a_n = 7 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 2^n - 2 \cdot 7^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 2r^2 - 49r + 98 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-7; 2; 7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-7)^n + A_2 \cdot 2^n + A_3 \cdot 7^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -16 \\ a_1 &= 21 \\ a_2 &= -469 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -16 \\ -7A_1 + 2A_2 + 7A_3 &= 21 \\ 49A_1 + 4A_2 + 49A_3 &= -469 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -7 \\ A_2 &= -7 \\ A_3 &= -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -7 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 2^n - 2 \cdot 7^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 54$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 5$, $8 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 230394. **B**. 230373. **C**. 230382. **D**. 230375.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 54.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 5$, $4 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 54, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 5, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{45}^5 = 1221759.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 54, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 5, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{40}^5 = 658008.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 54, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 5, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{40}^5 = 658008.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 54, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 5, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{35}^5 = 324632.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1221759 - 658008 - 658008 + 324632 = 230375.$$

Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0)$.
B. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)$.
C. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)$.
D. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0$
  - $0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1$
  - $0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0$

Chọn đáp án B □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 7, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 6, 8)(1, 2, 3, 5, 9)(1, 2, 3, 6, 7)(1, 2, 3, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 9)(1, 2, 3, 5, 8)$.
B. $(1, 2, 3, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 9)(1, 2, 3, 6, 8)(1, 2, 3, 6, 7)(1, 2, 3, 5, 9)(1, 2, 3, 5, 8)$.
C. $(1, 2, 3, 6, 9)(1, 2, 3, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 8)(1, 2, 3, 5, 8)(1, 2, 3, 5, 9)(1, 2, 3, 6, 7)$.
D. $(1, 2, 3, 7, 8)(1, 2, 3, 5, 8)(1, 2, 3, 6, 9)(1, 2, 3, 5, 9)(1, 2, 3, 6, 7)(1, 2, 3, 6, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 6, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 8$
  - $1, 2, 3, 6, 7$
  - $1, 2, 3, 5, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 8$

Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 388. **B.** 326. **C.** 295. **D.** 297.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 100101000 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 296, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 297.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 34a_{n-1} - 289a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -13, a_1 = 272$ là:

A. $a_n = (13 - 29n) \cdot 17^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (13 + 29n) \cdot (-17)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-13 + 29n) \cdot 17^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-13 - 29n) \cdot (-17)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 34a_{n-1} - 289a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 34r + 289 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 17)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 17$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 17^n + A_2 \cdot n \cdot 17^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -13 \\ a_1 & = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -13 \\ 17A_1 + 17A_2 & = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -13 \\ A_2 & = 29 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-13 + 29n) \cdot 17^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 452. **B**. 460. **C**. 472. **D**. 466.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 19.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 19$ là 460.
Chọn đáp án B $\square$

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 4

1.A	2.B	3.D	4.A	5.A	6.A	7.B	8.D	9.C	10.D
11.C	12.C	13.B	14.A	15.D	16.B	17.B	18.D	19.C	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 5

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 8$, $7 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 21872. **B**. 21855. **C**. 21848. **D**. 21865.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 8$, $3 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 8, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{29}^5 = 118755.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 8, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{27}^5 = 80730.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{24}^5 = 42504.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{22}^5 = 26334.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 118755 - 80730 - 42504 + 26334 = 21855.$$

Chọn đáp án B □

Câu 2. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 41. **B**. 32. **C**. 61. **D**. 28.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án B □

Câu 3. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 116 đến 7593 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 15?

A. 2760. **B.** 2742. **C.** 2823. **D.** 2738.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 15.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 116 đến 7593:

$$S_4 = \frac{7592 - 116}{4} + 1 = 1870$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 116 đến 7593:

$$S_6 = \frac{7590 - 120}{6} + 1 = 1246$$

- Số các số chia hết cho 15 trong đoạn từ 116 đến 7593:

$$S_{15} = \frac{7590 - 120}{15} + 1 = 499$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{7584 - 120}{12} + 1 = 623$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 15)$:

$$S_{4,15} = \frac{7560 - 120}{60} + 1 = 125$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(6, 15)$:

$$S_{6,15} = \frac{7590 - 120}{30} + 1 = 250$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 6, 15)$:

$$S_{4,6,15} = \frac{7560 - 120}{60} + 1 = 125$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1870 + 1246 + 499) - (623 + 125 + 250) + 125 = 2742.$$

Kết luận: Có **2742 số** trong đoạn từ 116 đến 7593 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 15.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(1, 5, 7, 6, 8, 3, 9, 4, 2)$ là:

A. $(9, 4, 2, 8, 5, 1, 3, 7, 6)$.
B. $(8, 6, 5, 1, 7, 9, 2, 3, 4)$.
C. $(1, 5, 7, 6, 8, 4, 2, 3, 9)$.
D. $(8, 6, 1, 7, 3, 4, 9, 5, 2)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 \to max$
$4x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 2x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1, 0, 0) = 9.5$.
B. $g(1, 0, 0) = 9.0$.
C. $g(1, 0, 0) = 8.5$.
D. $g(1, 0, 0) = 7.5$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{4} \geq \frac{3}{4} \geq \frac{4}{6} \geq \frac{1}{2}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 0) = 8.5$

Chọn đáp án C □

Câu 6. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 240.
B. 233.
C. 242.
D. 252.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^4 = 128 + 128 - 16 = 240$$

Vậy có **240** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 7. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 43. **B.** 46. **C.** 44. **D.** 45.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án C □

Câu 8. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 12 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 289. **B**. 182. **C**. 179. **D**. 181.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(6-1)*3*12+1=181$.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 21. **B**. 13. **C**. 17. **D**. 26.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1)*5+1=21$

Chọn đáp án A □

Câu 10. Cho xâu nhị phân $X=\{1,0,0,0,1,1,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1,0,0,1,0,0,0)(1,0,0,0,1,1,1)(1,0,0,1,0,0,1)$.

B. $(1,0,0,0,1,1,1)(1,0,0,1,0,0,0)(1,0,0,1,0,0,1)$.

C. $(1,0,0,1,0,0,1)(1,0,0,1,0,0,0)(1,0,0,0,1,1,1)$.

D. $(1,0,0,1,0,0,1)(1,0,0,0,1,1,1)(1,0,0,1,0,0,0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1,0,0,0,1,1,0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,0,0,0,1,1,1$
  - $1,0,0,1,0,0,0$
  - $1,0,0,1,0,0,1$

Chọn đáp án B □

Câu 11. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 12 & 20 & 18 & 20 & 5 \\ 16 & 0 & 8 & 9 & 7 & 9 \\ 4 & 14 & 0 & 5 & 3 & 12 \\ 10 & 19 & 18 & 0 & 13 & 6 \\ 17 & 18 & 6 & 17 & 0 & 3 \\ 13 & 16 & 16 & 6 & 12 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 54. **B**. 127. **C**. 125. **D**. 121.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 12 + 8 + 5 + 13 + 3 + 13 = 54$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =54.
Chọn đáp án A □

Câu 12. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760000. **B.** 6760104. **C.** 6759820. **D.** 6760415.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án A □

Câu 13. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -60a_{n-1} - 900a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -20, a_1 = 720$ là:

A. $a_n = (20 - 4n) \cdot 30^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (-20 + 4n) \cdot 30^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (20 + 4n) \cdot (-30)^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (-20 - 4n) \cdot (-30)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -60a_{n-1} - 900a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 60r + 900 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 30)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -30$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-30)^n + A_2 \cdot n \cdot (-30)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -20 \\ a_1 &= 720 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -20 \\ -30A_1 - 30A_2 &= 720 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -20 \\ A_2 &= -4 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-20 - 4n) \cdot (-30)^n$.
Chọn đáp án D □

Câu 14. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$3x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 4x_4 \rightarrow max$
$5x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{2} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{3}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:
$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$
- Trọng lượng còn lại của túi:
$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$
- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:
$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 4, 5, 7, 8)$.
A. $(2,4,5,6,7)(2,4,5,6,8)(2,4,5,6,9)$. **B.** $(2,4,5,6,8)(2,4,5,6,9)(2,4,5,6,7)$.
C. $(2,4,5,6,7)(2,4,5,6,9)(2,4,5,6,8)$. **D.** $(2,4,5,6,9)(2,4,5,6,8)(2,4,5,6,7)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 4, 5, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 4, 5, 6, 9$
  - $2, 4, 5, 6, 8$
  - $2, 4, 5, 6, 7$

Chọn đáp án (D) □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)$.
A. $(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)$.
B. $(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)$.
C. $(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,3,4,7,8,9)$.
D. $(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,5,6,8,9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 17. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 121. **B.** 91. **C.** 41. **D.** 42.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 000101001 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 41, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 42.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -2a_{n+2} + 19a_{n+1} + 20a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 4, a_1 = 1, a_2 = 199$.

A. $a_n = -5 \cdot 4^n + 6 \cdot (-1)^n + 5 \cdot (-5)^n$. **B.** $a_n = -5 \cdot 4^n - 6 \cdot (-1)^n + 5 \cdot (-5)^n$.
C. $a_n = 5 \cdot 4^n - 6 \cdot (-1)^n + 5 \cdot (-5)^n$. **D.** $a_n = 5 \cdot 4^n + 6 \cdot (-1)^n - 5 \cdot (-5)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 2r^2 - 19r - 20 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{4; -1; -5\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 4^n + A_2 \cdot (-1)^n + A_3 \cdot (-5)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 4 \\ a_1 & = 1 \\ a_2 & = 199 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 4 \\ 4A_1 - A_2 - 5A_3 & = 1 \\ 16A_1 + A_2 + 25A_3 & = 199 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 5 \\ A_2 & = -6 \\ A_3 & = 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 5 \cdot 4^n - 6 \cdot (-1)^n + 5 \cdot (-5)^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 19. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 311. **B.** 319. **C.** 315. **D.** 328.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 17.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 17$ là 315.
Chọn đáp án C □

Câu 20. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -27a_{n-1} - 243a_{n-2} - 729a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -25$, $a_1 = 72$, $a_2 = 5589$.

A. $a_n = (-25 - 13n - 30n^2) \cdot (-9)^n$.
B. $a_n = (-25 - 13n + 30n^2) \cdot (-9)^n$.
C. $a_n = (-25 - 13n + 30n^3) \cdot (-9)^n$.
D. $a_n = (-25 + 13n + 30n^2) \cdot (-9)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 27r^2 + 243r + 729 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là
$$r = -9.$$
Phương trình có dạng tổng quát là
$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-9)^n.$$
Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -25$, $A_2 = -13$, và $A_3 = 30$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là
$$a_n = (-25 - 13n + 30n^2) \cdot (-9)^n.$$
Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 5

1.B	2.B	3.B	4.C	5.C	6.A	7.C	8.D	9.A	10.B
11.A	12.A	13.D	14.C	15.D	16.B	17.D	18.C	19.C	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 6

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 6 & 15 & 3 & 21 & 5 \\ 4 & 0 & 12 & 3 & 5 & 21 \\ 17 & 3 & 0 & 4 & 13 & 18 \\ 3 & 16 & 14 & 0 & 14 & 16 \\ 14 & 17 & 14 & 4 & 0 & 17 \\ 4 & 21 & 5 & 13 & 19 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 103. **B.** 107. **C.** 109. **D.** 57.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 6 + 12 + 4 + 14 + 17 + 4 = 57$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =57.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 654 đến 5675 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 14?

A. 2275. **B.** 2334. **C.** 2272. **D.** 2266.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 14.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 654 đến 5675:
$$S_3 = \frac{5673 - 654}{3} + 1 = 1674$$
- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 654 đến 5675:
$$S_8 = \frac{5672 - 656}{8} + 1 = 628$$
- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 654 đến 5675:
$$S_{14} = \frac{5670 - 658}{14} + 1 = 359$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3,8)$:
$$S_{3,8} = \frac{5664 - 672}{24} + 1 = 209$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(3,14)$:
$$S_{3,14} = \frac{5670 - 672}{42} + 1 = 120$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(8, 14)$:

$$S_{8,14} = \frac{5656 - 672}{56} + 1 = 90$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8, 14)$:

$$S_{3,8,14} = \frac{5544 - 672}{168} + 1 = 30$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1674 + 628 + 359) - (209 + 120 + 90) + 30 = 2272.$$

Kết luận: Có **2272 số** trong đoạn từ 654 đến 5675 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 14.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 4, 5, 7, 9)$.

A. $(2, 4, 6, 8, 9)(2, 4, 7, 8, 9)(2, 4, 6, 7, 9)(2, 4, 5, 8, 9)(2, 4, 6, 7, 8)$.
B. $(2, 4, 6, 8, 9)(2, 4, 6, 7, 8)(2, 4, 7, 8, 9)(2, 4, 5, 8, 9)(2, 4, 6, 7, 9)$.
C. $(2, 4, 6, 8, 9)(2, 4, 7, 8, 9)(2, 4, 6, 7, 9)(2, 4, 6, 7, 8)(2, 4, 5, 8, 9)$.
D. $(2, 4, 5, 8, 9)(2, 4, 6, 7, 8)(2, 4, 6, 7, 9)(2, 4, 6, 8, 9)(2, 4, 7, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 4, 5, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 4, 5, 8, 9$
  - $2, 4, 6, 7, 8$
  - $2, 4, 6, 7, 9$
  - $2, 4, 6, 8, 9$
  - $2, 4, 7, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 4. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 7a_{n+2} - 7a_{n+1} - 15a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 2, a_1 = -18, a_2 = -78$.

A. $a_n = 2 \cdot 3^n + 4 \cdot (-1)^n - 4 \cdot 5^n$.
B. $a_n = 2 \cdot 3^n - 4 \cdot (-1)^n + 4 \cdot 5^n$.
C. $a_n = -2 \cdot 3^n - 4 \cdot (-1)^n - 4 \cdot 5^n$.
D. $a_n = -2 \cdot 3^n + 4 \cdot (-1)^n - 4 \cdot 5^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 7r^2 + 7r + 15 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{3; -1; 5\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 3^n + A_2 \cdot (-1)^n + A_3 \cdot 5^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 2 \\ a_1 &= -18 \\ a_2 &= -78 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 2 \\ 3A_1 - A_2 + 5A_3 &= -18 \\ 9A_1 + A_2 + 25A_3 &= -78 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 2 \\ A_2 &= 4 \\ A_3 &= -4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 2 \cdot 3^n + 4 \cdot (-1)^n - 4 \cdot 5^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300152. **B.** 1299815. **C.** 1300000. **D.** 1300216.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)

Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.

Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:

Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(3, 5, 6, 4, 7, 9, 1, 8, 2)$ là:

A. $(9, 6, 4, 2, 8, 7, 5, 3, 1)$. **B.** $(3, 5, 6, 4, 7, 9, 2, 1, 8)$.

C. $(6, 3, 7, 2, 8, 1, 4, 9, 5)$. **D.** $(8, 3, 5, 4, 9, 2, 1, 6, 7)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 16 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 9 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 257. **B.** 258. **C.** 255. **D.** 433.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 9 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(9 - 1) * 2 * 16 + 1 = 257$.

Chọn đáp án A □

Câu 8. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 14a_{n-1} - 49a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -29, a_1 = -308$ là:

A. $a_n = (29 - 15n) \cdot (-7)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (-29 - 15n) \cdot 7^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (-29 + 15n) \cdot (-7)^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (29 + 15n) \cdot 7^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 14a_{n-1} - 49a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 14r + 49 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-7)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 7$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 7^n + A_2 \cdot n \cdot 7^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -29 \\ a_1 & = -308 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -29 \\ 7A_1 + 7A_2 & = -308 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -29 \\ A_2 & = -15 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-29 - 15n) \cdot 7^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 45. **B.** 43. **C.** 44. **D.** 46.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.

$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.

$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$

Chọn đáp án C □

Câu 10. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 38. **B.** 16. **C.** 25. **D.** 14.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án B □

Câu 11. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 0, 1, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 1, 1, 1)$.
B. $(1, 0, 0, 0, 1, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 1, 0, 1)$.
C. $(1, 0, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 1, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 1, 0, 1)$.
D. $(1, 0, 0, 0, 1, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 1, 1, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 0, 0, 1, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 0, 0, 1, 0, 1$
  - $1, 0, 0, 0, 1, 1, 0$
  - $1, 0, 0, 0, 1, 1, 1$

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 8. **B.** 17. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 8.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2 - 1) * 8 + 1 = 9$

Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow max$
$5x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 6x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0, 0, 1) = 2.0$. **B.** $g(0, 0, 1) = 1.0$. **C.** $g(0, 0, 1) = 2.5$. **D.** $g(0, 0, 1) = 3.0$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{5} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{1}{2} \geq \frac{1}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,0,1) = 2.0$

Chọn đáp án (A) □

Câu 14. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 224. **B.** 225. **C.** 223. **D.** 248.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án (A) □

Câu 15. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -30a_{n-1} - 300a_{n-2} - 1000a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 29$, $a_1 = 20$, $a_2 = -4900$.

A. $a_n = (29 - 23n - 8n^3) \cdot (-10)^n$. **B.** $a_n = (29 + 23n - 8n^2) \cdot (-10)^n$.

C. $a_n = (29 - 23n - 8n^2) \cdot (-10)^n$. **D.** $a_n = (29 - 23n + 8n^2) \cdot (-10)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 30r^2 + 300r + 1000 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -10.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-10)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 29$, $A_2 = -23$, và $A_3 = -8$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là
$$a_n = (29 - 23n - 8n^2) \cdot (-10)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 0, 0, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 66. **B.** 159. **C.** 97. **D.** 67.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1000010 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 66, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 67.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 6$, $9 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 22329. **B.** 22347. **C.** 22330. **D.** 22332.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30.$$
Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 6$, $5 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 6, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{23}^5 = 33649.$$
2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 6, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{15}^5 = 3003.$$
3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 6, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_3 = C_{18}^5 = 8568.$$
4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 6, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_4 = C_{10}^5 = 252.$$
Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:
$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 33649 - 3003 - 8568 + 252 = 22330.$$

Chọn đáp án C □

Câu 18. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 4, 5, 6, 9)$.

A. $(2, 4, 5, 6, 8)(2, 4, 5, 6, 7)(2, 3, 7, 8, 9)$.
B. $(2, 3, 7, 8, 9)(2, 4, 5, 6, 8)(2, 4, 5, 6, 7)$.
C. $(2, 3, 7, 8, 9)(2, 4, 5, 6, 7)(2, 4, 5, 6, 8)$.
D. $(2, 4, 5, 6, 7)(2, 3, 7, 8, 9)(2, 4, 5, 6, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 4, 5, 6, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 4, 5, 6, 8$
  - $2, 4, 5, 6, 7$
  - $2, 3, 7, 8, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 19. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 162. **B.** 145. **C.** 154. **D.** 139.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 19.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_7 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_9 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:
$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 19$ là 145.
Chọn đáp án B □

Câu 20. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 2x_4 \to max$
$6x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$
B. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1.$
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$
D. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn
$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{3} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{2}{3}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:
$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:
$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:
$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$
Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 6

1.D	2.C	3.D	4.A	5.C	6.B	7.A	8.B	9.C	10.B
11.A	12.C	13.A	14.A	15.C	16.D	17.C	18.A	19.B	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 7

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 10. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án D □

Câu 2. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 448. **B.** 444. **C.** 459. **D.** 453.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^6 = 64$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^8 - 2^6 = 256 + 256 - 64 = 448$$

Vậy có **448** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(2, 9, 4, 8, 7, 3, 6, 5, 1)$ là:

A. $(6, 8, 9, 2, 7, 4, 3, 1, 5)$.
B. $(9, 1, 8, 5, 3, 7, 2, 4, 6)$.
C. $(3, 2, 4, 1, 8, 7, 9, 6, 5)$.
D. $(2, 9, 4, 8, 7, 5, 1, 3, 6)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760100. **B.** 6760000. **C.** 6759818. **D.** 6760498.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B.** 21. **C.** 26. **D.** 17.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5 - 1) * 5 + 1 = 21$

Chọn đáp án B □

Câu 6. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$$2x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 \to max$$
$$4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 8$$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
B. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{3} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{2}{4} \geq \frac{2}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án B □

Câu 7. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 32a_{n-1} - 256a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 19, a_1 = 240$ là:

A. $a_n = (-19 - 4n) \cdot (-16)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (19 + 4n) \cdot (-16)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-19 + 4n) \cdot 16^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (19 - 4n) \cdot 16^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 32a_{n-1} - 256a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 32r + 256 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 16)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 16$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 16^n + A_2 \cdot n \cdot 16^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 19 \\ a_1 & = 240 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 19 \\ 16A_1 + 16A_2 & = 240 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 19 \\ A_2 & = -4 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (19 - 4n) \cdot 16^n$.
Chọn đáp án D □

Câu 8. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 3 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 15 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 181. **B**. 127. **C**. 128. **D**. 125.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 15 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(15-1)*3*3+1 = 127$.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 320. **B**. 312. **C**. 332. **D**. 315.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 17.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 17$ là 315.
Chọn đáp án D □

Câu 10. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 16 & 8 & 19 & 14 & 18 \\ 14 & 0 & 21 & 17 & 19 & 9 \\ 19 & 10 & 0 & 6 & 8 & 15 \\ 21 & 11 & 5 & 0 & 20 & 4 \\ 5 & 19 & 19 & 15 & 0 & 8 \\ 4 & 13 & 12 & 10 & 17 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 75. **B**. 145. **C**. 141. **D**. 147.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 6] + c[6, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 16 + 21 + 6 + 20 + 8 + 4 = 75$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =75.
Chọn đáp án A □

Câu 11. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 97 đến 5336 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 13?

A. 2518. **B**. 2494. **C**. 2476. **D**. 2463.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 97 đến 5336:

$$S_3 = \frac{5334 - 99}{3} + 1 = 1746$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 97 đến 5336:

$$S_7 = \frac{5334 - 98}{7} + 1 = 749$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 97 đến 5336:

$$S_{13} = \frac{5330 - 104}{13} + 1 = 403$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7)$:

$$S_{3,7} = \frac{5334 - 105}{21} + 1 = 250$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 13)$:

$$S_{3,13} = \frac{5304 - 117}{39} + 1 = 134$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(7, 13)$:

$$S_{7,13} = \frac{5278 - 182}{91} + 1 = 57$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 7, 13)$:

$$S_{3,7,13} = \frac{5187 - 273}{273} + 1 = 19$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1746 + 749 + 403) - (250 + 134 + 57) + 19 = 2476.$$

Kết luận: Có **2476 số** trong đoạn từ 97 đến 5336 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 13.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 1, 0, 0, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 123. **B**. 82. **C**. 84. **D**. 183.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1010011 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 83, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 84.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -54a_{n-1} - 972a_{n-2} - 5832a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -14$, $a_1 = 1314$, $a_2 = -61560$.

A. $a_n = (-14 - 30n - 29n^2) \cdot (-18)^n$. **B**. $a_n = (-14 - 30n + 29n^2) \cdot (-18)^n$.
C. $a_n = (-14 - 30n - 29n^3) \cdot (-18)^n$. **D**. $a_n = (-14 + 30n - 29n^2) \cdot (-18)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 54r^2 + 972r + 5832 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -18.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-18)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -14$, $A_2 = -30$, và $A_3 = -29$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-14 - 30n - 29n^2) \cdot (-18)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 14. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 8, 9)$.

A. $(1, 3, 4, 5, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7)(1, 3, 4, 5, 7, 8)(1, 2, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 8)$.
B. $(1, 3, 4, 5, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 3, 4, 5, 7, 8)(1, 2, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7)$.
D. $(1, 3, 4, 5, 6, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 3, 4, 5, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 7, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 7, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 7, 8$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 8$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7$
  - $1, 2, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 15. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 9$, $6 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 37471. **B**. 37464. **C**. 37495. **D**. 37475.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 9$, $3 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 9, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{32}^5 = 201376.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 9, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{29}^5 = 118755.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 9, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{28}^5 = 98280.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 9, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{25}^5 = 53130.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 201376 - 118755 - 98280 + 53130 = 37471.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 16. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)$.
B. $(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)$.
C. $(1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$.
D. $(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0$
  - $1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1$
  - $1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0$

Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 35. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án B □

Câu 19. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -14a_{n+2} - 61a_{n+1} - 84a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -10, a_1 = 52, a_2 = -304$.

A. $a_n = 3 \cdot (-3)^n + 2 \cdot (-4)^n - 5 \cdot (-7)^n$. **B.** $a_n = -3 \cdot (-3)^n - 2 \cdot (-4)^n - 5 \cdot (-7)^n$.
C. $a_n = -3 \cdot (-3)^n + 2 \cdot (-4)^n + 5 \cdot (-7)^n$. **D.** $a_n = 3 \cdot (-3)^n - 2 \cdot (-4)^n - 5 \cdot (-7)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 14r^2 + 61r + 84 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-3; -4; -7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-3)^n + A_2 \cdot (-4)^n + A_3 \cdot (-7)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -10 \\ a_1 &= 52 \\ a_2 &= -304 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -10 \\ -3A_1 - 4A_2 - 7A_3 &= 52 \\ 9A_1 + 16A_2 + 49A_3 &= -304 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -3 \\ A_2 &= -2 \\ A_3 &= -5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3 \cdot (-3)^n - 2 \cdot (-4)^n - 5 \cdot (-7)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 20. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 4x_4 \to max$
$x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 5x_4 \leq 11$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,1)

A. $g(0, 1, 1) = 13.2$. **B.** $g(0, 1, 1) = 14.2$. **C.** $g(0, 1, 1) = 13.7$. **D.** $g(0, 1, 1) = 12.2$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{1} \geq \frac{4}{2} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{4}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:
$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$
- Từ đó ta tính được $g(0, 1, 1) = 13.2$

Chọn đáp án A $\square$

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 7

1.D	2.A	3.D	4.B	5.B	6.B	7.D	8.B	9.D	10.A
11.C	12.C	13.A	14.B	15.A	16.D	17.B	18.B	19.B	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 8

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 18 & 5 & 18 & 10 \\ 11 & 0 & 20 & 11 & 13 \\ 17 & 16 & 0 & 11 & 4 \\ 12 & 12 & 5 & 0 & 3 \\ 17 & 14 & 21 & 19 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 120. **B.** 126. **C.** 69. **D.** 124.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 18 + 20 + 11 + 3 + 17 = 69$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =69.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 5x_4 \to max$
$5x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{4}{2} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{5}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 1, 1, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 60. **B.** 61. **C.** 106. **D.** 135.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0111100 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 60, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 61.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 4, 6, 7, 9)$.

A. $(2, 3, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 6, 8, 9)$.
B. $(2, 3, 4, 6, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 9)$.
C. $(2, 3, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 8)$.
D. $(2, 3, 4, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 5, 6, 7, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 4, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 6, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 5, 6, 7, 8$
  - $2, 3, 5, 6, 7, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 5. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 23. **B.** 25. **C.** 26. **D.** 24.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.

– Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:

  ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.

  ∗ Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.
$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$
Chọn đáp án D □

Câu 6. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 103. **B**. 130. **C**. 120. **D**. 110.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 17.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 17$ là 110.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 10 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 119. **B.** 122. **C.** 201. **D.** 121.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(5 - 1) * 3 * 10 + 1 = 121$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104278. **B.** 103912. **C.** 104132. **D.** 104000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 6, 7, 9)$.

A. $(1, 2, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 7, 8)$.
B. $(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 9)$.
C. $(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8)$.
D. $(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 8$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B.** 17. **C.** 25. **D.** 15.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 8.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3 - 1) * 8 + 1 = 17$

Chọn đáp án B □

Câu 11. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 9$, $9 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 191841. **B.** 191862. **C.** 191835. **D.** 191827.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 9$, $1 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 9, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{40}^5 = 658008.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 9, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{36}^5 = 376992.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 9, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{31}^5 = 169911.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 9, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{27}^5 = 80730.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 658008 - 376992 - 169911 + 80730 = 191835.$$

Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 3x_4 \rightarrow max$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 11$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,0)

A. $g(0,1,0) = 9.4$. **B.** $g(0,1,0) = 9.9$. **C.** $g(0,1,0) = 8.4$. **D.** $g(0,1,0) = 10.4$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{1} \geq \frac{4}{2} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{3}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,1,0) = 9.4$

Chọn đáp án A □

Câu 13. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -52a_{n-1} - 676a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -12, a_1 = 728$ là:

A. $a_n = (-12 - 16n) \cdot (-26)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (12 - 16n) \cdot 26^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-12 + 16n) \cdot 26^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (12 + 16n) \cdot (-26)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -52a_{n-1} - 676a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 52r + 676 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+26)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -26$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-26)^n + A_2 \cdot n \cdot (-26)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -12 \\ a_1 &= 728 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -12 \\ -26A_1 - 26A_2 &= 728 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -12 \\ A_2 &= -16 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-12 - 16n) \cdot (-26)^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 14. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 187. **B.** 175. **C.** 176. **D.** 180.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 6. **B.** 10. **C.** 34. **D.** 8.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$

Chọn đáp án D □

Câu 16. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 4a_{n+2} + 36a_{n+1} - 144a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 8, a_1 = 16, a_2 = 328$.

A. $a_n = -7 \cdot 6^n + 3 \cdot (-6)^n - 2 \cdot 4^n$. **B.** $a_n = 7 \cdot 6^n + 3 \cdot (-6)^n - 2 \cdot 4^n$.

C. $a_n = -7 \cdot 6^n - 3 \cdot (-6)^n - 2 \cdot 4^n$. **D.** $a_n = 7 \cdot 6^n - 3 \cdot (-6)^n + 2 \cdot 4^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 4r^2 - 36r + 144 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{6; -6; 4\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 6^n + A_2 \cdot (-6)^n + A_3 \cdot 4^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 8 \\ a_1 &= 16 \\ a_2 &= 328 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 8 \\ 6A_1 - 6A_2 + 4A_3 &= 16 \\ 36A_1 + 36A_2 + 16A_3 &= 328 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 7 \\ A_2 &= 3 \\ A_3 &= -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 7 \cdot 6^n + 3 \cdot (-6)^n - 2 \cdot 4^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 27a_{n-1} - 243a_{n-2} + 729a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 15$, $a_1 = -306$, $a_2 = -11583$.

A. $a_n = (15 + 19n - 30n^2) \cdot (9)^n$. **B.** $a_n = (15 - 19n - 30n^3) \cdot (9)^n$.

C. $a_n = (15 - 19n - 30n^2) \cdot (9)^n$. **D.** $a_n = (15 - 19n + 30n^2) \cdot (9)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 27r^2 + 243r - 729 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 9.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (9)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 15$, $A_2 = -19$, và $A_3 = -30$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (15 - 19n - 30n^2) \cdot (9)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 18. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 9, 5, 2, 6, 8, 1, 4, 3)$ là:

A. $(5, 4, 3, 2, 6, 9, 7, 8, 1)$. **B.** $(7, 9, 4, 5, 6, 2, 1, 8, 3)$.

C. $(4, 7, 5, 2, 6, 3, 8, 9, 1)$. **D.** $(7, 9, 5, 2, 6, 8, 3, 1, 4)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 561 đến 6028 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 13?

A. 2524 **B.** 2540 **C.** 2513 **D.** 2576

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 561 đến 6028:

$$S_3 = \frac{6027 - 561}{3} + 1 = 1823$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 561 đến 6028:

$$S_8 = \frac{6024 - 568}{8} + 1 = 683$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 561 đến 6028:

$$S_{13} = \frac{6019 - 572}{13} + 1 = 420$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{6024 - 576}{24} + 1 = 228$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 13)$:

$$S_{3,13} = \frac{6006 - 585}{39} + 1 = 140$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(8, 13)$:

$$S_{8,13} = \frac{5928 - 624}{104} + 1 = 52$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8, 13)$:

$$S_{3,8,13} = \frac{5928 - 624}{312} + 1 = 18$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1823 + 683 + 420) - (228 + 140 + 52) + 18 = 2524.$$

Kết luận: Có **2524 số** trong đoạn từ 561 đến 6028 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 13.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1)(1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)$.
B. $(1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1)$.
C. $(1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1)(1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$.
D. $(1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1)(1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1$
  - $1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0$
  - $1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1$
  - $1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0$

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 8

1.C	2.A	3.B	4.D	5.D	6.D	7.D	8.D	9.D	10.B
11.C	12.A	13.A	14.C	15.D	16.B	17.C	18.D	19.A	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 9

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6759887. **B**. 6760016. **C**. 6760000. **D**. 6760272.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 7, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 5, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8)$.
D. $(1, 2, 3, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 5, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 3. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(6, 3, 9, 2, 7, 1, 4, 8, 5)$ là:

A. $(4, 6, 9, 8, 3, 5, 7, 2, 1)$.
B. $(6, 3, 9, 2, 7, 1, 5, 4, 8)$.
C. $(7, 6, 4, 8, 9, 1, 2, 3, 5)$.
D. $(7, 1, 8, 9, 3, 6, 2, 4, 5)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 \rightarrow max$
$2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1, 1, 0) = 10.333$.
B. $g(1, 1, 0) = 8.333$.
C. $g(1, 1, 0) = 9.833$.
D. $g(1, 1, 0) = 9.333$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{2} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{2}{4} \geq \frac{1}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 1, 0) = 9.333$

Chọn đáp án D □

Câu 5. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$x_1 + x_2 + 6x_3 + 6x_4 \rightarrow max$
$x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{2} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{1}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án C □

Câu 6. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 193. **B**. 182. **C**. 176. **D**. 167.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án C □

Câu 7. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 45. **B.** 29. **C.** 34. **D.** 32.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$

Chọn đáp án D □

Câu 8. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 85. **B.** 133. **C.** 83. **D.** 163.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 01010100 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 84, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 85.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 5. **B.** 6. **C.** 13. **D.** 7.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 6.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2 - 1) * 6 + 1 = 7$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 17 & 13 & 10 & 5 \\ 16 & 0 & 21 & 10 & 6 \\ 16 & 10 & 0 & 4 & 21 \\ 20 & 11 & 9 & 0 & 20 \\ 12 & 11 & 11 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 103. **B.** 74. **C.** 109. **D.** 107.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 17 + 21 + 4 + 20 + 12 = 74$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =74.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)$.

B. $(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,5,6,8,9)$.
C. $(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)$.
D. $(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1,2,3,4,7,8,9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,2,3,5,6,7,8$
  - $1,2,3,5,6,7,9$
  - $1,2,3,5,6,8,9$
  - $1,2,3,5,7,8,9$

Chọn đáp án D □

Câu 12. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 305. **B**. 315. **C**. 318. **D**. 326.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 17.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 17$ là 315.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 7$, $9 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 8475. **B**. 8459. **C**. 8464. **D**. 8466.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 7$, $4 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 7, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{22}^5 = 26334.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 7, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{20}^5 = 15504.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 7, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{16}^5 = 4368.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 7, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{14}^5 = 2002.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 26334 - 15504 - 4368 + 2002 = 8464.$$

Chọn đáp án C □

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 44 đến 5064 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 13?

A. 2311 . **B.** 2332 . **C.** 2387 . **D.** 2318 .

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 44 đến 5064:

$$S_3 = \frac{5064 - 45}{3} + 1 = 1674$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 44 đến 5064:

$$S_8 = \frac{5064 - 48}{8} + 1 = 628$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 44 đến 5064:

$$S_{13} = \frac{5057 - 52}{13} + 1 = 386$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{5064 - 48}{24} + 1 = 210$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 13)$:

$$S_{3,13} = \frac{5031 - 78}{39} + 1 = 128$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(8, 13)$:

$$S_{8,13} = \frac{4992 - 104}{104} + 1 = 48$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8, 13)$:

$$S_{3,8,13} = \frac{4992 - 312}{312} + 1 = 16$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1674 + 628 + 386) - (210 + 128 + 48) + 16 = 2318.$$

Kết luận: Có **2318 số** trong đoạn từ 44 đến 5064 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 13.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -4, a_1 = -378$ là:

A. $a_n = (-4 - 17n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.

B. $a_n = (4 + 17n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (-4 + 17n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.

D. $a_n = (4 - 17n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 36r + 324 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-18)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 18$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 18^n + A_2 \cdot n \cdot 18^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -4 \\ a_1 & = -378 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -4 \\ 18A_1 + 18A_2 & = -378 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -4 \\ A_2 & = -17 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-4 - 17n) \cdot 18^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 16. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 19 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 154. **B.** 153. **C.** 151. **D.** 286.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(5-1)*2*19+1 = 153$.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -3a_{n-1} - 3a_{n-2} - a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -4$, $a_1 = 59$, $a_2 = -164$.

A. $a_n = (-4 + 30n - 25n^2) \cdot (-1)^n$.

B. $a_n = (-4 - 30n - 25n^2) \cdot (-1)^n$.

C. $a_n = (-4 - 30n + 25n^2) \cdot (-1)^n$.

D. $a_n = (-4 - 30n - 25n^3) \cdot (-1)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 3r^2 + 3r1 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -1.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-1)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -4$, $A_2 = -30$, và $A_3 = -25$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-4 - 30n - 25n^2) \cdot (-1)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho xâu nhị phân $X = \{0,1,0,1,1,0,0,1,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0,1,0,1,1,0,0,1,1)(0,1,0,1,1,0,1,0,1)(0,1,0,1,1,0,1,0,0)$.

B. $(0,1,0,1,1,0,1,0,1)(0,1,0,1,1,0,1,0,0)(0,1,0,1,1,0,0,1,1)$.

C. $(0,1,0,1,1,0,1,0,1)(0,1,0,1,1,0,0,1,1)(0,1,0,1,1,0,1,0,0)$.

D. $(0,1,0,1,1,0,0,1,1)(0,1,0,1,1,0,1,0,0)(0,1,0,1,1,0,1,0,1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1$
  - $0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0$
  - $0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1$

Chọn đáp án D □

Câu 19. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -3a_{n+2} + 10a_{n+1} + 24a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 17, a_1 = -26, a_2 = 160$.

A. $a_n = 4 \cdot 3^n + 7 \cdot (-2)^n + 6 \cdot (-4)^n$.
B. $a_n = 4 \cdot 3^n - 7 \cdot (-2)^n - 6 \cdot (-4)^n$.
C. $a_n = -4 \cdot 3^n + 7 \cdot (-2)^n + 6 \cdot (-4)^n$.
D. $a_n = -4 \cdot 3^n - 7 \cdot (-2)^n + 6 \cdot (-4)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 3r^2 - 10r - 24 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{3; -2; -4\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 3^n + A_2 \cdot (-2)^n + A_3 \cdot (-4)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 17 \\ a_1 &= -26 \\ a_2 &= 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 17 \\ 3A_1 - 2A_2 - 4A_3 &= -26 \\ 9A_1 + 4A_2 + 16A_3 &= 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 4 \\ A_2 &= 7 \\ A_3 &= 6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 4 \cdot 3^n + 7 \cdot (-2)^n + 6 \cdot (-4)^n$.
Chọn đáp án A □

Câu 20. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 + a_1 + 2^1 = 3$
Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 9

1.C	2.B	3.B	4.D	5.C	6.C	7.D	8.A	9.D	10.B
11.D	12.B	13.C	14.D	15.A	16.B	17.B	18.D	19.A	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 10

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 5a_{n+2}+18a_{n+1}-72a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -15, a_1 = -19, a_2 = -251$.

A. $a_n = -3 \cdot 6^n + 7 \cdot 3^n + 5 \cdot (-4)^n$.
B. $a_n = 3 \cdot 6^n - 7 \cdot 3^n - 5 \cdot (-4)^n$.
C. $a_n = -3 \cdot 6^n - 7 \cdot 3^n - 5 \cdot (-4)^n$.
D. $a_n = 3 \cdot 6^n + 7 \cdot 3^n - 5 \cdot (-4)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 5r^2 - 18r + 72 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{6; 3; -4\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 6^n + A_2 \cdot 3^n + A_3 \cdot (-4)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -15 \\ a_1 &= -19 \\ a_2 &= -251 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -15 \\ 6A_1 + 3A_2 - 4A_3 &= -19 \\ 36A_1 + 9A_2 + 16A_3 &= -251 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -3 \\ A_2 &= -7 \\ A_3 &= -5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3 \cdot 6^n - 7 \cdot 3^n - 5 \cdot (-4)^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 4, 6, 7, 8)$.

A. $(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 8)$.
B. $(2, 3, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 7, 8, 9)$.
C. $(2, 3, 4, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 8)$.
D. $(2, 3, 4, 6, 7, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 4, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 6, 7, 9$
  - $2, 3, 4, 6, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 15 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 13 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 542. **B.** 539. **C.** 781. **D.** 541.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 13 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(13 - 1) * 3 * 15 + 1 = 541$.
Chọn đáp án D □

Câu 4. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 345. **B.** 352. **C.** 374. **D.** 353.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^8 - 2^5 = 128 + 256 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 18 & 17 & 6 & 4 \\ 4 & 0 & 17 & 7 & 14 & 16 \\ 5 & 14 & 0 & 11 & 10 & 15 \\ 11 & 17 & 6 & 0 & 7 & 20 \\ 17 & 20 & 13 & 11 & 0 & 11 \\ 17 & 13 & 9 & 4 & 17 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 124. **B.** 130. **C.** 71. **D.** 128.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 8 + 17 + 11 + 7 + 11 + 17 = 71$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =71.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104138. **B.** 103997. **C.** 104307. **D.** 104000.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 7. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 66a_{n-1} - 1452a_{n-2} + 10648a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -13$, $a_1 = 330$, $a_2 = 26620$.

A. $a_n = (-13 + 22n + 6n^2) \cdot (22)^n$.
B. $a_n = (-13 + 22n - 6n^2) \cdot (22)^n$.
C. $a_n = (-13 + 22n + 6n^3) \cdot (22)^n$.
D. $a_n = (-13 - 22n + 6n^2) \cdot (22)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 66r^2 + 1452r - 10648 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 22.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (22)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -13$, $A_2 = 22$, và $A_3 = 6$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-13 + 22n + 6n^2) \cdot (22)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 49 đến 9074 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 14?

A. 3303.
B. 3223.
C. 3229.
D. 3213.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 14.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 49 đến 9074:

$$S_4 = \frac{9072 - 52}{4} + 1 = 2256$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 49 đến 9074:

$$S_6 = \frac{9072 - 54}{6} + 1 = 1504$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 49 đến 9074:

$$S_{14} = \frac{9072 - 56}{14} + 1 = 645$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{9072 - 60}{12} + 1 = 752$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 14)$:

$$S_{4,14} = \frac{9072 - 56}{28} + 1 = 323$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(6, 14)$:

$$S_{6,14} = \frac{9072 - 84}{42} + 1 = 215$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6, 14)$:

$$S_{4,6,14} = \frac{9072 - 84}{84} + 1 = 108$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2256 + 1504 + 645) - (752 + 323 + 215) + 108 = 3223.$$

Kết luận: Có **3223 số** trong đoạn từ 49 đến 9074 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 14.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$.
B. $(1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$.
C. $(1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$.
D. $(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0$

– $1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1$
– $1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0$
– $1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1$

Chọn đáp án A □

Câu 10. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 \to max$
$4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 6x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{3} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{1}{3} \geq \frac{1}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 13. **B.** 16. **C.** 42. **D.** 19.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 \ldots x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án B □

Câu 12. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 7, 9)$.

A. $(1, 3, 4, 6, 8)(1, 3, 4, 6, 9)(1, 3, 4, 6, 7)(1, 3, 4, 7, 8)$.
B. $(1, 3, 4, 6, 7)(1, 3, 4, 6, 9)(1, 3, 4, 6, 8)(1, 3, 4, 7, 8)$.
C. $(1, 3, 4, 6, 9)(1, 3, 4, 6, 7)(1, 3, 4, 7, 8)(1, 3, 4, 6, 8)$.
D. $(1, 3, 4, 7, 8)(1, 3, 4, 6, 9)(1, 3, 4, 6, 8)(1, 3, 4, 6, 7)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 7, 8$
  - $1, 3, 4, 6, 9$
  - $1, 3, 4, 6, 8$
  - $1, 3, 4, 6, 7$

Chọn đáp án D □

Câu 13. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 107. **B.** 110. **C.** 120. **D.** 122.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 17.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 17$ là 110.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 5. **B**. 16. **C**. 13. **D**. 9.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 3.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5 - 1) * 3 + 1 = 13$

Chọn đáp án C □

Câu 15. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(8, 6, 7, 2, 4, 9, 3, 1, 5)$ là:

A. $(8, 2, 7, 9, 1, 4, 6, 3, 5)$. **B**. $(8, 6, 7, 2, 4, 9, 3, 5, 1)$.

C. $(1, 3, 4, 2, 7, 9, 8, 5, 6)$. **D**. $(1, 9, 8, 2, 6, 5, 4, 3, 7)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -3, a_1 = -522$ là:

A. $a_n = (3 + 26n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$. **B**. $a_n = (-3 - 26n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (-3 + 26n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$. **D**. $a_n = (3 - 26n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 36r + 324 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 18)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 18$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 18^n + A_2 \cdot n \cdot 18^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -3 \\ a_1 &= -522 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -3 \\ 18A_1 + 18A_2 &= -522 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -3 \\ A_2 &= -26 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-3 - 26n) \cdot 18^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 165. **B.** 267. **C.** 167. **D.** 194.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 10100110 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 166, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 167.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 3x_4 \to max$

$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 \le 8$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,1)

A. $g(0, 1, 1) = 14.0$. **B.** $g(0, 1, 1) = 13.0$. **C.** $g(0, 1, 1) = 14.5$. **D.** $g(0, 1, 1) = 15.0$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \dots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{1} \ge \frac{6}{2} \ge \frac{6}{4} \ge \frac{3}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:
$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$
- Trọng lượng còn lại của túi:
$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$
- Từ đó ta tính được $g(0, 1, 1) = 14.0$

Chọn đáp án A □

Câu 19. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 15. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 14.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$
Chọn đáp án B □

Câu 20. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 9$, $6 \geq x_3 \geq 1$ là:
A. 130387. **B**. 130390. **C**. 130418. **D**. 130391.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47.$$
Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 9$, $1 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 9, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{37}^5 = 435897.$$
2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 9, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{32}^5 = 201376.$$
3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 9, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_3 = C_{31}^5 = 169911.$$
4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 9, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_4 = C_{26}^5 = 65780.$$
Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:
$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 435897 - 201376 - 169911 + 65780 = 130390.$$
Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 10

1.C	2.C	3.D	4.B	5.C	6.D	7.A	8.B	9.A	10.A
11.B	12.D	13.B	14.C	15.B	16.B	17.C	18.A	19.B	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 11

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 29. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án D □

Câu 2. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 8$, $7 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 9975. **B.** 9984. **C.** 9993. **D.** 9970.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 8$, $4 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 8, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{20}^5 = 15504.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{13}^5 = 1287.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{16}^5 = 4368.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_9^5 = 126.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 15504 - 1287 - 4368 + 126 = 9975.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{0,0,0,1,0,0,0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 99. **B.** 8. **C.** 58. **D.** 9.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0001000 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 8, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 9.

Chọn đáp án (D) □

Câu 4. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 24 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 191. **B.** 361. **C.** 194. **D.** 193.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(5-1)*2*24+1 = 193$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 537 đến 8064 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 16?

A. 3209. **B.** 3137. **C.** 3132. **D.** 3139.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 16.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 537 đến 8064:

$$S_3 = \frac{8064 - 537}{3} + 1 = 2510$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 537 đến 8064:

$$S_8 = \frac{8064 - 544}{8} + 1 = 941$$

- Số các số chia hết cho 16 trong đoạn từ 537 đến 8064:

$$S_{16} = \frac{8064 - 544}{16} + 1 = 471$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3,8)$:

$$S_{3,8} = \frac{8064 - 552}{24} + 1 = 314$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3,16)$:

$$S_{3,16} = \frac{8064 - 576}{48} + 1 = 157$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(8,16)$:

$$S_{8,16} = \frac{8064 - 544}{16} + 1 = 471$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3,8,16)$:

$$S_{3,8,16} = \frac{8064 - 576}{48} + 1 = 157$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2510 + 941 + 471) - (314 + 157 + 471) + 157 = 3137.$$

Kết luận: Có **3137 số** trong đoạn từ 537 đến 8064 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 16.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -58a_{n-1} - 841a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 6, a_1 = -812$ là:

A. $a_n = (-6 - 22n) \cdot (-29)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (6 + 22n) \cdot (-29)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-6 + 22n) \cdot 29^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (6 - 22n) \cdot 29^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -58a_{n-1} - 841a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 58r + 841 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 29)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -29$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-29)^n + A_2 \cdot n \cdot (-29)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 6 \\ a_1 & = -812 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 6 \\ -29A_1 - 29A_2 & = -812 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 6 \\ A_2 & = 22 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (6 + 22n) \cdot (-29)^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 118. **B.** 126. **C.** 110. **D.** 100.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 16.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 16$ là 110.
Chọn đáp án C □

Câu 8. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 63a_{n-1} - 1323a_{n-2} + 9261a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 5$, $a_1 = 546$, $a_2 = 38367$.

A. $a_n = (5 + n - 20n^2) \cdot (21)^n$.
B. $a_n = (5 - n + 20n^2) \cdot (21)^n$.
C. $a_n = (5 + n + 20n^2) \cdot (21)^n$.
D. $a_n = (5 + n + 20n^3) \cdot (21)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 63r^2 + 1323r - 9261 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là
$$r = 21.$$
Phương trình có dạng tổng quát là
$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (21)^n.$$
Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 5$, $A_2 = 1$, và $A_3 = 20$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là
$$a_n = (5 + n + 20n^2) \cdot (21)^n.$$
Chọn đáp án C □

Câu 9. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -8a_{n+2} - 9a_{n+1} + 18a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -6, a_1 = 3, a_2 = -87$.

A. $a_n = -6 + 3 \cdot (-6)^n - 3 \cdot (-3)^n$.
B. $a_n = 6 - 3 \cdot (-6)^n + 3 \cdot (-3)^n$.
C. $a_n = -6 - 3 \cdot (-6)^n + 3 \cdot (-3)^n$.
D. $a_n = 6 + 3 \cdot (-6)^n + 3 \cdot (-3)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:
$$r^3 + 8r^2 + 9r - 18 = 0$$
Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{1; -6; -3\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 + A_2 \cdot (-6)^n + A_3 \cdot (-3)^n$
Vì:
$$\begin{cases} a_0 & = -6 \\ a_1 & = 3 \\ a_2 & = -87 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -6 \\ A_1 - 6A_2 - 3A_3 & = 3 \\ A_1 + 36A_2 + 9A_3 & = -87 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -6 \\ A_2 & = -3 \\ A_3 & = 3 \end{cases}$$
$\Rightarrow a_n = -6 - 3 \cdot (-6)^n + 3 \cdot (-3)^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 10. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 5x_4 \to max$
$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn
$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$
Ở đây ta có $\frac{5}{1} \geq \frac{6}{2} \geq \frac{5}{2} \geq \frac{5}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:
$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án D □

Câu 11. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:
A. 44. **B.** 45. **C.** 46. **D.** 43.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án A □

Câu 12. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(4, 8, 1, 9, 5, 6, 7, 2, 3)$ là:
A. $(3, 7, 8, 6, 1, 2, 9, 5, 4)$. **B.** $(5, 9, 2, 8, 1, 7, 4, 6, 3)$.
C. $(4, 8, 7, 1, 2, 6, 3, 9, 5)$. **D.** $(4, 8, 1, 9, 5, 6, 7, 3, 2)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$.
A. $(1, 2, 3, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)$.

C. $(1,2,3,4,5,8,9)(1,2,3,4,5,6,8)(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,4,5,7,8)(1,2,3,4,5,6,9)(1,2,3,4,5,7,9)$.
D. $(1,2,3,4,5,7,8)(1,2,3,4,5,6,8)(1,2,3,4,5,6,9)(1,2,3,4,5,8,9)(1,2,3,4,5,7,9)(1,2,3,4,6,7,8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1,2,3,4,5,6,7$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,2,3,4,5,6,8$
  - $1,2,3,4,5,6,9$
  - $1,2,3,4,5,7,8$
  - $1,2,3,4,5,7,9$
  - $1,2,3,4,5,8,9$
  - $1,2,3,4,6,7,8$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1299950. **B.** 1300339. **C.** 1300080. **D.** 1300000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$
$x_1 + x_2 + 5x_3 + 5x_4 \leq 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,1)

A. $g(1,0,1) = 7.1$. **B.** $g(1,0,1) = 6.6$. **C.** $g(1,0,1) = 7.6$. **D.** $g(1,0,1) = 5.6$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{1} \geq \frac{2}{1} \geq \frac{2}{5} \geq \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 1) = 6.6$

Chọn đáp án B □

Câu 16. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 25. **B**. 33. **C**. 29. **D**. 41.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 8.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1)*8+1 = 33$

Chọn đáp án B □

Câu 17. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 360. **B**. 352. **C**. 342. **D**. 370.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^7 - 2^5 = 256 + 128 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án B □

Câu 18. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 16 & 16 & 17 & 17 \\ 15 & 0 & 20 & 10 & 16 \\ 14 & 15 & 0 & 3 & 18 \\ 14 & 21 & 16 & 0 & 14 \\ 7 & 8 & 15 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 60. **B**. 117. **C**. 119. **D**. 113.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 16 + 20 + 3 + 14 + 7 = 60$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =60.
Chọn đáp án A □

Câu 19. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 0, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 1, 0, 0, 0, 1, 1)(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 0, 0)$.
B. $(1, 1, 0, 0, 0, 1, 1)(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 1, 0, 0, 1, 0, 0)$.
C. $(1, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 1, 0, 0, 0, 1, 1)$.
D. $(1, 1, 0, 0, 0, 1, 1)(1, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 0, 0, 0, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 0, 0, 0, 1, 1$
  - $1, 1, 0, 0, 1, 0, 0$
  - $1, 1, 0, 0, 1, 0, 1$
  - $1, 1, 0, 0, 1, 1, 0$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 8)$.

A. $(1, 3, 4, 5, 7)(1, 3, 4, 5, 6)(1, 2, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 3, 4, 5, 6)(1, 3, 4, 5, 7)(1, 2, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 3, 4, 5, 6)(1, 2, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 7)$.
D. $(1, 2, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 7)(1, 3, 4, 5, 6)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 7$
  - $1, 3, 4, 5, 6$
  - $1, 2, 7, 8, 9$

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 11

1.D	2.A	3.D	4.D	5.B	6.B	7.C	8.C	9.C	10.D
11.A	12.D	13.B	14.D	15.B	16.B	17.B	18.A	19.D	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 12

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 464. **B.** 477. **C.** 452. **D.** 460.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 19.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 19$ là 460.
Chọn đáp án D □

Câu 2. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5, 3, 2, 6, 8, 1, 4, 9, 7)$ là:

A. $(5, 6, 7, 3, 8, 4, 1, 2, 9)$. **B.** $(5, 3, 2, 6, 8, 1, 7, 4, 9)$.
C. $(3, 8, 6, 7, 9, 4, 5, 1, 2)$. **D.** $(5, 9, 7, 4, 3, 2, 8, 1, 6)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 \to max$
$5x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{2} \geq \frac{4}{2} \geq \frac{3}{2} \geq \frac{4}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án D □

Câu 4. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 23. **B.** 26. **C.** 24. **D.** 25.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.

$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.

$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$

Chọn đáp án C □

Câu 5. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 3.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5 - 1) * 3 + 1 = 13$

Chọn đáp án A □

Câu 6. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 0, 1, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)$.

B. $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$.

C. $(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)$.

D. $(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 0, 0, 1, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 1$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 1, 0$

– $0, 1, 0, 0, 1, 1, 1$
– $0, 1, 0, 1, 0, 0, 0$

Chọn đáp án (B) □

Câu 7. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760000. **B.** 6759895. **C.** 6760319. **D.** 6760122.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 75. **B.** 76. **C.** 135. **D.** 77.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 01001011 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 75, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 76.

Chọn đáp án (B) □

Câu 9. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 240. **B.** 266. **C.** 241. **D.** 239.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^4 = 128 + 128 - 16 = 240$$

Vậy có **240** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 10. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 316 đến 9982 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 13?

A. 4558. **B.** 4481. **C.** 4462. **D.** 4445.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 316 đến 9982:

$$S_3 = \frac{9981 - 318}{3} + 1 = 3222$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 316 đến 9982:

$$S_8 = \frac{9976 - 320}{8} + 1 = 1208$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 316 đến 9982:

$$S_{13} = \frac{9971 - 325}{13} + 1 = 743$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{9960 - 336}{24} + 1 = 402$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 13)$:

$$S_{3,13} = \frac{9945 - 351}{39} + 1 = 247$$

- Số các số chia hết cho BCNN(8, 13):

$$S_{8,13} = \frac{9880 - 416}{104} + 1 = 92$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(3, 8, 13):

$$S_{3,8,13} = \frac{9672 - 624}{312} + 1 = 30$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(3222 + 1208 + 743) - (402 + 247 + 92) + 30 = 4462.$$

Kết luận: Có **4462 số** trong đoạn từ 316 đến 9982 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 13.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 5$, $8 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 54489. **B**. 54496. **C**. 54513. **D**. 54481.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 5$, $5 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 5, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{29}^5 = 118755.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 5, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{20}^5 = 15504.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 5, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{25}^5 = 53130.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 5, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{16}^5 = 4368.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 118755 - 15504 - 53130 + 4368 = 54489.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 30 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 17 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 962. **B**. 961. **C**. 959. **D**. 1531.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 17 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(17-1) * 2 * 30 + 1 = 961$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 13. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 39a_{n-1} - 507a_{n-2} + 2197a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -24$, $a_1 = -442$, $a_2 = -5070$.

A. $a_n = (-24 - 17n - 7n^2) \cdot (13)^n$. **B**. $a_n = (-24 + 17n + 7n^2) \cdot (13)^n$.

C. $a_n = (-24 - 17n + 7n^3) \cdot (13)^n$. **D**. $a_n = (-24 - 17n + 7n^2) \cdot (13)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 39r^2 + 507r - 2197 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 13.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (13)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -24$, $A_2 = -17$, và $A_3 = 7$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-24 - 17n + 7n^2) \cdot (13)^n.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 14. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -56a_{n-1} - 784a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -15, a_1 = 672$ là:

A. $a_n = (-15 + 9n) \cdot 28^n$, với $n \geq 0$. **B**. $a_n = (-15 - 9n) \cdot (-28)^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (15 + 9n) \cdot (-28)^n$, với $n \geq 0$. **D**. $a_n = (15 - 9n) \cdot 28^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -56a_{n-1} - 784a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 56r + 784 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+28)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -28$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-28)^n + A_2 \cdot n \cdot (-28)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -15 \\ a_1 & = 672 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -15 \\ -28A_1 - 28A_2 & = 672 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -15 \\ A_2 & = -9 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-15 - 9n) \cdot (-28)^n$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 34. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 17. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 \to max$
$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,1)

A. $g(1, 1, 1) = 14.666$. **B.** $g(1, 1, 1) = 14.166$.
C. $g(1, 1, 1) = 12.666$. **D.** $g(1, 1, 1) = 13.666$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{2} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{1}{2} \geq \frac{1}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,1) = 13.666$

Chọn đáp án D □

Câu 18. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 & 10 & 14 & 9 \\ 17 & 0 & 12 & 17 & 8 \\ 10 & 10 & 0 & 19 & 19 \\ 11 & 15 & 16 & 0 & 8 \\ 11 & 18 & 13 & 17 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 57. **B**. 116. **C**. 110. **D**. 114.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 7 + 12 + 19 + 8 + 11 = 57$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =57.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1,2,3,5,6,8,9)$.

A. $(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,5,6,7,9)$.

B. $(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,6,7,8)$.

C. $(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,4,6,7,8)$.

D. $(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,6,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1,2,3,5,6,8,9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,2,3,5,6,7,9$
  - $1,2,3,5,6,7,8$
  - $1,2,3,4,7,8,9$
  - $1,2,3,4,6,8,9$
  - $1,2,3,4,6,7,9$
  - $1,2,3,4,6,7,8$

Chọn đáp án (C) □

Câu 20. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -a_{n+2} + 41a_{n+1} + 105a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -2, a_1 = -34, a_2 = -58$.

A. $a_n = -3 \cdot 7^n + 5 \cdot (-5)^n - 4 \cdot (-3)^n$.
B. $a_n = 3 \cdot 7^n + 5 \cdot (-5)^n - 4 \cdot (-3)^n$.
C. $a_n = 3 \cdot 7^n - 5 \cdot (-5)^n - 4 \cdot (-3)^n$.
D. $a_n = -3 \cdot 7^n - 5 \cdot (-5)^n + 4 \cdot (-3)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + r^2 - 41r - 105 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{7; -5; -3\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 7^n + A_2 \cdot (-5)^n + A_3 \cdot (-3)^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -2 \\ a_1 & = -34 \\ a_2 & = -58 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -2 \\ 7A_1 - 5A_2 - 3A_3 & = -34 \\ 49A_1 + 25A_2 + 9A_3 & = -58 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ A_2 & = 5 \\ A_3 & = -4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3 \cdot 7^n + 5 \cdot (-5)^n - 4 \cdot (-3)^n$.

Chọn đáp án (A) □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 12

1.D	2.B	3.D	4.C	5.A	6.B	7.A	8.B	9.A	10.C
11.A	12.B	13.D	14.B	15.C	16.D	17.D	18.A	19.C	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 13

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 33 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 860. **B**. 857. **C**. 859. **D**. 1387.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(14-1)*2*33+1 = 859$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 \to max$

$4x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 6$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$. **B**. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.

C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$. **D**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{3}{1} \geq \frac{6}{2} \geq \frac{6}{4} \geq \frac{2}{2}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 176. **B.** 192. **C.** 180. **D.** 170.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^6 - 2^4 = 128 + 64 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 2a_{n+2} + 9a_{n+1} - 18a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -17, a_1 = -20, a_2 = -118$.

A. $a_n = -6 \cdot 3^n + 7 \cdot 2^n + 4 \cdot (-3)^n$. **B.** $a_n = 6 \cdot 3^n - 7 \cdot 2^n - 4 \cdot (-3)^n$.
C. $a_n = 6 \cdot 3^n + 7 \cdot 2^n - 4 \cdot (-3)^n$. **D.** $a_n = -6 \cdot 3^n - 7 \cdot 2^n - 4 \cdot (-3)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 2r^2 - 9r + 18 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{3; 2; -3\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 3^n + A_2 \cdot 2^n + A_3 \cdot (-3)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -17 \\ a_1 & = -20 \\ a_2 & = -118 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -17 \\ 3A_1 + 2A_2 - 3A_3 & = -20 \\ 9A_1 + 4A_2 + 9A_3 & = -118 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -6 \\ A_2 & = -7 \\ A_3 & = -4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -6 \cdot 3^n - 7 \cdot 2^n - 4 \cdot (-3)^n$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 0, 0, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.
A. 24. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 57.
Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0000011 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 3, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 4.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 8, 9)$.
A. $(1, 2, 3, 5, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8)(1, 2, 3, 5, 6, 9)$. **B.** $(1, 2, 3, 5, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 3, 5, 7, 8)(1, 2, 3, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 9)$. **D.** $(1, 2, 3, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8)$.
Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 5, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 7. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:
A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.
Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án C □

Câu 8. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 21. **B**. 13. **C**. 17. **D**. 26.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1)*5+1=21$

Chọn đáp án A □

Câu 9. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n=5$.

A. 29. **B**. 14. **C**. 19. **D**. 16.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 9, a_1 = 60$ là:

A. $a_n = (-9+29n)\cdot(-3)^n$, với $n \geq 0$. **B**. $a_n = (-9-29n)\cdot 3^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (9-29n)\cdot(-3)^n$, với $n \geq 0$. **D**. $a_n = (9+29n)\cdot 3^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 6r + 9 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+3)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -3$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-3)^n + A_2 \cdot n \cdot (-3)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 9 \\ a_1 & = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 9 \\ -3A_1 - 3A_2 & = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 9 \\ A_2 & = -29 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (9-29n)\cdot(-3)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 116. **B**. 106. **C**. 110. **D**. 122.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 16.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 16$ là 110.
Chọn đáp án C □

Câu 12. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 20 & 4 & 13 & 10 & 17 \\ 16 & 0 & 10 & 11 & 20 & 13 \\ 21 & 9 & 0 & 5 & 8 & 7 \\ 12 & 21 & 9 & 0 & 10 & 6 \\ 10 & 9 & 12 & 6 & 0 & 20 \\ 14 & 13 & 13 & 3 & 17 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 144. **B.** 138. **C.** 79. **D.** 142.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 20 + 10 + 5 + 10 + 20 + 14 = 79$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =79.
Chọn đáp án C □

Câu 13. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 490 đến 9978 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 14?

A. 3444. **B.** 3383. **C.** 3406. **D.** 3389.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 14.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 490 đến 9978:

$$S_4 = \frac{9976 - 492}{4} + 1 = 2372$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 490 đến 9978:

$$S_7 = \frac{9975 - 490}{7} + 1 = 1356$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 490 đến 9978:

$$S_{14} = \frac{9968 - 490}{14} + 1 = 678$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4,7)$:

$$S_{4,7} = \frac{9968 - 504}{28} + 1 = 339$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4,14)$:

$$S_{4,14} = \frac{9968 - 504}{28} + 1 = 339$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7,14)$:

$$S_{7,14} = \frac{9968 - 490}{14} + 1 = 678$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4,7,14)$:

$$S_{4,7,14} = \frac{9968 - 504}{28} + 1 = 339$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2372 + 1356 + 678) - (339 + 339 + 678) + 339 = 3389.$$

Kết luận: Có **3389 số** trong đoạn từ 490 đến 9978 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 14.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5, 6, 7, 2, 8, 3, 9, 4, 1)$ là:

A. $(5, 6, 7, 2, 8, 4, 1, 3, 9)$.
B. $(4, 3, 2, 7, 6, 9, 5, 8, 1)$.
C. $(9, 5, 4, 8, 6, 7, 2, 1, 3)$.
D. $(9, 5, 2, 3, 7, 8, 4, 6, 1)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -81a_{n-1} - 2187a_{n-2} - 19683a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -30$, $a_1 = 1134$, $a_2 = -74358$.

A. $a_n = (-30 + 12n - 24n^2) \cdot (-27)^n$.
B. $a_n = (-30 + 12n - 24n^3) \cdot (-27)^n$.
C. $a_n = (-30 + 12n + 24n^2) \cdot (-27)^n$.
D. $a_n = (-30 - 12n - 24n^2) \cdot (-27)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 81r^2 + 2187r + 19683 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -27.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-27)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -30$, $A_2 = 12$, và $A_3 = -24$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-30 + 12n - 24n^2) \cdot (-27)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 0, 1, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 1, 0, 1, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)$.
B. $(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)$.
C. $(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)$.
D. $(0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 0, 1, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 0, 1, 1, 0$
  - $0, 0, 1, 0, 1, 1, 1$
  - $0, 0, 1, 1, 0, 0, 0$
  - $0, 0, 1, 1, 0, 0, 1$

Chọn đáp án C □

Câu 17. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 9$, $9 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 612932. **B.** 612960. **C.** 612947. **D.** 612941.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 9$, $3 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{51}^5 = 2349060.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 9, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{44}^5 = 1086008.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{44}^5 = 1086008.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 9, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{37}^5 = 435897.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 2349060 - 1086008 - 1086008 + 435897 = 612941.$$

Chọn đáp án D □

Câu 18. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1,2,3,6,7,8,9)$.

A. $(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,8,9)$.

B. $(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)$.

C. $(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)$.

D. $(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,4,5,6,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 19. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 \to max$

$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 6x_4 \leq 11$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,1)

A. $g(0, 1, 1) = 10.5$. **B**. $g(0, 1, 1) = 12.5$. **C**. $g(0, 1, 1) = 11.5$. **D**. $g(0, 1, 1) = 12.0$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{2} \geq \frac{5}{3} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{3}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 1, 1) = 11.5$

Chọn đáp án C □

Câu 20. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 406010. **B**. 405600. **C**. 405631. **D**. 405506.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 13

1.C	2.B	3.A	4.D	5.B	6.A	7.C	8.A	9.D	10.C
11.C	12.C	13.D	14.A	15.A	16.C	17.D	18.A	19.C	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 14

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 72a_{n-1} - 1728a_{n-2} + 13824a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 9$, $a_1 = 48$, $a_2 = 22464$.

A. $a_n = (9 + 29n + 22n^2) \cdot (24)^n$. **B.** $a_n = (9 - 29n + 22n^3) \cdot (24)^n$.
C. $a_n = (9 - 29n - 22n^2) \cdot (24)^n$. **D.** $a_n = (9 - 29n + 22n^2) \cdot (24)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 72r^2 + 1728r - 13824 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 24.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (24)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 9$, $A_2 = -29$, và $A_3 = 22$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (9 - 29n + 22n^2) \cdot (24)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 2. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + x_2 + 6x_3 + 6x_4 \to max$
$4x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{5}{4} \geq \frac{1}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án C □

Câu 3. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 52a_{n-1} - 676a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 22, a_1 = 468$ là:

A. $a_n = (-22 + 4n) \cdot 26^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-22 - 4n) \cdot (-26)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (22 - 4n) \cdot 26^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (22 + 4n) \cdot (-26)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 52a_{n-1} - 676a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 52r + 676 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 26)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 26$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 26^n + A_2 \cdot n \cdot 26^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 22 \\ a_1 & = 468 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 22 \\ 26A_1 + 26A_2 & = 468 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 22 \\ A_2 & = -4 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (22 - 4n) \cdot 26^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 4. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 461. **B.** 454. **C.** 460. **D.** 475.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 19.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_5 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_7 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_9 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 19$ là 460.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 272. **B.** 200. **C.** 231. **D.** 198.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 11000111 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 199, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 200.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -16a_{n+2} - 81a_{n+1} - 126a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -14, a_1 = 82, a_2 = -514$.

A. $a_n = 7 \cdot (-7)^n - 3 \cdot (-3)^n - 4 \cdot (-6)^n$. **B.** $a_n = -7 \cdot (-7)^n + 3 \cdot (-3)^n + 4 \cdot (-6)^n$.

C. $a_n = -7 \cdot (-7)^n - 3 \cdot (-3)^n - 4 \cdot (-6)^n$. **D.** $a_n = 7 \cdot (-7)^n + 3 \cdot (-3)^n - 4 \cdot (-6)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 16r^2 + 81r + 126 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-7; -3; -6\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-7)^n + A_2 \cdot (-3)^n + A_3 \cdot (-6)^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -14 \\ a_1 & = 82 \\ a_2 & = -514 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -14 \\ -7A_1 - 3A_2 - 6A_3 & = 82 \\ 49A_1 + 9A_2 + 36A_3 & = -514 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -7 \\ A_2 & = -3 \\ A_3 & = -4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -7 \cdot (-7)^n - 3 \cdot (-3)^n - 4 \cdot (-6)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho xâu nhị phân $X = \{0,0,0,1,1,0,0,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0,0,0,1,1,0,0,1)(0,0,0,1,1,0,1,0)(0,0,0,1,1,0,1,1)$.
B. $(0,0,0,1,1,0,1,1)(0,0,0,1,1,0,0,1)(0,0,0,1,1,0,1,0)$.
C. $(0,0,0,1,1,0,1,1)(0,0,0,1,1,0,1,0)(0,0,0,1,1,0,0,1)$.
D. $(0,0,0,1,1,0,1,0)(0,0,0,1,1,0,0,1)(0,0,0,1,1,0,1,1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0,0,0,1,1,0,0,0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0,0,0,1,1,0,0,1$
  - $0,0,0,1,1,0,1,0$
  - $0,0,0,1,1,0,1,1$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300018. **B**. 1299924. **C**. 1300332. **D**. 1300000.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 9. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3x_4 \to max$
$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 11$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0,0,1) = 8.5$. **B**. $g(0,0,1) = 9.0$. **C**. $g(0,0,1) = 9.5$. **D**. $g(0,0,1) = 7.5$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{1} \geq \frac{3}{2} \geq \frac{5}{4} \geq \frac{3}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 0, 1) = 8.5$

Chọn đáp án A □

Câu 10. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 3 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 5. **B**. 7. **C**. 9. **D**. 13.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 4.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3 - 1) * 4 + 1 = 9$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 543 đến 9657 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 11?

A. 3682. **B**. 3587. **C**. 3604. **D**. 3591.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 543 đến 9657:

$$S_4 = \frac{9656 - 544}{4} + 1 = 2279$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 543 đến 9657:

$$S_6 = \frac{9654 - 546}{6} + 1 = 1519$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 543 đến 9657:

$$S_{11} = \frac{9647 - 550}{11} + 1 = 828$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{9648 - 552}{12} + 1 = 759$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 11)$:

$$S_{4,11} = \frac{9636 - 572}{44} + 1 = 207$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(6, 11)$:

$$S_{6,11} = \frac{9636 - 594}{66} + 1 = 138$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6, 11)$:

$$S_{4,6,11} = \frac{9636 - 660}{132} + 1 = 69$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2279 + 1519 + 828) - (759 + 207 + 138) + 69 = 3591.$$

Kết luận: Có **3591 số** trong đoạn từ 543 đến 9657 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 11.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 11. **B.** 5. **C.** 28. **D.** 8.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$

Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 3, 5, 6, 7, 9)$.

A. $(2, 3, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 8, 9)$. **B.** $(2, 3, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 7, 8, 9)$.
C. $(2, 3, 4, 6, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 7, 8, 9)$. **D.** $(2, 3, 4, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 5, 6, 7, 8$
  - $2, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 6, 8, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 14. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 3, 7, 8, 9)$.

A. $(1,4,5,6,7)(1,4,5,6,9)(1,4,5,6,8)(1,4,5,8,9)(1,4,5,7,9)(1,4,5,7,8)$.
B. $(1,4,5,6,7)(1,4,5,6,8)(1,4,5,6,9)(1,4,5,7,8)(1,4,5,7,9)(1,4,5,8,9)$.
C. $(1,4,5,7,8)(1,4,5,6,7)(1,4,5,6,9)(1,4,5,6,8)(1,4,5,8,9)(1,4,5,7,9)$.
D. $(1,4,5,7,9)(1,4,5,6,9)(1,4,5,6,8)(1,4,5,6,7)(1,4,5,7,8)(1,4,5,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 4, 5, 6, 7$
  - $1, 4, 5, 6, 8$
  - $1, 4, 5, 6, 9$
  - $1, 4, 5, 7, 8$
  - $1, 4, 5, 7, 9$
  - $1, 4, 5, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 15. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 6 & 21 & 14 & 20 & 10 \\ 17 & 0 & 3 & 6 & 15 & 5 \\ 16 & 12 & 0 & 15 & 11 & 12 \\ 21 & 19 & 20 & 0 & 7 & 16 \\ 7 & 9 & 17 & 20 & 0 & 7 \\ 9 & 15 & 7 & 8 & 20 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 136. **B.** 47. **C.** 130. **D.** 134.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$$

Thay vào công thức, ta có:

$$\delta = 6 + 3 + 15 + 7 + 7 + 9 = 47$$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =47.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(8, 3, 9, 4, 7, 2, 6, 5, 1)$ là:

A. $(6, 9, 4, 3, 2, 7, 8, 5, 1)$. **B.** $(8, 3, 9, 4, 7, 5, 1, 2, 6)$.
C. $(1, 8, 3, 9, 7, 5, 4, 2, 6)$. **D.** $(2, 3, 7, 6, 5, 9, 1, 4, 8)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 215. **B.** 242. **C.** 227. **D.** 224.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án D □

Câu 18. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 19 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 3 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 116. **B.** 115. **C.** 113. **D.** 229.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 3 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(3 - 1) * 3 * 19 + 1 = 115$.
Chọn đáp án B □

Câu 19. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 9$, $9 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 150479. **B.** 150483. **C.** 150501. **D.** 150480.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 9$, $1 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 9, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{40}^5 = 658008.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 9, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{37}^5 = 435897.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 9, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{31}^5 = 169911.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 9, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{28}^5 = 98280.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 658008 - 435897 - 169911 + 98280 = 150480.$$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 12. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 15.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 ... x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.

– Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:

* Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.

* Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$
Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 14

1.D	2.C	3.C	4.C	5.B	6.C	7.A	8.D	9.A	10.C
11.D	12.D	13.A	14.B	15.B	16.B	17.D	18.B	19.D	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 15

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 \to max$
$3x_1 + x_2 + 5x_3 + 5x_4 \leq 10$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0,0,1) = 6.0$. **B.** $g(0,0,1) = 8.0$. **C.** $g(0,0,1) = 7.0$. **D.** $g(0,0,1) = 7.5$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{3} \geq \frac{2}{1} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,0,1) = 7.0$

Chọn đáp án C □

Câu 2. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 16 & 5 & 5 \\ 20 & 0 & 15 & 21 & 8 \\ 4 & 20 & 0 & 16 & 15 \\ 3 & 7 & 18 & 0 & 19 \\ 21 & 4 & 9 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 84. **B.** 132. **C.** 138. **D.** 136.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 13 + 15 + 16 + 19 + 21 = 84$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =84.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 14 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 2 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 29. **B.** 85. **C.** 27. **D.** 30.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 2 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(2-1)*2*14+1 = 29$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \to max$

$6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 4x_4 \leq 8$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{4} \geq \frac{5}{4} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{1}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = a_{n+2} + 9a_{n+1} - 9a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 8, a_1 = -26, a_2 = 40$.

A. $a_n = -4 + 3 \cdot 3^n + 7 \cdot (-3)^n$.
B. $a_n = -4 - 3 \cdot 3^n + 7 \cdot (-3)^n$.
C. $a_n = 4 - 3 \cdot 3^n + 7 \cdot (-3)^n$.
D. $a_n = 4 + 3 \cdot 3^n - 7 \cdot (-3)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - r^2 - 9r + 9 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{1; 3; -3\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 + A_2 \cdot 3^n + A_3 \cdot (-3)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 8 \\ a_1 &= -26 \\ a_2 &= 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 8 \\ A_1 + 3A_2 - 3A_3 &= -26 \\ A_1 + 9A_2 + 9A_3 &= 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 4 \\ A_2 &= -3 \\ A_3 &= 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 4 - 3 \cdot 3^n + 7 \cdot (-3)^n$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 47. **B.** 22. **C.** 24. **D.** 84.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00010111 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 23, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 24.

Chọn đáp án (C) □

Câu 7. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 48a_{n-1} - 576a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 30, a_1 = 336$ là:

A. $a_n = (-30 - 16n) \cdot (-24)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-30 + 16n) \cdot 24^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (30 + 16n) \cdot (-24)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (30 - 16n) \cdot 24^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 48a_{n-1} - 576a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 48r + 576 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 24)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 24$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 24^n + A_2 \cdot n \cdot 24^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 30 \\ a_1 &= 336 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 30 \\ 24A_1 + 24A_2 &= 336 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 30 \\ A_2 &= -16 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (30 - 16n) \cdot 24^n$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 8. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 21. **B**. 36. **C**. 29. **D**. 25.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 7.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1)*7+1=29$

Chọn đáp án C □

Câu 9. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n=5$.

A. 18. **B**. 14. **C**. 46. **D**. 16.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 329 đến 8311 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 16?

A. 3325. **B**. 3383. **C**. 3315. **D**. 3331.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 16.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 329 đến 8311:

$$S_3 = \frac{8310-330}{3} + 1 = 2661$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 329 đến 8311:

$$S_8 = \frac{8304-336}{8} + 1 = 997$$

- Số các số chia hết cho 16 trong đoạn từ 329 đến 8311:

$$S_{16} = \frac{8304-336}{16} + 1 = 499$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3,8)$:

$$S_{3,8} = \frac{8304-336}{24} + 1 = 333$$

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3,16)$:

$$S_{3,16} = \frac{8304-336}{48} + 1 = 167$$

- Số các số chia hết cho BCNN(8, 16):

$$S_{8,16} = \frac{8304 - 336}{16} + 1 = 499$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(3, 8, 16):

$$S_{3,8,16} = \frac{8304 - 336}{48} + 1 = 167$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2661 + 997 + 499) - (333 + 167 + 499) + 167 = 3325.$$

Kết luận: Có **3325 số** trong đoạn từ 329 đến 8311 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 16.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(8, 2, 1, 4, 3, 7, 9, 5, 6)$ là:

A. $(4, 8, 6, 2, 9, 3, 7, 5, 1)$. **B.** $(8, 2, 1, 4, 3, 7, 9, 6, 5)$.
C. $(4, 1, 2, 7, 9, 8, 5, 3, 6)$. **D.** $(7, 2, 4, 6, 5, 3, 1, 9, 8)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)$.
B. $(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)$.
C. $(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)$.
D. $(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0$
  - $0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1$
  - $0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0$

Chọn đáp án C □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 4, 5, 6, 7, 8)$.

A. $(1, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 8, 9)$.
B. $(1, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 4, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 4, 5, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 4, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 21. **B.** 20. **C.** 19. **D.** 22.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án B □

Câu 15. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 57$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 8$, $8 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 517661. **B.** 517646. **C.** 517650. **D.** 517654.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 57.$$

Điều kiện: $2 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 8$, $1 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 57, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 8, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{51}^5 = 2349060.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 57, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 8, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{46}^5 = 1370754.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 57, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 8, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{43}^5 = 962598.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 57, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 8, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{38}^5 = 501942.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 2349060 - 1370754 - 962598 + 501942 = 517650.$$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 173. **B.** 177. **C.** 188. **D.** 176.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^6 - 2^4 = 128 + 64 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1299888. **B.** 1300091. **C.** 1300000. **D.** 1300454.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -42a_{n-1} - 588a_{n-2} - 2744a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -11$, $a_1 = 252$, $a_2 = -5684$.

A. $a_n = (-11 - 5n - 2n^3) \cdot (-14)^n$. **B.** $a_n = (-11 - 5n - 2n^2) \cdot (-14)^n$.

C. $a_n = (-11 + 5n - 2n^2) \cdot (-14)^n$. **D.** $a_n = (-11 - 5n + 2n^2) \cdot (-14)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 42r^2 + 588r + 2744 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -14.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-14)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -11$, $A_2 = -5$, và $A_3 = -2$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-11 - 5n - 2n^2) \cdot (-14)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 19. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 335. **B.** 312. **C.** 315. **D.** 325.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 16.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 4, 5, 6, 7, 8)$.

A. $(1, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 5, 7, 8, 9)(1, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8)$.
B. $(1, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 5, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 3, 5, 7, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 5, 7, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 4, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 3, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 15

1.C	2.A	3.A	4.B	5.C	6.C	7.D	8.C	9.D	10.A
11.B	12.C	13.B	14.B	15.C	16.D	17.C	18.B	19.C	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 16

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 0, 1, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 157. **B.** 213. **C.** 116. **D.** 117.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1110100 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 116, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 117.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$.
B. $(1, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$.
C. $(1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 1, 1)$.
D. $(1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 0, 1, 0, 0, 1, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 0, 1, 1, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 1, 0, 0, 0, 0$
  - $1, 0, 1, 0, 0, 0, 1$
  - $1, 0, 1, 0, 0, 1, 0$
  - $1, 0, 1, 0, 0, 1, 1$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)$.
D. $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 9$

– $1, 2, 4, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 4. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 2 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 9 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 49. **B.** 50. **C.** 73. **D.** 47.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 9 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(9-1)*3*2+1=49$.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 3 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 4. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 4.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1)*4+1=5$

Chọn đáp án D □

Câu 6. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)$.

B. $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)$.

C. $(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)$.

D. $(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 7. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 9$, $7 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 86679. **B.** 86699. **C.** 86683. **D.** 86681.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47.$$

Điều kiện: $2 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 9$, $5 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 9, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{36}^5 = 376992.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 9, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{29}^5 = 118755.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 9, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{33}^5 = 237336.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 9, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{26}^5 = 65780.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 376992 - 118755 - 237336 + 65780 = 86681.$$

Chọn đáp án D □

Câu 8. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 144. **B.** 145. **C.** 159. **D.** 150.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 19.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_1 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_3 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_5 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_7 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_9 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 19$ là 145.
Chọn đáp án B □

Câu 9. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$3x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 \to max$
$2x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 5$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$
B. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{3}{2} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{2}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 10. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$
$3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,1)

A. $g(1, 0, 1) = 9.5$. **B.** $g(1, 0, 1) = 7.5$. **C.** $g(1, 0, 1) = 9.0$. **D.** $g(1, 0, 1) = 8.5$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{3} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{1}{2}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 1) = 8.5$

Chọn đáp án D □

Câu 11. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 18. **B.** 16. **C.** 46. **D.** 15.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án B □

Câu 12. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 11 & 18 & 7 & 9 \\ 20 & 0 & 12 & 6 & 10 \\ 21 & 10 & 0 & 9 & 15 \\ 6 & 10 & 19 & 0 & 13 \\ 8 & 18 & 11 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 53. **B.** 96. **C.** 100. **D.** 102.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 11 + 12 + 9 + 13 + 8 = 53$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =53.
Chọn đáp án A □

Câu 13. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 22. **B.** 21. **C.** 20. **D.** 19.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án C □

Câu 14. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -2a_{n+2}+13a_{n+1}-10a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 2, a_1 = 50, a_2 = -148$.

A. $a_n = 3 + 7 \cdot (-5)^n - 6 \cdot 2^n$. **B.** $a_n = 3 - 7 \cdot (-5)^n + 6 \cdot 2^n$.
C. $a_n = -3 + 7 \cdot (-5)^n + 6 \cdot 2^n$. **D.** $a_n = -3 - 7 \cdot (-5)^n + 6 \cdot 2^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 2r^2 - 13r + 10 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{1; -5; 2\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 + A_2 \cdot (-5)^n + A_3 \cdot 2^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 2 \\ a_1 & = 50 \\ a_2 & = -148 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 2 \\ A_1 - 5A_2 + 2A_3 & = 50 \\ A_1 + 25A_2 + 4A_3 & = -148 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 3 \\ A_2 & = -7 \\ A_3 & = 6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 3 - 7 \cdot (-5)^n + 6 \cdot 2^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 15. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(3, 9, 8, 2, 4, 1, 5, 7, 6)$ là:

A. $(8, 5, 6, 4, 9, 7, 2, 3, 1)$. **B.** $(7, 8, 3, 5, 2, 1, 4, 6, 9)$.
C. $(4, 5, 3, 6, 1, 8, 2, 7, 9)$. **D.** $(3, 9, 8, 2, 4, 1, 6, 5, 7)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300308. **B.** 1299885. **C.** 1300000. **D.** 1300052.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 17. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 810 đến 9002 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 11?

A. 3938. **B.** 3941. **C.** 3919. **D.** 3966.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 11.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 810 đến 9002:

$$S_3 = \frac{9000 - 810}{3} + 1 = 2731$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 810 đến 9002:

$$S_7 = \frac{9002 - 812}{7} + 1 = 1171$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 810 đến 9002:

$$S_{11} = \frac{8998 - 814}{11} + 1 = 745$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 7)$:

$$S_{3,7} = \frac{8988 - 819}{21} + 1 = 390$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 11)$:

$$S_{3,11} = \frac{8976 - 825}{33} + 1 = 248$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(7, 11)$:

$$S_{7,11} = \frac{8932 - 847}{77} + 1 = 106$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 7, 11)$:

$$S_{3,7,11} = \frac{8778 - 924}{231} + 1 = 35$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2731 + 1171 + 745) - (390 + 248 + 106) + 35 = 3938.$$

Kết luận: Có **3938 số** trong đoạn từ 810 đến 9002 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 11.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -75a_{n-1} - 1875a_{n-2} - 15625a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 22$, $a_1 = 550$, $a_2 = -58750$.

A. $a_n = (22 - 30n - 14n^3) \cdot (-25)^n$.
B. $a_n = (22 - 30n + 14n^2) \cdot (-25)^n$.
C. $a_n = (22 - 30n - 14n^2) \cdot (-25)^n$.
D. $a_n = (22 + 30n - 14n^2) \cdot (-25)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 75r^2 + 1875r + 15625 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -25.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-25)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 22$, $A_2 = -30$, và $A_3 = -14$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (22 - 30n - 14n^2) \cdot (-25)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 19. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 172. **B.** 185. **C.** 176. **D.** 201.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án C □

Câu 20. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 46a_{n-1} - 529a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -8, a_1 = 460$ là:

A. $a_n = (-8 + 28n) \cdot 23^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-8 - 28n) \cdot (-23)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (8 + 28n) \cdot (-23)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (8 - 28n) \cdot 23^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 46a_{n-1} - 529a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 46r + 529 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-23)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 23$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 23^n + A_2 \cdot n \cdot 23^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -8 \\ a_1 & = 460 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -8 \\ 23A_1 + 23A_2 & = 460 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -8 \\ A_2 & = 28 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-8 + 28n) \cdot 23^n$.
Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 16

1.D	2.C	3.D	4.A	5.D	6.C	7.D	8.B	9.C	10.D
11.B	12.A	13.C	14.B	15.D	16.C	17.A	18.C	19.C	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 17

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0)$.
B. $(1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1)$.
C. $(1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0)$.
D. $(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0$
  - $1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1$
  - $1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0$

Chọn đáp án D □

Câu 2. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(6, 9, 2, 8, 1, 7, 3, 5, 4)$ là:
A. $(4, 8, 2, 9, 6, 1, 5, 3, 7)$.
B. $(5, 7, 4, 6, 9, 2, 8, 3, 1)$.
C. $(1, 8, 9, 5, 3, 4, 2, 6, 7)$.
D. $(6, 9, 2, 8, 1, 7, 4, 3, 5)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -78a_{n-1} - 2028a_{n-2} - 17576a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -14$, $a_1 = 1742$, $a_2 = -121680$.
A. $a_n = (-14 - 23n - 30n^2) \cdot (-26)^n$.
B. $a_n = (-14 - 23n + 30n^2) \cdot (-26)^n$.
C. $a_n = (-14 + 23n - 30n^2) \cdot (-26)^n$.
D. $a_n = (-14 - 23n - 30n^3) \cdot (-26)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 78r^2 + 2028r + 17576 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -26.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-26)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -14$, $A_2 = -23$, và $A_3 = -30$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-14 - 23n - 30n^2) \cdot (-26)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 4. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án B □

Câu 5. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 4. **B.** 18. **C.** 36. **D.** 8.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án D □

Câu 6. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 11 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 232. **B.** 353. **C.** 233. **D.** 230.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(8 - 1) * 3 * 11 + 1 = 232$.
Chọn đáp án A □

Câu 7. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 6a_{n+2} - 5a_{n+1} - 12a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 11, a_1 = 48, a_2 = 164$.

A. $a_n = -2 \cdot (-1)^n - 7 \cdot 4^n - 6 \cdot 3^n$. **B.** $a_n = 2 \cdot (-1)^n - 7 \cdot 4^n + 6 \cdot 3^n$.
C. $a_n = 2 \cdot (-1)^n + 7 \cdot 4^n + 6 \cdot 3^n$. **D.** $a_n = -2 \cdot (-1)^n + 7 \cdot 4^n + 6 \cdot 3^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 6r^2 + 5r + 12 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-1; 4; 3\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-1)^n + A_2 \cdot 4^n + A_3 \cdot 3^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 11 \\ a_1 &= 48 \\ a_2 &= 164 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 11 \\ -A_1 + 4A_2 + 3A_3 &= 48 \\ A_1 + 16A_2 + 9A_3 &= 164 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -2 \\ A_2 &= 7 \\ A_3 &= 6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -2 \cdot (-1)^n + 7 \cdot 4^n + 6 \cdot 3^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 24. **B.** 25. **C.** 23. **D.** 26.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.

$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.

$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$

Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 134. **B.** 152. **C.** 93. **D.** 91.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 01011100 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 92, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 93.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 929 đến 9099 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 13?

A. 3961. **B.** 3861. **C.** 3869. **D.** 3856.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 929 đến 9099:

$$S_3 = \frac{9099 - 930}{3} + 1 = 2724$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 929 đến 9099:

$$S_7 = \frac{9093 - 931}{7} + 1 = 1167$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 929 đến 9099:

$$S_{13} = \frac{9087 - 936}{13} + 1 = 628$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 7)$:

$$S_{3,7} = \frac{9093 - 945}{21} + 1 = 389$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 13)$:

$$S_{3,13} = \frac{9087 - 936}{39} + 1 = 210$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(7, 13)$:

$$S_{7,13} = \frac{9009 - 1001}{91} + 1 = 89$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 7, 13)$:

$$S_{3,7,13} = \frac{9009 - 1092}{273} + 1 = 30$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2724 + 1167 + 628) - (389 + 210 + 89) + 30 = 3861.$$

Kết luận: Có **3861 số** trong đoạn từ 929 đến 9099 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 13.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 33. **B.** 19. **C.** 25. **D.** 22.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 8.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 8 + 1 = 25$

Chọn đáp án C □

Câu 12. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 5x_4 \to max$
$3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 5$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{5}{3} \geq \frac{2}{2}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
Chọn đáp án B □

Câu 13. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 14 & 9 & 20 & 3 & 5 \\ 5 & 0 & 4 & 16 & 5 & 12 \\ 12 & 6 & 0 & 5 & 9 & 18 \\ 6 & 7 & 12 & 0 & 14 & 13 \\ 15 & 5 & 15 & 11 & 0 & 14 \\ 18 & 3 & 9 & 10 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 115. **B.** 117. **C.** 69. **D.** 111.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 14 + 4 + 5 + 14 + 14 + 18 = 69$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =69.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 468. **B.** 460. **C.** 473. **D.** 454.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405600. **B.** 405666. **C.** 405516. **D.** 405942.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 \to max$
$x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 6x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1, 0, 0) = 2.0$. **B.** $g(1, 0, 0) = 3.5$. **C.** $g(1, 0, 0) = 4.0$. **D.** $g(1, 0, 0) = 3.0$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{1}{1} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{2}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,0,0) = 3.0$

Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1,2,3,4,6,7,8,9)$.

A. $(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)$.
B. $(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,5,6,7,9)$.
C. $(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)$.
D. $(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1,2,3,4,6,7,8,9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,2,3,4,5,7,8,9$
  - $1,2,3,4,5,6,8,9$
  - $1,2,3,4,5,6,7,9$

Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -20a_{n-1} - 100a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 13, a_1 = -230$ là:

A. $a_n = (-13 - 10n) \cdot (-10)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (13 + 10n) \cdot (-10)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (13 - 10n) \cdot 10^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-13 + 10n) \cdot 10^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -20a_{n-1} - 100a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 20r + 100 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+10)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -10$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-10)^n + A_2 \cdot n \cdot (-10)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 13 \\ a_1 & = -230 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 13 \\ -10A_1 - 10A_2 & = -230 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 13 \\ A_2 & = 10 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (13 + 10n) \cdot (-10)^n$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 19. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 240. **B.** 244. **C.** 270. **D.** 239.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^4 = 128 + 128 - 16 = 240$$

Vậy có **240** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 20. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 4$, $8 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 204310. **B**. 204336. **C**. 204323. **D**. 204314.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 4$, $3 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 4, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{44}^5 = 1086008.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 4, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{40}^5 = 658008.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 4, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{38}^5 = 501942.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 4, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{34}^5 = 278256.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1086008 - 658008 - 501942 + 278256 = 204314.$$

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 17

1.D	2.D	3.A	4.B	5.D	6.A	7.D	8.A	9.C	10.B
11.C	12.B	13.C	14.B	15.A	16.D	17.B	18.B	19.A	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 18

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6759814. **B**. 6760097. **C**. 6760000. **D**. 6760264.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 1, 1, 1, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 95. **B**. 91. **C**. 93. **D**. 175.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1011100 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 92, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 93.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 5x_4 \to max$
$2x_1 + 6x_2 + 6x_3 + x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B**. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{1} \geq \frac{3}{2} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{2}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 5, 8, 9)$.

A. $(1,2,5,7,9)(1,2,5,7,8)(1,2,5,6,7)(1,2,5,6,9)(1,2,5,6,8)(1,2,4,8,9)$.
B. $(1,2,5,6,8)(1,2,5,6,9)(1,2,5,7,9)(1,2,5,7,8)(1,2,4,8,9)(1,2,5,6,7)$.
C. $(1,2,5,7,9)(1,2,5,7,8)(1,2,5,6,9)(1,2,5,6,7)(1,2,5,6,8)(1,2,4,8,9)$.
D. $(1,2,5,7,9)(1,2,5,7,8)(1,2,5,6,9)(1,2,5,6,8)(1,2,5,6,7)(1,2,4,8,9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 5, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 5, 7, 9$
  - $1, 2, 5, 7, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 9$
  - $1, 2, 5, 6, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 7$
  - $1, 2, 4, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 5. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 15 & 19 & 19 & 3 & 10 \\ 13 & 0 & 9 & 8 & 14 & 19 \\ 9 & 14 & 0 & 10 & 9 & 16 \\ 18 & 15 & 16 & 0 & 10 & 7 \\ 5 & 20 & 5 & 13 & 0 & 9 \\ 19 & 10 & 18 & 14 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 134. **B.** 140. **C.** 138. **D.** 72.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 15 + 9 + 10 + 10 + 9 + 19 = 72$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =72.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 34. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án B □

Câu 7. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 177. **B.** 188. **C.** 176. **D.** 170.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án C □

Câu 8. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 90a_{n-1} - 2700a_{n-2} + 27000a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -13$, $a_1 = -1830$, $a_2 = -137700$.

A. $a_n = (-13 + 26n - 22n^2) \cdot (30)^n$.
B. $a_n = (-13 - 26n - 22n^3) \cdot (30)^n$.
C. $a_n = (-13 - 26n - 22n^2) \cdot (30)^n$.
D. $a_n = (-13 - 26n + 22n^2) \cdot (30)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 90r^2 + 2700r - 27000 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 30.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (30)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -13$, $A_2 = -26$, và $A_3 = -22$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-13 - 26n - 22n^2) \cdot (30)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 9. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 \to max$
$3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 11$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1, 0, 0) = 5.6$. **B.** $g(1, 0, 0) = 7.1$. **C.** $g(1, 0, 0) = 6.6$. **D.** $g(1, 0, 0) = 7.6$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{3} \geq \frac{4}{6} \geq \frac{1}{3} \geq \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,0,0) = 6.6$

Chọn đáp án C □

Câu 10. Cho xâu nhị phân $X = \{1,0,0,0,1,0,0,1,1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1,0,0,0,1,0,1,1,1)(1,0,0,0,1,0,1,1,0)(1,0,0,0,1,0,1,0,0)(1,0,0,0,1,0,1,0,1)$.
B. $(1,0,0,0,1,0,1,1,1)(1,0,0,0,1,0,1,0,0)(1,0,0,0,1,0,1,1,0)(1,0,0,0,1,0,1,0,1)$.
C. $(1,0,0,0,1,0,1,0,0)(1,0,0,0,1,0,1,0,1)(1,0,0,0,1,0,1,1,0)(1,0,0,0,1,0,1,1,1)$.
D. $(1,0,0,0,1,0,1,1,1)(1,0,0,0,1,0,1,1,0)(1,0,0,0,1,0,1,0,1)(1,0,0,0,1,0,1,0,0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1,0,0,0,1,0,0,1,1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,0,0,0,1,0,1,0,0$
  - $1,0,0,0,1,0,1,0,1$
  - $1,0,0,0,1,0,1,1,0$
  - $1,0,0,0,1,0,1,1,1$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -58a_{n-1} - 841a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 10, a_1 = -667$ là:

A. $a_n = (-10-13n)\cdot(-29)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (10+13n)\cdot(-29)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (10-13n)\cdot 29^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-10+13n)\cdot 29^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -58a_{n-1} - 841a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 58r + 841 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+29)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -29$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-29)^n + A_2 \cdot n \cdot (-29)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 10 \\ a_1 &= -667 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 10 \\ -29A_1 - 29A_2 &= -667 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 10 \\ A_2 &= 13 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (10+13n)\cdot(-29)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 12. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 588 đến 8021 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 15?

A. 2973. **B.** 3055. **C.** 2979. **D.** 2967.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 15.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 588 đến 8021:

$$S_4 = \frac{8020 - 588}{4} + 1 = 1859$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 588 đến 8021:

$$S_7 = \frac{8015 - 588}{7} + 1 = 1062$$

- Số các số chia hết cho 15 trong đoạn từ 588 đến 8021:

$$S_{15} = \frac{8010 - 600}{15} + 1 = 495$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 7)$:

$$S_{4,7} = \frac{8008 - 588}{28} + 1 = 266$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 15)$:

$$S_{4,15} = \frac{7980 - 600}{60} + 1 = 124$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(7, 15)$:

$$S_{7,15} = \frac{7980 - 630}{105} + 1 = 71$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 7, 15)$:

$$S_{4,7,15} = \frac{7980 - 840}{420} + 1 = 18$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1859 + 1062 + 495) - (266 + 124 + 71) + 18 = 2973.$$

Kết luận: Có **2973 số** trong đoạn từ 588 đến 8021 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 15.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 46$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 4$, $9 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 230151. **B**. 230157. **C**. 230145. **D**. 230143.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 46.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 4$, $1 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 46, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 4, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{42}^5 = 850668.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 46, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 4, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{38}^5 = 501942.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 46, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 4, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{33}^5 = 237336.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 46, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 4, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{29}^5 = 118755.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 850668 - 501942 - 237336 + 118755 = 230145.$$

Chọn đáp án C □

Câu 14. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 147. **B.** 143. **C.** 145. **D.** 159.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 19.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_3 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_5 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_7 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_9 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 19$ là 145.
Chọn đáp án C □

Câu 15. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 14. **B.** 12. **C.** 13. **D.** 15.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
    - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
        * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
        * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$
Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 4, 5, 9)$.
A. $(2, 3, 4, 6, 8)(2, 3, 4, 6, 9)(2, 3, 4, 6, 7)$. **B.** $(2, 3, 4, 6, 7)(2, 3, 4, 6, 8)(2, 3, 4, 6, 9)$.
C. $(2, 3, 4, 6, 7)(2, 3, 4, 6, 9)(2, 3, 4, 6, 8)$. **D.** $(2, 3, 4, 6, 9)(2, 3, 4, 6, 8)(2, 3, 4, 6, 7)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 4, 5, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 6, 7$
  - $2, 3, 4, 6, 8$
  - $2, 3, 4, 6, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 17. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?
A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 15.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 7.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1)*7+1=8$
Chọn đáp án C □

Câu 18. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 18 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:
A. 361. **B.** 217. **C.** 218. **D.** 215.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(5-1)*3*18+1 = 217$.
Chọn đáp án B □

Câu 19. Cho tập $\mathrm{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 6, 8, 2, 5, 1, 3, 4, 9)$ là:
A. $(7, 3, 4, 6, 8, 9, 5, 1, 2)$. **B.** $(7, 6, 8, 2, 5, 1, 3, 9, 4)$.
C. $(5, 2, 7, 9, 8, 6, 4, 3, 1)$. **D.** $(9, 1, 2, 8, 5, 3, 4, 6, 7)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -11a_{n+2} - 36a_{n+1} - 36a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 1, a_1 = 16, a_2 = -134$.
A. $a_n = -2 \cdot (-3)^n + 4 \cdot (-6)^n - 7 \cdot (-2)^n$. **B.** $a_n = -2 \cdot (-3)^n - 4 \cdot (-6)^n + 7 \cdot (-2)^n$.
C. $a_n = 2 \cdot (-3)^n - 4 \cdot (-6)^n + 7 \cdot (-2)^n$. **D.** $a_n = 2 \cdot (-3)^n + 4 \cdot (-6)^n + 7 \cdot (-2)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 11r^2 + 36r + 36 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-3; -6; -2\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-3)^n + A_2 \cdot (-6)^n + A_3 \cdot (-2)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 1 \\ a_1 &= 16 \\ a_2 &= -134 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 1 \\ -3A_1 - 6A_2 - 2A_3 &= 16 \\ 9A_1 + 36A_2 + 4A_3 &= -134 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -2 \\ A_2 &= -4 \\ A_3 &= 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -2 \cdot (-3)^n - 4 \cdot (-6)^n + 7 \cdot (-2)^n$.
Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 18

1.C	2.C	3.B	4.D	5.D	6.B	7.C	8.C	9.C	10.C
11.B	12.A	13.C	14.C	15.C	16.B	17.C	18.B	19.B	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 19

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300487. **B.** 1300000. **C.** 1299831. **D.** 1300062.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 2 đến 6295 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 16?

A. 2634. **B.** 2715. **C.** 2622. **D.** 2612.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 16.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 2 đến 6295:

$$S_3 = \frac{6294 - 3}{3} + 1 = 2098$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 2 đến 6295:

$$S_8 = \frac{6288 - 8}{8} + 1 = 786$$

- Số các số chia hết cho 16 trong đoạn từ 2 đến 6295:

$$S_{16} = \frac{6288 - 16}{16} + 1 = 393$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{6288 - 24}{24} + 1 = 262$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 16)$:

$$S_{3,16} = \frac{6288 - 48}{48} + 1 = 131$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(8, 16)$:

$$S_{8,16} = \frac{6288 - 16}{16} + 1 = 393$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8, 16)$:

$$S_{3,8,16} = \frac{6288 - 48}{48} + 1 = 131$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2098 + 786 + 393) - (262 + 131 + 393) + 131 = 2622.$$

Kết luận: Có **2622 số** trong đoạn từ 2 đến 6295 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 16.
Chọn đáp án C □

Câu 3. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 \to max$

$6x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 \le 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1.$
B. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.$
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \dots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{1} \ge \frac{2}{1} \ge \frac{4}{6} \ge \frac{2}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 5x_2 + x_3 + 5x_4 \to max$
$x_1 + 5x_2 + x_3 + 6x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0, 0, 1) = 5.0$. **B.** $g(0, 0, 1) = 6.0$. **C.** $g(0, 0, 1) = 6.5$. **D.** $g(0, 0, 1) = 7.0$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{1} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{5}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 0, 1) = 6.0$

Chọn đáp án B □

Câu 5. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 18 & 11 & 18 \\ 9 & 0 & 18 & 17 & 20 \\ 12 & 10 & 0 & 7 & 18 \\ 7 & 4 & 20 & 0 & 6 \\ 13 & 9 & 6 & 13 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 115. **B.** 47. **C.** 109. **D.** 113.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 3 + 18 + 7 + 6 + 13 = 47$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =47.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(9, 1, 7, 2, 4, 3, 5, 8, 6)$ là:

A. $(3, 7, 9, 4, 8, 5, 2, 1, 6)$. **B.** $(9, 1, 7, 2, 4, 3, 6, 5, 8)$.
C. $(6, 1, 7, 8, 4, 2, 9, 3, 5)$. **D.** $(7, 1, 8, 4, 3, 2, 6, 5, 9)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 75a_{n-1} - 1875a_{n-2} + 15625a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -5$, $a_1 = -525$, $a_2 = -15625$.

A. $a_n = (-5 - 22n + 6n^2) \cdot (25)^n$. **B.** $a_n = (-5 - 22n - 6n^2) \cdot (25)^n$.
C. $a_n = (-5 - 22n + 6n^3) \cdot (25)^n$. **D.** $a_n = (-5 + 22n + 6n^2) \cdot (25)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 75r^2 + 1875r - 15625 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 25.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (25)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -5$, $A_2 = -22$, và $A_3 = 6$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-5 - 22n + 6n^2) \cdot (25)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -10a_{n+2} - 27a_{n+1} - 18a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 12, a_1 = -40, a_2 = 184$.

A. $a_n = 4 \cdot (-3)^n - 4 \cdot (-1)^n - 4 \cdot (-6)^n$. **B.** $a_n = 4 \cdot (-3)^n + 4 \cdot (-1)^n + 4 \cdot (-6)^n$.
C. $a_n = -4 \cdot (-3)^n - 4 \cdot (-1)^n + 4 \cdot (-6)^n$. **D.** $a_n = -4 \cdot (-3)^n + 4 \cdot (-1)^n + 4 \cdot (-6)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 10r^2 + 27r + 18 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-3; -1; -6\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-3)^n + A_2 \cdot (-1)^n + A_3 \cdot (-6)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 12 \\ a_1 &= -40 \\ a_2 &= 184 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 12 \\ -3A_1 - A_2 - 6A_3 &= -40 \\ 9A_1 + A_2 + 36A_3 &= 184 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 4 \\ A_2 &= 4 \\ A_3 &= 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 4 \cdot (-3)^n + 4 \cdot (-1)^n + 4 \cdot (-6)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 9. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)$.
B. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$.
C. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$.
D. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1$
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0$
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$

Chọn đáp án B □

Câu 10. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.
A. 30. **B**. 14. **C**. 16. **D**. 19.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án C □

Câu 11. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?
A. 169. **B**. 178. **C**. 189. **D**. 176.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án D □

Câu 12. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 328. **B.** 324. **C.** 315. **D.** 309.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 17.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 17$ là 315.
Chọn đáp án C □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)$.
A. $(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 7, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 14. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 9$, $7 \geq x_3 \geq 5$ là:
A. 9565. **B**. 9582. **C**. 9576. **D**. 9570.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 9$, $5 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 9, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{21}^5 = 20349.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 9, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{15}^5 = 3003.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 9, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{18}^5 = 8568.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 9, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{12}^5 = 792.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 20349 - 3003 - 8568 + 792 = 9570.$$

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 8, 9)$.

A. $(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,9)$.
B. $(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8)$.
C. $(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,5,6,7,9)$.
D. $(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,5,6,7,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 16. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giả thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 7.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 3.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4-1)*3+1 = 10$

Chọn đáp án C □

Câu 17. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 16 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 19 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 577. **B.** 575. **C.** 578. **D.** 913.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 19 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(19-1)*2*16+1=577$.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n=-58a_{n-1}-841a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0=-6, a_1=957$ là:

A. $a_n=(6-27n)\cdot 29^n$, với $n\geq 0$. **B.** $a_n=(6+27n)\cdot(-29)^n$, với $n\geq 0$.

C. $a_n=(-6+27n)\cdot 29^n$, với $n\geq 0$. **D.** $a_n=(-6-27n)\cdot(-29)^n$, với $n\geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n=-58a_{n-1}-841a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2+58r+841=0.$$

$$\Leftrightarrow (r+29)^2=0\Leftrightarrow r=-29$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n=A_1\cdot r^n+A_2\cdot n\cdot r^n=A_1\cdot(-29)^n+A_2\cdot n\cdot(-29)^n$$

vì:

$$\begin{cases}a_0 &= -6\\ a_1 &= 957\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A_1 &= -6\\ -29A_1-29A_2 &= 957\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A_1 &= -6\\ A_2 &= -27\end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n=(-6-27n)\cdot(-29)^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho xâu nhị phân $X=\{1,1,1,1,0,0,0,0,0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 575. **B.** 493. **C.** 481. **D.** 480.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 111100000 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 480, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 481.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 12. **B.** 13. **C.** 15. **D.** 14.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i\in\{0,1\}$ với $i=0,1,...,n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0}=0$, $\overline{a_1}=0$, $\overline{a_2}=0$, $\overline{a_3}=1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n\neq 1\Rightarrow\overline{a_n}=\overline{a_{n-1}}$.

- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$
Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 19

1.B	2.C	3.B	4.B	5.B	6.B	7.A	8.B	9.B	10.C
11.D	12.C	13.C	14.D	15.D	16.C	17.A	18.D	19.C	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 20

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 360. **B**. 376. **C**. 352. **D**. 345.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^7 - 2^5 = 256 + 128 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 0, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 1, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(1, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0)$.
B. $(1, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0)(1, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 0, 1, 1)$.
C. $(1, 1, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0)(1, 1, 1, 0, 1, 0, 0)$.
D. $(1, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0)(1, 1, 1, 0, 0, 1, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 1, 0, 0, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 1, 0, 0, 1, 1$
  - $1, 1, 1, 0, 1, 0, 0$
  - $1, 1, 1, 0, 1, 0, 1$

– $1, 1, 1, 0, 1, 1, 0$

Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 35. **B**. 15. **C**. 16. **D**. 25.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 7)$.

A. $(1, 2, 3, 5, 8)(1, 2, 3, 5, 9)(1, 2, 3, 6, 7)(1, 2, 3, 6, 8)(1, 2, 3, 6, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 5, 9)(1, 2, 3, 6, 8)(1, 2, 3, 5, 8)(1, 2, 3, 6, 7)(1, 2, 3, 6, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 6, 8)(1, 2, 3, 5, 9)(1, 2, 3, 5, 8)(1, 2, 3, 6, 7)(1, 2, 3, 6, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 5, 8)(1, 2, 3, 6, 9)(1, 2, 3, 6, 7)(1, 2, 3, 5, 9)(1, 2, 3, 6, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 7$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  – $1, 2, 3, 5, 8$
  – $1, 2, 3, 5, 9$
  – $1, 2, 3, 6, 7$
  – $1, 2, 3, 6, 8$
  – $1, 2, 3, 6, 9$

Chọn đáp án (A) □

Câu 5. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 754 đến 6599 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 14?

A. 2652 . **B**. 2636 . **C**. 2644 . **D**. 2733 .

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 14.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 754 đến 6599:

$$S_3 = \frac{6597 - 756}{3} + 1 = 1948$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 754 đến 6599:

$$S_8 = \frac{6592 - 760}{8} + 1 = 730$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 754 đến 6599:

$$S_{14} = \frac{6594 - 756}{14} + 1 = 418$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{6576 - 768}{24} + 1 = 243$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 14)$:

$$S_{3,14} = \frac{6594 - 756}{42} + 1 = 140$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(8, 14)$:

$$S_{8,14} = \frac{6552 - 784}{56} + 1 = 104$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8, 14)$:

$$S_{3,8,14} = \frac{6552 - 840}{168} + 1 = 35$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1948 + 730 + 418) - (243 + 140 + 104) + 35 = 2644.$$

Kết luận: Có **2644 số** trong đoạn từ 754 đến 6599 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 14.
Chọn đáp án C □

Câu 6. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 156. **B.** 145. **C.** 141. **D.** 149.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 18.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 18$ là 145.
Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 \to max$
$x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1,0,0) = 7.333$. **B**. $g(1,0,0) = 6.333$. **C**. $g(1,0,0) = 6.833$. **D**. $g(1,0,0) = 5.333$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{1} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{2}{1} \geq \frac{2}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 0) = 6.333$

Chọn đáp án B □

Câu 8. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -8a_{n-1} - 16a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 18, a_1 = -88$ là:

A. $a_n = (18 - 4n) \cdot 4^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-18 + 4n) \cdot 4^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (18 + 4n) \cdot (-4)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-18 - 4n) \cdot (-4)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -8a_{n-1} - 16a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 8r + 16 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 4)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -4$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-4)^n + A_2 \cdot n \cdot (-4)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 18 \\ a_1 & = -88 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 18 \\ -4A_1 - 4A_2 & = -88 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 18 \\ A_2 & = 4 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (18 + 4n) \cdot (-4)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 3x_4 \to max$

$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 5$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{2} \geq \frac{5}{2} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{3}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án B □

Câu 10. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -a_{n+2} + 22a_{n+1} + 40a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -2, a_1 = 45, a_2 = 61$.

A. $a_n = 3 \cdot (-4)^n + 5 \cdot 5^n - 4 \cdot (-2)^n$.
B. $a_n = -3 \cdot (-4)^n - 5 \cdot 5^n + 4 \cdot (-2)^n$.
C. $a_n = -3 \cdot (-4)^n + 5 \cdot 5^n - 4 \cdot (-2)^n$.
D. $a_n = 3 \cdot (-4)^n - 5 \cdot 5^n - 4 \cdot (-2)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + r^2 - 22r - 40 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-4; 5; -2\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-4)^n + A_2 \cdot 5^n + A_3 \cdot (-2)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -2 \\ a_1 &= 45 \\ a_2 &= 61 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -2 \\ -4A_1 + 5A_2 - 2A_3 &= 45 \\ 16A_1 + 25A_2 + 4A_3 &= 61 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -3 \\ A_2 &= 5 \\ A_3 &= -4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3 \cdot (-4)^n + 5 \cdot 5^n - 4 \cdot (-2)^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 11. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 51$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 6$, $6 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 266263.
B. 266243.
C. 266258.
D. 266250.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 51.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 6$, $1 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 51, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 6, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{45}^5 = 1221759.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 51, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 6, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{40}^5 = 658008.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 51, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 6, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{39}^5 = 575757.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 51, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 6, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{34}^5 = 278256.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1221759 - 658008 - 575757 + 278256 = 266250.$$

Chọn đáp án D □

Câu 12. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 12 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 146. **B.** 145. **C.** 143. **D.** 241.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(5 - 1) * 3 * 12 + 1 = 145$.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(2, 7, 9, 5, 6, 8, 3, 4, 1)$ là:

A. $(2, 9, 7, 3, 4, 5, 6, 8, 1)$. **B.** $(3, 4, 5, 9, 2, 1, 8, 6, 7)$.
C. $(2, 7, 9, 5, 6, 8, 4, 1, 3)$. **D.** $(3, 7, 9, 1, 5, 8, 2, 6, 4)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 9 & 3 & 10 & 10 & 21 \\ 5 & 0 & 17 & 10 & 19 & 18 \\ 20 & 14 & 0 & 20 & 8 & 15 \\ 9 & 9 & 14 & 0 & 11 & 15 \\ 4 & 8 & 8 & 6 & 0 & 9 \\ 10 & 20 & 7 & 9 & 16 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 76. **B.** 154. **C.** 148. **D.** 152.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 9 + 17 + 20 + 11 + 9 + 10 = 76$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =76.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760000. **B.** 6759965. **C.** 6760091. **D.** 6760491.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1,2,4,6,7,8,9)$.

A. $(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)$.

B. $(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,3,6,7,8,9)$.

C. $(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)$.

D. $(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1,2,4,6,7,8,9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,2,4,5,7,8,9$
  - $1,2,4,5,6,8,9$

– $1, 2, 4, 5, 6, 7, 9$
– $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$
– $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án (B) □

Câu 17. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 0, 0, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 209. **B**. 113. **C**. 114. **D**. 140.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1110001 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 113, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 114.

Chọn đáp án (C) □

Câu 18. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 21. **B**. 22. **C**. 19. **D**. 20.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  – Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  – Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án (D) □

Câu 19. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 11. **B**. 22. **C**. 13. **D**. 15.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 7.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3 - 1) * 7 + 1 = 15$
Chọn đáp án (D) □

Câu 20. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 60a_{n-1} - 1200a_{n-2} + 8000a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -9$, $a_1 = -960$, $a_2 = -46000$.

A. $a_n = (-9 - 25n + 14n^2) \cdot (20)^n$. **B**. $a_n = (-9 - 25n - 14n^3) \cdot (20)^n$.
C. $a_n = (-9 - 25n - 14n^2) \cdot (20)^n$. **D**. $a_n = (-9 + 25n - 14n^2) \cdot (20)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 60r^2 + 1200r - 8000 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 20.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (20)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -9$, $A_2 = -25$, và $A_3 = -14$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-9 - 25n - 14n^2) \cdot (20)^n.$$

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 20

1.C	2.A	3.C	4.A	5.C	6.B	7.B	8.C	9.B	10.C
11.D	12.B	13.C	14.A	15.A	16.B	17.C	18.D	19.D	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 21

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 5. **B**. 4. **C**. 6. **D**. 11.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1)*5+1=6$

Chọn đáp án C □

Câu 2. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -75a_{n-1} - 1875a_{n-2} - 15625a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 26$, $a_1 = -975$, $a_2 = 20000$.

A. $a_n = (26 - 23n - 10n^2) \cdot (-25)^n$.
B. $a_n = (26 + 23n - 10n^2) \cdot (-25)^n$.
C. $a_n = (26 + 23n - 10n^3) \cdot (-25)^n$.
D. $a_n = (26 + 23n + 10n^2) \cdot (-25)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 75r^2 + 1875r + 15625 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -25.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-25)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 26$, $A_2 = 23$, và $A_3 = -10$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (26 + 23n - 10n^2) \cdot (-25)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 3. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -46a_{n-1} - 529a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 11, a_1 = -575$ là:

A. $a_n = (-11 + 14n) \cdot 23^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (11 + 14n) \cdot (-23)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (11 - 14n) \cdot 23^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-11 - 14n) \cdot (-23)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -46a_{n-1} - 529a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 46r + 529 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+23)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -23$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-23)^n + A_2 \cdot n \cdot (-23)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 11 \\ a_1 &= -575 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 11 \\ -23A_1 - 23A_2 &= -575 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 11 \\ A_2 &= 14 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (11 + 14n) \cdot (-23)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=52$ thoả mãn $7\geq x_1\geq 2$, $x_2\geq 9$, $9\geq x_3\geq 1$ là:

A. 411520. **B.** 411527. **C.** 411516. **D.** 411509.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=52.$$

Điều kiện: $2\leq x_1\leq 7$, $x_2\geq 9$, $1\leq x_3\leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 2$ và $x_3\geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=52,\\ x_1\geq 2, x_2\geq 9, x_3\geq 1, x_i\geq 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1=C_{45}^5=1221759.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 8$ và $x_3\geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=52,\\ x_1\geq 8, x_2\geq 9, x_3\geq 1, x_i\geq 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2=C_{39}^5=575757.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 2$ và $x_3\geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=52,\\ x_1\geq 2, x_2\geq 9, x_3\geq 10, x_i\geq 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3=C_{36}^5=376992.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 8$ và $x_3\geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=52,\\ x_1\geq 8, x_2\geq 9, x_3\geq 10, x_i\geq 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4=C_{30}^5=142506.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1-N_2-N_3+N_4=1221759-575757-376992+142506=411516.$$

Chọn đáp án C □

Câu 5. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3}=-4a_{n+2}+36a_{n+1}+144a_n$ với n ≥ 0, $a_0=-4, a_1=-22, a_2=-44$.

A. $a_n=-3\cdot 6^n-4\cdot(-6)^n+5\cdot(-4)^n$. **B.** $a_n=3\cdot 6^n-4\cdot(-6)^n-5\cdot(-4)^n$.

C. $a_n=-3\cdot 6^n+4\cdot(-6)^n-5\cdot(-4)^n$. **D.** $a_n=3\cdot 6^n+4\cdot(-6)^n-5\cdot(-4)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3+4r^2-36r-144=0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{6; -6; -4\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 6^n + A_2 \cdot (-6)^n + A_3 \cdot (-4)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -4 \\ a_1 &= -22 \\ a_2 &= -44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -4 \\ 6A_1 - 6A_2 - 4A_3 &= -22 \\ 36A_1 + 36A_2 + 16A_3 &= -44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -3 \\ A_2 &= 4 \\ A_3 &= -5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3 \cdot 6^n + 4 \cdot (-6)^n - 5 \cdot (-4)^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 6. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 16. **B**. 27. **C**. 17. **D**. 13.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 ... x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án A □

Câu 7. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300134. **B**. 1299966. **C**. 1300000. **D**. 1300238.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 8. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 21. **B**. 22. **C**. 20. **D**. 19.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 ... x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án C □

Câu 9. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 21 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 251. **B.** 253. **C.** 421. **D.** 254.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(5-1)*3*21+1 = 253$.
Chọn đáp án B □

Câu 10. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 378. **B.** 361. **C.** 351. **D.** 352.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^8 - 2^5 = 128 + 256 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án D □

Câu 11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 5, 7, 8)$.

A. $(1, 3, 5, 6, 9)(1, 3, 5, 6, 8)(1, 3, 5, 6, 7)(1, 3, 4, 8, 9)(1, 3, 4, 7, 9)(1, 3, 4, 7, 8)$.
B. $(1, 3, 5, 6, 7)(1, 3, 4, 7, 8)(1, 3, 4, 7, 9)(1, 3, 5, 6, 8)(1, 3, 5, 6, 9)(1, 3, 4, 8, 9)$.
C. $(1, 3, 4, 7, 9)(1, 3, 4, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7)(1, 3, 4, 7, 8)(1, 3, 5, 6, 9)(1, 3, 5, 6, 8)$.
D. $(1, 3, 4, 7, 8)(1, 3, 4, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 9)(1, 3, 4, 7, 9)(1, 3, 5, 6, 7)(1, 3, 5, 6, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 5, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 5, 6, 9$
  - $1, 3, 5, 6, 8$
  - $1, 3, 5, 6, 7$
  - $1, 3, 4, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 7, 9$
  - $1, 3, 4, 7, 8$

Chọn đáp án A □

Câu 12. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 119. **B.** 130. **C.** 110. **D.** 105.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 17.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_5 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_7 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_9 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 17$ là 110.
Chọn đáp án C □

Câu 13. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 \rightarrow max$
$x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 5x_4 \leq 10$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,1)

A. $g(0, 1, 1) = 10.1$. **B**. $g(0, 1, 1) = 10.6$. **C**. $g(0, 1, 1) = 8.6$. **D**. $g(0, 1, 1) = 9.6$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:
$$\frac{4}{1} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{3}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:
$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:
$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 1, 1) = 9.6$

Chọn đáp án D □

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 732 đến 6321 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 13?

A. 2650. **B.** 2699. **C.** 2629. **D.** 2642.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 732 đến 6321:
$$S_3 = \frac{6321 - 732}{3} + 1 = 1864$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 732 đến 6321:
$$S_7 = \frac{6321 - 735}{7} + 1 = 799$$
- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 732 đến 6321:
$$S_{13} = \frac{6318 - 741}{13} + 1 = 430$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7)$:
$$S_{3,7} = \frac{6321 - 735}{21} + 1 = 267$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 13)$:
$$S_{3,13} = \frac{6318 - 741}{39} + 1 = 144$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 13)$:
$$S_{7,13} = \frac{6279 - 819}{91} + 1 = 61$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7, 13)$:
$$S_{3,7,13} = \frac{6279 - 819}{273} + 1 = 21$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(1864 + 799 + 430) - (267 + 144 + 61) + 21 = 2642.$$

Kết luận: Có **2642 số** trong đoạn từ 732 đến 6321 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 13.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 16 & 17 & 5 & 16 \\ 13 & 0 & 11 & 11 & 11 & 5 \\ 13 & 9 & 0 & 18 & 18 & 15 \\ 5 & 15 & 7 & 0 & 13 & 19 \\ 8 & 13 & 16 & 8 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 4 & 9 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 116. **B.** 112. **C.** 118. **D.** 67.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 4 + 11 + 18 + 13 + 13 + 8 = 67$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =67.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$.

B. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.

C. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$.

D. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 17. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 6x_4 \to max$

$x_1 + 4x_2 + 6x_3 + x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{2}{1} \geq \frac{5}{4} \geq \frac{4}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 6, 1, 2, 5, 3, 4, 9, 8)$ là:
A. $(9, 1, 8, 5, 3, 2, 7, 4, 6)$. **B**. $(9, 5, 1, 3, 7, 2, 8, 4, 6)$.
C. $(7, 6, 1, 2, 5, 3, 8, 4, 9)$. **D**. $(8, 4, 7, 6, 1, 9, 3, 2, 5)$.
Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.
A. 74. **B**. 23. **C**. 0. **D**. 2.
Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0000001 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 1, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 2.

Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 1, 0, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)(1, 0, 0, 1, 1, 0, 0)$.
B. $(1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)(1, 0, 0, 1, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1)$.
C. $(1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 1, 1, 0, 0)$.
D. $(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 1, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)$.
Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 0, 1, 0, 0, 1$.

- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 0, 1, 0, 1, 0$
  - $1, 0, 0, 1, 0, 1, 1$
  - $1, 0, 0, 1, 1, 0, 0$

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 21

1.C	2.B	3.B	4.C	5.C	6.A	7.C	8.C	9.B	10.D
11.A	12.C	13.D	14.D	15.D	16.D	17.B	18.C	19.D	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 22

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 612 đến 7542 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 11?

A. 2740 B. 2766 C. 2720 D. 2731

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 612 đến 7542:
$$S_4 = \frac{7540 - 612}{4} + 1 = 1733$$
- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 612 đến 7542:
$$S_6 = \frac{7542 - 612}{6} + 1 = 1156$$
- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 612 đến 7542:
$$S_{11} = \frac{7535 - 616}{11} + 1 = 630$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6)$:
$$S_{4,6} = \frac{7536 - 612}{12} + 1 = 578$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 11)$:
$$S_{4,11} = \frac{7524 - 616}{44} + 1 = 158$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(6, 11)$:
$$S_{6,11} = \frac{7524 - 660}{66} + 1 = 105$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6, 11)$:
$$S_{4,6,11} = \frac{7524 - 660}{132} + 1 = 53$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(1733 + 1156 + 630) - (578 + 158 + 105) + 53 = 2731.$$

Kết luận: Có **2731 số** trong đoạn từ 612 đến 7542 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 11.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 10. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.

– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.

$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -16a_{n-1} - 64a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -5, a_1 = -32$ là:

A. $a_n = (5 + 9n) \cdot 8^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (5 - 9n) \cdot (-8)^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (-5 - 9n) \cdot 8^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (-5 + 9n) \cdot (-8)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -16a_{n-1} - 64a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 16r + 64 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 8)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -8$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-8)^n + A_2 \cdot n \cdot (-8)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -5 \\ a_1 & = -32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -5 \\ -8A_1 - 8A_2 & = -32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -5 \\ A_2 & = 9 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-5 + 9n) \cdot (-8)^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 18 & 14 & 8 & 4 & 21 \\ 17 & 0 & 16 & 6 & 14 & 15 \\ 17 & 19 & 0 & 9 & 16 & 19 \\ 10 & 6 & 13 & 0 & 13 & 14 \\ 11 & 13 & 18 & 13 & 0 & 4 \\ 19 & 17 & 9 & 3 & 19 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 79. **B.** 165. **C.** 169. **D.** 171.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 18 + 16 + 9 + 13 + 4 + 19 = 79$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =79.
Chọn đáp án A □

Câu 5. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 15. **B.** 11. **C.** 13. **D.** 22.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 7.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3-1)*7+1 = 15$
Chọn đáp án A □

Câu 6. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$
$4x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 5x_4 \leq 12$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1,0,0) = 4.6$. **B.** $g(1,0,0) = 6.1$. **C.** $g(1,0,0) = 6.6$. **D.** $g(1,0,0) = 5.6$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{4} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{2}{5} \geq \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,0,0) = 5.6$

Chọn đáp án D □

Câu 7. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 \to max$
$2x_1 + 6x_2 + 5x_3 + x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.$ **B**. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1.$
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1.$ **D**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{6}{2} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{1}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1.$
Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 46. **B**. 45. **C**. 84. **D**. 105.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00101101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 45, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 46.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -54a_{n-1} - 972a_{n-2} - 5832a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -8$, $a_1 = 324$, $a_2 = -3888$.

A. $a_n = (-8 - 18n - 8n^2) \cdot (-18)^n$.
B. $a_n = (-8 + 18n + 8n^2) \cdot (-18)^n$.
C. $a_n = (-8 - 18n + 8n^3) \cdot (-18)^n$.
D. $a_n = (-8 - 18n + 8n^2) \cdot (-18)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 54r^2 + 972r + 5832 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -18.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-18)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -8$, $A_2 = -18$, và $A_3 = 8$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-8 - 18n + 8n^2) \cdot (-18)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$.
B. $(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)$.
C. $(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$.
D. $(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1$
  - $0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0$
  - $0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 21 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 317. **B**. 314. **C**. 316. **D**. 505.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(6 - 1) * 3 * 21 + 1 = 316$.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 103987. **B**. 104011. **C**. 104205. **D**. 104000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 13. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 460. **B.** 452. **C.** 478. **D.** 465.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.
Chọn đáp án A □

Câu 14. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 352. **B**. 376. **C**. 348. **D**. 353.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:
$$2^7 = 128$$
3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^7 - 2^5 = 256 + 128 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 15. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 4, 5, 6, 9)$.

A. $(1, 4, 5, 6, 7)(1, 3, 7, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 8)(1, 3, 6, 7, 9)(1, 3, 6, 8, 9)$.
B. $(1, 3, 6, 7, 9)(1, 3, 7, 8, 9)(1, 3, 6, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 8)(1, 4, 5, 6, 7)$.
C. $(1, 4, 5, 6, 8)(1, 4, 5, 6, 7)(1, 3, 7, 8, 9)(1, 3, 6, 8, 9)(1, 3, 6, 7, 9)$.
D. $(1, 3, 6, 7, 9)(1, 4, 5, 6, 8)(1, 4, 5, 6, 7)(1, 3, 6, 8, 9)(1, 3, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 4, 5, 6, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 4, 5, 6, 8$
  - $1, 4, 5, 6, 7$
  - $1, 3, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 6, 8, 9$
  - $1, 3, 6, 7, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 8$, $9 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 33723. **B**. 33726. **C**. 33729. **D**. 33755.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33.$$
Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 8$, $4 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 8, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{25}^5 = 53130.$$
2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 8, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{18}^5 = 8568.$$
3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 8, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_3 = C_{19}^5 = 11628.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 8, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{12}^5 = 792.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 53130 - 8568 - 11628 + 792 = 33726.$$

Chọn đáp án B □

Câu 17. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 6a_{n+2} + 27a_{n+1} - 140a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -3, a_1 = -6, a_2 = -198$.

A. $a_n = 3 \cdot 4^n + 2 \cdot (-5)^n + 4 \cdot 7^n$.
B. $a_n = -3 \cdot 4^n - 2 \cdot (-5)^n - 4 \cdot 7^n$.
C. $a_n = 3 \cdot 4^n - 2 \cdot (-5)^n - 4 \cdot 7^n$.
D. $a_n = -3 \cdot 4^n + 2 \cdot (-5)^n - 4 \cdot 7^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 6r^2 - 27r + 140 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{4; -5; 7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 4^n + A_2 \cdot (-5)^n + A_3 \cdot 7^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -3 \\ a_1 &= -6 \\ a_2 &= -198 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -3 \\ 4A_1 - 5A_2 + 7A_3 &= -6 \\ 16A_1 + 25A_2 + 49A_3 &= -198 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 3 \\ A_2 &= -2 \\ A_3 &= -4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 3 \cdot 4^n - 2 \cdot (-5)^n - 4 \cdot 7^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 5, 2, 9, 1, 3, 6, 8, 4)$ là:

A. $(8, 2, 6, 1, 4, 7, 5, 3, 9)$.
B. $(6, 9, 3, 5, 4, 8, 2, 1, 7)$.
C. $(7, 5, 2, 9, 1, 3, 8, 4, 6)$.
D. $(6, 7, 1, 5, 3, 8, 9, 2, 4)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 12. **B.** 40. **C.** 22. **D.** 16.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
B. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

C. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.
D. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 7, 8, 9$

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 22

1.D	2.C	3.D	4.A	5.A	6.D	7.C	8.A	9.D	10.C
11.C	12.D	13.A	14.A	15.C	16.B	17.C	18.C	19.D	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 23

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 6a_{n+2}+9a_{n+1}-14a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -5, a_1 = 22, a_2 = 76$.

A. $a_n = -5 \cdot (-2)^n - 2 \cdot 7^n + 2$. **B.** $a_n = 5 \cdot (-2)^n + 2 \cdot 7^n - 2$.
C. $a_n = -5 \cdot (-2)^n + 2 \cdot 7^n - 2$. **D.** $a_n = 5 \cdot (-2)^n - 2 \cdot 7^n - 2$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 6r^2 - 9r + 14 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-2; 7; 1\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-2)^n + A_2 \cdot 7^n + A_3$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -5 \\ a_1 & = 22 \\ a_2 & = 76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -5 \\ -2A_1 + 7A_2 + A_3 & = 22 \\ 4A_1 + 49A_2 + A_3 & = 76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -5 \\ A_2 & = 2 \\ A_3 & = -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -5 \cdot (-2)^n + 2 \cdot 7^n - 2$.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -54a_{n-1} - 972a_{n-2} - 5832a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -8$, $a_1 = 324$, $a_2 = -3888$.

A. $a_n = (-8 - 18n + 8n^3) \cdot (-18)^n$. **B.** $a_n = (-8 - 18n - 8n^2) \cdot (-18)^n$.
C. $a_n = (-8 - 18n + 8n^2) \cdot (-18)^n$. **D.** $a_n = (-8 + 18n + 8n^2) \cdot (-18)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 54r^2 + 972r + 5832 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -18.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-18)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -8$, $A_2 = -18$, và $A_3 = 8$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-8 - 18n + 8n^2) \cdot (-18)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 171. **B.** 195. **C.** 176. **D.** 179.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^6 - 2^4 = 128 + 64 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án C □

Câu 4. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 16 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 16 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 479. **B.** 482. **C.** 769. **D.** 481.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 16 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(16-1) * 2 * 16 + 1 = 481$.
Chọn đáp án D □

Câu 5. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -52a_{n-1} - 676a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -3, a_1 = 858$ là:

A. $a_n = (3 - 30n) \cdot 26^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (-3 - 30n) \cdot (-26)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (3 + 30n) \cdot (-26)^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (-3 + 30n) \cdot 26^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -52a_{n-1} - 676a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 52r + 676 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 26)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -26$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-26)^n + A_2 \cdot n \cdot (-26)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -3 \\ a_1 & = 858 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ -26A_1 - 26A_2 & = 858 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ A_2 & = -30 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-3 - 30n) \cdot (-26)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 6. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760096. **B.** 6760243. **C.** 6760000. **D.** 6759861.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 0, 0, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 68. **B**. 36. **C**. 34. **D**. 107.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0100011 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 35, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 36.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 10. **B**. 9. **C**. 7. **D**. 8.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án D □

Câu 9. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)$.
B. $(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)$.
C. $(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$.
D. $(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1$
  - $0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0$
  - $0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1$
  - $0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0$

Chọn đáp án B □

Câu 10. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(8, 5, 4, 9, 1, 7, 3, 6, 2)$ là:

A. $(2, 7, 4, 6, 9, 5, 8, 1, 3)$. **B.** $(6, 8, 1, 7, 4, 3, 2, 9, 5)$.
C. $(9, 3, 5, 4, 6, 7, 8, 1, 2)$. **D.** $(8, 5, 4, 9, 1, 7, 6, 2, 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 811 đến 7679 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 11?

A. 2865. **B.** 2882. **C.** 2848. **D.** 2855.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 811 đến 7679:
$$S_4 = \frac{7676 - 812}{4} + 1 = 1717$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 811 đến 7679:
$$S_7 = \frac{7679 - 812}{7} + 1 = 982$$
- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 811 đến 7679:
$$S_{11} = \frac{7678 - 814}{11} + 1 = 625$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7)$:
$$S_{4,7} = \frac{7672 - 812}{28} + 1 = 246$$

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 11):

$$S_{4,11} = \frac{7656 - 836}{44} + 1 = 156$$

- Số các số chia hết cho BCNN(7, 11):

$$S_{7,11} = \frac{7623 - 847}{77} + 1 = 89$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 7, 11):

$$S_{4,7,11} = \frac{7392 - 924}{308} + 1 = 22$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1717 + 982 + 625) - (246 + 156 + 89) + 22 = 2855.$$

Kết luận: Có **2855 số** trong đoạn từ 811 đến 7679 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 11.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 4$, $6 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 112520. **B.** 112486. **C.** 112491. **D.** 112500.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 4$, $4 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 4, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{37}^5 = 435897.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 4, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{28}^5 = 98280.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 4, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{34}^5 = 278256.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 4, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{25}^5 = 53130.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 435897 - 98280 - 278256 + 53130 = 112491.$$

Chọn đáp án C □

Câu 13. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 16. **B**. 41. **C**. 24. **D**. 13.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 \ldots x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án A □

Câu 14. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 25. **B**. 33. **C**. 29. **D**. 41.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 8.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5 - 1) * 8 + 1 = 33$
Chọn đáp án B □

Câu 15. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.

A. $(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)$.
B. $(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)$.
C. $(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)$.
D. $(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$

– $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 5, 6, 7, 8)$.

A. $(1, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 3, 4, 5, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 8, 9)$.
C. $(1, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 8, 9)$.
D. $(1, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 6, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 4, 6, 7, 8$
  - $1, 3, 4, 5, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 17. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 460. **B.** 469. **C.** 474. **D.** 456.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 19.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 19$ là 460.
Chọn đáp án A □

Câu 18. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 5x_4 \to max$
$2x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 \leq 12$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,1)

A. $g(1,1,1) = 20.0$. **B**. $g(1,1,1) = 20.5$. **C**. $g(1,1,1) = 19.0$. **D**. $g(1,1,1) = 21.0$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{2} \geq \frac{5}{2} \geq \frac{2}{1} \geq \frac{5}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,1) = 20.0$

Chọn đáp án (A) □

Câu 19. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 \to max$
$5x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 6$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1.$ **B.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$ **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{2} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{2}{2} \geq \frac{4}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$
Chọn đáp án (B) □

Câu 20. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 12 & 13 & 13 & 7 \\ 9 & 0 & 14 & 18 & 13 \\ 20 & 21 & 0 & 10 & 12 \\ 7 & 17 & 21 & 0 & 17 \\ 10 & 12 & 8 & 21 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 134. **B.** 138. **C.** 140. **D.** 63.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 12 + 14 + 10 + 17 + 10 = 63$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: $\delta =$63.

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 23

1.C	2.C	3.C	4.D	5.B	6.C	7.B	8.D	9.B	10.D
11.D	12.C	13.A	14.B	15.C	16.C	17.A	18.A	19.B	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 24

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 \to max$
$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 12$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1, 1, 0) = 13.333$. **B.** $g(1, 1, 0) = 11.333$.
C. $g(1, 1, 0) = 12.833$. **D.** $g(1, 1, 0) = 12.333$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn
$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$
Ở đây ta có:
$$\frac{5}{2} \geq \frac{5}{3} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{1}{3}$$
Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:
$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$
Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:
$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$
- Trọng lượng còn lại của túi:
$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$
- Từ đó ta tính được $g(1, 1, 0) = 12.333$

Chọn đáp án D □

Câu 2. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 \to max$
$5x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.$ **B.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1.$
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.$ **D.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn
$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$
Ở đây ta có $\frac{6}{5} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{1}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.
Chọn đáp án A □

Câu 3. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -19, a_1 = -54$ là:

A. $a_n = (-19 - 22n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-19 + 22n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (19 + 22n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (19 - 22n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 36r + 324 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 18)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -18$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-18)^n + A_2 \cdot n \cdot (-18)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -19 \\ a_1 &= -54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -19 \\ -18A_1 - 18A_2 &= -54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -19 \\ A_2 &= 22 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-19 + 22n) \cdot (-18)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 7. **B**. 3. **C**. 5. **D**. 10.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 3.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3 - 1) * 3 + 1 = 7$
Chọn đáp án A □

Câu 5. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 6, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7)$.
B. $(1, 2, 3, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 3, 6, 7, 9)$.
C. $(1, 2, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 3, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 9)$.
D. $(1, 2, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 3, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 6, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7$
  - $1, 2, 3, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 6. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 5$, $8 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 391460. **B**. 391485. **C**. 391463. **D**. 391454.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59.$$
Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 5$, $5 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 5, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{53}^5 = 2869685.$$
2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 5, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{47}^5 = 1533939.$$
3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 5, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_3 = C_{49}^5 = 1906884.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 5, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{43}^5 = 962598.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 2869685 - 1533939 - 1906884 + 962598 = 391460.$$

Chọn đáp án A □

Câu 7. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 42. **B.** 32. **C.** 30. **D.** 46.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án B □

Câu 8. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 37 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 2 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 76. **B.** 75. **C.** 223. **D.** 73.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 2 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(2 - 1) * 2 * 37 + 1 = 75$.
Chọn đáp án B □

Câu 9. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 778 đến 6554 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 11?

A. 2798. **B.** 2712. **C.** 2723. **D.** 2693.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 11.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 778 đến 6554:

$$S_3 = \frac{6552 - 780}{3} + 1 = 1925$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 778 đến 6554:

$$S_8 = \frac{6552 - 784}{8} + 1 = 722$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 778 đến 6554:

$$S_{11} = \frac{6545 - 781}{11} + 1 = 525$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{6552 - 792}{24} + 1 = 241$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 11)$:

$$S_{3,11} = \frac{6534 - 792}{33} + 1 = 175$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(8, 11)$:

$$S_{8,11} = \frac{6512 - 792}{88} + 1 = 66$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8, 11)$:

$$S_{3,8,11} = \frac{6336 - 792}{264} + 1 = 22$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1925 + 722 + 525) - (241 + 175 + 66) + 22 = 2712.$$

Kết luận: Có **2712 số** trong đoạn từ 778 đến 6554 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 11.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 460. **B**. 473. **C**. 467. **D**. 453.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:
$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.
Chọn đáp án A □

Câu 11. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 6 & 7 & 6 & 21 \\ 3 & 0 & 8 & 18 & 6 & 6 \\ 10 & 18 & 0 & 18 & 14 & 14 \\ 3 & 7 & 16 & 0 & 19 & 18 \\ 18 & 7 & 20 & 3 & 0 & 4 \\ 19 & 6 & 16 & 15 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 149. **B.** 147. **C.** 143. **D.** 81.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$$
Thay vào công thức, ta có:
$$\delta = 13 + 8 + 18 + 19 + 4 + 19 = 81$$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =81.
Chọn đáp án D □

Câu 12. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 9)$.
A. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)$.

C. $(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,5,8,9)(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,4,6,7,9)$.
D. $(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,4,5,8,9)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,6,7,8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1,2,3,4,5,7,9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,2,3,4,5,8,9$
  - $1,2,3,4,6,7,8$
  - $1,2,3,4,6,7,9$
  - $1,2,3,4,6,8,9$

Chọn đáp án B □

Câu 13. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -33a_{n-1} - 363a_{n-2} - 1331a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -27$, $a_1 = 682$, $a_2 = -16093$.

A. $a_n = (-27 - 17n - 18n^2) \cdot (-11)^n$.
B. $a_n = (-27 - 17n - 18n^3) \cdot (-11)^n$.
C. $a_n = (-27 - 17n + 18n^2) \cdot (-11)^n$.
D. $a_n = (-27 + 17n - 18n^2) \cdot (-11)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 33r^2 + 363r + 1331 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -11.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-11)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -27$, $A_2 = -17$, và $A_3 = -18$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-27 - 17n - 18n^2) \cdot (-11)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 14. Cho tập A = $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(2,1,3,7,9,4,6,5,8)$ là:

A. $(4,5,2,9,8,7,1,3,6)$.
B. $(3,6,7,9,2,1,8,4,5)$.
C. $(4,9,8,6,3,1,5,7,2)$.
D. $(2,1,3,7,9,4,6,8,5)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho xâu nhị phân $X = \{1,1,1,1,1,1,1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 156. **B.** 204. **C.** 126. **D.** 128.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1111111 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 127, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 128.

Chọn đáp án (D) □

Câu 16. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 374. **B**. 343. **C**. 354. **D**. 352.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^8 - 2^5 = 128 + 256 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 7a_{n+2} + 4a_{n+1} - 28a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 12, a_1 = 37, a_2 = 273$.

A. $a_n = -4 \cdot 2^n + 3 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 7^n$. **B**. $a_n = 4 \cdot 2^n - 3 \cdot (-2)^n - 5 \cdot 7^n$.

C. $a_n = 4 \cdot 2^n + 3 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 7^n$. **D**. $a_n = -4 \cdot 2^n - 3 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 7^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 7r^2 - 4r + 28 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{2; -2; 7\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 2^n + A_2 \cdot (-2)^n + A_3 \cdot 7^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 12 \\ a_1 & = 37 \\ a_2 & = 273 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 12 \\ 2A_1 - 2A_2 + 7A_3 & = 37 \\ 4A_1 + 4A_2 + 49A_3 & = 273 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 4 \\ A_2 & = 3 \\ A_3 & = 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 4 \cdot 2^n + 3 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 7^n$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 18. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300461. **B**. 1299871. **C**. 1300097. **D**. 1300000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)$.
B. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$.
C. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)$.
D. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1$
  - $0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0$
  - $0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1$

Chọn đáp án A □

Câu 20. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 5. **B**. 3. **C**. 2. **D**. 4.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 + a_1 + 2^1 = 3$
Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 24

1.D	2.A	3.B	4.A	5.D	6.A	7.B	8.B	9.B	10.A
11.D	12.B	13.A	14.D	15.D	16.D	17.C	18.D	19.A	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 25

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 16 & 21 & 20 & 15 \\ 8 & 0 & 8 & 21 & 16 \\ 6 & 19 & 0 & 7 & 13 \\ 13 & 9 & 4 & 0 & 7 \\ 7 & 16 & 20 & 18 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 108. **B.** 102. **C.** 45. **D.** 106.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 16 + 8 + 7 + 7 + 7 = 45$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =45.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 9a_{n-1} - 27a_{n-2} + 27a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -11$, $a_1 = -60$, $a_2 = -225$.

A. $a_n = (-11 + 11n + 2n^2) \cdot (3)^n$. **B.** $a_n = (-11 - 11n + 2n^3) \cdot (3)^n$.
C. $a_n = (-11 - 11n + 2n^2) \cdot (3)^n$. **D.** $a_n = (-11 - 11n - 2n^2) \cdot (3)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 9r^2 + 27r - 27 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 3.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (3)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -11$, $A_2 = -11$, và $A_3 = 2$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-11 - 11n + 2n^2) \cdot (3)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 39 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 391. **B.** 703. **C.** 392. **D.** 389.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(6-1) * 2 * 39 + 1 = 391$.
Chọn đáp án A □

Câu 4. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B**. 16. **C**. 10. **D**. 21.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4-1)*5+1=16$

Chọn đáp án B □

Câu 5. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n=5$.

A. 14. **B**. 16. **C**. 32. **D**. 26.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án B □

Câu 6. Cho tập $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1,2,3,7,8)$.

A. $(1,2,4,5,6)(1,2,3,8,9)(1,2,3,7,9)$. **B**. $(1,2,3,8,9)(1,2,3,7,9)(1,2,4,5,6)$.
C. $(1,2,3,7,9)(1,2,4,5,6)(1,2,3,8,9)$. **D**. $(1,2,3,7,9)(1,2,3,8,9)(1,2,4,5,6)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1,2,3,7,8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,2,3,7,9$
  - $1,2,3,8,9$
  - $1,2,4,5,6$

Chọn đáp án D □

Câu 7. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1+3x_2+3x_3+x_4 \to max$

$2x_1+2x_2+6x_3+6x_4 \leq 7$

x_1,x_2,x_3,x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1,0,0)=6.833$. **B**. $g(1,0,0)=5.833$. **C**. $g(1,0,0)=6.333$. **D**. $g(1,0,0)=4.833$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{2} \geq \frac{3}{2} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{1}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 0) = 5.833$

Chọn đáp án (B) □

Câu 8. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 \to max$

$2x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1.$ **B.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1.$

C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1.$ **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{2}{2} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{1}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án A □

Câu 9. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -23, a_1 = 288$ là:

A. $a_n = (-23 + 7n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-23 - 7n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (23 - 7n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (23 + 7n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 36r + 324 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 18)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -18$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-18)^n + A_2 \cdot n \cdot (-18)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -23 \\ a_1 & = 288 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -23 \\ -18A_1 - 18A_2 & = 288 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -23 \\ A_2 & = 7 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-23 + 7n) \cdot (-18)^n$.
Chọn đáp án A □

Câu 10. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 6, 7, 8)$.

A. $(1, 2, 3, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8)$.
B. $(1, 2, 3, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8)(1, 2, 3, 5, 6, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8)$.
D. $(1, 2, 3, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8)(1, 2, 3, 5, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 11. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 243. **B.** 322. **C.** 242. **D.** 264.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 11110010 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 242, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 243.

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 103808. **B**. 104034. **C**. 104000. **D**. 104208.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)

Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.

Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:

Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 12. **B**. 15. **C**. 13. **D**. 14.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.

- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:

  – Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.

  – Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:

    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.

    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$
Chọn đáp án C □

Câu 14. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 438. **B.** 448. **C.** 471. **D.** 450.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^6 = 64$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^8 - 2^6 = 256 + 256 - 64 = 448$$

Vậy có **448** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án B □

Câu 15. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 127. **B.** 106. **C.** 113. **D.** 110.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 17.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 17$ là 110.
Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(0,0,0,1,0,1,1,1)(0,0,0,1,1,0,0,0)(0,0,0,1,1,0,0,1)$.
B. $(0,0,0,1,1,0,0,0)(0,0,0,1,0,1,1,1)(0,0,0,1,1,0,0,1)$.
C. $(0,0,0,1,1,0,0,0)(0,0,0,1,1,0,0,1)(0,0,0,1,0,1,1,1)$.
D. $(0,0,0,1,0,1,1,1)(0,0,0,1,1,0,0,1)(0,0,0,1,1,0,0,0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1$
  - $0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0$
  - $0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1$

Chọn đáp án (A) □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(2, 7, 1, 9, 3, 4, 6, 8, 5)$ là:

A. $(6, 9, 4, 5, 1, 7, 2, 8, 3)$. **B.** $(2, 7, 1, 9, 3, 4, 8, 5, 6)$.
C. $(8, 6, 3, 1, 2, 4, 7, 9, 5)$. **D.** $(5, 4, 6, 8, 2, 7, 1, 3, 9)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 312 đến 6681 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 13?

A. 2940. **B.** 3032. **C.** 2952. **D.** 2933.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 312 đến 6681:

$$S_3 = \frac{6681 - 312}{3} + 1 = 2124$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 312 đến 6681:

$$S_8 = \frac{6680 - 312}{8} + 1 = 797$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 312 đến 6681:

$$S_{13} = \frac{6669 - 312}{13} + 1 = 490$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{6672 - 312}{24} + 1 = 266$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 13)$:

$$S_{3,13} = \frac{6669 - 312}{39} + 1 = 164$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(8, 13)$:

$$S_{8,13} = \frac{6656 - 312}{104} + 1 = 62$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8, 13)$:

$$S_{3,8,13} = \frac{6552 - 312}{312} + 1 = 21$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2124 + 797 + 490) - (266 + 164 + 62) + 21 = 2940.$$

Kết luận: Có **2940 số** trong đoạn từ 312 đến 6681 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 13.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 2a_{n+2}+49a_{n+1}-98a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -16, a_1 = 21, a_2 = -469$.

A. $a_n = -7\cdot(-7)^n - 7\cdot 2^n - 2\cdot 7^n$. **B.** $a_n = 7\cdot(-7)^n + 7\cdot 2^n - 2\cdot 7^n$.
C. $a_n = 7\cdot(-7)^n - 7\cdot 2^n - 2\cdot 7^n$. **D.** $a_n = -7\cdot(-7)^n + 7\cdot 2^n + 2\cdot 7^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 2r^2 - 49r + 98 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-7; 2; 7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1\cdot(-7)^n + A_2\cdot 2^n + A_3\cdot 7^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -16 \\ a_1 &= 21 \\ a_2 &= -469 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -16 \\ -7A_1 + 2A_2 + 7A_3 &= 21 \\ 49A_1 + 4A_2 + 49A_3 &= -469 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -7 \\ A_2 &= -7 \\ A_3 &= -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -7\cdot(-7)^n - 7\cdot 2^n - 2\cdot 7^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 7$, $7 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 68042. **B.** 68026. **C.** 68050. **D.** 68034.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42.$$

Điều kiện: $2 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 7$, $5 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 7, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{33}^5 = 237336.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 7, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{25}^5 = 53130.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 7, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{30}^5 = 142506.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 7, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{22}^5 = 26334.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 237336 - 53130 - 142506 + 26334 = 68034.$$

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 25

1.C	2.C	3.A	4.B	5.B	6.D	7.B	8.A	9.A	10.B
11.A	12.C	13.C	14.B	15.D	16.A	17.B	18.A	19.A	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 26

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$
$2x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 6x_4 \leq 10$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0,0,1) = 2.666$. **B.** $g(0,0,1) = 3.666$. **C.** $g(0,0,1) = 3.166$. **D.** $g(0,0,1) = 1.666$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{2} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{2}{6} \geq \frac{1}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,0,1) = 2.666$

Chọn đáp án A □

Câu 2. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -21a_{n-1} - 147a_{n-2} - 343a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -12$, $a_1 = 455$, $a_2 = -8330$.

A. $a_n = (-12 + 27n - 26n^2) \cdot (-7)^n$. **B.** $a_n = (-12 - 27n - 26n^3) \cdot (-7)^n$.
C. $a_n = (-12 - 27n + 26n^2) \cdot (-7)^n$. **D.** $a_n = (-12 - 27n - 26n^2) \cdot (-7)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 21r^2 + 147r + 343 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -7.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-7)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -12$, $A_2 = -27$, và $A_3 = -26$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-12 - 27n - 26n^2) \cdot (-7)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 3. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1,3,4,5,6,7,8,9)$.

A. $(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)$.
B. $(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)$.
C. $(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)$.
D. $(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1,3,4,5,6,7,8,9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,2,4,5,6,7,8,9$
  - $1,2,3,5,6,7,8,9$
  - $1,2,3,4,6,7,8,9$
  - $1,2,3,4,5,7,8,9$
  - $1,2,3,4,5,6,8,9$

Chọn đáp án D □

Câu 4. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 3 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B.** 9. **C.** 17. **D.** 21.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 4.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1) * 4 + 1 = 17$

Chọn đáp án C □

Câu 5. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 8 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 13 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 193. **B.** 313. **C.** 191. **D.** 194.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 13 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(13-1) * 2 * 8 + 1 = 193$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Cho tập $\mathrm{A} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(9,3,2,7,6,1,8,5,4)$ là:

A. $(9,5,6,3,8,4,7,1,2)$. **B.** $(9,1,2,4,3,7,8,6,5)$.
C. $(2,3,6,4,1,8,9,7,5)$. **D.** $(9,3,2,7,6,4,1,5,8)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + x_2 + 6x_3 + 4x_4 \to max$
$3x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 6$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$ **B**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.$ **D**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{2} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{4}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$
Chọn đáp án B □

Câu 8. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 571 đến 7794 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 14?

A. 2580. **B**. 2590. **C**. 2560. **D**. 2629.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 14.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 571 đến 7794:

$$S_4 = \frac{7792 - 572}{4} + 1 = 1806$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 571 đến 7794:

$$S_6 = \frac{7794 - 576}{6} + 1 = 1204$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 571 đến 7794:

$$S_{14} = \frac{7784 - 574}{14} + 1 = 516$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{7788 - 576}{12} + 1 = 602$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 14)$:

$$S_{4,14} = \frac{7784 - 588}{28} + 1 = 258$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(6, 14)$:

$$S_{6,14} = \frac{7770 - 588}{42} + 1 = 172$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6, 14)$:

$$S_{4,6,14} = \frac{7728 - 588}{84} + 1 = 86$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1806 + 1204 + 516) - (602 + 258 + 172) + 86 = 2580.$$

Kết luận: Có **2580 số** trong đoạn từ 571 đến 7794 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 14.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 13. **B.** 16. **C.** 28. **D.** 20.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án B □

Câu 10. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 110. **B.** 128. **C.** 101. **D.** 115.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 17.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 17$ là 110.
Chọn đáp án A □

Câu 11. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 1, 0, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0)$.
B. $(0, 0, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 0)$.
C. $(0, 0, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1)$.
D. $(0, 0, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 0, 1, 0, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 0, 1, 0, 0, 1$
  - $0, 0, 0, 1, 0, 1, 0$
  - $0, 0, 0, 1, 0, 1, 1$
  - $0, 0, 0, 1, 1, 0, 0$

Chọn đáp án A □

Câu 12. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 0, 0, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.
A. 49. **B**. 137. **C**. 48. **D**. 97.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0110000 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 48, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 49.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?
A. 1299903. **B**. 1300240. **C**. 1300169. **D**. 1300000.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 14. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 20 & 21 & 16 & 7 \\ 17 & 0 & 6 & 11 & 20 \\ 18 & 12 & 0 & 14 & 21 \\ 5 & 8 & 19 & 0 & 14 \\ 11 & 17 & 4 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 117. **B**. 119. **C**. 113. **D**. 65.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 20 + 6 + 14 + 14 + 11 = 65$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =65.
Chọn đáp án D □

Câu 15. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 7$, $8 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 244160. **B**. 244156. **C**. 244171. **D**. 244148.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 7$, $1 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 7, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{40}^5 = 658008.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 7, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{34}^5 = 278256.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 7, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{32}^5 = 201376.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 47, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 7, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{26}^5 = 65780.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 658008 - 278256 - 201376 + 65780 = 244156.$$

Chọn đáp án B □

Câu 16. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 185. **B.** 176. **C.** 170. **D.** 194.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án B □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$

– $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
– $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 18. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -38a_{n-1} - 361a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 30, a_1 = -665$ là:

A. $a_n = (-30 - 5n) \cdot (-19)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-30 + 5n) \cdot 19^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (30 + 5n) \cdot (-19)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (30 - 5n) \cdot 19^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -38a_{n-1} - 361a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 38r + 361 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 19)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -19$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-19)^n + A_2 \cdot n \cdot (-19)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 30 \\ a_1 &= -665 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 30 \\ -19A_1 - 19A_2 &= -665 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 30 \\ A_2 &= 5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (30 + 5n) \cdot (-19)^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 19. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -3a_{n+2} + 16a_{n+1} + 48a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 4, a_1 = 36, a_2 = 36$.

A. $a_n = -6 \cdot (-4)^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot (-3)^n$.
B. $a_n = -6 \cdot (-4)^n - 6 \cdot 4^n - 4 \cdot (-3)^n$.
C. $a_n = 6 \cdot (-4)^n - 6 \cdot 4^n + 4 \cdot (-3)^n$.
D. $a_n = 6 \cdot (-4)^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot (-3)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 3r^2 - 16r - 48 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-4; 4; -3\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-4)^n + A_2 \cdot 4^n + A_3 \cdot (-3)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 4 \\ a_1 &= 36 \\ a_2 &= 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 4 \\ -4A_1 + 4A_2 - 3A_3 &= 36 \\ 16A_1 + 16A_2 + 9A_3 &= 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -6 \\ A_2 &= 6 \\ A_3 &= 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -6 \cdot (-4)^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot (-3)^n$.
Chọn đáp án A □

Câu 20. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 20. **B.** 21. **C.** 19. **D.** 22.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0,\ a_1 = 0,\ a_2 = 0,\ a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 26

1.A	2.D	3.D	4.C	5.A	6.D	7.B	8.A	9.B	10.A
11.A	12.A	13.D	14.D	15.B	16.B	17.D	18.C	19.A	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 27

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 26. **B**. 23. **C**. 24. **D**. 25.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.
$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$
Chọn đáp án C □

Câu 2. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 24 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 13 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 866. **B**. 863. **C**. 1249. **D**. 865.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 13 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(13 - 1) * 3 * 24 + 1 = 865$.
Chọn đáp án D □

Câu 3. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 \to max$$
$$x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 3x_4 \leq 6$$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B**. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{1}{1} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{2}{6} \geq \frac{1}{3}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 4. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giả thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 7. **B.** 13. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 6.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2 - 1) * 6 + 1 = 7$
Chọn đáp án A □

Câu 5. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 462 đến 5945 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 14?

A. 2040. **B.** 1948. **C.** 1971. **D.** 1958.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 14.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 462 đến 5945:

$$S_4 = \frac{5944 - 464}{4} + 1 = 1371$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 462 đến 5945:

$$S_6 = \frac{5940 - 462}{6} + 1 = 914$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 462 đến 5945:

$$S_{14} = \frac{5936 - 462}{14} + 1 = 392$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 6):

$$S_{4,6} = \frac{5940 - 468}{12} + 1 = 457$$

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 14):

$$S_{4,14} = \frac{5936 - 476}{28} + 1 = 196$$

- Số các số chia hết cho BCNN(6, 14):

$$S_{6,14} = \frac{5922 - 462}{42} + 1 = 131$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 6, 14):

$$S_{4,6,14} = \frac{5880 - 504}{84} + 1 = 65$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1371 + 914 + 392) - (457 + 196 + 131) + 65 = 1958.$$

Kết luận: Có **1958 số** trong đoạn từ 462 đến 5945 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 14.
Chọn đáp án D □

Câu 6. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 4$, $6 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 138566. **B**. 138539. **C**. 138531. **D**. 138548.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53.$$

Điều kiện: $2 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 4$, $5 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 4, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{47}^{5} = 1533939.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 4, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{41}^5 = 749398.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 4, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{45}^5 = 1221759.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 4, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{39}^5 = 575757.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1533939 - 749398 - 1221759 + 575757 = 138539.$$

Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 4, 5, 7, 9)$.

A. $(2,4,5,6,9)(2,4,5,7,8)(2,4,5,6,8)$. **B.** $(2,4,5,6,9)(2,4,5,6,8)(2,4,5,7,8)$.
C. $(2,4,5,7,8)(2,4,5,6,9)(2,4,5,6,8)$. **D.** $(2,4,5,7,8)(2,4,5,6,8)(2,4,5,6,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 4, 5, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 4, 5, 7, 8$
  - $2, 4, 5, 6, 9$
  - $2, 4, 5, 6, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 56. **B.** 54. **C.** 141. **D.** 52.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00110101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 53, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 54.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 9, 3, 8, 6, 5, 2, 1, 4)$ là:

A. $(2, 1, 5, 6, 4, 7, 8, 9, 3)$. **B.** $(8, 3, 7, 9, 1, 6, 4, 5, 2)$.
C. $(3, 1, 9, 8, 7, 4, 6, 2, 5)$. **D.** $(7, 9, 3, 8, 6, 5, 2, 4, 1)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 12 & 14 & 6 & 21 & 15 \\ 12 & 0 & 13 & 12 & 6 & 15 \\ 18 & 17 & 0 & 5 & 5 & 14 \\ 6 & 19 & 17 & 0 & 18 & 12 \\ 21 & 14 & 8 & 9 & 0 & 6 \\ 3 & 21 & 17 & 8 & 17 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 57. **B.** 137. **C.** 133. **D.** 139.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 6] + c[6, 1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 12 + 13 + 5 + 18 + 6 + 3 = 57$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =57.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -5a_{n+2} + 4a_{n+1} + 20a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 4, a_1 = -53, a_2 = 163$.

A. $a_n = -6 \cdot 2^n - 3 \cdot (-2)^n - 7 \cdot (-5)^n$. **B.** $a_n = -6 \cdot 2^n + 3 \cdot (-2)^n + 7 \cdot (-5)^n$.
C. $a_n = 6 \cdot 2^n + 3 \cdot (-2)^n + 7 \cdot (-5)^n$. **D.** $a_n = 6 \cdot 2^n - 3 \cdot (-2)^n + 7 \cdot (-5)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 5r^2 - 4r - 20 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{2; -2; -5\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 2^n + A_2 \cdot (-2)^n + A_3 \cdot (-5)^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 4 \\ a_1 & = -53 \\ a_2 & = 163 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 4 \\ 2A_1 - 2A_2 - 5A_3 & = -53 \\ 4A_1 + 4A_2 + 25A_3 & = 163 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -6 \\ A_2 & = 3 \\ A_3 & = 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -6 \cdot 2^n + 3 \cdot (-2)^n + 7 \cdot (-5)^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6759930. **B.** 6760000. **C.** 6760061. **D.** 6760425.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án B □

Câu 13. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)$.
B. $(1, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$.
C. $(1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 0, 1, 0, 0, 1, 1)$.
D. $(1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 1, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 0, 1, 1, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 1, 0, 0, 0, 0$
  - $1, 0, 1, 0, 0, 0, 1$
  - $1, 0, 1, 0, 0, 1, 0$
  - $1, 0, 1, 0, 0, 1, 1$

Chọn đáp án D □

Câu 14. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -72a_{n-1} - 1728a_{n-2} - 13824a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 11$, $a_1 = -384$, $a_2 = 10944$.

A. $a_n = (11 + 6n - n^2) \cdot (-24)^n$.
B. $a_n = (11 - 6n - n^2) \cdot (-24)^n$.
C. $a_n = (11 + 6n - n^3) \cdot (-24)^n$.
D. $a_n = (11 + 6n + n^2) \cdot (-24)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 72r^2 + 1728r + 13824 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -24.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-24)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 11$, $A_2 = 6$, và $A_3 = -1$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (11 + 6n - n^2) \cdot (-24)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 15. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 20. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án C □

Câu 16. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 173. **B.** 191. **C.** 185. **D.** 176.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^6 - 2^4 = 128 + 64 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án D □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 4, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 5, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8)$.
D. $(1, 2, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 7, 8, 9$.

- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 5, 7, 8, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -42a_{n-1} - 441a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -21, a_1 = 546$ là:

A. $a_n = (-21 - 5n) \cdot (-21)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (-21 + 5n) \cdot 21^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (21 + 5n) \cdot (-21)^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (21 - 5n) \cdot 21^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -42a_{n-1} - 441a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 42r + 441 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 21)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -21$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-21)^n + A_2 \cdot n \cdot (-21)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -21 \\ a_1 &= 546 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -21 \\ -21A_1 - 21A_2 &= 546 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -21 \\ A_2 &= -5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-21 - 5n) \cdot (-21)^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 \rightarrow max$

$5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 12$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1, 1, 0) = 11.75$. **B.** $g(1, 1, 0) = 10.25$. **C.** $g(1, 1, 0) = 12.25$. **D.** $g(1, 1, 0) = 11.25$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{5} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{2}{5} \geq \frac{1}{4}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,0) = 11.25$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 110. **B.** 104. **C.** 114. **D.** 126.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 16.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_8 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 16$ là 110.
Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 27

1.C	2.D	3.C	4.A	5.D	6.B	7.C	8.B	9.D	10.A
11.B	12.B	13.D	14.A	15.C	16.D	17.A	18.A	19.D	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 28

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 9. **B.** 8. **C.** 23. **D.** 5.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án B □

Câu 2. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 24. **B.** 25. **C.** 26. **D.** 23.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.
$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$
Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.
B. $(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
C. $(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án D □

Câu 4. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1299840. **B.** 1300235. **C.** 1300091. **D.** 1300000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 22. **B.** 29. **C.** 19. **D.** 16.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 7.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 7 + 1 = 22$

Chọn đáp án A □

Câu 6. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -50a_{n-1} - 625a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 11, a_1 = 325$ là:

A. $a_n = (-11 - 24n) \cdot 25^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-11 + 24n) \cdot (-25)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (11 - 24n) \cdot (-25)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (11 + 24n) \cdot 25^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -50a_{n-1} - 625a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 50r + 625 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+25)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -25$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-25)^n + A_2 \cdot n \cdot (-25)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 11 \\ a_1 & = 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 11 \\ -25A_1 - 25A_2 & = 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 11 \\ A_2 & = -24 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (11 - 24n) \cdot (-25)^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 7. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 8$, $7 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 222633. **B.** 222625. **C.** 222611. **D.** 222615.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 8$, $4 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 8, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{47}^5 = 1533939.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{42}^5 = 850668.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{43}^5 = 962598.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{38}^5 = 501942.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1533939 - 850668 - 962598 + 501942 = 222615.$$

Chọn đáp án D □

Câu 8. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 6a_{n-1} - 12a_{n-2} + 8a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -26$, $a_1 = -40$, $a_2 = -160$.

A. $a_n = (-26 + 19n - 13n^2) \cdot (2)^n$.
B. $a_n = (-26 + 19n + 13n^2) \cdot (2)^n$.
C. $a_n = (-26 + 19n - 13n^3) \cdot (2)^n$.
D. $a_n = (-26 - 19n - 13n^2) \cdot (2)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 6r^2 + 12r - 8 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 2.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (2)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -26$, $A_2 = 19$, và $A_3 = -13$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-26 + 19n - 13n^2) \cdot (2)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 9. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 19 & 20 & 8 & 17 & 9 \\ 21 & 0 & 16 & 16 & 11 & 15 \\ 18 & 4 & 0 & 4 & 9 & 8 \\ 14 & 19 & 16 & 0 & 7 & 12 \\ 21 & 18 & 8 & 7 & 0 & 15 \\ 17 & 14 & 17 & 5 & 18 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 133. **B.** 139. **C.** 137. **D.** 78.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 19 + 16 + 4 + 7 + 15 + 17 = 78$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =78.
Chọn đáp án D □

Câu 10. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$3x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 4x_4 \to max$
$4x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
D. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{2} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{3}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án B □

Câu 11. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 33 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 12 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 728. **B.** 1189. **C.** 727. **D.** 725.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 12 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(12 - 1) * 2 * 33 + 1 = 727$.
Chọn đáp án C □

Câu 12. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -12a_{n+2} - 39a_{n+1} - 28a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -5, a_1 = 47, a_2 = -287$.

A. $a_n = 4 \cdot (-7)^n + 5 \cdot (-1)^n - 6 \cdot (-4)^n$. **B.** $a_n = -4 \cdot (-7)^n - 5 \cdot (-1)^n + 6 \cdot (-4)^n$.
C. $a_n = 4 \cdot (-7)^n - 5 \cdot (-1)^n - 6 \cdot (-4)^n$. **D.** $a_n = -4 \cdot (-7)^n + 5 \cdot (-1)^n - 6 \cdot (-4)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 12r^2 + 39r + 28 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-7; -1; -4\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-7)^n + A_2 \cdot (-1)^n + A_3 \cdot (-4)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -5 \\ a_1 &= 47 \\ a_2 &= -287 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -5 \\ -7A_1 - A_2 - 4A_3 &= 47 \\ 49A_1 + A_2 + 16A_3 &= -287 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -4 \\ A_2 &= 5 \\ A_3 &= -6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -4 \cdot (-7)^n + 5 \cdot (-1)^n - 6 \cdot (-4)^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 4, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 4, 6, 7, 8, 9)(3, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 5, 6, 7, 8, 9)(3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
B. $(2, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 5, 6, 7, 8, 9)(3, 4, 5, 6, 7, 8)(3, 4, 5, 6, 7, 9)(3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
C. $(2, 5, 6, 7, 8, 9)(2, 4, 6, 7, 8, 9)(3, 4, 5, 6, 7, 9)(3, 4, 5, 6, 7, 8)(3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
D. $(2, 4, 6, 7, 8, 9)(3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 5, 6, 7, 8, 9)(3, 4, 5, 6, 7, 8)(3, 4, 5, 6, 7, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $2, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $3, 4, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 0, 0, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)$.
B. $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)$.
C. $(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)$.
D. $(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 0, 0, 0, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 0$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 1$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 1, 0$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 1, 1$

Chọn đáp án A □

Câu 15. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 0, 0, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 16. **B.** 95. **C.** 55. **D.** 18.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0010001 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.

- Do giá trị thập phân là 17, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 18.

Chọn đáp án (D) □

Câu 16. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 320. **B.** 307. **C.** 333. **D.** 315.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 16.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.

Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 4x_4 \to max$

$x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 10$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,1)

A. $g(1,1,1) = 13.4$. **B.** $g(1,1,1) = 14.9$. **C.** $g(1,1,1) = 14.4$. **D.** $g(1,1,1) = 15.4$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{1} \geq \frac{6}{4} \geq \frac{2}{2} \geq \frac{4}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,1) = 14.4$

Chọn đáp án C □

Câu 18. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 694 đến 6069 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 14?

A. 2489 . **B.** 2417 . **C.** 2432 . **D.** 2441 .

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 14.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 694 đến 6069:

$$S_3 = \frac{6069 - 696}{3} + 1 = 1792$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 694 đến 6069:

$$S_8 = \frac{6064 - 696}{8} + 1 = 672$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 694 đến 6069:

$$S_{14} = \frac{6062 - 700}{14} + 1 = 384$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{6048 - 696}{24} + 1 = 224$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 14)$:

$$S_{3,14} = \frac{6048 - 714}{42} + 1 = 128$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(8, 14)$:

$$S_{8,14} = \frac{6048 - 728}{56} + 1 = 96$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8, 14)$:

$$S_{3,8,14} = \frac{6048 - 840}{168} + 1 = 32$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1792 + 672 + 384) - (224 + 128 + 96) + 32 = 2432.$$

Kết luận: Có **2432 số** trong đoạn từ 694 đến 6069 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 14.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 464. **B**. 458. **C**. 442. **D**. 448.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^6 = 64$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^8 - 2^6 = 256 + 256 - 64 = 448$$

Vậy có **448** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(2, 8, 5, 4, 6, 3, 7, 9, 1)$ là:

A. $(5, 8, 7, 9, 1, 4, 2, 6, 3)$.
B. $(9, 6, 3, 2, 1, 8, 4, 5, 7)$.
C. $(9, 6, 2, 7, 8, 1, 3, 5, 4)$.
D. $(2, 8, 5, 4, 6, 3, 9, 1, 7)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 28

1.B	2.A	3.D	4.D	5.A	6.C	7.D	8.A	9.D	10.B
11.C	12.D	13.B	14.A	15.D	16.D	17.C	18.C	19.D	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 29

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 240. **B.** 245. **C.** 231. **D.** 262.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^4 = 128 + 128 - 16 = 240$$

Vậy có **240** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(1, 9, 8, 4, 5, 2, 6, 3, 7)$ là:

A. $(5, 8, 3, 9, 1, 4, 7, 6, 2)$. **B.** $(2, 3, 8, 9, 6, 1, 4, 5, 7)$.

C. $(1, 9, 8, 4, 5, 2, 6, 7, 3)$. **D.** $(7, 1, 2, 5, 9, 6, 4, 8, 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -4a_{n+2} + 49a_{n+1} + 196a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 9, a_1 = -87, a_2 = 243$.

A. $a_n = -6 \cdot (-4)^n + 3 \cdot 7^n + 6 \cdot (-7)^n$. **B.** $a_n = 6 \cdot (-4)^n - 3 \cdot 7^n + 6 \cdot (-7)^n$.

C. $a_n = -6 \cdot (-4)^n - 3 \cdot 7^n + 6 \cdot (-7)^n$. **D.** $a_n = 6 \cdot (-4)^n + 3 \cdot 7^n - 6 \cdot (-7)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 4r^2 - 49r - 196 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-4; 7; -7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-4)^n + A_2 \cdot 7^n + A_3 \cdot (-7)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 9 \\ a_1 &= -87 \\ a_2 &= 243 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 9 \\ -4A_1 + 7A_2 - 7A_3 &= -87 \\ 16A_1 + 49A_2 + 49A_3 &= 243 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 6 \\ A_2 &= -3 \\ A_3 &= 6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 6 \cdot (-4)^n - 3 \cdot 7^n + 6 \cdot (-7)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 34a_{n-1} - 289a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 12, a_1 = -85$ là:

A. $a_n = (12 + 17n) \cdot (-17)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-12 + 17n) \cdot 17^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (12 - 17n) \cdot 17^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-12 - 17n) \cdot (-17)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 34a_{n-1} - 289a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 34r + 289 = 0.$$
$$\Leftrightarrow (r - 17)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 17$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 17^n + A_2 \cdot n \cdot 17^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 12 \\ a_1 &= -85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 12 \\ 17A_1 + 17A_2 &= -85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 12 \\ A_2 &= -17 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (12 - 17n) \cdot 17^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 4, 5, 6, 9)$.

A. $(1, 3, 6, 8, 9)(1, 3, 7, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 8)(1, 4, 5, 6, 7)$.
B. $(1, 4, 5, 6, 8)(1, 4, 5, 6, 7)(1, 3, 7, 8, 9)(1, 3, 6, 8, 9)$.
C. $(1, 3, 7, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 7)(1, 4, 5, 6, 8)(1, 3, 6, 8, 9)$.
D. $(1, 3, 7, 8, 9)(1, 3, 6, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 8)(1, 4, 5, 6, 7)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 4, 5, 6, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 4, 5, 6, 8$
  - $1, 4, 5, 6, 7$
  - $1, 3, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 6, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 6. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 \to max$
$5x_1 + 4x_2 + x_3 + 6x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
D. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{2}{1} \geq \frac{3}{4} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{2}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án D □

Câu 7. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 20 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1121. **B**. 782. **C**. 779. **D**. 781.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(14 - 1) * 3 * 20 + 1 = 781$.
Chọn đáp án D □

Câu 8. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 8. **B**. 30. **C**. 18. **D**. 6.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án A □

Câu 9. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 9 & 11 & 14 & 8 & 11 \\ 16 & 0 & 16 & 7 & 16 & 11 \\ 16 & 4 & 0 & 16 & 8 & 11 \\ 9 & 15 & 9 & 0 & 20 & 4 \\ 11 & 3 & 18 & 16 & 0 & 5 \\ 15 & 18 & 20 & 6 & 17 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 81. **B.** 145. **C.** 139. **D.** 143.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 9 + 16 + 16 + 20 + 5 + 15 = 81$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =81.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 6a_{n-1} - 12a_{n-2} + 8a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -26$, $a_1 = -40$, $a_2 = -160$.

A. $a_n = (-26 - 19n - 13n^2) \cdot (2)^n$. **B.** $a_n = (-26 + 19n - 13n^2) \cdot (2)^n$.
C. $a_n = (-26 + 19n + 13n^2) \cdot (2)^n$. **D.** $a_n = (-26 + 19n - 13n^3) \cdot (2)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 6r^2 + 12r - 8 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 2.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (2)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -26$, $A_2 = 19$, và $A_3 = -13$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-26 + 19n - 13n^2) \cdot (2)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 11. Cho xâu nhị phân $X = \{0,1,1,0,1,1,1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0,1,1,1,0,1,1)(0,1,1,1,0,0,1)(0,1,1,1,0,1,0)(0,1,1,1,0,0,0)$.
B. $(0,1,1,1,0,1,1)(0,1,1,1,0,1,0)(0,1,1,1,0,0,1)(0,1,1,1,0,0,0)$.
C. $(0,1,1,1,0,0,0)(0,1,1,1,0,0,1)(0,1,1,1,0,1,1)(0,1,1,1,0,1,0)$.
D. $(0,1,1,1,0,0,0)(0,1,1,1,0,0,1)(0,1,1,1,0,1,0)(0,1,1,1,0,1,1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0,1,1,0,1,1,1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0,1,1,1,0,0,0$
  - $0,1,1,1,0,0,1$

- $0, 1, 1, 1, 0, 1, 0$
- $0, 1, 1, 1, 0, 1, 1$

Chọn đáp án D □

Câu 12. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 128. **B.** 106. **C.** 119. **D.** 110.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 16.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 16$ là 110.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 3. **B**. 10. **C**. 7. **D**. 5.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 3.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3-1)*3+1=7$

Chọn đáp án C □

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 633 đến 7282 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 13?

A. 3143. **B**. 3179. **C**. 3135. **D**. 3159.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 633 đến 7282:

$$S_3 = \frac{7281-633}{3} + 1 = 2217$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 633 đến 7282:

$$S_7 = \frac{7280-637}{7} + 1 = 950$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 633 đến 7282:

$$S_{13} = \frac{7280-637}{13} + 1 = 512$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3,7)$:

$$S_{3,7} = \frac{7266-651}{21} + 1 = 316$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3,13)$:

$$S_{3,13} = \frac{7254-663}{39} + 1 = 170$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7,13)$:

$$S_{7,13} = \frac{7280-637}{91} + 1 = 74$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3,7,13)$:

$$S_{3,7,13} = \frac{7098-819}{273} + 1 = 24$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2217 + 950 + 512) - (316 + 170 + 74) + 24 = 3143.$$

Kết luận: Có **3143 số** trong đoạn từ 633 đến 7282 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 13.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 3x_4 \to max$

$x_1 + x_2 + 6x_3 + 6x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1,0,0) = 10.0$. **B.** $g(1,0,0) = 9.0$. **C.** $g(1,0,0) = 9.5$. **D.** $g(1,0,0) = 8.0$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{1} \geq \frac{5}{1} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{3}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,0,0) = 9.0$

Chọn đáp án B □

Câu 16. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 22. **B.** 21. **C.** 20. **D.** 19.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.

– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
- Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
  * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án C □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 4, 5, 6, 7, 9)$.
A. $(3,4,5,6,7,9)(2,4,5,7,8,9)(3,4,5,6,7,8)(2,4,5,6,8,9)(2,5,6,7,8,9)(2,4,6,7,8,9)$.
B. $(2,4,5,7,8,9)(3,4,5,6,7,8)(2,5,6,7,8,9)(2,4,5,6,8,9)(2,4,6,7,8,9)(3,4,5,6,7,9)$.
C. $(2,4,6,7,8,9)(2,4,5,7,8,9)(2,5,6,7,8,9)(2,4,5,6,8,9)(3,4,5,6,7,9)(3,4,5,6,7,8)$.
D. $(2,4,5,6,8,9)(2,4,5,7,8,9)(2,4,6,7,8,9)(2,5,6,7,8,9)(3,4,5,6,7,8)(3,4,5,6,7,9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 4, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $2, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $2, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $2, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $3, 4, 5, 6, 7, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 18. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?
A. 1300230. **B**. 1299960. **C**. 1300000. **D**. 1300022.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 306. **B.** 252. **C.** 276. **D.** 250.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 011111011 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 251, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 252.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 48$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 8$, $8 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 162444. **B.** 162433. **C.** 162435. **D.** 162461.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 48.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 8$, $2 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 48, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 8, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{40}^5 = 658008.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 48, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 8, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{36}^5 = 376992.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 48, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 8, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{33}^5 = 237336.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 48, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 8, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{29}^5 = 118755.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 658008 - 376992 - 237336 + 118755 = 162435.$$

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 29

1.A	2.C	3.B	4.C	5.B	6.D	7.D	8.A	9.A	10.B
11.D	12.D	13.C	14.A	15.B	16.C	17.D	18.C	19.B	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 30

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300166. **B.** 1299902. **C.** 1300000. **D.** 1300294.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:
$$C_5^1 = 5.$$
2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:
$$26^1 = 26.$$
3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:
$$10^4 = 10000.$$
4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:
$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$
$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$
Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B.** 17. **C.** 21. **D.** 26.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1)*5+1 = 21$
Chọn đáp án C □

Câu 3. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 7. **B.** 38. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án C □

Câu 4. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5, 6, 3, 1, 4, 8, 7, 9, 2)$ là:

A. $(2, 5, 8, 3, 7, 9, 6, 1, 4)$. **B.** $(2, 1, 5, 7, 6, 4, 8, 3, 9)$.
C. $(2, 3, 8, 1, 4, 5, 9, 6, 7)$. **D.** $(5, 6, 3, 1, 4, 8, 9, 2, 7)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 + a_1 + 2^1 = 3$
Chọn đáp án D □

Câu 6. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 240. **B.** 243. **C.** 234. **D.** 262.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^4 = 128 + 128 - 16 = 240$$

Vậy có **240** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 17 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 3 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 104. **B**. 103. **C**. 101. **D**. 205.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 3 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(3-1)*3*17+1 = 103$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 8. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 72a_{n-1} - 1728a_{n-2} + 13824a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -23$, $a_1 = -168$, $a_2 = 12096$.

A. $a_n = (-23 + 10n - 6n^2) \cdot (24)^n$.
B. $a_n = (-23 + 10n + 6n^3) \cdot (24)^n$.
C. $a_n = (-23 - 10n + 6n^2) \cdot (24)^n$.
D. $a_n = (-23 + 10n + 6n^2) \cdot (24)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 72r^2 + 1728r - 13824 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 24.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (24)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -23$, $A_2 = 10$, và $A_3 = 6$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-23 + 10n + 6n^2) \cdot (24)^n.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 9. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -9a_{n+2} + a_{n+1} + 105a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -6, a_1 = -38, a_2 = 106$.

A. $a_n = -5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
B. $a_n = 5 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
C. $a_n = 5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
D. $a_n = -5 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-7)^n + 7 \cdot 3^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 9r^2 - r - 105 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-5; -7; 3\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-5)^n + A_2 \cdot (-7)^n + A_3 \cdot 3^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -6 \\ a_1 &= -38 \\ a_2 &= 106 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -6 \\ -5A_1 - 7A_2 + 3A_3 &= -38 \\ 25A_1 + 49A_2 + 9A_3 &= 106 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -5 \\ A_2 &= 6 \\ A_3 &= -7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 10. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1)$.
B. $(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1)$.
C. $(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$.
D. $(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1$
  - $0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0$
  - $0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1$
  - $0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 4, 5, 6, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 4, 5, 6, 8)$. **B.** $(1, 2, 4, 5, 6, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 7)$.
C. $(1, 2, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 9)$. **D.** $(1, 2, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 4, 5, 6, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 12. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 315 đến 7298 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 11?

A. 2904. **B.** 2893. **C.** 2981. **D.** 2922.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 315 đến 7298:

$$S_4 = \frac{7296 - 316}{4} + 1 = 1746$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 315 đến 7298:

$$S_7 = \frac{7294 - 315}{7} + 1 = 998$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 315 đến 7298:

$$S_{11} = \frac{7293 - 319}{11} + 1 = 635$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 7):

$$S_{4,7} = \frac{7280 - 336}{28} + 1 = 249$$

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 11):

$$S_{4,11} = \frac{7260 - 352}{44} + 1 = 158$$

- Số các số chia hết cho BCNN(7, 11):

$$S_{7,11} = \frac{7238 - 385}{77} + 1 = 90$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 7, 11):

$$S_{4,7,11} = \frac{7084 - 616}{308} + 1 = 22$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1746 + 998 + 635) - (249 + 158 + 90) + 22 = 2904.$$

Kết luận: Có **2904 số** trong đoạn từ 315 đến 7298 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 11.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 153. **B.** 160. **C.** 142. **D.** 145.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 18.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 18$ là 145.
Chọn đáp án D □

Câu 14. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 6x_4 \to max$

$4x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 5x_4 \leq 5$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.$ **B.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1.$
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1.$ **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{3}{2} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{3}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án B □

Câu 15. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -44a_{n-1} - 484a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -4, a_1 = 550$ là:

A. $a_n = (4 + 21n) \cdot (-22)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (4 - 21n) \cdot 22^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-4 + 21n) \cdot 22^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-4 - 21n) \cdot (-22)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -44a_{n-1} - 484a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 44r + 484 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 22)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -22$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-22)^n + A_2 \cdot n \cdot (-22)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -4 \\ a_1 & = 550 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -4 \\ -22A_1 - 22A_2 & = 550 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -4 \\ A_2 & = -21 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-4 - 21n) \cdot (-22)^n$.
Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 211. **B.** 157. **C.** 158. **D.** 172.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 010011101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 157, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 158.

Chọn đáp án C □

Câu 17. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 6$, $9 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 225819. **B.** 225820. **C.** 225843. **D.** 225829.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 6$, $3 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 6, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{47}^5 = 1533939.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 6, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{44}^5 = 1086008.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 6, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{40}^5 = 658008.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 6, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{37}^5 = 435897.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1533939 - 1086008 - 658008 + 435897 = 225820.$$

Chọn đáp án B □

Câu 18. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 & 8 & 16 & 17 \\ 3 & 0 & 17 & 15 & 9 & 16 \\ 19 & 14 & 0 & 18 & 17 & 15 \\ 19 & 18 & 4 & 0 & 16 & 5 \\ 16 & 19 & 18 & 6 & 0 & 9 \\ 16 & 19 & 20 & 3 & 15 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 136. **B.** 79. **C.** 140. **D.** 142.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5 \rightarrow T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 3 + 17 + 18 + 16 + 9 + 16 = 79$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =79.
Chọn đáp án B □

Câu 19. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1,2,3,6,7)$.
A. $(1,2,3,5,9)(1,2,3,5,8)(1,2,3,5,7)(1,2,3,5,6)(1,2,3,4,9)$.
B. $(1,2,3,5,7)(1,2,3,5,8)(1,2,3,4,9)(1,2,3,5,6)(1,2,3,5,9)$.
C. $(1,2,3,5,6)(1,2,3,4,9)(1,2,3,5,7)(1,2,3,5,9)(1,2,3,5,8)$.
D. $(1,2,3,5,7)(1,2,3,5,9)(1,2,3,5,8)(1,2,3,4,9)(1,2,3,5,6)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1,2,3,6,7$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,2,3,5,9$
  - $1,2,3,5,8$
  - $1,2,3,5,7$
  - $1,2,3,5,6$
  - $1,2,3,4,9$

Chọn đáp án A □

Câu 20. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 \rightarrow max$
$x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 6x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)
A. $g(1,0,0) = 4.333$. **B**. $g(1,0,0) = 3.833$. **C**. $g(1,0,0) = 3.333$. **D**. $g(1,0,0) = 2.333$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{1}{1} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{4}{6} \geq \frac{2}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 0) = 3.333$

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 30

1.C	2.C	3.C	4.D	5.D	6.A	7.B	8.D	9.A	10.C
11.C	12.A	13.D	14.B	15.D	16.C	17.B	18.B	19.A	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 31

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 13 & 13 & 11 & 6 \\ 8 & 0 & 12 & 10 & 4 & 21 \\ 7 & 11 & 0 & 19 & 8 & 8 \\ 21 & 11 & 9 & 0 & 14 & 7 \\ 6 & 21 & 11 & 15 & 0 & 10 \\ 3 & 3 & 5 & 21 & 12 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 129. **B.** 125. **C.** 131. **D.** 71.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 13 + 12 + 19 + 14 + 10 + 3 = 71$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: $\delta =$71.
Chọn đáp án D □

Câu 2. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 15 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 19 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 812. **B.** 1141. **C.** 809. **D.** 811.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 19 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(19-1)*3*15+1 = 811$.
Chọn đáp án D □

Câu 3. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 30. **B.** 48. **C.** 41. **D.** 32.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án D □

Câu 4. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -14a_{n+2} - 61a_{n+1} - 84a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -10, a_1 = 52, a_2 = -304$.

A. $a_n = -3\cdot(-3)^n + 2\cdot(-4)^n + 5\cdot(-7)^n$. **B.** $a_n = -3\cdot(-3)^n - 2\cdot(-4)^n - 5\cdot(-7)^n$.
C. $a_n = 3\cdot(-3)^n + 2\cdot(-4)^n - 5\cdot(-7)^n$. **D.** $a_n = 3\cdot(-3)^n - 2\cdot(-4)^n - 5\cdot(-7)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 14r^2 + 61r + 84 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-3; -4; -7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-3)^n + A_2 \cdot (-4)^n + A_3 \cdot (-7)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -10 \\ a_1 &= 52 \\ a_2 &= -304 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -10 \\ -3A_1 - 4A_2 - 7A_3 &= 52 \\ 9A_1 + 16A_2 + 49A_3 &= -304 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -3 \\ A_2 &= -2 \\ A_3 &= -5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3 \cdot (-3)^n - 2 \cdot (-4)^n - 5 \cdot (-7)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 5. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 477. **B.** 448. **C.** 454. **D.** 438.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^6 = 64$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^8 - 2^6 = 256 + 256 - 64 = 448$$

Vậy có **448** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án B □

Câu 6. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 38. **B.** 6. **C.** 93. **D.** 8.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0000111 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 7, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 8.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -6a_{n-1} - 12a_{n-2} - 8a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -22$, $a_1 = 6$, $a_2 = 40$.

A. $a_n = (-22 + 22n - 3n^3) \cdot (-2)^n$.
B. $a_n = (-22 + 22n - 3n^2) \cdot (-2)^n$.
C. $a_n = (-22 - 22n - 3n^2) \cdot (-2)^n$.
D. $a_n = (-22 + 22n + 3n^2) \cdot (-2)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 6r^2 + 12r + 8 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -2.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-2)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -22$, $A_2 = 22$, và $A_3 = -3$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-22 + 22n - 3n^2) \cdot (-2)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 8. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 \to max$
$5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0, 0, 1) = 5.4$. **B**. $g(0, 0, 1) = 4.9$. **C**. $g(0, 0, 1) = 4.4$. **D**. $g(0, 0, 1) = 3.4$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{5} \geq \frac{3}{4} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{2}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 0, 1) = 4.4$

Chọn đáp án C □

Câu 10. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 461. **B.** 460. **C.** 456. **D.** 480.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.
Chọn đáp án B □

Câu 11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 6, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 9)$.
B. $(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 9)$.
D. $(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 12. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -56a_{n-1} - 784a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 29, a_1 = -924$ là:

A. $a_n = (29 + 4n) \cdot (-28)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-29 - 4n) \cdot (-28)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-29 + 4n) \cdot 28^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (29 - 4n) \cdot 28^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -56a_{n-1} - 784a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 56r + 784 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 28)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -28$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-28)^n + A_2 \cdot n \cdot (-28)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 29 \\ a_1 &= -924 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 29 \\ -28A_1 - 28A_2 &= -924 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 29 \\ A_2 &= 4 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (29 + 4n) \cdot (-28)^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 54$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 5$, $7 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 215649. **B**. 215634. **C**. 215629. **D**. 215639.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 54.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 5$, $2 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 54, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 5, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{48}^5 = 1712304.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 54, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 5, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{45}^5 = 1221759.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 54, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 5, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{42}^5 = 850668.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 54, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 5, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{39}^5 = 575757.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1712304 - 1221759 - 850668 + 575757 = 215634.$$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(4, 2, 9, 7, 3, 8, 6, 5, 1)$ là:

A. $(7, 2, 3, 5, 1, 4, 6, 9, 8)$. **B.** $(4, 2, 9, 7, 5, 1, 3, 6, 8)$.
C. $(3, 7, 9, 5, 1, 2, 6, 4, 8)$. **D.** $(5, 6, 3, 1, 7, 8, 9, 4, 2)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 13.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 6.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2 - 1) * 6 + 1 = 7$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 23. **B.** 26. **C.** 24. **D.** 25.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.
$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$

Chọn đáp án C □

Câu 17. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$$x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 6x_4 \to max$$
$$5x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 6$$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{1} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{5}{4} \geq \frac{1}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án D □

Câu 18. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$.
B. $(1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$.
C. $(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)$.
D. $(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1$
  - $1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0$
  - $1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1$
  - $1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0$

Chọn đáp án A □

Câu 19. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760000. **B**. 6760364. **C**. 6759910. **D**. 6760101.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 23 đến 6735 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 11?

A. 2635. **B**. 2656. **C**. 2643. **D**. 2736.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 23 đến 6735:

$$S_4 = \frac{6732 - 24}{4} + 1 = 1678$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 23 đến 6735:

$$S_6 = \frac{6732 - 24}{6} + 1 = 1119$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 23 đến 6735:

$$S_{11} = \frac{6732 - 33}{11} + 1 = 610$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{6732 - 24}{12} + 1 = 560$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 11)$:

$$S_{4,11} = \frac{6732 - 44}{44} + 1 = 153$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(6, 11)$:

$$S_{6,11} = \frac{6732 - 66}{66} + 1 = 102$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 6, 11)$:

$$S_{4,6,11} = \frac{6732 - 132}{132} + 1 = 51$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1678 + 1119 + 610) - (560 + 153 + 102) + 51 = 2643.$$

Kết luận: Có **2643 số** trong đoạn từ 23 đến 6735 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 11.

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 31

1.D	2.D	3.D	4.B	5.B	6.D	7.B	8.A	9.C	10.B
11.A	12.A	13.B	14.B	15.C	16.C	17.D	18.A	19.A	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 32

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405406. **B**. 405800. **C**. 406012. **D**. 405600.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 3. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 8)(1, 2, 3, 4, 6)(1, 2, 3, 4, 7)$. **B.** $(1, 2, 3, 4, 7)(1, 2, 3, 4, 8)(1, 2, 3, 4, 6)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 8)(1, 2, 3, 4, 7)(1, 2, 3, 4, 6)$. **D.** $(1, 2, 3, 4, 7)(1, 2, 3, 4, 6)(1, 2, 3, 4, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 7$
  - $1, 2, 3, 4, 6$

Chọn đáp án C □

Câu 4. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 439. **B.** 454. **C.** 459. **D.** 448.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^6 = 64$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^8 - 2^6 = 256 + 256 - 64 = 448$$

Vậy có **448** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5, 1, 9, 6, 8, 4, 3, 7, 2)$ là:

A. $(5, 1, 9, 6, 8, 4, 7, 2, 3)$. **B.** $(4, 5, 2, 3, 9, 1, 7, 6, 8)$.
C. $(2, 6, 8, 4, 7, 1, 5, 9, 3)$. **D.** $(4, 9, 1, 7, 2, 5, 3, 6, 8)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)$.
B. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)$.
C. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)$.
D. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0$
  - $1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1$
  - $1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0$

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -90a_{n-1} - 2700a_{n-2} - 27000a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -14$, $a_1 = 30$, $a_2 = 23400$.

A. $a_n = (-14 + 6n + 7n^3) \cdot (-30)^n$.
B. $a_n = (-14 + 6n + 7n^2) \cdot (-30)^n$.
C. $a_n = (-14 + 6n - 7n^2) \cdot (-30)^n$.
D. $a_n = (-14 - 6n + 7n^2) \cdot (-30)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 90r^2 + 2700r + 27000 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -30.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-30)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -14$, $A_2 = 6$, và $A_3 = 7$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-14 + 6n + 7n^2) \cdot (-30)^n.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 8. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -5a_{n+2} + 18a_{n+1} + 72a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -2, a_1 = 36, a_2 = -78$.

A. $a_n = -3 \cdot (-6)^n + 3 \cdot 4^n - 2 \cdot (-3)^n$.
B. $a_n = 3 \cdot (-6)^n + 3 \cdot 4^n - 2 \cdot (-3)^n$.
C. $a_n = 3 \cdot (-6)^n - 3 \cdot 4^n - 2 \cdot (-3)^n$.
D. $a_n = -3 \cdot (-6)^n - 3 \cdot 4^n + 2 \cdot (-3)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 5r^2 - 18r - 72 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-6; 4; -3\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-6)^n + A_2 \cdot 4^n + A_3 \cdot (-3)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -2 \\ a_1 &= 36 \\ a_2 &= -78 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -2 \\ -6A_1 + 4A_2 - 3A_3 &= 36 \\ 36A_1 + 16A_2 + 9A_3 &= -78 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -3 \\ A_2 &= 3 \\ A_3 &= -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3 \cdot (-6)^n + 3 \cdot 4^n - 2 \cdot (-3)^n$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 987 đến 6431 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 11?

A. 2144 **B.** 2163 **C.** 2130 **D.** 2179

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 987 đến 6431:

$$S_4 = \frac{6428 - 988}{4} + 1 = 1361$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 987 đến 6431:

$$S_6 = \frac{6426 - 990}{6} + 1 = 907$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 987 đến 6431:

$$S_{11} = \frac{6424 - 990}{11} + 1 = 495$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{6420 - 996}{12} + 1 = 453$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 11)$:

$$S_{4,11} = \frac{6424 - 1012}{44} + 1 = 124$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(6, 11)$:

$$S_{6,11} = \frac{6402 - 990}{66} + 1 = 83$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 6, 11)$:

$$S_{4,6,11} = \frac{6336 - 1056}{132} + 1 = 41$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1361 + 907 + 495) - (453 + 124 + 83) + 41 = 2144.$$

Kết luận: Có **2144 số** trong đoạn từ 987 đến 6431 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 11.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 32. **B.** 40. **C.** 43. **D.** 29.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án A □

Câu 11. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 7$, $9 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 470628. **B.** 470610. **C.** 470606. **D.** 470615.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 7$, $3 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 7, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{49}^5 = 1906884.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 7, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{43}^5 = 962598.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 7, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{42}^5 = 850668.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 7, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{36}^5 = 376992.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1906884 - 962598 - 850668 + 376992 = 470610.$$

Chọn đáp án B □

Câu 12. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 45. **B.** 46. **C.** 44. **D.** 43.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án C □

Câu 13. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 143. **B.** 145. **C.** 153. **D.** 162.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 19.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 19$ là 145.
Chọn đáp án B □

Câu 14. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 & 8 & 16 \\ 4 & 0 & 5 & 7 & 18 \\ 3 & 3 & 0 & 14 & 17 \\ 4 & 18 & 13 & 0 & 11 \\ 9 & 10 & 3 & 19 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 94. **B.** 100. **C.** 42. **D.** 98.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 3 + 5 + 14 + 11 + 9 = 42$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =42.
Chọn đáp án C □

Câu 15. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$
$2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 11$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,1)

A. $g(1, 0, 1) = 5.2$. **B.** $g(1, 0, 1) = 5.7$. **C.** $g(1, 0, 1) = 4.2$. **D.** $g(1, 0, 1) = 6.2$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{2}{2} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 1) = 5.2$

Chọn đáp án A □

Câu 16. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 \to max$
$6x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 \leq 8$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$
B. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1.$
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{3} \geq \frac{3}{2} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{1}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 1, 0, 0, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 182. **B.** 83. **C.** 103. **D.** 82.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1010010 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 82, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 83.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 38 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 379. **B.** 685. **C.** 381. **D.** 382.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(6 - 1) * 2 * 38 + 1 = 381$.
Chọn đáp án C □

Câu 19. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -8a_{n-1} - 16a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 27, a_1 = -224$ là:

A. $a_n = (-27 - 29n) \cdot (-4)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (27 + 29n) \cdot (-4)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (27 - 29n) \cdot 4^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (-27 + 29n) \cdot 4^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -8a_{n-1} - 16a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 8r + 16 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+4)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -4$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-4)^n + A_2 \cdot n \cdot (-4)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 27 \\ a_1 & = -224 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 27 \\ -4A_1 - 4A_2 & = -224 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 27 \\ A_2 & = 29 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (27 + 29n) \cdot (-4)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 20. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 6. **B.** 5. **C.** 13. **D.** 7.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 6.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2 - 1) * 6 + 1 = 7$
Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 32

1.D	2.B	3.C	4.D	5.A	6.A	7.B	8.A	9.A	10.A
11.B	12.C	13.B	14.C	15.A	16.A	17.B	18.C	19.B	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 33

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 6, 8)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 8)$. **B.** $(1, 2, 3, 4, 5, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 9)$. **D.** $(1, 2, 3, 4, 5, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 6, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 8$

Chọn đáp án A □

Câu 2. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -57a_{n-1} - 1083a_{n-2} - 6859a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -19$, $a_1 = -247$, $a_2 = 36461$.

A. $a_n = (-19 + 4n + 28n^2) \cdot (-19)^n$. **B.** $a_n = (-19 + 4n - 28n^2) \cdot (-19)^n$.
C. $a_n = (-19 + 4n + 28n^3) \cdot (-19)^n$. **D.** $a_n = (-19 - 4n + 28n^2) \cdot (-19)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 57r^2 + 1083r + 6859 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -19.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-19)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -19$, $A_2 = 4$, và $A_3 = 28$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-19 + 4n + 28n^2) \cdot (-19)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 3. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 15. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 12.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$
Chọn đáp án C □

Câu 4. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.
A. 8. **B**. 6. **C**. 22. **D**. 12.
Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án A □

Câu 5. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 \rightarrow max$
$6x_1 + x_2 + 6x_3 + 2x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **B**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$. **D**. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{1}{1} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{4}{6} \geq \frac{1}{2}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
Chọn đáp án B □

Câu 6. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 4, 5, 6, 7)$.

A. $(2,3,4,5,8,9)(2,3,4,5,7,9)(2,3,4,5,6,9)(2,3,4,5,6,8)(2,3,4,5,7,8)(2,3,4,6,7,8)$.
B. $(2,3,4,5,6,9)(2,3,4,5,7,8)(2,3,4,6,7,8)(2,3,4,5,6,8)(2,3,4,5,8,9)(2,3,4,5,7,9)$.
C. $(2,3,4,5,6,8)(2,3,4,5,6,9)(2,3,4,5,7,8)(2,3,4,5,7,9)(2,3,4,5,8,9)(2,3,4,6,7,8)$.
D. $(2,3,4,5,6,9)(2,3,4,5,8,9)(2,3,4,5,6,8)(2,3,4,5,7,9)(2,3,4,5,7,8)(2,3,4,6,7,8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 4, 5, 6, 7$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 5, 6, 8$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 7, 8$
  - $2, 3, 4, 5, 7, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 6, 7, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 7. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 110. **B.** 107. **C.** 116. **D.** 122.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 16.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:
- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_0 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_2 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_4 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_6 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_8 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:
$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 16$ là 110.
Chọn đáp án A □

Câu 8. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 452. **B**. 476. **C**. 445. **D**. 448.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:
$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^6 = 64$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^8 - 2^6 = 256 + 256 - 64 = 448$$

Vậy có **448** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án D □

Câu 9. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 2a_{n+2}+16a_{n+1}-32a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -4, a_1 = -40, a_2 = -16$.

A. $a_n = 4\cdot(-4)^n + 4\cdot 2^n + 4\cdot 4^n$.
B. $a_n = -4\cdot(-4)^n + 4\cdot 2^n - 4\cdot 4^n$.
C. $a_n = -4\cdot(-4)^n - 4\cdot 2^n - 4\cdot 4^n$.
D. $a_n = 4\cdot(-4)^n - 4\cdot 2^n - 4\cdot 4^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 2r^2 - 16r + 32 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-4; 2; 4\}$
$\Rightarrow a_n = A_1\cdot(-4)^n + A_2\cdot 2^n + A_3\cdot 4^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -4 \\ a_1 &= -40 \\ a_2 &= -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -4 \\ -4A_1 + 2A_2 + 4A_3 &= -40 \\ 16A_1 + 4A_2 + 16A_3 &= -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 4 \\ A_2 &= -4 \\ A_3 &= -4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 4\cdot(-4)^n - 4\cdot 2^n - 4\cdot 4^n$.
Chọn đáp án D □

Câu 10. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 7$, $9 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 117701. **B.** 117734. **C.** 117705. **D.** 117711.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 7$, $5 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 7, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{36}^5 = 376992.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 7, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{30}^5 = 142506.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 7, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{31}^5 = 169911.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 7, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{25}^5 = 53130.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 376992 - 142506 - 169911 + 53130 = 117705.$$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 19. **B**. 25. **C**. 22. **D**. 33.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 8.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 8 + 1 = 25$

Chọn đáp án B □

Câu 12. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -54a_{n-1} - 729a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 6, a_1 = -540$ là:

A. $a_n = (6 + 14n) \cdot (-27)^n$, với $n \geq 0$.

B. $a_n = (6 - 14n) \cdot 27^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (-6 - 14n) \cdot (-27)^n$, với $n \geq 0$.

D. $a_n = (-6 + 14n) \cdot 27^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -54a_{n-1} - 729a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 54r + 729 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 27)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -27$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-27)^n + A_2 \cdot n \cdot (-27)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 6 \\ a_1 &= -540 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 6 \\ -27A_1 - 27A_2 &= -540 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 6 \\ A_2 &= 14 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (6 + 14n) \cdot (-27)^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 695 đến 9449 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 11?

A. 4107. **B.** 4112. **C.** 4196. **D.** 4119.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 11.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 695 đến 9449:

$$S_3 = \frac{9447 - 696}{3} + 1 = 2918$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 695 đến 9449:

$$S_8 = \frac{9448 - 696}{8} + 1 = 1095$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 695 đến 9449:

$$S_{11} = \frac{9449 - 704}{11} + 1 = 796$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{9432 - 696}{24} + 1 = 365$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 11)$:

$$S_{3,11} = \frac{9438 - 726}{33} + 1 = 265$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(8, 11)$:

$$S_{8,11} = \frac{9416 - 704}{88} + 1 = 100$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8, 11)$:

$$S_{3,8,11} = \frac{9240 - 792}{264} + 1 = 33$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2918 + 1095 + 796) - (365 + 265 + 100) + 33 = 4112.$$

Kết luận: Có **4112 số** trong đoạn từ 695 đến 9449 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 11.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 1, 0, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 137. **B.** 73. **C.** 97. **D.** 72.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1001000 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 72, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 73.

Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 35 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 2 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 71. **B.** 69. **C.** 211. **D.** 72.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 2 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(2-1)*2*35+1=71$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 16. Cho tập A $= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(3,8,4,2,5,1,9,6,7)$ là:

A. $(3,8,4,2,5,1,9,7,6)$. **B.** $(3,1,4,9,8,5,2,6,7)$.

C. $(8,6,5,2,3,9,1,4,7)$. **D.** $(6,4,2,7,1,5,3,9,8)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (A) □

Câu 17. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1+3x_2+3x_3+x_4 \to max$

$2x_1+3x_2+4x_3+2x_4 \leq 12$

x_1,x_2,x_3,x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,1)

A. $g(1,1,1)=9.5$. **B.** $g(1,1,1)=11.0$. **C.** $g(1,1,1)=11.5$. **D.** $g(1,1,1)=10.5$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{3}{2} \geq \frac{3}{3} \geq \frac{3}{4} \geq \frac{1}{2}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1,x_2,\dots,x_k)=\delta_k+b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k=\sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k=b-\sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,1) = 10.5$

Chọn đáp án (D) □

Câu 18. Cho xâu nhị phân $X = \{1,0,1,1,0,1,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(1,0,1,1,1,0,0)(1,0,1,1,1,1,0)(1,0,1,1,0,1,1)(1,0,1,1,1,0,1)$.
B. $(1,0,1,1,0,1,1)(1,0,1,1,1,0,0)(1,0,1,1,1,0,1)(1,0,1,1,1,1,0)$.
C. $(1,0,1,1,1,0,0)(1,0,1,1,1,0,1)(1,0,1,1,1,1,0)(1,0,1,1,0,1,1)$.
D. $(1,0,1,1,1,1,0)(1,0,1,1,0,1,1)(1,0,1,1,1,0,1)(1,0,1,1,1,0,0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1,0,1,1,0,1,0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,0,1,1,0,1,1$
  - $1,0,1,1,1,0,0$
  - $1,0,1,1,1,0,1$
  - $1,0,1,1,1,1,0$

Chọn đáp án (B) □

Câu 19. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?
A. 6760287. **B**. 6759814. **C**. 6760000. **D**. 6760178.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án (C) □

Câu 20. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 9 & 6 & 3 & 5 & 4 \\ 6 & 0 & 13 & 15 & 11 & 10 \\ 12 & 20 & 0 & 4 & 6 & 15 \\ 12 & 5 & 21 & 0 & 9 & 16 \\ 8 & 12 & 18 & 8 & 0 & 12 \\ 21 & 12 & 7 & 18 & 14 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 142. **B**. 68. **C**. 136. **D**. 140.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 9 + 13 + 4 + 9 + 12 + 21 = 68$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =68.

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 33

1.A	2.A	3.C	4.A	5.B	6.C	7.A	8.D	9.D	10.C
11.B	12.A	13.B	14.B	15.A	16.A	17.D	18.B	19.C	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 34

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 8. **B.** 13. **C.** 5. **D.** 26.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án A □

Câu 2. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760000. **B.** 6759961. **C.** 6760117. **D.** 6760419.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 116. **B.** 115. **C.** 130. **D.** 181.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 001110011 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 115, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 116.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)$.

A. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án D □

Câu 5. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 7. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án C □

Câu 6. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -75a_{n-1} - 1875a_{n-2} - 15625a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 22$, $a_1 = 550$, $a_2 = -58750$.

A. $a_n = (22 - 30n - 14n^2) \cdot (-25)^n$. **B.** $a_n = (22 + 30n - 14n^2) \cdot (-25)^n$.
C. $a_n = (22 - 30n + 14n^2) \cdot (-25)^n$. **D.** $a_n = (22 - 30n - 14n^3) \cdot (-25)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 75r^2 + 1875r + 15625 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là
$$r = -25.$$
Phương trình có dạng tổng quát là
$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-25)^n.$$
Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 22$, $A_2 = -30$, và $A_3 = -14$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là
$$a_n = (22 - 30n - 14n^2) \cdot (-25)^n.$$
Chọn đáp án A □

Câu 7. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9)$.

A. $(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,4,5,7,9)(1,2,3,4,5,8,9)(1,2,3,4,5,7,8)$.
B. $(1,2,3,4,5,8,9)(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,4,5,7,9)(1,2,3,4,5,7,8)$.
C. $(1,2,3,4,5,7,9)(1,2,3,4,5,8,9)(1,2,3,4,5,7,8)(1,2,3,4,6,7,8)$.
D. $(1,2,3,4,5,7,8)(1,2,3,4,5,7,9)(1,2,3,4,5,8,9)(1,2,3,4,6,7,8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8$

Chọn đáp án D □

Câu 8. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 35 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 11 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1156. **B.** 701. **C.** 699. **D.** 702.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 11 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(11 - 1) * 2 * 35 + 1 = 701$.
Chọn đáp án B □

Câu 9. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 4$, $6 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 54516. **B.** 54500. **C.** 54530. **D.** 54510.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42.$$
Điều kiện: $2 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 4$, $5 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 4, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{36}^5 = 376992.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 4, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{30}^5 = 142506.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 4, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{34}^5 = 278256.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 4, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{28}^5 = 98280.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 376992 - 142506 - 278256 + 98280 = 54510.$$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 4a_{n+2} + a_{n+1} - 4a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -1, a_1 = -19, a_2 = -31$.

A. $a_n = -6 \cdot (-1)^n - 2 \cdot 4^n - 5$. **B.** $a_n = -6 \cdot (-1)^n + 2 \cdot 4^n - 5$.
C. $a_n = 6 \cdot (-1)^n - 2 \cdot 4^n - 5$. **D.** $a_n = 6 \cdot (-1)^n + 2 \cdot 4^n + 5$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 4r^2 - r + 4 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-1; 4; 1\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-1)^n + A_2 \cdot 4^n + A_3$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -1 \\ a_1 &= -19 \\ a_2 &= -31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -1 \\ -A_1 + 4A_2 + A_3 &= -19 \\ A_1 + 16A_2 + A_3 &= -31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 6 \\ A_2 &= -2 \\ A_3 &= -5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 6 \cdot (-1)^n - 2 \cdot 4^n - 5$.
Chọn đáp án C □

Câu 11. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 451. **B.** 473. **C.** 460. **D.** 461.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 19.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 19$ là 460.
Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$
$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 5x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0,0,1) = 3.4$. **B.** $g(0,0,1) = 1.4$. **C.** $g(0,0,1) = 2.4$. **D.** $g(0,0,1) = 2.9$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{3}{4} \geq \frac{2}{5} \geq \frac{2}{6} \geq \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 0, 1) = 2.4$

Chọn đáp án C □

Câu 13. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0)$.
B. $(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0)$.
C. $(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1)$.
D. $(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0$
  - $0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1$
  - $0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0$

Chọn đáp án A □

Câu 14. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 3 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?
A. 5. **B**. 13. **C**. 9. **D**. 7.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 4.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3-1)*4+1=9$
Chọn đáp án C □

Câu 15. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 58a_{n-1} - 841a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 28, a_1 = 58$ là:

A. $a_n = (-28+26n)\cdot 29^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-28-26n)\cdot(-29)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (28+26n)\cdot(-29)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (28-26n)\cdot 29^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 58a_{n-1} - 841a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 58r + 841 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-29)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 29$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 29^n + A_2 \cdot n \cdot 29^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 28 \\ a_1 &= 58 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 28 \\ 29A_1 + 29A_2 &= 58 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 28 \\ A_2 &= -26 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (28-26n)\cdot 29^n$.
Chọn đáp án D □

Câu 16. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 994 đến 8313 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 16?

A. 3045. **B.** 3056. **C.** 3050. **D.** 3110.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 16.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 994 đến 8313:

$$S_3 = \frac{8313-996}{3} + 1 = 2440$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 994 đến 8313:

$$S_8 = \frac{8312-1000}{8} + 1 = 915$$

- Số các số chia hết cho 16 trong đoạn từ 994 đến 8313:

$$S_{16} = \frac{8304-1008}{16} + 1 = 457$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3,8)$:

$$S_{3,8} = \frac{8304-1008}{24} + 1 = 305$$

- Số các số chia hết cho BCNN(3, 16):

$$S_{3,16} = \frac{8304 - 1008}{48} + 1 = 153$$

- Số các số chia hết cho BCNN(8, 16):

$$S_{8,16} = \frac{8304 - 1008}{16} + 1 = 457$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(3, 8, 16):

$$S_{3,8,16} = \frac{8304 - 1008}{48} + 1 = 153$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2440 + 915 + 457) - (305 + 153 + 457) + 153 = 3050.$$

Kết luận: Có **3050 số** trong đoạn từ 994 đến 8313 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 16.

Chọn đáp án C □

Câu 17. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 16 & 14 & 10 & 16 \\ 5 & 0 & 14 & 7 & 3 \\ 9 & 12 & 0 & 17 & 7 \\ 13 & 21 & 18 & 0 & 7 \\ 10 & 10 & 19 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 117. **B.** 64. **C.** 121. **D.** 123.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$$

Thay vào công thức, ta có:

$$\delta = 16 + 14 + 17 + 7 + 10 = 64$$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =64.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$$4x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 \to max$$

$$x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 7$$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{1} \geq \frac{3}{1} \geq \frac{2}{2} \geq \frac{4}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án B □

Câu 19. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(8, 1, 7, 3, 2, 4, 9, 6, 5)$ là:

A. $(8, 6, 5, 2, 1, 3, 7, 4, 9)$. **B.** $(6, 7, 1, 2, 9, 4, 5, 3, 8)$.
C. $(8, 1, 7, 3, 2, 5, 4, 6, 9)$. **D.** $(5, 9, 1, 3, 7, 2, 6, 8, 4)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 233. **B.** 240. **C.** 261. **D.** 243.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^4 = 128 + 128 - 16 = 240$$

Vậy có **240** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 34

1.A	2.A	3.A	4.D	5.C	6.A	7.D	8.B	9.D	10.C
11.C	12.C	13.A	14.C	15.D	16.C	17.B	18.B	19.C	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 35

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 32. **B.** 33. **C.** 46. **D.** 31.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án A □

Câu 2. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1,3,4,5,6,7,8)(1,3,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,7,8,9)(1,3,4,5,6,8,9)(1,2,5,6,7,8,9)(1,2,4,6,7,8,9)$.
B. $(1,3,4,5,6,8,9)(1,3,4,5,6,7,9)(1,3,4,5,6,7,8)(1,2,5,6,7,8,9)(1,2,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)$.
C. $(1,3,4,5,6,8,9)(1,3,4,5,6,7,8)(1,3,4,5,6,7,9)(1,2,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,5,6,7,8,9)$.
D. $(1,2,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)(1,3,4,5,6,8,9)(1,2,5,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,9)(1,3,4,5,6,7,8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 3. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 \to max$
$6x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{3} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{3}{3} \geq \frac{1}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 4. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -63a_{n-1} - 1323a_{n-2} - 9261a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 25$, $a_1 = 231$, $a_2 = -41013$.

A. $a_n = (25 - 13n + 23n^2) \cdot (-21)^n$.
B. $a_n = (25 - 13n - 23n^2) \cdot (-21)^n$.
C. $a_n = (25 + 13n - 23n^2) \cdot (-21)^n$.
D. $a_n = (25 - 13n - 23n^3) \cdot (-21)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 63r^2 + 1323r + 9261 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -21.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-21)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 25$, $A_2 = -13$, và $A_3 = -23$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (25 - 13n - 23n^2) \cdot (-21)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 5. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 247. **B**. 223. **C**. 307. **D**. 221.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 011011110 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 222, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 223.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 277 đến 7208 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 13?

A. 2664 **B.** 2668 **C.** 2729 **D.** 2667

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 13.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 277 đến 7208:

$$S_4 = \frac{7208 - 280}{4} + 1 = 1733$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 277 đến 7208:

$$S_6 = \frac{7206 - 282}{6} + 1 = 1155$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 277 đến 7208:

$$S_{13} = \frac{7202 - 286}{13} + 1 = 533$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{7200 - 288}{12} + 1 = 577$$

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(4, 13)$:

$$S_{4,13} = \frac{7176 - 312}{52} + 1 = 133$$

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(6, 13)$:

$$S_{6,13} = \frac{7176 - 312}{78} + 1 = 89$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(4, 6, 13)$:

$$S_{4,6,13} = \frac{7176 - 312}{156} + 1 = 45$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1733 + 1155 + 533) - (577 + 133 + 89) + 45 = 2667.$$

Kết luận: Có **2667 số** trong đoạn từ 277 đến 7208 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 13.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 20 & 10 & 4 \\ 5 & 0 & 17 & 7 & 11 \\ 9 & 11 & 0 & 11 & 6 \\ 14 & 14 & 19 & 0 & 20 \\ 11 & 4 & 8 & 11 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 117. **B**. 113. **C**. 67. **D**. 119.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 8 + 17 + 11 + 20 + 11 = 67$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =67.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 470. **B**. 460. **C**. 473. **D**. 454.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 19.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 19$ là 460.
Chọn đáp án B □

Câu 9. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104489. **B**. 104123. **C**. 104000. **D**. 103879.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 10. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 11. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 32 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 13 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 767. **B.** 770. **C.** 1249. **D.** 769.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 13 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(13 - 1) * 2 * 32 + 1 = 769$.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 172. **B.** 176. **C.** 201. **D.** 180.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=51$ thoả mãn $6\ge x_1\ge 5$, $x_2\ge 4$, $7\ge x_3\ge 4$ là:

A. 73362. **B.** 73341. **C.** 73340. **D.** 73337.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=51.$$

Điều kiện: $5\le x_1\le 6$, $x_2\ge 4$, $4\le x_3\le 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1\ge 5$ và $x_3\ge 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=51,\\ x_1\ge 5, x_2\ge 4, x_3\ge 4, x_i\ge 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1=C_{43}^5=962598.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1\ge 7$ và $x_3\ge 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=51,\\ x_1\ge 7, x_2\ge 4, x_3\ge 4, x_i\ge 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2=C_{41}^5=749398.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1\ge 5$ và $x_3\ge 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=51,\\ x_1\ge 5, x_2\ge 4, x_3\ge 8, x_i\ge 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3=C_{39}^5=575757.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1\ge 7$ và $x_3\ge 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=51,\\ x_1\ge 7, x_2\ge 4, x_3\ge 8, x_i\ge 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4=C_{37}^5=435897.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1-N_2-N_3+N_4=962598-749398-575757+435897=73340.$$

Chọn đáp án C □

Câu 14. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 13. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 15.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i\in\{0,1\}$ với $i=0,1,...,n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0}=0$, $\overline{a_1}=0$, $\overline{a_2}=0$, $\overline{a_3}=1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n\ne 0\Rightarrow \overline{a_n}=\overline{a_{n-1}}$.

- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$
Chọn đáp án A □

Câu 15. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + x_4 \to max$
$x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0,0,1) = 4.333$. **B**. $g(0,0,1) = 4.833$. **C**. $g(0,0,1) = 5.333$. **D**. $g(0,0,1) = 3.333$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{3}{1} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{3}{4} \geq \frac{1}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,0,1) = 4.333$

Chọn đáp án A □

Câu 16. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -a_{n+2} + 22a_{n+1} + 40a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -2, a_1 = 45, a_2 = 61$.

A. $a_n = -3 \cdot (-4)^n - 5 \cdot 5^n + 4 \cdot (-2)^n$.
B. $a_n = -3 \cdot (-4)^n + 5 \cdot 5^n - 4 \cdot (-2)^n$.
C. $a_n = 3 \cdot (-4)^n - 5 \cdot 5^n - 4 \cdot (-2)^n$.
D. $a_n = 3 \cdot (-4)^n + 5 \cdot 5^n - 4 \cdot (-2)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + r^2 - 22r - 40 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-4; 5; -2\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-4)^n + A_2 \cdot 5^n + A_3 \cdot (-2)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -2 \\ a_1 & = 45 \\ a_2 & = 61 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -2 \\ -4A_1 + 5A_2 - 2A_3 & = 45 \\ 16A_1 + 25A_2 + 4A_3 & = 61 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ A_2 & = 5 \\ A_3 & = -4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3 \cdot (-4)^n + 5 \cdot 5^n - 4 \cdot (-2)^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(8, 9, 2, 6, 5, 3, 7, 1, 4)$ là:

A. $(6, 1, 7, 2, 8, 4, 5, 9, 3)$.
B. $(8, 9, 2, 6, 5, 3, 7, 4, 1)$.
C. $(6, 9, 8, 5, 1, 2, 7, 4, 3)$.
D. $(2, 3, 4, 9, 8, 7, 1, 5, 6)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 9. **B.** 7. **C.** 11. **D.** 16.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3 - 1) * 5 + 1 = 11$

Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1,1,0,1,1,1,1,0,1)(1,1,0,1,1,1,0,1,1)(1,1,0,1,1,1,1,0,0)(1,1,0,1,1,1,0,1,0)$.
B. $(1,1,0,1,1,1,1,0,0)(1,1,0,1,1,1,1,0,1)(1,1,0,1,1,1,0,1,0)(1,1,0,1,1,1,0,1,1)$.
C. $(1,1,0,1,1,1,0,1,1)(1,1,0,1,1,1,1,0,0)(1,1,0,1,1,1,1,0,1)(1,1,0,1,1,1,0,1,0)$.
D. $(1,1,0,1,1,1,0,1,0)(1,1,0,1,1,1,0,1,1)(1,1,0,1,1,1,1,0,0)(1,1,0,1,1,1,1,0,1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0$
  - $1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1$
  - $1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0$
  - $1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 34a_{n-1} - 289a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 9, a_1 = 629$ là:

A. $a_n = (9 + 28n) \cdot 17^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-9 + 28n) \cdot (-17)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-9 - 28n) \cdot 17^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (9 - 28n) \cdot (-17)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 34a_{n-1} - 289a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 34r + 289 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 17)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 17$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 17^n + A_2 \cdot n \cdot 17^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 9 \\ a_1 & = 629 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 9 \\ 17A_1 + 17A_2 & = 629 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 9 \\ A_2 & = 28 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (9 + 28n) \cdot 17^n$.

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 35

1.A	2.B	3.C	4.B	5.B	6.D	7.C	8.B	9.C	10.B
11.D	12.B	13.C	14.A	15.A	16.B	17.B	18.C	19.D	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 36

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + x_4 \to max$
$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 12$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,1)
A. $g(0, 1, 1) = 14.0$. **B.** $g(0, 1, 1) = 13.0$. **C.** $g(0, 1, 1) = 12.0$. **D.** $g(0, 1, 1) = 13.5$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{3}{1} \geq \frac{5}{2} \geq \frac{6}{4} \geq \frac{1}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:
$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$
- Trọng lượng còn lại của túi:
$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$
- Từ đó ta tính được $g(0, 1, 1) = 13.0$

Chọn đáp án B □

Câu 2. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$.
B. $(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$.
C. $(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)$.
D. $(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:

– $1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0$
– $1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1$
– $1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0$

Chọn đáp án (D) □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 195. **B.** 194. **C.** 259. **D.** 196.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 11000010 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 194, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 195.

Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 4a_{n+2} + 11a_{n+1} - 30a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 3, a_1 = 35, a_2 = 55$.

A. $a_n = -3 \cdot 5^n + 4 \cdot (-3)^n + 4 \cdot 2^n$. **B.** $a_n = -3 \cdot 5^n - 4 \cdot (-3)^n + 4 \cdot 2^n$.
C. $a_n = 3 \cdot 5^n + 4 \cdot (-3)^n - 4 \cdot 2^n$. **D.** $a_n = 3 \cdot 5^n - 4 \cdot (-3)^n + 4 \cdot 2^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 4r^2 - 11r + 30 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{5; -3; 2\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 5^n + A_2 \cdot (-3)^n + A_3 \cdot 2^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 3 \\ a_1 & = 35 \\ a_2 & = 55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 3 \\ 5A_1 - 3A_2 + 2A_3 & = 35 \\ 25A_1 + 9A_2 + 4A_3 & = 55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 3 \\ A_2 & = -4 \\ A_3 & = 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 3 \cdot 5^n - 4 \cdot (-3)^n + 4 \cdot 2^n$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 9. **B.** 8. **C.** 17. **D.** 7.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 8.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1) * 8 + 1 = 9$

Chọn đáp án (A) □

Câu 6. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 9, 4, 1, 8, 5, 2, 3, 6)$ là:

A. $(6, 9, 4, 8, 2, 5, 3, 1, 7)$. **B.** $(2, 7, 6, 4, 5, 1, 9, 8, 3)$.
C. $(6, 2, 1, 7, 5, 8, 3, 9, 4)$. **D.** $(7, 9, 4, 1, 8, 5, 2, 6, 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (D) □

Câu 7. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 10 & 7 & 4 & 15 & 9 \\ 8 & 0 & 18 & 3 & 12 & 14 \\ 21 & 10 & 0 & 11 & 13 & 7 \\ 12 & 14 & 19 & 0 & 14 & 19 \\ 3 & 4 & 19 & 14 & 0 & 6 \\ 5 & 15 & 4 & 9 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 125. **B.** 64. **C.** 127. **D.** 121.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 10 + 18 + 11 + 14 + 6 + 5 = 64$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =64.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 198. **B.** 180. **C.** 169. **D.** 176.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 17 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 237. **B**. 239. **C**. 409. **D**. 240.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(8-1)*2*17+1 = 239$.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 3, 4, 7, 9)$.

A. $(1, 3, 5, 6, 8)(1, 3, 5, 6, 7)(1, 3, 4, 8, 9)$.
B. $(1, 3, 5, 6, 7)(1, 3, 5, 6, 8)(1, 3, 4, 8, 9)$.
C. $(1, 3, 4, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7)(1, 3, 5, 6, 8)$.
D. $(1, 3, 5, 6, 7)(1, 3, 4, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 8, 9$
  - $1, 3, 5, 6, 7$
  - $1, 3, 5, 6, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 163. **B**. 142. **C**. 153. **D**. 145.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 18.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 18$ là 145.
Chọn đáp án D □

Câu 12. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 36. **B**. 30. **C**. 51. **D**. 32.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án D □

Câu 13. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$2x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 \to max$
$6x_1 + x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 6$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B**. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$. **D**. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{1}{1} \geq \frac{4}{6} \geq \frac{2}{6} \geq \frac{1}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án D □

Câu 14. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -60a_{n-1} - 1200a_{n-2} - 8000a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 24$, $a_1 = -1340$, $a_2 = 54400$.

A. $a_n = (24 + 30n + 13n^3) \cdot (-20)^n$. **B.** $a_n = (24 + 30n + 13n^2) \cdot (-20)^n$.
C. $a_n = (24 + 30n - 13n^2) \cdot (-20)^n$. **D.** $a_n = (24 - 30n + 13n^2) \cdot (-20)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 60r^2 + 1200r + 8000 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -20.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-20)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 24$, $A_2 = 30$, và $A_3 = 13$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (24 + 30n + 13n^2) \cdot (-20)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 15. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.
A. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án D □

Câu 17. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 2, a_1 = 78$ là:
A. $a_n = (2 + 28n) \cdot 3^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (2 - 28n) \cdot (-3)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-2 - 28n) \cdot 3^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-2 + 28n) \cdot (-3)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 6r + 9 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -3$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-3)^n + A_2 \cdot n \cdot (-3)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 2 \\ a_1 & = 78 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 2 \\ -3A_1 - 3A_2 & = 78 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 2 \\ A_2 & = -28 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (2 - 28n) \cdot (-3)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 18. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 7$, $6 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 96253. **B**. 96228. **C**. 96225. **D**. 96221.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 7$, $1 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 7, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{33}^5 = 237336.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 7, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{27}^5 = 80730.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 7, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{27}^5 = 80730.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 7, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{21}^5 = 20349.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 237336 - 80730 - 80730 + 20349 = 96225.$$

Chọn đáp án C □

Câu 19. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 407 đến 6545 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 13?

A. 2432. **B**. 2364. **C**. 2355. **D**. 2361.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 13.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 407 đến 6545:

$$S_4 = \frac{6544 - 408}{4} + 1 = 1535$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 407 đến 6545:

$$S_6 = \frac{6540 - 408}{6} + 1 = 1023$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 407 đến 6545:

$$S_{13} = \frac{6539 - 416}{13} + 1 = 472$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{6540 - 408}{12} + 1 = 512$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 13)$:

$$S_{4,13} = \frac{6500 - 416}{52} + 1 = 118$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(6, 13)$:

$$S_{6,13} = \frac{6474 - 468}{78} + 1 = 78$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6, 13)$:

$$S_{4,6,13} = \frac{6396 - 468}{156} + 1 = 39$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1535 + 1023 + 472) - (512 + 118 + 78) + 39 = 2361.$$

Kết luận: Có **2361 số** trong đoạn từ 407 đến 6545 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 13.

Chọn đáp án D □

Câu 20. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760000. **B**. 6760220. **C**. 6760182. **D**. 6759812.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 36

1.B	2.D	3.A	4.D	5.A	6.D	7.B	8.D	9.B	10.C
11.D	12.D	13.D	14.B	15.A	16.D	17.B	18.C	19.D	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 37

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 \to max$
$6x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 \le 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \ldots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{2} \ge \frac{2}{2} \ge \frac{1}{5} \ge \frac{1}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0,\ a_1 = 0,\ a_2 = 0,\ a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \ne 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 + a_1 + 2^1 = 3$
Chọn đáp án C □

Câu 3. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 6, 9)$.
A. $(1, 2, 3, 5, 6, 8)(1, 2, 3, 5, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 7, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7)(1, 2, 3, 5, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 7, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 5, 6, 8)(1, 2, 3, 5, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 5, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 6, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 5, 6, 8$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7$
  - $1, 2, 3, 4, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 7, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 4. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 10 & 9 & 14 \\ 9 & 0 & 17 & 20 & 10 \\ 10 & 21 & 0 & 3 & 9 \\ 4 & 8 & 21 & 0 & 19 \\ 14 & 11 & 9 & 17 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 136. **B**. 138. **C**. 132. **D**. 58.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 5 + 17 + 3 + 19 + 14 = 58$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =58.
Chọn đáp án D □

Câu 5. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405677. **B**. 405495. **C**. 406055. **D**. 405600.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 492 đến 7113 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 15?

A. 2712. **B**. 2662. **C**. 2629. **D**. 2649.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 15.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 492 đến 7113:

$$S_4 = \frac{7112 - 492}{4} + 1 = 1656$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 492 đến 7113:

$$S_7 = \frac{7112 - 497}{7} + 1 = 946$$

- Số các số chia hết cho 15 trong đoạn từ 492 đến 7113:

$$S_{15} = \frac{7110 - 495}{15} + 1 = 442$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7)$:

$$S_{4,7} = \frac{7112 - 504}{28} + 1 = 237$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 15)$:

$$S_{4,15} = \frac{7080 - 540}{60} + 1 = 110$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 15)$:

$$S_{7,15} = \frac{7035 - 525}{105} + 1 = 63$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7, 15)$:

$$S_{4,7,15} = \frac{6720 - 840}{420} + 1 = 15$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1656 + 946 + 442) - (237 + 110 + 63) + 15 = 2649.$$

Kết luận: Có **2649 số** trong đoạn từ 492 đến 7113 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 15.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 6. **B.** 85. **C.** 7. **D.** 25.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00000110 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 6, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 7.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 31$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 6$, $9 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 21754. **B.** 21728. **C.** 21735. **D.** 21741.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 31.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 6$, $4 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 31, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 6, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{23}^5 = 33649.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 31, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 6, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{17}^5 = 6188.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 31, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 6, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{17}^5 = 6188.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 31, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 6, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{11}^5 = 462.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 33649 - 6188 - 6188 + 462 = 21735.$$

Chọn đáp án C □

Câu 9. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 3 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 7. **B.** 13. **C.** 10. **D.** 17.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 4.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 4 + 1 = 13$

Chọn đáp án B □

Câu 10. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = a_{n+2} + 44a_{n+1} - 84a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -6, a_1 = -85, a_2 = -23$.

A. $a_n = 7 \cdot 6^n + 4 \cdot 2^n + 5 \cdot (-7)^n$. **B.** $a_n = 7 \cdot 6^n - 4 \cdot 2^n + 5 \cdot (-7)^n$.
C. $a_n = -7 \cdot 6^n - 4 \cdot 2^n + 5 \cdot (-7)^n$. **D.** $a_n = -7 \cdot 6^n + 4 \cdot 2^n - 5 \cdot (-7)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - r^2 - 44r + 84 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{6; 2; -7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 6^n + A_2 \cdot 2^n + A_3 \cdot (-7)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -6 \\ a_1 &= -85 \\ a_2 &= -23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -6 \\ 6A_1 + 2A_2 - 7A_3 &= -85 \\ 36A_1 + 4A_2 + 49A_3 &= -23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -7 \\ A_2 &= -4 \\ A_3 &= 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -7 \cdot 6^n - 4 \cdot 2^n + 5 \cdot (-7)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 7, 9)$.

A. $(1,2,4,5,8,9)(1,2,4,7,8,9)(1,2,4,6,8,9)(1,2,5,6,7,8)(1,2,4,6,7,9)(1,2,4,6,7,8)$.
B. $(1,2,4,5,8,9)(1,2,4,6,7,8)(1,2,4,6,7,9)(1,2,4,6,8,9)(1,2,4,7,8,9)(1,2,5,6,7,8)$.
C. $(1,2,4,6,7,9)(1,2,5,6,7,8)(1,2,4,6,8,9)(1,2,4,5,8,9)(1,2,4,7,8,9)(1,2,4,6,7,8)$.
D. $(1,2,5,6,7,8)(1,2,4,7,8,9)(1,2,4,6,7,9)(1,2,4,6,7,8)(1,2,4,5,8,9)(1,2,4,6,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án B □

Câu 12. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)$.
B. $(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)$.
C. $(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)$.
D. $(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0$
  - $0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1$
  - $0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0$
  - $0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1$

Chọn đáp án C □

Câu 13. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 331. **B.** 315. **C.** 322. **D.** 313.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 16.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.
Chọn đáp án B □

Câu 14. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -26a_{n-1} - 169a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 19, a_1 = -182$ là:

A. $a_n = (19 - 5n) \cdot (-13)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (19 + 5n) \cdot 13^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-19 - 5n) \cdot 13^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-19 + 5n) \cdot (-13)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -26a_{n-1} - 169a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 26r + 169 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 13)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -13$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-13)^n + A_2 \cdot n \cdot (-13)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 19 \\ a_1 & = -182 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 19 \\ -13A_1 - 13A_2 & = -182 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 19 \\ A_2 & = -5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (19 - 5n) \cdot (-13)^n$.
Chọn đáp án A □

Câu 15. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 9a_{n-1} - 27a_{n-2} + 27a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 2$, $a_1 = -87$, $a_2 = -684$.

A. $a_n = (2 - 23n - 8n^3) \cdot (3)^n$. **B.** $a_n = (2 + 23n - 8n^2) \cdot (3)^n$.
C. $a_n = (2 - 23n - 8n^2) \cdot (3)^n$. **D.** $a_n = (2 - 23n + 8n^2) \cdot (3)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 9r^2 + 27r - 27 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 3.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (3)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 2$, $A_2 = -23$, và $A_3 = -8$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (2 - 23n - 8n^2) \cdot (3)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 32. **B.** 28. **C.** 42. **D.** 61.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án A □

Câu 17. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 359. **B.** 375. **C.** 352. **D.** 347.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^7 - 2^5 = 256 + 128 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án C □

Câu 18. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(6, 7, 2, 8, 1, 5, 4, 9, 3)$ là:

A. $(4, 8, 2, 6, 3, 7, 5, 1, 9)$. **B.** $(8, 9, 2, 6, 1, 5, 7, 4, 3)$.
C. $(6, 7, 2, 8, 1, 5, 9, 3, 4)$. **D.** $(6, 5, 9, 3, 7, 4, 8, 2, 1)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 \to max$
$4x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 4x_4 \leq 11$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0, 0, 1) = 4.5$. **B.** $g(0, 0, 1) = 5.5$. **C.** $g(0, 0, 1) = 6.0$. **D.** $g(0, 0, 1) = 6.5$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{4} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{2}{4}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 0, 1) = 5.5$

Chọn đáp án B □

Câu 20. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 19 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 16 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1217. **B.** 857. **C.** 854. **D.** 856.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 16 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(16 - 1) * 3 * 19 + 1 = 856$.
Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 37

1.C	2.C	3.A	4.D	5.D	6.D	7.C	8.C	9.B	10.C
11.B	12.C	13.B	14.A	15.C	16.A	17.C	18.C	19.B	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 38

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)$.
B. $(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)$.
C. $(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)$.
D. $(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1$
  - $1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0$
  - $1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1$

Chọn đáp án A □

Câu 2. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 37 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 18 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 2665. **B.** 1886. **C.** 1889. **D.** 1888.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 18 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(18 - 1) * 3 * 37 + 1 = 1888$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 25. **B.** 17. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$

Chọn đáp án C □

Câu 4. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 1, 4, 6, 5, 3, 9, 8, 2)$ là:

A. $(8, 2, 5, 1, 6, 3, 9, 7, 4)$. **B.** $(4, 6, 1, 3, 9, 8, 2, 7, 5)$.
C. $(9, 5, 2, 1, 6, 4, 8, 7, 3)$. **D.** $(7, 1, 4, 6, 5, 8, 2, 3, 9)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 25. **B.** 26. **C.** 24. **D.** 23.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.
$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$
Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 \to max$
$4x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0, 0, 1) = 7.5$. **B.** $g(0, 0, 1) = 6.5$. **C.** $g(0, 0, 1) = 7.0$. **D.** $g(0, 0, 1) = 5.5$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{4} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{2}{4}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 0, 1) = 6.5$

Chọn đáp án B □

Câu 7. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 28a_{n-1} - 196a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -17, a_1 = -574$ là:

A. $a_n = (-17 + 24n) \cdot (-14)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (-17 - 24n) \cdot 14^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (17 - 24n) \cdot (-14)^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (17 + 24n) \cdot 14^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 28a_{n-1} - 196a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 28r + 196 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 14)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 14$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 14^n + A_2 \cdot n \cdot 14^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -17 \\ a_1 & = -574 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -17 \\ 14A_1 + 14A_2 & = -574 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -17 \\ A_2 & = -24 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-17 - 24n) \cdot 14^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 101. **B.** 116. **C.** 127. **D.** 110.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 16.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 16$ là 110.
Chọn đáp án D □

Câu 9. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 38$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 8$, $6 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 101668. **B**. 101660. **C**. 101681. **D**. 101655.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 38.$$

Điều kiện: $2 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 8$, $1 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 38, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 8, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{32}^5 = 201376.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 38, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{24}^5 = 42504.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 38, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 8, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{26}^5 = 65780.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 38, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{18}^5 = 8568.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 201376 - 42504 - 65780 + 8568 = 101660.$$

Chọn đáp án B □

Câu 10. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 6a_{n+2} + a_{n+1} - 6a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 12, a_1 = 22, a_2 = 152$.

A. $a_n = 3 - 4 \cdot 6^n - 5 \cdot (-1)^n$. **B.** $a_n = 3 + 4 \cdot 6^n + 5 \cdot (-1)^n$.
C. $a_n = -3 + 4 \cdot 6^n + 5 \cdot (-1)^n$. **D.** $a_n = -3 - 4 \cdot 6^n + 5 \cdot (-1)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 6r^2 - r + 6 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{1; 6; -1\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 + A_2 \cdot 6^n + A_3 \cdot (-1)^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 12 \\ a_1 &= 22 \\ a_2 &= 152 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 12 \\ A_1 + 6A_2 - A_3 &= 22 \\ A_1 + 36A_2 + A_3 &= 152 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 3 \\ A_2 &= 4 \\ A_3 &= 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 3 + 4 \cdot 6^n + 5 \cdot (-1)^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6759940. **B.** 6760000. **C.** 6760087. **D.** 6760370.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 176. **B.** 168. **C.** 182. **D.** 206.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 4, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 5, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 4, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 9)$.
D. $(1, 2, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 7, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 7, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 14. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 5x_4 \to max$

$2x_1 + 5x_2 + x_3 + 5x_4 \leq 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D**. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{2} \geq \frac{3}{1} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{3}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 97. **B**. 14. **C**. 15. **D**. 28.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00001110 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 14, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 15.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -21a_{n-1} - 147a_{n-2} - 343a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 20$, $a_1 = -84$, $a_2 = 882$.

A. $a_n = (20 - 15n + 7n^2) \cdot (-7)^n$.
B. $a_n = (20 - 15n - 7n^2) \cdot (-7)^n$.
C. $a_n = (20 - 15n + 7n^3) \cdot (-7)^n$.
D. $a_n = (20 + 15n + 7n^2) \cdot (-7)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 21r^2 + 147r + 343 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -7.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-7)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 20$, $A_2 = -15$, và $A_3 = 7$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (20 - 15n + 7n^2) \cdot (-7)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 17. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 886 đến 5686 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 14?

A. 2053.
B. 2072.
C. 2145.
D. 2058.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 14.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 886 đến 5686:

$$S_3 = \frac{5685 - 888}{3} + 1 = 1600$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 886 đến 5686:

$$S_7 = \frac{5684 - 889}{7} + 1 = 686$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 886 đến 5686:

$$S_{14} = \frac{5684 - 896}{14} + 1 = 343$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7)$:

$$S_{3,7} = \frac{5670 - 903}{21} + 1 = 228$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 14)$:

$$S_{3,14} = \frac{5670 - 924}{42} + 1 = 114$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 14)$:

$$S_{7,14} = \frac{5684 - 896}{14} + 1 = 343$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7, 14)$:

$$S_{3,7,14} = \frac{5670 - 924}{42} + 1 = 114$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1600 + 686 + 343) - (228 + 114 + 343) + 114 = 2058.$$

Kết luận: Có **2058 số** trong đoạn từ 886 đến 5686 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 14.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 16 & 21 & 17 & 7 \\ 4 & 0 & 13 & 10 & 14 \\ 12 & 4 & 0 & 9 & 13 \\ 20 & 7 & 10 & 0 & 20 \\ 11 & 7 & 21 & 21 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 118. **B**. 116. **C**. 112. **D**. 69.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 16 + 13 + 9 + 20 + 11 = 69$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =69.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 7, 9)$.

A. $(1, 2, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8)$. **B**. $(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 6, 7, 9)$. **D**. $(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 20. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 7. **B**. 11. **C**. 16. **D**. 9.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3-1)*5+1=11$

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 38

1.A	2.D	3.C	4.D	5.C	6.B	7.B	8.D	9.B	10.B
11.B	12.A	13.D	14.D	15.C	16.A	17.D	18.D	19.C	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 39

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1)(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0)$.
B. $(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1)(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)$.
C. $(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1)(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)$.
D. $(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1)(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0$
  - $1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1$
  - $1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0$

Chọn đáp án D □

Câu 2. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 \to max$
$x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 5x_4 \le 11$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,1)

A. $g(1, 0, 1) = 9.2$. **B**. $g(1, 0, 1) = 8.7$. **C**. $g(1, 0, 1) = 8.2$. **D**. $g(1, 0, 1) = 7.2$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \dots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{3}{1} \ge \frac{6}{5} \ge \frac{2}{2} \ge \frac{2}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,0,1) = 8.2$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -8a_{n-1} - 16a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 27, a_1 = -224$ là:

A. $a_n = (-27 - 29n) \cdot (-4)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (27 + 29n) \cdot (-4)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (27 - 29n) \cdot 4^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (-27 + 29n) \cdot 4^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -8a_{n-1} - 16a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 8r + 16 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+4)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -4$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-4)^n + A_2 \cdot n \cdot (-4)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 27 \\ a_1 & = -224 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 27 \\ -4A_1 - 4A_2 & = -224 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 27 \\ A_2 & = 29 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (27 + 29n) \cdot (-4)^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 38$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 9$, $8 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 104079. **B.** 104076. **C.** 104100. **D.** 104067.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 38.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 9$, $2 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 38, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{31}^5 = 169911.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 38, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 9, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{22}^5 = 26334.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 38, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{24}^5 = 42504.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 38, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 9, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{15}^5 = 3003.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 169911 - 26334 - 42504 + 3003 = 104076.$$

Chọn đáp án B □

Câu 5. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 22. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 ... x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án D □

Câu 6. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 344. **B.** 352. **C.** 359. **D.** 374.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^7 - 2^5 = 256 + 128 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 462. **B.** 486. **C.** 416. **D.** 418.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 110100001 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 417, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 418.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(2, 1, 5, 7, 8, 3, 4, 6, 9)$ là:

A. $(2, 1, 5, 7, 8, 3, 4, 9, 6)$. **B.** $(4, 5, 8, 9, 1, 6, 2, 3, 7)$.
C. $(5, 4, 6, 3, 7, 8, 1, 9, 2)$. **D.** $(8, 5, 2, 9, 7, 4, 6, 1, 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760130. **B.** 6760326. **C.** 6759818. **D.** 6760000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 10. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 13 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 4 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 77. **B.** 80. **C.** 157. **D.** 79.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 4 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(4 - 1) * 2 * 13 + 1 = 79$.
Chọn đáp án D □

Câu 11. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 145. **B**. 163. **C**. 137. **D**. 153.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 18.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 18$ là 145.

Chọn đáp án A □

Câu 12. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 4. **B.** 5. **C.** 11. **D.** 6.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1)*5+1=6$

Chọn đáp án D □

Câu 13. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 66a_{n-1} - 1452a_{n-2} + 10648a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 2$, $a_1 = -858$, $a_2 = -66792$.

A. $a_n = (2 - 12n + 29n^2) \cdot (22)^n$. **B.** $a_n = (2 - 12n - 29n^2) \cdot (22)^n$.

C. $a_n = (2 - 12n - 29n^3) \cdot (22)^n$. **D.** $a_n = (2 + 12n - 29n^2) \cdot (22)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 66r^2 + 1452r - 10648 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 22.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (22)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 2$, $A_2 = -12$, và $A_3 = -29$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (2 - 12n - 29n^2) \cdot (22)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 19 & 7 & 15 & 19 & 19 \\ 4 & 0 & 12 & 21 & 13 & 9 \\ 3 & 9 & 0 & 13 & 13 & 6 \\ 21 & 3 & 11 & 0 & 5 & 3 \\ 16 & 15 & 3 & 4 & 0 & 21 \\ 10 & 3 & 14 & 18 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 130. **B.** 136. **C.** 80. **D.** 134.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 19 + 12 + 13 + 5 + 21 + 10 = 80$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =80.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 2x_2 + x_3 + 6x_4 \to max$

$6x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 5x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.

C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{5} \geq \frac{4}{6} \geq \frac{2}{4} \geq \frac{1}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)$.

A. $(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,6,8,9)$.
B. $(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,6,8,9)$.
C. $(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,7,8,9)$.
D. $(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,6,7,9)(1,2,3,4,6,7,8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8$

Chọn đáp án D □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
A. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
C. $(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 795 đến 5275 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 16?
A. 1898. **B.** 1854. **C.** 1868. **D.** 1886.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 16.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 795 đến 5275:
$$S_3 = \frac{5274 - 795}{3} + 1 = 1494$$
- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 795 đến 5275:
$$S_8 = \frac{5272 - 800}{8} + 1 = 560$$
- Số các số chia hết cho 16 trong đoạn từ 795 đến 5275:
$$S_{16} = \frac{5264 - 800}{16} + 1 = 280$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8)$:
$$S_{3,8} = \frac{5256 - 816}{24} + 1 = 186$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 16)$:
$$S_{3,16} = \frac{5232 - 816}{48} + 1 = 93$$

- Số các số chia hết cho BCNN(8, 16):

$$S_{8,16} = \frac{5264 - 800}{16} + 1 = 280$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(3, 8, 16):

$$S_{3,8,16} = \frac{5232 - 816}{48} + 1 = 93$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1494 + 560 + 280) - (186 + 93 + 280) + 93 = 1868.$$

Kết luận: Có **1868 số** trong đoạn từ 795 đến 5275 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 16.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 23. **B.** 25. **C.** 24. **D.** 26.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.

- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:

  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.

  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:

    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.

    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.

$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.

$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$

Chọn đáp án C □

Câu 20. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 8a_{n+2} + 23a_{n+1} - 210a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -2, a_1 = -60, a_2 = -168$.

A. $a_n = 4 \cdot 7^n + 2 \cdot 6^n + 4 \cdot (-5)^n$. **B.** $a_n = -4 \cdot 7^n - 2 \cdot 6^n + 4 \cdot (-5)^n$.

C. $a_n = -4 \cdot 7^n + 2 \cdot 6^n - 4 \cdot (-5)^n$. **D.** $a_n = 4 \cdot 7^n - 2 \cdot 6^n + 4 \cdot (-5)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 8r^2 - 23r + 210 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{7; 6; -5\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 7^n + A_2 \cdot 6^n + A_3 \cdot (-5)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -2 \\ a_1 & = -60 \\ a_2 & = -168 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -2 \\ 7A_1 + 6A_2 - 5A_3 & = -60 \\ 49A_1 + 36A_2 + 25A_3 & = -168 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -4 \\ A_2 & = -2 \\ A_3 & = 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -4 \cdot 7^n - 2 \cdot 6^n + 4 \cdot (-5)^n$.
Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 39

1.D	2.C	3.B	4.B	5.D	6.B	7.D	8.A	9.D	10.D
11.A	12.D	13.B	14.C	15.A	16.D	17.A	18.C	19.C	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 40

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -38a_{n-1} - 361a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 9, a_1 = 95$ là:

A. $a_n = (9 - 14n) \cdot (-19)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (9 + 14n) \cdot 19^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-9 - 14n) \cdot 19^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (-9 + 14n) \cdot (-19)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -38a_{n-1} - 361a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 38r + 361 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 19)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -19$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-19)^n + A_2 \cdot n \cdot (-19)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 9 \\ a_1 & = 95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 9 \\ -19A_1 - 19A_2 & = 95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 9 \\ A_2 & = -14 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (9 - 14n) \cdot (-19)^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(2, 1, 5, 4, 7, 3, 6, 9, 8)$ là:

A. $(5, 4, 2, 8, 3, 1, 6, 7, 9)$. **B.** $(8, 7, 3, 6, 4, 1, 9, 5, 2)$.
C. $(9, 7, 8, 5, 1, 4, 3, 6, 2)$. **D.** $(2, 1, 5, 4, 7, 3, 8, 6, 9)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 144. **B.** 164. **C.** 153. **D.** 145.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 18.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 18$ là 145.
Chọn đáp án D □

Câu 4. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 58$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 4$, $9 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 285299. **B**. 285283. **C**. 285294. **D**. 285285.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 58.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 4$, $1 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 58, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 4, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{53}^5 = 2869685.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 58, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 4, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{51}^5 = 2349060.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 58, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 4, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{44}^5 = 1086008.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 58, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 4, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{42}^5 = 850668.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 2869685 - 2349060 - 1086008 + 850668 = 285285.$$

Chọn đáp án D □

Câu 5. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 4a_{n+2} + 49a_{n+1} - 196a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -1, a_1 = 34, a_2 = -214$.

A. $a_n = -5 \cdot 4^n - 4 \cdot (-7)^n - 2 \cdot 7^n$.
B. $a_n = -5 \cdot 4^n + 4 \cdot (-7)^n - 2 \cdot 7^n$.
C. $a_n = 5 \cdot 4^n + 4 \cdot (-7)^n + 2 \cdot 7^n$.
D. $a_n = 5 \cdot 4^n - 4 \cdot (-7)^n - 2 \cdot 7^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 4r^2 - 49r + 196 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{4; -7; 7\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 4^n + A_2 \cdot (-7)^n + A_3 \cdot 7^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -1 \\ a_1 & = 34 \\ a_2 & = -214 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -1 \\ 4A_1 - 7A_2 + 7A_3 & = 34 \\ 16A_1 + 49A_2 + 49A_3 & = -214 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 5 \\ A_2 & = -4 \\ A_3 & = -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 5 \cdot 4^n - 4 \cdot (-7)^n - 2 \cdot 7^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 1, 0, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 123. **B.** 219. **C.** 149. **D.** 122.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1111010 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 122, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 123.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104481. **B**. 104065. **C**. 104000. **D**. 103850.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 176. **B**. 174. **C**. 181. **D**. 198.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 10 & 17 & 10 & 6 & 17 \\ 12 & 0 & 8 & 14 & 12 & 10 \\ 9 & 3 & 0 & 16 & 11 & 9 \\ 17 & 20 & 11 & 0 & 3 & 3 \\ 7 & 19 & 20 & 3 & 0 & 17 \\ 15 & 7 & 14 & 10 & 16 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 126. **B**. 69. **C**. 124. **D**. 120.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 10 + 8 + 16 + 3 + 17 + 15 = 69$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =69.
Chọn đáp án B □

Câu 10. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 37. **B**. 32. **C**. 29. **D**. 62.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án B □

Câu 11. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3x_4 \to max$
$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 5x_4 \le 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1,1,0) = 10.4$. **B**. $g(1,1,0) = 9.4$. **C**. $g(1,1,0) = 10.9$. **D**. $g(1,1,0) = 11.4$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \dots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{3} \ge \frac{3}{2} \ge \frac{5}{5} \ge \frac{3}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,0) = 10.4$

Chọn đáp án A □

Câu 12. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 870 đến 7064 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 13?

A. 2461 **B**. 2395 **C**. 2385 **D**. 2369

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 13.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 870 đến 7064:

$$S_4 = \frac{7064 - 872}{4} + 1 = 1549$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 870 đến 7064:

$$S_6 = \frac{7062 - 870}{6} + 1 = 1033$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 870 đến 7064:

$$S_{13} = \frac{7059 - 871}{13} + 1 = 477$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4,6)$:

$$S_{4,6} = \frac{7056 - 876}{12} + 1 = 516$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4,13)$:

$$S_{4,13} = \frac{7020 - 884}{52} + 1 = 119$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(6,13)$:

$$S_{6,13} = \frac{7020 - 936}{78} + 1 = 79$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4,6,13)$:

$$S_{4,6,13} = \frac{7020 - 936}{156} + 1 = 40$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1549 + 1033 + 477) - (516 + 119 + 79) + 40 = 2385.$$

Kết luận: Có **2385 số** trong đoạn từ 870 đến 7064 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 13.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 2x_4 \to max$

$3x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$ **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$

C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1.$ **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{1} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{2}{2} \geq \frac{2}{3}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9).$

B. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9).$

C. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9).$

D. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9).$

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 22. **B.** 20. **C.** 19. **D.** 21.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án (B) □

Câu 16. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 48a_{n-1} - 768a_{n-2} + 4096a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 17$, $a_1 = 352$, $a_2 = 22272$.

A. $a_n = (17 - 25n - 30n^2) \cdot (16)^n$. **B.** $a_n = (17 - 25n + 30n^2) \cdot (16)^n$.
C. $a_n = (17 + 25n + 30n^2) \cdot (16)^n$. **D.** $a_n = (17 - 25n + 30n^3) \cdot (16)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 48r^2 + 768r - 4096 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 16.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (16)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 17$, $A_2 = -25$, và $A_3 = 30$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (17 - 25n + 30n^2) \cdot (16)^n.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 6, 8, 9)$. **B.** $(1, 2, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8)$. **D.** $(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 6, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 18. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$.
B. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$.
C. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$.
D. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0$
  - $0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1$
  - $0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0$
  - $0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$

Chọn đáp án A □

Câu 19. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 32 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 16 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1442. **B.** 1439. **C.** 2049. **D.** 1441.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 16 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(16 - 1) * 3 * 32 + 1 = 1441$.

Chọn đáp án D □

Câu 20. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 25.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 8.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3-1)*8+1=17$

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 40

1.A	2.D	3.D	4.D	5.D	6.A	7.C	8.A	9.B	10.B
11.A	12.C	13.B	14.C	15.B	16.B	17.D	18.A	19.D	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 41

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 16 đến 5467 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 11?

A. 2149
B. 2133
C. 2160
D. 2179

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 16 đến 5467:
$$S_4 = \frac{5464 - 16}{4} + 1 = 1363$$
- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 16 đến 5467:
$$S_6 = \frac{5466 - 18}{6} + 1 = 909$$
- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 16 đến 5467:
$$S_{11} = \frac{5467 - 22}{11} + 1 = 496$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6)$:
$$S_{4,6} = \frac{5460 - 24}{12} + 1 = 454$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 11)$:
$$S_{4,11} = \frac{5456 - 44}{44} + 1 = 124$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(6, 11)$:
$$S_{6,11} = \frac{5412 - 66}{66} + 1 = 82$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6, 11)$:
$$S_{4,6,11} = \frac{5412 - 132}{132} + 1 = 41$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(1363 + 909 + 496) - (454 + 124 + 82) + 41 = 2149.$$

Kết luận: Có **2149 số** trong đoạn từ 16 đến 5467 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 11.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 13 & 11 & 6 \\ 6 & 0 & 5 & 16 & 14 \\ 7 & 4 & 0 & 21 & 7 \\ 19 & 6 & 19 & 0 & 16 \\ 14 & 13 & 18 & 14 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 119. **B.** 117. **C.** 69. **D.** 113.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 13 + 5 + 21 + 16 + 14 = 69$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =69.
Chọn đáp án C □

Câu 3. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -60a_{n-1} - 1200a_{n-2} - 8000a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -30$, $a_1 = 600$, $a_2 = -32800$.

A. $a_n = (-30 + 26n - 26n^2) \cdot (-20)^n$.
B. $a_n = (-30 - 26n - 26n^2) \cdot (-20)^n$.
C. $a_n = (-30 + 26n + 26n^2) \cdot (-20)^n$.
D. $a_n = (-30 + 26n - 26n^3) \cdot (-20)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 60r^2 + 1200r + 8000 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -20.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-20)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -30$, $A_2 = 26$, và $A_3 = -26$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-30 + 26n - 26n^2) \cdot (-20)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 4. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1,3,4,5,6,8,9)(1,3,4,5,6,7,9)(1,2,5,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8)$.
B. $(1,3,4,5,6,7,8)(1,3,4,5,6,8,9)(1,3,4,5,6,7,9)(1,2,5,6,7,8,9)$.
C. $(1,2,5,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,9)(1,3,4,5,6,7,8)(1,3,4,5,6,8,9)$.
D. $(1,2,5,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8)(1,3,4,5,6,7,9)(1,3,4,5,6,8,9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 9$

– $1, 3, 4, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -28a_{n-1} - 196a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 18, a_1 = -182$ là:

A. $a_n = (-18 + 5n) \cdot (-14)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (18 - 5n) \cdot (-14)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-18 - 5n) \cdot 14^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (18 + 5n) \cdot 14^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -28a_{n-1} - 196a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 28r + 196 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 14)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -14$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-14)^n + A_2 \cdot n \cdot (-14)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 18 \\ a_1 &= -182 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 18 \\ -14A_1 - 14A_2 &= -182 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 18 \\ A_2 &= -5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (18 - 5n) \cdot (-14)^n$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 6. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 9. **B.** 7. **C.** 16. **D.** 11.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3 - 1) * 5 + 1 = 11$

Chọn đáp án (D) □

Câu 7. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 22. **B.** 21. **C.** 20. **D.** 19.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.

– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án C □

Câu 8. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 4x_4 \to max$
$3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
B. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.
D. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{3} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{4}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 5x_4 \to max$
$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4 \leq 12$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,1)

A. $g(1, 1, 1) = 21.5$.
B. $g(1, 1, 1) = 21.0$.
C. $g(1, 1, 1) = 20.0$.
D. $g(1, 1, 1) = 22.0$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{1} \geq \frac{6}{2} \geq \frac{5}{4} \geq \frac{5}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 1, 1) = 21.0$

Chọn đáp án (B) □

Câu 10. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 8 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 9 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 129. **B**. 217. **C**. 127. **D**. 130.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 9 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(9 - 1) * 2 * 8 + 1 = 129$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.

A. $(1,3,4,5,6,7,8)(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,6,7,8,9)$.

B. $(1,2,5,6,7,8,9)(1,2,4,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)$.

C. $(1,3,4,5,6,7,8)(1,2,5,6,7,8,9)(1,2,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)$.

D. $(1,2,4,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8)(1,2,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 12. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 143. **B.** 145. **C.** 150. **D.** 163.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 19.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 19$ là 145.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 1, 0, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$.
B. $(0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$.
C. $(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)$.
D. $(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 0, 1, 0, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 0, 1, 0, 0, 1$
  - $0, 1, 0, 1, 0, 1, 0$
  - $0, 1, 0, 1, 0, 1, 1$
  - $0, 1, 0, 1, 1, 0, 0$

Chọn đáp án D □

Câu 14. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 102. **B.** 117. **C.** 198. **D.** 101.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 01100101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 101, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 102.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(8, 6, 1, 9, 7, 2, 3, 5, 4)$ là:

A. $(8, 6, 1, 9, 7, 2, 4, 3, 5)$. **B.** $(6, 7, 2, 9, 1, 5, 8, 4, 3)$.
C. $(5, 3, 1, 6, 2, 7, 9, 4, 8)$. **D.** $(7, 6, 2, 3, 5, 8, 4, 9, 1)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 16. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 17. **B.** 44. **C.** 16. **D.** 14.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án C □

Câu 17. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 6a_{n+2}+9a_{n+1}-14a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -5, a_1 = 22, a_2 = 76$.

A. $a_n = 5\cdot(-2)^n + 2\cdot 7^n - 2$. **B.** $a_n = 5\cdot(-2)^n - 2\cdot 7^n - 2$.
C. $a_n = -5\cdot(-2)^n + 2\cdot 7^n - 2$. **D.** $a_n = -5\cdot(-2)^n - 2\cdot 7^n + 2$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 6r^2 - 9r + 14 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-2; 7; 1\}$
$\Rightarrow a_n = A_1\cdot(-2)^n + A_2\cdot 7^n + A_3$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -5 \\ a_1 &= 22 \\ a_2 &= 76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -5 \\ -2A_1 + 7A_2 + A_3 &= 22 \\ 4A_1 + 49A_2 + A_3 &= 76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -5 \\ A_2 &= 2 \\ A_3 &= -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -5\cdot(-2)^n + 2\cdot 7^n - 2$.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 103996. **B.** 104000. **C.** 104469. **D.** 104107.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 448. **B.** 444. **C.** 463. **D.** 450.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^6 = 64$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^8 - 2^6 = 256 + 256 - 64 = 448$$

Vậy có **448** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 20. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 7$, $8 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 38484. **B.** 38461. **C.** 38456. **D.** 38453.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 7$, $1 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 7, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{27}^5 = 80730.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 7, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{23}^5 = 33649.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 7, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{19}^5 = 11628.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 7, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{15}^5 = 3003.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 80730 - 33649 - 11628 + 3003 = 38456.$$

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 41

1.A	2.C	3.A	4.D	5.B	6.D	7.C	8.A	9.B	10.A
11.C	12.B	13.D	14.A	15.A	16.C	17.C	18.B	19.A	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 42

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 2. **B**. 4. **C**. 3. **D**. 5.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 + a_1 + 2^1 = 3$
Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 4, 5, 8, 9)$.

A. $(2, 4, 6, 8, 9)(2, 4, 6, 7, 9)(2, 4, 6, 7, 8)$. **B**. $(2, 4, 6, 7, 8)(2, 4, 6, 8, 9)(2, 4, 6, 7, 9)$.
C. $(2, 4, 6, 7, 8)(2, 4, 6, 7, 9)(2, 4, 6, 8, 9)$. **D**. $(2, 4, 6, 8, 9)(2, 4, 6, 7, 8)(2, 4, 6, 7, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 4, 5, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 4, 6, 7, 8$
  - $2, 4, 6, 7, 9$
  - $2, 4, 6, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 4x_4 \to max$
$5x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B**. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D**. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{6}{2} \geq \frac{4}{2} \geq \frac{2}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án D □

Câu 4. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \to max$
$5x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 11$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1, 0, 0) = 2.0$. **B**. $g(1, 0, 0) = 3.0$. **C**. $g(1, 0, 0) = 3.5$. **D**. $g(1, 0, 0) = 4.0$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{2}{5} \geq \frac{2}{6} \geq \frac{1}{4} \geq \frac{1}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,0,0) = 3.0$

Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 116. **B.** 128. **C.** 110. **D.** 102.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 17.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 17$ là 110.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 4, 5, 7, 8)$.

A. $(2,4,5,6,7)(2,4,5,6,8)(2,3,7,8,9)(2,4,5,6,9)(2,3,6,8,9)$.
B. $(2,3,6,8,9)(2,3,7,8,9)(2,4,5,6,7)(2,4,5,6,8)(2,4,5,6,9)$.
C. $(2,3,7,8,9)(2,4,5,6,7)(2,4,5,6,9)(2,3,6,8,9)(2,4,5,6,8)$.
D. $(2,4,5,6,9)(2,4,5,6,8)(2,4,5,6,7)(2,3,7,8,9)(2,3,6,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 4, 5, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 4, 5, 6, 9$
  - $2, 4, 5, 6, 8$
  - $2, 4, 5, 6, 7$
  - $2, 3, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 6, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 7. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 8, 1, 9, 4, 5, 3, 6, 2)$ là:

A. $(9,7,1,2,3,4,5,8,6)$. **B**. $(7,8,1,9,4,5,6,2,3)$.
C. $(2,4,9,5,7,1,6,3,8)$. **D**. $(1,6,4,9,2,3,7,8,5)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 166. **B**. 165. **C**. 257. **D**. 196.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 10100101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 165, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 166.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 48. **B.** 35. **C.** 30. **D.** 32.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án D □

Câu 10. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 176. **B.** 185. **C.** 198. **D.** 175.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^6 - 2^4 = 128 + 64 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 11. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104474. **B.** 104146. **C.** 104000. **D.** 103904.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)$.
B. $(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)$.
C. $(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$.
D. $(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0$
  - $0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1$
  - $0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0$
  - $0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1$

Chọn đáp án A □

Câu 13. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 7$, $8 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 58977. **B.** 58960. **C.** 58968. **D.** 58958.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 7$, $1 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 7, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{30}^5 = 142506.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 7, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{26}^5 = 65780.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 7, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{22}^5 = 26334.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 7, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{18}^5 = 8568.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 142506 - 65780 - 26334 + 8568 = 58960.$$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = a_{n+2} + 22a_{n+1} - 40a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -5, a_1 = -8, a_2 = -134$.

A. $a_n = -3 \cdot 2^n + 2 \cdot (-5)^n - 6 \cdot 4^n$.
B. $a_n = 3 \cdot 2^n + 2 \cdot (-5)^n + 6 \cdot 4^n$.
C. $a_n = 3 \cdot 2^n - 2 \cdot (-5)^n - 6 \cdot 4^n$.
D. $a_n = -3 \cdot 2^n - 2 \cdot (-5)^n - 6 \cdot 4^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - r^2 - 22r + 40 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{2; -5; 4\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 2^n + A_2 \cdot (-5)^n + A_3 \cdot 4^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -5 \\ a_1 &= -8 \\ a_2 &= -134 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -5 \\ 2A_1 - 5A_2 + 4A_3 &= -8 \\ 4A_1 + 25A_2 + 16A_3 &= -134 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 3 \\ A_2 &= -2 \\ A_3 &= -6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 3 \cdot 2^n - 2 \cdot (-5)^n - 6 \cdot 4^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giả thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 25. **B.** 41. **C.** 33. **D.** 29.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 8.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5 - 1) * 8 + 1 = 33$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -14a_{n-1} - 49a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -2, a_1 = -147$ là:

A. $a_n = (2 + 23n) \cdot 7^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (2 - 23n) \cdot (-7)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-2 - 23n) \cdot 7^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-2 + 23n) \cdot (-7)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -14a_{n-1} - 49a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 14r + 49 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 7)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -7$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-7)^n + A_2 \cdot n \cdot (-7)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -2 \\ a_1 & = -147 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -2 \\ -7A_1 - 7A_2 & = -147 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -2 \\ A_2 & = 23 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-2 + 23n) \cdot (-7)^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 33a_{n-1} - 363a_{n-2} + 1331a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 21$, $a_1 = 407$, $a_2 = 7623$.

A. $a_n = (21 + 11n + 5n^2) \cdot (11)^n$.
B. $a_n = (21 + 11n - 5n^2) \cdot (11)^n$.
C. $a_n = (21 - 11n + 5n^2) \cdot (11)^n$.
D. $a_n = (21 + 11n + 5n^3) \cdot (11)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 33r^2 + 363r - 1331 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 11.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (11)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 21$, $A_2 = 11$, và $A_3 = 5$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (21 + 11n + 5n^2) \cdot (11)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 11 & 12 & 4 \\ 3 & 0 & 12 & 11 & 6 \\ 11 & 11 & 0 & 7 & 9 \\ 20 & 17 & 20 & 0 & 13 \\ 19 & 11 & 11 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 59. **B.** 106. **C.** 102. **D.** 108.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 8 + 12 + 7 + 13 + 19 = 59$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =59.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 184 đến 7774 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 13?

A. 3599. B. 3586. C. 3583. D. 3628.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 184 đến 7774:
$$S_3 = \frac{7773 - 186}{3} + 1 = 2530$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 184 đến 7774:
$$S_7 = \frac{7770 - 189}{7} + 1 = 1084$$
- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 184 đến 7774:
$$S_{13} = \frac{7774 - 195}{13} + 1 = 584$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 7)$:
$$S_{3,7} = \frac{7770 - 189}{21} + 1 = 362$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 13)$:
$$S_{3,13} = \frac{7761 - 195}{39} + 1 = 195$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(7, 13)$:
$$S_{7,13} = \frac{7735 - 273}{91} + 1 = 83$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 7, 13)$:
$$S_{3,7,13} = \frac{7644 - 273}{273} + 1 = 28$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(2530 + 1084 + 584) - (362 + 195 + 83) + 28 = 3586.$$

Kết luận: Có **3586 số** trong đoạn từ 184 đến 7774 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 13.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 34 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 512. B. 511. C. 817. D. 509.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(6 - 1) * 3 * 34 + 1 = 511$.

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 42

1.C	2.C	3.D	4.B	5.C	6.D	7.B	8.A	9.D	10.A
11.C	12.A	13.B	14.C	15.C	16.D	17.A	18.A	19.B	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 43

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 163 đến 9710 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 13?

A. 4396 B. 4425 C. 4406 D. 4476

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 163 đến 9710:
$$S_3 = \frac{9708 - 165}{3} + 1 = 3182$$
- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 163 đến 9710:
$$S_8 = \frac{9704 - 168}{8} + 1 = 1193$$
- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 163 đến 9710:
$$S_{13} = \frac{9698 - 169}{13} + 1 = 734$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8)$:
$$S_{3,8} = \frac{9696 - 168}{24} + 1 = 398$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 13)$:
$$S_{3,13} = \frac{9672 - 195}{39} + 1 = 244$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(8, 13)$:
$$S_{8,13} = \frac{9672 - 208}{104} + 1 = 92$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8, 13)$:
$$S_{3,8,13} = \frac{9672 - 312}{312} + 1 = 31$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(3182 + 1193 + 734) - (398 + 244 + 92) + 31 = 4406.$$

Kết luận: Có **4406 số** trong đoạn từ 163 đến 9710 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 13.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 \to max$

$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 8$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,1)

A. $g(0, 1, 1) = 5.666$. **B**. $g(0, 1, 1) = 6.166$. **C**. $g(0, 1, 1) = 4.666$. **D**. $g(0, 1, 1) = 6.666$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{2}{1} \geq \frac{2}{2} \geq \frac{3}{4} \geq \frac{2}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 1, 1) = 5.666$

Chọn đáp án A □

Câu 3. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 7a_{n+2}+4a_{n+1}-28a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 12, a_1 = 37, a_2 = 273$.

A. $a_n = 4 \cdot 2^n - 3 \cdot (-2)^n - 5 \cdot 7^n$. **B**. $a_n = -4 \cdot 2^n + 3 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 7^n$.

C. $a_n = 4 \cdot 2^n + 3 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 7^n$. **D**. $a_n = -4 \cdot 2^n - 3 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 7^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 7r^2 - 4r + 28 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{2; -2; 7\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 2^n + A_2 \cdot (-2)^n + A_3 \cdot 7^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 12 \\ a_1 & = 37 \\ a_2 & = 273 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 12 \\ 2A_1 - 2A_2 + 7A_3 & = 37 \\ 4A_1 + 4A_2 + 49A_3 & = 273 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 4 \\ A_2 & = 3 \\ A_3 & = 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 4 \cdot 2^n + 3 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 7^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 \to max$

$3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **B**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{1} \geq \frac{3}{3} \geq \frac{2}{4} \geq \frac{2}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8)$.
A. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

Chọn đáp án D □

Câu 6. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 352. **B.** 343. **C.** 361. **D.** 372.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^8 - 2^5 = 128 + 256 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -24a_{n-1} - 144a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -7, a_1 = -264$ là:

A. $a_n = (-7 + 29n) \cdot (-12)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (-7 - 29n) \cdot 12^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (7 - 29n) \cdot (-12)^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (7 + 29n) \cdot 12^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -24a_{n-1} - 144a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 24r + 144 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 12)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -12$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-12)^n + A_2 \cdot n \cdot (-12)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -7 \\ a_1 & = -264 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -7 \\ -12A_1 - 12A_2 & = -264 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -7 \\ A_2 & = 29 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-7 + 29n) \cdot (-12)^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 8. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án B □

Câu 9. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 6 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 13 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 146. **B.** 143. **C.** 235. **D.** 145.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 13 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(13 - 1) * 2 * 6 + 1 = 145$.
Chọn đáp án D □

Câu 10. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 60. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 38.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án B □

Câu 11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 8)(1, 2, 3, 4, 9)(1, 2, 3, 4, 7)(1, 2, 3, 4, 6)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 7)(1, 2, 3, 4, 9)(1, 2, 3, 4, 8)(1, 2, 3, 4, 6)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 7)(1, 2, 3, 4, 6)(1, 2, 3, 4, 9)(1, 2, 3, 4, 8)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 6)(1, 2, 3, 4, 7)(1, 2, 3, 4, 8)(1, 2, 3, 4, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5$.

- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6$
  - $1, 2, 3, 4, 7$
  - $1, 2, 3, 4, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 9$

Chọn đáp án (D) □

Câu 12. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 139. **B**. 145. **C**. 152. **D**. 158.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 19.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 19$ là 145.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 95. **B.** 125. **C.** 196. **D.** 96.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 01011111 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 95, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 96.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1)$.
B. $(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$.
C. $(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0)$.
D. $(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0$
  - $0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1$
  - $0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0$

Chọn đáp án C □

Câu 15. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5, 4, 9, 3, 7, 8, 2, 1, 6)$ là:

A. $(7, 3, 8, 9, 5, 1, 4, 6, 2)$. **B.** $(5, 4, 9, 3, 7, 8, 2, 6, 1)$.
C. $(7, 8, 2, 6, 1, 9, 4, 5, 3)$. **D.** $(9, 1, 4, 5, 3, 2, 6, 7, 8)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300305. **B.** 1300063. **C.** 1300000. **D.** 1299966.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 17. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 30a_{n-1} - 300a_{n-2} + 1000a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 14$, $a_1 = 200$, $a_2 = 6600$.

A. $a_n = (14 - 14n + 20n^2) \cdot (10)^n$.
B. $a_n = (14 + 14n + 20n^2) \cdot (10)^n$.
C. $a_n = (14 - 14n - 20n^2) \cdot (10)^n$.
D. $a_n = (14 - 14n + 20n^3) \cdot (10)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 30r^2 + 300r - 1000 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 10.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (10)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 14$, $A_2 = -14$, và $A_3 = 20$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (14 - 14n + 20n^2) \cdot (10)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 9 & 11 & 20 & 4 \\ 7 & 0 & 13 & 21 & 4 \\ 4 & 17 & 0 & 11 & 18 \\ 5 & 5 & 15 & 0 & 9 \\ 15 & 8 & 10 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 57. **B.** 109. **C.** 107. **D.** 103.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 9 + 13 + 11 + 9 + 15 = 57$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =57.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 21. **B.** 29. **C.** 25. **D.** 36.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 7.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1)*7+1 = 29$

Chọn đáp án B □

Câu 20. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 4$, $7 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 33755. **B.** 33745. **C.** 33758. **D.** 33784.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33.$$
Điều kiện: $2 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 4$, $4 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 4, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$
Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{28}^5 = 98280.$$
2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 4, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{23}^5 = 33649.$$
3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 4, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_3 = C_{24}^5 = 42504.$$
4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 4, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_4 = C_{19}^5 = 11628.$$
Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:
$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 98280 - 33649 - 42504 + 11628 = 33755.$$

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 43

1.C	2.A	3.C	4.D	5.D	6.A	7.A	8.B	9.D	10.B
11.D	12.B	13.D	14.C	15.B	16.C	17.A	18.A	19.B	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 44

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -11, a_1 = -270$ là:

A. $a_n = (-11 + 26n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (11 + 26n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-11 - 26n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (11 - 26n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 36r + 324 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 18)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -18$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-18)^n + A_2 \cdot n \cdot (-18)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -11 \\ a_1 & = -270 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -11 \\ -18A_1 - 18A_2 & = -270 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -11 \\ A_2 & = 26 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-11 + 26n) \cdot (-18)^n$.
Chọn đáp án A □

Câu 2. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -9a_{n-1} - 27a_{n-2} - 27a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 13$, $a_1 = 78$, $a_2 = -873$.

A. $a_n = (13 - 23n - 16n^3) \cdot (-3)^n$. **B.** $a_n = (13 + 23n - 16n^2) \cdot (-3)^n$.
C. $a_n = (13 - 23n - 16n^2) \cdot (-3)^n$. **D.** $a_n = (13 - 23n + 16n^2) \cdot (-3)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 9r^2 + 27r + 27 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -3.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-3)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 13$, $A_2 = -23$, và $A_3 = -16$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (13 - 23n - 16n^2) \cdot (-3)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 13 & 15 & 5 \\ 7 & 0 & 6 & 6 & 18 \\ 11 & 17 & 0 & 13 & 13 \\ 3 & 4 & 10 & 0 & 17 \\ 3 & 20 & 19 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 92. **B.** 94. **C.** 47. **D.** 88.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 8 + 6 + 13 + 17 + 3 = 47$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =47.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 7$, $8 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 15231. **B.** 15225. **C.** 15243. **D.** 15222.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 7$, $2 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 7, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{22}^5 = 26334.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 7, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{18}^5 = 8568.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 7, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{15}^5 = 3003.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 7, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{11}^5 = 462.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 26334 - 8568 - 3003 + 462 = 15225.$$

Chọn đáp án B □

Câu 5. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 349. **B.** 352. **C.** 374. **D.** 353.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^8 - 2^5 = 128 + 256 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 46. **B.** 44. **C.** 43. **D.** 45.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 \to max$
$3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 6x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1, 0, 0) = 4.833$. **B.** $g(1, 0, 0) = 3.833$. **C.** $g(1, 0, 0) = 5.333$. **D.** $g(1, 0, 0) = 5.833$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{3} \geq \frac{3}{5} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{1}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 0) = 4.833$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 16. **B.** 21. **C.** 45. **D.** 15.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án A □

Câu 9. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 461. **B**. 460. **C**. 459. **D**. 473.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104182. **B.** 104449. **C.** 104000. **D.** 103893.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 571 đến 7017 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 15?

A. 2593. **B.** 2579. **C.** 2673. **D.** 2578.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 15.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 571 đến 7017:

$$S_4 = \frac{7016 - 572}{4} + 1 = 1612$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 571 đến 7017:

$$S_7 = \frac{7014 - 574}{7} + 1 = 921$$

- Số các số chia hết cho 15 trong đoạn từ 571 đến 7017:

$$S_{15} = \frac{7005 - 585}{15} + 1 = 429$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7)$:

$$S_{4,7} = \frac{7000 - 588}{28} + 1 = 230$$

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 15):

$$S_{4,15} = \frac{6960 - 600}{60} + 1 = 107$$

- Số các số chia hết cho BCNN(7, 15):

$$S_{7,15} = \frac{6930 - 630}{105} + 1 = 61$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 7, 15):

$$S_{4,7,15} = \frac{6720 - 840}{420} + 1 = 15$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1612 + 921 + 429) - (230 + 107 + 61) + 15 = 2579.$$

Kết luận: Có **2579 số** trong đoạn từ 571 đến 7017 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 15.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 \to max$

$x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$
B. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$
D. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{1}{1} \geq \frac{3}{3} \geq \frac{1}{2} \geq \frac{1}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -3a_{n+2} + 25a_{n+1} - 21a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 8, a_1 = -40, a_2 = 376$.

A. $a_n = -4 \cdot 3^n - 3 + 7 \cdot (-7)^n$.
B. $a_n = -4 \cdot 3^n + 3 + 7 \cdot (-7)^n$.
C. $a_n = 4 \cdot 3^n - 3 + 7 \cdot (-7)^n$.
D. $a_n = 4 \cdot 3^n + 3 - 7 \cdot (-7)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 3r^2 - 25r + 21 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{3; 1; -7\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 3^n + A_2 + A_3 \cdot (-7)^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 8 \\ a_1 &= -40 \\ a_2 &= 376 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 8 \\ 3A_1 + A_2 - 7A_3 &= -40 \\ 9A_1 + A_2 + 49A_3 &= 376 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 4 \\ A_2 &= -3 \\ A_3 &= 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 4 \cdot 3^n - 3 + 7 \cdot (-7)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 8 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 4 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 97. **B.** 49. **C.** 47. **D.** 50.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 4 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(4 - 1) * 2 * 8 + 1 = 49$.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(8, 3, 6, 2, 9, 4, 1, 7, 5)$ là:

A. $(8, 5, 3, 1, 2, 6, 9, 4, 7)$.
B. $(5, 9, 3, 7, 2, 4, 6, 8, 1)$.
C. $(8, 3, 6, 2, 9, 4, 5, 1, 7)$.
D. $(3, 7, 9, 1, 4, 6, 5, 8, 2)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 101. **B.** 52. **C.** 102. **D.** 50.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00110011 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 51, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 52.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)$.
B. $(1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$.
C. $(1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)$.
D. $(1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1$
  - $1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0$
  - $1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.
B. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
C. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
D. $(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 4, 6, 7, 8)$.

A. $(2, 4, 5, 8, 9)(2, 4, 5, 7, 9)(2, 4, 5, 6, 9)(2, 4, 5, 6, 7)(2, 4, 5, 6, 8)(2, 4, 5, 7, 8)$.
B. $(2, 4, 5, 6, 8)(2, 4, 5, 7, 8)(2, 4, 5, 6, 7)(2, 4, 5, 6, 9)(2, 4, 5, 7, 9)(2, 4, 5, 8, 9)$.
C. $(2, 4, 5, 6, 9)(2, 4, 5, 7, 8)(2, 4, 5, 6, 7)(2, 4, 5, 8, 9)(2, 4, 5, 7, 9)(2, 4, 5, 6, 8)$.
D. $(2, 4, 5, 8, 9)(2, 4, 5, 7, 9)(2, 4, 5, 7, 8)(2, 4, 5, 6, 9)(2, 4, 5, 6, 8)(2, 4, 5, 6, 7)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 4, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 4, 5, 8, 9$

- $2, 4, 5, 7, 9$
- $2, 4, 5, 7, 8$
- $2, 4, 5, 6, 9$
- $2, 4, 5, 6, 8$
- $2, 4, 5, 6, 7$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B**. 15. **C**. 17. **D**. 25.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 8.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3 - 1) * 8 + 1 = 17$

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 44

1.A	2.C	3.C	4.B	5.B	6.B	7.A	8.A	9.B	10.C
11.B	12.A	13.C	14.B	15.C	16.B	17.A	18.C	19.D	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 45

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)$.
B. $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1)$.
C. $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)$.
D. $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0$

Chọn đáp án D □

Câu 3. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 6$, $8 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 70123. **B.** 70132. **C.** 70109. **D.** 70119.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 6$, $2 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 6, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{34}^5 = 278256.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 6, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{31}^5 = 169911.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 6, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{27}^5 = 80730.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 6, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{24}^5 = 42504.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 278256 - 169911 - 80730 + 42504 = 70119.$$

Chọn đáp án D □

Câu 4. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 5x_4 \to max$

$4x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 6x_4 \leq 6$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{4} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{2}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$
$3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 12$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0, 0, 1) = 3.25$. **B.** $g(0, 0, 1) = 5.25$. **C.** $g(0, 0, 1) = 4.25$. **D.** $g(0, 0, 1) = 4.75$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{3} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{1}{4}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 0, 1) = 4.25$

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 20 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 18 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 681. **B.** 682. **C.** 679. **D.** 1081.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 18 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(18 - 1) * 2 * 20 + 1 = 681$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 245. **B.** 224. **C.** 218. **D.** 231.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án (B) □

Câu 8. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -32a_{n-1} - 256a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 14, a_1 = -32$ là:

A. $a_n = (-14 + 12n) \cdot (-16)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (14 + 12n) \cdot 16^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (-14 - 12n) \cdot 16^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (14 - 12n) \cdot (-16)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -32a_{n-1} - 256a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 32r + 256 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 16)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -16$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-16)^n + A_2 \cdot n \cdot (-16)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 14 \\ a_1 & = -32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 14 \\ -16A_1 - 16A_2 & = -32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 14 \\ A_2 & = -12 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (14 - 12n) \cdot (-16)^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 8 & 17 & 5 & 11 \\ 17 & 0 & 7 & 5 & 21 & 11 \\ 20 & 15 & 0 & 16 & 15 & 11 \\ 6 & 5 & 17 & 0 & 19 & 15 \\ 18 & 9 & 21 & 17 & 0 & 9 \\ 20 & 8 & 19 & 5 & 14 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 157. **B.** 151. **C.** 155. **D.** 76.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 5 + 7 + 16 + 19 + 9 + 20 = 76$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: $\delta =$76.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Cho xâu nhị phân $X = \{0,0,1,1,0,1,1,0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 135. **B.** 55. **C.** 79. **D.** 53.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00110110 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 54, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 55.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 16. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 43.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 \ldots x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án A □

Câu 12. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 10. **B**. 5. **C**. 7. **D**. 3.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 3.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3-1)*3+1=7$

Chọn đáp án C □

Câu 13. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N=16$.

A. 315. **B**. 311. **C**. 335. **D**. 317.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N=16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1+2x_2+2x_3+2x_4+x_5=16.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5=0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=16 \\ x_5=0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=8 \\ x_5=0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0=C_{10}^3=120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=14 \\ x_5=2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=7 \\ x_5=2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2=C_9^3=84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=12 \\ x_5=4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=6 \\ x_5=4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4=C_8^3=56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=10 \\ x_5=6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=5 \\ x_5=6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6=C_7^3=35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=8 \\ x_5=8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=4 \\ x_5=8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.

Chọn đáp án (A) □

Câu 14. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104159. **B**. 104000. **C**. 103953. **D**. 104416.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 15a_{n-1} - 75a_{n-2} + 125a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 21$, $a_1 = 10$, $a_2 = -1775$.

A. $a_n = (21 + 8n - 27n^2) \cdot (5)^n$. **B**. $a_n = (21 + 8n + 27n^2) \cdot (5)^n$.
C. $a_n = (21 + 8n - 27n^3) \cdot (5)^n$. **D**. $a_n = (21 - 8n - 27n^2) \cdot (5)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 15r^2 + 75r - 125 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 5.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (5)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 21$, $A_2 = 8$, và $A_3 = -27$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (21 + 8n - 27n^2) \cdot (5)^n.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 16. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 1, 4, 3, 5, 8, 9, 2, 6)$ là:

A. $(9, 1, 4, 3, 5, 2, 6, 8, 7)$. **B.** $(6, 7, 8, 9, 4, 3, 5, 1, 2)$.
C. $(8, 9, 3, 7, 2, 6, 5, 4, 1)$. **D.** $(7, 1, 4, 3, 5, 8, 9, 6, 2)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(3, 4, 5, 8, 9)$.

A. $(3, 4, 5, 7, 9)(3, 4, 5, 7, 8)(3, 4, 5, 6, 9)(3, 4, 5, 6, 8)$.
B. $(3, 4, 5, 6, 8)(3, 4, 5, 7, 9)(3, 4, 5, 7, 8)(3, 4, 5, 6, 9)$.
C. $(3, 4, 5, 6, 9)(3, 4, 5, 7, 9)(3, 4, 5, 7, 8)(3, 4, 5, 6, 8)$.
D. $(3, 4, 5, 6, 8)(3, 4, 5, 7, 8)(3, 4, 5, 7, 9)(3, 4, 5, 6, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $3, 4, 5, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $3, 4, 5, 7, 9$
  - $3, 4, 5, 7, 8$
  - $3, 4, 5, 6, 9$
  - $3, 4, 5, 6, 8$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 24. **B.** 23. **C.** 26. **D.** 25.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.
$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$
Chọn đáp án A □

Câu 19. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 200 đến 6297 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 13?

A. 2883. **B.** 2892. **C.** 2869. **D.** 2929.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 200 đến 6297:
$$S_3 = \frac{6297 - 201}{3} + 1 = 2033$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 200 đến 6297:
$$S_7 = \frac{6293 - 203}{7} + 1 = 871$$
- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 200 đến 6297:
$$S_{13} = \frac{6292 - 208}{13} + 1 = 469$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7)$:
$$S_{3,7} = \frac{6279 - 210}{21} + 1 = 290$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 13)$:
$$S_{3,13} = \frac{6279 - 234}{39} + 1 = 156$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 13)$:
$$S_{7,13} = \frac{6279 - 273}{91} + 1 = 67$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7, 13)$:
$$S_{3,7,13} = \frac{6279 - 273}{273} + 1 = 23$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(2033 + 871 + 469) - (290 + 156 + 67) + 23 = 2883.$$

Kết luận: Có **2883 số** trong đoạn từ 200 đến 6297 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 13.
Chọn đáp án A □

Câu 20. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -7a_{n+2} - 2a_{n+1} + 40a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 6, a_1 = 23, a_2 = -33$.

A. $a_n = -7 \cdot 2^n + 5 \cdot (-5)^n + 4 \cdot (-4)^n$.
B. $a_n = 7 \cdot 2^n - 5 \cdot (-5)^n + 4 \cdot (-4)^n$.
C. $a_n = -7 \cdot 2^n - 5 \cdot (-5)^n + 4 \cdot (-4)^n$.
D. $a_n = 7 \cdot 2^n + 5 \cdot (-5)^n - 4 \cdot (-4)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 7r^2 + 2r - 40 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{2; -5; -4\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 2^n + A_2 \cdot (-5)^n + A_3 \cdot (-4)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 6 \\ a_1 & = 23 \\ a_2 & = -33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 6 \\ 2A_1 - 5A_2 - 4A_3 & = 23 \\ 4A_1 + 25A_2 + 16A_3 & = -33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 7 \\ A_2 & = -5 \\ A_3 & = 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 7 \cdot 2^n - 5 \cdot (-5)^n + 4 \cdot (-4)^n$.
Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 45

1.C	2.D	3.D	4.C	5.C	6.A	7.B	8.D	9.D	10.B
11.A	12.C	13.A	14.B	15.A	16.D	17.A	18.A	19.A	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 46

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 4, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 5, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7)(1, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 9)$.
B. $(2, 3, 4, 5, 6, 7)(2, 3, 4, 5, 6, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8)(2, 3, 4, 5, 7, 8)(1, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 4, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(2, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 7)(1, 5, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8)$.
D. $(1, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7)(2, 3, 4, 5, 6, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 7$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 8$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 7, 8$

Chọn đáp án D □

Câu 2. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 5, 6, 8, 9)$.

A. $(1, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 6, 8, 9)$.
B. $(1, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 8)$.
D. $(1, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 6, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 5, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 6, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 4, 6, 7, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 173. **B.** 201. **C.** 124. **D.** 122.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 01111011 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 123, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 124.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 9a_{n-1} - 27a_{n-2} + 27a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -2$, $a_1 = 87$, $a_2 = 666$.

A. $a_n = (-2 + 24n - 7n^2) \cdot (3)^n$. **B.** $a_n = (-2 + 24n + 7n^3) \cdot (3)^n$.
C. $a_n = (-2 + 24n + 7n^2) \cdot (3)^n$. **D.** $a_n = (-2 - 24n + 7n^2) \cdot (3)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 9r^2 + 27r - 27 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 3.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (3)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -2$, $A_2 = 24$, và $A_3 = 7$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-2 + 24n + 7n^2) \cdot (3)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 5. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -13a_{n+2} - 47a_{n+1} - 35a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -6, a_1 = 22, a_2 = -174$.

A. $a_n = 5 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-7)^n - 5 \cdot (-1)^n$. **B.** $a_n = -5 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-7)^n - 5 \cdot (-1)^n$.
C. $a_n = 5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n + 5 \cdot (-1)^n$. **D.** $a_n = -5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 5 \cdot (-1)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 13r^2 + 47r + 35 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-5; -7; -1\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-5)^n + A_2 \cdot (-7)^n + A_3 \cdot (-1)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -6 \\ a_1 &= 22 \\ a_2 &= -174 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -6 \\ -5A_1 - 7A_2 - A_3 &= 22 \\ 25A_1 + 49A_2 + A_3 &= -174 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 5 \\ A_2 &= -6 \\ A_3 &= -5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 5 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-7)^n - 5 \cdot (-1)^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 43. **B.** 45. **C.** 44. **D.** 46.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án C □

Câu 7. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -42a_{n-1} - 441a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -30, a_1 = 42$ là:
A. $a_n = (30 - 28n) \cdot (-21)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-30 - 28n) \cdot 21^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-30 + 28n) \cdot (-21)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (30 + 28n) \cdot 21^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -42a_{n-1} - 441a_{n-2}$ có dạng:
$$r^2 + 42r + 441 = 0.$$
$$\Leftrightarrow (r + 21)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -21$$
Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:
$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-21)^n + A_2 \cdot n \cdot (-21)^n$$
vì:
$$\begin{cases} a_0 & = -30 \\ a_1 & = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -30 \\ -21A_1 - 21A_2 & = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -30 \\ A_2 & = 28 \end{cases}$$
Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-30 + 28n) \cdot (-21)^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 \to max$
$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 6x_4 \leq 12$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)
A. $g(0, 0, 1) = 5.5$.
B. $g(0, 0, 1) = 4.5$.
C. $g(0, 0, 1) = 6.0$.
D. $g(0, 0, 1) = 6.5$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn
$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$
Ở đây ta có:
$$\frac{5}{1} \geq \frac{5}{2} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{1}{6}$$
Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:
$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$
Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,0,1) = 5.5$

Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 21. **B.** 13. **C.** 41. **D.** 16.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 121. **B.** 110. **C.** 114. **D.** 106.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 16.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_4 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_6 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_8 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:
$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 16$ là 110.
Chọn đáp án B □

Câu 11. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.
$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 17 & 18 & 3 \\ 19 & 0 & 12 & 18 & 21 \\ 4 & 12 & 0 & 15 & 3 \\ 19 & 12 & 14 & 0 & 7 \\ 13 & 19 & 21 & 15 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 51. **B.** 102. **C.** 100. **D.** 96.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 4 + 12 + 15 + 7 + 13 = 51$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =51.
Chọn đáp án A □

Câu 12. Cho tập A = $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7,2,5,8,9,1,3,6,4)$ là:

A. $(1,6,8,2,4,9,5,3,7)$. **B.** $(5,6,2,9,3,1,8,4,7)$.
C. $(2,8,7,9,5,6,1,4,3)$. **D.** $(7,2,5,8,9,1,4,3,6)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760098. **B.** 6760000. **C.** 6760253. **D.** 6759999.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án B □

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 504 đến 5193 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 11?

A. 2299. **B.** 2272. **C.** 2249. **D.** 2254.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 11.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 504 đến 5193:

$$S_3 = \frac{5193 - 504}{3} + 1 = 1564$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 504 đến 5193:

$$S_7 = \frac{5187 - 504}{7} + 1 = 670$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 504 đến 5193:

$$S_{11} = \frac{5192 - 506}{11} + 1 = 427$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 7)$:

$$S_{3,7} = \frac{5187 - 504}{21} + 1 = 224$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 11)$:

$$S_{3,11} = \frac{5181 - 528}{33} + 1 = 142$$

- Số các số chia hết cho BCNN(7, 11):

$$S_{7,11} = \frac{5159 - 539}{77} + 1 = 61$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(3, 7, 11):

$$S_{3,7,11} = \frac{5082 - 693}{231} + 1 = 20$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1564 + 670 + 427) - (224 + 142 + 61) + 20 = 2254.$$

Kết luận: Có **2254 số** trong đoạn từ 504 đến 5193 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 11.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 \to max$

$4x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 \leq 5$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$ **B.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$

C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$ **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{1} \geq \frac{2}{2} \geq \frac{2}{4} \geq \frac{2}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 16. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 240. **B.** 270. **C.** 232. **D.** 243.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^4 = 128 + 128 - 16 = 240$$

Vậy có **240** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 17. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 6 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 12 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 217. **B.** 133. **C.** 134. **D.** 131.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 12 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(12 - 1) * 2 * 6 + 1 = 133$.
Chọn đáp án B □

Câu 18. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 16. **B.** 25. **C.** 13. **D.** 19.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 6.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 6 + 1 = 19$
Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1)$.
B. $(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)$.
C. $(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)$.
D. $(1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1$
  - $1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0$
  - $1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1$
  - $1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0$

Chọn đáp án B □

Câu 20. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 8$, $9 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 12866. **B.** 12855. **C.** 12880. **D.** 12865.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 8$, $5 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 8, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{22}^5 = 26334.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 8, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{18}^5 = 8568.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 8, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{17}^5 = 6188.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 8, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{13}^5 = 1287.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 26334 - 8568 - 6188 + 1287 = 12865.$$

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 46

1.D	2.C	3.C	4.C	5.A	6.C	7.C	8.A	9.D	10.B
11.A	12.D	13.B	14.D	15.C	16.A	17.B	18.D	19.B	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 47

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 + a_1 + 2^1 = 3$
Chọn đáp án A □

Câu 2. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 30 đến 7575 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 14?

A. 3230. B. 3235. C. 3332. D. 3244.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 14.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 30 đến 7575:
$$S_3 = \frac{7575 - 30}{3} + 1 = 2516$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 30 đến 7575:
$$S_7 = \frac{7574 - 35}{7} + 1 = 1078$$
- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 30 đến 7575:
$$S_{14} = \frac{7574 - 42}{14} + 1 = 539$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7)$:
$$S_{3,7} = \frac{7560 - 42}{21} + 1 = 359$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 14)$:

$$S_{3,14} = \frac{7560 - 42}{42} + 1 = 180$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 14)$:

$$S_{7,14} = \frac{7574 - 42}{14} + 1 = 539$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7, 14)$:

$$S_{3,7,14} = \frac{7560 - 42}{42} + 1 = 180$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2516 + 1078 + 539) - (359 + 180 + 539) + 180 = 3235.$$

Kết luận: Có **3235 số** trong đoạn từ 30 đến 7575 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 14.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 377. **B.** 375. **C.** 473. **D.** 391.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 101111000 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 376, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 377.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 103. **B.** 126. **C.** 110. **D.** 112.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 17.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 17$ là 110.
Chọn đáp án C □

Câu 5. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 9$, $7 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 137862. **B**. 137845. **C**. 137850. **D**. 137839.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55.$$

Điều kiện: $2 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 9$, $5 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 9, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{44}^5 = 1086008.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 9, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{39}^5 = 575757.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 9, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{41}^5 = 749398.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 55, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 9, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{36}^5 = 376992.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1086008 - 575757 - 749398 + 376992 = 137845.$$

Chọn đáp án B □

Câu 6. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 30. **B.** 32. **C.** 38. **D.** 58.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 \ldots x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án B □

Câu 7. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 24a_{n-1} - 144a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 26, a_1 = 636$ là:

A. $a_n = (-26 + 27n) \cdot (-12)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-26 - 27n) \cdot 12^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (26 + 27n) \cdot 12^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (26 - 27n) \cdot (-12)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 24a_{n-1} - 144a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 24r + 144 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 12)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 12$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 12^n + A_2 \cdot n \cdot 12^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 26 \\ a_1 & = 636 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 26 \\ 12A_1 + 12A_2 & = 636 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 26 \\ A_2 & = 27 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (26 + 27n) \cdot 12^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho xâu nhị phân $X = \{0,0,0,0,1,1,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0,0,0,0,1,1,1)(0,0,0,1,0,0,0)(0,0,0,1,0,0,1)(0,0,0,1,0,1,0)$.
B. $(0,0,0,1,0,1,0)(0,0,0,1,0,0,0)(0,0,0,0,1,1,1)(0,0,0,1,0,0,1)$.
C. $(0,0,0,0,1,1,1)(0,0,0,1,0,1,0)(0,0,0,1,0,0,1)(0,0,0,1,0,0,0)$.
D. $(0,0,0,1,0,0,0)(0,0,0,1,0,0,1)(0,0,0,1,0,1,0)(0,0,0,0,1,1,1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0,0,0,0,1,1,0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0,0,0,0,1,1,1$
  - $0,0,0,1,0,0,0$
  - $0,0,0,1,0,0,1$
  - $0,0,0,1,0,1,0$

Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 6 & 21 & 21 & 9 \\ 10 & 0 & 6 & 19 & 21 & 10 \\ 8 & 16 & 0 & 15 & 7 & 11 \\ 15 & 9 & 15 & 0 & 21 & 15 \\ 20 & 18 & 4 & 14 & 0 & 19 \\ 6 & 20 & 15 & 21 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 145. **B.** 147. **C.** 80. **D.** 141.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$$
Thay vào công thức, ta có:
$$\delta = 13 + 6 + 15 + 21 + 19 + 6 = 80$$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =80.
Chọn đáp án (C) □

Câu 10. Cho tập A $= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(6,9,4,7,2,5,8,1,3)$ là:

A. $(6,9,4,7,2,5,8,3,1)$. **B.** $(5,1,6,7,8,3,4,9,2)$.
C. $(4,8,2,6,1,5,3,7,9)$. **D.** $(2,9,7,5,1,4,3,6,8)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (A) □

Câu 11. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1,2,3,4,5,6,7,8)$.

A. $(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)$.
B. $(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)$.
C. $(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,7,9)$.

D. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 12. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 136. **B**. 130. **C**. 110. **D**. 120.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 3 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 3 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^3 = 8$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^6 - 2^3 = 64 + 64 - 8 = 120$$

Vậy có **120** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)$.

B. $(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)$.

C. $(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)$.

D. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + x_4 \to max$
$3x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
B. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{1}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án B □

Câu 15. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 4a_{n+2} + 36a_{n+1} - 144a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 8, a_1 = 16, a_2 = 328$.

A. $a_n = 7 \cdot 6^n + 3 \cdot (-6)^n - 2 \cdot 4^n$. **B.** $a_n = -7 \cdot 6^n - 3 \cdot (-6)^n - 2 \cdot 4^n$.
C. $a_n = -7 \cdot 6^n + 3 \cdot (-6)^n - 2 \cdot 4^n$. **D.** $a_n = 7 \cdot 6^n - 3 \cdot (-6)^n + 2 \cdot 4^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 4r^2 - 36r + 144 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{6; -6; 4\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 6^n + A_2 \cdot (-6)^n + A_3 \cdot 4^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 8 \\ a_1 & = 16 \\ a_2 & = 328 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 8 \\ 6A_1 - 6A_2 + 4A_3 & = 16 \\ 36A_1 + 36A_2 + 16A_3 & = 328 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 7 \\ A_2 & = 3 \\ A_3 & = -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 7 \cdot 6^n + 3 \cdot (-6)^n - 2 \cdot 4^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 16. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 6. **B.** 15. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 7.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1) * 7 + 1 = 8$

Chọn đáp án D □

Câu 17. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -81a_{n-1} - 2187a_{n-2} - 19683a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -23$, $a_1 = 594$, $a_2 = 26973$.

A. $a_n = (-23 - 28n - 29n^2) \cdot (-27)^n$. **B.** $a_n = (-23 + 28n + 29n^2) \cdot (-27)^n$.
C. $a_n = (-23 - 28n + 29n^2) \cdot (-27)^n$. **D.** $a_n = (-23 - 28n + 29n^3) \cdot (-27)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 81r^2 + 2187r + 19683 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -27.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-27)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -23$, $A_2 = -28$, và $A_3 = 29$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-23 - 28n + 29n^2) \cdot (-27)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 18. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4 \to max$
$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 5x_4 \leq 11$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,1)

A. $g(1, 0, 1) = 13.7$. **B.** $g(1, 0, 1) = 13.2$. **C.** $g(1, 0, 1) = 14.2$. **D.** $g(1, 0, 1) = 12.2$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{2} \geq \frac{5}{3} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{4}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 1) = 13.2$

Chọn đáp án B □

Câu 19. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 17 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 18 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 577. **B**. 919. **C**. 580. **D**. 579.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 18 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(18 - 1) * 2 * 17 + 1 = 579$.

Chọn đáp án D □

Câu 20. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6759948. **B**. 6760400. **C**. 6760125. **D**. 6760000.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 47

1.A	2.B	3.A	4.C	5.B	6.B	7.C	8.A	9.C	10.A
11.B	12.D	13.B	14.B	15.A	16.D	17.C	18.B	19.D	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 48

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$2x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 \to max$
$3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$
B. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1.$
D. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{3} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{1}{2} \geq \frac{2}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1.$
Chọn đáp án D □

Câu 2. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 41. **B.** 55. **C.** 30. **D.** 32.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án D □

Câu 3. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -a_{n+2} + 25a_{n+1} + 25a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 1, a_1 = -43, a_2 = 73$.

A. $a_n = 6 \cdot (-5)^n + 2 \cdot (-1)^n + 3 \cdot 5^n$.

B. $a_n = -6 \cdot (-5)^n - 2 \cdot (-1)^n - 3 \cdot 5^n$.

C. $a_n = -6 \cdot (-5)^n + 2 \cdot (-1)^n - 3 \cdot 5^n$.

D. $a_n = 6 \cdot (-5)^n - 2 \cdot (-1)^n - 3 \cdot 5^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + r^2 - 25r - 25 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-5; -1; 5\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-5)^n + A_2 \cdot (-1)^n + A_3 \cdot 5^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 1 \\ a_1 &= -43 \\ a_2 &= 73 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 1 \\ -5A_1 - A_2 + 5A_3 &= -43 \\ 25A_1 + A_2 + 25A_3 &= 73 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 6 \\ A_2 &= -2 \\ A_3 &= -3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 6 \cdot (-5)^n - 2 \cdot (-1)^n - 3 \cdot 5^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)$.

B. $(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)$.

C. $(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1)$.

D. $(0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1$
  - $0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0$
  - $0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1$

Chọn đáp án D □

Câu 5. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 58a_{n-1} - 841a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -25, a_1 = -261$ là:

A. $a_n = (25 - 16n) \cdot 29^n$, với $n \geq 0$.

B. $a_n = (-25 + 16n) \cdot 29^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (-25 - 16n) \cdot (-29)^n$, với $n \geq 0$.

D. $a_n = (25 + 16n) \cdot (-29)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 58a_{n-1} - 841a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 58r + 841 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 29)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 29$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 29^n + A_2 \cdot n \cdot 29^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -25 \\ a_1 &= -261 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -25 \\ 29A_1 + 29A_2 &= -261 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -25 \\ A_2 &= 16 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-25 + 16n) \cdot 29^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 17. **B**. 21. **C**. 25. **D**. 31.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 6.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1)*6+1 = 25$

Chọn đáp án C □

Câu 7. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 37$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 5$, $9 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 94094. **B**. 94087. **C**. 94119. **D**. 94095.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 37.$$

Điều kiện: $2 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 5$, $3 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 37, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 5, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{32}^5 = 201376.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 37, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 5, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{26}^5 = 65780.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 37, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 5, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{25}^5 = 53130.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 37, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 5, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{19}^5 = 11628.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 201376 - 65780 - 53130 + 11628 = 94094.$$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 26 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 4 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 157. **B**. 158. **C**. 155. **D**. 313.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 4 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(4-1)*2*26+1=157$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n=-75a_{n-1}-1875a_{n-2}-15625a_{n-3}$ với $n\geq 3$, và $a_0=22$, $a_1=550$, $a_2=-58750$.

A. $a_n=(22-30n+14n^2)\cdot(-25)^n$. **B**. $a_n=(22-30n-14n^3)\cdot(-25)^n$.

C. $a_n=(22+30n-14n^2)\cdot(-25)^n$. **D**. $a_n=(22-30n-14n^2)\cdot(-25)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3+75r^2+1875r+15625=0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r=-25.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n=(A_1+A_2.n+A_3.n^2)\cdot(-25)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1=22$, $A_2=-30$, và $A_3=-14$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n=(22-30n-14n^2)\cdot(-25)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Cho tập $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1,2,3,5,6,7,9)$.

A. $(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,6,8,9)$.

B. $(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,4,7,8,9)$.

C. $(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,4,6,8,9)$.

D. $(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,7,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1,2,3,5,6,7,9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,2,3,5,6,7,8$
  - $1,2,3,4,7,8,9$
  - $1,2,3,4,6,8,9$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Cho tập $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2,3,4,5,6,8)$.

A. $(2,3,4,5,6,9)(2,3,4,5,7,8)(2,3,4,6,7,8)(2,3,4,5,7,9)(2,3,4,5,8,9)$.

B. $(2,3,4,5,6,9)(2,3,4,5,7,9)(2,3,4,6,7,8)(2,3,4,5,7,8)(2,3,4,5,8,9)$.

C. $(2,3,4,5,8,9)(2,3,4,5,7,8)(2,3,4,5,6,9)(2,3,4,6,7,8)(2,3,4,5,7,9)$.

D. $(2,3,4,5,6,9)(2,3,4,5,7,8)(2,3,4,5,7,9)(2,3,4,5,8,9)(2,3,4,6,7,8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2,3,4,5,6,8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2,3,4,5,6,9$
  - $2,3,4,5,7,8$
  - $2,3,4,5,7,9$
  - $2,3,4,5,8,9$
  - $2,3,4,6,7,8$

Chọn đáp án D □

Câu 12. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 11 & 10 & 16 & 21 \\ 6 & 0 & 13 & 20 & 18 \\ 10 & 17 & 0 & 10 & 16 \\ 9 & 10 & 14 & 0 & 15 \\ 4 & 19 & 11 & 13 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 123. **B**. 119. **C**. 125. **D**. 53.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 11 + 13 + 10 + 15 + 4 = 53$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =53.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 145. **B**. 143. **C**. 151. **D**. 163.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 18.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 18$ là 145.
Chọn đáp án A □

Câu 14. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 20. **B**. 22. **C**. 21. **D**. 19.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án A □

Câu 15. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 224. **B.** 242. **C.** 227. **D.** 223.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 0, 1, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 111. **B.** 53. **C.** 77. **D.** 52.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0110100 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 52, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 53.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 443 đến 5147 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 11?

A. 1943. **B.** 2037. **C.** 1972. **D.** 1955.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 443 đến 5147:

$$S_4 = \frac{5144 - 444}{4} + 1 = 1176$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 443 đến 5147:

$$S_7 = \frac{5145 - 448}{7} + 1 = 672$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 443 đến 5147:

$$S_{11} = \frac{5137 - 451}{11} + 1 = 427$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7)$:

$$S_{4,7} = \frac{5124 - 448}{28} + 1 = 168$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 11)$:

$$S_{4,11} = \frac{5104 - 484}{44} + 1 = 106$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 11)$:

$$S_{7,11} = \frac{5082 - 462}{77} + 1 = 61$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7, 11)$:

$$S_{4,7,11} = \frac{4928 - 616}{308} + 1 = 15$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1176 + 672 + 427) - (168 + 106 + 61) + 15 = 1955.$$

Kết luận: Có **1955 số** trong đoạn từ 443 đến 5147 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 11.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104443. **B.** 103954. **C.** 104000. **D.** 104127.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow max$
$3x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 5x_4 \leq 11$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)
A. $g(1,1,0) = 10.4$. **B.** $g(1,1,0) = 9.9$. **C.** $g(1,1,0) = 8.4$. **D.** $g(1,1,0) = 9.4$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{3} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{1}{4} \geq \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,0) = 9.4$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(4,5,8,2,1,3,9,7,6)$ là:
A. $(2,3,4,5,8,1,7,6,9)$. **B.** $(2,8,9,7,3,6,1,5,4)$.
C. $(4,5,8,2,1,6,3,7,9)$. **D.** $(4,6,8,7,2,3,1,5,9)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 48

1.D	2.D	3.D	4.D	5.B	6.C	7.A	8.A	9.D	10.C
11.D	12.D	13.A	14.A	15.A	16.B	17.D	18.C	19.D	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 49

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 294 đến 9389 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 16?

A. 3806 B. 3774 C. 3790 D. 3821

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 16.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 294 đến 9389:
$$S_3 = \frac{9387 - 294}{3} + 1 = 3032$$
- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 294 đến 9389:
$$S_8 = \frac{9384 - 296}{8} + 1 = 1137$$
- Số các số chia hết cho 16 trong đoạn từ 294 đến 9389:
$$S_{16} = \frac{9376 - 304}{16} + 1 = 568$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8)$:
$$S_{3,8} = \frac{9384 - 312}{24} + 1 = 379$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 16)$:
$$S_{3,16} = \frac{9360 - 336}{48} + 1 = 189$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(8, 16)$:
$$S_{8,16} = \frac{9376 - 304}{16} + 1 = 568$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8, 16)$:
$$S_{3,8,16} = \frac{9360 - 336}{48} + 1 = 189$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(3032 + 1137 + 568) - (379 + 189 + 568) + 189 = 3790.$$

Kết luận: Có **3790 số** trong đoạn từ 294 đến 9389 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 16.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 309. **B.** 326. **C.** 315. **D.** 316.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 17.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 17$ là 315.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 16a_{n+2} - 83a_{n+1} + 140a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 5, a_1 = 32, a_2 = 224$.

A. $a_n = -6 \cdot 7^n + 5 \cdot 4^n - 6 \cdot 5^n$.
B. $a_n = 6 \cdot 7^n + 5 \cdot 4^n - 6 \cdot 5^n$.
C. $a_n = 6 \cdot 7^n - 5 \cdot 4^n + 6 \cdot 5^n$.
D. $a_n = -6 \cdot 7^n - 5 \cdot 4^n - 6 \cdot 5^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 16r^2 + 83r - 140 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{7; 4; 5\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 7^n + A_2 \cdot 4^n + A_3 \cdot 5^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 5 \\ a_1 & = 32 \\ a_2 & = 224 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 5 \\ 7A_1 + 4A_2 + 5A_3 & = 32 \\ 49A_1 + 16A_2 + 25A_3 & = 224 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 6 \\ A_2 & = 5 \\ A_3 & = -6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 6 \cdot 7^n + 5 \cdot 4^n - 6 \cdot 5^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 19. **B.** 22. **C.** 20. **D.** 21.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 ... x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án C □

Câu 5. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 236. **B.** 226. **C.** 222. **D.** 224.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 5$, $7 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 159309. **B**. 159300. **C**. 159314. **D**. 159297.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 5$, $2 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 5, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{44}^5 = 1086008.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 5, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{41}^5 = 749398.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 5, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{38}^5 = 501942.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 5, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{35}^5 = 324632.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1086008 - 749398 - 501942 + 324632 = 159300.$$

Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 8, 6, 2, 5, 3, 1, 4, 9)$ là:

A. $(7, 8, 6, 2, 5, 3, 1, 9, 4)$. **B.** $(6, 4, 7, 5, 3, 9, 1, 8, 2)$.
C. $(9, 3, 7, 2, 4, 5, 8, 1, 6)$. **D.** $(1, 3, 5, 2, 4, 7, 6, 9, 8)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 8. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 9. **B.** 16. **C.** 13. **D.** 5.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 3.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1)*3+1 = 13$

Chọn đáp án C □

Câu 9. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -27, a_1 = 147$ là:

A. $a_n = (-27 + 22n) \cdot 3^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (27 - 22n) \cdot 3^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-27 - 22n) \cdot (-3)^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (27 + 22n) \cdot (-3)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 6r + 9 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+3)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -3$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-3)^n + A_2 \cdot n \cdot (-3)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -27 \\ a_1 &= 147 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -27 \\ -3A_1 - 3A_2 &= 147 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -27 \\ A_2 &= -22 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-27 - 22n) \cdot (-3)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1)$.
B. $(0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1)$.
C. $(0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1)$.
D. $(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1$
  - $0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0$

– $0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1$

Chọn đáp án D □

Câu 11. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1299920. **B.** 1300314. **C.** 1300097. **D.** 1300000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 30. **B.** 32. **C.** 54. **D.** 37.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$

Chọn đáp án B □

Câu 13. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \to max$
$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \leq 12$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,0)

A. $g(0, 1, 0) = 3.833$. **B.** $g(0, 1, 0) = 3.333$. **C.** $g(0, 1, 0) = 2.333$. **D.** $g(0, 1, 0) = 4.333$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{2}{3} \geq \frac{2}{4} \geq \frac{1}{5} \geq \frac{1}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 1, 0) = 3.333$

Chọn đáp án (B) □

Câu 14. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 6, 8)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 5, 6)(1, 2, 3, 4, 5, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 5, 6)(1, 2, 3, 4, 5, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6)(1, 2, 3, 4, 5, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 8)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 6)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 6, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6$

Chọn đáp án (D) □

Câu 15. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 51a_{n-1} - 867a_{n-2} + 4913a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -9$, $a_1 = -578$, $a_2 = -34391$.

A. $a_n = (-9 + 5n + 30n^2) \cdot (17)^n$.
B. $a_n = (-9 + 5n - 30n^3) \cdot (17)^n$.
C. $a_n = (-9 - 5n - 30n^2) \cdot (17)^n$.
D. $a_n = (-9 + 5n - 30n^2) \cdot (17)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 51r^2 + 867r - 4913 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là
$$r = 17.$$
Phương trình có dạng tổng quát là
$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (17)^n.$$
Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -9$, $A_2 = 5$, và $A_3 = -30$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là
$$a_n = (-9 + 5n - 30n^2) \cdot (17)^n.$$
Chọn đáp án D □

Câu 16. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 11 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 3 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 45. **B.** 43. **C.** 46. **D.** 100.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 3 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(3 - 1) * 2 * 11 + 1 = 45$.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 150. **B.** 225. **C.** 169. **D.** 149.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 10010101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 149, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 150.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 7, 8)$.

A. $(1,2,3,5,8,9)(1,2,3,6,7,8)(1,2,3,6,8,9)(1,2,3,6,7,9)(1,2,3,5,7,9)$.
B. $(1,2,3,6,7,8)(1,2,3,6,8,9)(1,2,3,5,8,9)(1,2,3,6,7,9)(1,2,3,5,7,9)$.
C. $(1,2,3,5,7,9)(1,2,3,6,7,9)(1,2,3,6,7,8)(1,2,3,5,8,9)(1,2,3,6,8,9)$.
D. $(1,2,3,5,7,9)(1,2,3,5,8,9)(1,2,3,6,7,8)(1,2,3,6,7,9)(1,2,3,6,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 5, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 19. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 17 & 12 & 18 & 15 \\ 12 & 0 & 12 & 3 & 19 \\ 4 & 17 & 0 & 5 & 13 \\ 5 & 9 & 5 & 0 & 18 \\ 5 & 15 & 7 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 105. **B.** 57. **C.** 107. **D.** 101.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 17 + 12 + 5 + 18 + 5 = 57$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =57.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 6x_4 \rightarrow max$

$5x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 \leq 5$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{4}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 49

1.C	2.C	3.B	4.C	5.D	6.B	7.A	8.C	9.C	10.D
11.D	12.B	13.B	14.D	15.D	16.A	17.A	18.D	19.B	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 50

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(1, 9, 7, 5, 8, 6, 2, 3, 4)$ là:

A. $(7, 1, 3, 6, 9, 2, 4, 8, 5)$. **B.** $(1, 9, 7, 5, 8, 6, 2, 4, 3)$.
C. $(9, 3, 5, 6, 8, 4, 7, 1, 2)$. **D.** $(4, 7, 1, 2, 8, 6, 5, 9, 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 302 đến 6934 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 16?

A. 3080. **B.** 3060. **C.** 3081. **D.** 3168.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 16.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 302 đến 6934:

$$S_3 = \frac{6933 - 303}{3} + 1 = 2211$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 302 đến 6934:

$$S_7 = \frac{6930 - 308}{7} + 1 = 947$$

- Số các số chia hết cho 16 trong đoạn từ 302 đến 6934:

$$S_{16} = \frac{6928 - 304}{16} + 1 = 415$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7)$:

$$S_{3,7} = \frac{6930 - 315}{21} + 1 = 316$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 16)$:

$$S_{3,16} = \frac{6912 - 336}{48} + 1 = 138$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 16)$:

$$S_{7,16} = \frac{6832 - 336}{112} + 1 = 59$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7, 16)$:

$$S_{3,7,16} = \frac{6720 - 336}{336} + 1 = 20$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2211 + 947 + 415) - (316 + 138 + 59) + 20 = 3080.$$

Kết luận: Có **3080 số** trong đoạn từ 302 đến 6934 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 16.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 476. **B**. 460. **C**. 453. **D**. 463.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300040. **B.** 1299891. **C.** 1300218. **D.** 1300000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$

$6x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 3x_4 \leq 11$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,0)

A. $g(0, 1, 0) = 5.166$. **B.** $g(0, 1, 0) = 5.666$. **C.** $g(0, 1, 0) = 4.666$. **D.** $g(0, 1, 0) = 3.666$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{6} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{2}{5} \geq \frac{1}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 1, 0) = 4.666$

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)$.
B. $(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án (B) □

Câu 7. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -3a_{n+2} + 34a_{n+1} + 120a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -17, a_1 = 24, a_2 = -426$.

A. $a_n = -5 \cdot 6^n - 6 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-4)^n$.
B. $a_n = 5 \cdot 6^n - 6 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-4)^n$.
C. $a_n = 5 \cdot 6^n + 6 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-4)^n$.
D. $a_n = -5 \cdot 6^n + 6 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-4)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 3r^2 - 34r - 120 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{6; -5; -4\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 6^n + A_2 \cdot (-5)^n + A_3 \cdot (-4)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -17 \\ a_1 &= 24 \\ a_2 &= -426 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -17 \\ 6A_1 - 5A_2 - 4A_3 &= 24 \\ 36A_1 + 25A_2 + 16A_3 &= -426 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -5 \\ A_2 &= -6 \\ A_3 &= -6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -5 \cdot 6^n - 6 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-4)^n$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 22. **B.** 19. **C.** 21. **D.** 20.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án D □

Câu 9. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 5$, $9 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 248702. **B.** 248676. **C.** 248668. **D.** 248675.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 5$, $3 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 5, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{45}^5 = 1221759.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 5, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{41}^5 = 749398.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 5, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{38}^5 = 501942.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 5, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{34}^5 = 278256.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1221759 - 749398 - 501942 + 278256 = 248675.$$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 130. **B.** 143. **C.** 120. **D.** 112.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 3 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 3 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^3 = 8$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^6 - 2^3 = 64 + 64 - 8 = 120$$

Vậy có **120** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 13, a_1 = 195$ là:

A. $a_n = (13 + 26n) \cdot 5^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (-13 - 26n) \cdot 5^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (-13 + 26n) \cdot (-5)^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (13 - 26n) \cdot (-5)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 10r + 25 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-5)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 5$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 5^n + A_2 \cdot n \cdot 5^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 13 \\ a_1 & = 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 13 \\ 5A_1 + 5A_2 & = 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 13 \\ A_2 & = 26 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (13 + 26n) \cdot 5^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 12. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 3, 5, 6, 8)$.

A. $(1, 3, 5, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 9)(1, 3, 5, 7, 8)(1, 3, 5, 7, 9)$.
B. $(1, 3, 5, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 9)(1, 3, 5, 7, 9)(1, 3, 5, 7, 8)$.
C. $(1, 3, 5, 6, 9)(1, 3, 5, 7, 8)(1, 3, 5, 7, 9)(1, 3, 5, 8, 9)$.
D. $(1, 3, 5, 7, 8)(1, 3, 5, 7, 9)(1, 3, 5, 8, 9)(1, 3, 5, 6, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 5, 6, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 5, 6, 9$
  - $1, 3, 5, 7, 8$
  - $1, 3, 5, 7, 9$
  - $1, 3, 5, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 13. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 10 & 16 & 4 & 6 & 13 \\ 14 & 0 & 21 & 9 & 5 & 18 \\ 3 & 5 & 0 & 3 & 13 & 5 \\ 9 & 19 & 19 & 0 & 9 & 12 \\ 20 & 8 & 6 & 16 & 0 & 19 \\ 16 & 4 & 12 & 20 & 12 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 144. **B.** 150. **C.** 148. **D.** 78.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 6] + c[6, 1]$$

Thay vào công thức, ta có:

$$\delta = 10 + 21 + 3 + 9 + 19 + 16 = 78$$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =78.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -57a_{n-1} - 1083a_{n-2} - 6859a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 25$, $a_1 = -247$, $a_2 = 7581$.

A. $a_n = (25 + 22n + 10n^2) \cdot (-19)^n$.
B. $a_n = (25 - 22n - 10n^2) \cdot (-19)^n$.
C. $a_n = (25 - 22n + 10n^3) \cdot (-19)^n$.
D. $a_n = (25 - 22n + 10n^2) \cdot (-19)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là
$$r^3 + 57r^2 + 1083r + 6859 = 0.$$
Phương trình có nghiệm bội 3 là
$$r = -19.$$
Phương trình có dạng tổng quát là
$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-19)^n.$$
Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 25$, $A_2 = -22$, và $A_3 = 10$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là
$$a_n = (25 - 22n + 10n^2) \cdot (-19)^n.$$
Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 246. **B**. 339. **C**. 244. **D**. 284.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 11110101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 245, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 246.

Chọn đáp án A □

Câu 16. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 32. **B**. 37. **C**. 61. **D**. 29.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án A □

Câu 17. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 \to max$
$4x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 5$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B**. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D**. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn
$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$
Ở đây ta có $\frac{4}{4} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{1}{4} \geq \frac{1}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án C □

Câu 18. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?
A. 4. **B**. 10. **C**. 13. **D**. 7.
Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 3.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 3 + 1 = 10$
Chọn đáp án B □

Câu 19. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 8 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:
A. 207. **B**. 210. **C**. 337. **D**. 209.
Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(14 - 1) * 2 * 8 + 1 = 209$.
Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)$.
B. $(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)$.
C. $(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)$.
D. $(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0)$.
Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0$.

- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1$
  - $0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0$
  - $0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1$
  - $0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0$

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 50

1.B	2.A	3.B	4.D	5.C	6.B	7.A	8.D	9.D	10.C
11.A	12.C	13.D	14.D	15.A	16.A	17.C	18.B	19.D	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 51

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho tập A = $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(8,2,6,3,1,7,9,4,5)$ là:

A. $(2,6,1,7,3,4,9,5,8)$. **B**. $(2,8,1,3,4,7,6,9,5)$.
C. $(8,2,6,3,1,7,9,5,4)$. **D**. $(2,4,9,1,5,8,6,3,7)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 12a_{n+2} - 44a_{n+1} + 48a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 8, a_1 = 32, a_2 = 184$.

A. $a_n = 6 \cdot 4^n - 7 \cdot 6^n + 7 \cdot 2^n$. **B**. $a_n = -6 \cdot 4^n - 7 \cdot 6^n - 7 \cdot 2^n$.
C. $a_n = -6 \cdot 4^n + 7 \cdot 6^n + 7 \cdot 2^n$. **D**. $a_n = 6 \cdot 4^n + 7 \cdot 6^n + 7 \cdot 2^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 12r^2 + 44r - 48 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{4;6;2\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 4^n + A_2 \cdot 6^n + A_3 \cdot 2^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 8 \\ a_1 &= 32 \\ a_2 &= 184 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 8 \\ 4A_1 + 6A_2 + 2A_3 &= 32 \\ 16A_1 + 36A_2 + 4A_3 &= 184 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -6 \\ A_2 &= 7 \\ A_3 &= 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -6 \cdot 4^n + 7 \cdot 6^n + 7 \cdot 2^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 3. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 7. **B**. 8. **C**. 10. **D**. 9.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0,1,...,n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án B □

Câu 4. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 29. **B**. 22. **C**. 16. **D**. 19.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 7.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4-1)*7+1=22$

Chọn đáp án B □

Câu 5. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N=19$.

A. 480. **B**. 456. **C**. 466. **D**. 460.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N=19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1+2x_2+2x_3+2x_4+x_5=19.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5=1$, tức là

$$\begin{cases}2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=18\\x_5=1, x_1\geq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4=9\\x_5=1, x_1\geq 1\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1=C_{11}^3=165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=3$, tức là

$$\begin{cases}2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=16\\x_5=3, x_1\geq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4=8\\x_5=3, x_1\geq 1\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3=C_{10}^3=120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=5$, tức là

$$\begin{cases}2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=14\\x_5=5, x_1\geq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4=7\\x_5=5, x_1\geq 1\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5=C_9^3=84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=7$, tức là

$$\begin{cases}2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=12\\x_5=7, x_1\geq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4=6\\x_5=7, x_1\geq 1\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7=C_8^3=56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=9$, tức là

$$\begin{cases}2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=10\\x_5=9, x_1\geq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4=5\\x_5=9, x_1\geq 1\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_9 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:
$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 19$ là 460.
Chọn đáp án D □

Câu 6. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 32$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 9$, $8 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 36456. **B**. 36447. **C**. 36469. **D**. 36462.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 32.$$
Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 9$, $2 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 32, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{25}^5 = 53130.$$
2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 32, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 9, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{18}^5 = 8568.$$
3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 32, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_3 = C_{18}^5 = 8568.$$
4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 32, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 9, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_4 = C_{11}^5 = 462.$$
Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:
$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 53130 - 8568 - 8568 + 462 = 36456.$$
Chọn đáp án A □

Câu 7. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 6, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 6, 8)(1, 2, 3, 6, 7)(1, 2, 3, 5, 9)(1, 2, 3, 5, 8)$.
B. $(1, 2, 3, 5, 9)(1, 2, 3, 5, 8)(1, 2, 3, 6, 8)(1, 2, 3, 6, 7)$.
C. $(1, 2, 3, 6, 8)(1, 2, 3, 5, 8)(1, 2, 3, 6, 7)(1, 2, 3, 5, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 6, 7)(1, 2, 3, 5, 9)(1, 2, 3, 5, 8)(1, 2, 3, 6, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 6, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 6, 8$
  - $1, 2, 3, 6, 7$
  - $1, 2, 3, 5, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 8$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 233. **B**. 235. **C**. 214. **D**. 224.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án D □

Câu 9. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -38a_{n-1} - 361a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 9, a_1 = 95$ là:

A. $a_n = (-9 - 14n) \cdot 19^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (9 - 14n) \cdot (-19)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-9 + 14n) \cdot (-19)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (9 + 14n) \cdot 19^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -38a_{n-1} - 361a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 38r + 361 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 19)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -19$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-19)^n + A_2 \cdot n \cdot (-19)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 9 \\ a_1 & = 95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 9 \\ -19A_1 - 19A_2 & = 95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 9 \\ A_2 & = -14 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (9 - 14n) \cdot (-19)^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1,2,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)$.
B. $(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,4,6,7,8,9)(1,2,5,6,7,8,9)$.
C. $(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)$.
D. $(1,2,5,6,7,8,9)(1,2,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,7,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 11. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 6. **B.** 12. **C.** 26. **D.** 8.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án D □

Câu 12. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -24a_{n-1} - 192a_{n-2} - 512a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 15$, $a_1 = -416$, $a_2 = 7744$.

A. $a_n = (15 + 21n + 16n^2) \cdot (-8)^n$.
B. $a_n = (15 - 21n + 16n^2) \cdot (-8)^n$.
C. $a_n = (15 + 21n + 16n^3) \cdot (-8)^n$.
D. $a_n = (15 + 21n - 16n^2) \cdot (-8)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 24r^2 + 192r + 512 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -8.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-8)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 15$, $A_2 = 21$, và $A_3 = 16$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (15 + 21n + 16n^2) \cdot (-8)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 13. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 18 & 17 & 18 & 5 & 5 \\ 5 & 0 & 18 & 3 & 13 & 16 \\ 17 & 15 & 0 & 19 & 15 & 3 \\ 9 & 4 & 4 & 0 & 11 & 9 \\ 20 & 9 & 11 & 5 & 0 & 11 \\ 16 & 20 & 3 & 9 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 93. **B.** 127. **C.** 131. **D.** 133.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 18 + 18 + 19 + 11 + 11 + 16 = 93$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =93.

Chọn đáp án A □

Câu 14. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 1, 0, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 43. **B.** 78. **C.** 116. **D.** 42.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0101010 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 42, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 43.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)$.
B. $(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0)$.

C. $(0,1,0,0,0,0,0,0,1)(0,1,0,0,0,0,0,1,1)(0,1,0,0,0,0,0,1,0)$.
D. $(0,1,0,0,0,0,0,1,1)(0,1,0,0,0,0,0,1,0)(0,1,0,0,0,0,0,0,1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0,1,0,0,0,0,0,0,0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0,1,0,0,0,0,0,0,1$
  - $0,1,0,0,0,0,0,1,0$
  - $0,1,0,0,0,0,0,1,1$

Chọn đáp án (A) □

Câu 16. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1+4x_2+2x_3+2x_4 \to max$
$3x_1+6x_2+5x_3+6x_4 \le 10$
x_1,x_2,x_3,x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0,0,1)=3.666$. **B**. $g(0,0,1)=4.666$. **C**. $g(0,0,1)=2.666$. **D**. $g(0,0,1)=4.166$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \dots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{3} \ge \frac{4}{6} \ge \frac{2}{5} \ge \frac{2}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1,x_2,\dots,x_k)=\delta_k+b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k=\sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k=b-\sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,0,1)=3.666$

Chọn đáp án (A) □

Câu 17. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 813 đến 8882 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 11?

A. 3917 **B.** 3864 **C.** 3877 **D.** 3887

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 11.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 813 đến 8882:

$$S_3 = \frac{8880 - 813}{3} + 1 = 2690$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 813 đến 8882:

$$S_7 = \frac{8876 - 819}{7} + 1 = 1152$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 813 đến 8882:

$$S_{11} = \frac{8877 - 814}{11} + 1 = 734$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3, 7)$:

$$S_{3,7} = \frac{8862 - 819}{21} + 1 = 384$$

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3, 11)$:

$$S_{3,11} = \frac{8877 - 825}{33} + 1 = 245$$

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(7, 11)$:

$$S_{7,11} = \frac{8855 - 847}{77} + 1 = 105$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3, 7, 11)$:

$$S_{3,7,11} = \frac{8778 - 924}{231} + 1 = 35$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2690 + 1152 + 734) - (384 + 245 + 105) + 35 = 3877.$$

Kết luận: Có **3877 số** trong đoạn từ 813 đến 8882 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 11.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 9 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 190. **B.** 191. **C.** 289. **D.** 188.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(8-1)*3*9+1=190$.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300121. **B.** 1300000. **C.** 1300344. **D.** 1299818.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 6x_4 \to max$

$5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 \le 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \ldots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \ge \frac{5}{4} \ge \frac{3}{3} \ge \frac{3}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 51

1.C	2.C	3.B	4.B	5.D	6.A	7.A	8.D	9.B	10.B
11.D	12.A	13.A	14.A	15.A	16.A	17.C	18.A	19.B	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 52

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho xâu nhị phân $X = \{0,0,1,1,0,1,1,1,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0,0,1,1,0,1,1,1,1)(0,0,1,1,1,0,0,1,0)(0,0,1,1,1,0,0,0,0)(0,0,1,1,1,0,0,0,1)$.
B. $(0,0,1,1,1,0,0,0,1)(0,0,1,1,1,0,0,1,0)(0,0,1,1,1,0,0,0,0)(0,0,1,1,0,1,1,1,1)$.
C. $(0,0,1,1,0,1,1,1,1)(0,0,1,1,1,0,0,0,0)(0,0,1,1,1,0,0,0,1)(0,0,1,1,1,0,0,1,0)$.
D. $(0,0,1,1,1,0,0,1,0)(0,0,1,1,1,0,0,0,0)(0,0,1,1,0,1,1,1,1)(0,0,1,1,1,0,0,0,1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0,0,1,1,0,1,1,1,0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0,0,1,1,0,1,1,1,1$
  - $0,0,1,1,1,0,0,0,0$
  - $0,0,1,1,1,0,0,0,1$
  - $0,0,1,1,1,0,0,1,0$

Chọn đáp án C □

Câu 2. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 155 đến 8928 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 11?

A. 4310 . **B.** 4216 . **C.** 4197 . **D.** 4233 .

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 11.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 155 đến 8928:

$$S_3 = \frac{8928 - 156}{3} + 1 = 2925$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 155 đến 8928:

$$S_7 = \frac{8925 - 161}{7} + 1 = 1253$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 155 đến 8928:

$$S_{11} = \frac{8921 - 165}{11} + 1 = 797$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3,7)$:

$$S_{3,7} = \frac{8925 - 168}{21} + 1 = 418$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3,11)$:

$$S_{3,11} = \frac{8910 - 165}{33} + 1 = 266$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7,11)$:

$$S_{7,11} = \frac{8855 - 231}{77} + 1 = 113$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3,7,11)$:

$$S_{3,7,11} = \frac{8778 - 231}{231} + 1 = 38$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2925 + 1253 + 797) - (418 + 266 + 113) + 38 = 4216.$$

Kết luận: Có **4216 số** trong đoạn từ 155 đến 8928 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 11.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Cho tập A = $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5,7,6,4,1,3,9,8,2)$ là:

A. $(3,2,1,6,4,8,5,7,9)$. **B.** $(9,3,5,8,4,2,6,1,7)$.
C. $(6,2,4,5,7,1,3,9,8)$. **D.** $(5,7,6,4,1,8,2,3,9)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 21. **B.** 13. **C.** 26. **D.** 17.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1)*5+1 = 21$

Chọn đáp án A □

Câu 5. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2,4,6,8,9)$.

A. $(2,4,7,8,9)(2,5,6,7,8)(2,5,6,7,9)(2,5,6,8,9)(2,5,7,8,9)$.
B. $(2,4,7,8,9)(2,5,6,8,9)(2,5,6,7,8)(2,5,6,7,9)(2,5,7,8,9)$.
C. $(2,5,6,7,8)(2,5,6,7,9)(2,5,7,8,9)(2,5,6,8,9)(2,4,7,8,9)$.
D. $(2,5,6,7,9)(2,5,7,8,9)(2,5,6,8,9)(2,4,7,8,9)(2,5,6,7,8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2,4,6,8,9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:

– $2, 4, 7, 8, 9$
– $2, 5, 6, 7, 8$
– $2, 5, 6, 7, 9$
– $2, 5, 6, 8, 9$
– $2, 5, 7, 8, 9$

Chọn đáp án (A) □

Câu 6. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 118. **B.** 129. **C.** 147. **D.** 120.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 3 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 3 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^3 = 8$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^6 - 2^3 = 64 + 64 - 8 = 120$$

Vậy có **120** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án (D) □

Câu 7. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 32a_{n-1} - 256a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 23, a_1 = 480$ là:

A. $a_n = (23 + 7n) \cdot 16^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (23 - 7n) \cdot (-16)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-23 - 7n) \cdot 16^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (-23 + 7n) \cdot (-16)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 32a_{n-1} - 256a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 32r + 256 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 16)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 16$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 16^n + A_2 \cdot n \cdot 16^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 23 \\ a_1 & = 480 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 23 \\ 16A_1 + 16A_2 & = 480 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 23 \\ A_2 & = 7 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (23+7n)\cdot 16^n$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 38$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 9$, $9 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 72539. **B.** 72568. **C.** 72544. **D.** 72541.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 38.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 9$, $3 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 38, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{30}^5 = 142506.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 38, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 9, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{24}^5 = 42504.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 38, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{23}^5 = 33649.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 38, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 9, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{17}^5 = 6188.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 142506 - 42504 - 33649 + 6188 = 72541.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 9. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 15 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 19 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 809. **B.** 812. **C.** 811. **D.** 1141.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 19 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(19-1)*3*15+1 = 811$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 10. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 136. **B.** 153. **C.** 165. **D.** 145.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 18.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 18$ là 145.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -4a_{n+2}+27a_{n+1}+90a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 3, a_1 = 3, a_2 = 183$.

A. $a_n = 4 \cdot (-6)^n + 4 \cdot (-3)^n - 3 \cdot 5^n$. **B.** $a_n = -4 \cdot (-6)^n + 4 \cdot (-3)^n + 3 \cdot 5^n$.
C. $a_n = -4 \cdot (-6)^n - 4 \cdot (-3)^n + 3 \cdot 5^n$. **D.** $a_n = 4 \cdot (-6)^n - 4 \cdot (-3)^n + 3 \cdot 5^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 4r^2 - 27r - 90 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-6; -3; 5\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-6)^n + A_2 \cdot (-3)^n + A_3 \cdot 5^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 3 \\ a_1 &= 3 \\ a_2 &= 183 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 3 \\ -6A_1 - 3A_2 + 5A_3 &= 3 \\ 36A_1 + 9A_2 + 25A_3 &= 183 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 4 \\ A_2 &= -4 \\ A_3 &= 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 4 \cdot (-6)^n - 4 \cdot (-3)^n + 3 \cdot 5^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 6, 8)$.

A. $(1, 2, 4, 6, 7)(1, 2, 4, 5, 9)(1, 2, 4, 5, 8)$. **B.** $(1, 2, 4, 5, 9)(1, 2, 4, 5, 8)(1, 2, 4, 6, 7)$.
C. $(1, 2, 4, 5, 9)(1, 2, 4, 6, 7)(1, 2, 4, 5, 8)$. **D.** $(1, 2, 4, 5, 8)(1, 2, 4, 6, 7)(1, 2, 4, 5, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 6, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 6, 7$
  - $1, 2, 4, 5, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 8$

Chọn đáp án A □

Câu 13. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 14 & 4 & 5 & 7 \\ 9 & 0 & 9 & 12 & 20 \\ 12 & 10 & 0 & 21 & 17 \\ 13 & 11 & 14 & 0 & 15 \\ 8 & 14 & 10 & 21 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 67. **B.** 120. **C.** 126. **D.** 124.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 14 + 9 + 21 + 15 + 8 = 67$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =67.

Chọn đáp án A □

Câu 14. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 103836. **B.** 104000. **C.** 104399. **D.** 104169.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 45. **B.** 43. **C.** 46. **D.** 44.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.

- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:

  – Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.

  – Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:

    ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.

    ∗ Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.

$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.

$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$

Chọn đáp án D □

Câu 16. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 \to max$
$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 5$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.$
B. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1.$
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1.$
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{1}{1} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{1}{2} \geq \frac{1}{3}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1.$

Chọn đáp án C □

Câu 17. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 33a_{n-1} - 363a_{n-2} + 1331a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -30$, $a_1 = -374$, $a_2 = -8470$.

A. $a_n = (-30 + 12n - 16n^3) \cdot (11)^n.$
B. $a_n = (-30 + 12n + 16n^2) \cdot (11)^n.$
C. $a_n = (-30 + 12n - 16n^2) \cdot (11)^n.$
D. $a_n = (-30 - 12n - 16n^2) \cdot (11)^n.$

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 33r^2 + 363r - 1331 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 11.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (11)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -30$, $A_2 = 12$, và $A_3 = -16$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-30 + 12n - 16n^2) \cdot (11)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 18. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow max$

$5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,1)

A. $g(0,1,1) = 5.833$. **B.** $g(0,1,1) = 6.333$. **C.** $g(0,1,1) = 5.333$. **D.** $g(0,1,1) = 4.333$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{5} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{1}{2} \geq \frac{1}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,1,1) = 5.333$

Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho xâu nhị phân $X = \{0,0,0,1,0,0,1,1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 29. **B.** 115. **C.** 19. **D.** 20.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00010011 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 19, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 20.

Chọn đáp án D □

Câu 20. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 5. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 29.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 52

1.C	2.B	3.D	4.A	5.A	6.D	7.A	8.D	9.C	10.D
11.D	12.A	13.A	14.B	15.D	16.C	17.C	18.C	19.D	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 53

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0)$.
B. $(1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$.
C. $(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)(1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)$.
D. $(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0)(1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1$
  - $1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0$
  - $1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1$
  - $1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0$

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.
A. 198. **B.** 209. **C.** 279. **D.** 197.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 011000101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 197, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 198.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)$.
A. $(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)$.
D. $(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 9$

– $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$
– $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$
– $1, 2, 3, 5, 7, 8, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 4. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 32. **B.** 13. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án D □

Câu 5. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 44. **B.** 43. **C.** 45. **D.** 46.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án A □

Câu 6. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -8a_{n+2} + 5a_{n+1} + 84a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -10, a_1 = 32, a_2 = -212$.

A. $a_n = 2 \cdot 3^n + 6 \cdot (-4)^n - 2 \cdot (-7)^n$.
B. $a_n = 2 \cdot 3^n - 6 \cdot (-4)^n - 2 \cdot (-7)^n$.
C. $a_n = -2 \cdot 3^n - 6 \cdot (-4)^n - 2 \cdot (-7)^n$.
D. $a_n = -2 \cdot 3^n + 6 \cdot (-4)^n + 2 \cdot (-7)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 8r^2 - 5r - 84 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{3; -4; -7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 3^n + A_2 \cdot (-4)^n + A_3 \cdot (-7)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -10 \\ a_1 &= 32 \\ a_2 &= -212 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -10 \\ 3A_1 - 4A_2 - 7A_3 &= 32 \\ 9A_1 + 16A_2 + 49A_3 &= -212 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -2 \\ A_2 &= -6 \\ A_3 &= -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -2 \cdot 3^n - 6 \cdot (-4)^n - 2 \cdot (-7)^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 3, 5, 6, 8, 9)$.

A. $(1,3,5,7,8,9)(1,3,6,7,8,9)(1,4,5,6,7,8)(1,4,5,6,7,9)$.
B. $(1,4,5,6,7,8)(1,3,5,7,8,9)(1,3,6,7,8,9)(1,4,5,6,7,9)$.
C. $(1,3,6,7,8,9)(1,3,5,7,8,9)(1,4,5,6,7,8)(1,4,5,6,7,9)$.
D. $(1,3,6,7,8,9)(1,4,5,6,7,8)(1,3,5,7,8,9)(1,4,5,6,7,9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 5, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 4, 5, 6, 7, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405422. **B**. 405669. **C**. 405600. **D**. 406016.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 9. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 20 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 361. **B**. 201. **C**. 202. **D**. 199.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(6-1)*2*20+1=201$.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=37$ thoả mãn $8\geq x_1\geq 2$, $x_2\geq 4$, $9\geq x_3\geq 5$ là:

A. 73262. **B**. 73251. **C**. 73283. **D**. 73255.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=37.$$

Điều kiện: $2\leq x_1\leq 8$, $x_2\geq 4$, $5\leq x_3\leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 2$ và $x_3\geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=37,\\ x_1\geq 2, x_2\geq 4, x_3\geq 5, x_i\geq 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1=C_{31}^5=169911.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 9$ và $x_3\geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=37,\\ x_1\geq 9, x_2\geq 4, x_3\geq 5, x_i\geq 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2=C_{24}^5=42504.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 2$ và $x_3\geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=37,\\ x_1\geq 2, x_2\geq 4, x_3\geq 10, x_i\geq 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3=C_{26}^5=65780.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 9$ và $x_3\geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=37,\\ x_1\geq 9, x_2\geq 4, x_3\geq 10, x_i\geq 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4=C_{19}^5=11628.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1-N_2-N_3+N_4=169911-42504-65780+11628=73255.$$

Chọn đáp án D □

Câu 11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 2, 8, 1, 4, 6, 3, 5, 9)$ là:

A. $(8, 9, 7, 5, 1, 2, 3, 4, 6)$.
B. $(2, 3, 4, 7, 8, 1, 5, 6, 9)$.
C. $(7, 2, 8, 1, 4, 6, 3, 9, 5)$.
D. $(3, 8, 7, 9, 6, 5, 2, 1, 4)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 476 đến 6613 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 11?

A. 2551.
B. 2578.
C. 2566.
D. 2540.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 476 đến 6613:

$$S_4 = \frac{6612 - 476}{4} + 1 = 1535$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 476 đến 6613:

$$S_7 = \frac{6608 - 476}{7} + 1 = 877$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 476 đến 6613:

$$S_{11} = \frac{6611 - 484}{11} + 1 = 558$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7)$:

$$S_{4,7} = \frac{6608 - 476}{28} + 1 = 220$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 11)$:

$$S_{4,11} = \frac{6600 - 484}{44} + 1 = 140$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 11)$:

$$S_{7,11} = \frac{6545 - 539}{77} + 1 = 79$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7, 11)$:

$$S_{4,7,11} = \frac{6468 - 616}{308} + 1 = 20$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1535 + 877 + 558) - (220 + 140 + 79) + 20 = 2551.$$

Kết luận: Có **2551 số** trong đoạn từ 476 đến 6613 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 11.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 3 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 7. **B.** 10. **C.** 17. **D.** 13.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 4.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 4 + 1 = 13$

Chọn đáp án D □

Câu 14. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 \to max$

$x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 12$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,1)

A. $g(1, 0, 1) = 13.8$. **B.** $g(1, 0, 1) = 14.3$. **C.** $g(1, 0, 1) = 14.8$. **D.** $g(1, 0, 1) = 12.8$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{1} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{3}{3} \geq \frac{3}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 1) = 13.8$

Chọn đáp án A □

Câu 15. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 \to max$
$x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$. **B**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{1} \geq \frac{3}{1} \geq \frac{5}{2} \geq \frac{3}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án D □

Câu 16. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 352. **B**. 346. **C**. 382. **D**. 361.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^7 - 2^5 = 256 + 128 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 17. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 334. **B.** 315. **C.** 321. **D.** 312.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 16.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_6 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:
$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -9a_{n-1} - 27a_{n-2} - 27a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -3$, $a_1 = 33$, $a_2 = -261$.

A. $a_n = (-3 + 3n - 5n^2) \cdot (-3)^n$.
B. $a_n = (-3 - 3n - 5n^2) \cdot (-3)^n$.
C. $a_n = (-3 - 3n + 5n^2) \cdot (-3)^n$.
D. $a_n = (-3 - 3n - 5n^3) \cdot (-3)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là
$$r^3 + 9r^2 + 27r + 27 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là
$$r = -3.$$

Phương trình có dạng tổng quát là
$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-3)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -3$, $A_2 = -3$, và $A_3 = -5$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là
$$a_n = (-3 - 3n - 5n^2) \cdot (-3)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 19. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 6 & 18 & 10 & 19 \\ 19 & 0 & 6 & 7 & 9 & 20 \\ 18 & 13 & 0 & 20 & 4 & 6 \\ 11 & 3 & 11 & 0 & 18 & 8 \\ 11 & 6 & 16 & 14 & 0 & 7 \\ 12 & 8 & 9 & 15 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 147. **B.** 149. **C.** 76. **D.** 143.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$$
Thay vào công thức, ta có:
$$\delta = 13 + 6 + 20 + 18 + 7 + 12 = 76$$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =76.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 40a_{n-1} - 400a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 3, a_1 = -180$ là:

A. $a_n = (3 + 12n) \cdot (-20)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (3 - 12n) \cdot 20^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-3 + 12n) \cdot 20^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-3 - 12n) \cdot (-20)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 40a_{n-1} - 400a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 40r + 400 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 20)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 20$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 20^n + A_2 \cdot n \cdot 20^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 3 \\ a_1 &= -180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 3 \\ 20A_1 + 20A_2 &= -180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 3 \\ A_2 &= -12 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (3 - 12n) \cdot 20^n$.

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 53

1.C	2.A	3.A	4.D	5.A	6.C	7.A	8.C	9.B	10.D
11.C	12.A	13.D	14.A	15.D	16.A	17.B	18.B	19.C	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 54

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_4 \to max$
$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,1)

A. $g(1,1,1) = 12.5$. **B.** $g(1,1,1) = 13.5$. **C.** $g(1,1,1) = 14.0$. **D.** $g(1,1,1) = 14.5$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{1} \geq \frac{5}{2} \geq \frac{3}{2} \geq \frac{1}{4}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,1) = 13.5$

Chọn đáp án B □

Câu 2. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 10, a_1 = -72$ là:

A. $a_n = (-10 + 26n) \cdot 2^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (10 - 26n) \cdot 2^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-10 - 26n) \cdot (-2)^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (10 + 26n) \cdot (-2)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 4r + 4 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+2)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -2$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-2)^n + A_2 \cdot n \cdot (-2)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 10 \\ a_1 &= -72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 10 \\ -2A_1 - 2A_2 &= -72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 10 \\ A_2 &= 26 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (10 + 26n) \cdot (-2)^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 147. **B.** 47. **C.** 48. **D.** 69.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 000101111 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 47, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 48.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 9. **B.** 7. **C.** 17. **D.** 8.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 8.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2 - 1) * 8 + 1 = 9$

Chọn đáp án A □

Câu 5. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -39a_{n-1} - 507a_{n-2} - 2197a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -21$, $a_1 = -65$, $a_2 = 14703$.

A. $a_n = (-21 - 2n + 28n^2) \cdot (-13)^n$. **B.** $a_n = (-21 - 2n - 28n^2) \cdot (-13)^n$.

C. $a_n = (-21 - 2n + 28n^3) \cdot (-13)^n$. **D.** $a_n = (-21 + 2n + 28n^2) \cdot (-13)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 39r^2 + 507r + 2197 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -13.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-13)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -21$, $A_2 = -2$, và $A_3 = 28$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-21 - 2n + 28n^2) \cdot (-13)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 6. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 4, 6, 2, 5, 9, 3, 8, 1)$ là:

A. $(7, 4, 6, 2, 5, 9, 8, 1, 3)$. **B.** $(1, 6, 4, 9, 8, 7, 5, 2, 3)$.

C. $(7, 1, 6, 2, 4, 3, 8, 5, 9)$. **D.** $(6, 7, 2, 5, 3, 8, 9, 1, 4)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 138. **B**. 165. **C**. 145. **D**. 152.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 18.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 18$ là 145.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300444. **B.** 1300000. **C.** 1299974. **D.** 1300039.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 723 đến 6150 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 15?

A. 2187. **B.** 2163. **C.** 2234. **D.** 2171.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 15.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 723 đến 6150:

$$S_4 = \frac{6148 - 724}{4} + 1 = 1357$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 723 đến 6150:

$$S_7 = \frac{6146 - 728}{7} + 1 = 775$$

- Số các số chia hết cho 15 trong đoạn từ 723 đến 6150:

$$S_{15} = \frac{6150 - 735}{15} + 1 = 362$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7)$:

$$S_{4,7} = \frac{6132 - 728}{28} + 1 = 194$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 15)$:

$$S_{4,15} = \frac{6120 - 780}{60} + 1 = 90$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 15)$:

$$S_{7,15} = \frac{6090 - 735}{105} + 1 = 52$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7, 15)$:

$$S_{4,7,15} = \frac{5880 - 840}{420} + 1 = 13$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1357 + 775 + 362) - (194 + 90 + 52) + 13 = 2171.$$

Kết luận: Có **2171 số** trong đoạn từ 723 đến 6150 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 15.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 15 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 11 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 449. **B**. 451. **C**. 661. **D**. 452.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 11 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(11 - 1) * 3 * 15 + 1 = 451$.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 \to max$

$6x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$. **D**. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{2}{1} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{2}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 12. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.
A. 30. **B**. 38. **C**. 44. **D**. 32.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 6)$.
A. $(1, 2, 3, 8, 9)(1, 2, 3, 7, 9)(1, 2, 3, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 7, 8)(1, 2, 3, 8, 9)(1, 2, 3, 7, 9)(1, 2, 3, 6, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 7, 8)(1, 2, 3, 7, 9)(1, 2, 3, 6, 9)(1, 2, 3, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 8, 9)(1, 2, 3, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 9)(1, 2, 3, 7, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 6$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 6, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 14. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 19 & 13 & 16 & 20 \\ 7 & 0 & 14 & 4 & 15 \\ 18 & 13 & 0 & 3 & 17 \\ 15 & 8 & 4 & 0 & 14 \\ 5 & 7 & 10 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 103. **B.** 105. **C.** 99. **D.** 55.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 19 + 14 + 3 + 14 + 5 = 55$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =55.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.

– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.

$\Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 + a_1 + 2^1 = 3$

Chọn đáp án B □

Câu 16. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 8$, $7 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 9564. **B.** 9594. **C.** 9570. **D.** 9579.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 8$, $5 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 8, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{21}^5 = 20349.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{15}^5 = 3003.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{18}^5 = 8568.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{12}^5 = 792.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 20349 - 3003 - 8568 + 792 = 9570.$$

Chọn đáp án C □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 4, 6, 8, 9)$.

A. $(2, 3, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 8, 9)$.
B. $(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 8)$.
C. $(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 8)$.
D. $(2, 3, 4, 7, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 5, 6, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 4, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 5, 6, 7, 8$
  - $2, 3, 5, 6, 7, 9$
  - $2, 3, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 18. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)$.
B. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$.
C. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)$.
D. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0$
  - $1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1$
  - $1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0$

Chọn đáp án D □

Câu 19. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 10a_{n+2} - 3a_{n+1} - 126a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 5, a_1 = -40, a_2 = -100$.

A. $a_n = -7 \cdot (-3)^n - 7 \cdot 7^n + 5 \cdot 6^n$. **B.** $a_n = -7 \cdot (-3)^n + 7 \cdot 7^n + 5 \cdot 6^n$.
C. $a_n = 7 \cdot (-3)^n + 7 \cdot 7^n - 5 \cdot 6^n$. **D.** $a_n = 7 \cdot (-3)^n - 7 \cdot 7^n + 5 \cdot 6^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 10r^2 + 3r + 126 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-3; 7; 6\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-3)^n + A_2 \cdot 7^n + A_3 \cdot 6^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 5 \\ a_1 & = -40 \\ a_2 & = -100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 5 \\ -3A_1 + 7A_2 + 6A_3 & = -40 \\ 9A_1 + 49A_2 + 36A_3 & = -100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 7 \\ A_2 & = -7 \\ A_3 & = 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 7 \cdot (-3)^n - 7 \cdot 7^n + 5 \cdot 6^n$.
Chọn đáp án D □

Câu 20. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 215. **B.** 243. **C.** 231. **D.** 224.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 54

1.B	2.D	3.C	4.A	5.A	6.A	7.C	8.B	9.D	10.B
11.C	12.D	13.A	14.D	15.B	16.C	17.D	18.D	19.D	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 55

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 31$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 5$, $8 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 35834. **B**. 35796. **C**. 35805. **D**. 35808.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 31.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 5$, $2 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 31, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 5, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{26}^5 = 65780.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 31, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 5, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{21}^5 = 20349.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 31, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 5, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{19}^5 = 11628.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 31, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 5, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{14}^5 = 2002.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 65780 - 20349 - 11628 + 2002 = 35805.$$

Chọn đáp án C □

Câu 2. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 145. **B**. 164. **C**. 138. **D**. 155.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 19.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 19$ là 145.
Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 4, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 7, 9)$.
B. $(1, 2, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 5, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 5, 7, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 4. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 20. **B.** 22. **C.** 19. **D.** 21.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án A □

Câu 5. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -18a_{n-1} - 108a_{n-2} - 216a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -19$, $a_1 = 300$, $a_2 = -4644$.

A. $a_n = (-19 + 7n - 24n^2) \cdot (-6)^n$. **B.** $a_n = (-19 - 7n - 24n^2) \cdot (-6)^n$.
C. $a_n = (-19 - 7n + 24n^2) \cdot (-6)^n$. **D.** $a_n = (-19 - 7n - 24n^3) \cdot (-6)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 18r^2 + 108r + 216 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -6.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-6)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -19$, $A_2 = -7$, và $A_3 = -24$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-19 - 7n - 24n^2) \cdot (-6)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 6. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405476. **B.** 405600. **C.** 405734. **D.** 405833.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -28a_{n-1} - 196a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 18, a_1 = -182$ là:

A. $a_n = (18 - 5n) \cdot (-14)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (18 + 5n) \cdot 14^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (-18 - 5n) \cdot 14^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (-18 + 5n) \cdot (-14)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -28a_{n-1} - 196a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 28r + 196 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 14)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -14$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-14)^n + A_2 \cdot n \cdot (-14)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 18 \\ a_1 & = -182 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 18 \\ -14A_1 - 14A_2 & = -182 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 18 \\ A_2 & = -5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (18 - 5n) \cdot (-14)^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 8. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5, 2, 7, 8, 1, 3, 9, 6, 4)$ là:

A. $(6, 3, 9, 8, 1, 4, 2, 5, 7)$. **B.** $(9, 1, 6, 8, 5, 4, 2, 3, 7)$.
C. $(5, 2, 7, 8, 1, 4, 3, 6, 9)$. **D.** $(5, 7, 3, 9, 1, 8, 6, 4, 2)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 0, 1, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 0, 0, 0, 1, 1, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1)$.
B. $(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 1, 1, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1)$.
C. $(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 1, 1, 1)$.
D. $(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1)(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 1, 1, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 0, 0, 1, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 0, 0, 1, 1, 1$
  - $1, 0, 0, 1, 0, 0, 0$
  - $1, 0, 0, 1, 0, 0, 1$

Chọn đáp án A □

Câu 10. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 39 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 818. **B.** 821. **C.** 1249. **D.** 820.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(8 - 1) * 3 * 39 + 1 = 820$.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 1, 1, 1, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 93. **B.** 130. **C.** 181. **D.** 95.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1011110 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 94, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 95.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 13. **B.** 37. **C.** 24. **D.** 16.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 3, 5, 6, 7)$.

A. $(2,3,4,6,9)(2,3,4,7,9)(2,3,4,8,9)(2,3,4,7,8)$.
B. $(2,3,4,8,9)(2,3,4,7,9)(2,3,4,7,8)(2,3,4,6,9)$.
C. $(2,3,4,8,9)(2,3,4,7,8)(2,3,4,7,9)(2,3,4,6,9)$.
D. $(2,3,4,8,9)(2,3,4,6,9)(2,3,4,7,9)(2,3,4,7,8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 5, 6, 7$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 7, 9$
  - $2, 3, 4, 7, 8$
  - $2, 3, 4, 6, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 2x_4 \to max$
$3x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 10$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1,0,0) = 8.5$. **B.** $g(1,0,0) = 10.0$. **C.** $g(1,0,0) = 10.5$. **D.** $g(1,0,0) = 9.5$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{3} \geq \frac{2}{1} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{2}{4}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,0,0) = 9.5$

Chọn đáp án D □

Câu 15. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = a_{n+2} + 36a_{n+1} - 36a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -3, a_1 = 28, a_2 = -38$.

A. $a_n = -2 + 3 \cdot (-6)^n - 2 \cdot 6^n$.
B. $a_n = -2 - 3 \cdot (-6)^n + 2 \cdot 6^n$.
C. $a_n = 2 + 3 \cdot (-6)^n + 2 \cdot 6^n$.
D. $a_n = 2 - 3 \cdot (-6)^n + 2 \cdot 6^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - r^2 - 36r + 36 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{1; -6; 6\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 + A_2 \cdot (-6)^n + A_3 \cdot 6^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -3 \\ a_1 & = 28 \\ a_2 & = -38 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -3 \\ A_1 - 6A_2 + 6A_3 & = 28 \\ A_1 + 36A_2 + 36A_3 & = -38 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -2 \\ A_2 & = -3 \\ A_3 & = 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -2 - 3 \cdot (-6)^n + 2 \cdot 6^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 16. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 15 & 14 & 5 & 6 \\ 5 & 0 & 19 & 14 & 3 & 4 \\ 6 & 20 & 0 & 7 & 14 & 7 \\ 19 & 15 & 14 & 0 & 12 & 14 \\ 15 & 16 & 13 & 9 & 0 & 15 \\ 21 & 16 & 11 & 13 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 87. **B.** 144. **C.** 140. **D.** 146.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 13 + 19 + 7 + 12 + 15 + 21 = 87$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =87.
Chọn đáp án A □

Câu 17. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 \to max$
$4x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
B. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{2}{1} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{1}{4} \geq \frac{1}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án D □

Câu 18. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 833 đến 7050 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 14?

A. 2711. **B.** 2685. **C.** 2662. **D.** 2666.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 14.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 833 đến 7050:

$$S_3 = \frac{7050 - 834}{3} + 1 = 2073$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 833 đến 7050:

$$S_7 = \frac{7049 - 833}{7} + 1 = 889$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 833 đến 7050:

$$S_{14} = \frac{7042 - 840}{14} + 1 = 444$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN(3, 7):

$$S_{3,7} = \frac{7035 - 840}{21} + 1 = 296$$

- Số các số chia hết cho BCNN(3, 14):

$$S_{3,14} = \frac{7014 - 840}{42} + 1 = 148$$

- Số các số chia hết cho BCNN(7, 14):

$$S_{7,14} = \frac{7042 - 840}{14} + 1 = 444$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(3, 7, 14):

$$S_{3,7,14} = \frac{7014 - 840}{42} + 1 = 148$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2073 + 889 + 444) - (296 + 148 + 444) + 148 = 2666.$$

Kết luận: Có **2666 số** trong đoạn từ 833 đến 7050 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 14.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 5. **B**. 3. **C**. 10. **D**. 7.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 3.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3 - 1) * 3 + 1 = 7$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 461. **B**. 455. **C**. 440. **D**. 448.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^6 = 64$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^8 - 2^6 = 256 + 256 - 64 = 448$$

Vậy có **448** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 55

1.C	2.A	3.C	4.A	5.B	6.B	7.A	8.C	9.A	10.D
11.D	12.D	13.B	14.D	15.B	16.A	17.D	18.D	19.D	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 56

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)$.
B. $(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án B □

Câu 2. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 4x_4 \to max$
$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 6$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{1} \geq \frac{4}{2} \geq \frac{5}{4} \geq \frac{2}{3}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án A □

Câu 3. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 23. **B**. 25. **C**. 26. **D**. 24.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.
$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$
Chọn đáp án D □

Câu 4. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 10 & 21 & 8 & 8 \\ 9 & 0 & 11 & 9 & 12 & 6 \\ 20 & 13 & 0 & 9 & 19 & 8 \\ 8 & 19 & 13 & 0 & 4 & 15 \\ 19 & 16 & 16 & 5 & 0 & 4 \\ 7 & 18 & 12 & 21 & 16 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 110. **B**. 104. **C**. 108. **D**. 48.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 6] + c[6, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 13 + 11 + 9 + 4 + 4 + 7 = 48$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =48.
Chọn đáp án D □

Câu 5. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 230. **B.** 220. **C.** 242. **D.** 224.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án D □

Câu 6. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 6x_2 + 5x_3 + x_4 \to max$
$5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 5x_4 \leq 12$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0,0,1) = 7.4$. **B.** $g(0,0,1) = 5.4$. **C.** $g(0,0,1) = 6.4$. **D.** $g(0,0,1) = 6.9$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{5} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 0, 1) = 6.4$

Chọn đáp án C □

Câu 7. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 22. **B**. 29. **C**. 19. **D**. 16.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 7.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 7 + 1 = 22$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 338. **B**. 287. **C**. 286. **D**. 312.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 100011110 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 286, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 287.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 0, 1, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$.

B. $(1, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)$.

C. $(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 1)$.

D. $(1, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(1, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 0, 0, 1, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 0, 0, 1, 1, 0$
  - $1, 1, 0, 0, 1, 1, 1$
  - $1, 1, 0, 1, 0, 0, 0$
  - $1, 1, 0, 1, 0, 0, 1$

Chọn đáp án (C) □

Câu 10. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 4$, $7 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 74451. **B**. 74421. **C**. 74434. **D**. 74425.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 4$, $3 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 4, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{33}^5 = 237336.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 4, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{28}^5 = 98280.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 4, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{28}^5 = 98280.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 40, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 4, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{23}^5 = 33649.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 237336 - 98280 - 98280 + 33649 = 74425.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 32. **B**. 30. **C**. 33. **D**. 56.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 21 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1177. **B**. 820. **C**. 818. **D**. 821.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(14-1)*3*21+1 = 820$.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(3,2,6,8,5,7,9,1,4)$ là:

A. $(5,9,2,6,7,8,4,3,1)$. **B**. $(1,8,4,6,9,5,3,7,2)$.
C. $(2,1,8,5,3,9,6,4,7)$. **D**. $(3,2,6,8,5,7,9,4,1)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -44a_{n-1} - 484a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 26, a_1 = -418$ là:

A. $a_n = (-26-7n)\cdot 22^n$, với $n \geq 0$. **B**. $a_n = (26+7n)\cdot 22^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (26-7n)\cdot(-22)^n$, với $n \geq 0$. **D**. $a_n = (-26+7n)\cdot(-22)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -44a_{n-1} - 484a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 44r + 484 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+22)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -22$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-22)^n + A_2 \cdot n \cdot (-22)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 26 \\ a_1 & = -418 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 26 \\ -22A_1 - 22A_2 & = -418 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 26 \\ A_2 & = -7 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (26-7n)\cdot(-22)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 109. **B**. 121. **C**. 110. **D**. 113.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 17.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 17$ là 110.
Chọn đáp án C □

Câu 16. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405630. **B**. 405600. **C**. 405542. **D**. 405826.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án B □

Câu 17. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 555 đến 7487 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 13?

A. 2799 **B.** 2871 **C.** 2830 **D.** 2818

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 555 đến 7487:

$$S_4 = \frac{7484 - 556}{4} + 1 = 1733$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 555 đến 7487:

$$S_7 = \frac{7483 - 560}{7} + 1 = 990$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 555 đến 7487:

$$S_{13} = \frac{7475 - 559}{13} + 1 = 533$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 7)$:

$$S_{4,7} = \frac{7476 - 560}{28} + 1 = 248$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 13)$:

$$S_{4,13} = \frac{7436 - 572}{52} + 1 = 133$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(7, 13)$:

$$S_{7,13} = \frac{7462 - 637}{91} + 1 = 76$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 7, 13):

$$S_{4,7,13} = \frac{7280 - 728}{364} + 1 = 19$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1733 + 990 + 533) - (248 + 133 + 76) + 19 = 2818.$$

Kết luận: Có **2818 số** trong đoạn từ 555 đến 7487 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 13.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 51a_{n-1} - 867a_{n-2} + 4913a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -11$, $a_1 = 204$, $a_2 = 8381$.

A. $a_n = (-11 - 26n - 3n^2) \cdot (17)^n$.
B. $a_n = (-11 + 26n - 3n^3) \cdot (17)^n$.
C. $a_n = (-11 + 26n - 3n^2) \cdot (17)^n$.
D. $a_n = (-11 + 26n + 3n^2) \cdot (17)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 51r^2 + 867r - 4913 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 17.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (17)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -11$, $A_2 = 26$, và $A_3 = -3$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-11 + 26n - 3n^2) \cdot (17)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,3,5,7,8,9)$.
B. $(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,8,9)$.
C. $(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,8,9)$.
D. $(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án (B) □

Câu 20. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -2a_{n+2} + 23a_{n+1} + 60a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -5, a_1 = 36, a_2 = -48$.

A. $a_n = 2 \cdot 5^n - 2 \cdot (-3)^n - 5 \cdot (-4)^n$.
B. $a_n = -2 \cdot 5^n + 2 \cdot (-3)^n - 5 \cdot (-4)^n$.
C. $a_n = 2 \cdot 5^n + 2 \cdot (-3)^n + 5 \cdot (-4)^n$.
D. $a_n = -2 \cdot 5^n - 2 \cdot (-3)^n - 5 \cdot (-4)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 2r^2 - 23r - 60 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{5; -3; -4\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 5^n + A_2 \cdot (-3)^n + A_3 \cdot (-4)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -5 \\ a_1 & = 36 \\ a_2 & = -48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -5 \\ 5A_1 - 3A_2 - 4A_3 & = 36 \\ 25A_1 + 9A_2 + 16A_3 & = -48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 2 \\ A_2 & = -2 \\ A_3 & = -5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 2 \cdot 5^n - 2 \cdot (-3)^n - 5 \cdot (-4)^n$.
Chọn đáp án (A) □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 56

1.B	2.A	3.D	4.D	5.D	6.C	7.A	8.B	9.C	10.D
11.A	12.B	13.D	14.C	15.C	16.B	17.D	18.C	19.B	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 57

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 4, 5, 7)$.

A. $(2, 3, 4, 6, 8)(2, 3, 4, 5, 8)(2, 3, 4, 7, 8)(2, 3, 4, 6, 7)(2, 3, 4, 6, 9)(2, 3, 4, 5, 9)$.
B. $(2, 3, 4, 6, 7)(2, 3, 4, 6, 9)(2, 3, 4, 5, 9)(2, 3, 4, 6, 8)(2, 3, 4, 5, 8)(2, 3, 4, 7, 8)$.
C. $(2, 3, 4, 6, 7)(2, 3, 4, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 8)(2, 3, 4, 6, 9)(2, 3, 4, 5, 9)(2, 3, 4, 6, 8)$.
D. $(2, 3, 4, 5, 8)(2, 3, 4, 5, 9)(2, 3, 4, 6, 7)(2, 3, 4, 6, 8)(2, 3, 4, 6, 9)(2, 3, 4, 7, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 4, 5, 7$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 5, 8$
  - $2, 3, 4, 5, 9$
  - $2, 3, 4, 6, 7$
  - $2, 3, 4, 6, 8$
  - $2, 3, 4, 6, 9$
  - $2, 3, 4, 7, 8$

Chọn đáp án D □

Câu 2. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 44. **B.** 46. **C.** 43. **D.** 45.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án A □

Câu 3. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 147 đến 7773 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 13?

A. 3508. **B.** 3520. **C.** 3548. **D.** 3525.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 147 đến 7773:
$$S_3 = \frac{7773 - 147}{3} + 1 = 2543$$
- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 147 đến 7773:
$$S_8 = \frac{7768 - 152}{8} + 1 = 953$$
- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 147 đến 7773:
$$S_{13} = \frac{7761 - 156}{13} + 1 = 586$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8)$:
$$S_{3,8} = \frac{7752 - 168}{24} + 1 = 317$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 13)$:
$$S_{3,13} = \frac{7761 - 156}{39} + 1 = 196$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(8, 13)$:
$$S_{8,13} = \frac{7696 - 208}{104} + 1 = 73$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8, 13)$:
$$S_{3,8,13} = \frac{7488 - 312}{312} + 1 = 24$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(2543 + 953 + 586) - (317 + 196 + 73) + 24 = 3520.$$

Kết luận: Có **3520 số** trong đoạn từ 147 đến 7773 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 13.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 8. **B**. 28. **C**. 9. **D**. 5.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$

Chọn đáp án A □

Câu 5. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 238. **B**. 252. **C**. 240. **D**. 245.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^4 = 128 + 128 - 16 = 240$$

Vậy có **240** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(1, 8, 3, 6, 7, 2, 4, 5, 9)$ là:

A. $(8, 9, 3, 6, 7, 2, 5, 4, 1)$. **B**. $(1, 8, 3, 6, 7, 2, 4, 9, 5)$.
C. $(3, 2, 8, 9, 4, 1, 7, 6, 5)$. **D**. $(9, 4, 1, 7, 8, 2, 6, 3, 5)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 1, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 77. **B**. 32. **C**. 90. **D**. 31.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0011111 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 31, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 32.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 33 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 2 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 67. **B**. 199. **C**. 68. **D**. 65.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 2 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(2-1)*2*33+1=67$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho xâu nhị phân $X=\{1,1,1,0,1,1,0,0,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1,1,1,0,1,1,0,0,1)(1,1,1,0,1,1,0,1,0)(1,1,1,0,1,1,0,1,1)(1,1,1,0,1,1,1,0,0)$.

B. $(1,1,1,0,1,1,0,1,1)(1,1,1,0,1,1,1,0,0)(1,1,1,0,1,1,0,0,1)(1,1,1,0,1,1,0,1,0)$.

C. $(1,1,1,0,1,1,1,0,0)(1,1,1,0,1,1,0,1,0)(1,1,1,0,1,1,0,1,1)(1,1,1,0,1,1,0,0,1)$.

D. $(1,1,1,0,1,1,0,1,1)(1,1,1,0,1,1,0,1,0)(1,1,1,0,1,1,1,0,0)(1,1,1,0,1,1,0,0,1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1,1,1,0,1,1,0,0,0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,1,1,0,1,1,0,0,1$
  - $1,1,1,0,1,1,0,1,0$
  - $1,1,1,0,1,1,0,1,1$
  - $1,1,1,0,1,1,1,0,0$

Chọn đáp án A □

Câu 10. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=34$ thoả mãn $8\geq x_1\geq 4$, $x_2\geq 7$, $6\geq x_3\geq 2$ là:

A. 29450. **B**. 29461. **C**. 29440. **D**. 29460.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=34.$$

Điều kiện: $4\leq x_1\leq 8$, $x_2\geq 7$, $2\leq x_3\leq 6$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 4$ và $x_3\geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=34,\\ x_1\geq 4, x_2\geq 7, x_3\geq 2, x_i\geq 0, i=4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1=C_{26}^5=65780.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 7, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{21}^5 = 20349.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 7, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{21}^5 = 20349.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 7, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{16}^5 = 4368.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 65780 - 20349 - 20349 + 4368 = 29450.$$

Chọn đáp án A □

Câu 11. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1299950. **B.** 1300279. **C.** 1300000. **D.** 1300084.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 12. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 15a_{n-1} - 75a_{n-2} + 125a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 10$, $a_1 = -30$, $a_2 = -900$.

A. $a_n = (10 - 9n - 7n^2) \cdot (5)^n$. **B.** $a_n = (10 - 9n - 7n^3) \cdot (5)^n$.
C. $a_n = (10 + 9n - 7n^2) \cdot (5)^n$. **D.** $a_n = (10 - 9n + 7n^2) \cdot (5)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là
$$r^3 - 15r^2 + 75r - 125 = 0.$$
Phương trình có nghiệm bội 3 là
$$r = 5.$$
Phương trình có dạng tổng quát là
$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (5)^n.$$
Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 10$, $A_2 = -9$, và $A_3 = -7$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là
$$a_n = (10 - 9n - 7n^2) \cdot (5)^n.$$
Chọn đáp án A □

Câu 13. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 3a_{n+2} + 40a_{n+1} - 84a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 12, a_1 = 43, a_2 = 427$.

A. $a_n = 2 \cdot (-6)^n - 7 \cdot 7^n - 3 \cdot 2^n$. **B.** $a_n = -2 \cdot (-6)^n + 7 \cdot 7^n + 3 \cdot 2^n$.
C. $a_n = -2 \cdot (-6)^n - 7 \cdot 7^n + 3 \cdot 2^n$. **D.** $a_n = 2 \cdot (-6)^n + 7 \cdot 7^n + 3 \cdot 2^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:
$$r^3 - 3r^2 - 40r + 84 = 0$$
Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-6; 7; 2\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-6)^n + A_2 \cdot 7^n + A_3 \cdot 2^n$
Vì:
$$\begin{cases} a_0 &= 12 \\ a_1 &= 43 \\ a_2 &= 427 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 12 \\ -6A_1 + 7A_2 + 2A_3 &= 43 \\ 36A_1 + 49A_2 + 4A_3 &= 427 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 2 \\ A_2 &= 7 \\ A_3 &= 3 \end{cases}$$
$\Rightarrow a_n = 2 \cdot (-6)^n + 7 \cdot 7^n + 3 \cdot 2^n$.
Chọn đáp án D □

Câu 14. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.
$$\begin{bmatrix} 0 & 10 & 3 & 19 & 20 & 11 \\ 17 & 0 & 15 & 18 & 8 & 3 \\ 14 & 9 & 0 & 14 & 21 & 3 \\ 17 & 20 & 14 & 0 & 9 & 4 \\ 3 & 11 & 11 & 6 & 0 & 5 \\ 8 & 7 & 14 & 12 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 61. **B.** 117. **C.** 111. **D.** 115.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 6] + c[6, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 10 + 15 + 14 + 9 + 5 + 8 = 61$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =61.
Chọn đáp án A □

Câu 15. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 7, 8)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 7)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 5, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7)(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 8)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 7)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7$

Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 4x_2 + 6x_3 + x_4 \to max$
$3x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1, 1, 0) = 9.333$. **B.** $g(1, 1, 0) = 11.333$.
C. $g(1, 1, 0) = 10.333$. **D.** $g(1, 1, 0) = 10.833$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{3} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{1}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:
$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$
- Trọng lượng còn lại của túi:
$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,0) = 10.333$

Chọn đáp án (C) □

Câu 17. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 314. **B.** 332. **C.** 316. **D.** 315.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 16.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.

Chọn đáp án (D) □

Câu 18. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 3 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 5. **B**. 3. **C**. 9. **D**. 4.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 4.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1)*4+1=5$

Chọn đáp án A □

Câu 19. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1+2x_2+5x_3+x_4 \to max$

$5x_1+5x_2+6x_3+4x_4 \leq 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1=0, x_2=0, x_3=0, x_4=1$. **B**. $x_1=1, x_2=0, x_3=0, x_4=0$.
C. $x_1=1, x_2=0, x_3=0, x_4=1$. **D**. $x_1=1, x_2=1, x_3=1, x_4=1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{6} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{2}{5} \geq \frac{1}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k=1,2,\ldots,n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1=1, x_2=0, x_3=0, x_4=1$.
Chọn đáp án C □

Câu 20. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n=-28a_{n-1}-196a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0=4, a_1=14$ là:

A. $a_n=(-4+5n)\cdot(-14)^n$, với $n \geq 0$. **B**. $a_n=(-4-5n)\cdot 14^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n=(4-5n)\cdot(-14)^n$, với $n \geq 0$. **D**. $a_n=(4+5n)\cdot 14^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -28a_{n-1} - 196a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 28r + 196 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+14)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -14$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-14)^n + A_2 \cdot n \cdot (-14)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 4 \\ a_1 &= 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 4 \\ -14A_1 - 14A_2 &= 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 4 \\ A_2 &= -5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (4-5n) \cdot (-14)^n$.

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 57

1.D	2.A	3.B	4.A	5.C	6.B	7.B	8.A	9.A	10.A
11.C	12.A	13.D	14.A	15.D	16.C	17.D	18.A	19.C	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 58

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1,3,4,5,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)$.
B. $(1,3,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)$.
C. $(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8,9)$.
D. $(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,7,8,9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 2. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 33. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 19.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 8.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 8 + 1 = 25$

Chọn đáp án B □

Câu 3. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 12 & 11 & 15 & 6 & 10 \\ 19 & 0 & 12 & 17 & 4 & 18 \\ 16 & 16 & 0 & 16 & 16 & 18 \\ 19 & 10 & 12 & 0 & 19 & 17 \\ 12 & 12 & 10 & 21 & 0 & 9 \\ 12 & 4 & 9 & 11 & 11 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 155. **B.** 157. **C.** 80. **D.** 151.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$$

Thay vào công thức, ta có:

$$\delta = 12 + 12 + 16 + 19 + 9 + 12 = 80$$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =80.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 475. **B.** 460. **C.** 463. **D.** 455.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=36$ thoả mãn $8\geq x_1\geq 4$, $x_2\geq 5$, $9\geq x_3\geq 1$ là:

A. 83993. **B**. 84012. **C**. 83984. **D**. 83985.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=36.$$

Điều kiện: $4\leq x_1\leq 8$, $x_2\geq 5$, $1\leq x_3\leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 4$ và $x_3\geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=36,\\ x_1\geq 4, x_2\geq 5, x_3\geq 1, x_i\geq 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1=C_{31}^5=169911.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 9$ và $x_3\geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=36,\\ x_1\geq 9, x_2\geq 5, x_3\geq 1, x_i\geq 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2=C_{26}^5=65780.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 4$ và $x_3\geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=36,\\ x_1\geq 4, x_2\geq 5, x_3\geq 10, x_i\geq 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3=C_{22}^5=26334.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1\geq 9$ và $x_3\geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=36,\\ x_1\geq 9, x_2\geq 5, x_3\geq 10, x_i\geq 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4=C_{17}^5=6188.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1-N_2-N_3+N_4=169911-65780-26334+6188=83985.$$

Chọn đáp án D □

Câu 6. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1+6x_2+6x_3+5x_4\to max$

$4x_1+5x_2+6x_3+5x_4\leq 7$

x_1,x_2,x_3,x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1,0,0)=8.5$. **B**. $g(1,0,0)=7.0$. **C**. $g(1,0,0)=8.0$. **D**. $g(1,0,0)=9.0$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1}\geq\frac{c_2}{a_2}\geq\ldots\geq\frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{4} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{5}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 0) = 8.0$

Chọn đáp án C □

Câu 7. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 114. **B**. 129. **C**. 120. **D**. 149.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 3 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 3 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^3 = 8$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^6 - 2^3 = 64 + 64 - 8 = 120$$

Vậy có **120** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 8. **B.** 24. **C.** 11. **D.** 6.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(6, 1, 7, 5, 4, 8, 9, 3, 2)$ là:

A. $(5, 1, 4, 2, 6, 3, 8, 9, 7)$. **B.** $(8, 6, 9, 5, 1, 2, 3, 4, 7)$.
C. $(6, 1, 7, 5, 4, 9, 2, 3, 8)$. **D.** $(7, 9, 2, 3, 4, 8, 1, 5, 6)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 9. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án D □

Câu 11. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 \to max$
$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \leq 5$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{3} \geq \frac{6}{4} \geq \frac{2}{5} \geq \frac{2}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 12. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 8 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 63. **B.** 121. **C.** 65. **D.** 66.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(5-1)*2*8+1 = 65$.
Chọn đáp án C □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 6, 7, 9)$.

A. $(1,3,6,7,8)(1,3,5,8,9)(1,3,5,7,9)(1,3,5,7,8)$.
B. $(1,3,5,7,8)(1,3,5,8,9)(1,3,5,7,9)(1,3,6,7,8)$.
C. $(1,3,6,7,8)(1,3,5,8,9)(1,3,5,7,8)(1,3,5,7,9)$.
D. $(1,3,5,7,8)(1,3,6,7,8)(1,3,5,8,9)(1,3,5,7,9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 6, 7, 8$
  - $1, 3, 5, 8, 9$
  - $1, 3, 5, 7, 9$
  - $1, 3, 5, 7, 8$

Chọn đáp án A □

Câu 14. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -9a_{n+2}+a_{n+1}+105a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -6, a_1 = -38, a_2 = 106$.

A. $a_n = 5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
B. $a_n = -5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
C. $a_n = 5 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
D. $a_n = -5 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-7)^n + 7 \cdot 3^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 9r^2 - r - 105 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-5; -7; 3\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-5)^n + A_2 \cdot (-7)^n + A_3 \cdot 3^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -6 \\ a_1 &= -38 \\ a_2 &= 106 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -6 \\ -5A_1 - 7A_2 + 3A_3 &= -38 \\ 25A_1 + 49A_2 + 9A_3 &= 106 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -5 \\ A_2 &= 6 \\ A_3 &= -7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 15. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$.
B. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)$.
C. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0)$.
D. $(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0$
  - $0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1$
  - $0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0$

Chọn đáp án A □

Câu 16. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -7, a_1 = 27$ là:

A. $a_n = (7 - 2n) \cdot 3^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-7 - 2n) \cdot (-3)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-7 + 2n) \cdot 3^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (7 + 2n) \cdot (-3)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 6r + 9 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -3$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-3)^n + A_2 \cdot n \cdot (-3)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -7 \\ a_1 &= 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -7 \\ -3A_1 - 3A_2 &= 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -7 \\ A_2 &= -2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-7 - 2n) \cdot (-3)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 17. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300000. **B**. 1300005. **C**. 1300239. **D**. 1299987.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 465. **B**. 405. **C**. 404. **D**. 446.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 110010100 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 404, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 405.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -51a_{n-1} - 867a_{n-2} - 4913a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 16$, $a_1 = -1020$, $a_2 = 41038$.

A. $a_n = (16 + 25n - 19n^2) \cdot (-17)^n$. **B**. $a_n = (16 + 25n + 19n^3) \cdot (-17)^n$.

C. $a_n = (16 - 25n + 19n^2) \cdot (-17)^n$. **D**. $a_n = (16 + 25n + 19n^2) \cdot (-17)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 51r^2 + 867r + 4913 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -17.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-17)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 16$, $A_2 = 25$, và $A_3 = 19$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (16 + 25n + 19n^2) \cdot (-17)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 109 đến 9707 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 14?

A. 4376 **B.** 4346 **C.** 4341 **D.** 4328

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 14.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 109 đến 9707:

$$S_3 = \frac{9705 - 111}{3} + 1 = 3199$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 109 đến 9707:

$$S_8 = \frac{9704 - 112}{8} + 1 = 1200$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 109 đến 9707:

$$S_{14} = \frac{9702 - 112}{14} + 1 = 686$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{9696 - 120}{24} + 1 = 400$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 14)$:

$$S_{3,14} = \frac{9702 - 126}{42} + 1 = 229$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(8, 14)$:

$$S_{8,14} = \frac{9688 - 112}{56} + 1 = 172$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8, 14)$:

$$S_{3,8,14} = \frac{9576 - 168}{168} + 1 = 57$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(3199 + 1200 + 686) - (400 + 229 + 172) + 57 = 4341.$$

Kết luận: Có **4341 số** trong đoạn từ 109 đến 9707 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 14.

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 58

1.D	2.B	3.C	4.B	5.D	6.C	7.C	8.A	9.C	10.D
11.C	12.C	13.A	14.B	15.A	16.B	17.A	18.B	19.D	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 59

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 19. **B.** 22. **C.** 29. **D.** 16.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 7.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4-1)*7+1=22$

Chọn đáp án B □

Câu 2. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 2a_{n+2} + 29a_{n+1} - 30a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 5, a_1 = -16, a_2 = 254$.

A. $a_n = 6 \cdot (-5)^n + 3 \cdot 6^n - 4$. **B.** $a_n = -6 \cdot (-5)^n - 3 \cdot 6^n - 4$.

C. $a_n = -6 \cdot (-5)^n + 3 \cdot 6^n - 4$. **D.** $a_n = 6 \cdot (-5)^n - 3 \cdot 6^n + 4$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 2r^2 - 29r + 30 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-5; 6; 1\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-5)^n + A_2 \cdot 6^n + A_3$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 5 \\ a_1 & = -16 \\ a_2 & = 254 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 5 \\ -5A_1 + 6A_2 + A_3 & = -16 \\ 25A_1 + 36A_2 + A_3 & = 254 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 6 \\ A_2 & = 3 \\ A_3 & = -4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 6 \cdot (-5)^n + 3 \cdot 6^n - 4$.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.

B. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.

C. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

D. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 4. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 177 đến 7157 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 13?

A. 2744 **B.** 2684 **C.** 2692 **D.** 2677

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 13.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 177 đến 7157:

$$S_4 = \frac{7156 - 180}{4} + 1 = 1745$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 177 đến 7157:

$$S_6 = \frac{7152 - 180}{6} + 1 = 1163$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 177 đến 7157:

$$S_{13} = \frac{7150 - 182}{13} + 1 = 537$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{7152 - 180}{12} + 1 = 582$$

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(4, 13)$:

$$S_{4,13} = \frac{7124 - 208}{52} + 1 = 134$$

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(6, 13)$:

$$S_{6,13} = \frac{7098 - 234}{78} + 1 = 89$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(4, 6, 13)$:

$$S_{4,6,13} = \frac{7020 - 312}{156} + 1 = 44$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1745 + 1163 + 537) - (582 + 134 + 89) + 44 = 2684.$$

Kết luận: Có **2684 số** trong đoạn từ 177 đến 7157 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 13.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 12. **B**. 15. **C**. 13. **D**. 14.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.

- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:

  – Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.

  – Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:

    ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.

    ∗ Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.

$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.

$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$

Chọn đáp án C □

Câu 6. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 6$, $9 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 356718. **B**. 356747. **C**. 356725. **D**. 356720.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50.$$

Điều kiện: $2 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 6$, $3 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 6, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{44}^5 = 1086008.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 6, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{37}^5 = 435897.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 6, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{37}^5 = 435897.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 6, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{30}^5 = 142506.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1086008 - 435897 - 435897 + 142506 = 356720.$$

Chọn đáp án D □

Câu 7. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 12 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 11 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 242. **B**. 241. **C**. 239. **D**. 397.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 11 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(11 - 1) * 2 * 12 + 1 = 241$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 471. **B**. 460. **C**. 451. **D**. 469.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 19.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 19$ là 460.
Chọn đáp án (B) □

Câu 9. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0,0,0,1,0,0,1,0)(0,0,0,1,0,0,1,1)(0,0,0,1,0,1,0,0)(0,0,0,1,0,1,0,1)$.
B. $(0,0,0,1,0,1,0,1)(0,0,0,1,0,0,1,0)(0,0,0,1,0,1,0,0)(0,0,0,1,0,0,1,1)$.
C. $(0,0,0,1,0,1,0,1)(0,0,0,1,0,0,1,1)(0,0,0,1,0,0,1,0)(0,0,0,1,0,1,0,0)$.
D. $(0,0,0,1,0,1,0,0)(0,0,0,1,0,0,1,0)(0,0,0,1,0,0,1,1)(0,0,0,1,0,1,0,1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0$
  - $0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1$
  - $0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0$
  - $0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1$

Chọn đáp án (A) □

Câu 10. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 6 & 21 & 19 & 17 \\ 21 & 0 & 3 & 10 & 5 & 15 \\ 20 & 18 & 0 & 10 & 13 & 16 \\ 12 & 19 & 17 & 0 & 14 & 21 \\ 16 & 14 & 15 & 3 & 0 & 11 \\ 15 & 7 & 14 & 19 & 16 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 137. **B**. 139. **C**. 133. **D**. 61.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 8 + 3 + 10 + 14 + 11 + 15 = 61$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =61.
Chọn đáp án D □

Câu 11. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -58a_{n-1} - 841a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 16, a_1 = -580$ là:

A. $a_n = (-16 + 4n) \cdot 29^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-16 - 4n) \cdot (-29)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (16 + 4n) \cdot (-29)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (16 - 4n) \cdot 29^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -58a_{n-1} - 841a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 58r + 841 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 29)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -29$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-29)^n + A_2 \cdot n \cdot (-29)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 16 \\ a_1 & = -580 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 16 \\ -29A_1 - 29A_2 & = -580 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 16 \\ A_2 & = 4 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (16 + 4n) \cdot (-29)^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 12. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 62.
B. 32.
C. 28.
D. 40.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án B □

Câu 13. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 \to max$
$x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1, 0, 0) = 11.833$.
B. $g(1, 0, 0) = 11.333$.
C. $g(1, 0, 0) = 10.333$.
D. $g(1, 0, 0) = 12.333$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{1} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{4}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 0) = 11.333$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \to max$
$4x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 \leq 6$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1.$
B. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{1}{1} \geq \frac{2}{2} \geq \frac{3}{4} \geq \frac{3}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6759856. **B.** 6760308. **C.** 6760129. **D.** 6760000.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án (D) □

Câu 16. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(1, 4, 6, 7, 5, 2, 8, 3, 9)$ là:

A. $(7, 4, 1, 6, 5, 9, 2, 8, 3)$. **B.** $(1, 4, 6, 7, 5, 2, 8, 9, 3)$.
C. $(5, 2, 6, 9, 1, 8, 7, 3, 4)$. **D.** $(8, 9, 4, 5, 1, 6, 3, 2, 7)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (B) □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
B. $(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.
C. $(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
D. $(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$

– $2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
– $2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
– $2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
– $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 18. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 167. **B**. 176. **C**. 184. **D**. 188.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^6 - 2^4 = 128 + 64 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án B □

Câu 19. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -54a_{n-1} - 972a_{n-2} - 5832a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -14$, $a_1 = 54$, $a_2 = 19440$.

A. $a_n = (-14 + 15n + 26n^2) \cdot (-18)^n$. **B**. $a_n = (-14 - 15n + 26n^3) \cdot (-18)^n$.
C. $a_n = (-14 - 15n - 26n^2) \cdot (-18)^n$. **D**. $a_n = (-14 - 15n + 26n^2) \cdot (-18)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 54r^2 + 972r + 5832 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -18.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-18)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -14$, $A_2 = -15$, và $A_3 = 26$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-14 - 15n + 26n^2) \cdot (-18)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 1, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 78. **B.** 116. **C.** 76. **D.** 132.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1001101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 77, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 78.

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 59

1.B	2.A	3.B	4.B	5.C	6.D	7.B	8.B	9.A	10.D
11.C	12.B	13.B	14.B	15.D	16.B	17.C	18.B	19.D	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 60

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 0, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)$.
B. $(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)$.
C. $(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)$.
D. $(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 1, 0, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 1, 0, 0, 1$
  - $0, 0, 1, 1, 0, 1, 0$
  - $0, 0, 1, 1, 0, 1, 1$

Chọn đáp án D □

Câu 2. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 4, 6, 7, 9)$.

A. $(1, 4, 7, 8, 9)(1, 4, 6, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 8)$.
B. $(1, 4, 7, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 8)(1, 4, 6, 8, 9)$.
C. $(1, 4, 6, 8, 9)(1, 4, 7, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 8)$.
D. $(1, 5, 6, 7, 8)(1, 4, 6, 8, 9)(1, 4, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 4, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 4, 6, 8, 9$
  - $1, 4, 7, 8, 9$
  - $1, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -90a_{n-1} - 2700a_{n-2} - 27000a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -14$, $a_1 = 30$, $a_2 = 23400$.

A. $a_n = (-14 - 6n + 7n^2) \cdot (-30)^n$.
B. $a_n = (-14 + 6n + 7n^2) \cdot (-30)^n$.
C. $a_n = (-14 + 6n - 7n^2) \cdot (-30)^n$.
D. $a_n = (-14 + 6n + 7n^3) \cdot (-30)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 90r^2 + 2700r + 27000 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -30.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-30)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -14$, $A_2 = 6$, và $A_3 = 7$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-14 + 6n + 7n^2) \cdot (-30)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 502. **B**. 500. **C**. 511. **D**. 566.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 111110101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 501, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 502.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 6, 7, 9)$.

A. $(1, 2, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8)$. **B**. $(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 8, 9)$.

C. $(1, 2, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 9)$. **D**. $(1, 2, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 6. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 16 & 20 & 16 & 6 \\ 17 & 0 & 10 & 7 & 17 \\ 17 & 18 & 0 & 18 & 20 \\ 7 & 20 & 21 & 0 & 21 \\ 4 & 13 & 10 & 14 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 129. **B**. 69. **C**. 133. **D**. 135.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 16 + 10 + 18 + 21 + 4 = 69$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =69.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 60a_{n-1} - 900a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -29, a_1 = -600$ là:

A. $a_n = (-29 - 9n) \cdot (-30)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (29 + 9n) \cdot (-30)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (29 - 9n) \cdot 30^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-29 + 9n) \cdot 30^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 60a_{n-1} - 900a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 60r + 900 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-30)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 30$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 30^n + A_2 \cdot n \cdot 30^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -29 \\ a_1 & = -600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -29 \\ 30A_1 + 30A_2 & = -600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -29 \\ A_2 & = 9 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-29 + 9n) \cdot 30^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104072. **B.** 104305. **C.** 103960. **D.** 104000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B.** 19. **C.** 25. **D.** 16.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 6.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4-1) * 6 + 1 = 19$

Chọn đáp án B □

Câu 10. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 28. **B.** 57. **C.** 34. **D.** 32.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án D □

Câu 11. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 24. **B.** 25. **C.** 23. **D.** 26.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0, \overline{a_1} = 0, \overline{a_2} = 0, \overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.
$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$
Chọn đáp án A □

Câu 12. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 196 đến 8598 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 13?

A. 3944 . **B.** 3896 . **C.** 3878 . **D.** 3862 .

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 196 đến 8598:

$$S_3 = \frac{8598 - 198}{3} + 1 = 2801$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 196 đến 8598:

$$S_8 = \frac{8592 - 200}{8} + 1 = 1050$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 196 đến 8598:

$$S_{13} = \frac{8593 - 208}{13} + 1 = 646$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{8592 - 216}{24} + 1 = 350$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 13)$:

$$S_{3,13} = \frac{8580 - 234}{39} + 1 = 215$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(8, 13)$:

$$S_{8,13} = \frac{8528 - 208}{104} + 1 = 81$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8, 13)$:

$$S_{3,8,13} = \frac{8424 - 312}{312} + 1 = 27$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2801 + 1050 + 646) - (350 + 215 + 81) + 27 = 3878.$$

Kết luận: Có **3878 số** trong đoạn từ 196 đến 8598 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 13.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -3a_{n+2} + 16a_{n+1} + 48a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 4, a_1 = 36, a_2 = 36$.

A. $a_n = 6 \cdot (-4)^n - 6 \cdot 4^n + 4 \cdot (-3)^n$.
B. $a_n = -6 \cdot (-4)^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot (-3)^n$.
C. $a_n = 6 \cdot (-4)^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot (-3)^n$.
D. $a_n = -6 \cdot (-4)^n - 6 \cdot 4^n - 4 \cdot (-3)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 3r^2 - 16r - 48 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-4; 4; -3\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-4)^n + A_2 \cdot 4^n + A_3 \cdot (-3)^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 4 \\ a_1 &= 36 \\ a_2 &= 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 4 \\ -4A_1 + 4A_2 - 3A_3 &= 36 \\ 16A_1 + 16A_2 + 9A_3 &= 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -6 \\ A_2 &= 6 \\ A_3 &= 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -6 \cdot (-4)^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot (-3)^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$

$x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 5x_4 \le 10$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1,1,0) = 12.2$. **B.** $g(1,1,0) = 11.7$. **C.** $g(1,1,0) = 10.2$. **D.** $g(1,1,0) = 11.2$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \ldots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{1} \ge \frac{4}{3} \ge \frac{2}{3} \ge \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,0) = 11.2$

Chọn đáp án D □

Câu 15. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 3x_4 \to max$

$x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4 \le 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.

C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \ldots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \ge \frac{6}{6} \ge \frac{4}{5} \ge \frac{3}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án B □

Câu 16. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 325. **B.** 306. **C.** 327. **D.** 315.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 16.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_4 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_6 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.
Chọn đáp án D □

Câu 17. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 176. **B.** 183. **C.** 166. **D.** 200.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:
$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 18. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 9$, $9 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 23592. **B**. 23595. **C**. 23613. **D**. 23598.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 9$, $5 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{24}^5 = 42504.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 9, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{18}^5 = 8568.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{19}^5 = 11628.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 9, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{13}^5 = 1287.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 42504 - 8568 - 11628 + 1287 = 23595.$$

Chọn đáp án B □

Câu 19. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 4 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 9 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 98. **B**. 145. **C**. 97. **D**. 95.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 9 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(9 - 1) * 3 * 4 + 1 = 97$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(3, 9, 2, 1, 5, 7, 6, 8, 4)$ là:

A. $(3, 9, 2, 1, 5, 7, 8, 4, 6)$. **B**. $(7, 9, 8, 5, 4, 6, 3, 1, 2)$.

C. $(9, 6, 2, 7, 8, 1, 3, 5, 4)$. **D**. $(6, 2, 4, 7, 1, 8, 3, 9, 5)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 60

1.D	2.C	3.B	4.A	5.C	6.B	7.D	8.D	9.B	10.D
11.A	12.C	13.B	14.D	15.B	16.D	17.A	18.B	19.C	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 61

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 406016. **B**. 405570. **C**. 405784. **D**. 405600.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 6x_4 \to max$
$2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D**. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{4}{2} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{2}{1}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án B □

Câu 3. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.
A. $(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
B. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
D. $(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 0, 0, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.
A. 34. **B.** 33. **C.** 128. **D.** 83.
Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0100001 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 33, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 34.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 \to max$
$2x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 \le 12$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,1)

A. $g(0,1,1) = 8.2$. **B.** $g(0,1,1) = 7.2$. **C.** $g(0,1,1) = 8.7$. **D.** $g(0,1,1) = 9.2$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \dots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{2} \ge \frac{1}{1} \ge \frac{3}{4} \ge \frac{3}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,1,1) = 8.2$

Chọn đáp án A □

Câu 6. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 352. **B.** 357. **C.** 379. **D.** 344.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^8 - 2^5 = 128 + 256 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 7. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 451. **B**. 472. **C**. 460. **D**. 463.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 39$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 6$, $8 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 96311. **B**. 96331. **C**. 96297. **D**. 96304.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 39.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 6$, $1 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 39, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 6, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{34}^5 = 278256.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 39, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 6, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{30}^5 = 142506.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 39, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 6, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{26}^5 = 65780.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 39, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 6, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{22}^5 = 26334.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 278256 - 142506 - 65780 + 26334 = 96304.$$

Chọn đáp án D □

Câu 9. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 13. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 14.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0,1,...,n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$
Chọn đáp án A □

Câu 10. Cho xâu nhị phân $X = \{0,1,1,1,0,1,1,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0,1,1,1,0,1,1,1)(0,1,1,1,1,0,1,0)(0,1,1,1,1,0,0,1)(0,1,1,1,1,0,0,0)$.
B. $(0,1,1,1,1,0,0,1)(0,1,1,1,1,0,0,0)(0,1,1,1,1,0,1,0)(0,1,1,1,0,1,1,1)$.
C. $(0,1,1,1,1,0,0,1)(0,1,1,1,1,0,1,0)(0,1,1,1,0,1,1,1)(0,1,1,1,1,0,0,0)$.
D. $(0,1,1,1,0,1,1,1)(0,1,1,1,1,0,0,0)(0,1,1,1,1,0,0,1)(0,1,1,1,1,0,1,0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0,1,1,1,0,1,1,0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0,1,1,1,0,1,1,1$
  - $0,1,1,1,1,0,0,0$
  - $0,1,1,1,1,0,0,1$
  - $0,1,1,1,1,0,1,0$

Chọn đáp án D □

Câu 11. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 7. **B.** 15. **C.** 8. **D.** 19.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(8, 7, 9, 6, 3, 5, 1, 2, 4)$ là:

A. $(6, 1, 5, 9, 7, 4, 3, 8, 2)$.
B. $(8, 7, 9, 6, 3, 5, 1, 4, 2)$.
C. $(2, 5, 8, 4, 9, 7, 1, 6, 3)$.
D. $(3, 1, 8, 9, 6, 7, 5, 4, 2)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 3 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 4. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 4.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2 - 1) * 4 + 1 = 5$
Chọn đáp án C □

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 440 đến 8074 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 15?

A. 3067. **B.** 3107. **C.** 3055. **D.** 3053.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 15.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 440 đến 8074:
$$S_4 = \frac{8072 - 440}{4} + 1 = 1909$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 440 đến 8074:
$$S_7 = \frac{8071 - 441}{7} + 1 = 1091$$
- Số các số chia hết cho 15 trong đoạn từ 440 đến 8074:
$$S_{15} = \frac{8070 - 450}{15} + 1 = 509$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7)$:
$$S_{4,7} = \frac{8064 - 448}{28} + 1 = 273$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 15)$:
$$S_{4,15} = \frac{8040 - 480}{60} + 1 = 127$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 15)$:

$$S_{7,15} = \frac{7980 - 525}{105} + 1 = 72$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7, 15)$:

$$S_{4,7,15} = \frac{7980 - 840}{420} + 1 = 18$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1909 + 1091 + 509) - (273 + 127 + 72) + 18 = 3055.$$

Kết luận: Có **3055 số** trong đoạn từ 440 đến 8074 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 15.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 9a_{n-1} - 27a_{n-2} + 27a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -2$, $a_1 = 87$, $a_2 = 666$.

A. $a_n = (-2 + 24n + 7n^3) \cdot (3)^n$.
B. $a_n = (-2 - 24n + 7n^2) \cdot (3)^n$.
C. $a_n = (-2 + 24n + 7n^2) \cdot (3)^n$.
D. $a_n = (-2 + 24n - 7n^2) \cdot (3)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 9r^2 + 27r - 27 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 3.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (3)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -2$, $A_2 = 24$, và $A_3 = 7$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-2 + 24n + 7n^2) \cdot (3)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 26a_{n-1} - 169a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 30, a_1 = 559$ là:

A. $a_n = (30 + 13n) \cdot 13^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-30 - 13n) \cdot 13^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (30 - 13n) \cdot (-13)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-30 + 13n) \cdot (-13)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 26a_{n-1} - 169a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 26r + 169 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 13)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 13$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 13^n + A_2 \cdot n \cdot 13^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 30 \\ a_1 & = 559 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 30 \\ 13A_1 + 13A_2 & = 559 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 30 \\ A_2 & = 13 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (30 + 13n) \cdot 13^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 16 & 16 & 11 & 15 & 21 \\ 13 & 0 & 21 & 11 & 3 & 8 \\ 16 & 11 & 0 & 15 & 4 & 14 \\ 12 & 10 & 10 & 0 & 5 & 4 \\ 16 & 8 & 10 & 3 & 0 & 15 \\ 9 & 7 & 6 & 12 & 20 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 153. **B**. 147. **C**. 81. **D**. 151.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 16 + 21 + 15 + 5 + 15 + 9 = 81$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: $\delta =$81.
Chọn đáp án C □

Câu 18. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 4a_{n+2}+11a_{n+1}-30a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 3, a_1 = 35, a_2 = 55$.

A. $a_n = 3 \cdot 5^n + 4 \cdot (-3)^n - 4 \cdot 2^n$.
B. $a_n = -3 \cdot 5^n - 4 \cdot (-3)^n + 4 \cdot 2^n$.
C. $a_n = 3 \cdot 5^n - 4 \cdot (-3)^n + 4 \cdot 2^n$.
D. $a_n = -3 \cdot 5^n + 4 \cdot (-3)^n + 4 \cdot 2^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 4r^2 - 11r + 30 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{5; -3; 2\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 5^n + A_2 \cdot (-3)^n + A_3 \cdot 2^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 3 \\ a_1 & = 35 \\ a_2 & = 55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 3 \\ 5A_1 - 3A_2 + 2A_3 & = 35 \\ 25A_1 + 9A_2 + 4A_3 & = 55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 3 \\ A_2 & = -4 \\ A_3 & = 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 3 \cdot 5^n - 4 \cdot (-3)^n + 4 \cdot 2^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 19. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 35 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 16 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1576. **B**. 1577. **C**. 2241. **D**. 1574.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 16 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(16-1)*3*35+1 = 1576$.
Chọn đáp án A □

Câu 20. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1,2,3,5,6,7,8)$.

A. $(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)$.
B. $(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)$.
C. $(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)$.
D. $(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 61

1.D	2.B	3.B	4.A	5.A	6.A	7.C	8.D	9.A	10.D
11.C	12.B	13.C	14.C	15.C	16.A	17.C	18.C	19.A	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 62

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 4x_4 \to max$
$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 6x_4 \leq 5$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{2} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{5}{4} \geq \frac{4}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(1, 5, 4, 8, 7, 9, 6, 2, 3)$ là:

A. $(1, 8, 5, 7, 4, 2, 9, 3, 6)$.
B. $(4, 7, 9, 2, 8, 6, 1, 5, 3)$.
C. $(6, 7, 3, 8, 1, 2, 5, 9, 4)$.
D. $(1, 5, 4, 8, 7, 9, 6, 3, 2)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 149. **B.** 110. **C.** 130. **D.** 120.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 3 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 3 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^3 = 8$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^6 - 2^3 = 64 + 64 - 8 = 120$$

Vậy có **120** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án D □

Câu 4. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 844 đến 9591 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 13?

A. 4129. **B.** 4141. **C.** 4163. **D.** 4135.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 844 đến 9591:

$$S_3 = \frac{9591 - 846}{3} + 1 = 2916$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 844 đến 9591:

$$S_7 = \frac{9590 - 847}{7} + 1 = 1250$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 844 đến 9591:

$$S_{13} = \frac{9581 - 845}{13} + 1 = 673$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7)$:

$$S_{3,7} = \frac{9576 - 861}{21} + 1 = 416$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 13)$:

$$S_{3,13} = \frac{9555 - 858}{39} + 1 = 224$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 13)$:

$$S_{7,13} = \frac{9555 - 910}{91} + 1 = 96$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7, 13)$:

$$S_{3,7,13} = \frac{9555 - 1092}{273} + 1 = 32$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2916 + 1250 + 673) - (416 + 224 + 96) + 32 = 4135.$$

Kết luận: Có **4135 số** trong đoạn từ 844 đến 9591 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 13.
Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 6x_4 \to max$
$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 6x_4 \leq 10$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1, 1, 0) = 18.0$. **B.** $g(1, 1, 0) = 16.0$. **C.** $g(1, 1, 0) = 17.0$. **D.** $g(1, 1, 0) = 17.5$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{2} \geq \frac{5}{2} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{6}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 1, 0) = 17.0$

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.
B. $(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
D. $(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án (B) □

Câu 7. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 4, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 5, 6, 7, 8)(1, 5, 6, 7, 9)(1, 5, 6, 8, 9)$. **B.** $(1, 5, 6, 7, 8)(1, 5, 6, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 9)$.
C. $(1, 5, 6, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 9)(1, 5, 6, 7, 8)$. **D.** $(1, 5, 6, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 8)(1, 5, 6, 7, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 4, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -a_{n+2} + 36a_{n+1} + 36a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 2, a_1 = 37, a_2 = -103$.

A. $a_n = -5 \cdot (-1)^n - 5 \cdot (-6)^n + 2 \cdot 6^n$. **B.** $a_n = 5 \cdot (-1)^n - 5 \cdot (-6)^n + 2 \cdot 6^n$.
C. $a_n = -5 \cdot (-1)^n + 5 \cdot (-6)^n + 2 \cdot 6^n$. **D.** $a_n = 5 \cdot (-1)^n + 5 \cdot (-6)^n - 2 \cdot 6^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + r^2 - 36r - 36 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-1; -6; 6\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-1)^n + A_2 \cdot (-6)^n + A_3 \cdot 6^n$
Vì:
$$\begin{cases} a_0 &= 2 \\ a_1 &= 37 \\ a_2 &= -103 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 2 \\ -A_1 - 6A_2 + 6A_3 &= 37 \\ A_1 + 36A_2 + 36A_3 &= -103 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 5 \\ A_2 &= -5 \\ A_3 &= 2 \end{cases}$$
$\Rightarrow a_n = 5 \cdot (-1)^n - 5 \cdot (-6)^n + 2 \cdot 6^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 9. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:
A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 + a_1 + 2^1 = 3$
Chọn đáp án B □

Câu 10. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 1, 1, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$.
B. $(0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$.
C. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$.
D. $(0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 1, 1, 1, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 1, 1, 1, 0, 1$
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 0$
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 1$
  - $1, 0, 0, 0, 0, 0, 0$

Chọn đáp án B □

Câu 11. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104150. **B**. 104000. **C**. 103816. **D**. 104482.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 47. **B**. 28. **C**. 33. **D**. 32.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$

Chọn đáp án D □

Câu 13. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 26 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 10 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 470. **B**. 469. **C**. 781. **D**. 467.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 10 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(10-1)*2*26+1 = 469$.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 9 & 3 & 11 \\ 12 & 0 & 10 & 16 & 9 \\ 21 & 16 & 0 & 10 & 13 \\ 6 & 6 & 8 & 0 & 15 \\ 9 & 6 & 11 & 15 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 106. **B.** 104. **C.** 100. **D.** 49.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 5 + 10 + 10 + 15 + 9 = 49$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =49.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 19. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 13.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 6.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3-1) * 6 + 1 = 13$

Chọn đáp án D □

Câu 16. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 7$, $7 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 41221. **B.** 41203. **C.** 41186. **D.** 41194.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 7$, $5 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 7, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{29}^5 = 118755.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 7, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{21}^5 = 20349.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 7, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{26}^5 = 65780.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 7, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_4 = C_{18}^5 = 8568.$$
Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:
$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 118755 - 20349 - 65780 + 8568 = 41194.$$
Chọn đáp án D □

Câu 17. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 318. **B.** 331. **C.** 315. **D.** 312.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:
$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$
Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:
$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 16.$$
Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_0 = C_{10}^3 = 120.$$
- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_2 = C_9^3 = 84.$$
- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_4 = C_8^3 = 56.$$
- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_6 = C_7^3 = 35.$$
- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:
$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -46a_{n-1} - 529a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 15, a_1 = -552$ là:

A. $a_n = (15 - 9n) \cdot 23^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-15 - 9n) \cdot (-23)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-15 + 9n) \cdot 23^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (15 + 9n) \cdot (-23)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -46a_{n-1} - 529a_{n-2}$ có dạng:
$$r^2 + 46r + 529 = 0.$$
$$\Leftrightarrow (r + 23)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -23$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:
$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-23)^n + A_2 \cdot n \cdot (-23)^n$$

vì:
$$\begin{cases} a_0 & = 15 \\ a_1 & = -552 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 15 \\ -23A_1 - 23A_2 & = -552 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 15 \\ A_2 & = 9 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (15 + 9n) \cdot (-23)^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 6a_{n-1} - 12a_{n-2} + 8a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 25$, $a_1 = 76$, $a_2 = 212$.

A. $a_n = (25 + 12n + n^2) \cdot (2)^n$.
B. $a_n = (25 + 12n + n^3) \cdot (2)^n$.
C. $a_n = (25 + 12n - n^2) \cdot (2)^n$.
D. $a_n = (25 - 12n + n^2) \cdot (2)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là
$$r^3 - 6r^2 + 12r - 8 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là
$$r = 2.$$

Phương trình có dạng tổng quát là
$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (2)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 25$, $A_2 = 12$, và $A_3 = 1$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là
$$a_n = (25 + 12n + n^2) \cdot (2)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 20. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 59. **B.** 91. **C.** 135. **D.** 58.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00111010 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 58, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 59.

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 62

1.C	2.D	3.D	4.D	5.C	6.B	7.A	8.B	9.B	10.B
11.B	12.D	13.B	14.D	15.D	16.D	17.C	18.D	19.A	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 63

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 122. **B.** 112. **C.** 110. **D.** 103.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:
$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$
Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:
$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 17.$$
Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_1 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_3 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_5 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_7 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_9 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 17$ là 110.
Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(4, 5, 2, 9, 3, 7, 1, 6, 8)$ là:

A. $(1, 2, 9, 7, 4, 5, 3, 8, 6)$. **B.** $(8, 7, 5, 4, 1, 9, 2, 3, 6)$.
C. $(4, 5, 2, 9, 3, 7, 1, 8, 6)$. **D.** $(9, 3, 5, 8, 4, 1, 7, 6, 2)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (C) □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 0, 0, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 68. **B.** 66. **C.** 147. **D.** 117.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1000011 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 67, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 68.

Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)$.
B. $(1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)$.
C. $(1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$.
D. $(1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)(1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0$
  - $1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1$
  - $1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0$

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -12a_{n+2} - 39a_{n+1} - 28a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -17, a_1 = 68, a_2 = -398$.

A. $a_n = 7 \cdot (-1)^n + 3 \cdot (-4)^n - 7 \cdot (-7)^n$. **B.** $a_n = -7 \cdot (-1)^n + 3 \cdot (-4)^n + 7 \cdot (-7)^n$.
C. $a_n = 7 \cdot (-1)^n - 3 \cdot (-4)^n - 7 \cdot (-7)^n$. **D.** $a_n = -7 \cdot (-1)^n - 3 \cdot (-4)^n - 7 \cdot (-7)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 12r^2 + 39r + 28 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-1; -4; -7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-1)^n + A_2 \cdot (-4)^n + A_3 \cdot (-7)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -17 \\ a_1 &= 68 \\ a_2 &= -398 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -17 \\ -A_1 - 4A_2 - 7A_3 &= 68 \\ A_1 + 16A_2 + 49A_3 &= -398 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -7 \\ A_2 &= -3 \\ A_3 &= -7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -7 \cdot (-1)^n - 3 \cdot (-4)^n - 7 \cdot (-7)^n$.
Chọn đáp án D □

Câu 6. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?
A. 104328. **B.** 104136. **C.** 103923. **D.** 104000.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 7. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.
A. 34. **B.** 13. **C.** 16. **D.** 22.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.
A. $(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 9. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 19. **B.** 22. **C.** 21. **D.** 20.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án D □

Câu 10. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 581 đến 9995 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 13?

A. 3612. **B.** 3621. **C.** 3637. **D.** 3717.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 13.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 581 đến 9995:
$$S_4 = \frac{9992 - 584}{4} + 1 = 2353$$
- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 581 đến 9995:
$$S_6 = \frac{9990 - 582}{6} + 1 = 1569$$
- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 581 đến 9995:
$$S_{13} = \frac{9984 - 585}{13} + 1 = 724$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4,6)$:

$$S_{4,6} = \frac{9984 - 588}{12} + 1 = 784$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4,13)$:

$$S_{4,13} = \frac{9984 - 624}{52} + 1 = 181$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(6,13)$:

$$S_{6,13} = \frac{9984 - 624}{78} + 1 = 121$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4,6,13)$:

$$S_{4,6,13} = \frac{9984 - 624}{156} + 1 = 61$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2353 + 1569 + 724) - (784 + 181 + 121) + 61 = 3621.$$

Kết luận: Có **3621 số** trong đoạn từ 581 đến 9995 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 13.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 240. **B**. 235. **C**. 269. **D**. 242.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^4 = 128 + 128 - 16 = 240$$

Vậy có **240** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 12. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 5$, $6 \geq x_3 \geq 1$ là:
A. 307597. **B**. 307581. **C**. 307573. **D**. 307583.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 5$, $1 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 5, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{45}^5 = 1221759.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 5, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{39}^5 = 575757.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 5, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{39}^5 = 575757.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 5, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{33}^5 = 237336.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1221759 - 575757 - 575757 + 237336 = 307581.$$

Chọn đáp án B □

Câu 13. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 69a_{n-1} - 1587a_{n-2} + 12167a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 2$, $a_1 = -1012$, $a_2 = -76176$.

A. $a_n = (2 - 19n + 27n^2) \cdot (23)^n$.
B. $a_n = (2 - 19n - 27n^2) \cdot (23)^n$.
C. $a_n = (2 - 19n - 27n^3) \cdot (23)^n$.
D. $a_n = (2 + 19n - 27n^2) \cdot (23)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 69r^2 + 1587r - 12167 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 23.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (23)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 2$, $A_2 = -19$, và $A_3 = -27$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (2 - 19n - 27n^2) \cdot (23)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 \to max$

$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{4} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{3}{5} \geq \frac{2}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 15. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 6.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1)*6+1=7$
Chọn đáp án (D) □

Câu 16. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 8 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 114. **B.** 113. **C.** 193. **D.** 111.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(8-1)*2*8+1=113$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 17. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 \to max$
$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 4x_4 \le 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0,0,1) = 7.0$. **B.** $g(0,0,1) = 6.0$. **C.** $g(0,0,1) = 5.0$. **D.** $g(0,0,1) = 6.5$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \dots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{2} \ge \frac{4}{3} \ge \frac{5}{4} \ge \frac{1}{4}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,0,1) = 6.0$

Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 20a_{n-1} - 100a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -19, a_1 = -350$ là:

A. $a_n = (19 - 16n) \cdot (-10)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-19 + 16n) \cdot (-10)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-19 - 16n) \cdot 10^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (19 + 16n) \cdot 10^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 20a_{n-1} - 100a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 20r + 100 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-10)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 10$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 10^n + A_2 \cdot n \cdot 10^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -19 \\ a_1 & = -350 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -19 \\ 10A_1 + 10A_2 & = -350 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -19 \\ A_2 & = -16 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-19 - 16n) \cdot 10^n$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 19. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 6, 8, 9)$.

A. $(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)$.
B. $(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)$.
C. $(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)$.
D. $(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,4,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 8, 9$

Chọn đáp án (B) □

Câu 20. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 7 & 16 & 11 \\ 14 & 0 & 9 & 10 & 5 \\ 15 & 12 & 0 & 8 & 16 \\ 9 & 16 & 21 & 0 & 13 \\ 4 & 10 & 4 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 91. **B**. 95. **C**. 42. **D**. 97.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 8 + 9 + 8 + 13 + 4 = 42$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =42.

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 63

1.C	2.C	3.A	4.D	5.D	6.D	7.C	8.C	9.D	10.B
11.A	12.B	13.B	14.A	15.D	16.B	17.B	18.C	19.B	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 64

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho xâu nhị phân $X = \{1,0,0,0,0,0,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?
A. $(1,0,0,0,0,1,0)(1,0,0,0,0,1,1)(1,0,0,0,0,0,1)$.
B. $(1,0,0,0,0,0,1)(1,0,0,0,0,1,0)(1,0,0,0,0,1,1)$.
C. $(1,0,0,0,0,1,0)(1,0,0,0,0,0,1)(1,0,0,0,0,1,1)$.
D. $(1,0,0,0,0,0,1)(1,0,0,0,0,1,1)(1,0,0,0,0,1,0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1,0,0,0,0,0,0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,0,0,0,0,0,1$
  - $1,0,0,0,0,1,0$
  - $1,0,0,0,0,1,1$

Chọn đáp án B □

Câu 2. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 4$, $7 \geq x_3 \geq 4$ là:
A. 277667. **B**. 277683. **C**. 277701. **D**. 277676.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59.$$
Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 4$, $4 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 4, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$
Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{53}^5 = 2869685.$$
2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 4, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{49}^5 = 1906884.$$
3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 4, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{49}^5 = 1906884.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 4, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{45}^5 = 1221759.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 2869685 - 1906884 - 1906884 + 1221759 = 277676.$$

Chọn đáp án D □

Câu 3. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(1, 6, 8, 2, 4, 3, 5, 7, 9)$ là:

A. $(1, 6, 8, 2, 4, 3, 5, 9, 7)$. **B.** $(2, 9, 1, 3, 7, 8, 5, 4, 6)$.
C. $(6, 8, 5, 3, 1, 7, 2, 4, 9)$. **D.** $(5, 7, 1, 8, 2, 3, 6, 9, 4)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 101. **B.** 39. **C.** 13. **D.** 14.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00001101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 13, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 14.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 14. **B.** 15. **C.** 12. **D.** 13.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 ... x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  – Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.

– Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:

* Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.

* Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$
Chọn đáp án D □

Câu 6. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 140. **B.** 145. **C.** 151. **D.** 164.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 19.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 19$ là 145.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 375. **B.** 343. **C.** 360. **D.** 352.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 5 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^7 - 2^5 = 256 + 128 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \to max$

$5x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 \leq 11$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0, 0, 1) = 2.4$. **B.** $g(0, 0, 1) = 3.4$. **C.** $g(0, 0, 1) = 1.4$. **D.** $g(0, 0, 1) = 2.9$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{5} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{1}{4} \geq \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 0, 1) = 2.4$

Chọn đáp án A □

Câu 9. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 17 & 9 & 15 & 14 \\ 10 & 0 & 10 & 13 & 6 & 4 \\ 18 & 20 & 0 & 9 & 19 & 12 \\ 16 & 19 & 13 & 0 & 4 & 6 \\ 6 & 15 & 3 & 17 & 0 & 16 \\ 18 & 18 & 19 & 4 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 137. **B**. 133. **C**. 61. **D**. 139.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 6] + c[6, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 4 + 10 + 9 + 4 + 16 + 18 = 61$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =61.
Chọn đáp án C □

Câu 10. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
A. $(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)$.
B. $(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)$.
D. $(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$.

- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 5, 7, 8)$.

A. $(2, 3, 5, 8, 9)(2, 3, 6, 7, 9)(2, 3, 6, 7, 8)(2, 3, 5, 7, 9)$.
B. $(2, 3, 5, 7, 9)(2, 3, 5, 8, 9)(2, 3, 6, 7, 8)(2, 3, 6, 7, 9)$.
C. $(2, 3, 6, 7, 9)(2, 3, 6, 7, 8)(2, 3, 5, 8, 9)(2, 3, 5, 7, 9)$.
D. $(2, 3, 6, 7, 9)(2, 3, 5, 7, 9)(2, 3, 5, 8, 9)(2, 3, 6, 7, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 5, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 5, 7, 9$
  - $2, 3, 5, 8, 9$
  - $2, 3, 6, 7, 8$
  - $2, 3, 6, 7, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 12. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 33a_{n-1} - 363a_{n-2} + 1331a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -18$, $a_1 = -638$, $a_2 = -19118$.

A. $a_n = (-18 - 10n - 30n^3) \cdot (11)^n$.
B. $a_n = (-18 + 10n - 30n^2) \cdot (11)^n$.
C. $a_n = (-18 - 10n + 30n^2) \cdot (11)^n$.
D. $a_n = (-18 - 10n - 30n^2) \cdot (11)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 33r^2 + 363r - 1331 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 11.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (11)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -18$, $A_2 = -10$, và $A_3 = -30$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-18 - 10n - 30n^2) \cdot (11)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 13. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -6, a_1 = -288$ là:

A. $a_n = (6 - 10n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-6 - 10n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-6 + 10n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (6 + 10n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 36r + 324 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 18)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 18$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 18^n + A_2 \cdot n \cdot 18^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -6 \\ a_1 &= -288 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -6 \\ 18A_1 + 18A_2 &= -288 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -6 \\ A_2 &= -10 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-6 - 10n) \cdot 18^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 360 đến 9433 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 11?

A. 4360. **B.** 4407. **C.** 4348. **D.** 4369.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 11.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 360 đến 9433:
$$S_3 = \frac{9432 - 360}{3} + 1 = 3025$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 360 đến 9433:
$$S_7 = \frac{9429 - 364}{7} + 1 = 1296$$
- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 360 đến 9433:
$$S_{11} = \frac{9427 - 363}{11} + 1 = 825$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7)$:
$$S_{3,7} = \frac{9429 - 378}{21} + 1 = 432$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 11)$:
$$S_{3,11} = \frac{9405 - 363}{33} + 1 = 275$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 11)$:
$$S_{7,11} = \frac{9394 - 385}{77} + 1 = 118$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7, 11)$:

$$S_{3,7,11} = \frac{9240 - 462}{231} + 1 = 39$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(3025 + 1296 + 825) - (432 + 275 + 118) + 39 = 4360.$$

Kết luận: Có **4360 số** trong đoạn từ 360 đến 9433 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 11.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405550. **B.** 406099. **C.** 405600. **D.** 405657.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 \to max$

$x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 6$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$ **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1.$
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.$ **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{1} \geq \frac{3}{1} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{2}{2}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án A □

Câu 17. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 5a_{n+2} + a_{n+1} - 5a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -6, a_1 = 18, a_2 = 90$.

A. $a_n = 4 \cdot (-1)^n - 4 \cdot 5^n - 6$.
B. $a_n = -4 \cdot (-1)^n + 4 \cdot 5^n - 6$.
C. $a_n = -4 \cdot (-1)^n - 4 \cdot 5^n + 6$.
D. $a_n = 4 \cdot (-1)^n + 4 \cdot 5^n - 6$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 5r^2 - r + 5 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-1; 5; 1\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-1)^n + A_2 \cdot 5^n + A_3$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -6 \\ a_1 & = 18 \\ a_2 & = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -6 \\ -A_1 + 5A_2 + A_3 & = 18 \\ A_1 + 25A_2 + A_3 & = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -4 \\ A_2 & = 4 \\ A_3 & = -6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -4 \cdot (-1)^n + 4 \cdot 5^n - 6$.
Chọn đáp án B □

Câu 18. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 27 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 9 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 434. **B.** 433. **C.** 730. **D.** 431.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 9 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(9 - 1) * 2 * 27 + 1 = 433$.
Chọn đáp án B □

Câu 19. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 34. **B.** 45. **C.** 32. **D.** 29.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$

Chọn đáp án C □

Câu 20. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 19. **B.** 13. **C.** 16. **D.** 25.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 6.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 6 + 1 = 19$

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 64

1.B	2.D	3.A	4.D	5.D	6.B	7.D	8.A	9.C	10.C
11.B	12.D	13.B	14.A	15.C	16.A	17.B	18.B	19.C	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 65

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 182. **B**. 167. **C**. 206. **D**. 176.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = a_{n+2} + 22a_{n+1} - 40a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -5, a_1 = -8, a_2 = -134$.

A. $a_n = -3 \cdot 2^n + 2 \cdot (-5)^n - 6 \cdot 4^n$. **B**. $a_n = -3 \cdot 2^n - 2 \cdot (-5)^n - 6 \cdot 4^n$.

C. $a_n = 3 \cdot 2^n + 2 \cdot (-5)^n + 6 \cdot 4^n$. **D**. $a_n = 3 \cdot 2^n - 2 \cdot (-5)^n - 6 \cdot 4^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - r^2 - 22r + 40 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{2; -5; 4\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 2^n + A_2 \cdot (-5)^n + A_3 \cdot 4^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -5 \\ a_1 &= -8 \\ a_2 &= -134 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -5 \\ 2A_1 - 5A_2 + 4A_3 &= -8 \\ 4A_1 + 25A_2 + 16A_3 &= -134 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 3 \\ A_2 &= -2 \\ A_3 &= -6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 3 \cdot 2^n - 2 \cdot (-5)^n - 6 \cdot 4^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow max$

$x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 8$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,1)

A. $g(1,0,1) = 7.0$. **B**. $g(1,0,1) = 7.5$. **C**. $g(1,0,1) = 5.5$. **D**. $g(1,0,1) = 6.5$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{1} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{1}{4} \geq \frac{1}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,0,1) = 6.5$

Chọn đáp án D □

Câu 4. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 460. **B**. 454. **C**. 463. **D**. 480.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.
Chọn đáp án A □

Câu 5. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 4, 5, 6, 9)$.

A. $(1, 4, 5, 6, 8)(1, 4, 5, 6, 7)(1, 3, 7, 8, 9)(1, 3, 6, 8, 9)$.
B. $(1, 4, 5, 6, 7)(1, 3, 7, 8, 9)(1, 3, 6, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 8)$.
C. $(1, 4, 5, 6, 8)(1, 4, 5, 6, 7)(1, 3, 6, 8, 9)(1, 3, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 4, 5, 6, 8)(1, 3, 6, 8, 9)(1, 3, 7, 8, 9)(1, 4, 5, 6, 7)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 4, 5, 6, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 4, 5, 6, 8$
  - $1, 4, 5, 6, 7$
  - $1, 3, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 6, 8, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 6. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 15 & 4 & 7 & 8 \\ 17 & 0 & 21 & 10 & 8 \\ 18 & 16 & 0 & 20 & 13 \\ 21 & 16 & 20 & 0 & 3 \\ 18 & 21 & 17 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 135. **B**. 131. **C**. 137. **D**. 77.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 15 + 21 + 20 + 3 + 18 = 77$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =77.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300443. **B**. 1300070. **C**. 1300000. **D**. 1299823.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -28a_{n-1} - 196a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 4, a_1 = 14$ là:

A. $a_n = (-4 + 5n) \cdot (-14)^n$, với $n \geq 0$. **B**. $a_n = (4 + 5n) \cdot 14^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (4 - 5n) \cdot (-14)^n$, với $n \geq 0$. **D**. $a_n = (-4 - 5n) \cdot 14^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -28a_{n-1} - 196a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 28r + 196 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 14)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -14$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-14)^n + A_2 \cdot n \cdot (-14)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 4 \\ a_1 & = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 4 \\ -14A_1 - 14A_2 & = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 4 \\ A_2 & = -5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (4 - 5n) \cdot (-14)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 8)$.

A. $(1, 3, 4, 6, 7)(1, 3, 4, 6, 8)(1, 3, 4, 5, 9)$. **B.** $(1, 3, 4, 6, 7)(1, 3, 4, 5, 9)(1, 3, 4, 6, 8)$.
C. $(1, 3, 4, 5, 9)(1, 3, 4, 6, 7)(1, 3, 4, 6, 8)$. **D.** $(1, 3, 4, 6, 8)(1, 3, 4, 5, 9)(1, 3, 4, 6, 7)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 9$
  - $1, 3, 4, 6, 7$
  - $1, 3, 4, 6, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 10. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 22. **B.** 19. **C.** 25. **D.** 33.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 8.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 8 + 1 = 25$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 5x_4 \to max$
$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 6x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{2} \geq \frac{6}{3} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{4}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 12. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 824 đến 9218 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 13?

A. 3916. **B.** 3875. **C.** 3895. **D.** 3864.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 824 đến 9218:

$$S_3 = \frac{9216 - 825}{3} + 1 = 2798$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 824 đến 9218:

$$S_8 = \frac{9216 - 824}{8} + 1 = 1050$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 824 đến 9218:

$$S_{13} = \frac{9217 - 832}{13} + 1 = 646$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{9216 - 840}{24} + 1 = 350$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 13)$:

$$S_{3,13} = \frac{9204 - 858}{39} + 1 = 215$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(8, 13)$:

$$S_{8,13} = \frac{9152 - 832}{104} + 1 = 81$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8, 13)$:

$$S_{3,8,13} = \frac{9048 - 936}{312} + 1 = 27$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2798 + 1050 + 646) - (350 + 215 + 81) + 27 = 3875.$$

Kết luận: Có **3875 số** trong đoạn từ 824 đến 9218 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 13.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 29 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 3 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 117. **B.** 262. **C.** 118. **D.** 115.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 3 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(3 - 1) * 2 * 29 + 1 = 117$.

Chọn đáp án A □

Câu 14. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 24. **B.** 23. **C.** 26. **D.** 25.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.
$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$
Chọn đáp án A □

Câu 15. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=37$ thoả mãn $7\ge x_1\ge 3$, $x_2\ge 8$, $9\ge x_3\ge 5$ là:

A. 29447. **B.** 29476. **C.** 29450. **D.** 29455.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=37.$$

Điều kiện: $3\le x_1\le 7$, $x_2\ge 8$, $5\le x_3\le 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1\ge 3$ và $x_3\ge 5$. Tức là:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=37,\\ x_1\ge 3, x_2\ge 8, x_3\ge 5, x_i\ge 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1=C_{26}^5=65780.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1\ge 8$ và $x_3\ge 5$. Tức là:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=37,\\ x_1\ge 8, x_2\ge 8, x_3\ge 5, x_i\ge 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2=C_{21}^5=20349.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1\ge 3$ và $x_3\ge 10$. Tức là:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=37,\\ x_1\ge 3, x_2\ge 8, x_3\ge 10, x_i\ge 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3=C_{21}^5=20349.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1\ge 8$ và $x_3\ge 10$. Tức là:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=37,\\ x_1\ge 8, x_2\ge 8, x_3\ge 10, x_i\ge 0, i=4,5,6.\end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4=C_{16}^5=4368.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1-N_2-N_3+N_4=65780-20349-20349+4368=29450.$$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n=6$.

A. 37. **B.** 31. **C.** 54. **D.** 32.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n\ne 0\Rightarrow a_n=a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n=0\Rightarrow a_n=2^{n-1}-a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n=2^{n-1}$

$\Rightarrow a_6=2^5=32$

Chọn đáp án D □

Câu 17. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 159. **B.** 137. **C.** 199. **D.** 136.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 10001000 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 136, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 137.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5, 4, 6, 9, 1, 7, 2, 8, 3)$ là:

A. $(1, 3, 5, 8, 2, 7, 4, 6, 9)$. **B.** $(8, 4, 1, 9, 2, 6, 3, 5, 7)$.
C. $(5, 4, 6, 9, 1, 7, 3, 2, 8)$. **D.** $(8, 5, 2, 7, 1, 4, 9, 3, 6)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -84a_{n-1} - 2352a_{n-2} - 21952a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -18$, $a_1 = -588$, $a_2 = 86240$.

A. $a_n = (-18 + 14n + 25n^3) \cdot (-28)^n$. **B.** $a_n = (-18 - 14n + 25n^2) \cdot (-28)^n$.
C. $a_n = (-18 + 14n - 25n^2) \cdot (-28)^n$. **D.** $a_n = (-18 + 14n + 25n^2) \cdot (-28)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 84r^2 + 2352r + 21952 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -28.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-28)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -18$, $A_2 = 14$, và $A_3 = 25$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-18 + 14n + 25n^2) \cdot (-28)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)$.
B. $(0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)$.
C. $(0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)$.
D. $(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0
  - 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1
  - 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 65

1.D	2.D	3.D	4.A	5.A	6.D	7.C	8.C	9.C	10.C
11.C	12.B	13.A	14.A	15.C	16.D	17.B	18.C	19.D	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 66

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 352 đến 5426 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 14?

A. 2199 B. 2174 C. 2177 D. 2155

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 14.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 352 đến 5426:
$$S_3 = \frac{5424 - 354}{3} + 1 = 1691$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 352 đến 5426:
$$S_7 = \frac{5425 - 357}{7} + 1 = 725$$
- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 352 đến 5426:
$$S_{14} = \frac{5418 - 364}{14} + 1 = 362$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 7)$:
$$S_{3,7} = \frac{5418 - 357}{21} + 1 = 242$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 14)$:
$$S_{3,14} = \frac{5418 - 378}{42} + 1 = 121$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(7, 14)$:
$$S_{7,14} = \frac{5418 - 364}{14} + 1 = 362$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 7, 14)$:
$$S_{3,7,14} = \frac{5418 - 378}{42} + 1 = 121$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(1691 + 725 + 362) - (242 + 121 + 362) + 121 = 2174.$$

Kết luận: Có **2174 số** trong đoạn từ 352 đến 5426 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 14.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 3x_4 \to max$

$2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{3}{1} \geq \frac{3}{2} \geq \frac{1}{2}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án B □

Câu 3. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 8$, $9 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 24734. **B.** 24725. **C.** 24742. **D.** 24720.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 8$, $4 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 8, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{29}^{5} = 118755.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 8, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{27}^5 = 80730.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 8, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{23}^5 = 33649.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 8, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{21}^5 = 20349.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 118755 - 80730 - 33649 + 20349 = 24725.$$

Chọn đáp án B □

Câu 4. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 & 8 & 9 & 13 \\ 15 & 0 & 3 & 17 & 4 \\ 10 & 15 & 0 & 10 & 8 \\ 10 & 8 & 19 & 0 & 4 \\ 8 & 3 & 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 32. **B**. 92. **C**. 86. **D**. 90.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 7 + 3 + 10 + 4 + 8 = 32$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =32.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 23. **B**. 24. **C**. 25. **D**. 26.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    - Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    - Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.
$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$
Chọn đáp án B □

Câu 6. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 123. **B.** 102. **C.** 110. **D.** 115.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:
$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$
Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:
$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 17.$$
Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:
- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_1 = C_9^2 = 36.$$
- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_3 = C_8^2 = 28.$$
- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_5 = C_7^2 = 21.$$
- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 17$ là 110.
Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5, 7, 6, 9, 2, 1, 4, 3, 8)$ là:

A. $(4, 6, 7, 5, 8, 1, 9, 3, 2)$.
B. $(9, 1, 3, 4, 2, 6, 7, 5, 8)$.
C. $(9, 6, 7, 2, 1, 8, 5, 3, 4)$.
D. $(5, 7, 6, 9, 2, 1, 4, 8, 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 3a_{n+2} + 40a_{n+1} - 84a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -15, a_1 = -25, a_2 = -535$.

A. $a_n = 3 \cdot 2^n + 5 \cdot (-6)^n - 7 \cdot 7^n$.
B. $a_n = 3 \cdot 2^n - 5 \cdot (-6)^n - 7 \cdot 7^n$.
C. $a_n = -3 \cdot 2^n + 5 \cdot (-6)^n + 7 \cdot 7^n$.
D. $a_n = -3 \cdot 2^n - 5 \cdot (-6)^n - 7 \cdot 7^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 3r^2 - 40r + 84 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{2; -6; 7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 2^n + A_2 \cdot (-6)^n + A_3 \cdot 7^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -15 \\ a_1 & = -25 \\ a_2 & = -535 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -15 \\ 2A_1 - 6A_2 + 7A_3 & = -25 \\ 4A_1 + 36A_2 + 49A_3 & = -535 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ A_2 & = -5 \\ A_3 & = -7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3 \cdot 2^n - 5 \cdot (-6)^n - 7 \cdot 7^n$.
Chọn đáp án D □

Câu 9. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 90a_{n-1} - 2700a_{n-2} + 27000a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -23$, $a_1 = -900$, $a_2 = -56700$.

A. $a_n = (-23 + 6n - 13n^3) \cdot (30)^n$.
B. $a_n = (-23 + 6n + 13n^2) \cdot (30)^n$.
C. $a_n = (-23 - 6n - 13n^2) \cdot (30)^n$.
D. $a_n = (-23 + 6n - 13n^2) \cdot (30)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 90r^2 + 2700r - 27000 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 30.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (30)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -23$, $A_2 = 6$, và $A_3 = -13$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-23 + 6n - 13n^2) \cdot (30)^n.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 \to max$

$x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 \le 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0,0,1) = 3.833$. **B.** $g(0,0,1) = 2.333$. **C.** $g(0,0,1) = 4.333$. **D.** $g(0,0,1) = 3.333$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \dots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{1} \ge \frac{5}{6} \ge \frac{1}{2} \ge \frac{1}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,0,1) = 3.333$

Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -50a_{n-1} - 625a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 25, a_1 = -925$ là:

A. $a_n = (-25 + 12n) \cdot 25^n$, với $n \ge 0$. **B.** $a_n = (25 - 12n) \cdot 25^n$, với $n \ge 0$.

C. $a_n = (-25 - 12n) \cdot (-25)^n$, với $n \ge 0$. **D.** $a_n = (25 + 12n) \cdot (-25)^n$, với $n \ge 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -50a_{n-1} - 625a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 50r + 625 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 25)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -25$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-25)^n + A_2 \cdot n \cdot (-25)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 25 \\ a_1 & = -925 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 25 \\ -25A_1 - 25A_2 & = -925 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 25 \\ A_2 & = 12 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (25 + 12n) \cdot (-25)^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 0, 1, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 132. **B.** 117. **C.** 172. **D.** 119.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1110110 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 118, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 119.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(3, 4, 5, 6, 9)$.

A. $(3, 4, 5, 7, 9)(3, 4, 5, 8, 9)(3, 4, 5, 7, 8)(3, 4, 6, 7, 8)$.
B. $(3, 4, 5, 7, 9)(3, 4, 5, 8, 9)(3, 4, 6, 7, 8)(3, 4, 5, 7, 8)$.
C. $(3, 4, 5, 8, 9)(3, 4, 6, 7, 8)(3, 4, 5, 7, 9)(3, 4, 5, 7, 8)$.
D. $(3, 4, 5, 7, 8)(3, 4, 5, 7, 9)(3, 4, 5, 8, 9)(3, 4, 6, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $3, 4, 5, 6, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $3, 4, 5, 7, 8$
  - $3, 4, 5, 7, 9$
  - $3, 4, 5, 8, 9$
  - $3, 4, 6, 7, 8$

Chọn đáp án D □

Câu 14. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6759813. **B.** 6760077. **C.** 6760374. **D.** 6760000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 15. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 352. **B.** 369. **C.** 359. **D.** 345.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^8 - 2^5 = 128 + 256 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho xâu nhị phân $X = \{0,1,0,0,0,1,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0,1,0,0,0,1,1)(0,1,0,0,1,0,1)(0,1,0,0,1,0,0)$.
B. $(0,1,0,0,1,0,0)(0,1,0,0,0,1,1)(0,1,0,0,1,0,1)$.
C. $(0,1,0,0,1,0,0)(0,1,0,0,1,0,1)(0,1,0,0,0,1,1)$.
D. $(0,1,0,0,0,1,1)(0,1,0,0,1,0,0)(0,1,0,0,1,0,1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0,1,0,0,0,1,0$.

- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 0, 0, 0, 1, 1$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 0$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 1$

Chọn đáp án D □

Câu 17. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 5. **B.** 15. **C.** 36. **D.** 8.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án D □

Câu 18. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 13 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 15 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 547. **B.** 781. **C.** 548. **D.** 545.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 15 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(15 - 1) * 3 * 13 + 1 = 547$.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 8)$.

A. $(1, 2, 3, 5, 7)(1, 2, 3, 4, 9)(1, 2, 3, 5, 6)(1, 2, 3, 4, 8)$.
B. $(1, 2, 3, 5, 7)(1, 2, 3, 5, 6)(1, 2, 3, 4, 9)(1, 2, 3, 4, 8)$.
C. $(1, 2, 3, 5, 6)(1, 2, 3, 4, 9)(1, 2, 3, 5, 7)(1, 2, 3, 4, 8)$.
D. $(1, 2, 3, 5, 6)(1, 2, 3, 4, 8)(1, 2, 3, 4, 9)(1, 2, 3, 5, 7)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 5, 7$
  - $1, 2, 3, 5, 6$
  - $1, 2, 3, 4, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 8$

Chọn đáp án B □

Câu 20. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 17. **B**. 31. **C**. 21. **D**. 25.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 6.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1)*6+1=25$

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 66

1.B	2.B	3.B	4.A	5.B	6.C	7.D	8.D	9.D	10.D
11.D	12.D	13.D	14.D	15.A	16.D	17.D	18.A	19.B	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 67

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 5$, $8 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 17999. **B**. 17976. **C**. 17969. **D**. 17964.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30.$$
Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 5$, $2 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 5, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{24}^5 = 42504.$$
2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 5, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{21}^5 = 20349.$$
3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 5, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_3 = C_{17}^5 = 6188.$$
4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 5, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_4 = C_{14}^5 = 2002.$$
Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:
$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 42504 - 20349 - 6188 + 2002 = 17969.$$
Chọn đáp án C □

Câu 2. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 43. **B**. 44. **C**. 45. **D**. 46.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án B □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 1, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.
A. 78. **B**. 124. **C**. 164. **D**. 77.
Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1001101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 77, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 78.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 3 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?
A. 13. **B**. 9. **C**. 17. **D**. 21.
Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 4.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1)*4+1 = 17$
Chọn đáp án C □

Câu 5. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.
A. 465. **B**. 471. **C**. 460. **D**. 453.
Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:
$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$
Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:
$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$
Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:
- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:
$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.
Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$.
B. $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)$.
C. $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1)$.
D. $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1$

– $0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0$

Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(4, 1, 8, 7, 3, 5, 6, 2, 9)$ là:

A. $(4, 5, 8, 7, 1, 2, 6, 9, 3)$.
B. $(2, 8, 7, 3, 1, 6, 5, 9, 4)$.
C. $(4, 1, 8, 7, 3, 5, 6, 9, 2)$.
D. $(6, 9, 2, 8, 3, 5, 4, 1, 7)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 23 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 17 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 737.
B. 735.
C. 738.
D. 1174.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 17 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(17 - 1) * 2 * 23 + 1 = 737$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 168.
B. 189.
C. 176.
D. 184.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án C □

Câu 10. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 340 đến 7011 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 11?

A. 2644 . **B.** 2669 . **C.** 2621 . **D.** 2629 .

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 340 đến 7011:

$$S_4 = \frac{7008 - 340}{4} + 1 = 1668$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 340 đến 7011:

$$S_6 = \frac{7008 - 342}{6} + 1 = 1112$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 340 đến 7011:

$$S_{11} = \frac{7007 - 341}{11} + 1 = 607$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{7008 - 348}{12} + 1 = 556$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 11)$:

$$S_{4,11} = \frac{6996 - 352}{44} + 1 = 152$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(6, 11)$:

$$S_{6,11} = \frac{6996 - 396}{66} + 1 = 101$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 6, 11)$:

$$S_{4,6,11} = \frac{6996 - 396}{132} + 1 = 51$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1668 + 1112 + 607) - (556 + 152 + 101) + 51 = 2629.$$

Kết luận: Có **2629 số** trong đoạn từ 340 đến 7011 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 11.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \to max$

$x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 5$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$ **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$

C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$ **D.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{2}{1} \geq \frac{2}{4} \geq \frac{1}{3} \geq \frac{1}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
Chọn đáp án B □

Câu 12. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 18a_{n-1} - 81a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -9, a_1 = 99$ là:

A. $a_n = (-9 - 20n) \cdot (-9)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (9 - 20n) \cdot 9^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-9 + 20n) \cdot 9^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (9 + 20n) \cdot (-9)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 18a_{n-1} - 81a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 18r + 81 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-9)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 9$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 9^n + A_2 \cdot n \cdot 9^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -9 \\ a_1 & = 99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -9 \\ 9A_1 + 9A_2 & = 99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -9 \\ A_2 & = 20 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-9 + 20n) \cdot 9^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 13. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 \to max$
$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 5x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1,1,0) = 8.2$. **B**. $g(1,1,0) = 9.7$. **C**. $g(1,1,0) = 9.2$. **D**. $g(1,1,0) = 10.2$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{2} \geq \frac{3}{3} \geq \frac{3}{5} \geq \frac{2}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,0) = 9.2$

Chọn đáp án C □

Câu 14. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2,3,7,8,9)$.

A. $(2,3,6,8,9)(2,3,6,7,9)(2,3,6,7,8)$. **B**. $(2,3,6,7,8)(2,3,6,8,9)(2,3,6,7,9)$.
C. $(2,3,6,7,8)(2,3,6,7,9)(2,3,6,8,9)$. **D**. $(2,3,6,7,9)(2,3,6,8,9)(2,3,6,7,8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2,3,7,8,9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2,3,6,8,9$
  - $2,3,6,7,9$
  - $2,3,6,7,8$

Chọn đáp án A □

Câu 15. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 18a_{n-1} - 108a_{n-2} + 216a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 17$, $a_1 = 204$, $a_2 = 2844$.

A. $a_n = (17 + 3n + 14n^2) \cdot (6)^n$.
B. $a_n = (17 + 3n + 14n^3) \cdot (6)^n$.
C. $a_n = (17 + 3n - 14n^2) \cdot (6)^n$.
D. $a_n = (17 - 3n + 14n^2) \cdot (6)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 18r^2 + 108r - 216 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 6.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (6)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 17$, $A_2 = 3$, và $A_3 = 14$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (17 + 3n + 14n^2) \cdot (6)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 16. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 10 & 9 & 4 & 19 & 17 \\ 12 & 0 & 15 & 18 & 6 & 14 \\ 4 & 18 & 0 & 20 & 16 & 5 \\ 10 & 9 & 15 & 0 & 9 & 6 \\ 7 & 13 & 10 & 16 & 0 & 4 \\ 11 & 11 & 16 & 19 & 15 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 155.
B. 69.
C. 157.
D. 151.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 10 + 15 + 20 + 9 + 4 + 11 = 69$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =69.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1299873.
B. 1300286.
C. 1300028.
D. 1300000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 18. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 33. **B**. 28. **C**. 32. **D**. 47.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 3, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8)$.
B. $(1, 2, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 3, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 3, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 7)$.
D. $(1, 2, 3, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7)(1, 2, 4, 5, 6, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 8$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 7a_{n+2} + 4a_{n+1} - 28a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 12, a_1 = 37, a_2 = 273$.

A. $a_n = 4 \cdot 2^n + 3 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 7^n$. **B**. $a_n = -4 \cdot 2^n + 3 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 7^n$.
C. $a_n = 4 \cdot 2^n - 3 \cdot (-2)^n - 5 \cdot 7^n$. **D**. $a_n = -4 \cdot 2^n - 3 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 7^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 7r^2 - 4r + 28 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{2; -2; 7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 2^n + A_2 \cdot (-2)^n + A_3 \cdot 7^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 12 \\ a_1 &= 37 \\ a_2 &= 273 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 12 \\ 2A_1 - 2A_2 + 7A_3 &= 37 \\ 4A_1 + 4A_2 + 49A_3 &= 273 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 4 \\ A_2 &= 3 \\ A_3 &= 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 4 \cdot 2^n + 3 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 7^n$.
Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 67

1.C	2.B	3.A	4.C	5.C	6.B	7.C	8.A	9.C	10.D
11.B	12.C	13.C	14.A	15.A	16.B	17.D	18.C	19.D	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 68

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 51a_{n-1} - 867a_{n-2} + 4913a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -11$, $a_1 = 204$, $a_2 = 8381$.

A. $a_n = (-11 + 26n + 3n^2) \cdot (17)^n$.
B. $a_n = (-11 + 26n - 3n^3) \cdot (17)^n$.
C. $a_n = (-11 + 26n - 3n^2) \cdot (17)^n$.
D. $a_n = (-11 - 26n - 3n^2) \cdot (17)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 51r^2 + 867r - 4913 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 17.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (17)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -11$, $A_2 = 26$, và $A_3 = -3$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-11 + 26n - 3n^2) \cdot (17)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)$.
B. $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)$.
C. $(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)$.
D. $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 3. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    - Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    - Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án A □

Câu 4. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 18 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 18 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 611. **B.** 614. **C.** 973. **D.** 613.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 18 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(18-1)*2*18+1 = 613$.
Chọn đáp án D □

Câu 5. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 32. **B.** 36. **C.** 28. **D.** 55.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án A □

Câu 6. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405600. **B.** 405435. **C.** 405738. **D.** 405874.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án A □

Câu 7. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 639 đến 6161 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 11?

A. 2194 **B.** 2267 **C.** 2175 **D.** 2160

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 639 đến 6161:

$$S_4 = \frac{6160 - 640}{4} + 1 = 1381$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 639 đến 6161:

$$S_6 = \frac{6156 - 642}{6} + 1 = 920$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 639 đến 6161:

$$S_{11} = \frac{6160 - 649}{11} + 1 = 502$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{6156 - 648}{12} + 1 = 460$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 11)$:

$$S_{4,11} = \frac{6160 - 660}{44} + 1 = 126$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(6, 11)$:

$$S_{6,11} = \frac{6138 - 660}{66} + 1 = 84$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 6, 11)$:

$$S_{4,6,11} = \frac{6072 - 660}{132} + 1 = 42$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1381 + 920 + 502) - (460 + 126 + 84) + 42 = 2175.$$

Kết luận: Có **2175 số** trong đoạn từ 639 đến 6161 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 11.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 3, 4, 6, 7, 8)$.

A. $(2, 3, 4, 5, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 9)$.
B. $(2, 3, 4, 5, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 9)$.
C. $(2, 3, 4, 5, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 8, 9)$.
D. $(2, 3, 4, 5, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 4, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 5, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 7, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 7, 8$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 293. **B**. 238. **C**. 239. **D**. 289.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 11101110 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 238, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 239.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(8, 9, 2, 4, 6, 7, 3, 5, 1)$ là:

A. $(6, 9, 1, 5, 8, 3, 7, 4, 2)$. **B**. $(9, 5, 2, 4, 6, 3, 1, 7, 8)$.
C. $(6, 2, 4, 1, 5, 3, 9, 8, 7)$. **D**. $(8, 9, 2, 4, 6, 7, 5, 1, 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_4 \to max$
$x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 5x_4 \leq 11$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1, 0, 0) = 8.0$. **B**. $g(1, 0, 0) = 8.5$. **C**. $g(1, 0, 0) = 9.0$. **D**. $g(1, 0, 0) = 7.0$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{1} \geq \frac{5}{3} \geq \frac{3}{5} \geq \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 0) = 8.0$

Chọn đáp án A □

Câu 12. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 9$, $9 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 51746. **B**. 51750. **C**. 51751. **D**. 51761.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41.$$

Điều kiện: $2 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 9$, $5 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 9, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{30}^5 = 142506.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 9, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{25}^5 = 53130.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 2$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 9, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{25}^5 = 53130.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 41, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 9, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{20}^5 = 15504.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 142506 - 53130 - 53130 + 15504 = 51750.$$

Chọn đáp án B □

Câu 13. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 470. **B.** 478. **C.** 455. **D.** 460.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.
Chọn đáp án D □

Câu 14. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -7a_{n+2} - 2a_{n+1} + 40a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 6, a_1 = 23, a_2 = -33$.

A. $a_n = -7 \cdot 2^n - 5 \cdot (-5)^n + 4 \cdot (-4)^n$.
B. $a_n = 7 \cdot 2^n + 5 \cdot (-5)^n - 4 \cdot (-4)^n$.
C. $a_n = -7 \cdot 2^n + 5 \cdot (-5)^n + 4 \cdot (-4)^n$.
D. $a_n = 7 \cdot 2^n - 5 \cdot (-5)^n + 4 \cdot (-4)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 7r^2 + 2r - 40 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{2; -5; -4\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 2^n + A_2 \cdot (-5)^n + A_3 \cdot (-4)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 6 \\ a_1 &= 23 \\ a_2 &= -33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 6 \\ 2A_1 - 5A_2 - 4A_3 &= 23 \\ 4A_1 + 25A_2 + 16A_3 &= -33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 7 \\ A_2 &= -5 \\ A_3 &= 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 7 \cdot 2^n - 5 \cdot (-5)^n + 4 \cdot (-4)^n$.
Chọn đáp án D □

Câu 15. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 5x_4 \to max$
$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 5$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{5}{1} \geq \frac{6}{2} \geq \frac{2}{1}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án D □

Câu 16. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 176. **B**. 194. **C**. 184. **D**. 173.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^6 - 2^4 = 128 + 64 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 17. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 18, a_1 = 21$ là:

A. $a_n = (18 - 11n) \cdot 3^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-18 - 11n) \cdot (-3)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-18 + 11n) \cdot 3^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (18 + 11n) \cdot (-3)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 6r + 9 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-3)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 3$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 3^n + A_2 \cdot n \cdot 3^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 18 \\ a_1 & = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 18 \\ 3A_1 + 3A_2 & = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 18 \\ A_2 & = -11 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (18 - 11n) \cdot 3^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 16. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 21.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 5 + 1 = 16$

Chọn đáp án A □

Câu 19. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 0, 1, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$.
B. $(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)$.
C. $(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$.
D. $(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 0, 0, 1, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 0, 0, 1, 1, 1$
  - $0, 1, 0, 1, 0, 0, 0$
  - $0, 1, 0, 1, 0, 0, 1$
  - $0, 1, 0, 1, 0, 1, 0$

Chọn đáp án C □

Câu 20. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 & 7 & 6 & 21 & 10 \\ 11 & 0 & 10 & 12 & 8 & 19 \\ 19 & 6 & 0 & 9 & 10 & 15 \\ 11 & 12 & 8 & 0 & 15 & 7 \\ 20 & 18 & 11 & 15 & 0 & 21 \\ 9 & 11 & 7 & 19 & 18 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 71. **B**. 135. **C**. 133. **D**. 129.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 7 + 10 + 9 + 15 + 21 + 9 = 71$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =71.

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 68

1.C	2.D	3.A	4.D	5.A	6.A	7.C	8.A	9.C	10.D
11.A	12.B	13.D	14.D	15.D	16.A	17.A	18.A	19.C	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 69

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(4, 9, 6, 7, 8, 3, 1, 5, 2)$ là:

A. $(4, 9, 6, 7, 8, 3, 2, 1, 5)$. **B.** $(7, 3, 9, 2, 5, 6, 1, 4, 8)$.
C. $(3, 5, 2, 6, 8, 7, 1, 4, 9)$. **D.** $(2, 5, 8, 6, 4, 7, 1, 9, 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 12. **B.** 15. **C.** 13. **D.** 14.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$
Chọn đáp án C □

Câu 3. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 145. **B.** 156. **C.** 150. **D.** 143.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 19.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^2 = 45.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^2 = 15.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 145.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 19$ là 145.
Chọn đáp án A □

Câu 4. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -56a_{n-1} - 784a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 29, a_1 = -924$ là:

A. $a_n = (-29 + 4n) \cdot 28^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (29 + 4n) \cdot (-28)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (29 - 4n) \cdot 28^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-29 - 4n) \cdot (-28)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -56a_{n-1} - 784a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 56r + 784 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 28)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -28$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-28)^n + A_2 \cdot n \cdot (-28)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 29 \\ a_1 & = -924 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 29 \\ -28A_1 - 28A_2 & = -924 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 29 \\ A_2 & = 4 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (29 + 4n) \cdot (-28)^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 0, 0, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)$.
B. $(0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)$.
C. $(0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)$.
D. $(0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 0, 0, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 0, 0, 1, 0$
  - $0, 0, 1, 0, 0, 1, 1$
  - $0, 0, 1, 0, 1, 0, 0$

Chọn đáp án C □

Câu 6. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 16. **B.** 46. **C.** 13. **D.** 21.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 \ldots x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án A □

Câu 7. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 504 đến 5275 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 13?

A. 1898. **B.** 1830. **C.** 1839. **D.** 1835.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 13.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 504 đến 5275:

$$S_4 = \frac{5272 - 504}{4} + 1 = 1193$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 504 đến 5275:

$$S_6 = \frac{5274 - 504}{6} + 1 = 796$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 504 đến 5275:

$$S_{13} = \frac{5265 - 507}{13} + 1 = 367$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{5268 - 504}{12} + 1 = 398$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 13)$:

$$S_{4,13} = \frac{5252 - 520}{52} + 1 = 92$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(6, 13)$:

$$S_{6,13} = \frac{5226 - 546}{78} + 1 = 61$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6, 13)$:

$$S_{4,6,13} = \frac{5148 - 624}{156} + 1 = 30$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1193 + 796 + 367) - (398 + 92 + 61) + 30 = 1835.$$

Kết luận: Có **1835 số** trong đoạn từ 504 đến 5275 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 13.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 11 & 4 & 18 & 13 \\ 14 & 0 & 21 & 16 & 12 \\ 9 & 10 & 0 & 10 & 21 \\ 13 & 18 & 17 & 0 & 11 \\ 21 & 12 & 21 & 17 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 74. **B.** 136. **C.** 132. **D.** 138.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$$

Thay vào công thức, ta có:

$$\delta = 11 + 21 + 10 + 11 + 21 = 74$$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =74.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 51a_{n-1} - 867a_{n-2} + 4913a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -9$, $a_1 = -578$, $a_2 = -34391$.

A. $a_n = (-9 + 5n - 30n^3) \cdot (17)^n$.
B. $a_n = (-9 - 5n - 30n^2) \cdot (17)^n$.
C. $a_n = (-9 + 5n - 30n^2) \cdot (17)^n$.
D. $a_n = (-9 + 5n + 30n^2) \cdot (17)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 51r^2 + 867r - 4913 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 17.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (17)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -9$, $A_2 = 5$, và $A_3 = -30$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-9 + 5n - 30n^2) \cdot (17)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 10. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 18a_{n+2} - 107a_{n+1} + 210a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -6, a_1 = -43, a_2 = -299$.

A. $a_n = -7 \cdot 6^n - 4 \cdot 5^n + 3 \cdot 7^n$.
B. $a_n = 7 \cdot 6^n + 4 \cdot 5^n - 3 \cdot 7^n$.
C. $a_n = 7 \cdot 6^n - 4 \cdot 5^n - 3 \cdot 7^n$.
D. $a_n = -7 \cdot 6^n + 4 \cdot 5^n - 3 \cdot 7^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 18r^2 + 107r - 210 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{6; 5; 7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 6^n + A_2 \cdot 5^n + A_3 \cdot 7^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -6 \\ a_1 &= -43 \\ a_2 &= -299 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -6 \\ 6A_1 + 5A_2 + 7A_3 &= -43 \\ 36A_1 + 25A_2 + 49A_3 &= -299 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -7 \\ A_2 &= 4 \\ A_3 &= -3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -7 \cdot 6^n + 4 \cdot 5^n - 3 \cdot 7^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 5, 6, 7, 8)$.

A. $(2, 3, 4, 5, 6)(1, 6, 7, 8, 9)(1, 5, 6, 8, 9)(1, 5, 7, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 9)$.
B. $(1, 5, 6, 7, 9)(1, 5, 6, 8, 9)(1, 5, 7, 8, 9)(1, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6)$.
C. $(1, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6)(1, 5, 6, 7, 9)(1, 5, 7, 8, 9)(1, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 5, 6, 7, 9)(1, 5, 7, 8, 9)(1, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6)(1, 5, 6, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 5, 7, 8, 9$

- $1, 6, 7, 8, 9$
- $2, 3, 4, 5, 6$

Chọn đáp án B □

Câu 12. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 4 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 10 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 73. **B**. 74. **C**. 71. **D**. 121.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 10 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(10-1)*2*4+1 = 73$.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 \to max$

$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$. **B**. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.

C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D**. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{2} \geq \frac{3}{2} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{4}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án B □

Câu 14. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 \to max$
$3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 11$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,1)

A. $g(0, 1, 1) = 7.3$. **B.** $g(0, 1, 1) = 7.8$. **C.** $g(0, 1, 1) = 6.8$. **D.** $g(0, 1, 1) = 5.8$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{3} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{1}{2} \geq \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 1, 1) = 6.8$

Chọn đáp án C □

Câu 15. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 5, 6, 7)$.

A. $(1, 2, 4, 7, 9)(1, 2, 4, 6, 9)(1, 2, 4, 7, 8)(1, 2, 4, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 8)$.
B. $(1, 2, 4, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 9)(1, 2, 4, 7, 9)(1, 2, 4, 7, 8)(1, 2, 4, 6, 8)$.
C. $(1, 2, 4, 8, 9)(1, 2, 4, 7, 9)(1, 2, 4, 7, 8)(1, 2, 4, 6, 9)(1, 2, 4, 6, 8)$.
D. $(1, 2, 4, 7, 9)(1, 2, 4, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 9)(1, 2, 4, 7, 8)(1, 2, 4, 6, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 5, 6, 7$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 8, 9$

– $1, 2, 4, 7, 9$
– $1, 2, 4, 7, 8$
– $1, 2, 4, 6, 9$
– $1, 2, 4, 6, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 8$, $7 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 377300. **B**. 377311. **C**. 377301. **D**. 377292.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 8$, $1 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 8, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{48}^5 = 1712304.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 8, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{43}^5 = 962598.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{41}^5 = 749398.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{36}^5 = 376992.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1712304 - 962598 - 749398 + 376992 = 377300.$$

Chọn đáp án A □

Câu 17. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1299866. **B.** 1300000. **C.** 1300115. **D.** 1300446.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 16. **B.** 48. **C.** 116. **D.** 17.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00010000 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 16, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 17.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 168. **B.** 183. **C.** 176. **D.** 201.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án C □

Câu 20. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 4. **B**. 5. **C**. 6. **D**. 11.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1) * 5 + 1 = 6$
Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 69

1.A	2.C	3.A	4.B	5.C	6.A	7.D	8.A	9.C	10.D
11.B	12.A	13.B	14.C	15.C	16.A	17.B	18.D	19.C	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 70

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$.
B. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)$.
C. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)$.
D. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0$
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1$
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0$
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$

Chọn đáp án D □

Câu 2. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 32. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 11.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án C □

Câu 3. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 8a_{n+2} - 9a_{n+1} - 18a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 2, a_1 = -11, a_2 = -79$.

A. $a_n = 2 \cdot (-1)^n + 3 \cdot 3^n - 3 \cdot 6^n$.
B. $a_n = -2 \cdot (-1)^n + 3 \cdot 3^n - 3 \cdot 6^n$.
C. $a_n = 2 \cdot (-1)^n - 3 \cdot 3^n + 3 \cdot 6^n$.
D. $a_n = -2 \cdot (-1)^n - 3 \cdot 3^n - 3 \cdot 6^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 8r^2 + 9r + 18 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-1; 3; 6\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-1)^n + A_2 \cdot 3^n + A_3 \cdot 6^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 2 \\ a_1 &= -11 \\ a_2 &= -79 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 2 \\ -A_1 + 3A_2 + 6A_3 &= -11 \\ A_1 + 9A_2 + 36A_3 &= -79 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 2 \\ A_2 &= 3 \\ A_3 &= -3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 2 \cdot (-1)^n + 3 \cdot 3^n - 3 \cdot 6^n$.
Chọn đáp án A □

Câu 4. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 10. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án B □

Câu 5. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 16. **B.** 19. **C.** 29. **D.** 22.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 7.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 7 + 1 = 22$
Chọn đáp án D □

Câu 6. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 \to max$
$2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,0)

A. $g(0, 1, 0) = 5.5$. **B.** $g(0, 1, 0) = 5.0$. **C.** $g(0, 1, 0) = 4.0$. **D.** $g(0, 1, 0) = 6.0$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{2} \geq \frac{2}{1} \geq \frac{6}{4} \geq \frac{1}{2}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,1,0) = 5.0$

Chọn đáp án (B) □

Câu 7. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 & 5 & 15 & 14 \\ 5 & 0 & 7 & 12 & 5 \\ 15 & 5 & 0 & 4 & 15 \\ 12 & 15 & 6 & 0 & 13 \\ 14 & 5 & 11 & 21 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 98. **B.** 92. **C.** 96. **D.** 45.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 7 + 7 + 4 + 13 + 14 = 45$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =45.

Chọn đáp án (D) □

Câu 8. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 38a_{n-1} - 361a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -22, a_1 = 19$ là:

A. $a_n = (-22 - 23n) \cdot (-19)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (22 + 23n) \cdot (-19)^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (22 - 23n) \cdot 19^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (-22 + 23n) \cdot 19^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 38a_{n-1} - 361a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 38r + 361 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-19)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 19$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 19^n + A_2 \cdot n \cdot 19^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -22 \\ a_1 & = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -22 \\ 19A_1 + 19A_2 & = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -22 \\ A_2 & = 23 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-22 + 23n) \cdot 19^n$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 9. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760367. **B.** 6760013. **C.** 6760000. **D.** 6759816.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 126. **B.** 117. **C.** 120. **D.** 136.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 3 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 3 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^3 = 8$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^6 - 2^3 = 64 + 64 - 8 = 120$$

Vậy có **120** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 531. **B.** 481. **C.** 463. **D.** 461.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 111001110 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 462, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 463.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 7$, $9 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 268983. **B.** 268971. **C.** 268961. **D.** 268951.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 7$, $3 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 7, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{46}^5 = 1370754.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 7, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{42}^5 = 850668.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 7, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{39}^5 = 575757.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 7, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{35}^5 = 324632.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1370754 - 850668 - 575757 + 324632 = 268961.$$

Chọn đáp án C □

Câu 13. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -57a_{n-1} - 1083a_{n-2} - 6859a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 25$, $a_1 = -247$, $a_2 = 7581$.

A. $a_n = (25 + 22n + 10n^2) \cdot (-19)^n$. **B.** $a_n = (25 - 22n + 10n^3) \cdot (-19)^n$.
C. $a_n = (25 - 22n + 10n^2) \cdot (-19)^n$. **D.** $a_n = (25 - 22n - 10n^2) \cdot (-19)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 57r^2 + 1083r + 6859 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -19.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-19)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 25$, $A_2 = -22$, và $A_3 = 10$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (25 - 22n + 10n^2) \cdot (-19)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 14. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 5, 6, 7)$.

A. $(2, 3, 5, 6, 8)(2, 3, 5, 6, 9)(2, 3, 5, 7, 8)(2, 3, 5, 7, 9)$.
B. $(2, 3, 5, 7, 8)(2, 3, 5, 7, 9)(2, 3, 5, 6, 8)(2, 3, 5, 6, 9)$.
C. $(2, 3, 5, 6, 9)(2, 3, 5, 6, 8)(2, 3, 5, 7, 8)(2, 3, 5, 7, 9)$.
D. $(2, 3, 5, 7, 9)(2, 3, 5, 7, 8)(2, 3, 5, 6, 9)(2, 3, 5, 6, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 5, 6, 7$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 5, 6, 8$
  - $2, 3, 5, 6, 9$
  - $2, 3, 5, 7, 8$
  - $2, 3, 5, 7, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 15. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 \to max$
$4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 5$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{3}{1} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{2}{3}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)$.
A. $(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)$.
B. $(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,7,8)$.
C. $(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,3,5,6,7,9)$.
D. $(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án B □

Câu 17. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 21 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 13 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 755. **B.** 1093. **C.** 758. **D.** 757.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 13 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(13 - 1) * 3 * 21 + 1 = 757$.
Chọn đáp án D □

Câu 18. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(3, 7, 5, 9, 1, 6, 8, 2, 4)$ là:

A. $(1, 8, 6, 9, 2, 7, 5, 3, 4)$.
B. $(3, 7, 5, 9, 1, 6, 8, 4, 2)$.
C. $(5, 7, 6, 8, 3, 9, 2, 1, 4)$.
D. $(4, 5, 1, 7, 2, 6, 8, 3, 9)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 317. **B.** 315. **C.** 333. **D.** 312.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 17.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 17$ là 315.
Chọn đáp án B □

Câu 20. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 548 đến 5167 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 13?

A. 1760 **B.** 1796 **C.** 1827 **D.** 1777

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 13.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 548 đến 5167:

$$S_4 = \frac{5164 - 548}{4} + 1 = 1155$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 548 đến 5167:

$$S_6 = \frac{5166 - 552}{6} + 1 = 770$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 548 đến 5167:

$$S_{13} = \frac{5161 - 559}{13} + 1 = 355$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{5160 - 552}{12} + 1 = 385$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 13)$:

$$S_{4,13} = \frac{5148 - 572}{52} + 1 = 89$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(6, 13)$:

$$S_{6,13} = \frac{5148 - 624}{78} + 1 = 59$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 6, 13)$:

$$S_{4,6,13} = \frac{5148 - 624}{156} + 1 = 30$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1155 + 770 + 355) - (385 + 89 + 59) + 30 = 1777.$$

Kết luận: Có **1777 số** trong đoạn từ 548 đến 5167 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 13.
Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 70

1.D	2.C	3.A	4.B	5.D	6.B	7.D	8.D	9.C	10.C
11.C	12.C	13.C	14.A	15.C	16.B	17.D	18.B	19.B	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 71

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -28a_{n-1} - 196a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -3, a_1 = 84$ là:

A. $a_n = (3 - 3n) \cdot 14^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-3 + 3n) \cdot 14^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-3 - 3n) \cdot (-14)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (3 + 3n) \cdot (-14)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -28a_{n-1} - 196a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 28r + 196 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 14)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -14$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-14)^n + A_2 \cdot n \cdot (-14)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -3 \\ a_1 & = 84 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ -14A_1 - 14A_2 & = 84 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ A_2 & = -3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-3 - 3n) \cdot (-14)^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 373. **B.** 377. **C.** 447. **D.** 374.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 101110101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 373, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 374.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 5x_4 \rightarrow max$
$x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
B. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{2}{1} \geq \frac{5}{4} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{4}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 5. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 32. **B**. 37. **C**. 28. **D**. 52.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 \ldots x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án A □

Câu 6. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -84a_{n-1} - 2352a_{n-2} - 21952a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 14$, $a_1 = -1876$, $a_2 = 130144$.

A. $a_n = (14 + 30n + 23n^2) \cdot (-28)^n$. **B.** $a_n = (14 + 30n + 23n^3) \cdot (-28)^n$.
C. $a_n = (14 - 30n + 23n^2) \cdot (-28)^n$. **D.** $a_n = (14 + 30n - 23n^2) \cdot (-28)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 84r^2 + 2352r + 21952 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -28.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-28)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 14$, $A_2 = 30$, và $A_3 = 23$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (14 + 30n + 23n^2) \cdot (-28)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 7. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 7. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án C □

Câu 8. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 408 đến 9333 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 13?

A. 4118. **B.** 4119. **C.** 4126. **D.** 4173.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 408 đến 9333:

$$S_3 = \frac{9333 - 408}{3} + 1 = 2976$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 408 đến 9333:

$$S_8 = \frac{9328 - 408}{8} + 1 = 1116$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 408 đến 9333:

$$S_{13} = \frac{9321 - 416}{13} + 1 = 686$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{9312 - 408}{24} + 1 = 372$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 13)$:

$$S_{3,13} = \frac{9321 - 429}{39} + 1 = 229$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(8, 13)$:

$$S_{8,13} = \frac{9256 - 416}{104} + 1 = 86$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8, 13)$:

$$S_{3,8,13} = \frac{9048 - 624}{312} + 1 = 28$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2976 + 1116 + 686) - (372 + 229 + 86) + 28 = 4119.$$

Kết luận: Có **4119 số** trong đoạn từ 408 đến 9333 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 13.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(4, 3, 2, 1, 9, 8, 6, 5, 7)$ là:

A. $(4, 6, 3, 8, 9, 7, 5, 1, 2)$.
B. $(2, 3, 5, 6, 8, 7, 9, 1, 4)$.
C. $(4, 3, 2, 1, 9, 8, 6, 7, 5)$.
D. $(5, 7, 6, 2, 4, 8, 1, 3, 9)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 14a_{n+2} - 59a_{n+1} + 70a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -11, a_1 = -46, a_2 = -242$.

A. $a_n = -5 \cdot 2^n + 3 \cdot 7^n + 3 \cdot 5^n$.
B. $a_n = 5 \cdot 2^n - 3 \cdot 7^n - 3 \cdot 5^n$.
C. $a_n = -5 \cdot 2^n - 3 \cdot 7^n - 3 \cdot 5^n$.
D. $a_n = 5 \cdot 2^n + 3 \cdot 7^n - 3 \cdot 5^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 14r^2 + 59r - 70 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{2; 7; 5\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 2^n + A_2 \cdot 7^n + A_3 \cdot 5^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -11 \\ a_1 &= -46 \\ a_2 &= -242 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -11 \\ 2A_1 + 7A_2 + 5A_3 &= -46 \\ 4A_1 + 49A_2 + 25A_3 &= -242 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -5 \\ A_2 &= -3 \\ A_3 &= -3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -5 \cdot 2^n - 3 \cdot 7^n - 3 \cdot 5^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6759804. **B**. 6760081. **C**. 6760448. **D**. 6760000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 7, 8)$.

A. $(1,2,4,5,9)(1,2,4,5,7)(1,2,3,8,9)(1,2,4,5,6)(1,2,4,5,8)(1,2,3,7,9)$.
B. $(1,2,3,7,9)(1,2,3,8,9)(1,2,4,5,6)(1,2,4,5,7)(1,2,4,5,8)(1,2,4,5,9)$.
C. $(1,2,4,5,7)(1,2,3,8,9)(1,2,4,5,8)(1,2,4,5,6)(1,2,3,7,9)(1,2,4,5,9)$.
D. $(1,2,4,5,8)(1,2,4,5,9)(1,2,4,5,6)(1,2,4,5,7)(1,2,3,8,9)(1,2,3,7,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6$
  - $1, 2, 4, 5, 7$
  - $1, 2, 4, 5, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 13. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$

$x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,1)

A. $g(1,0,1) = 6.0$. **B.** $g(1,0,1) = 5.0$. **C.** $g(1,0,1) = 7.0$. **D.** $g(1,0,1) = 6.5$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{2}{1} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{2}{2} \geq \frac{1}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,0,1) = 6.0$

Chọn đáp án A □

Câu 14. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 321. **B.** 305. **C.** 315. **D.** 326.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 16.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 21 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 4 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 191. **B.** 190. **C.** 337. **D.** 188.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 4 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(4 - 1) * 3 * 21 + 1 = 190$.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1,1,0,0,0,0,1,1)(1,1,0,0,0,1,1,0)(1,1,0,0,0,1,0,1)(1,1,0,0,0,1,0,0)$.

B. $(1,1,0,0,0,0,1,1)(1,1,0,0,0,1,0,0)(1,1,0,0,0,1,0,1)(1,1,0,0,0,1,1,0)$.

C. $(1,1,0,0,0,1,0,1)(1,1,0,0,0,1,0,0)(1,1,0,0,0,1,1,0)(1,1,0,0,0,0,1,1)$.

D. $(1,1,0,0,0,1,0,0)(1,1,0,0,0,1,0,1)(1,1,0,0,0,1,1,0)(1,1,0,0,0,0,1,1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1$
  - $1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0$
  - $1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1$
  - $1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0$

Chọn đáp án B □

Câu 17. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 16. **B.** 5. **C.** 13. **D.** 9.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 3.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5 - 1) * 3 + 1 = 13$

Chọn đáp án C □

Câu 18. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 9 & 11 & 8 & 17 \\ 16 & 0 & 9 & 21 & 4 \\ 17 & 12 & 0 & 8 & 21 \\ 6 & 8 & 13 & 0 & 13 \\ 6 & 6 & 8 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 45. **B.** 97. **C.** 101. **D.** 103.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 9 + 9 + 8 + 13 + 6 = 45$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =45.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 352. **B.** 355. **C.** 374. **D.** 351.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^7 - 2^5 = 256 + 128 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 9$, $7 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 30345. **B**. 30367. **C**. 30347. **D**. 30342.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 9$, $1 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 9, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{25}^5 = 53130.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 9, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{20}^5 = 15504.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 9, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{18}^5 = 8568.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 9, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{13}^5 = 1287.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 53130 - 15504 - 8568 + 1287 = 30345.$$

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 71

1.C	2.D	3.B	4.C	5.A	6.A	7.C	8.B	9.C	10.C
11.D	12.B	13.A	14.C	15.B	16.B	17.C	18.A	19.A	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 72

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 16 & 6 & 19 & 18 & 6 \\ 20 & 0 & 12 & 17 & 6 & 16 \\ 9 & 20 & 0 & 17 & 7 & 16 \\ 20 & 14 & 6 & 0 & 3 & 19 \\ 15 & 9 & 18 & 9 & 0 & 6 \\ 19 & 12 & 19 & 10 & 14 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 129. **B.** 73. **C.** 135. **D.** 133.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 16 + 12 + 17 + 3 + 6 + 19 = 73$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =73.
Chọn đáp án B □

Câu 2. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 21.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4-1)*5+1 = 16$
Chọn đáp án C □

Câu 3. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 10. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án D □

Câu 4. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 313. **B.** 316. **C.** 326. **D.** 315.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 16.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.
Chọn đáp án D □

Câu 5. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405913. **B**. 405650. **C**. 405598. **D**. 405600.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -54a_{n-1} - 972a_{n-2} - 5832a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -14$, $a_1 = 1314$, $a_2 = -61560$.

A. $a_n = (-14 - 30n - 29n^3) \cdot (-18)^n$. **B**. $a_n = (-14 - 30n + 29n^2) \cdot (-18)^n$.
C. $a_n = (-14 + 30n - 29n^2) \cdot (-18)^n$. **D**. $a_n = (-14 - 30n - 29n^2) \cdot (-18)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 54r^2 + 972r + 5832 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -18.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-18)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -14$, $A_2 = -30$, và $A_3 = -29$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-14 - 30n - 29n^2) \cdot (-18)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 7. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 2 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 18 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 104. **B**. 103. **C**. 101. **D**. 145.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 18 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(18 - 1) * 3 * 2 + 1 = 103$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 5a_{n+2} + 18a_{n+1} - 72a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -9, a_1 = 7, a_2 = -265$.

A. $a_n = -5 \cdot 6^n + 7 \cdot (-4)^n - 3 \cdot 3^n$. **B.** $a_n = -5 \cdot 6^n - 7 \cdot (-4)^n + 3 \cdot 3^n$.
C. $a_n = 5 \cdot 6^n - 7 \cdot (-4)^n + 3 \cdot 3^n$. **D.** $a_n = 5 \cdot 6^n + 7 \cdot (-4)^n + 3 \cdot 3^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 5r^2 - 18r + 72 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{6; -4; 3\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 6^n + A_2 \cdot (-4)^n + A_3 \cdot 3^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -9 \\ a_1 &= 7 \\ a_2 &= -265 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -9 \\ 6A_1 - 4A_2 + 3A_3 &= 7 \\ 36A_1 + 16A_2 + 9A_3 &= -265 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -5 \\ A_2 &= -7 \\ A_3 &= 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -5 \cdot 6^n - 7 \cdot (-4)^n + 3 \cdot 3^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(1, 4, 7, 6, 2, 3, 5, 8, 9)$ là:

A. $(1, 7, 9, 6, 4, 2, 3, 8, 5)$. **B.** $(3, 1, 5, 4, 7, 9, 6, 2, 8)$.
C. $(1, 4, 7, 6, 2, 3, 5, 9, 8)$. **D.** $(6, 4, 2, 7, 5, 9, 3, 1, 8)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 6x_4 \to max$
$x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,1)

A. $g(0, 1, 1) = 12.0$. **B.** $g(0, 1, 1) = 11.0$. **C.** $g(0, 1, 1) = 10.0$. **D.** $g(0, 1, 1) = 11.5$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{1} \geq \frac{6}{4} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{6}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 1, 1) = 11.0$

Chọn đáp án (B) □

Câu 11. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 0, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)$.
B. $(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)$.
C. $(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)$.
D. $(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 1, 0, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 1, 0, 0, 1$
  - $0, 0, 1, 1, 0, 1, 0$
  - $0, 0, 1, 1, 0, 1, 1$

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 6$, $7 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 105821. **B.** 105844. **C.** 105833. **D.** 105825.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 6$, $5 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 6, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{43}^5 = 962598.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 6, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{39}^5 = 575757.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 6, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{40}^5 = 658008.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 52, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 6, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{36}^5 = 376992.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 962598 - 575757 - 658008 + 376992 = 105825.$$

Chọn đáp án D □

Câu 13. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 454. **B.** 443. **C.** 448. **D.** 477.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^6 = 64$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^8 - 2^6 = 256 + 256 - 64 = 448$$

Vậy có **448** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án C □

Câu 14. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.
B. $(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
C. $(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
D. $(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.

- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 15. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 46. **B**. 135. **C**. 49. **D**. 48.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 000101111 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 47, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 48.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 6, 7, 9)$.

A. $(1, 2, 5, 7, 9)(1, 2, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 8, 9)$. **B**. $(1, 2, 5, 8, 9)(1, 2, 5, 7, 9)(1, 2, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 5, 7, 9)(1, 2, 5, 8, 9)(1, 2, 6, 7, 8)$. **D**. $(1, 2, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 8, 9)(1, 2, 5, 7, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 5, 7, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 17. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 \to max$
$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **B**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{3}{2} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{1}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án B □

Câu 18. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 725 đến 7384 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 11?

A. 2781. **B.** 2767. **C.** 2810. **D.** 2768.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 725 đến 7384:

$$S_4 = \frac{7384 - 728}{4} + 1 = 1665$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 725 đến 7384:

$$S_7 = \frac{7378 - 728}{7} + 1 = 951$$

- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 725 đến 7384:

$$S_{11} = \frac{7381 - 726}{11} + 1 = 606$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7)$:

$$S_{4,7} = \frac{7364 - 728}{28} + 1 = 238$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 11)$:

$$S_{4,11} = \frac{7348 - 748}{44} + 1 = 151$$

- Số các số chia hết cho BCNN(7, 11):

$$S_{7,11} = \frac{7315 - 770}{77} + 1 = 86$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 7, 11):

$$S_{4,7,11} = \frac{7084 - 924}{308} + 1 = 21$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1665 + 951 + 606) - (238 + 151 + 86) + 21 = 2768.$$

Kết luận: Có **2768 số** trong đoạn từ 725 đến 7384 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 11.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 22a_{n-1} - 121a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 8, a_1 = 231$ là:

A. $a_n = (-8 - 13n) \cdot 11^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (8 + 13n) \cdot 11^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-8 + 13n) \cdot (-11)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (8 - 13n) \cdot (-11)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 22a_{n-1} - 121a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 22r + 121 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 11)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 11$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 11^n + A_2 \cdot n \cdot 11^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 8 \\ a_1 & = 231 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 8 \\ 11A_1 + 11A_2 & = 231 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 8 \\ A_2 & = 13 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (8 + 13n) \cdot 11^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 39. **B.** 32. **C.** 55. **D.** 31.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 72

1.B	2.C	3.D	4.D	5.D	6.D	7.B	8.B	9.C	10.B
11.A	12.D	13.C	14.C	15.D	16.D	17.B	18.D	19.B	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 73

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 871 đến 9047 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 13?

A. 3892. B. 3864. C. 3859. D. 3875.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 871 đến 9047:
$$S_3 = \frac{9045 - 873}{3} + 1 = 2725$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 871 đến 9047:
$$S_7 = \frac{9044 - 875}{7} + 1 = 1168$$
- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 871 đến 9047:
$$S_{13} = \frac{9035 - 871}{13} + 1 = 629$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 7)$:
$$S_{3,7} = \frac{9030 - 882}{21} + 1 = 389$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 13)$:
$$S_{3,13} = \frac{9009 - 897}{39} + 1 = 209$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(7, 13)$:
$$S_{7,13} = \frac{9009 - 910}{91} + 1 = 90$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 7, 13)$:
$$S_{3,7,13} = \frac{9009 - 1092}{273} + 1 = 30$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(2725 + 1168 + 629) - (389 + 209 + 90) + 30 = 3864.$$

Kết luận: Có **3864 số** trong đoạn từ 871 đến 9047 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 13.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(1, 3, 5, 7, 9, 2, 6, 4, 8)$ là:

A. $(5, 9, 8, 4, 1, 7, 6, 2, 3)$. **B.** $(6, 2, 8, 1, 9, 3, 7, 4, 5)$.
C. $(1, 3, 5, 7, 9, 2, 6, 8, 4)$. **D.** $(1, 7, 4, 5, 6, 2, 8, 9, 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (C) □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 144. **B.** 62. **C.** 111. **D.** 60.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00111101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 61, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 62.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 4 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 2 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 25. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 2 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(2-1) * 2 * 4 + 1 = 9$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 5. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 4$, $8 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 39621. **B.** 39616. **C.** 39634. **D.** 39626.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 4$, $3 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 4, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{30}^5 = 142506.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 4, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{27}^5 = 80730.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 4, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_3 = C_{24}^5 = 42504.$$
4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 4, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_4 = C_{21}^5 = 20349.$$
Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:
$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 142506 - 80730 - 42504 + 20349 = 39621.$$
Chọn đáp án A □

Câu 6. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 8. **B**. 38. **C**. 12. **D**. 6.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 ... x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án A □

Câu 7. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 1, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 0, 0, 1)$.
B. $(0, 1, 0, 0, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)$.
C. $(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)$.
D. $(0, 1, 0, 0, 0, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 1, 1, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 0, 0, 0, 0, 0$
  - $0, 1, 0, 0, 0, 0, 1$
  - $0, 1, 0, 0, 0, 1, 0$

Chọn đáp án C □

Câu 8. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.
$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 4 & 13 & 9 \\ 3 & 0 & 12 & 11 & 17 \\ 17 & 4 & 0 & 11 & 3 \\ 11 & 15 & 6 & 0 & 15 \\ 18 & 3 & 6 & 20 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 101. **B.** 107. **C.** 61. **D.** 105.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 5 + 12 + 11 + 15 + 18 = 61$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =61.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = a_{n+2} + 24a_{n+1} + 36a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 15, a_1 = -2, a_2 = 208$.

A. $a_n = -7 \cdot (-2)^n - 4 \cdot 6^n + 4 \cdot (-3)^n$.
B. $a_n = -7 \cdot (-2)^n + 4 \cdot 6^n + 4 \cdot (-3)^n$.
C. $a_n = 7 \cdot (-2)^n + 4 \cdot 6^n + 4 \cdot (-3)^n$.
D. $a_n = 7 \cdot (-2)^n - 4 \cdot 6^n - 4 \cdot (-3)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - r^2 - 24r - 36 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-2; 6; -3\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-2)^n + A_2 \cdot 6^n + A_3 \cdot (-3)^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 15 \\ a_1 &= -2 \\ a_2 &= 208 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 15 \\ -2A_1 + 6A_2 - 3A_3 &= -2 \\ 4A_1 + 36A_2 + 9A_3 &= 208 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 7 \\ A_2 &= 4 \\ A_3 &= 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 7 \cdot (-2)^n + 4 \cdot 6^n + 4 \cdot (-3)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 78a_{n-1} - 2028a_{n-2} + 17576a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -26$, $a_1 = -1144$, $a_2 = -59488$.

A. $a_n = (-26 + 5n - 13n^2) \cdot (26)^n$.
B. $a_n = (-26 - 5n - 13n^2) \cdot (26)^n$.
C. $a_n = (-26 - 5n - 13n^3) \cdot (26)^n$.
D. $a_n = (-26 - 5n + 13n^2) \cdot (26)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 78r^2 + 2028r - 17576 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 26.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (26)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -26$, $A_2 = -5$, và $A_3 = -13$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-26 - 5n - 13n^2) \cdot (26)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 11. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 333. **B.** 306. **C.** 323. **D.** 315.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 17.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 17$ là 315.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 11. **B**. 6. **C**. 4. **D**. 5.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2 - 1) * 5 + 1 = 6$

Chọn đáp án B □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 6, 7, 9)$.

A. $(1,2,3,5,6,9)(1,2,3,5,7,8)(1,2,3,6,7,8)(1,2,3,5,6,8)(1,2,3,5,8,9)(1,2,3,5,7,9)$.
B. $(1,2,3,5,8,9)(1,2,3,5,6,8)(1,2,3,5,7,8)(1,2,3,6,7,8)(1,2,3,5,7,9)(1,2,3,5,6,9)$.
C. $(1,2,3,6,7,8)(1,2,3,5,8,9)(1,2,3,5,7,9)(1,2,3,5,7,8)(1,2,3,5,6,9)(1,2,3,5,6,8)$.
D. $(1,2,3,6,7,8)(1,2,3,5,6,8)(1,2,3,5,7,8)(1,2,3,5,8,9)(1,2,3,5,7,9)(1,2,3,5,6,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 14. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 224. **B.** 217. **C.** 248. **D.** 234.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 15. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(3, 4, 5, 6, 9)$.

A. $(3,4,5,7,8)(3,4,5,8,9)(3,4,6,7,8)(3,4,5,7,9)(3,4,6,7,9)$.
B. $(3,4,5,8,9)(3,4,5,7,8)(3,4,6,7,8)(3,4,6,7,9)(3,4,5,7,9)$.
C. $(3,4,5,7,8)(3,4,5,7,9)(3,4,5,8,9)(3,4,6,7,8)(3,4,6,7,9)$.
D. $(3,4,5,8,9)(3,4,5,7,8)(3,4,5,7,9)(3,4,6,7,9)(3,4,6,7,8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $3, 4, 5, 6, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $3, 4, 5, 7, 8$
  - $3, 4, 5, 7, 9$
  - $3, 4, 5, 8, 9$
  - $3, 4, 6, 7, 8$
  - $3, 4, 6, 7, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 54a_{n-1} - 729a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -23, a_1 = -243$ là:

A. $a_n = (-23 + 14n) \cdot 27^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-23 - 14n) \cdot (-27)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (23 - 14n) \cdot 27^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (23 + 14n) \cdot (-27)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 54a_{n-1} - 729a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 54r + 729 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 27)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 27$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 27^n + A_2 \cdot n \cdot 27^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -23 \\ a_1 & = -243 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -23 \\ 27A_1 + 27A_2 & = -243 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -23 \\ A_2 & = 14 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-23 + 14n) \cdot 27^n$.
Chọn đáp án A □

Câu 17. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104097. **B.** 103837. **C.** 104000. **D.** 104215.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

Câu 18. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:
A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 + a_1 + 2^1 = 3$
Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$5x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 \to max$
$5x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 10$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)
A. $g(1, 1, 0) = 8.0$. **B.** $g(1, 1, 0) = 9.0$. **C.** $g(1, 1, 0) = 8.5$. **D.** $g(1, 1, 0) = 7.0$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{5} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{2}{4}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 1, 0) = 8.0$

Chọn đáp án A □

Câu 20. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + x_2 + 6x_3 + 5x_4 \to max$

$2x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 \leq 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$ **B.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$

C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1.$ **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{3}{2} \geq \frac{6}{4} \geq \frac{1}{1} \geq \frac{5}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1.$

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 73

1.B	2.C	3.B	4.C	5.A	6.A	7.C	8.C	9.C	10.B
11.D	12.B	13.C	14.A	15.C	16.A	17.C	18.D	19.A	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 74

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 194. **B**. 98. **C**. 135. **D**. 99.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 001100010 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 98, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 99.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.

A. $(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,$
B. $(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,$
C. $(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,$
D. $(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,$

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1300000. **B**. 1300051. **C**. 1300219. **D**. 1299834.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án A □

Câu 4. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 458. **B**. 466. **C**. 460. **D**. 478.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.
Chọn đáp án C □

Câu 5. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 33 đến 6209 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 14?

A. 2795. **B.** 2776. **C.** 2794. **D.** 2819.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 14.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 33 đến 6209:

$$S_3 = \frac{6207 - 33}{3} + 1 = 2059$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 33 đến 6209:

$$S_8 = \frac{6208 - 40}{8} + 1 = 772$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 33 đến 6209:

$$S_{14} = \frac{6202 - 42}{14} + 1 = 441$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{6192 - 48}{24} + 1 = 257$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 14)$:

$$S_{3,14} = \frac{6174 - 42}{42} + 1 = 147$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(8, 14)$:

$$S_{8,14} = \frac{6160 - 56}{56} + 1 = 110$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(3, 8, 14):

$$S_{3,8,14} = \frac{6048 - 168}{168} + 1 = 36$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2059 + 772 + 441) - (257 + 147 + 110) + 36 = 2794.$$

Kết luận: Có **2794 số** trong đoạn từ 33 đến 6209 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 14.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -3a_{n+2}+13a_{n+1}+15a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 9, a_1 = 23, a_2 = -23$.

A. $a_n = -7\cdot(-1)^n + 3\cdot(-5)^n + 5\cdot 3^n$.
B. $a_n = 7\cdot(-1)^n + 3\cdot(-5)^n - 5\cdot 3^n$.
C. $a_n = -7\cdot(-1)^n - 3\cdot(-5)^n + 5\cdot 3^n$.
D. $a_n = 7\cdot(-1)^n - 3\cdot(-5)^n + 5\cdot 3^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 3r^2 - 13r - 15 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-1; -5; 3\}$
$\Rightarrow a_n = A_1\cdot(-1)^n + A_2\cdot(-5)^n + A_3\cdot 3^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 9 \\ a_1 &= 23 \\ a_2 &= -23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 9 \\ -A_1 - 5A_2 + 3A_3 &= 23 \\ A_1 + 25A_2 + 9A_3 &= -23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 7 \\ A_2 &= -3 \\ A_3 &= 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 7\cdot(-1)^n - 3\cdot(-5)^n + 5\cdot 3^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 31 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 3 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 188. **B.** 373. **C.** 185. **D.** 187.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 3 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(3-1)*3*31+1 = 187$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 4x_4 \to max$
$4x_1 + x_2 + 5x_3 + 6x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
D. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{4}{6} \geq \frac{2}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án B □

Câu 9. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 \to max$
$x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 6x_4 \leq 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1, 1, 0) = 10.166$.
B. $g(1, 1, 0) = 11.666$.
C. $g(1, 1, 0) = 12.166$.
D. $g(1, 1, 0) = 11.166$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{3}{1} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{3}{3} \geq \frac{5}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,0) = 11.166$

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 252. **B.** 232. **C.** 224. **D.** 219.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án (C) □

Câu 11. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 12. **B.** 16. **C.** 30. **D.** 20.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 ... x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án (B) □

Câu 12. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 7.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 3.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1) * 3 + 1 = 4$

Chọn đáp án (A) □

Câu 13. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(9, 8, 5, 6, 1, 3, 4, 2, 7)$ là:

A. $(9, 8, 5, 6, 1, 3, 4, 7, 2)$.
B. $(6, 3, 1, 4, 9, 2, 5, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 9, 3, 8, 6, 5, 7, 4)$.
D. $(1, 3, 9, 7, 6, 2, 4, 8, 5)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (A) □

Câu 14. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 0, 0, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)$.
B. $(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)$.
C. $(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)$.
D. $(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 1, 0, 0, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 1, 0, 0, 1, 0$
  - $0, 1, 1, 0, 0, 1, 1$
  - $0, 1, 1, 0, 1, 0, 0$
  - $0, 1, 1, 0, 1, 0, 1$

Chọn đáp án (A) □

Câu 15. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 3, 4, 7, 8, 9)$.

A. $(2, 3, 4, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8)$.
B. $(2, 3, 4, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 8, 9)$.
C. $(2, 3, 4, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 6, 8, 9)$.
D. $(2, 3, 4, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 4, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 6, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 6, 7, 9$
  - $2, 3, 4, 6, 7, 8$
  - $2, 3, 4, 5, 8, 9$

Chọn đáp án (D) □

Câu 16. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 10 & 21 & 7 & 11 & 19 \\ 7 & 0 & 5 & 19 & 13 & 3 \\ 8 & 5 & 0 & 5 & 9 & 15 \\ 21 & 10 & 8 & 0 & 19 & 3 \\ 20 & 8 & 18 & 7 & 0 & 8 \\ 15 & 4 & 5 & 16 & 11 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 62. **B.** 113. **C.** 117. **D.** 119.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 10 + 5 + 5 + 19 + 8 + 15 = 62$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =62.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 9$, $8 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 19076. **B.** 19083. **C.** 19068. **D.** 19095.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 9$, $1 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 9, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{26}^5 = 65780.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 9, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{24}^5 = 42504.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 9, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{18}^5 = 8568.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 36, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 9, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_4 = C_{16}^5 = 4368.$$
Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:
$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 65780 - 42504 - 8568 + 4368 = 19076.$$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -3, a_1 = -522$ là:

A. $a_n = (-3 - 26n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (3 + 26n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-3 + 26n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (3 - 26n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ có dạng:
$$r^2 - 36r + 324 = 0.$$
$$\Leftrightarrow (r - 18)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 18$$
Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:
$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 18^n + A_2 \cdot n \cdot 18^n$$
vì:
$$\begin{cases} a_0 & = -3 \\ a_1 & = -522 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ 18A_1 + 18A_2 & = -522 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ A_2 & = -26 \end{cases}$$
Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-3 - 26n) \cdot 18^n$.
Chọn đáp án A □

Câu 19. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -12a_{n-1} - 48a_{n-2} - 64a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -2$, $a_1 = 44$, $a_2 = -1216$.

A. $a_n = (-2 - 19n - 28n^2) \cdot (-4)^n$.
B. $a_n = (-2 + 19n - 28n^3) \cdot (-4)^n$.
C. $a_n = (-2 + 19n + 28n^2) \cdot (-4)^n$.
D. $a_n = (-2 + 19n - 28n^2) \cdot (-4)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là
$$r^3 + 12r^2 + 48r + 64 = 0.$$
Phương trình có nghiệm bội 3 là
$$r = -4.$$
Phương trình có dạng tổng quát là
$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-4)^n.$$
Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -2$, $A_2 = 19$, và $A_3 = -28$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là
$$a_n = (-2 + 19n - 28n^2) \cdot (-4)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 19. **B.** 21. **C.** 20. **D.** 22.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 74

1.D	2.C	3.A	4.C	5.C	6.D	7.D	8.B	9.D	10.C
11.B	12.A	13.A	14.A	15.D	16.A	17.A	18.A	19.D	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 75

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(2, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 6, 7, 8, 9)(2, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 4, 5, 6, 7, 9)$.
B. $(2, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 3, 6, 7, 8, 9)(2, 4, 5, 6, 8, 9)$.
C. $(2, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(2, 3, 6, 7, 8, 9)(2, 4, 5, 6, 7, 8)(2, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 4, 5, 6, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 6, 7, 8, 9$
  - $2, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $2, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $2, 4, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 2. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 32. **B.** 59. **C.** 28. **D.** 41.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án A □

Câu 3. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 \to max$
$3x_1 + 4x_2 + x_3 + 5x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{1} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{2}{4} \geq \frac{1}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 4. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(8, 4, 1, 7, 9, 2, 3, 5, 6)$ là:

A. $(2, 3, 4, 5, 7, 9, 8, 6, 1)$. **B.** $(4, 7, 8, 2, 3, 9, 5, 6, 1)$.
C. $(8, 4, 1, 7, 9, 2, 3, 6, 5)$. **D.** $(2, 7, 4, 6, 1, 3, 9, 5, 8)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 5. **B.** 16. **C.** 13. **D.** 9.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 3.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5 - 1) * 3 + 1 = 13$
Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 6, 7, 8)$.

A. $(1, 2, 5, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 9)(1, 2, 5, 7, 8)(1, 2, 5, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 7)(1, 2, 5, 6, 8)$.
B. $(1, 2, 5, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 9)(1, 2, 5, 6, 7)(1, 2, 5, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 8)(1, 2, 5, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 5, 6, 8)(1, 2, 5, 8, 9)(1, 2, 5, 6, 9)(1, 2, 5, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 7)(1, 2, 5, 7, 8)$.
D. $(1, 2, 5, 8, 9)(1, 2, 5, 7, 9)(1, 2, 5, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 9)(1, 2, 5, 6, 8)(1, 2, 5, 6, 7)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:

– $1, 2, 5, 8, 9$
– $1, 2, 5, 7, 9$
– $1, 2, 5, 7, 8$
– $1, 2, 5, 6, 9$
– $1, 2, 5, 6, 8$
– $1, 2, 5, 6, 7$

Chọn đáp án D □

Câu 7. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 & 18 & 4 & 6 & 20 \\ 15 & 0 & 10 & 6 & 13 & 14 \\ 17 & 18 & 0 & 4 & 15 & 13 \\ 6 & 13 & 13 & 0 & 14 & 5 \\ 14 & 20 & 11 & 9 & 0 & 12 \\ 14 & 17 & 8 & 21 & 18 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 61. **B**. 144. **C**. 140. **D**. 146.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 6] + c[6, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 7 + 10 + 4 + 14 + 12 + 14 = 61$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =61.
Chọn đáp án A □

Câu 8. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:
A. 23. **B**. 24. **C**. 26. **D**. 25.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  – Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  – Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5} = \overline{a_4} + \overline{a_3} + \overline{a_2} + 2^2$.
$\Rightarrow a_5 = 2^5 - \overline{a_5}. = 24$
Chọn đáp án B □

Câu 9. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 116. **B**. 117. **C**. 208. **D**. 167.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 001110100 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 116, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 117.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 8$, $7 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 8847. **B**. 8838. **C**. 8829. **D**. 8821.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35.$$
Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 8$, $5 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 8, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{23}^5 = 33649.$$
2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 8, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{20}^5 = 15504.$$
3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_3 = C_{20}^5 = 15504.$$
4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_4 = C_{17}^5 = 6188.$$
Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:
$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 33649 - 15504 - 15504 + 6188 = 8829.$$
Chọn đáp án C □

Câu 11. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 6a_{n+2}+16a_{n+1}-96a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 5, a_1 = -18, a_2 = 20$.

A. $a_n = -4\cdot(-4)^n + 4\cdot 4^n - 3\cdot 6^n$.
B. $a_n = -4\cdot(-4)^n - 4\cdot 4^n - 3\cdot 6^n$.
C. $a_n = 4\cdot(-4)^n - 4\cdot 4^n + 3\cdot 6^n$.
D. $a_n = 4\cdot(-4)^n + 4\cdot 4^n - 3\cdot 6^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 6r^2 - 16r + 96 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-4; 4; 6\}$
$\Rightarrow a_n = A_1\cdot(-4)^n + A_2\cdot 4^n + A_3\cdot 6^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 5 \\ a_1 &= -18 \\ a_2 &= 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 5 \\ -4A_1 + 4A_2 + 6A_3 &= -18 \\ 16A_1 + 16A_2 + 36A_3 &= 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 4 \\ A_2 &= 4 \\ A_3 &= -3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 4\cdot(-4)^n + 4\cdot 4^n - 3\cdot 6^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 324 đến 7729 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 14?

A. 2717.
B. 2629.
C. 2645.
D. 2653.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 14.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 324 đến 7729:

$$S_4 = \frac{7728 - 324}{4} + 1 = 1852$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 324 đến 7729:

$$S_7 = \frac{7728 - 329}{7} + 1 = 1058$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 324 đến 7729:

$$S_{14} = \frac{7728 - 336}{14} + 1 = 529$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7)$:

$$S_{4,7} = \frac{7728 - 336}{28} + 1 = 265$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 14)$:

$$S_{4,14} = \frac{7728 - 336}{28} + 1 = 265$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 14)$:

$$S_{7,14} = \frac{7728 - 336}{14} + 1 = 529$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7, 14)$:

$$S_{4,7,14} = \frac{7728 - 336}{28} + 1 = 265$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1852 + 1058 + 529) - (265 + 265 + 529) + 265 = 2645.$$

Kết luận: Có **2645 số** trong đoạn từ 324 đến 7729 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 14.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 167. **B**. 176. **C**. 179. **D**. 199.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 0, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)$.
B. $(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)$.
C. $(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)$.
D. $(0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 1, 0, 0, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 1, 0, 0, 1, 1$
  - $0, 1, 1, 0, 1, 0, 0$
  - $0, 1, 1, 0, 1, 0, 1$
  - $0, 1, 1, 0, 1, 1, 0$

Chọn đáp án C □

Câu 15. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 3 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 2 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 19. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 2 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(2-1)*2*3+1=7$.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1+6x_2+2x_3+3x_4 \to max$

$3x_1+6x_2+2x_3+6x_4 \leq 11$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,0)

A. $g(0,1,0)=7.5$. **B.** $g(0,1,0)=9.0$. **C.** $g(0,1,0)=9.5$. **D.** $g(0,1,0)=8.5$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{3} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{2}{2} \geq \frac{3}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,1,0)=8.5$

Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -90a_{n-1} - 2700a_{n-2} - 27000a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -30$, $a_1 = 960$, $a_2 = -41400$.

A. $a_n = (-30 + 4n - 6n^2) \cdot (-30)^n$.
B. $a_n = (-30 + 4n + 6n^2) \cdot (-30)^n$.
C. $a_n = (-30 + 4n - 6n^3) \cdot (-30)^n$.
D. $a_n = (-30 - 4n - 6n^2) \cdot (-30)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 90r^2 + 2700r + 27000 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -30.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-30)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -30$, $A_2 = 4$, và $A_3 = -6$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-30 + 4n - 6n^2) \cdot (-30)^n.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 18. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 110. **B.** 103. **C.** 118. **D.** 129.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 16.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 16$ là 110.
Chọn đáp án A □

Câu 19. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104048. **B**. 103825. **C**. 104324. **D**. 104000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 20. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 29, a_1 = -111$ là:

A. $a_n = (29 + 8n) \cdot (-3)^n$, với $n \geq 0$. **B**. $a_n = (-29 - 8n) \cdot (-3)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-29 + 8n) \cdot 3^n$, với $n \geq 0$. **D**. $a_n = (29 - 8n) \cdot 3^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 6r + 9 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+3)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -3$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-3)^n + A_2 \cdot n \cdot (-3)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 29 \\ a_1 &= -111 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 29 \\ -3A_1 - 3A_2 &= -111 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 29 \\ A_2 &= 8 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (29 + 8n) \cdot (-3)^n$.

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 75

1.D	2.A	3.C	4.C	5.C	6.D	7.A	8.B	9.B	10.C
11.D	12.C	13.B	14.C	15.B	16.D	17.A	18.A	19.D	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 76

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 6x_2 + 3x_3 + x_4 \to max$
$3x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 6x_4 \leq 10$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1, 0, 0) = 6.166$. **B.** $g(1, 0, 0) = 7.166$. **C.** $g(1, 0, 0) = 8.166$. **D.** $g(1, 0, 0) = 7.666$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{3} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{1}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 0) = 7.166$

Chọn đáp án B □

Câu 2. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 25 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 199. **B.** 201. **C.** 202. **D.** 376.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(5 - 1) * 2 * 25 + 1 = 201$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 5x_4 \to max$
$4x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 \leq 8$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{1} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{5}{4} \geq \frac{5}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 5, 8, 2, 6, 4, 3, 9, 1)$ là:

A. $(7, 5, 8, 2, 6, 4, 9, 1, 3)$. **B.** $(3, 2, 9, 7, 1, 5, 4, 8, 6)$.
C. $(3, 8, 2, 9, 1, 6, 4, 5, 7)$. **D.** $(7, 3, 4, 6, 1, 9, 8, 2, 5)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (A) □

Câu 5. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 452. **B.** 466. **C.** 460. **D.** 477.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.
Chọn đáp án C □

Câu 6. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 362. **B**. 342. **C**. 352. **D**. 363.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:
$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:
$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:
$$S = 2^7 + 2^8 - 2^5 = 128 + 256 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án C □

Câu 7. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.
$$\begin{bmatrix} 0 & 12 & 13 & 12 & 9 \\ 8 & 0 & 12 & 12 & 5 \\ 13 & 9 & 0 & 11 & 16 \\ 10 & 11 & 18 & 0 & 5 \\ 5 & 19 & 21 & 10 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 92. **B**. 45. **C**. 98. **D**. 96.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 12 + 12 + 11 + 5 + 5 = 45$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =45.
Chọn đáp án B □

Câu 8. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)$.
A. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 9)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 9. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 7. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.

– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.

$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 2a_{n+2}+36a_{n+1}-72a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -6, a_1 = -8, a_2 = -280$.

A. $a_n = 3\cdot(-6)^n - 5\cdot 6^n + 2\cdot 2^n$. **B.** $a_n = -3\cdot(-6)^n - 5\cdot 6^n + 2\cdot 2^n$.

C. $a_n = -3\cdot(-6)^n + 5\cdot 6^n - 2\cdot 2^n$. **D.** $a_n = 3\cdot(-6)^n + 5\cdot 6^n + 2\cdot 2^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 2r^2 - 36r + 72 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-6; 6; 2\}$

$\Rightarrow a_n = A_1\cdot(-6)^n + A_2\cdot 6^n + A_3\cdot 2^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -6 \\ a_1 &= -8 \\ a_2 &= -280 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -6 \\ -6A_1 + 6A_2 + 2A_3 &= -8 \\ 36A_1 + 36A_2 + 4A_3 &= -280 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -3 \\ A_2 &= -5 \\ A_3 &= 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3\cdot(-6)^n - 5\cdot 6^n + 2\cdot 2^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Cho xâu nhị phân $X = \{1,1,1,0,1,1,1,1,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1,1,1,1,0,0,0,0,0)(1,1,1,1,0,0,0,1,0)(1,1,1,1,0,0,0,0,1)(1,1,1,0,1,1,1,1,1)$.

B. $(1,1,1,0,1,1,1,1,1)(1,1,1,1,0,0,0,0,0)(1,1,1,1,0,0,0,1,0)(1,1,1,1,0,0,0,0,1)$.

C. $(1,1,1,1,0,0,0,0,0)(1,1,1,0,1,1,1,1,1)(1,1,1,1,0,0,0,1,0)(1,1,1,1,0,0,0,0,1)$.

D. $(1,1,1,0,1,1,1,1,1)(1,1,1,1,0,0,0,0,0)(1,1,1,1,0,0,0,0,1)(1,1,1,1,0,0,0,1,0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:

- $1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1$
- $1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0$
- $1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1$
- $1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0$

Chọn đáp án D □

Câu 12. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 4$, $7 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 623000. **B**. 623003. **C**. 622991. **D**. 623017.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 4$, $1 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 4, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{53}^5 = 2869685.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 4, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{47}^5 = 1533939.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 4, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{46}^5 = 1370754.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 4, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{40}^5 = 658008.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 2869685 - 1533939 - 1370754 + 658008 = 623000.$$

Chọn đáp án A □

Câu 13. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 32. **B.** 31. **C.** 38. **D.** 62.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án A □

Câu 14. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 3, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 4, 5, 7, 8)(1, 4, 5, 6, 7)(1, 4, 5, 6, 8)(1, 4, 5, 6, 9)$.
B. $(1, 4, 5, 6, 8)(1, 4, 5, 6, 7)(1, 4, 5, 7, 8)(1, 4, 5, 6, 9)$.
C. $(1, 4, 5, 6, 7)(1, 4, 5, 6, 8)(1, 4, 5, 6, 9)(1, 4, 5, 7, 8)$.
D. $(1, 4, 5, 6, 9)(1, 4, 5, 7, 8)(1, 4, 5, 6, 8)(1, 4, 5, 6, 7)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 4, 5, 6, 7$
  - $1, 4, 5, 6, 8$
  - $1, 4, 5, 6, 9$
  - $1, 4, 5, 7, 8$

Chọn đáp án C □

Câu 15. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 15a_{n-1} - 75a_{n-2} + 125a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 10$, $a_1 = -30$, $a_2 = -900$.

A. $a_n = (10 - 9n - 7n^2) \cdot (5)^n$. **B.** $a_n = (10 - 9n + 7n^2) \cdot (5)^n$.
C. $a_n = (10 - 9n - 7n^3) \cdot (5)^n$. **D.** $a_n = (10 + 9n - 7n^2) \cdot (5)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 15r^2 + 75r - 125 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 5.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (5)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 10$, $A_2 = -9$, và $A_3 = -7$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (10 - 9n - 7n^2) \cdot (5)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 16. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 115 đến 9738 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 14?

A. 3438 . **B.** 3430 . **C.** 3450 . **D.** 3471 .

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 14.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 115 đến 9738:

$$S_4 = \frac{9736 - 116}{4} + 1 = 2406$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 115 đến 9738:

$$S_7 = \frac{9737 - 119}{7} + 1 = 1375$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 115 đến 9738:

$$S_{14} = \frac{9730 - 126}{14} + 1 = 687$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 7)$:

$$S_{4,7} = \frac{9716 - 140}{28} + 1 = 343$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 14)$:

$$S_{4,14} = \frac{9716 - 140}{28} + 1 = 343$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(7, 14)$:

$$S_{7,14} = \frac{9730 - 126}{14} + 1 = 687$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 7, 14)$:

$$S_{4,7,14} = \frac{9716 - 140}{28} + 1 = 343$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2406 + 1375 + 687) - (343 + 343 + 687) + 343 = 3438.$$

Kết luận: Có **3438 số** trong đoạn từ 115 đến 9738 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 14.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -40a_{n-1} - 400a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -10, a_1 = 60$ là:

A. $a_n = (10 + 7n) \cdot 20^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-10 - 7n) \cdot 20^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-10 + 7n) \cdot (-20)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (10 - 7n) \cdot (-20)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -40a_{n-1} - 400a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 40r + 400 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 20)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -20$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-20)^n + A_2 \cdot n \cdot (-20)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -10 \\ a_1 & = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -10 \\ -20A_1 - 20A_2 & = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -10 \\ A_2 & = 7 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-10 + 7n) \cdot (-20)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 165. **B.** 95. **C.** 106. **D.** 97.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 01100000 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 96, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 97.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 2 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 5. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 3.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3 - 1) * 3 + 1 = 7$

Chọn đáp án C □

Câu 20. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104003. **B.** 103865. **C.** 104000. **D.** 104350.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 76

1.B	2.B	3.A	4.A	5.C	6.C	7.B	8.C	9.D	10.B
11.D	12.A	13.A	14.C	15.A	16.A	17.C	18.D	19.C	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 77

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 6. **B.** 8. **C.** 33. **D.** 18.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$
Chọn đáp án B □

Câu 2. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 \to max$
$6x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{1} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{2}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án A □

Câu 3. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 10 & 13 & 12 & 13 \\ 16 & 0 & 7 & 14 & 19 \\ 16 & 20 & 0 & 12 & 20 \\ 8 & 20 & 19 & 0 & 12 \\ 8 & 8 & 17 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 49. **B**. 117. **C**. 115. **D**. 111.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 10 + 7 + 12 + 12 + 8 = 49$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: $\delta =$49.
Chọn đáp án A □

Câu 4. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1,2,3,6,7,8,9)$.
A. $(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,8,9)$.
B. $(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)$.
C. $(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,4,6,8,9)$.
D. $(1,2,3,5,6,7,8)(1,2,3,4,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,4,7,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1,2,3,6,7,8,9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,2,3,5,7,8,9$
  - $1,2,3,5,6,8,9$
  - $1,2,3,5,6,7,9$
  - $1,2,3,5,6,7,8$
  - $1,2,3,4,7,8,9$
  - $1,2,3,4,6,8,9$

Chọn đáp án C □

Câu 5. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?
A. 103841. **B**. 104000. **C**. 104043. **D**. 104391.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án B □

Câu 6. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:
A. 44. **B**. 43. **C**. 45. **D**. 46.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án A □

Câu 7. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.
A. 326. **B**. 314. **C**. 319. **D**. 315.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 16.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)$.
B. $(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)$.
C. $(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)$.
D. $(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)(0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1$
  - $0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0$
  - $0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1$
  - $0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0$

Chọn đáp án B □

Câu 9. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 5, 7, 9)$.

A. $(2, 3, 6, 7, 9)(2, 3, 6, 7, 8)(2, 3, 6, 8, 9)(2, 3, 7, 8, 9)(2, 3, 5, 8, 9)$.
B. $(2, 3, 6, 7, 8)(2, 3, 6, 8, 9)(2, 3, 5, 8, 9)(2, 3, 6, 7, 9)(2, 3, 7, 8, 9)$.
C. $(2, 3, 5, 8, 9)(2, 3, 6, 7, 8)(2, 3, 6, 7, 9)(2, 3, 6, 8, 9)(2, 3, 7, 8, 9)$.
D. $(2, 3, 5, 8, 9)(2, 3, 6, 7, 8)(2, 3, 7, 8, 9)(2, 3, 6, 7, 9)(2, 3, 6, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 5, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 5, 8, 9$
  - $2, 3, 6, 7, 8$
  - $2, 3, 6, 7, 9$
  - $2, 3, 6, 8, 9$
  - $2, 3, 7, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 10. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 3 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 3 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 14. **B.** 28. **C.** 11. **D.** 13.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 3 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(3 - 1) * 2 * 3 + 1 = 13$.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 57a_{n-1} - 1083a_{n-2} + 6859a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -28$, $a_1 = -285$, $a_2 = 5776$.

A. $a_n = (-28 - 4n + 9n^2) \cdot (19)^n$.
B. $a_n = (-28 + 4n + 9n^2) \cdot (19)^n$.
C. $a_n = (-28 + 4n - 9n^2) \cdot (19)^n$.
D. $a_n = (-28 + 4n + 9n^3) \cdot (19)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 57r^2 + 1083r - 6859 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 19.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (19)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -28$, $A_2 = 4$, và $A_3 = 9$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-28 + 4n + 9n^2) \cdot (19)^n.$$

Chọn đáp án B □

Câu 12. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 427. **B.** 429. **C.** 470. **D.** 517.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 110101100 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 428, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 429.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 17. **B.** 26. **C.** 13. **D.** 21.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5 - 1) * 5 + 1 = 21$

Chọn đáp án D □

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 599 đến 6175 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 14?

A. 2031. **B.** 1984. **C.** 2009. **D.** 1992.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 14.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 599 đến 6175:

$$S_4 = \frac{6172 - 600}{4} + 1 = 1394$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 599 đến 6175:

$$S_6 = \frac{6174 - 600}{6} + 1 = 930$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 599 đến 6175:

$$S_{14} = \frac{6174 - 602}{14} + 1 = 399$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 6):

$$S_{4,6} = \frac{6168 - 600}{12} + 1 = 465$$

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 14):

$$S_{4,14} = \frac{6160 - 616}{28} + 1 = 199$$

- Số các số chia hết cho BCNN(6, 14):

$$S_{6,14} = \frac{6174 - 630}{42} + 1 = 133$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 6, 14):

$$S_{4,6,14} = \frac{6132 - 672}{84} + 1 = 66$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1394 + 930 + 399) - (465 + 199 + 133) + 66 = 1992.$$

Kết luận: Có **1992 số** trong đoạn từ 599 đến 6175 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 14.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 7$, $8 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 35945. **B.** 35952. **C.** 35936. **D.** 35970.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 7$, $2 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 7, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{27}^5 = 80730.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 7, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{23}^5 = 33649.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 7, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{20}^5 = 15504.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 7, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{16}^5 = 4368.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 80730 - 33649 - 15504 + 4368 = 35945.$$

Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(1, 5, 2, 3, 7, 9, 4, 6, 8)$ là:

A. $(3, 1, 2, 5, 7, 9, 8, 6, 4)$. **B.** $(8, 1, 5, 3, 6, 2, 9, 4, 7)$.
C. $(4, 3, 6, 7, 2, 1, 8, 9, 5)$. **D.** $(1, 5, 2, 3, 7, 9, 4, 8, 6)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -13a_{n+2} - 52a_{n+1} - 60a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 12, a_1 = -55, a_2 = 281$.

A. $a_n = -4 \cdot (-6)^n + 5 \cdot (-5)^n + 3 \cdot (-2)^n$. **B.** $a_n = 4 \cdot (-6)^n + 5 \cdot (-5)^n + 3 \cdot (-2)^n$.
C. $a_n = 4 \cdot (-6)^n - 5 \cdot (-5)^n - 3 \cdot (-2)^n$. **D.** $a_n = -4 \cdot (-6)^n - 5 \cdot (-5)^n + 3 \cdot (-2)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 13r^2 + 52r + 60 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-6; -5; -2\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-6)^n + A_2 \cdot (-5)^n + A_3 \cdot (-2)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 12 \\ a_1 & = -55 \\ a_2 & = 281 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 12 \\ -6A_1 - 5A_2 - 2A_3 & = -55 \\ 36A_1 + 25A_2 + 4A_3 & = 281 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 4 \\ A_2 & = 5 \\ A_3 & = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 4 \cdot (-6)^n + 5 \cdot (-5)^n + 3 \cdot (-2)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 18. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 54a_{n-1} - 729a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 28, a_1 = 864$ là:

A. $a_n = (-28 - 4n) \cdot 27^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (28 + 4n) \cdot 27^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-28 + 4n) \cdot (-27)^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (28 - 4n) \cdot (-27)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 54a_{n-1} - 729a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 54r + 729 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 27)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 27$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 27^n + A_2 \cdot n \cdot 27^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 28 \\ a_1 & = 864 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 28 \\ 27A_1 + 27A_2 & = 864 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 28 \\ A_2 & = 4 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (28 + 4n) \cdot 27^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 460. **B.** 448. **C.** 456. **D.** 444.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^6 = 64$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^8 - 2^6 = 256 + 256 - 64 = 448$$

Vậy có **448** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 \rightarrow max$

$x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 7$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1,1,0) = 8.166$. **B.** $g(1,1,0) = 6.666$. **C.** $g(1,1,0) = 7.666$. **D.** $g(1,1,0) = 8.666$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{3}{1} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{1}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 1, 0) = 7.666$

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 77

1.B	2.A	3.A	4.C	5.B	6.A	7.D	8.B	9.C	10.D
11.B	12.B	13.D	14.D	15.A	16.D	17.B	18.B	19.B	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 78

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760381. **B.** 6759823. **C.** 6760000. **D.** 6760154.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 49 đến 8817 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 14?

A. 3132. **B.** 3205. **C.** 3151. **D.** 3128.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 14.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 49 đến 8817:

$$S_4 = \frac{8816 - 52}{4} + 1 = 2192$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 49 đến 8817:

$$S_6 = \frac{8814 - 54}{6} + 1 = 1461$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 49 đến 8817:

$$S_{14} = \frac{8806 - 56}{14} + 1 = 626$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 6):

$$S_{4,6} = \frac{8808 - 60}{12} + 1 = 730$$

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 14):

$$S_{4,14} = \frac{8792 - 56}{28} + 1 = 313$$

- Số các số chia hết cho BCNN(6, 14):

$$S_{6,14} = \frac{8778 - 84}{42} + 1 = 208$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 6, 14):

$$S_{4,6,14} = \frac{8736 - 84}{84} + 1 = 104$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2192 + 1461 + 626) - (730 + 313 + 208) + 104 = 3132.$$

Kết luận: Có **3132 số** trong đoạn từ 49 đến 8817 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 14.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 119. **B.** 123. **C.** 102. **D.** 110.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 16.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_2 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_4 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_6 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_8 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:
$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 16$ là 110.
Chọn đáp án D □

Câu 4. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 51$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 8$, $8 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 232120. **B**. 232150. **C**. 232130. **D**. 232112.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 51.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 8$, $1 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 51, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 8, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{43}^5 = 962598.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 51, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 8, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{39}^5 = 575757.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 51, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 8, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{35}^5 = 324632.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 51, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 8, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{31}^5 = 169911.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 962598 - 575757 - 324632 + 169911 = 232120.$$

Chọn đáp án A □

Câu 5. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 40a_{n-1} - 400a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -29, a_1 = -520$ là:

A. $a_n = (29 - 3n) \cdot 20^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-29 - 3n) \cdot (-20)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-29 + 3n) \cdot 20^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (29 + 3n) \cdot (-20)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 40a_{n-1} - 400a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 40r + 400 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 20)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 20$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 20^n + A_2 \cdot n \cdot 20^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -29 \\ a_1 &= -520 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -29 \\ 20A_1 + 20A_2 &= -520 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -29 \\ A_2 &= 3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-29 + 3n) \cdot 20^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -9a_{n+2} + a_{n+1} + 105a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -6, a_1 = -38, a_2 = 106$.

A. $a_n = 5 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
B. $a_n = -5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
C. $a_n = 5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
D. $a_n = -5 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-7)^n + 7 \cdot 3^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 9r^2 - r - 105 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-5; -7; 3\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-5)^n + A_2 \cdot (-7)^n + A_3 \cdot 3^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -6 \\ a_1 &= -38 \\ a_2 &= 106 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -6 \\ -5A_1 - 7A_2 + 3A_3 &= -38 \\ 25A_1 + 49A_2 + 9A_3 &= 106 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -5 \\ A_2 &= 6 \\ A_3 &= -7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 8. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 10.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án A □

Câu 8. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 0, 0, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 117. **B.** 48. **C.** 50. **D.** 56.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0110001 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 49, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 50.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3x_4 \to max$
$x_1 + x_2 + 6x_3 + 4x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1, 1, 0) = 11.75$. **B.** $g(1, 1, 0) = 13.25$. **C.** $g(1, 1, 0) = 12.75$. **D.** $g(1, 1, 0) = 13.75$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{1} \geq \frac{3}{1} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{3}{4}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 1, 0) = 12.75$

Chọn đáp án C □

Câu 10. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 0, 0, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$.
B. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0)$.
C. $(1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0)$.
D. $(1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 0, 0, 0, 0, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 0, 0, 0, 1, 0$
  - $1, 0, 0, 0, 0, 1, 1$
  - $1, 0, 0, 0, 1, 0, 0$

Chọn đáp án A □

Câu 11. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 10. **B**. 21. **C**. 13. **D**. 16.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 5 + 1 = 16$

Chọn đáp án D □

Câu 12. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(3, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(3, 5, 6, 7, 8)(3, 5, 6, 7, 9)(3, 4, 7, 8, 9)(3, 5, 6, 8, 9)(3, 5, 7, 8, 9)$.
B. $(3, 5, 7, 8, 9)(3, 5, 6, 7, 8)(3, 5, 6, 7, 9)(3, 4, 7, 8, 9)(3, 5, 6, 8, 9)$.
C. $(3, 5, 6, 7, 8)(3, 5, 6, 7, 9)(3, 5, 7, 8, 9)(3, 5, 6, 8, 9)(3, 4, 7, 8, 9)$.
D. $(3, 5, 7, 8, 9)(3, 5, 6, 8, 9)(3, 5, 6, 7, 9)(3, 5, 6, 7, 8)(3, 4, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $3, 6, 7, 8, 9$.

- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $3, 5, 7, 8, 9$
  - $3, 5, 6, 8, 9$
  - $3, 5, 6, 7, 9$
  - $3, 5, 6, 7, 8$
  - $3, 4, 7, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 13. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 198. **B.** 177. **C.** 176. **D.** 168.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 \to max$

$5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 6$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.

C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{3}{2} \geq \frac{3}{3} \geq \frac{3}{5} \geq \frac{1}{3}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 15. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 37. **B.** 13. **C.** 16. **D.** 23.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án C □

Câu 16. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 10 & 9 & 17 & 14 & 10 \\ 19 & 0 & 19 & 8 & 14 & 18 \\ 19 & 7 & 0 & 7 & 13 & 16 \\ 4 & 7 & 5 & 0 & 21 & 4 \\ 4 & 19 & 7 & 11 & 0 & 20 \\ 19 & 15 & 14 & 8 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 139. **B.** 96. **C.** 137. **D.** 133.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 6] + c[6, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 10 + 19 + 7 + 21 + 20 + 19 = 96$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =96.
Chọn đáp án B □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1,3,4,5,6,7,9)(1,2,5,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8)(1,2,4,6,7,8,9)$.
B. $(1,2,5,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8)(1,2,4,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,9)$.
C. $(1,3,4,5,6,7,9)(1,3,4,5,6,7,8)(1,2,4,6,7,8,9)(1,2,5,6,7,8,9)$.
D. $(1,2,4,6,7,8,9)(1,2,5,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8)(1,3,4,5,6,7,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 18. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 19 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 19 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1445. **B**. 1028. **C**. 1027. **D**. 1025.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 19 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(19 - 1) * 3 * 19 + 1 = 1027$.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -69a_{n-1} - 1587a_{n-2} - 12167a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -27$, $a_1 = -690$, $a_2 = 76705$.

A. $a_n = (-27 + 28n + 29n^2) \cdot (-23)^n$.
B. $a_n = (-27 + 28n + 29n^3) \cdot (-23)^n$.
C. $a_n = (-27 + 28n - 29n^2) \cdot (-23)^n$.
D. $a_n = (-27 - 28n + 29n^2) \cdot (-23)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 69r^2 + 1587r + 12167 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -23.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-23)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -27$, $A_2 = 28$, và $A_3 = 29$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-27 + 28n + 29n^2) \cdot (-23)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 20. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(4, 1, 2, 9, 6, 7, 3, 5, 8)$ là:

A. $(6, 8, 1, 3, 5, 7, 9, 2, 4)$.
B. $(4, 2, 3, 5, 1, 6, 8, 9, 7)$.
C. $(4, 1, 2, 9, 6, 7, 3, 8, 5)$.
D. $(1, 8, 6, 7, 9, 2, 5, 3, 4)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 78

1.C	2.A	3.D	4.A	5.C	6.B	7.A	8.C	9.C	10.A
11.D	12.D	13.C	14.C	15.C	16.B	17.D	18.C	19.A	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 79

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 43. **B**. 46. **C**. 44. **D**. 45.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$3x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 4x_4 \to max$
$x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1, 1, 0) = 13.5$. **B**. $g(1, 1, 0) = 12.0$. **C**. $g(1, 1, 0) = 13.0$. **D**. $g(1, 1, 0) = 14.0$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{3}{1} \geq \frac{6}{4} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{4}{4}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,0) = 13.0$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 352. **B.** 377. **C.** 343. **D.** 362.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^8 - 2^5 = 128 + 256 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 4. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405559. **B.** 406045. **C.** 405711. **D.** 405600.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 5. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 19. **B**. 22. **C**. 25. **D**. 33.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 8.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4-1)*8+1 = 25$
Chọn đáp án C □

Câu 6. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 \to max$
$5x_1 + 4x_2 + x_3 + 6x_4 \leq 5$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1.$ **B**. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.$ **D**. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{3}{1} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{2}{4} \geq \frac{2}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án D □

Câu 7. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 0, 0, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 98. **B.** 121. **C.** 159. **D.** 100.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1100011 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 99, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 100.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 17 & 14 & 5 & 13 & 17 \\ 8 & 0 & 3 & 14 & 10 & 11 \\ 19 & 19 & 0 & 21 & 16 & 20 \\ 13 & 7 & 14 & 0 & 19 & 19 \\ 8 & 21 & 15 & 3 & 0 & 10 \\ 10 & 8 & 8 & 8 & 15 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 155. **B.** 153. **C.** 149. **D.** 80.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 6] + c[6, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 17 + 3 + 21 + 19 + 10 + 10 = 80$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =80.
Chọn đáp án D □

Câu 9. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -9a_{n+2} + 10a_{n+1} + 168a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -7, a_1 = 20, a_2 = -186$.

A. $a_n = 2 \cdot 4^n + 2 \cdot (-7)^n - 7 \cdot (-6)^n$. **B.** $a_n = -2 \cdot 4^n + 2 \cdot (-7)^n - 7 \cdot (-6)^n$.
C. $a_n = -2 \cdot 4^n - 2 \cdot (-7)^n + 7 \cdot (-6)^n$. **D.** $a_n = 2 \cdot 4^n - 2 \cdot (-7)^n - 7 \cdot (-6)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 9r^2 - 10r - 168 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{4; -7; -6\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 4^n + A_2 \cdot (-7)^n + A_3 \cdot (-6)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -7 \\ a_1 &= 20 \\ a_2 &= -186 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= -7 \\ 4A_1 - 7A_2 - 6A_3 &= 20 \\ 16A_1 + 49A_2 + 36A_3 &= -186 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -2 \\ A_2 &= 2 \\ A_3 &= -7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -2 \cdot 4^n + 2 \cdot (-7)^n - 7 \cdot (-6)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 10. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(2, 9, 7, 5, 8, 1, 4, 6, 3)$ là:

A. $(3, 2, 8, 5, 6, 7, 4, 9, 1)$. **B.** $(2, 7, 5, 4, 8, 3, 9, 6, 1)$.
C. $(2, 9, 7, 5, 8, 1, 6, 3, 4)$. **D.** $(8, 4, 7, 1, 5, 6, 2, 9, 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 5, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(2, 3, 4, 5, 6, 7)(2, 3, 4, 5, 6, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8)$.
B. $(2, 3, 4, 5, 6, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7)(2, 3, 4, 5, 6, 8)(2, 3, 4, 5, 7, 8)$.
C. $(2, 3, 4, 5, 6, 8)(2, 3, 4, 5, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7)$.
D. $(2, 3, 4, 5, 6, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8)(2, 3, 4, 5, 6, 7)(2, 3, 4, 5, 6, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 5, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 5, 6, 7$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 8$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 7, 8$

Chọn đáp án A □

Câu 12. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -84a_{n-1} - 2352a_{n-2} - 21952a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -2$, $a_1 = -168$, $a_2 = 42336$.

A. $a_n = (-2 - 12n + 20n^3) \cdot (-28)^n$. **B.** $a_n = (-2 - 12n - 20n^2) \cdot (-28)^n$.
C. $a_n = (-2 + 12n + 20n^2) \cdot (-28)^n$. **D.** $a_n = (-2 - 12n + 20n^2) \cdot (-28)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 84r^2 + 2352r + 21952 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -28.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-28)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -2$, $A_2 = -12$, và $A_3 = 20$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-2 - 12n + 20n^2) \cdot (-28)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 13. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -54a_{n-1} - 729a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 6, a_1 = -540$ là:

A. $a_n = (-6 - 14n) \cdot (-27)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-6 + 14n) \cdot 27^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (6 + 14n) \cdot (-27)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (6 - 14n) \cdot 27^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -54a_{n-1} - 729a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 54r + 729 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 27)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -27$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-27)^n + A_2 \cdot n \cdot (-27)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 6 \\ a_1 & = -540 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 6 \\ -27A_1 - 27A_2 & = -540 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 6 \\ A_2 & = 14 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (6 + 14n) \cdot (-27)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
B. $(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.
D. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

Chọn đáp án B □

Câu 15. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 324. **B.** 335. **C.** 315. **D.** 309.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 16.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_0 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_2 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_4 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_6 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.
Chọn đáp án C □

Câu 16. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 12. **B**. 42. **C**. 26. **D**. 16.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án D □

Câu 17. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 39$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 8$, $6 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 35505. **B**. 35521. **C**. 35496. **D**. 35514.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 39.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 8$, $5 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 39, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 8, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{30}^5 = 142506.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 39, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{21}^5 = 20349.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 39, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 8, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{28}^5 = 98280.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 39, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{19}^5 = 11628.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 142506 - 20349 - 98280 + 11628 = 35505.$$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 15 đến 5469 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 14?

A. 1939 . **B**. 1965 . **C**. 1948 . **D**. 2015 .

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 14.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 15 đến 5469:

$$S_4 = \frac{5468 - 16}{4} + 1 = 1364$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 15 đến 5469:

$$S_6 = \frac{5466 - 18}{6} + 1 = 909$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 15 đến 5469:

$$S_{14} = \frac{5460 - 28}{14} + 1 = 389$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{5460 - 24}{12} + 1 = 454$$

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(4, 14)$:

$$S_{4,14} = \frac{5460 - 28}{28} + 1 = 195$$

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(6, 14)$:

$$S_{6,14} = \frac{5460 - 42}{42} + 1 = 130$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(4, 6, 14)$:

$$S_{4,6,14} = \frac{5460 - 84}{84} + 1 = 65$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1364 + 909 + 389) - (454 + 195 + 130) + 65 = 1948.$$

Kết luận: Có **1948 số** trong đoạn từ 15 đến 5469 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 14.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)$.
B. $(0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0)$.
C. $(0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1)$.
D. $(0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0$.

- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:

  – $0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1$

- $0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0$
- $0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1$

Chọn đáp án C □

Câu 20. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 38 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 15 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1711. **B**. 1065. **C**. 1066. **D**. 1063.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 15 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(15 - 1) * 2 * 38 + 1 = 1065$.

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 79

1.C	2.C	3.A	4.D	5.C	6.D	7.D	8.D	9.B	10.C
11.A	12.D	13.C	14.B	15.C	16.D	17.A	18.C	19.C	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 80

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 125. **B.** 111. **C.** 106. **D.** 110.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 16.$$

Nên x_4 phải là một số chẵn. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 16$ là 110.
Chọn đáp án D □

Câu 2. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 6x_4 \to max$
$3x_1 + x_2 + x_3 + 6x_4 \le 5$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0.$
B. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1.$
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \ge \frac{c_2}{a_2} \ge \ldots \ge \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \ge \frac{4}{1} \ge \frac{4}{3} \ge \frac{6}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0.$
Chọn đáp án D □

Câu 3. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 18a_{n-1} - 108a_{n-2} + 216a_{n-3}$ với $n \ge 3$, và $a_0 = 28$, $a_1 = -54$, $a_2 = -2160$.

A. $a_n = (28 + 30n - 7n^2) \cdot (6)^n.$
B. $a_n = (28 - 30n + 7n^2) \cdot (6)^n.$
C. $a_n = (28 - 30n - 7n^3) \cdot (6)^n.$
D. $a_n = (28 - 30n - 7n^2) \cdot (6)^n.$

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 18r^2 + 108r - 216 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là
$$r = 6.$$
Phương trình có dạng tổng quát là
$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (6)^n.$$
Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 28$, $A_2 = -30$, và $A_3 = -7$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là
$$a_n = (28 - 30n - 7n^2) \cdot (6)^n.$$
Chọn đáp án D □

Câu 4. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 7. **B**. 16. **C**. 9. **D**. 11.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3 - 1) * 5 + 1 = 11$

Chọn đáp án D □

Câu 5. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405600. **B**. 405873. **C**. 405653. **D**. 405497.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:
$$C_4^2 = 6.$$
2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:
$$26^2 = 676.$$
3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:
$$10^2 = 100.$$
4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:
$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$
$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$
Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.

A. $(2,4,5,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,8,9)(2,3,4,5,6,7,9)(2,3,5,6,7,8,9)(2,3,4,6,7,8,9)(2,3,4,5,7,8,9)$.

B. $(2,3,4,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,8,9)(2,3,4,5,6,7,9)(2,3,4,5,7,8,9)(2,4,5,6,7,8,9)(2,3,5,6,7,8,9)$.

C. $(2,3,4,5,6,7,9)(2,3,4,5,6,8,9)(2,3,4,5,7,8,9)(2,3,4,6,7,8,9)(2,3,5,6,7,8,9)(2,4,5,6,7,8,9)$.

D. $(2,3,4,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,7,9)(2,3,4,5,6,8,9)(2,3,4,5,7,8,9)(2,3,5,6,7,8,9)(2,4,5,6,7,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 7. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 92 đến 9118 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 16?

A. 3832 **B.** 3742 **C.** 3776 **D.** 3761

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 16.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 92 đến 9118:
$$S_3 = \frac{9117 - 93}{3} + 1 = 3009$$
- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 92 đến 9118:
$$S_8 = \frac{9112 - 96}{8} + 1 = 1128$$
- Số các số chia hết cho 16 trong đoạn từ 92 đến 9118:
$$S_{16} = \frac{9104 - 96}{16} + 1 = 564$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3, 8)$:
$$S_{3,8} = \frac{9096 - 96}{24} + 1 = 376$$
- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3, 16)$:
$$S_{3,16} = \frac{9072 - 96}{48} + 1 = 188$$
- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(8, 16)$:
$$S_{8,16} = \frac{9104 - 96}{16} + 1 = 564$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8, 16)$:

$$S_{3,8,16} = \frac{9072 - 96}{48} + 1 = 188$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(3009 + 1128 + 564) - (376 + 188 + 564) + 188 = 3761.$$

Kết luận: Có **3761 số** trong đoạn từ 92 đến 9118 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 16.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 \to max$

$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 12$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1, 1, 0) = 11.75$. **B.** $g(1, 1, 0) = 10.75$. **C.** $g(1, 1, 0) = 9.75$. **D.** $g(1, 1, 0) = 11.25$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{3} \geq \frac{3}{2} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{1}{4}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 1, 0) = 10.75$

Chọn đáp án B □

Câu 9. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 19. **B.** 12. **C.** 16. **D.** 37.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 \ldots x_n}$.

– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.

$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án C □

Câu 10. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(9, 4, 2, 1, 6, 5, 7, 3, 8)$ là:

A. $(2, 7, 9, 3, 4, 6, 5, 1, 8)$. **B.** $(3, 4, 9, 1, 8, 7, 2, 6, 5)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 8, 9, 6, 7, 5)$. **D.** $(9, 4, 2, 1, 6, 5, 7, 8, 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 52a_{n-1} - 676a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -29, a_1 = -52$ là:

A. $a_n = (29 + 27n) \cdot (-26)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (29 - 27n) \cdot 26^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-29 - 27n) \cdot (-26)^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (-29 + 27n) \cdot 26^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 52a_{n-1} - 676a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 52r + 676 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 26)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 26$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 26^n + A_2 \cdot n \cdot 26^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -29 \\ a_1 & = -52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -29 \\ 26A_1 + 26A_2 & = -52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -29 \\ A_2 & = 27 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-29 + 27n) \cdot 26^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 113. **B.** 120. **C.** 143. **D.** 122.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 3 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 3 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^3 = 8$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^6 - 2^3 = 64 + 64 - 8 = 120$$

Vậy có **120** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 5a_{n+2}+22a_{n+1}-56a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 2, a_1 = 26, a_2 = 74$.

A. $a_n = 2\cdot(-4)^n - 2\cdot 7^n + 2\cdot 2^n$. **B.** $a_n = -2\cdot(-4)^n + 2\cdot 7^n + 2\cdot 2^n$.
C. $a_n = 2\cdot(-4)^n + 2\cdot 7^n + 2\cdot 2^n$. **D.** $a_n = -2\cdot(-4)^n - 2\cdot 7^n - 2\cdot 2^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 5r^2 - 22r + 56 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-4; 7; 2\}$

$\Rightarrow a_n = A_1\cdot(-4)^n + A_2\cdot 7^n + A_3\cdot 2^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 2 \\ a_1 &= 26 \\ a_2 &= 74 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 2 \\ -4A_1 + 7A_2 + 2A_3 &= 26 \\ 16A_1 + 49A_2 + 4A_3 &= 74 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -2 \\ A_2 &= 2 \\ A_3 &= 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -2\cdot(-4)^n + 2\cdot 7^n + 2\cdot 2^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 7.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.

– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.

$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$

Chọn đáp án B □

Câu 15. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 34 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 511. **B.** 271. **C.** 274. **D.** 273.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(5-1)*2*34+1 = 273$.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 12 & 5 & 16 & 17 \\ 15 & 0 & 19 & 8 & 16 & 4 \\ 12 & 3 & 0 & 9 & 6 & 8 \\ 14 & 17 & 13 & 0 & 11 & 5 \\ 11 & 7 & 13 & 8 & 0 & 16 \\ 10 & 5 & 12 & 18 & 13 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 139. **B**. 133. **C**. 78. **D**. 137.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,6] + c[6,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 13 + 19 + 9 + 11 + 16 + 10 = 78$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =78.

Chọn đáp án C □

Câu 17. Cho xâu nhị phân $X = \{1,1,1,1,0,1,1,1,1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1,1,1,1,1,0,0,0,0)(1,1,1,1,1,0,0,0,1)(1,1,1,1,1,0,0,1,0)$.
B. $(1,1,1,1,1,0,0,0,1)(1,1,1,1,1,0,0,1,0)(1,1,1,1,1,0,0,0,0)$.
C. $(1,1,1,1,1,0,0,1,0)(1,1,1,1,1,0,0,0,0)(1,1,1,1,1,0,0,0,1)$.
D. $(1,1,1,1,1,0,0,1,0)(1,1,1,1,1,0,0,0,1)(1,1,1,1,1,0,0,0,0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1,1,1,1,0,1,1,1,1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,1,1,1,1,0,0,0,0$
  - $1,1,1,1,1,0,0,0,1$
  - $1,1,1,1,1,0,0,1,0$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 57$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 9$, $6 \geq x_3 \geq 5$ là:

A. 156114. **B**. 156141. **C**. 156107. **D**. 156124.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 57.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 9$, $5 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 57, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{47}^{5} = 1533939.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 5$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 57, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 9, x_3 \geq 5, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{40}^5 = 658008.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 57, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 9, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{45}^5 = 1221759.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 57, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 9, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{38}^5 = 501942.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1533939 - 658008 - 1221759 + 501942 = 156114.$$

Chọn đáp án A □

Câu 19. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 3, 5, 7, 9)$.

A. $(2,3,5,6,7)(2,3,4,8,9)(2,3,5,6,8)(2,3,5,6,9)(2,3,5,7,8)$.
B. $(2,3,5,7,8)(2,3,5,6,9)(2,3,5,6,8)(2,3,5,6,7)(2,3,4,8,9)$.
C. $(2,3,5,6,9)(2,3,5,6,7)(2,3,5,7,8)(2,3,4,8,9)(2,3,5,6,8)$.
D. $(2,3,5,6,8)(2,3,5,6,7)(2,3,5,7,8)(2,3,5,6,9)(2,3,4,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 5, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 5, 7, 8$
  - $2, 3, 5, 6, 9$
  - $2, 3, 5, 6, 8$
  - $2, 3, 5, 6, 7$
  - $2, 3, 4, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 20. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 0, 0, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 184. **B**. 113. **C**. 111. **D**. 120.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1110000 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 112, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 113.

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 80

1.D	2.D	3.D	4.D	5.A	6.C	7.D	8.B	9.C	10.D
11.D	12.B	13.B	14.B	15.D	16.C	17.A	18.A	19.B	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 81

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 9$, $7 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 14197. **B.** 14215. **C.** 14190. **D.** 14184.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 9$, $2 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 9, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{22}^5 = 26334.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 9, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{18}^5 = 8568.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 9, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{16}^5 = 4368.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 33, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 9, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{12}^5 = 792.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 26334 - 8568 - 4368 + 792 = 14190.$$

Chọn đáp án C □

Câu 2. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 462. **B.** 460. **C.** 453. **D.** 479.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.
Chọn đáp án B □

Câu 3. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6759884. **B**. 6760000. **C**. 6760099. **D**. 6760455.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 16. **B**. 15. **C**. 30. **D**. 19.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án A □

Câu 5. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$.
B. $(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)$.
C. $(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$.
D. $(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1$

– $0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0$
– $0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1$

Chọn đáp án D □

Câu 6. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 34a_{n-1} - 289a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 9, a_1 = 629$ là:

A. $a_n = (9 - 28n) \cdot (-17)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (9 + 28n) \cdot 17^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-9 - 28n) \cdot 17^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-9 + 28n) \cdot (-17)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 34a_{n-1} - 289a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 34r + 289 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 17)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 17$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 17^n + A_2 \cdot n \cdot 17^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 9 \\ a_1 &= 629 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 9 \\ 17A_1 + 17A_2 &= 629 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 9 \\ A_2 &= 28 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (9 + 28n) \cdot 17^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 \to max$
$4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
B. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$.
D. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{3} \geq \frac{3}{3} \geq \frac{3}{4} \geq \frac{2}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án A □

Câu 8. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 31. **B.** 17. **C.** 21. **D.** 25.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 6.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5-1)*6+1 = 25$
Chọn đáp án D □

Câu 9. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 27 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 215. **B.** 406. **C.** 218. **D.** 217.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(5-1)*2*27+1 = 217$.
Chọn đáp án D □

Câu 10. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 10. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0,\ a_1 = 0,\ a_2 = 0,\ a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án C □

Câu 11. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 12 & 19 & 10 & 20 \\ 17 & 0 & 11 & 13 & 4 \\ 7 & 18 & 0 & 8 & 3 \\ 3 & 16 & 3 & 0 & 20 \\ 18 & 10 & 19 & 20 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 131. **B.** 137. **C.** 135. **D.** 69.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 12 + 11 + 8 + 20 + 18 = 69$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =69.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -18a_{n-1} - 108a_{n-2} - 216a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -19$, $a_1 = 300$, $a_2 = -4644$.

A. $a_n = (-19 - 7n - 24n^2) \cdot (-6)^n$. **B.** $a_n = (-19 + 7n - 24n^2) \cdot (-6)^n$.

C. $a_n = (-19 - 7n - 24n^3) \cdot (-6)^n$. **D.** $a_n = (-19 - 7n + 24n^2) \cdot (-6)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 18r^2 + 108r + 216 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -6.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-6)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -19$, $A_2 = -7$, và $A_3 = -24$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-19 - 7n - 24n^2) \cdot (-6)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 13. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 126. **B.** 120. **C.** 112. **D.** 142.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bbb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 6 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^6 = 64$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 3 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 3 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^3 = 8$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^6 - 2^3 = 64 + 64 - 8 = 120$$

Vậy có **120** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án (B) □

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 673 đến 7635 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 14?

A. 3130. **B.** 3150. **C.** 3222. **D.** 3163.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 14.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 673 đến 7635:

$$S_3 = \frac{7635 - 675}{3} + 1 = 2321$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 673 đến 7635:

$$S_8 = \frac{7632 - 680}{8} + 1 = 870$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 673 đến 7635:

$$S_{14} = \frac{7630 - 686}{14} + 1 = 497$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{7632 - 696}{24} + 1 = 290$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 14)$:

$$S_{3,14} = \frac{7602 - 714}{42} + 1 = 165$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(8, 14)$:

$$S_{8,14} = \frac{7616 - 728}{56} + 1 = 124$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(3, 8, 14)$:

$$S_{3,8,14} = \frac{7560 - 840}{168} + 1 = 41$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2321 + 870 + 497) - (290 + 165 + 124) + 41 = 3150.$$

Kết luận: Có **3150 số** trong đoạn từ 673 đến 7635 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 14.
Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 9, 5, 1, 8, 2, 4, 3, 6)$ là:

A. $(7, 9, 6, 4, 2, 8, 5, 3, 1)$. **B.** $(7, 9, 5, 1, 8, 2, 4, 6, 3)$.
C. $(7, 4, 1, 3, 2, 6, 8, 5, 9)$. **D.** $(7, 8, 9, 3, 2, 4, 6, 5, 1)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 4a_{n+2}+36a_{n+1}-144a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 5, a_1 = -6, a_2 = 60$.

A. $a_n = 6 \cdot 4^n - 3 \cdot 6^n + 2 \cdot (-6)^n$. **B.** $a_n = 6 \cdot 4^n + 3 \cdot 6^n - 2 \cdot (-6)^n$.
C. $a_n = -6 \cdot 4^n + 3 \cdot 6^n + 2 \cdot (-6)^n$. **D.** $a_n = -6 \cdot 4^n - 3 \cdot 6^n + 2 \cdot (-6)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 4r^2 - 36r + 144 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{4; 6; -6\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot 4^n + A_2 \cdot 6^n + A_3 \cdot (-6)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 5 \\ a_1 &= -6 \\ a_2 &= 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 5 \\ 4A_1 + 6A_2 - 6A_3 &= -6 \\ 16A_1 + 36A_2 + 36A_3 &= 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 6 \\ A_2 &= -3 \\ A_3 &= 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 6 \cdot 4^n - 3 \cdot 6^n + 2 \cdot (-6)^n$.
Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
B. $(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
C. $(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
D. $(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$

Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 \rightarrow max$
$x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,0)

A. $g(0, 1, 0) = 8.333$. **B.** $g(0, 1, 0) = 7.833$. **C.** $g(0, 1, 0) = 6.333$. **D.** $g(0, 1, 0) = 7.333$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{1} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{2}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 1, 0) = 7.333$

Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 240. **B**. 285. **C**. 230. **D**. 229.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 011100101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 229, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 230.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 5, 6, 7)$.

A. $(1, 2, 5, 6, 9)(1, 2, 5, 6, 8)(1, 2, 5, 7, 8)$. **B**. $(1, 2, 5, 6, 8)(1, 2, 5, 6, 9)(1, 2, 5, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 5, 6, 8)(1, 2, 5, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 9)$. **D**. $(1, 2, 5, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 8)(1, 2, 5, 6, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 5, 6, 7$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 5, 6, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 9$
  - $1, 2, 5, 7, 8$

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 81

1.C	2.B	3.B	4.A	5.D	6.B	7.A	8.D	9.D	10.C
11.D	12.A	13.B	14.B	15.B	16.A	17.B	18.D	19.C	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 82

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 291 đến 6513 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 11?

A. 2990 B. 3019 C. 2983 D. 2996

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 11.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 291 đến 6513:
$$S_3 = \frac{6513 - 291}{3} + 1 = 2075$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 291 đến 6513:
$$S_7 = \frac{6510 - 294}{7} + 1 = 889$$
- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 291 đến 6513:
$$S_{11} = \frac{6512 - 297}{11} + 1 = 566$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3, 7)$:
$$S_{3,7} = \frac{6510 - 294}{21} + 1 = 297$$
- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3, 11)$:
$$S_{3,11} = \frac{6501 - 297}{33} + 1 = 189$$
- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(7, 11)$:
$$S_{7,11} = \frac{6468 - 308}{77} + 1 = 81$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\mathrm{BCNN}(3, 7, 11)$:
$$S_{3,7,11} = \frac{6468 - 462}{231} + 1 = 27$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(2075 + 889 + 566) - (297 + 189 + 81) + 27 = 2990.$$

Kết luận: Có **2990 số** trong đoạn từ 291 đến 6513 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 11.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 15. **B**. 8. **C**. 6. **D**. 7.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 7.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1)*7+1=8$

Chọn đáp án B □

Câu 3. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 5a_{n+2}+17a_{n+1}-21a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -6, a_1 = -58, a_2 = -262$.

A. $a_n = -4+4\cdot(-3)^n - 6\cdot 7^n$. **B**. $a_n = 4+4\cdot(-3)^n - 6\cdot 7^n$.
C. $a_n = 4-4\cdot(-3)^n - 6\cdot 7^n$. **D**. $a_n = -4-4\cdot(-3)^n + 6\cdot 7^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 5r^2 - 17r + 21 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{1; -3; 7\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 + A_2\cdot(-3)^n + A_3\cdot 7^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= -6 \\ a_1 &= -58 \\ a_2 &= -262 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1+A_2+A_3 &= -6 \\ A_1-3A_2+7A_3 &= -58 \\ A_1+9A_2+49A_3 &= -262 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -4 \\ A_2 &= 4 \\ A_3 &= -6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -4+4\cdot(-3)^n - 6\cdot 7^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6759903. **B**. 6760301. **C**. 6760000. **D**. 6760194.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$
$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0, 0, 1) = 5.0$. **B.** $g(0, 0, 1) = 3.0$. **C.** $g(0, 0, 1) = 4.5$. **D.** $g(0, 0, 1) = 4.0$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{2} \geq \frac{4}{6} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{1}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0, 0, 1) = 4.0$

Chọn đáp án (D) □

Câu 6. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6,$

B. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5,$

C. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6,$

D. $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6,$

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$

– $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
– $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 7. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 13 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 547. **B**. 339. **C**. 337. **D**. 340.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(14-1)*2*13+1 = 339$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 5$, $8 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 676745. **B**. 676736. **C**. 676720. **D**. 676730.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 5$, $1 \leq x_3 \leq 8$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 5, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{55}^5 = 3478761.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 5, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{50}^5 = 2118760.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 5, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{47}^5 = 1533939.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 9$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 59, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 5, x_3 \geq 9, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{42}^5 = 850668.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 3478761 - 2118760 - 1533939 + 850668 = 676730.$$

Chọn đáp án D □

Câu 9. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -38a_{n-1} - 361a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -3, a_1 = -266$ là:

A. $a_n = (3 - 17n) \cdot (-19)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-3 - 17n) \cdot 19^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-3 + 17n) \cdot (-19)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (3 + 17n) \cdot 19^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -38a_{n-1} - 361a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 38r + 361 = 0.$$
$$\Leftrightarrow (r + 19)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -19$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-19)^n + A_2 \cdot n \cdot (-19)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -3 \\ a_1 & = -266 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ -19A_1 - 19A_2 & = -266 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ A_2 & = 17 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-3 + 17n) \cdot (-19)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 75a_{n-1} - 1875a_{n-2} + 15625a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -14$, $a_1 = -1525$, $a_2 = -95000$.

A. $a_n = (-14 + 25n - 22n^2) \cdot (25)^n$.
B. $a_n = (-14 - 25n - 22n^3) \cdot (25)^n$.
C. $a_n = (-14 - 25n - 22n^2) \cdot (25)^n$.
D. $a_n = (-14 - 25n + 22n^2) \cdot (25)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 75r^2 + 1875r - 15625 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 25.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (25)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -14$, $A_2 = -25$, và $A_3 = -22$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-14 - 25n - 22n^2) \cdot (25)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 16 & 18 & 21 & 8 \\ 14 & 0 & 5 & 10 & 14 \\ 7 & 14 & 0 & 13 & 21 \\ 7 & 9 & 19 & 0 & 9 \\ 14 & 21 & 11 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 113.
B. 111.
C. 57.
D. 107.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 16 + 5 + 13 + 9 + 14 = 57$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =57.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 19$.

A. 474. **B**. 450. **C**. 460. **D**. 467.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 19.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 19$ là 460.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 30. **B.** 19. **C.** 14. **D.** 16.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 ... x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án D □

Câu 14. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 249. **B.** 265. **C.** 197. **D.** 199.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 11000110 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 198, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 199.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
B. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 7, 8, 9)(1, 2, 4, 6, 7, 8, 9)(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5, 1, 3, 6, 7, 2, 8, 4, 9)$ là:

A. $(5, 1, 3, 6, 7, 2, 8, 9, 4)$. **B.** $(1, 4, 3, 5, 6, 9, 7, 8, 2)$.
C. $(4, 3, 5, 7, 2, 1, 8, 6, 9)$. **D.** $(7, 5, 4, 6, 3, 1, 8, 2, 9)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho xâu nhị phân $X = \{1,0,1,1,1,1,0,1,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1,0,1,1,1,1,1,1,0)(1,0,1,1,1,1,0,1,1)(1,0,1,1,1,1,1,0,0)(1,0,1,1,1,1,1,0,1)$.
B. $(1,0,1,1,1,1,1,0,0)(1,0,1,1,1,1,1,0,1)(1,0,1,1,1,1,0,1,1)(1,0,1,1,1,1,1,1,0)$.
C. $(1,0,1,1,1,1,0,1,1)(1,0,1,1,1,1,1,0,0)(1,0,1,1,1,1,1,0,1)(1,0,1,1,1,1,1,1,0)$.
D. $(1,0,1,1,1,1,1,0,1)(1,0,1,1,1,1,1,0,0)(1,0,1,1,1,1,1,1,0)(1,0,1,1,1,1,0,1,1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1,0,1,1,1,1,0,1,0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,0,1,1,1,1,0,1,1$
  - $1,0,1,1,1,1,1,0,0$
  - $1,0,1,1,1,1,1,0,1$
  - $1,0,1,1,1,1,1,1,0$

Chọn đáp án C □

Câu 18. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 \to max$
$4x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
B. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{5}{4} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{2}{3} \geq \frac{2}{4}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 19. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 46. **B.** 43. **C.** 44. **D.** 45.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án C □

Câu 20. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 265. **B.** 240. **C.** 230. **D.** 248.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^4 = 128 + 128 - 16 = 240$$

Vậy có **240** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 82

1.A	2.B	3.A	4.C	5.D	6.C	7.B	8.D	9.C	10.C
11.C	12.C	13.D	14.D	15.C	16.A	17.C	18.C	19.C	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 83

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 379 đến 5141 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 11?

A. 1963 B. 1979 C. 2048 D. 1985

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 11.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 379 đến 5141:
$$S_4 = \frac{5140 - 380}{4} + 1 = 1191$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 379 đến 5141:
$$S_7 = \frac{5138 - 385}{7} + 1 = 680$$
- Số các số chia hết cho 11 trong đoạn từ 379 đến 5141:
$$S_{11} = \frac{5137 - 385}{11} + 1 = 433$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 7)$:
$$S_{4,7} = \frac{5124 - 392}{28} + 1 = 170$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 11)$:
$$S_{4,11} = \frac{5104 - 396}{44} + 1 = 108$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(7, 11)$:
$$S_{7,11} = \frac{5082 - 385}{77} + 1 = 62$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 7, 11)$:
$$S_{4,7,11} = \frac{4928 - 616}{308} + 1 = 15$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(1191 + 680 + 433) - (170 + 108 + 62) + 15 = 1979.$$

Kết luận: Có **1979 số** trong đoạn từ 379 đến 5141 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 11.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 31. **B**. 51. **C**. 36. **D**. 32.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$

Chọn đáp án D □

Câu 3. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 29 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 18 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 987. **B**. 1567. **C**. 985. **D**. 988.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 18 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(18 - 1) * 2 * 29 + 1 = 987$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 15. **B**. 12. **C**. 14. **D**. 13.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$5x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 4x_4 \to max$
$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 9$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0,0,1) = 7.833$. **B.** $g(0,0,1) = 7.333$. **C.** $g(0,0,1) = 6.333$. **D.** $g(0,0,1) = 8.333$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{5}{1} \geq \frac{4}{2} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{4}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,0,1) = 7.333$

Chọn đáp án (B) □

Câu 6. Cho xâu nhị phân $X = \{1,0,1,0,1,1,0,0,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1,0,1,0,1,1,0,0,1)(1,0,1,0,1,1,0,1,0)(1,0,1,0,1,1,0,1,1)(1,0,1,0,1,1,1,0,0)$.
B. $(1,0,1,0,1,1,1,0,0)(1,0,1,0,1,1,0,1,0)(1,0,1,0,1,1,0,0,1)(1,0,1,0,1,1,0,1,1)$.
C. $(1,0,1,0,1,1,0,1,0)(1,0,1,0,1,1,0,1,1)(1,0,1,0,1,1,1,0,0)(1,0,1,0,1,1,0,0,1)$.
D. $(1,0,1,0,1,1,1,0,0)(1,0,1,0,1,1,0,1,1)(1,0,1,0,1,1,0,0,1)(1,0,1,0,1,1,0,1,0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1,0,1,0,1,1,0,0,0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,0,1,0,1,1,0,0,1$
  - $1,0,1,0,1,1,0,1,0$
  - $1,0,1,0,1,1,0,1,1$
  - $1,0,1,0,1,1,1,0,0$

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 13. **B**. 5. **C**. 7. **D**. 6.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 6.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1)*6+1=7$

Chọn đáp án C □

Câu 8. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N=19$.

A. 463. **B**. 460. **C**. 471. **D**. 455.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N=19$ nên ta có phương trình:

$$2x_1+2x_2+2x_3+2x_4+x_5=19.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5=1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=18 \\ x_5=1, x_1\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=9 \\ x_5=1, x_1\geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1=C_{11}^3=165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=16 \\ x_5=3, x_1\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=8 \\ x_5=3, x_1\geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3=C_{10}^3=120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=14 \\ x_5=5, x_1\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=7 \\ x_5=5, x_1\geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5=C_9^3=84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=12 \\ x_5=7, x_1\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=6 \\ x_5=7, x_1\geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7=C_8^3=56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5=9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+2x_3+2x_4=10 \\ x_5=9, x_1\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=5 \\ x_5=9, x_1\geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là
$$N_9 = C_7^3 = 35.$$
Số nghiệm của bài toán đã cho là:
$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 460.$$
Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 19$ là 460.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37$ thoả mãn $8 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 5$, $6 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 39611. **B**. 39626. **C**. 39634. **D**. 39621.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37.$$
Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 8$, $x_2 \geq 5$, $4 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 5, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{30}^5 = 142506.$$
2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 5, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{24}^5 = 42504.$$
3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 5, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_3 = C_{27}^5 = 80730.$$
4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 9$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37, \\ x_1 \geq 9, x_2 \geq 5, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_4 = C_{21}^5 = 20349.$$
Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:
$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 142506 - 42504 - 80730 + 20349 = 39621.$$
Chọn đáp án D □

Câu 10. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 2x_4 \to max$

$3x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 5x_4 \leq 6$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B**. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **D**. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{3}{3} \geq \frac{6}{6} \geq \frac{2}{5} \geq \frac{2}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 11. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -6a_{n+2} + 4a_{n+1} + 24a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -2, a_1 = 52, a_2 = -168$.

A. $a_n = 4 \cdot (-2)^n + 5 \cdot (-6)^n + 7 \cdot 2^n$.
B. $a_n = -4 \cdot (-2)^n + 5 \cdot (-6)^n - 7 \cdot 2^n$.
C. $a_n = -4 \cdot (-2)^n - 5 \cdot (-6)^n + 7 \cdot 2^n$.
D. $a_n = 4 \cdot (-2)^n - 5 \cdot (-6)^n + 7 \cdot 2^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 6r^2 - 4r - 24 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-2; -6; 2\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-2)^n + A_2 \cdot (-6)^n + A_3 \cdot 2^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -2 \\ a_1 & = 52 \\ a_2 & = -168 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -2 \\ -2A_1 - 6A_2 + 2A_3 & = 52 \\ 4A_1 + 36A_2 + 4A_3 & = -168 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -4 \\ A_2 & = -5 \\ A_3 & = 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -4 \cdot (-2)^n - 5 \cdot (-6)^n + 7 \cdot 2^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 4, 6, 7)$.

A. $(1, 2, 4, 6, 8)(1, 2, 4, 6, 9)(1, 2, 4, 7, 8)(1, 2, 4, 7, 9)$.
B. $(1, 2, 4, 6, 8)(1, 2, 4, 7, 9)(1, 2, 4, 7, 8)(1, 2, 4, 6, 9)$.
C. $(1, 2, 4, 6, 9)(1, 2, 4, 7, 9)(1, 2, 4, 6, 8)(1, 2, 4, 7, 8)$.
D. $(1, 2, 4, 7, 9)(1, 2, 4, 7, 8)(1, 2, 4, 6, 9)(1, 2, 4, 6, 8)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 6, 7$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 6, 8$
  - $1, 2, 4, 6, 9$
  - $1, 2, 4, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 7, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 13. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 54a_{n-1} - 972a_{n-2} + 5832a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -25$, $a_1 = -486$, $a_2 = -18468$.

A. $a_n = (-25 + 12n - 14n^2) \cdot (18)^n$.
B. $a_n = (-25 + 12n - 14n^3) \cdot (18)^n$.
C. $a_n = (-25 + 12n + 14n^2) \cdot (18)^n$.
D. $a_n = (-25 - 12n - 14n^2) \cdot (18)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 54r^2 + 972r - 5832 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 18.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (18)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -25$, $A_2 = 12$, và $A_3 = -14$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-25 + 12n - 14n^2) \cdot (18)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 14. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -13, a_1 = -180$ là:

A. $a_n = (13 - 23n) \cdot (-5)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (13 + 23n) \cdot 5^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-13 + 23n) \cdot (-5)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-13 - 23n) \cdot 5^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 10r + 25 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-5)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 5$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 5^n + A_2 \cdot n \cdot 5^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -13 \\ a_1 & = -180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -13 \\ 5A_1 + 5A_2 & = -180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -13 \\ A_2 & = -23 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-13 - 23n) \cdot 5^n$.
Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 434. **B**. 452. **C**. 514. **D**. 432.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 110110001 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 433, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 434.

Chọn đáp án (A) □

Câu 16. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1299920. **B**. 1300206. **C**. 1300000. **D**. 1300063.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án (C) □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8)(1, 2, 3, 4, 6, 7, 9)(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8$

Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Cho tập A $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5, 2, 4, 7, 3, 1, 6, 8, 9)$ là:

A. $(5, 2, 4, 7, 3, 1, 6, 9, 8)$. **B.** $(3, 4, 9, 1, 2, 6, 8, 7, 5)$.
C. $(8, 5, 6, 3, 4, 1, 2, 9, 7)$. **D.** $(4, 8, 5, 2, 6, 1, 9, 3, 7)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 6 & 18 & 19 & 3 \\ 9 & 0 & 9 & 12 & 18 \\ 17 & 9 & 0 & 13 & 21 \\ 20 & 3 & 14 & 0 & 19 \\ 6 & 13 & 13 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 87. **B.** 53. **C.** 93. **D.** 91.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 6 + 9 + 13 + 19 + 6 = 53$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =53.
Chọn đáp án B □

Câu 20. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 352. **B.** 353. **C.** 342. **D.** 364.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^7 - 2^5 = 256 + 128 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 83

1.B	2.D	3.A	4.D	5.B	6.A	7.C	8.B	9.D	10.C
11.C	12.A	13.A	14.D	15.A	16.C	17.B	18.A	19.B	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 84

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 110. **B.** 128. **C.** 103. **D.** 114.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 17.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 17$ là 110.
Chọn đáp án A □

Câu 2. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 8$, $7 \geq x_3 \geq 4$ là:

A. 221236. **B**. 221262. **C**. 221227. **D**. 221240.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53.$$

Điều kiện: $1 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 8$, $4 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 8, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{45}^5 = 1221759.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 4$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 8, x_3 \geq 4, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{39}^5 = 575757.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 1$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{41}^5 = 749398.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 53, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 8, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{35}^5 = 324632.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 1221759 - 575757 - 749398 + 324632 = 221236.$$

Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 0, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 0, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)$.
B. $(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 0, 1, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)$.
C. $(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 0, 1, 1)$.
D. $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0)(0, 1, 0, 0, 0, 1, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 0, 0, 0, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 0, 0, 0, 1, 1$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 0$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 0, 1$
  - $0, 1, 0, 0, 1, 1, 0$

Chọn đáp án A □

Câu 4. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(3, 1, 7, 5, 2, 6, 9, 4, 8)$ là:

A. $(2, 1, 7, 4, 9, 8, 5, 6, 3)$. **B.** $(7, 1, 9, 5, 6, 3, 8, 4, 2)$.
C. $(3, 1, 6, 9, 7, 4, 8, 2, 5)$. **D.** $(3, 1, 7, 5, 2, 6, 9, 8, 4)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 33. **B.** 30. **C.** 32. **D.** 83.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 000011111 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 31, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 32.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$3x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 \to max$
$5x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{1} \geq \frac{3}{1} \geq \frac{5}{2} \geq \frac{3}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 352. **B**. 361. **C**. 347. **D**. 375.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^8 - 2^5 = 128 + 256 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án A □

Câu 8. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 8. **B**. 7. **C**. 17. **D**. 9.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 8.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 2 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(2-1)*8+1 = 9$

Chọn đáp án D □

Câu 9. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 616 đến 5490 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 13?

A. 2020 **B.** 1982 **C.** 1974 **D.** 1987

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 616 đến 5490:

$$S_4 = \frac{5488 - 616}{4} + 1 = 1219$$

- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 616 đến 5490:

$$S_7 = \frac{5488 - 616}{7} + 1 = 697$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 616 đến 5490:

$$S_{13} = \frac{5486 - 624}{13} + 1 = 375$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7)$:

$$S_{4,7} = \frac{5488 - 616}{28} + 1 = 175$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 13)$:

$$S_{4,13} = \frac{5460 - 624}{52} + 1 = 94$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 13)$:

$$S_{7,13} = \frac{5460 - 637}{91} + 1 = 54$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(4, 7, 13)$:

$$S_{4,7,13} = \frac{5460 - 728}{364} + 1 = 14$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1219 + 697 + 375) - (175 + 94 + 54) + 14 = 1982.$$

Kết luận: Có **1982 số** trong đoạn từ 616 đến 5490 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 13.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 43. **B.** 45. **C.** 44. **D.** 46.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án C □

Câu 11. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -54a_{n-1} - 729a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 6, a_1 = -540$ là:

A. $a_n = (6 + 14n) \cdot (-27)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (-6 - 14n) \cdot (-27)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (6 - 14n) \cdot 27^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (-6 + 14n) \cdot 27^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -54a_{n-1} - 729a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 54r + 729 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 27)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -27$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-27)^n + A_2 \cdot n \cdot (-27)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 6 \\ a_1 &= -540 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 6 \\ -27A_1 - 27A_2 &= -540 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 6 \\ A_2 &= 14 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (6 + 14n) \cdot (-27)^n$.
Chọn đáp án A □

Câu 12. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 15. **B.** 16. **C.** 31. **D.** 22.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.

Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án B □

Câu 13. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 12 & 10 & 11 \\ 5 & 0 & 13 & 17 & 6 \\ 4 & 19 & 0 & 5 & 17 \\ 11 & 19 & 20 & 0 & 10 \\ 18 & 16 & 3 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 51. **B.** 105. **C.** 109. **D.** 111.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 5 + 13 + 5 + 10 + 18 = 51$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =51.
Chọn đáp án A □

Câu 14. Cho bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \rightarrow max$
$x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 6x_4 \leq 12$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0,0,1) = 4.333$. **B.** $g(0,0,1) = 4.833$. **C.** $g(0,0,1) = 3.333$. **D.** $g(0,0,1) = 5.333$.

Lời giải.
Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{1} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{1}{2} \geq \frac{2}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,0,1) = 4.333$

Chọn đáp án (A) □

Câu 15. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -69a_{n-1} - 1587a_{n-2} - 12167a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 3$, $a_1 = 0$, $a_2 = -529$.

A. $a_n = (3 - 4n + n^2) \cdot (-23)^n$.
B. $a_n = (3 - 4n - n^2) \cdot (-23)^n$.
C. $a_n = (3 + 4n + n^2) \cdot (-23)^n$.
D. $a_n = (3 - 4n + n^3) \cdot (-23)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 69r^2 + 1587r + 12167 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -23.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-23)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 3$, $A_2 = -4$, và $A_3 = 1$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (3 - 4n + n^2) \cdot (-23)^n.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 6, 7, 9)$.

A. $(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,3,6,7,8,9)$.
B. $(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,8,9)$.
C. $(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,8,9)$.
D. $(1,2,4,5,6,7,8)(1,2,3,6,7,8,9)(1,2,3,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 6, 7, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 2, 3, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$

Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 11 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 617. **B.** 431. **C.** 428. **D.** 430.

Lời giải.
Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 14 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(14 - 1) * 3 * 11 + 1 = 430$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 18. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -14a_{n+2} - 61a_{n+1} - 84a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 16, a_1 = -63, a_2 = 273$.

A. $a_n = 2\cdot(-7)^n - 7\cdot(-4)^n - 7\cdot(-3)^n$.
B. $a_n = 2\cdot(-7)^n + 7\cdot(-4)^n + 7\cdot(-3)^n$.
C. $a_n = -2\cdot(-7)^n - 7\cdot(-4)^n + 7\cdot(-3)^n$.
D. $a_n = -2\cdot(-7)^n + 7\cdot(-4)^n + 7\cdot(-3)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 14r^2 + 61r + 84 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-7; -4; -3\}$
$\Rightarrow a_n = A_1\cdot(-7)^n + A_2\cdot(-4)^n + A_3\cdot(-3)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 16 \\ a_1 &= -63 \\ a_2 &= 273 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 16 \\ -7A_1 - 4A_2 - 3A_3 &= -63 \\ 49A_1 + 16A_2 + 9A_3 &= 273 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 2 \\ A_2 &= 7 \\ A_3 &= 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 2\cdot(-7)^n + 7\cdot(-4)^n + 7\cdot(-3)^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.

A. $(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,$
B. $(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,4,5,$
C. $(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,6,$
D. $(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,$

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 4 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 1299826.
B. 1300249.
C. 1300000.
D. 1300025.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 5 là:

$$C_5^1 = 5.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 4 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 4 chữ số là:

$$10^4 = 10000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^1 \times 26^1 \times 10^4.$$

$$\text{Số từ mã} = 5 \times 26 \times 10000 = 1300000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 1300000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 84

1.A	2.A	3.A	4.D	5.C	6.C	7.A	8.D	9.B	10.C
11.A	12.B	13.A	14.A	15.A	16.D	17.D	18.B	19.D	20.C

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 85

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -4a_{n+2} + 36a_{n+1} + 144a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 8, a_1 = 48, a_2 = 168$.

A. $a_n = -6 \cdot (-4)^n - 7 \cdot 6^n - 5 \cdot (-6)^n$.
B. $a_n = 6 \cdot (-4)^n + 7 \cdot 6^n - 5 \cdot (-6)^n$.
C. $a_n = 6 \cdot (-4)^n - 7 \cdot 6^n + 5 \cdot (-6)^n$.
D. $a_n = -6 \cdot (-4)^n + 7 \cdot 6^n - 5 \cdot (-6)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 4r^2 - 36r - 144 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-4; 6; -6\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-4)^n + A_2 \cdot 6^n + A_3 \cdot (-6)^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 8 \\ a_1 &= 48 \\ a_2 &= 168 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 8 \\ -4A_1 + 6A_2 - 6A_3 &= 48 \\ 16A_1 + 36A_2 + 36A_3 &= 168 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 6 \\ A_2 &= 7 \\ A_3 &= -5 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 6 \cdot (-4)^n + 7 \cdot 6^n - 5 \cdot (-6)^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 2. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 20. **B.** 19. **C.** 21. **D.** 22.

Lời giải.
– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án A □

Câu 3. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 322. **B.** 315. **C.** 314. **D.** 327.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 17.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 17$ là 315.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104000. **B**. 104166. **C**. 103902. **D**. 104435.

Lời giải.
Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án A □

Câu 5. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 383 đến 5976 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 13?

A. 2132. **B.** 2159. **C.** 2152. **D.** 2252.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 13.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 383 đến 5976:

$$S_4 = \frac{5976 - 384}{4} + 1 = 1399$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 383 đến 5976:

$$S_6 = \frac{5976 - 384}{6} + 1 = 933$$

- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 383 đến 5976:

$$S_{13} = \frac{5967 - 390}{13} + 1 = 430$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{5976 - 384}{12} + 1 = 467$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 13)$:

$$S_{4,13} = \frac{5928 - 416}{52} + 1 = 107$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(6, 13)$:

$$S_{6,13} = \frac{5928 - 390}{78} + 1 = 72$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 6, 13):

$$S_{4,6,13} = \frac{5928 - 468}{156} + 1 = 36$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1399 + 933 + 430) - (467 + 107 + 72) + 36 = 2152.$$

Kết luận: Có **2152 số** trong đoạn từ 383 đến 5976 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 13.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 \to max$

$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 \leq 8$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,0,0)

A. $g(1, 0, 0) = 2.333$. **B**. $g(1, 0, 0) = 3.833$. **C**. $g(1, 0, 0) = 3.333$. **D**. $g(1, 0, 0) = 4.333$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{1}{1} \geq \frac{3}{3} \geq \frac{1}{2} \geq \frac{2}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 0, 0) = 3.333$

Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 4, 7, 8)$.

A. $(2, 3, 4, 7, 9)(2, 3, 4, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7)(2, 3, 5, 6, 8)(2, 3, 5, 6, 9)$.
B. $(2, 3, 5, 6, 8)(2, 3, 4, 7, 9)(2, 3, 5, 6, 9)(2, 3, 4, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 7)$.
C. $(2, 3, 5, 6, 9)(2, 3, 4, 8, 9)(2, 3, 5, 6, 8)(2, 3, 4, 7, 9)(2, 3, 5, 6, 7)$.
D. $(2, 3, 4, 8, 9)(2, 3, 4, 7, 9)(2, 3, 5, 6, 7)(2, 3, 5, 6, 8)(2, 3, 5, 6, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 4, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 7, 9$
  - $2, 3, 4, 8, 9$
  - $2, 3, 5, 6, 7$
  - $2, 3, 5, 6, 8$
  - $2, 3, 5, 6, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 5x_4 \to max$

$4x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 4x_4 \leq 6$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{2} \geq \frac{5}{4} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{4}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \dots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
Chọn đáp án D □

Câu 9. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 4 & 19 & 7 \\ 18 & 0 & 15 & 10 & 16 \\ 20 & 20 & 0 & 8 & 6 \\ 8 & 19 & 12 & 0 & 19 \\ 14 & 21 & 11 & 11 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 64. **B.** 121. **C.** 119. **D.** 115.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 8 + 15 + 8 + 19 + 14 = 64$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =64.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Cho tập A $= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7,1,6,4,3,5,2,9,8)$ là:

A. $(1,3,9,4,8,2,5,6,7)$. **B.** $(6,3,2,8,5,1,4,9,7)$.
C. $(4,1,3,6,7,5,9,8,2)$. **D.** $(7,1,6,4,3,5,8,2,9)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Cho xâu nhị phân $X = \{1,1,0,1,0,1,0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1,1,0,1,1,0,1)(1,1,0,1,1,0,0)(1,1,0,1,0,1,1)$.
B. $(1,1,0,1,0,1,1)(1,1,0,1,1,0,0)(1,1,0,1,1,0,1)$.
C. $(1,1,0,1,1,0,0)(1,1,0,1,0,1,1)(1,1,0,1,1,0,1)$.
D. $(1,1,0,1,1,0,0)(1,1,0,1,1,0,1)(1,1,0,1,0,1,1)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1,1,0,1,0,1,0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,1,0,1,0,1,1$
  - $1,1,0,1,1,0,0$
  - $1,1,0,1,1,0,1$

Chọn đáp án B □

Câu 12. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 11. **B.** 16. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3-1)*5+1 = 11$

Chọn đáp án A □

Câu 13. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 176. **B.** 204. **C.** 170. **D.** 182.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aaa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:

Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.

Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:

Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.

Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.

Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:

Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.

Chọn đáp án A □

Câu 14. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 20a_{n-1} - 100a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 9, a_1 = 10$ là:

A. $a_n = (9 + 8n) \cdot (-10)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-9 - 8n) \cdot (-10)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (9 - 8n) \cdot 10^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-9 + 8n) \cdot 10^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 20a_{n-1} - 100a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 20r + 100 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 10)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 10$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 10^n + A_2 \cdot n \cdot 10^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 9 \\ a_1 & = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 9 \\ 10A_1 + 10A_2 & = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 9 \\ A_2 & = -8 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (9 - 8n) \cdot 10^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 31. **B.** 37. **C.** 32. **D.** 58.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -90a_{n-1} - 2700a_{n-2} - 27000a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -14$, $a_1 = 30$, $a_2 = 23400$.

A. $a_n = (-14 + 6n - 7n^2) \cdot (-30)^n$. **B.** $a_n = (-14 - 6n + 7n^2) \cdot (-30)^n$.
C. $a_n = (-14 + 6n + 7n^3) \cdot (-30)^n$. **D.** $a_n = (-14 + 6n + 7n^2) \cdot (-30)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 90r^2 + 2700r + 27000 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -30.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-30)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -14$, $A_2 = 6$, và $A_3 = 7$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-14 + 6n + 7n^2) \cdot (-30)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 17. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,5,$
B. $(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,$
C. $(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,6,$
D. $(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,$

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 8$, $9 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 19100. **B.** 19077. **C.** 19074. **D.** 19066.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 8$, $2 \leq x_3 \leq 9$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 8, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{24}^5 = 42504.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 8, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{21}^5 = 20349.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 8, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{16}^5 = 4368.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 10$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 34, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 8, x_3 \geq 10, x_i \geq 0, i = 4,5,6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{13}^5 = 1287.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 42504 - 20349 - 4368 + 1287 = 19074.$$

Chọn đáp án C □

Câu 19. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 23 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 7 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 277. **B.** 275. **C.** 278. **D.** 484.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 7 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(7-1) * 2 * 23 + 1 = 277$.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 112. **B**. 62. **C**. 110. **D**. 60.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 00111101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 61, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 62.

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 85

1.B	2.A	3.B	4.A	5.C	6.C	7.A	8.D	9.A	10.D
11.B	12.A	13.A	14.C	15.C	16.D	17.A	18.C	19.A	20.B

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
Đề số 86

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 \to max$
$x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \leq 6$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$.
B. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
D. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{4}{1} \geq \frac{3}{1} \geq \frac{2}{1} \geq \frac{5}{3}$

Bước 2 (Lặp):

Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án B □

Câu 2. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1)$.
B. $(0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1)$.
C. $(0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0)$.
D. $(0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1)(0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0)(0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0$
  - $0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1$
  - $0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 26a_{n-1} - 169a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 9, a_1 = 377$ là:

A. $a_n = (9 + 20n) \cdot 13^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (9 - 20n) \cdot (-13)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-9 - 20n) \cdot 13^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-9 + 20n) \cdot (-13)^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 26a_{n-1} - 169a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 26r + 169 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r - 13)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 13$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 13^n + A_2 \cdot n \cdot 13^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 9 \\ a_1 & = 377 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 9 \\ 13A_1 + 13A_2 & = 377 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 9 \\ A_2 & = 20 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (9 + 20n) \cdot 13^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 2a_{n+2} + 36a_{n+1} - 72a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -6, a_1 = -8, a_2 = -280$.

A. $a_n = 3 \cdot (-6)^n - 5 \cdot 6^n + 2 \cdot 2^n$.
B. $a_n = -3 \cdot (-6)^n + 5 \cdot 6^n - 2 \cdot 2^n$.
C. $a_n = -3 \cdot (-6)^n - 5 \cdot 6^n + 2 \cdot 2^n$.
D. $a_n = 3 \cdot (-6)^n + 5 \cdot 6^n + 2 \cdot 2^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 2r^2 - 36r + 72 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-6; 6; 2\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-6)^n + A_2 \cdot 6^n + A_3 \cdot 2^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -6 \\ a_1 & = -8 \\ a_2 & = -280 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -6 \\ -6A_1 + 6A_2 + 2A_3 & = -8 \\ 36A_1 + 36A_2 + 4A_3 & = -280 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -3 \\ A_2 & = -5 \\ A_3 & = 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -3 \cdot (-6)^n - 5 \cdot 6^n + 2 \cdot 2^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow max$
$2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 8$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,0,1)

A. $g(0,0,1)=3.5$. **B**. $g(0,0,1)=3.0$. **C**. $g(0,0,1)=4.0$. **D**. $g(0,0,1)=2.0$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{2} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{1}{2} \geq \frac{1}{3}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,0,1)=3.0$

Chọn đáp án B □

Câu 6. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 31 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 7 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 869. **B**. 559. **C**. 557. **D**. 560.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 7 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(7-1)*3*31+1=559$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho tập $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1,2,3,4,5,6,7)$.

A. $(1,2,3,4,5,6,8)(1,2,3,4,5,7,8)(1,2,3,4,5,6,9)(1,2,3,4,5,8,9)(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,4,5,7,9)$.

B. $(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,4,5,7,8)(1,2,3,4,5,7,9)(1,2,3,4,5,6,8)(1,2,3,4,5,6,9)(1,2,3,4,5,8,9)$.

C. $(1,2,3,4,5,6,8)(1,2,3,4,5,8,9)(1,2,3,4,5,7,9)(1,2,3,4,5,6,9)(1,2,3,4,6,7,8)(1,2,3,4,5,7,8)$.

D. $(1,2,3,4,5,6,8)(1,2,3,4,5,6,9)(1,2,3,4,5,7,8)(1,2,3,4,5,7,9)(1,2,3,4,5,8,9)(1,2,3,4,6,7,8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1,2,3,4,5,6,7$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1,2,3,4,5,6,8$

– $1, 2, 3, 4, 5, 6, 9$
– $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8$
– $1, 2, 3, 4, 5, 7, 9$
– $1, 2, 3, 4, 5, 8, 9$
– $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8$

Chọn đáp án D □

Câu 8. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 12. **B**. 16. **C**. 17. **D**. 29.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án B □

Câu 9. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 4,\ x_2 \geq 4,\ 6 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 515458. **B**. 515460. **C**. 515468. **D**. 515476.

Lời giải.
Phương trình đã cho là:
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56.$$
Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 9,\ x_2 \geq 4,\ 1 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 4, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm trong bài toán con này là:
$$N_1 = C_{52}^5 = 2598960.$$
2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 4, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_2 = C_{46}^5 = 1370754.$$
3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 4, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$
Số nghiệm của bài toán con này là:
$$N_3 = C_{46}^5 = 1370754.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 56, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 4, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{40}^5 = 658008.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 2598960 - 1370754 - 1370754 + 658008 = 515460.$$

Chọn đáp án B □

Câu 10. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(1, 8, 4, 6, 2, 9, 7, 5, 3)$ là:

A. $(9, 3, 4, 2, 1, 7, 8, 5, 6)$. **B.** $(9, 7, 1, 8, 6, 4, 2, 5, 3)$.
C. $(1, 8, 4, 6, 3, 2, 5, 7, 9)$. **D.** $(2, 6, 1, 7, 9, 8, 4, 3, 5)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 5 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 31. **B.** 25. **C.** 21. **D.** 17.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 6.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5 - 1) * 6 + 1 = 25$

Chọn đáp án B □

Câu 12. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bbb?

A. 352. **B.** 357. **C.** 350. **D.** 370.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bbb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 8 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^8 = 256$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bbb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bbb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bbb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bbb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^8 + 2^7 - 2^5 = 256 + 128 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 6 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$.

A. $(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,5,$
B. $(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,$
C. $(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,$
D. $(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,6,8,9)(1,2,3,4,5,6,7,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,$

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$

Chọn đáp án A □

Câu 14. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -84a_{n-1} - 2352a_{n-2} - 21952a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 17$, $a_1 = 644$, $a_2 = -82320$.

A. $a_n = (17 - 19n - 21n^3) \cdot (-28)^n$.
B. $a_n = (17 + 19n - 21n^2) \cdot (-28)^n$.
C. $a_n = (17 - 19n + 21n^2) \cdot (-28)^n$.
D. $a_n = (17 - 19n - 21n^2) \cdot (-28)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 84r^2 + 2352r + 21952 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -28.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-28)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 17$, $A_2 = -19$, và $A_3 = -21$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (17 - 19n - 21n^2) \cdot (-28)^n.$$

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 158. **B.** 174. **C.** 239. **D.** 157.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 10011101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 157, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 158.

Chọn đáp án A □

Câu 16. Có bao nhiêu số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 125. **B.** 112. **C.** 104. **D.** 110.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 17.$$

Nên x_4 phải là một số lẻ. Vậy x_4 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_4:

- Xét bài toán con khi $x_4 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_9^2 = 36.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 14 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_4 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_8^2 = 28.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_4 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_7^2 = 21.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_4 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_6^2 = 15.$$

- Xét bài toán con khi $x_4 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_4 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_5^2 = 10.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 110.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 7 chữ số với tổng là $N = 17$ là 110.
Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 20. **B.** 19. **C.** 22. **D.** 21.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    - Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    - Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 20$
Chọn đáp án (A) □

Câu 18. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 21 & 21 & 5 & 3 \\ 11 & 0 & 8 & 8 & 4 \\ 7 & 11 & 0 & 13 & 21 \\ 3 & 21 & 10 & 0 & 3 \\ 16 & 11 & 19 & 14 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 106. **B.** 61. **C.** 104. **D.** 100.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 21 + 8 + 13 + 3 + 16 = 61$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =61.
Chọn đáp án (B) □

Câu 19. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 5 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 6760260. **B.** 6759921. **C.** 6760060. **D.** 6760000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 5 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 5 là:

$$C_5^2 = 10.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_5^2 \times 26^2 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 10 \times 676 \times 1000 = 6760000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 6760000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 20. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 73 đến 7816 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 14?

A. 3499 **B.** 3513 **C.** 3540 **D.** 3503

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 14.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 73 đến 7816:

$$S_3 = \frac{7815 - 75}{3} + 1 = 2581$$

- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 73 đến 7816:

$$S_8 = \frac{7816 - 80}{8} + 1 = 968$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 73 đến 7816:

$$S_{14} = \frac{7812 - 84}{14} + 1 = 553$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8)$:

$$S_{3,8} = \frac{7800 - 96}{24} + 1 = 322$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 14)$:

$$S_{3,14} = \frac{7812 - 84}{42} + 1 = 185$$

- Số các số chia hết cho BCNN$(8, 14)$:

$$S_{8,14} = \frac{7784 - 112}{56} + 1 = 138$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8, 14)$:

$$S_{3,8,14} = \frac{7728 - 168}{168} + 1 = 46$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(2581 + 968 + 553) - (322 + 185 + 138) + 46 = 3503.$$

Kết luận: Có **3503 số** trong đoạn từ 73 đến 7816 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 14.

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 86

1.B	2.C	3.A	4.C	5.B	6.B	7.D	8.B	9.B	10.C
11.B	12.A	13.A	14.D	15.A	16.D	17.A	18.B	19.D	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 87

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 3 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 3, 6, 7, 8)$.

A. $(1, 3, 5, 7, 8)(1, 3, 5, 8, 9)(1, 3, 5, 7, 9)$.
B. $(1, 3, 5, 8, 9)(1, 3, 5, 7, 8)(1, 3, 5, 7, 9)$.
C. $(1, 3, 5, 7, 9)(1, 3, 5, 8, 9)(1, 3, 5, 7, 8)$.
D. $(1, 3, 5, 8, 9)(1, 3, 5, 7, 9)(1, 3, 5, 7, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 3, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 3, 5, 8, 9$
  - $1, 3, 5, 7, 9$
  - $1, 3, 5, 7, 8$

Chọn đáp án D □

Câu 2. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -60a_{n-1} - 1200a_{n-2} - 8000a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = -3$, $a_1 = 360$, $a_2 = -6800$.

A. $a_n = (-3 - 23n + 8n^2) \cdot (-20)^n$.
B. $a_n = (-3 - 23n + 8n^3) \cdot (-20)^n$.
C. $a_n = (-3 - 23n - 8n^2) \cdot (-20)^n$.
D. $a_n = (-3 + 23n + 8n^2) \cdot (-20)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 60r^2 + 1200r + 8000 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -20.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-20)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = -3$, $A_2 = -23$, và $A_3 = 8$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (-3 - 23n + 8n^2) \cdot (-20)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 3. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 18 & 14 & 11 & 10 \\ 21 & 0 & 8 & 17 & 9 \\ 5 & 18 & 0 & 3 & 17 \\ 16 & 11 & 15 & 0 & 9 \\ 16 & 5 & 3 & 16 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 120. **B.** 118. **C.** 114. **D.** 54.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 18 + 8 + 3 + 9 + 16 = 54$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =54.
Chọn đáp án D □

Câu 4. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \to max$
$3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 7$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$. **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{3}{2} \geq \frac{4}{3} \geq \frac{4}{5} \geq \frac{2}{3}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.
Chọn đáp án A □

Câu 5. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 16. **B.** 20. **C.** 13. **D.** 35.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.

Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$
Chọn đáp án (A) □

Câu 6. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 7 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 17. **B.** 25. **C.** 13. **D.** 15.

Lời giải.
Số điểm bài thi khác nhau là: 8.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3-1)*8+1 = 17$
Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 537 đến 5491 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7 và 13?

A. 2384. **B.** 2336. **C.** 2342. **D.** 2358.

Lời giải.
Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 537 đến 5491:
$$S_3 = \frac{5490 - 537}{3} + 1 = 1652$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 537 đến 5491:
$$S_7 = \frac{5488 - 539}{7} + 1 = 708$$
- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 537 đến 5491:
$$S_{13} = \frac{5486 - 546}{13} + 1 = 381$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 7)$:
$$S_{3,7} = \frac{5481 - 546}{21} + 1 = 236$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 13)$:
$$S_{3,13} = \frac{5460 - 546}{39} + 1 = 127$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(7, 13)$:
$$S_{7,13} = \frac{5460 - 546}{91} + 1 = 55$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(3, 7, 13):

$$S_{3,7,13} = \frac{5460 - 546}{273} + 1 = 19$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1652 + 708 + 381) - (236 + 127 + 55) + 19 = 2342.$$

Kết luận: Có **2342 số** trong đoạn từ 537 đến 5491 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 7, và 13.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 60$ thoả mãn $6 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 4$, $7 \geq x_3 \geq 3$ là:

A. 277324. **B**. 277346. **C**. 277320. **D**. 277319.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 60.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 6$, $x_2 \geq 4$, $3 \leq x_3 \leq 7$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 60, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 4, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{54}^5 = 3162510.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 3$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 60, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 4, x_3 \geq 3, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{51}^5 = 2349060.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 60, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 4, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{49}^5 = 1906884.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 7$ và $x_3 \geq 8$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 60, \\ x_1 \geq 7, x_2 \geq 4, x_3 \geq 8, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{46}^5 = 1370754.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 3162510 - 2349060 - 1906884 + 1370754 = 277320.$$

Chọn đáp án C □

Câu 9. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 327. **B.** 308. **C.** 320. **D.** 315.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 17.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 17$ là 315.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 10 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 12 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 361. **B**. 219. **C**. 222. **D**. 221.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 12 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(12-1)*2*10+1=221$.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1+2x_2+3x_3+6x_4 \to max$

$2x_1+x_2+2x_3+6x_4 \leq 9$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,1)

A. $g(1,1,1)=14.0$. **B**. $g(1,1,1)=16.0$. **C**. $g(1,1,1)=15.0$. **D**. $g(1,1,1)=15.5$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{2} \geq \frac{2}{1} \geq \frac{3}{2} \geq \frac{6}{6}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,1)=15.0$

Chọn đáp án C □

Câu 12. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_6 là:

A. 44. **B**. 45. **C**. 43. **D**. 46.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i=0,1,...,n$

– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.

– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n

Ta có : $\overline{a_0}=0$, $\overline{a_1}=0$, $\overline{a_2}=0$, $\overline{a_3}=1$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_6} = \overline{a_5} + \overline{a_4} + \overline{a_3} + 2^3$.
$\Rightarrow a_6 = 2^6 - \overline{a_6}. = 44$
Chọn đáp án A □

Câu 13. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(4, 6, 9, 7, 3, 5, 8, 1, 2)$ là:
A. $(7, 2, 4, 9, 5, 3, 8, 1, 6)$. **B**. $(6, 1, 4, 7, 3, 9, 2, 8, 5)$.
C. $(1, 6, 8, 7, 5, 2, 9, 4, 3)$. **D**. $(4, 6, 9, 7, 3, 5, 8, 2, 1)$.
Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 7 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.
A. $(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)$.
B. $(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
C. $(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$.
D. $(2, 3, 4, 5, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 7, 9)(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.
Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 7 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án C □

Câu 15. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.
A. 248. **B**. 246. **C**. 244. **D**. 308.
Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 11110101 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.

- Do giá trị thập phân là 245, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 246.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)$.
B. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$.
C. $(0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)$.
D. $(0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1$
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0$
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1$

Chọn đáp án C □

Câu 17. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 10 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 352. **B**. 380. **C**. 345. **D**. 362.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 8 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 8 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^8 = 256$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^8 - 2^5 = 128 + 256 - 32 = 352$$

Vậy có **352** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 18. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -26a_{n-1} - 169a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 27, a_1 = -208$ là:

A. $a_n = (27 - 11n) \cdot (-13)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-27 - 11n) \cdot 13^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-27 + 11n) \cdot (-13)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (27 + 11n) \cdot 13^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -26a_{n-1} - 169a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 26r + 169 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 13)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -13$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-13)^n + A_2 \cdot n \cdot (-13)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 27 \\ a_1 &= -208 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 27 \\ -13A_1 - 13A_2 &= -208 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= 27 \\ A_2 &= -11 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (27 - 11n) \cdot (-13)^n$.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 2a_{n+2} + 41a_{n+1} - 42a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 2, a_1 = 17, a_2 = 395$.

A. $a_n = 7 - 3 \cdot (-6)^n + 6 \cdot 7^n$.
B. $a_n = -7 + 3 \cdot (-6)^n + 6 \cdot 7^n$.
C. $a_n = -7 - 3 \cdot (-6)^n - 6 \cdot 7^n$.
D. $a_n = 7 + 3 \cdot (-6)^n + 6 \cdot 7^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 2r^2 - 41r + 42 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{1; -6; 7\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 + A_2 \cdot (-6)^n + A_3 \cdot 7^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 &= 2 \\ a_1 &= 17 \\ a_2 &= 395 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 &= 2 \\ A_1 - 6A_2 + 7A_3 &= 17 \\ A_1 + 36A_2 + 49A_3 &= 395 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 &= -7 \\ A_2 &= 3 \\ A_3 &= 6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -7 + 3 \cdot (-6)^n + 6 \cdot 7^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 2 chữ cái (từ A đến Z) và 2 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 405600. **B.** 405530. **C.** 406046. **D.** 405794.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:
1. **Chọn 2 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 2 vị trí từ 4 là:

$$C_4^2 = 6.$$

2. **Chọn 2 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 2 chữ cái là:

$$26^2 = 676.$$

3. **Chọn 2 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 2 chữ số là:

$$10^2 = 100.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^2 \times 26^2 \times 10^2.$$

$$\text{Số từ mã} = 6 \times 676 \times 100 = 405600.$$

Kết quả:Có tổng cộng 405600 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 87

1.D	2.A	3.D	4.A	5.A	6.A	7.C	8.C	9.D	10.D
11.C	12.A	13.D	14.C	15.B	16.C	17.A	18.A	19.B	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 88

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 382 đến 6295 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7 và 13?

A. 2417 B. 2467 C. 2404 D. 2387

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 7 và 13.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 382 đến 6295:
$$S_4 = \frac{6292 - 384}{4} + 1 = 1478$$
- Số các số chia hết cho 7 trong đoạn từ 382 đến 6295:
$$S_7 = \frac{6293 - 385}{7} + 1 = 845$$
- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 382 đến 6295:
$$S_{13} = \frac{6292 - 390}{13} + 1 = 455$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 7)$:
$$S_{4,7} = \frac{6272 - 392}{28} + 1 = 211$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 13)$:
$$S_{4,13} = \frac{6292 - 416}{52} + 1 = 114$$
- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(7, 13)$:
$$S_{7,13} = \frac{6279 - 455}{91} + 1 = 65$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 7, 13)$:
$$S_{4,7,13} = \frac{6188 - 728}{364} + 1 = 16$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(1478 + 845 + 455) - (211 + 114 + 65) + 16 = 2404.$$

Kết luận: Có **2404 số** trong đoạn từ 382 đến 6295 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 7, và 13.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104442. **B.** 103879. **C.** 104000. **D.** 104046.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số lẻ bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 4$.

A. 6. **B.** 19. **C.** 18. **D.** 8.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_4 = 2^3 = 8$

Chọn đáp án D □

Câu 4. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 9 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 17 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 431. **B.** 433. **C.** 434. **D.** 613.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 17 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(17 - 1) * 3 * 9 + 1 = 433$.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 \to max$
$4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 6$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **B.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{3}{2} \geq \frac{3}{3} \geq \frac{1}{4} \geq \frac{1}{6}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$.
Chọn đáp án C □

Câu 6. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_4 là:

A. 12. **B.** 15. **C.** 14. **D.** 13.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 0 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0} = 0$, $\overline{a_1} = 0$, $\overline{a_2} = 0$, $\overline{a_3} = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 0$, ta xét hai trường hợp sau:
    - ∗ Nếu $x_{n-2} \neq 0 \Rightarrow \overline{a_n} = \overline{a_{n-3}}$.
    - ∗ Nếu $x_{n-2} = 0 \Rightarrow \overline{a_n} = 2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n} = \overline{a_{n-1}} + \overline{a_{n-2}} + \overline{a_{n-3}} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_4} = \overline{a_3} + \overline{a_2} + \overline{a_1} + 2^1$.
$\Rightarrow a_4 = 2^4 - \overline{a_4}. = 13$
Chọn đáp án D □

Câu 7. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 16$.

A. 315. **B.** 307. **C.** 333. **D.** 321.

Lời giải.
Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 16$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 16.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 16$ là 315.
Chọn đáp án A □

Câu 8. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 1\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 2. **B.** 101. **C.** 14. **D.** 0.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 0000001 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 1, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 2.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 33a_{n-1} - 363a_{n-2} + 1331a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 21$, $a_1 = 275$, $a_2 = 2299$.

A. $a_n = (21 + 9n - 5n^3) \cdot (11)^n$. **B.** $a_n = (21 + 9n + 5n^2) \cdot (11)^n$.

C. $a_n = (21 + 9n - 5n^2) \cdot (11)^n$. **D.** $a_n = (21 - 9n - 5n^2) \cdot (11)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 33r^2 + 363r - 1331 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 11.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (11)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 21$, $A_2 = 9$, và $A_3 = -5$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (21 + 9n - 5n^2) \cdot (11)^n.$$

Chọn đáp án C □

Câu 10. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -14a_{n+2} - 61a_{n+1} - 84a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = 16$, $a_1 = -63$, $a_2 = 273$.

A. $a_n = 2 \cdot (-7)^n - 7 \cdot (-4)^n - 7 \cdot (-3)^n$. **B.** $a_n = 2 \cdot (-7)^n + 7 \cdot (-4)^n + 7 \cdot (-3)^n$.

C. $a_n = -2 \cdot (-7)^n + 7 \cdot (-4)^n + 7 \cdot (-3)^n$. **D.** $a_n = -2 \cdot (-7)^n - 7 \cdot (-4)^n + 7 \cdot (-3)^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 14r^2 + 61r + 84 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-7; -4; -3\}$

$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-7)^n + A_2 \cdot (-4)^n + A_3 \cdot (-3)^n$

Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 16 \\ a_1 & = -63 \\ a_2 & = 273 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = 16 \\ -7A_1 - 4A_2 - 3A_3 & = -63 \\ 49A_1 + 16A_2 + 9A_3 & = 273 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 2 \\ A_2 & = 7 \\ A_3 & = 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = 2 \cdot (-7)^n + 7 \cdot (-4)^n + 7 \cdot (-3)^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -24a_{n-1} - 144a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -12$, $a_1 = -36$ là:

A. $a_n = (12 - 15n) \cdot (-12)^n$, với $n \geq 0$. **B.** $a_n = (-12 + 15n) \cdot (-12)^n$, với $n \geq 0$.

C. $a_n = (-12 - 15n) \cdot 12^n$, với $n \geq 0$. **D.** $a_n = (12 + 15n) \cdot 12^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -24a_{n-1} - 144a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 24r + 144 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r+12)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -12$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-12)^n + A_2 \cdot n \cdot (-12)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -12 \\ a_1 & = -36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -12 \\ -12A_1 - 12A_2 & = -36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -12 \\ A_2 & = 15 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-12 + 15n) \cdot (-12)^n$.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 1, 1, 1, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 3 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1, 1, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$.
B. $(1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 1)$.
C. $(1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)$.
D. $(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)(1, 1, 1, 0, 0, 0, 1)(1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1, 1, 0, 1, 1, 1, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 1, 1, 0, 0, 0, 0$
  - $1, 1, 1, 0, 0, 0, 1$
  - $1, 1, 1, 0, 0, 1, 0$

Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 2x_4 \to max$

$x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 5x_4 \leq 8$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1, 1, 0) = 14.0$. **B**. $g(1, 1, 0) = 15.0$. **C**. $g(1, 1, 0) = 13.0$. **D**. $g(1, 1, 0) = 14.5$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{1} \geq \frac{6}{2} \geq \frac{6}{5} \geq \frac{2}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1, 1, 0) = 14.0$

Chọn đáp án A □

Câu 14. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 15 & 8 & 19 & 21 \\ 3 & 0 & 18 & 10 & 9 \\ 3 & 4 & 0 & 16 & 12 \\ 20 & 16 & 10 & 0 & 12 \\ 4 & 4 & 18 & 18 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 65. **B**. 119. **C**. 125. **D**. 123.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 15 + 18 + 16 + 12 + 4 = 65$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =65.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 5, 8, 9)$.

A. $(1, 2, 5, 7, 9)(1, 2, 5, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 9)(1, 2, 5, 6, 8)(1, 2, 5, 6, 7)$.
B. $(1, 2, 5, 6, 8)(1, 2, 5, 6, 7)(1, 2, 5, 6, 9)(1, 2, 5, 7, 9)(1, 2, 5, 7, 8)$.
C. $(1, 2, 5, 6, 9)(1, 2, 5, 7, 8)(1, 2, 5, 7, 9)(1, 2, 5, 6, 8)(1, 2, 5, 6, 7)$.
D. $(1, 2, 5, 6, 9)(1, 2, 5, 6, 7)(1, 2, 5, 7, 8)(1, 2, 5, 6, 8)(1, 2, 5, 7, 9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 5, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 5, 7, 9$
  - $1, 2, 5, 7, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 9$
  - $1, 2, 5, 6, 8$
  - $1, 2, 5, 6, 7$

Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5, 1, 7, 9, 2, 8, 6, 4, 3)$ là:

A. $(5, 1, 7, 9, 3, 2, 4, 6, 8)$. **B.** $(3, 1, 7, 6, 4, 2, 8, 9, 5)$.
C. $(8, 2, 3, 9, 4, 7, 1, 6, 5)$. **D.** $(1, 4, 3, 5, 6, 8, 7, 2, 9)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (A) □

Câu 17. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 238. **B.** 224. **C.** 218. **D.** 233.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 15. **B.** 13. **C.** 11. **D.** 22.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 7.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 3 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(3 - 1) * 7 + 1 = 15$

Chọn đáp án (A) □

Câu 19. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 4$, $x_2 \geq 5$, $6 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 163147. **B.** 163167. **C.** 163164. **D.** 163155.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49.$$

Điều kiện: $4 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 5$, $2 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:
1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 5, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{43}^5 = 962598.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 5, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{39}^5 = 575757.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 4$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49, \\ x_1 \geq 4, x_2 \geq 5, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{38}^5 = 501942.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 49, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 5, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{34}^5 = 278256.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 962598 - 575757 - 501942 + 278256 = 163155.$$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 4, 5, 6, 8)$.

A. $(1,2,4,5,6,9)(1,2,4,5,7,8)(1,2,4,5,7,9)(1,2,4,5,8,9)(1,2,4,6,7,8)$.
B. $(1,2,4,5,8,9)(1,2,4,6,7,8)(1,2,4,5,7,8)(1,2,4,5,7,9)(1,2,4,5,6,9)$.
C. $(1,2,4,5,7,8)(1,2,4,5,6,9)(1,2,4,5,8,9)(1,2,4,5,7,9)(1,2,4,6,7,8)$.
D. $(1,2,4,5,6,9)(1,2,4,6,7,8)(1,2,4,5,7,8)(1,2,4,5,7,9)(1,2,4,5,8,9)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 4, 5, 6, 8$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 4, 5, 6, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 8$
  - $1, 2, 4, 5, 7, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 6, 7, 8$

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 88

1.C	2.C	3.D	4.B	5.C	6.D	7.A	8.A	9.C	10.B
11.B	12.D	13.A	14.A	15.A	16.A	17.B	18.A	19.D	20.A

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 89

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 541 đến 8286 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8 và 13?

A. 3573 B. 3575 C. 3668 D. 3595

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 3, 8 và 13.

- Số các số chia hết cho 3 trong đoạn từ 541 đến 8286:
$$S_3 = \frac{8286-543}{3} + 1 = 2582$$
- Số các số chia hết cho 8 trong đoạn từ 541 đến 8286:
$$S_8 = \frac{8280-544}{8} + 1 = 968$$
- Số các số chia hết cho 13 trong đoạn từ 541 đến 8286:
$$S_{13} = \frac{8281-546}{13} + 1 = 596$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8)$:
$$S_{3,8} = \frac{8280-552}{24} + 1 = 323$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 13)$:
$$S_{3,13} = \frac{8268-546}{39} + 1 = 199$$
- Số các số chia hết cho BCNN$(8, 13)$:
$$S_{8,13} = \frac{8216-624}{104} + 1 = 74$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN$(3, 8, 13)$:
$$S_{3,8,13} = \frac{8112-624}{312} + 1 = 25$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:
$$(2582 + 968 + 596) - (323 + 199 + 74) + 25 = 3575.$$

Kết luận: Có **3575 số** trong đoạn từ 541 đến 8286 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 3, 8, và 13.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0, 1\}$ với $i = 0, 1, ..., n$.
– Gọi a_n là số xâu nhị phân có chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $a_0 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
- Nếu $x_n = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-2}$.
  - Nếu $x_{n-1} = 1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2} \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-3}$.
    * Nếu $x_{n-2} = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-3}$.

Do đó, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$.
$\Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + 2^2 = 8$
Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X = \{0, 1, 1, 1, 1, 0, 1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$.
B. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$.
C. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$.
D. $(0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)(1, 0, 0, 0, 0, 0, 1)(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $0, 1, 1, 1, 1, 0, 1$.
- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 0$
  - $0, 1, 1, 1, 1, 1, 1$
  - $1, 0, 0, 0, 0, 0, 0$
  - $1, 0, 0, 0, 0, 0, 1$

Chọn đáp án C □

Câu 4. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 289. **B.** 287. **C.** 329. **D.** 350.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 100100000 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 288, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 289.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 17$.

A. 316. **B**. 334. **C**. 305. **D**. 315.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 17$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 17.$$

Nên x_5 phải là một số lẻ. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 1, 3, 5, 7, 9. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 1$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 1, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_1 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 3$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 3, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_3 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 5$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 5, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_5 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 7$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 7, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_7 = C_7^3 = 35.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 9$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_5 = 9, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_9 = C_6^3 = 20.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_1 + N_3 + N_5 + N_7 + N_9 = 315.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 17$ là 315.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 5 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 5, 7, 8, 9)$.

A. $(1, 4, 6, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 9)(1, 5, 6, 8, 9)(1, 4, 7, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 8)$.
B. $(1, 5, 6, 8, 9)(1, 4, 7, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 8)(1, 5, 6, 7, 9)(1, 4, 6, 8, 9)$.
C. $(1, 5, 6, 8, 9)(1, 4, 7, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 9)(1, 5, 6, 7, 8)(1, 4, 6, 8, 9)$.
D. $(1, 5, 6, 8, 9)(1, 5, 6, 7, 9)(1, 5, 6, 7, 8)(1, 4, 7, 8, 9)(1, 4, 6, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 5, 7, 8, 9$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 5, 6, 8, 9$
  - $1, 5, 6, 7, 9$
  - $1, 5, 6, 7, 8$
  - $1, 4, 7, 8, 9$
  - $1, 4, 6, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 7. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 & 6 & 13 \\ 3 & 0 & 13 & 12 & 7 & 15 \\ 6 & 5 & 0 & 7 & 7 & 13 \\ 12 & 3 & 11 & 0 & 7 & 8 \\ 10 & 5 & 12 & 20 & 0 & 7 \\ 19 & 11 & 15 & 15 & 11 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 123. **B.** 125. **C.** 119. **D.** 58.

Lời giải.
Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:
$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5 \to T_6$
Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:
$\delta = c[1, 2] + c[2, 3] + c[3, 4] + c[4, 5] + c[5, 6] + c[6, 1]$
Thay vào công thức, ta có:
$\delta = 5 + 13 + 7 + 7 + 7 + 19 = 58$
Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =58.
Chọn đáp án D □

Câu 8. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = -21a_{n-1} - 147a_{n-2} - 343a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 22$, $a_1 = -56$, $a_2 = -2842$.

A. $a_n = (22 + 12n - 26n^3) \cdot (-7)^n$.
B. $a_n = (22 - 12n - 26n^2) \cdot (-7)^n$.
C. $a_n = (22 + 12n - 26n^2) \cdot (-7)^n$.
D. $a_n = (22 + 12n + 26n^2) \cdot (-7)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 + 21r^2 + 147r + 343 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = -7.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (-7)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 22$, $A_2 = 12$, và $A_3 = -26$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (22 + 12n - 26n^2) \cdot (-7)^n.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 9. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37$ thoả mãn $9 \geq x_1 \geq 3$, $x_2 \geq 8$, $6 \geq x_3 \geq 2$ là:

A. 56098. **B**. 56106. **C**. 56127. **D**. 56105.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37.$$

Điều kiện: $3 \leq x_1 \leq 9$, $x_2 \geq 8$, $2 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 8, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{29}^5 = 118755.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 2$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 2, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{22}^5 = 26334.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 3$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37, \\ x_1 \geq 3, x_2 \geq 8, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{24}^5 = 42504.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 10$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37, \\ x_1 \geq 10, x_2 \geq 8, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{17}^5 = 6188.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 118755 - 26334 - 42504 + 6188 = 56105.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 6 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 29. **B**. 19. **C**. 22. **D**. 16.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 7.

Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 4 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(4 - 1) * 7 + 1 = 22$

Chọn đáp án (C) □

Câu 11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 8 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 6 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$.

A. $(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(2,3,4,5,6,$
B. $(1,2,4,5,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,$
C. $(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8,9)(1,2,3,4,5,$
D. $(1,2,3,4,5,7,8,9)(1,2,3,4,6,7,8,9)(1,2,3,5,6,7,8,9)(1,2,4,5,6,7,8,9)(1,3,4,5,6,7,8,9)(2,3,4,5,6,$

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 8 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
  - $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 12. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 38 loại và màu sắc thuộc một trong 3 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1217. **B.** 797. **C.** 800. **D.** 799.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(8 - 1) * 3 * 38 + 1 = 799$.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$6x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 \to max$
$6x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 5x_4 \leq 11$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.
Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (0,1,1)

A. $g(0, 1, 1) = 8.2$. **B.** $g(0, 1, 1) = 7.7$. **C.** $g(0, 1, 1) = 7.2$. **D.** $g(0, 1, 1) = 6.2$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{6}{6} \geq \frac{5}{6} \geq \frac{2}{4} \geq \frac{1}{5}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(0,1,1) = 7.2$

Chọn đáp án C □

Câu 14. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = 24a_{n-1} - 144a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = 26, a_1 = 636$ là:

A. $a_n = (26 - 27n) \cdot (-12)^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (-26 + 27n) \cdot (-12)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-26 - 27n) \cdot 12^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (26 + 27n) \cdot 12^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = 24a_{n-1} - 144a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 - 24r + 144 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r-12)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 12$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot 12^n + A_2 \cdot n \cdot 12^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = 26 \\ a_1 & = 636 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 26 \\ 12A_1 + 12A_2 & = 636 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = 26 \\ A_2 & = 27 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (26 + 27n) \cdot 12^n$.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho tập A = $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(5,7,8,1,2,3,9,6,4)$ là:

A. $(9,6,1,7,5,2,3,4,8)$.
B. $(5,7,8,1,2,4,3,6,9)$.
C. $(8,4,6,5,3,7,9,1,2)$.
D. $(2,1,9,3,5,6,7,4,8)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104389. **B.** 104109. **C.** 103840. **D.** 104000.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án D □

Câu 17. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 224. **B**. 232. **C**. 247. **D**. 218.

Lời giải.
Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái 'a' và 'b', bắt đầu bởi 'aa' hoặc kết thúc bởi 'bb' có thể được tính như sau:
1. Các tên biến bắt đầu bởi aa:
Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aa, do đó có 7 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa là:

$$2^7 = 128$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 5 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 5 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là 'a' hoặc 'b'.
Số lượng biến bắt đầu bởi aa và kết thúc bởi bb là:

$$2^5 = 32$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^7 + 2^7 - 2^5 = 128 + 128 - 32 = 224$$

Vậy có **224** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án A □

Câu 18. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = -9a_{n+2} + a_{n+1} + 105a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -6, a_1 = -38, a_2 = 106$.

A. $a_n = 5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$. **B**. $a_n = 5 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
C. $a_n = -5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$. **D**. $a_n = -5 \cdot (-5)^n - 6 \cdot (-7)^n + 7 \cdot 3^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 + 9r^2 - r - 105 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-5; -7; 3\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-5)^n + A_2 \cdot (-7)^n + A_3 \cdot 3^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -6 \\ a_1 & = -38 \\ a_2 & = 106 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -6 \\ -5A_1 - 7A_2 + 3A_3 & = -38 \\ 25A_1 + 49A_2 + 9A_3 & = 106 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -5 \\ A_2 & = 6 \\ A_3 & = -7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -5 \cdot (-5)^n + 6 \cdot (-7)^n - 7 \cdot 3^n$.
Chọn đáp án C □

Câu 19. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 0. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 6$.

A. 32. **B.** 42. **C.** 31. **D.** 56.

Lời giải.
– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1 x_2 x_3 ... x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 0 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 0 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_6 = 2^5 = 32$
Chọn đáp án A □

Câu 20. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.
$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 \rightarrow max$
$5x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 6x_4 \leq 5$
x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$. **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$. **D.** $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{3}{2} \geq \frac{4}{6} \geq \frac{3}{6} \geq \frac{2}{5}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
Chọn đáp án D $\square$

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 89

1.B	2.A	3.C	4.A	5.D	6.D	7.D	8.C	9.D	10.C
11.D	12.D	13.C	14.D	15.B	16.D	17.A	18.C	19.A	20.D

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Đề số 90

BÀI KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM
Môn TOÁN RỜI RẠC 1
Thời gian làm bài: 30 phút

Câu 1. Một hộp đựng bi chứa các viên bi có kích thước thuộc một trong 19 loại và màu sắc thuộc một trong 2 màu khác nhau. Giả sử rằng số lượng mỗi loại bi là không hạn chế. Cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 19 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là:

A. 1084. **B.** 685. **C.** 686. **D.** 683.

Lời giải.

Theo nguyên lý Dirichlet, cần lấy ra ít nhất số viên bi trong hộp để chắc chắn rằng có ít nhất 19 viên bi giống nhau cả kích thước lẫn màu sắc là: $(19-1)*2*19+1=685$.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Gọi a_n số các xâu nhị phân có độ dài n và không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp. Khi đó, giá trị của a_5 là:

A. 24. **B.** 23. **C.** 25. **D.** 26.

Lời giải.

– Gọi xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$, trong đó, $x_i \in \{0,1\}$ với $i=0,1,...,n$
– Gọi $\overline{a_n}$ là số xâu nhị phân chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n.
– Do đó, a_n là số xâu nhị phân không chứa 3 chữ số 1 liên tiếp có độ dài n
Ta có : $\overline{a_0}=0$, $\overline{a_1}=0$, $\overline{a_2}=0$, $\overline{a_3}=1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu $x_n \neq 1 \Rightarrow \overline{a_n}=\overline{a_{n-1}}$.
- Nếu $x_n=1$, ta xét hai trường hợp sau:
  - Nếu $x_{n-1}\neq 1 \Rightarrow \overline{a_n}=\overline{a_{n-2}}$.
  - Nếu $x_{n-1}=1$, ta xét hai trường hợp sau:
    * Nếu $x_{n-2}\neq 1 \Rightarrow \overline{a_n}=\overline{a_{n-3}}$.
    * Nếu $x_{n-2}=1 \Rightarrow \overline{a_n}=2^{n-3}$.

Do đó: $\overline{a_n}=\overline{a_{n-1}}+\overline{a_{n-2}}+\overline{a_{n-3}}+2^{n-3}$.
$\Rightarrow \overline{a_5}=\overline{a_4}+\overline{a_3}+\overline{a_2}+2^2$.
$\Rightarrow a_5=2^5-\overline{a_5}.=24$

Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho xâu nhị phân $X=\{1,0,0,0,1,0,1,1\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 xâu nhị phân liền kề tiếp theo của X?

A. $(1,0,0,0,1,1,1,1)(1,0,0,0,1,1,1,0)(1,0,0,0,1,1,0,1)(1,0,0,0,1,1,0,0)$.
B. $(1,0,0,0,1,1,0,0)(1,0,0,0,1,1,0,1)(1,0,0,0,1,1,1,0)(1,0,0,0,1,1,1,1)$.
C. $(1,0,0,0,1,1,1,1)(1,0,0,0,1,1,0,1)(1,0,0,0,1,1,0,0)(1,0,0,0,1,1,1,0)$.
D. $(1,0,0,0,1,1,1,1)(1,0,0,0,1,1,0,0)(1,0,0,0,1,1,0,1)(1,0,0,0,1,1,1,0)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Xâu nhị phân bắt đầu được cho là: $1,0,0,0,1,0,1,1$.

- Các xâu nhị phân tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0$
  - $1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1$
  - $1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0$
  - $1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1$

Chọn đáp án B □

Câu 4. Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) có tổng chữ số là $N = 18$.

A. 462. **B**. 460. **C**. 453. **D**. 473.

Lời giải.

Gọi số thuận nghịch có dạng:

$$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_4x_3x_2x_1}, (x_1 \geq 1)$$

Vì tổng chữ số là $N = 18$ nên ta có phương trình:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 18.$$

Nên x_5 phải là một số chẵn. Vậy x_5 có thể nhận một trong các giá trị 0, 2, 4, 6, 8. Xét các bài toán con theo các giá trị của x_5:

- Xét bài toán con khi $x_5 = 0$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_5 = 0, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_0 = C_{11}^3 = 165.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 2$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 16 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_5 = 2, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_2 = C_{10}^3 = 120.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 4$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_5 = 4, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_4 = C_9^3 = 84.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 6$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_5 = 6, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_6 = C_8^3 = 56.$$

- Xét bài toán con khi $x_5 = 8$, tức là

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_5 = 8, x_1 \geq 1 \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là

$$N_8 = C_7^3 = 35.$$

Số nghiệm của bài toán đã cho là:

$$N = N_0 + N_2 + N_4 + N_6 + N_8 = 460.$$

Vậy, tổng số thuận nghịch có 9 chữ số với tổng là $N = 18$ là 460.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44$ thoả mãn $7 \geq x_1 \geq 5$, $x_2 \geq 5$, $6 \geq x_3 \geq 1$ là:

A. 94693. **B**. 94687. **C**. 94704. **D**. 94689.

Lời giải.

Phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44.$$

Điều kiện: $5 \leq x_1 \leq 7$, $x_2 \geq 5$, $1 \leq x_3 \leq 6$. Xét các bài toán con sau:

1. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 5, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm trong bài toán con này là:

$$N_1 = C_{38}^5 = 501942.$$

2. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 1$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 5, x_3 \geq 1, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_2 = C_{35}^5 = 324632.$$

3. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 5$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 5, x_2 \geq 5, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_3 = C_{32}^5 = 201376.$$

4. Bài toán con với trường hợp $x_1 \geq 8$ và $x_3 \geq 7$. Tức là:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 44, \\ x_1 \geq 8, x_2 \geq 5, x_3 \geq 7, x_i \geq 0, i = 4, 5, 6. \end{cases}$$

Số nghiệm của bài toán con này là:

$$N_4 = C_{29}^5 = 118755.$$

Tổng số nghiệm nguyên không âm của phương trình đã cho theo yêu cầu đề bài là:

$$N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 501942 - 324632 - 201376 + 118755 = 94689.$$

Chọn đáp án D □

Câu 6. Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán người đi du lịch dưới đây, chỉ ra phương án f^* được cập nhật đầu tiên.

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 21 & 16 & 16 \\ 17 & 0 & 13 & 6 & 11 \\ 5 & 17 & 0 & 6 & 9 \\ 10 & 8 & 13 & 0 & 15 \\ 10 & 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 47. **B**. 100. **C**. 104. **D**. 106.

Lời giải.

Ta có trường hợp nhánh cận đầu tiên có lộ trình sau:

$T_1 \to T_2 \to T_3 \to T_4 \to T_5$

Ta có chi phí di chuyển của nhánh cận này là:

$\delta = c[1,2] + c[2,3] + c[3,4] + c[4,5] + c[5,1]$

Thay vào công thức, ta có:

$\delta = 3 + 13 + 6 + 15 + 10 = 47$

Vậy chi phí di chuyển của nhánh cận đầu tiên là: δ =47.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Cho bài toán cái túi dưới đây.

$4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_4 \to max$

$3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 4x_4 \leq 10$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

Tìm giá trị của hàm cận trên cho bộ phận (1,1,0)

A. $g(1,1,0) = 10.0$. **B**. $g(1,1,0) = 8.5$. **C**. $g(1,1,0) = 9.5$. **D**. $g(1,1,0) = 10.5$.

Lời giải.

Đầu tiên, ta sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có:

$$\frac{4}{3} \geq \frac{5}{5} \geq \frac{3}{4} \geq \frac{1}{4}$$

Ta có cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_k + b_k.\frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Trong đó:

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Từ đó ta tính được $g(1,1,0) = 9.5$

Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho tập A = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, hoán vị liền kề tiếp theo của hoán vị $(7, 8, 5, 6, 1, 3, 9, 2, 4)$ là:

A. $(7, 8, 5, 6, 1, 3, 9, 4, 2)$. **B.** $(2, 8, 4, 6, 1, 5, 9, 7, 3)$.
C. $(2, 7, 8, 6, 3, 1, 9, 5, 4)$. **D.** $(4, 9, 3, 2, 5, 8, 7, 6, 1)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 5 của các phần tử của A theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 4 tổ hợp liền kề tiếp theo của tổ hợp $(2, 3, 5, 8, 9)$.

A. $(2, 3, 6, 7, 8)(2, 3, 7, 8, 9)(2, 3, 6, 8, 9)(2, 3, 6, 7, 9)$.
B. $(2, 3, 6, 8, 9)(2, 3, 7, 8, 9)(2, 3, 6, 7, 8)(2, 3, 6, 7, 9)$.
C. $(2, 3, 6, 7, 9)(2, 3, 6, 8, 9)(2, 3, 6, 7, 8)(2, 3, 7, 8, 9)$.
D. $(2, 3, 6, 7, 8)(2, 3, 6, 7, 9)(2, 3, 6, 8, 9)(2, 3, 7, 8, 9)$.

Lời giải.
Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $2, 3, 5, 8, 9$.
- Các tổ hợp tiếp theo được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 5 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $2, 3, 6, 7, 8$
  - $2, 3, 6, 7, 9$
  - $2, 3, 6, 8, 9$
  - $2, 3, 7, 8, 9$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_n = 81a_{n-1} - 2187a_{n-2} + 19683a_{n-3}$ với $n \geq 3$, và $a_0 = 6$, $a_1 = 540$, $a_2 = 55404$.

A. $a_n = (6 - 7n + 21n^2) \cdot (27)^n$. **B.** $a_n = (6 - 7n + 21n^3) \cdot (27)^n$.
C. $a_n = (6 + 7n + 21n^2) \cdot (27)^n$. **D.** $a_n = (6 - 7n - 21n^2) \cdot (27)^n$.

Lời giải.
Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là

$$r^3 - 81r^2 + 2187r - 19683 = 0.$$

Phương trình có nghiệm bội 3 là

$$r = 27.$$

Phương trình có dạng tổng quát là

$$a_n = (A_1 + A_2.n + A_3.n^2) \cdot (27)^n.$$

Từ các điều kiện ban đầu, ta tính được $A_1 = 6$, $A_2 = -7$, và $A_3 = 21$. Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi là

$$a_n = (6 - 7n + 21n^2) \cdot (27)^n.$$

Chọn đáp án A □

Câu 11. Giải hệ thức truy hồi sau: $a_{n+3} = 5a_{n+2} + 18a_{n+1} - 72a_n$ với n ≥ 0, $a_0 = -5, a_1 = 29, a_2 = 1$.

A. $a_n = 5 \cdot (-4)^n - 3 \cdot 3^n + 3 \cdot 6^n$. **B.** $a_n = -5 \cdot (-4)^n - 3 \cdot 3^n + 3 \cdot 6^n$.
C. $a_n = -5 \cdot (-4)^n + 3 \cdot 3^n - 3 \cdot 6^n$. **D.** $a_n = 5 \cdot (-4)^n + 3 \cdot 3^n + 3 \cdot 6^n$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi có dạng:

$$r^3 - 5r^2 - 18r + 72 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm của phương trình là: $r \in \{-4; 3; 6\}$
$\Rightarrow a_n = A_1 \cdot (-4)^n + A_2 \cdot 3^n + A_3 \cdot 6^n$
Vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -5 \\ a_1 & = 29 \\ a_2 & = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 & = -5 \\ -4A_1 + 3A_2 + 6A_3 & = 29 \\ 16A_1 + 9A_2 + 36A_3 & = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -5 \\ A_2 & = -3 \\ A_3 & = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_n = -5 \cdot (-4)^n - 3 \cdot 3^n + 3 \cdot 6^n$.
Chọn đáp án B □

Câu 12. Có bao nhiêu số nguyên trong đoạn từ 100 đến 6335 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6 và 14?

A. 2227. **B.** 2261. **C.** 2240. **D.** 2208.

Lời giải.

Bước 1: Tìm số các số chia hết cho 4, 6 và 14.

- Số các số chia hết cho 4 trong đoạn từ 100 đến 6335:

$$S_4 = \frac{6332 - 100}{4} + 1 = 1559$$

- Số các số chia hết cho 6 trong đoạn từ 100 đến 6335:

$$S_6 = \frac{6330 - 102}{6} + 1 = 1039$$

- Số các số chia hết cho 14 trong đoạn từ 100 đến 6335:

$$S_{14} = \frac{6328 - 112}{14} + 1 = 445$$

Bước 2: Tìm số các số chia hết cho bội chung của hai số.

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 6)$:

$$S_{4,6} = \frac{6324 - 108}{12} + 1 = 519$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(4, 14)$:

$$S_{4,14} = \frac{6328 - 112}{28} + 1 = 223$$

- Số các số chia hết cho $\text{BCNN}(6, 14)$:

$$S_{6,14} = \frac{6300 - 126}{42} + 1 = 148$$

Bước 3: Tìm số các số chia hết cho cả ba số.

- Số các số chia hết cho BCNN(4, 6, 14):

$$S_{4,6,14} = \frac{6300 - 168}{84} + 1 = 74$$

Bước 4: Áp dụng nguyên lý bù trừ.Theo nguyên lý bù trừ, số các số chia hết cho ít nhất một trong ba số là:

$$(1559 + 1039 + 445) - (519 + 223 + 148) + 74 = 2227.$$

Kết luận: Có **2227 số** trong đoạn từ 100 đến 6335 thỏa mãn điều kiện chia hết cho ít nhất một trong ba số 4, 6, và 14.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Xác định phương án tối ưu của bài toán cái túi dưới đây.

$2x_1 + 4x_2 + x_3 + 6x_4 \to max$

$x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 6$

x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

A. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0.$ **B.** $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$

C. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$ **D.** $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1.$

Lời giải.

Bước 1: Sắp xếp các đồ vật thỏa mãn

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Ở đây ta có $\frac{6}{1} \geq \frac{2}{1} \geq \frac{4}{4} \geq \frac{1}{2}$

Bước 2 (Lặp):

Lặp trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi:

$$\delta_k = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i.$$

- Trọng lượng còn lại của túi:

$$b_k = b - \sum_{i=1}^{k} a_i x_i.$$

- Cận trên của phương án bộ phận cấp k:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \delta_k + b_k . \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}.$$

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Phương án tối ưu tìm được: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1.$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 4 trong đó có 1 chữ cái (từ A đến Z) và 3 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong xâu?

A. 104286. **B**. 103875. **C**. 104000. **D**. 104105.

Lời giải.

Xét 4 trường hợp sau:

1. **Chọn 1 vị trí để đặt chữ cái** trong tổng số 4 vị trí. §ố cách chọn 1 vị trí từ 4 là:

$$C_4^1 = 4.$$

2. **Chọn 1 chữ cái** từ bảng chữ cái tiếng Anh (từ A đến Z)
Có 26 chữ cái, nên số cách chọn 1 chữ cái là:

$$26^1 = 26.$$

3. **Chọn 3 chữ số** từ dãy số 0 đến 9.
Có 10 chữ số (từ 0 đến 9), nên số cách chọn 3 chữ số là:

$$10^3 = 1000.$$

4. **Tính tổng số tổ hợp có thể tạo thành**:
Tổng số từ mã bằng cách nhân tất cả các kết quả:

$$\text{Số từ mã} = C_4^1 \times 26^1 \times 10^3.$$

$$\text{Số từ mã} = 4 \times 26 \times 1000 = 104000.$$

Kết quả:Có tổng cộng 104000 từ mã máy tính thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Cho xâu nhị phân $X = \{1, 1, 0, 1, 0, 0, 0\}$. Hãy xác định xem đó là xâu nhị phân thứ bao nhiêu nếu liệt kê theo thứ tự từ điển.

A. 104. **B**. 105. **C**. 178. **D**. 123.

Lời giải.

- Trong thứ tự tăng dần, số thứ tự của xâu 1101000 chính là giá trị thập phân của nó cộng thêm 1.
- Do giá trị thập phân là 104, số thứ tự nếu liệt kê theo thứ tự từ điển sẽ là 105.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập 6 của các phần tử của tập A. Hãy liệt kê 4 tổ hợp liền trước của tổ hợp $(1, 2, 3, 4, 6, 7)$.

A. $(1, 2, 3, 4, 5, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 6)(1, 2, 3, 4, 5, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 9)$.
B. $(1, 2, 3, 4, 5, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 6)$.
C. $(1, 2, 3, 4, 5, 8)(1, 2, 3, 4, 5, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 6)$.
D. $(1, 2, 3, 4, 5, 9)(1, 2, 3, 4, 5, 6)(1, 2, 3, 4, 5, 7)(1, 2, 3, 4, 5, 8)$.

Lời giải.

Lời giải:

- Tổ hợp bắt đầu được cho là: $1, 2, 3, 4, 6, 7$.
- Các tổ hợp liền trước được sinh ra dựa trên phương pháp sinh tổ hợp chập 6 theo thứ tự từ điển lần lượt là:
  - $1, 2, 3, 4, 5, 9$
  - $1, 2, 3, 4, 5, 8$

– $1, 2, 3, 4, 5, 7$
– $1, 2, 3, 4, 5, 6$

Chọn đáp án B □

Câu 17. Nghiệm riêng của hệ thức truy hồi $a_n = -36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ với n ≥ 2 và $a_0 = -11, a_1 = -270$ là:

A. $a_n = (11 + 26n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.
B. $a_n = (11 - 26n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.
C. $a_n = (-11 + 26n) \cdot (-18)^n$, với $n \geq 0$.
D. $a_n = (-11 - 26n) \cdot 18^n$, với $n \geq 0$.

Lời giải.

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi $a_n = -36a_{n-1} - 324a_{n-2}$ có dạng:

$$r^2 + 36r + 324 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (r + 18)^2 = 0 \Leftrightarrow r = -18$$

Do đó, nghiệm tổng quát của hệ thức truy hồi đã cho là:

$$a_n = A_1 \cdot r^n + A_2 \cdot n \cdot r^n = A_1 \cdot (-18)^n + A_2 \cdot n \cdot (-18)^n$$

vì:

$$\begin{cases} a_0 & = -11 \\ a_1 & = -270 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -11 \\ -18A_1 - 18A_2 & = -270 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 & = -11 \\ A_2 & = 26 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của hệ thức truy hồi là: $a_n = (-11 + 26n) \cdot (-18)^n$.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 4 câu hỏi. Thí sinh được 1 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai, giải thiết mỗi câu có 3 đáp án và các bạn đều điền hết các câu. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

A. 26. **B.** 13. **C.** 21. **D.** 17.

Lời giải.

Số điểm bài thi khác nhau là: 5.
Theo nguyên lý Dirichlet cần ít nhất số thí tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 5 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau là: $(5 - 1) * 5 + 1 = 21$

Chọn đáp án C □

Câu 19. Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài n và chứa một số chẵn bit 1. Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với $n = 5$.

A. 16. **B.** 25. **C.** 46. **D.** 13.

Lời giải.

– Xâu nhị phân có độ dài n có dạng $\overline{x_1x_2x_3...x_n}$.
– a_n là số các xâu hợp lệ có độ dài n.
Trường hợp 1 : $x_n \neq 1 \Rightarrow a_n = a_{n-1}$.
Trường hợp 2 : $x_n = 1 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$.
$\Rightarrow a_n = 2^{n-1}$
$\Rightarrow a_5 = 2^4 = 16$

Chọn đáp án A □

Câu 20. Có bao nhiêu tên biến trong ngôn ngữ lập trình C có độ dài 9 chỉ chứa hai chữ cái a, b và bắt đầu bởi aaa hoặc kết thúc bởi bb?

A. 186. **B.** 189. **C.** 176. **D.** 172.

Lời giải.

Số lượng các tên biến có độ dài 9, chỉ chứa hai chữ cái ‘a‘ và ‘b‘, bắt đầu bởi ‘aaa‘ hoặc kết thúc bởi ‘bb‘ có thể được tính như sau:

1. Các tên biến bắt đầu bởi aaa:

Hai ký tự đầu tiên đã cố định là aaa, do đó có 6 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 6 vị trí còn lại có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa là:

$$2^6 = 64$$

2. Các tên biến kết thúc bởi bb:
Hai ký tự cuối cùng đã cố định là bb, do đó có 7 ký tự đầu còn lại.
Mỗi ký tự trong 7 vị trí đầu có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến kết thúc bởi bb là:

$$2^7 = 128$$

3. Các tên biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb:
Hai ký tự đầu cố định là aaa và hai ký tự cuối cố định là bb, do đó có 4 ký tự còn lại.
Mỗi ký tự trong 4 vị trí ở giữa có 2 lựa chọn là ‘a‘ hoặc ‘b‘.
Số lượng biến bắt đầu bởi aaa và kết thúc bởi bb là:

$$2^4 = 16$$

Tổng số lượng tên biến hợp lệ:
Sử dụng nguyên lý bù trừ:

$$S = 2^6 + 2^7 - 2^4 = 64 + 128 - 16 = 176$$

Vậy có **176** tên biến hợp lệ.
Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ SỐ 90

1.B	2.A	3.B	4.B	5.D	6.A	7.C	8.A	9.D	10.A
11.B	12.A	13.B	14.C	15.B	16.B	17.C	18.C	19.A	20.C