

Chương 8

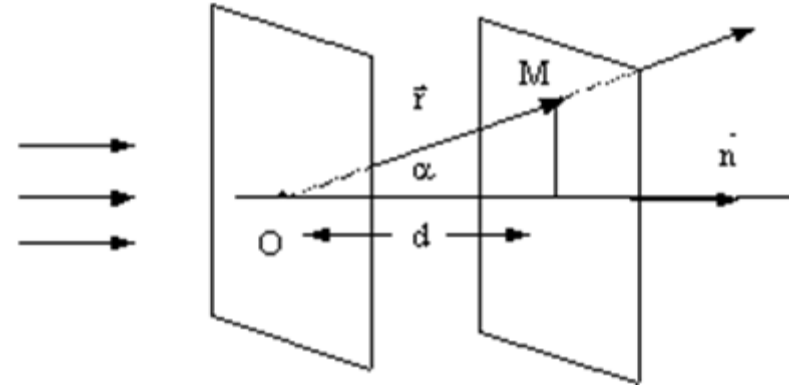
CƠ HỌC LƯỢNG TỬ

§1. LƯỠNG TÍNH SÓNG HẠT CỦA VI HẠT

I. Lượng tính sóng hạt của vi hạt

Phương trình dao động sáng tại O:

$$x(O) = A \cos \omega t = A \cos 2\pi \nu t$$



Phương trình dao động sáng tại mọi điểm trên mặt sóng qua M:

$$x(M) = A \cos \left[2\pi \nu \left(t - \frac{d}{c} \right) \right] = A \cos \left[2\pi \left(\nu t - \frac{d}{\lambda} \right) \right]$$

Gọi \vec{n} là véc tơ đơn vị theo phương truyền sóng, ta có: $d = r \cos \alpha = \vec{r} \cdot \vec{n}$

$$x(M) = A \cos \left[2\pi \left(\nu t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{\lambda} \right) \right] \rightarrow x(M) = A \cos \left[\frac{2\pi}{h} (E t - \vec{p} \cdot \vec{r}) \right]$$

§1. LƯỠNG TÍNH SÓNG HẠT CỦA VI HẠT

$$\text{thay } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$\rightarrow x(M) = A \cos \left[\frac{1}{\hbar} (Et - \vec{p}\vec{r}) \right]$$

Hàm sóng ký hiệu ψ :

$$\psi = \psi_0 \exp \left[-\frac{i}{\hbar} (Et - \vec{p}\vec{r}) \right] = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar} (Et - \vec{p}\vec{r})}$$

§1. LƯỠNG TÍNH SÓNG HẠT CỦA VI HẠT

II. Giả thuyết De Broglie về lưỡng tính sóng hạt của vi hạt

Một vi hạt tự do có năng lượng xác định, động lượng xác định thì tương ứng với một sóng phẳng đơn sắc.

Năng lượng của vi hạt:

$$E = h\nu$$

Động lượng của vi hạt:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Hàm sóng De Broglie của vi hạt tự do:

$$\psi = \psi_0 \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \left(Et - \vec{p}\vec{r}\right)\right]$$



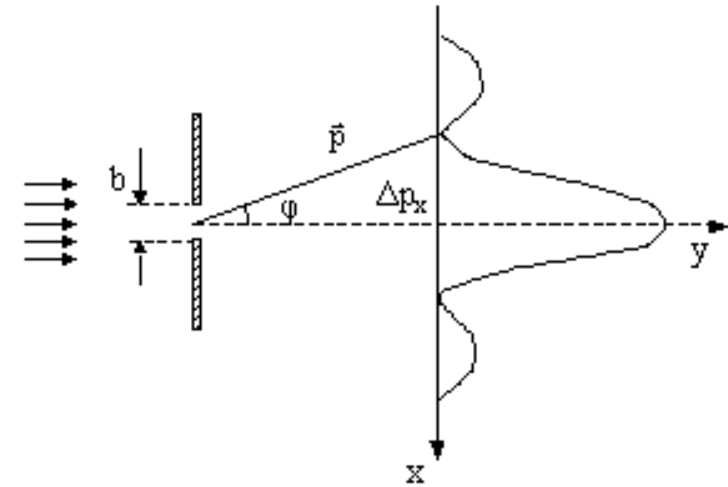
Louis de Broglie (Pháp)
1892 - 1987

§2. HỆ THỨC BẤT ĐỊNH HEISENBERG

Xét sự nhiễu xạ của chùm vi hạt qua khe hẹp độ rộng b .

Tọa độ của hạt khi đi qua khe hẹp: $0 \leq x \leq b$

Độ bất định về tọa độ : $\Delta x \approx b$



Hình chiếu véc tơ động lượng theo trục x : $0 \leq p_x \leq p \sin \varphi$

Độ bất định về hình chiếu động lượng theo trục x : $\Delta p_x \approx p \sin \varphi$

Xét trường hợp các hạt rơi vào cực đại giữa: $\Delta p_x \approx p \sin \varphi_1$

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{b}, \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\rightarrow \Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$$

Ý nghĩa:

Vị trí và động lượng của vi hạt không được xác định đồng thời. Quy luật vận động của vi hạt theo quy luật thống kê.

§2. HỆ THỨC BẤT ĐỊNH HEISENBERG

Hệ thức bất định giữa năng lượng và thời gian

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx h$$

Ý nghĩa: nếu năng lượng của hệ ở một trạng thái nào đó càng bất định thì thời gian để hệ tồn tại ở trạng thái đó càng ngắn và ngược lại,



Werner Heisenberg, Đức
1901 - 1976

Werner Karl Heisenberg là một nhà vật lý nổi danh của thế kỷ 20. Ông là một trong những người sáng lập ra thuyết cơ học lượng tử và đoạt giải Nobel vật lý năm 1932

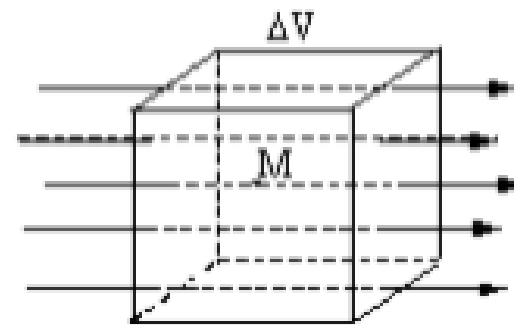
§3. HÀM SÓNG

Hàm sóng của vi hạt **tự do**:

$$\psi = \psi_o \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})\right] ; \quad \psi^* = \psi_o \exp\left[\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})\right]$$

$$\rightarrow \psi\psi^* = \psi_o^2 = |\psi|^2$$

Xét chùm hạt photon truyền trong không gian xung quanh điểm M.



Theo quan điểm sóng: Cường độ sáng tại M tỉ lệ với ψ_o^2

Theo quan điểm hạt:

Cường độ sáng tại M tỉ lệ với số hạt trong đơn vị thể tích bao quanh M

→ Số hạt trong đơn vị thể tích bao quanh M tỉ lệ với ψ_o^2

Vậy $\psi\psi^$ là mật độ xác suất tìm thấy hạt*

§3. HÀM SỐNG

Xác suất tìm thấy hạt trong thể tích V:

$$\int_V |\psi|^2 dV = 1$$

Điều kiện của hàm sóng

- Hàm sóng phải hữu hạn
- Hàm sóng phải đơn trị
- Hàm sóng phải liên tục
- Đạo hàm bậc nhất của hàm phải liên tục

§4. PHƯƠNG TRÌNH SCHRODINGER

I. Phương trình Schrodinger

Hàm sóng De Broglie:

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_o \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})\right] = \psi(\vec{r}) \exp\left[-\frac{i}{\hbar}Et\right]$$

$$\psi(\vec{r}) = \psi_o \exp\left[\frac{i}{\hbar}\vec{p}\vec{r}\right]$$

$$\psi(\vec{r}) = \psi_o \exp\left[\frac{i}{\hbar}(p_x x + p_y y + p_z z)\right]$$

§4. PHƯƠNG TRÌNH SCHRODINGER

$$\frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial x} = \frac{i p_x}{\hbar} \psi(\vec{r})$$

$$\frac{\partial^2 \psi(\vec{r})}{\partial x^2} = \frac{i p_x}{\hbar} \frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial x} = -\frac{p_x^2}{\hbar^2} \psi(\vec{r}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\frac{p_y^2}{\hbar^2} \psi(\vec{r}) \quad (2);$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\frac{p_z^2}{\hbar^2} \psi(\vec{r}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\frac{1}{\hbar^2} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) \psi = -\frac{1}{\hbar^2} p^2 \psi$$

§4. PHƯƠNG TRÌNH SCHRODINGER

Trong hệ tọa độ Đêcac

$$\Delta \psi(\vec{r}) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi(\vec{r})$$

$$\rightarrow \Delta \psi(\vec{r}) + \frac{p^2}{\hbar^2} \psi(\vec{r}) = 0$$

Gọi E_d là động năng của hạt:

$$E_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \text{ hay } p^2 = 2mE_d$$

$$\Delta \psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} E_d \psi(\vec{r}) = 0$$

§4. PHƯƠNG TRÌNH SCHRODINGER

Nếu hạt chuyển động trong trường lực có thế năng U không phụ thuộc vào thời gian: $E_{\text{đ}} = E - U$

Phương trình Schrodinger cho hạt ở trạng thái dừng;

$$\Delta\psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(\vec{r})] \psi(\vec{r}) = 0$$



Erwin Schrödinger, (Áo)
1887- 1961

ông nêu ra phương trình sóng mô tả trạng thái của hệ lượng tử (**phương trình Schrödinger phụ thuộc thời gian và dừng**) Ngoài ra, ông còn nghiên cứu trong những lĩnh vực khác như: cơ học thống kê và nhiệt động lực học, lý thuyết điện môi, điện động lực học, thuyết tương đối rộng và vũ trụ học, cũng như thử xây dựng một lý thuyết trường thống nhất.

Động lượng của vi hạt:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Hệ thức bất định Heisenberg:

$$\Delta x . \Delta p_x \approx h$$

$$\Delta E . \Delta t \approx h$$

Ví dụ 1. Electrôn không vận tốc ban đầu được gia tốc bởi một hiệu điện thế U. Tính U biết rằng sau khi gia tốc hạt chuyển động ứng với bước sóng de Broglie 2.10^{-10}m .

$$p = mv = \frac{h}{\lambda} \rightarrow v = \frac{h}{m\lambda}$$

$$eU = \Delta E_{\text{đ}} = \frac{mv^2}{2} \rightarrow U =$$

Ví dụ 2. Hạt electron có vận tốc ban đầu bằng không được gia tốc bởi một hiệu điện thế $U = 51\text{V}$ và 510 kV . Tìm bước sóng de Broglie của hạt sau khi được gia tốc.

Hiệu điện thế tăng tốc $U = 51\text{ V}$

$$eU = \Delta E_d = \frac{mv^2}{2} \rightarrow v =$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} =$$

Hiệu điện thế tăng tốc $U = 510\text{ KV}$

$$eU = \Delta E_d = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \rightarrow v =$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} = \frac{h \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v} =$$

Ví dụ 3. Hạt vi mô có độ bất định về động lượng bằng 1% động lượng của nó. Xác định tỷ số giữa độ bất định về vị trí của hạt và bước sóng de Broglie của hạt.

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{1}{100} =$$

$$\Delta x \cdot \Delta p = h; p = \frac{h}{\lambda} \rightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{p}{\Delta p} = 100$$

Ví dụ 4. Dựa vào hệ thức bất định cho năng lượng ước lượng độ rộng của mức năng lượng electron trong nguyên tử hydro ở trạng thái

a. Cơ bản ($n = 1$)

b. Kích thích với thời gian sống $\Delta t \sim 10^{-8}\text{s}$

a. Trạng thái cơ bản là trạng thái bền vững, do đó $\Delta t \rightarrow \infty$

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx h \rightarrow \Delta E \approx 0$$

b. Kích thích với thời gian sống $\Delta t \sim 10^{-8}\text{s}$

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx h \rightarrow \Delta E \approx \frac{h}{\Delta t} =$$