TỔNG HỢP CÁC DẠNG CÂU 1C ĐỀ THI VÀO 10 THPT MÔN TOÁN

DẠNG 1: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

➢ Nhận dạng: Tìm x để $P=?$

➢ Một số điều cần nhớ:

1) Với x TMĐK, ta có: …
2) Có thể nhân chéo (Chú ý: Nếu hai vế của phương trình đã cùng mẫu thì khử mẫu luôn mà không nhân chéo, tránh việc tăng bậc của phương trình)
3) Đối chiếu với ĐKXĐ sau khi tìm được x
4) Một số dạng phương trình đặc biệt:

❖ $A^2+B^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases}A=0\\B=0\end{cases}$

❖ $A^2+\sqrt{B}=0 \Leftrightarrow \begin{cases}A=0\\B=0\end{cases}$

❖ $\sqrt{A}=B \Leftrightarrow \begin{cases}B\ge 0\\A=B^2\end{cases}$

❖ $|P|-P=0 \Leftrightarrow |P|=P \Leftrightarrow P\ge 0$

❖ $|P|+P=0 \Leftrightarrow |P|=-P \Leftrightarrow P\le 0$

DẠNG 2: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

➢ Nhận dạng: Tìm x để $P\ge;\le;>;<?$

➢ Một số điều cần nhớ:

1) Với x TMĐK, ta có: …
2) KHÔNG nhân chéo

Chuyển vế - Quy đồng - Xét dấu tử mẫu

3) Cần chú ý phát hiện các biểu thức luôn dương ở tử và mẫu. Một số dạng quen thuộc:

$a\sqrt{x}+b\ (a,b>0);\ ax+b\sqrt{x}+c\ (Mode\ 5\to 3\to "i")$

➢ Nếu không có biểu thức luôn dương thì chia trường hợp.

4) Kết hợp với ĐKXĐ sau khi tìm được x
5) Một số đề bài phát triển:

❖ Phát triển 1: BPT thì cơ bản nhưng thêm điều kiện của x. Ví dụ:

- Tìm x nguyên lớn nhất để $P\ge ?$
- Tìm x nhỏ nhất để $P\le ?$
- Tìm số nguyên tố x để $P\ge ?$

❖ Phát triển 2: Phát triển "vỏ bọc" của BPT. HS cần "nhìn thấu" được "câu hỏi thực sự"

- Tìm x để $|P|>P$ → Tìm x để $P<0$
- Tìm x để $|P|\le P$ → Tìm x để $P\ge 0$
- Tìm x để $\sqrt{P}>a\ (a>0)$ → Tìm x để $P>a^2$
- Tìm x để $\sqrt{P}<a\ (a>0)$ → Tìm x để $0\le P<a^2$
- Tìm x để $P>\sqrt{P}$ → Tìm x để $P>1$
- Tìm x để $P\ge\sqrt{P}$ → Tìm x để $\left[\begin{array}{l}P=0\\P\ge 1\end{array}\right.$
- Tìm x để $P<\sqrt{P}$ → Tìm x để $0<P<1$
- Tìm x để $P\le\sqrt{P}$ → Tìm x để $0\le P\le 1$
- Tìm x để $P^2>P;...$ → Cứ thay P vào mà làm trực tiếp thôi!

❖ Phát triển 3: Mix cả phát triển 1 và phát triển 2

Ví dụ:

- Tìm x nguyên nhỏ nhất để $P>\sqrt{P}$

DẠNG 3: TÌM X NGUYÊN ĐỂ BIỂU THỨC NHẬN GIÁ TRỊ NGUYÊN

➢ Nhận dạng: x nguyên mà biểu thức cũng phải nguyên. (Double $\mathbb{Z}$)

➢ Một số điều cần nhớ:

1) Sử dụng kĩ thuật: Tách phần nguyên rồi xét ước
2) Thường có 02 dạng biểu thức hay gặp: bậc 1/bậc 1 và bậc 2/bậc 1

Ví dụ mẫu:

a) Bậc 1/bậc 1 (Làm như bình thường)

Tìm x nguyên để biểu thức $P=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$ nhận giá trị nguyên

(Nếu hệ số của $\sqrt{x}$ ở trên tử không chia hết cho hệ số của $\sqrt{x}$ ở dưới mẫu thì nhân thêm trên tử một số thích hợp)

b) Bậc 2/bậc 1

Tìm x nguyên để biểu thức $P=\dfrac{x+3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-1}$ nhận giá trị nguyên

Giải

+) Với $x\ge 0;x\ne 1$, ta có:

$$P=\frac{x+3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-1}=\frac{x-3}{\sqrt{x}-1}+3$$

(Chú ý: Nếu tử không có $\sqrt{x}$ thì skip bước tách này. Bước tách này dùng để chia trường hợp)

+) TH1: $x=3$ (TMĐK)

Khi đó: $P=3\in\mathbb{Z}$

Vậy, $x=3$ thoả mãn ycbt

+) TH2: $x\in\mathbb{Z};x\ne 3$

$\Rightarrow\sqrt{x}$ nguyên hoặc vô tỉ

➢ $\sqrt{x}$ vô tỉ $\Rightarrow\dfrac{x-3}{\sqrt{x}-1}\notin\mathbb{Z}\Rightarrow P\notin\mathbb{Z}$

➢ $\sqrt{x}$ nguyên. Khi đó, ta có:

$$P=\frac{x+3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{x}+4-\frac{2}{\sqrt{x}-1}$$

+) Vì $\sqrt{x}$ nguyên (cmt), nên để $P\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}\in\mathbb{Z}$ …(tự giải tiếp)

Chú ý: HS hay bỏ sót $x=3$ khi giải bài trên

3) Một số đề bài phát triển:

- Tìm x nguyên lớn nhất để P nguyên

DẠNG 4: TÌM X ĐỂ BIỂU THỨC NHẬN GIÁ TRỊ NGUYÊN

➢ Nhận dạng: Khác dạng 3, x KHÔNG nguyên.

➢ Một số điều cần nhớ:

1) Sử dụng kĩ thuật: "Kẹp giữa"
2) Thường là dạng bậc 1/ bậc 1
3) Xuất phát từ đánh giá: $\sqrt{x}\ge 0$

(Chú ý: Nếu điều kiện của đề bài là $x>0$ thì đánh giá xuất phát là $\sqrt{x}>0$)

Ví dụ mẫu:

Tìm x để biểu thức $P=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$ nhận giá trị nguyên

Giải

+) Với $x\ge 0$, ta có:

$$P=\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}=\frac{2\ \sqrt{x}+2\ -5}{\sqrt{x}+2}=2-\frac{5}{\sqrt{x}+2}$$

+) Với $x\ge 0$, ta có:

$\sqrt{x}\ge 0$

$\Leftrightarrow\sqrt{x}+2\ge 2$

$\Leftrightarrow 0<\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\le\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 0>-\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}\ge-\dfrac{5}{2}$

$\Leftrightarrow 2>2-\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}\ge-\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 2>P\ge-\dfrac{1}{2}$

Mà P là số nguyên $\Rightarrow P\in\{0;1\}$

(Với mỗi P nhận được ta tìm đc x tương ứng)

4) Một số đề bài phát triển:

❖ Phát triển 1: Thêm điều kiện của x

- Tìm x lớn nhất để P nguyên

❖ Phát triển 2: Thêm điều kiện của biểu thức P

- Tìm x để P nhận giá trị nguyên nhỏ nhất

❖ Phát triển 3: Mix cả PT1 và PT2

- Tìm x lớn nhất để P nhận giá trị nguyên âm

DẠNG 5: MAX – MIN

➢ Nhận dạng: Tìm giá trị lớn nhất/nhỏ nhất của biểu thức
(Đôi khi, đề hỏi: Tìm x để P nhận giá trị nhỏ nhất)

➢ Một số điều cần nhớ:

1) Các BĐT thường sử dụng là:

$\sqrt{x} \ge 0;\ a+b \ge 2\sqrt{ab}\ \ Cauchy$

$A \ge B > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{A} \le \frac{1}{B}$

2) Có 03 loại thường gặp là:

➢ Loại 1: $A = ax + b\sqrt{x} + c$

+) Nếu a, b cùng dấu thì đánh giá luôn từ $\sqrt{x} \ge 0$

+) Nếu a, b trái dấu thì biến đổi để tạo ra hằng đẳng thức

➢ Loại 2: Bậc 1/Bậc 1

+) Thực hiện bước tách rồi đánh giá xuất phát từ $\sqrt{x} \ge 0$

+) Mẫu thường có dạng: $a\sqrt{x} + b\ (a > 0; b > 0)$

(Chú ý: Nếu mẫu không có dạng trên thì x sẽ có thêm điều kiện bổ sung, ví dụ: số tự nhiên x, x nguyên dương...

➢ Loại 3: Bậc 2/ Bậc 1

+) Thực hiện bước tách và thêm bớt để xuất hiện A và B sao cho A.B = const. Từ đó, mới áp dụng BĐT Cauchy

+) Phát triển Loại 3: Bậc 1/ Bậc 2

Ta sẽ xét biểu thức nghịch đảo và tìm MIN của biểu thức đó. Rồi lật ngược lại, ta sẽ có MAX của biểu thức ban đầu.

3) Chú ý:

- Ở dạng 5, đề bài sẽ yêu cầu tìm GTLN/GTNN. Tuy nhiên, nếu đề hỏi tìm x để P nhận GTLN/GTNN thì HS thường hay nhầm lẫn sang các phát triển của Dạng 3 + 4.

VẬY, LÀM SAO ĐỂ KHÔNG NHẦM??

➢ Dạng phát triển 3 + 4 thì P đều phải NGUYÊN.
Còn dạng 5 thì P KHÔNG NGUYÊN

DẠNG 6: SO SÁNH

➢ Nhận dạng: So sánh hai biểu thức
Đôi khi, đề yêu cầu: Chứng minh rằng: P > ?

➢ Một số điều cần nhớ:

1) Bài toán gốc: So sánh P và $a\ (a \in \mathbb{R})$

➢ Phương pháp:

+) Xét hiệu $P - a$

+) Sử dụng các đánh giá cơ bản để xem hiệu trên âm hay dương.

2) Một số dạng phát triển

2.1) So sánh P và $|P| \to$ So sánh P và 0

+) Nếu $P > 0$ thì $|P| = P$

+) Nếu $P < 0$ thì $|P| > P$

2.2) So sánh P và P^2

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{So sánh } P \text{ và } 1 \\ \text{So sánh } P \text{ và } 0 \end{array} \right.$

+) Nếu $P < 0$ thì $P^2 > P$

+) Nếu $0 < P < 1$:

$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow P < 1 \Rightarrow P - 1 < 0 \\ \text{Mà } P > 0 \text{ (cmt)} \end{array} \right\} \Rightarrow P(P-1) < 0$

$\Rightarrow P^2 - P < 0$

$\Rightarrow P^2 < P$

+) Nếu $P > 1$:

$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow P > 1 \Rightarrow P - 1 > 0 \\ \text{Mà } P > 1 > 0 \text{ (cmt)} \end{array} \right\} \Rightarrow P(P-1) > 0$

$\Rightarrow P^2 - P > 0$

$\Rightarrow P^2 > P$

2.3) So sánh P và $\sqrt{P} \to$ So sánh P và 1

(Chú ý: Dạng này thường biểu thức P sẽ luôn không âm rồi!)

+) Nếu $P > 1$ thì $\sqrt{P} > 1 \Rightarrow P > \sqrt{P}$

+) Nếu $0 \le P < 1$ thì $\sqrt{P} < 1 \Leftrightarrow P < \sqrt{P}$

DẠNG 7:
TÌM m ĐỂ PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM

➢ Kiến thức cần nhớ:

- Xét phương trình: $ax + b = 0\quad 1$

+) Nếu $a = 0$ và $b = 0$ thì PT (1) có vô số nghiệm.

+) Nếu $a = 0$ và $b \ne 0$ thì PT (1) vô nghiệm.

+) Nếu $a \ne 0$ thì PT (1) có nghiệm duy nhất là: $x = \frac{-b}{a}$

Vậy, dựa vào kiến thức trên:

+) Để PT (1) có nghiệm

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} a = 0 \\ b = 0 \end{array} \right. \\ a \ne 0 \end{array} \right.$

+) Để PT (1) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow a \ne 0$

ÁP DỤNG KIẾN THỨC TRÊN VÀO CÂU 1C

Ví dụ minh hoạ:

Cho biểu thức $P = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$. Tìm m để $P = m$ có nghiệm duy nhất.

Giải

+) ĐKXĐ: $x \ge 0;\ x \ne 9$

+) Với $x \ge 0;\ x \ne 9$, ta có:

$P = m\quad (1)$

$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = m$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 1 = m\sqrt{x} - 3m$

$\Leftrightarrow (2-m)\sqrt{x} + (1+3m) = 0\quad (2)$

+) Để PT (1) có nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow$ PT (2) có nghiệm duy nhất TMĐK

$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2 - m \ne 0 \\ \sqrt{x} = \frac{1+3m}{2-m} \end{array} \right.$

$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2 - m \ne 0 \\ \sqrt{x} = \frac{1+3m}{2-m} \ne 3\quad Do\ x \ne 9 \\ \frac{1+3m}{2-m} \ge 0 \end{array} \right.$

... (HS tự giải tiếp)

Thân tặng 9SB1 của Thầy!
Chúc các con thành công!

- N. D. T -

"Trên con đường thành công
Không có dấu chân của kẻ lười biếng"