Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

School of Engineering

SiSy-Praktikum 3
Fourierreihe

Zielsetzung

In diesem Praktikum sollen die Fourier-Koeffizienten bzw. die Amplituden der Harmonischen von einem periodischen Signal numerisch berechnet werden.

Aufgabe 1: Num. Approximation der Fourierreihe, gleichgerichtetes Sinus-Signal

Die Spannung am Ausgang eines Doppelweggleichrichters vor der Mittelung sei gegeben durch

$$s(t) = S_p \cdot |\sin(2\pi f_0 t)|$$

wobei f_0 = 50 Hz und S_p = 1V.

Lösen Sie die folgenden Teilaufgaben mit Matlab oder Python.

Nebenbei: siehe Funktionsweise der Doppelweggleichrichter-Schaltung.

a) Plotten Sie s(t) im Zeitintervall $[0,T_0]$ mit Hilfe von N = 1000 Stützwerten.

Bemerkungen:
- Für das Abtastintervall gilt: $T_s = T_0 / N = (1/f_0) / N = 20\ \mu s$.
- Sie können die Vorlagen `plotsignal.m` oder `plotsignal.py` verwenden.

b) Approximieren Sie den DC-Wert bzw. linearen Mittelwert S_0 von s(t) und zeichnen Sie ihn gestrichelt in die Abbildung von a) ein.

Bemerkung: Der lineare Mittelwert S_0 kann mit N äquidistanten Stütz- bzw. Abtastwerten einer Periode ($T_0=N \cdot T_s$) von s(t) numerisch wie folgt approximiert werden:

$$S_0 = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} s(t)\cdot dt \approx \frac{1}{NT_s}\sum_{n=0}^{N-1} s(n\cdot T_s)\cdot T_s = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} s[n]$$

Die Approximation ist natürlich umso genauer, je grösser N bzw. je kleiner T_s ist.

c) Approximieren Sie die Leistung P_n im Zeitbereich und vergewissern Sie sich, dass ein Sinus-Signal und ein Sinus-Betragssignal die gleiche Leistung P_n = 0.5 haben.

Bemerkung: Die mittlere normierte Leistung P_n kann mit N äquidistanten Stütz- bzw. Abtastwerten einer Periode ($T_0=N \cdot T_s$) von s(t) numerisch wie folgt approximiert werden:

$$P_n = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} s^2(t)\cdot dt \approx \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} s^2[n]$$

d) Approximieren Sie die ersten 10 Fourierkoeffizienten A_k, B_k und M_k, k = 0…10 und betrachten Sie die Werte.

Plotten Sie dann das (einseitige) M_k-Betragsspektrum im Frequenzbereich $[0…10·f_0]$.

Bemerkungen zur Verifikation:
- Vergewissern Sie sich, dass $M_0=S_0$!
- Die Grundfrequenz von $\sin(2\pi f_0 t)$ ist f_0, die Grundfrequenz von s(t) ist wegen der Betragsbildung aber $2f_0$. Das muss im M_k-Betragsspektrum sichtbar sein!

e) Approximieren Sie die mittlere normierte Leistung P_n mit dem Satz von Parseval und vergewissern Sie sich, dass die Leistungsberechnungen im Zeit- und Frequenzbereich identisch sind.

f) Approximieren Sie s(t) mit dem DC-Wert und mit der 1. cos-Harmonischen, die nicht verschwindet, und plotten Sie s(t) und die Approximation $s_{app}(t)$ in der gleichen Abbildung.

An welchen Stellen ist die Approximation gut bzw. weniger gut und warum?

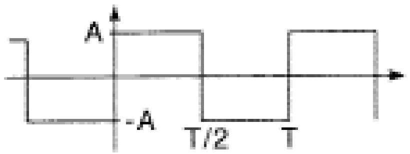
Aufgabe 2: Num. Approximation der Fourierreihe von periodischen Signalen

Approximieren Sie numerisch die Fourierkoeffizienten A_k und B_k von einem oder von mehreren der weiter unten dargestellten Signale bzw. Zeitfunktionen f(t) und verifizieren Sie die angegebenen zugehörigen Fourierreihen-Formeln.

Tabelle: Fourier-Reihen aus Kapitel 7.2.6 aus R. Kories, H. Schmidt-Walter, „*Taschenbuch der Elektrotechnik*“, 9., korrigierte Auflage, Verlag Harri Deutsch, 2010.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

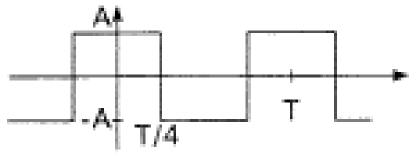
(1)



antisymmetrische Rechteckfunktion, Tastgrad 0.5, gleichanteilfrei

$$f(t) = A \cdot \frac{4}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t \ldots \right)$$

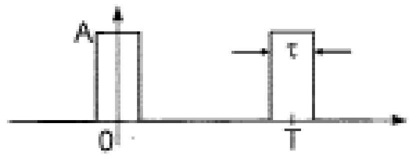
(2)



symmetrische Rechteckfunktion, Tastgrad 0.5, gleichanteilfrei

$$f(t) = A \cdot \frac{4}{\pi} \left(\cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t - \ldots \right)$$

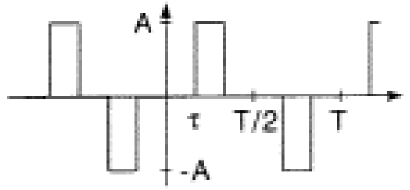
(3)



Rechteckimpulse, Tastgrad τ/T

$$f(t) = A \cdot \frac{\tau}{T} + A \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \left(\sin \pi \frac{\tau}{T} \cdot \cos \omega t + \frac{1}{2} \sin \pi \frac{2\tau}{T} \cdot \cos 2\omega t + \ldots \right)$$

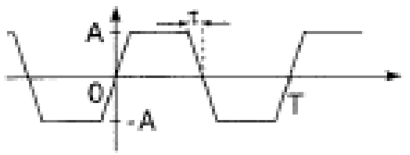
(4)



Bipolarer Rechteckimpuls, Halbwellensymmetrie, Hilfsgröße $\varphi = 2\pi\tau/T$.

$$f(t) = A \cdot \frac{4}{\pi} \left(\frac{\cos \varphi}{1} \sin \omega t + \frac{\cos 3\varphi}{3} \sin 3\omega t + \frac{\cos 5\varphi}{5} \sin 5\omega t + \ldots \right)$$

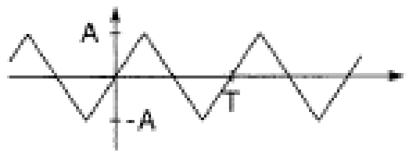
(5)



Trapezschwingung, Anstiegszeit = Abfallzeit = τ. Hilfsgröße $a = 2\pi\tau/T$.

$$f(t) = \frac{A}{a} \cdot \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sin a}{1^2} \sin \omega t + \frac{\sin 3a}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{\sin 5a}{5^2} \sin 5\omega t + \ldots \right)$$

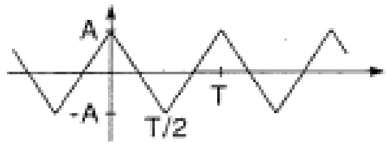
(6)



antisymmetrische Dreieckschwingung mit Halbwellensymmetrie, gleichanteilfrei

$$f(t) = A \cdot \frac{8}{\pi^2} \left(\sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t - \ldots \right)$$

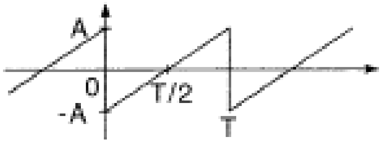
(7)



symmetrische Dreieckschwingung mit Halbwellensymmetrie, gleichanteilfrei

$$f(t) = A \cdot \frac{8}{\pi^2} \left(\cos \omega t + \frac{1}{3^2} \cos 3\omega t + \frac{1}{5^2} \cos 5\omega t + \ldots \right)$$

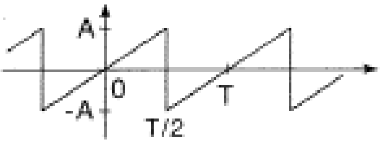
(8)



Sägezahnschwingung, gleichanteilfrei, Antisymmetrie

$$f(t) = -A \cdot \frac{2}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \ldots \right)$$

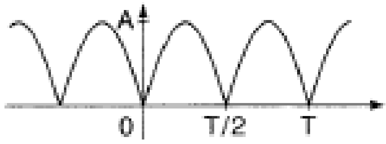
(9)



Sägezahnschwingung, gleichanteilfrei, Antisymmetrie

$$f(t) = A \cdot \frac{2}{\pi} \left(\sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t - \ldots \right)$$

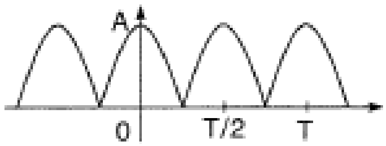
(10)



Sinusschwingung nach Doppelweg-Gleichrichtung, Vollwellensymmetrie, T: Periode der Netzfrequenz

$$f(t) = A \cdot \frac{2}{\pi} - A \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t + \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t + \ldots \right)$$

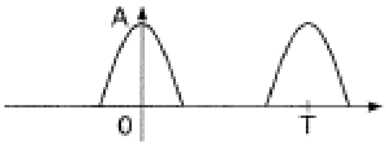
(11)



Kosinusschwingung nach Doppelweg-Gleichrichtung, Vollwellensymmetrie, T : Periode der Netzfrequenz

$$f(t) = A \cdot \frac{2}{\pi} + A \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t - \ldots \right)$$

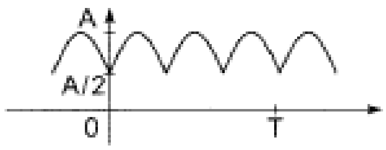
(12)



Kosinusschwingung nach Einweggleichrichtung

$$f(t) = A \cdot \frac{1}{\pi} + A \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cos \omega t + \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t - \ldots \right)$$

(13)



Gleichgerichteter Drehstrom, T: Periode der Netzfrequenz.

$$f(t) = A \cdot \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot 4} \cos 3\omega t - \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t - \frac{1}{8 \cdot 10} \cos 9\omega t - \ldots \right)$$