Übungsblatt 1

24. Februar 2022

Aufgabe 1

Wie viele Stellen n benötigt man, um die folgenden dezimalen Zahlen als n-stellige Gleitpunktzahlen im Dezimalsystem darzustellen?

$$x_1 = 0.00010001,$$
 $x_2 = 123001,$ $x_3 = \frac{4}{5},$ $x_4 = \frac{1}{3}.$

Aufgabe 2

Wie viele verschiedene Maschinenzahlen gibt es auf einem Rechner, der 20-stellige Gleitpunktzahlen mit 4-stelligen Exponenten sowie dazugehörige Vorzeichen im Dualsystem verwendet? Wie lautet die kleinste positive und die grösste Maschinenzahl?

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die absolute und die relative Konditionierung der Aufgabenstellung

$$y = \sqrt{x}$$

(Hinweis: Eindimensional und differenzierbar...).

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$

- 1. Berechnen Sie f(0.001) einmal in dreistelliger dezimaler Gleitpunktrechnung und einmal "exakt", d.h. mit der Präzision Ihres Taschenrechners. Bestimmen Sie den relativen Fehler des Ergebnisses der dreistelligen Rechnung.
- 2. Bestimmen Sie einen Funktionsausdruck für f(x), der für $x \to 0$ numerisch besser ist, als der oben angegebene. *Hinweis:* Eine Möglichkeit besteht darin, das Additionstheorem $\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$ zu verwenden.
- 3. Bestimmen Sie die relative Konditionszahl von f(x) in Abhängigkeit von x und deren Grenzwert für $x \to 0$.

1