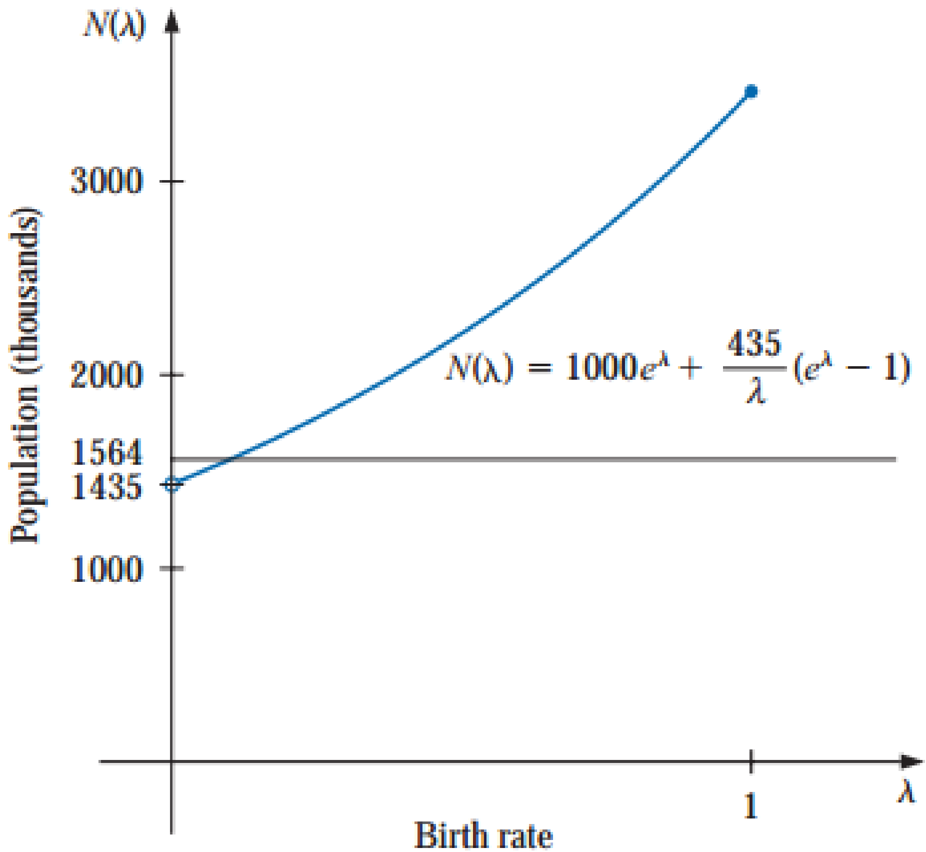
Chương 2. Giải gần đúng phương trình

Bài 2.0. Mở đầu

Sự tăng trưởng của dân số thường có thể được mô hình hóa trong khoảng thời gian ngắn bằng cách giả định rằng dân số tăng liên tục theo thời gian tỷ lệ thuận với con số hiện tại vào thời điểm đó. Giả sử N (t) biểu thị số lượng trong dân số tại thời điểm t và λ biểu thị tỷ lệ sinh không đổi của dân số. Khi đó dân số thỏa mãn phương trình vi phân

$$\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t),$$

nghiệm của phương trình là $N(t)=N_0e^{\lambda t}$, ở đây N_0 là dân số ban đầu.



Mô hình hàm mũ này chỉ có giá trị khi dân số bị cô lập, không có người nhập cư. Nếu nhập cư được phép ở tốc độ không đổi v, thì phương trình vi phân trở thành

$$\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) + v,$$

Nghiệm của nó là:

$$N(t) = N_0 e^{\lambda t} + \frac{v}{\lambda}(e^{\lambda t} - 1).$$

Giả sử ban đầu có N (0) = 1.000.000 người, và có tới 435.000 người nhập cư vào cộng đồng trong năm đầu tiên vậy N (1) = 1.564.000 cá nhân có mặt vào cuối năm đầu tiên. Để xác định tỷ lệ sinh của cộng đồng dân số này, chúng ta cần tìm trong phương trình

$$1{,}564{,}000 = 1{,}000{,}000e^{\lambda} + \frac{435{,}000}{\lambda}(e^{\lambda} - 1).$$

Không thể giải một cách chính xác giá trị λ trong phương trình này, nhưng các phương pháp tính được thảo luận trong chương này có thể được sử dụng để tính gần đúng nghiệm của các phương trình của loại này với một độ chính xác cao tùy ý. Giải pháp cho vấn đề cụ thể này được xem xét trong Bài tập 24 của Mục 3.3.