

Математическое моделирование

Лабораторная работа № 1

Гафоров Нурмухаммад

2026-02-10

1. Вводная часть
2. Теория: модель
3. Эксперимент: базовый
4. Эксперимент: параметрическое исследование
5. Итоги

1. 1. Вводная часть

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формулировку

1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение дифференциального уравнения

1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α

1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Изучить:

1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Изучить:
 - ▶ поведение функции $u(t)$

1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Изучить:
 - ▶ поведение функции $u(t)$
 - ▶ зависимость времени удвоения T_2

1.1 Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Изучить:
 - ▶ поведение функции $u(t)$
 - ▶ зависимость времени удвоения T_2
 - ▶ вычислительные особенности моделирования

- Рассмотреть модель экспоненциального роста как базовый пример

- Рассмотреть модель экспоненциального роста как базовый пример
- Проанализировать её математическое описание

- Рассмотреть модель экспоненциального роста как базовый пример
- Проанализировать её математическое описание
- Провести вычислительные эксперименты при различных значениях α

- Рассмотреть модель экспоненциального роста как базовый пример
- Проанализировать её математическое описание
- Провести вычислительные эксперименты при различных значениях α
- Представить результаты в графическом виде

2. 2. Теория: модель

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальное изменение величины описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u — текущее значение величины (например, численность, капитал)

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальное изменение величины описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u — текущее значение величины (например, численность, капитал)
- t — время

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальное изменение величины описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u — текущее значение величины (например, численность, капитал)
- t — время
- α — коэффициент роста

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальное изменение величины описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u — текущее значение величины (например, численность, капитал)
- t — время
- α — коэффициент роста
 - ▶ $\alpha > 0$ — наблюдается увеличение

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальное изменение величины описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u — текущее значение величины (например, численность, капитал)
- t — время
- α — коэффициент роста
 - ▶ $\alpha > 0$ — наблюдается увеличение
 - ▶ $\alpha < 0$ — происходит затухание

2.2 Решение и характеристики

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные свойства модели:

- увеличение α приводит к более быстрому росту

2.2 Решение и характеристики

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные свойства модели:

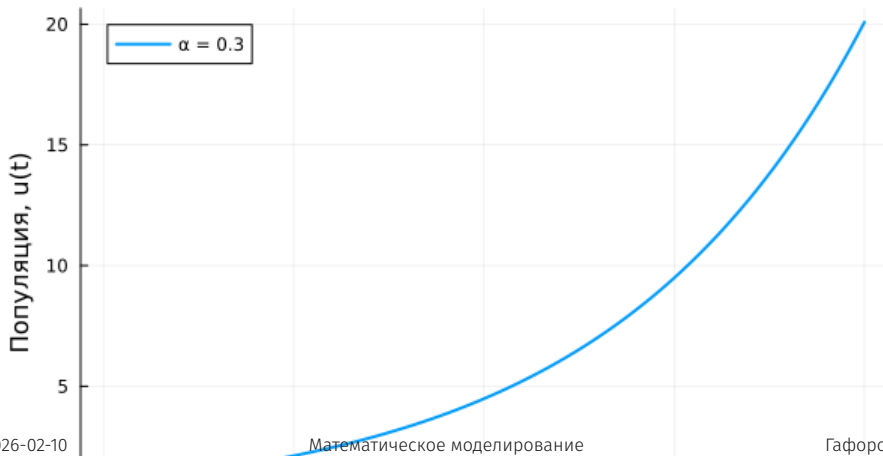
- увеличение α приводит к более быстрому росту
- при росте α время удвоения уменьшается

3. 3. Эксперимент: базовый

3.1 Базовый эксперимент ($\alpha = 0.3$)

- Исследовано поведение функции $u(t)$ на заданном промежутке времени

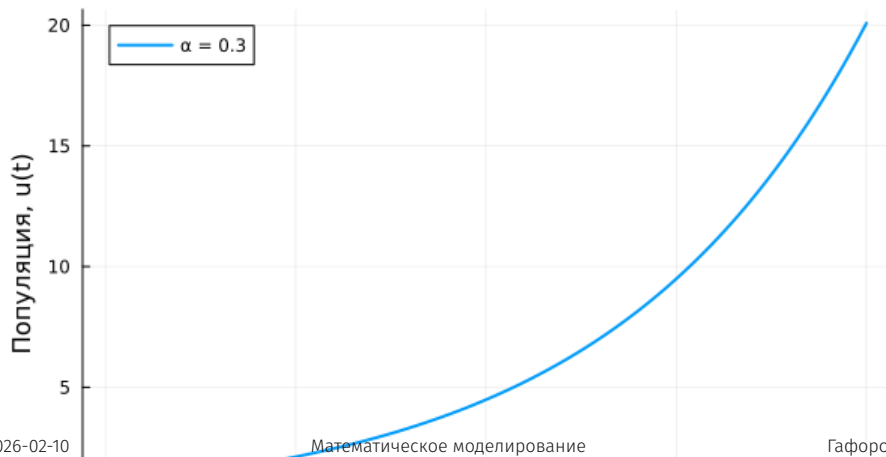
Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



3.1 Базовый эксперимент ($\alpha = 0.3$)

- Исследовано поведение функции $u(t)$ на заданном промежутке времени
- График демонстрирует типичную экспоненциальную динамику

Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



4. 4. Эксперимент: параметрическое исследование

4.1 Влияние α на рост

- Проведены расчёты для значений:



4.1 Влияние α на рост

- Проведены расчёты для значений:
 - ▶ $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$

Параметрическое исследование: влияние α на рост



4.1 Влияние α на рост

- Проведены расчёты для значений:
 - ▶ $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$
- При увеличении параметра система начинает расти значительно быстрее

Параметрическое исследование: влияние α на рост



4.2 Время удвоения

Теоретическая формула:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Результаты вычислений согласуются с теоретической зависимостью

Зависимость времени удвоения от α



4.2 Время удвоения

Теоретическая формула:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

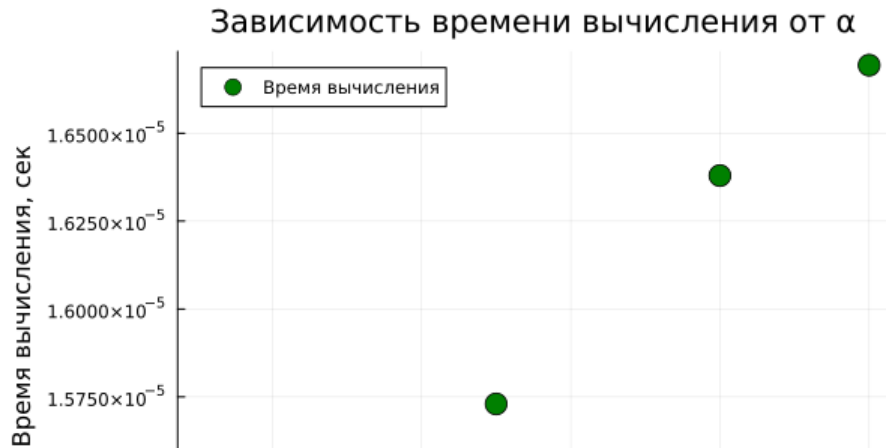
- Результаты вычислений согласуются с теоретической зависимостью
- С ростом α время удвоения уменьшается

Зависимость времени удвоения от α



4.3 Время вычислений

- Исследована зависимость времени расчёта от значения α



4.3 Время вычислений

- Исследована зависимость времени расчёта от значения α
- Изменения времени выполнения остаются незначительными

Зависимость времени вычисления от α



5. 5. Итоги



- Экспоненциальная динамика описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент α определяет интенсивность роста системы

- Время удвоения выражается формулой:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Численные эксперименты подтвердили теоретические зависимости

- Численные эксперименты подтвердили теоретические зависимости
- При увеличении α наблюдается:

- Численные эксперименты подтвердили теоретические зависимости
- При увеличении α наблюдается:
 - ▶ ускорение роста

- Численные эксперименты подтвердили теоретические зависимости
- При увеличении α наблюдается:
 - ▶ ускорение роста
 - ▶ уменьшение времени удвоения

- Численные эксперименты подтвердили теоретические зависимости
- При увеличении α наблюдается:
 - ▶ ускорение роста
 - ▶ уменьшение времени удвоения
 - ▶ незначительное увеличение вычислительных затрат