

Đề 1: 2a) Tìm hệ thức truy hồi và đk đầu để tính số các xâu nhị phân độ dài n và chứa 3 số 1 liên tiếp? Tính a_5 .

Giải: Đặt a_n là số các xâu nhị phân độ dài n và chứa 3 số 1 liên tiếp.

• Xét các trường hợp:

- Xâu có dạng: $\dots 111$: số xâu hợp lệ 2^{n-3}

- $\dots 0$: a_{n-1}

- $\dots 01$: a_{n-2}

- $\dots 011$: a_{n-3}

\Rightarrow Công thức truy hồi:

$$a_n = 2^{n-3} + a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} \quad (n \geq 3)$$

$$a_0 = a_1 = a_2 = 0$$

$$\Rightarrow a_3 = 2^0 = 1 ; a_4 = 2^1 + 1 = 3 ; a_5 = 2^2 + 3 + 1 + 0 = 8$$

Nguyễn Văn Bổng - B23 DCCN067.

Đề 2) 2a) a_n là số căn nhị phân không chứa 3 số 1 liên tiếp độ dài n .

~~1 căn độ dài n ($n > 3$) Đặt: $X_n = x_1 x_2 \dots x_n$~~

+ ~~X_n sẽ thuộc 1 trong các trường hợp sau:~~

- Gọi X là căn thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$$X = x_1 x_2 \dots x_n$$

- Căn X sẽ thuộc 1 trong các trường hợp sau:

$$+ X = x_1 \dots x_{n-1} 0 \Rightarrow \text{số căn thỏa mãn: } a_{n-1}$$

$$+ X = x_1 \dots x_{n-2} 01 \Rightarrow \text{ } a_{n-2}$$

$$+ X = x_1 \dots x_{n-3} 011 \Rightarrow \text{ } a_{n-3}$$

Ta có công thức truy hồi:

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} \quad (n \geq 4)$$

$$\text{ ~~$a_0 = a_1 = a_2 = 0$ $s_0 = 0, s$~~$$

$$a_1 = 2 \text{ (0 và 1)}; a_2 = 4 \text{ (00, 01, 10, 11)}$$

$$a_3 = 7 \text{ (tất cả số hợp trừ 111)}$$

⊛

Đề 3. 2a)

Gọi a_n là căn thập phân độ dài n chứa chính chữ số 1.

~~Gọi~~ $X = x_1 x_2 \dots x_n$ là căn thỏa mãn yêu cầu bài toán.

~~X sẽ thuộc 1 trong các trường hợp sau:~~

+ ~~$X = x_1 x_2 \dots$~~ Xét các trường hợp của X .

$$+ x_n \neq 1 \Rightarrow \text{số căn thỏa mãn: } 9a_{n-1}$$

$$\Rightarrow x_n = 1 \Rightarrow \text{số căn thỏa mãn: } 10^{n-1} - a_{n-1}$$

\Rightarrow Ta có công thức truy hồi:

$$a_n = 9a_{n-1} + 10^{n-1} - a_{n-1} = 10^{n-1} + 8a_{n-1} \quad (n \geq 1)$$

$$a_0 = 0$$

Nguyễn Văn Bổng - B23 ĐCIN 067

Đề 4) 2a) a_n là số căn âm đơn giản.

$X = x_1 x_2 \dots x_n$ là căn đơn giản.

Xét các TH:

+) $X = x_1 x_2 \dots x_{n-1} 1 \Rightarrow$ số căn đơn: a_{n-1}

$X = x_1 x_2 \dots x_{n-2} 10 \Rightarrow$ a_{n-2}

$X = x_1 \dots x_{n-2} 00 \Rightarrow$ 2^{n-3} (vì $x_1 = 1$)

$$\Rightarrow a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3} \quad (n > 3)$$

$$a_1 = a_2 = 0; a_3 = 1$$

$$\Rightarrow a_4 = 2 + 1 = 3$$

$$a_5 = 2^2 + 3 + 1 = 8$$

Đề 5.

Gọi căn hoàn hảo năm chữ là $X = x_1 \dots x_5$

Chọn vị trí cho 3 chữ cái: có C_3^5 cách

\Rightarrow 6 vị trí còn lại là các số

Với mỗi cách chọn vị trí: có $26^3 \cdot 10^6$ căn đơn

Vậy có $C_3^5 \cdot 26^3 \cdot 10^6$ căn hoàn hảo.

Đề 6) b_n là số căn 10^0 đơn (chấm số 0)

Gọi a_n là số căn đơn hoàn hảo năm chữ (có số 0)

$X = x_1 \dots x_n$ là căn hoàn hảo.

Xét các Trường hợp:

+) $x_n \neq 0 \Rightarrow$ số căn đơn: $9a_{n-1}$

+) $x_n = 0 \Rightarrow$ số căn đơn: $10^{n-1} - a_{n-1}$

$$\Rightarrow a_n = 10^{n-1} + 9a_{n-1}$$

Nguyễn Văn Bảnh - B23DCCN067

Đề 1) 3b) phương pháp liệt kê C_n^k dùng quay lui

- Dùng hàm đệ quy với tham số i , cho mảng X .

- Duyệt từ vị trí $j = X_{i-1} + 1$ đến $j = n - k + i$

- ~~Trang~~ Trong mỗi vòng lặp:

+ Gán ~~Đ~~ $X_i = j$

+ Nếu $i = k \Rightarrow$ trả về Kết quả

không thì gọi hàm đệ quy với tham số $i + 1$

Đề 2) 3b) Liệt kê hoán vị = pp sinh.

1) Thuật tạo căn hình:

- Hoán vị $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ được ~~đặt~~ đứng trước hoán vị $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ nếu \exists chữ số k sao cho $x_1 = y_1, x_2 = y_2, \dots, x_{k-1} = y_{k-1}, x_k < y_k$.
- Căn hình đầu tiên là $(1, 2, \dots, n)$
- ~~_____~~ cuối cùng là $(n, n-1, \dots, 1)$

2) Thuật toán sinh căn hình tiếp theo:

- Giả sử căn hình hiện tại là $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$
- Nếu $x_{i-1} > x_i \forall i \Rightarrow$ Thuật toán kết thúc.
- Gọi t là chữ số lớn nhất sao cho $x_t < x_{t+1}$
- Căn hình tiếp theo $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ được sinh ra như sau:
 - + $y_i = x_i \quad \forall i \leq t-1$
 - + $y_t = x_k$ với x_k là số nhỏ nhất trong tập $\{x_{t+1}, x_{t+2}, \dots, x_n\}$ và lớn hơn x_t
 - + y_{t+1}, \dots, y_n là dãy lộn ngược ~~đảo~~ từ dãy x_{t+1}, \dots, x_n sau khi đã đổi chỗ x_t và x_k

Đề 3) 3b)

- Giả sử căn hình hiện tại $X = (x_1, x_2, \dots, x_{10}) = (1, 3, 4, 5, 8, 6, 2, 7, 10, 9)$
- Có $t = 8$ là chữ số lớn nhất $x_t < x_{t+1}$
- Căn hình tiếp theo $X_1 = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ được sinh ra như sau:
 - + $y_i = x_i \quad \forall i = \overline{1, 7}$
 - + $y_8 = 9$
 - + $(y_9, y_{10}) = (7, 10)$

Vậy $X_1 = (1, 3, 4, 5, 8, 6, 2, 9, 7, 10)$

Tương tự ta có: $X_2 = (1, 3, 4, 5, 8, 6, 2, 9, 10, 7)$

$X_3 = (1, 3, 4, 5, 8, 6, 2, 10, 7, 9)$

$X_4 = (1, 3, 4, 5, 8, 6, 2, 10, 9, 7)$

$X_5 = (1, 3, 4, 5, 8, 6, 7, 2, 9, 10)$

Nguyễn Văn Bằng - B23DCN067

Đề 4) 3b)

- Gọi căn hình hiện tại là $X = (x_1 \dots x_5) = (2, 3, 5, 7, 9)$

- Ta có: $t = 4$ là chỉ số lớn nhất $t \leq m$

$$x_t < n - k + t \quad (7 < 9 - 5 + 4 = 8)$$

- Căn hình tiếp theo được xác định như sau,

$$y_i = x_i \quad \text{với } i = 1, 2, 3$$

$$y_4 = x_4 + 1 = 8, \quad y_5 = \cancel{x_5 + 1} \quad y_4 + 1 = 9$$

• Vậy căn hình tiếp theo là: $X_1 = (2, 3, 5, 8, 9)$

Tương tự các căn hình ta có:

$$X_2 = (2, 3, 6, 7, 8)$$

$$X_3 = (2, 3, 6, 7, 9)$$

$$X_4 = (2, 3, 6, 8, 9)$$

$$X_5 = (2, 3, 7, 8, 9)$$

Đề 5 Nguyễn Văn Bổng - B23DCEN067

3b) Got $X = \{5000; 5001; \dots 9999\}$

A_1 là tập các số $\in X$ chưa hết cho 8

Az _____ 12.

Ta có:

$$|A_1| = \frac{9992 - 5000}{8} + 1 = 625$$

$$|A_2| = \frac{9996 - 5004}{12} + 1 = 417$$

$$|A_1 \cap A_2| = \frac{9984 - 5016}{24} + 1 = 208$$

Vậy số các $s_i' \in X$ chia hết cho 8 hoặc 12 là :

$$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|$$
$$= 625 + 417 - 208 = 834$$

ĐỀ 6 3b) Cho $X = \{5000, 5001, \dots, 9999\}$

A_1 là tập các số $\in X$ chia hết cho 6

A_2 là tập các số $\in X$ chia hết cho 9

Ta có:

$$|A_1| = \frac{9996 - 5004}{6} + 1 = 833$$

$$|A_2| = \frac{9999 - 5004}{9} + 1 = 556$$

Tập các số ~~chia~~ $\in X$ chia hết cho 6 và 9 là các số: 18

$$\Rightarrow |A_1 \cap A_2| = \frac{9990 - 5004}{18} + 1 = 278$$

Vậy số các số $\in X$ chia hết cho 6 hoặc 9 là:

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2| &= |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2| \\ &= 1111 \end{aligned}$$