

COMPARACIÓN DE CONTROLADORES DE POSICIÓN EN MANIPULADOR DE BARRA DE 1 DOF

Control Avanzado
Departamento de Ingeniería Mecatrónica
Universidad Autónoma de Bucaramanga
02 de Junio del 2024

Portilla Corredor Paula Andrea,
U00139413
Castro Caicedo Neil Sebastián,
U00131867
Delgado Maestre Hubert Armando,
U00091396

INTRODUCCIÓN

Durante la materia Control Avanzado 2024-I en la Universidad Autónoma de Bucaramanga (UNAB), se abordaron y aplicaron diversas técnicas de control a través de los laboratorios realizados. Este artículo tiene como propósito comparar las técnicas implementadas, analizando su desempeño y eficiencia. A partir de esta evaluación, se pretende extraer conclusiones que aporten al entendimiento y mejora de los métodos de control de un manipulador de una barra de 1 DOF.

OBJETIVO GENERAL

Comparar y evaluar el rendimiento de diferentes controladores (PID, LQR, Control de Espacio de Estados y Robusto) utilizados en un manipulador con un grado de libertad (1 DOF) para determinar cuál ofrece mejor precisión, mayor rango y eficiencia en el control del movimiento.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar distintos tipos de controladores con tiempo de establecimiento cercanos entre sí.
- Programar un sistema embebido para la lectura y control del manipulador.
- Implementar distintas técnicas para minimizar los efectos del motor y tren de engranajes.
- Implementar controladores que permitan al manipulador de 1 DOF alcanzar valores de aprox. 60° .
- Comparar los datos obtenidos de los distintos laboratorios realizados durante el semestre.

MODELO MATEMATICO

Antes de plantear las ecuaciones dinámicas se debe aclarar el diseño del manipulador el cual consta de un motor y una barra que están interconectadas mediante un tren de engranajes 120:1.

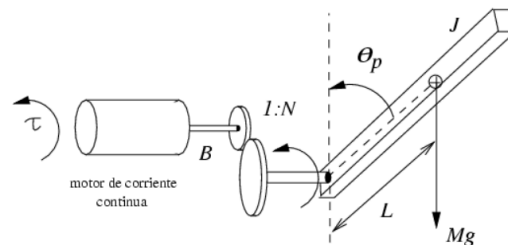


Figura 1. Control de posición de una barra de 1 DOF.

Las ecuaciones dinámicas planteadas son las siguientes:

1. $V_{in}(t) = \frac{VCC}{100} * PWM$
2. $V_{in}(t) = R(t)i_a + L_a \frac{di(t)}{dt} + k_v * W_m(t)$
3. $W_m(t) = \frac{d\theta_m}{dt}$
4. $K_i * i(t) - B_m * W_m(t) - T_1(t) = J_m \frac{d^2\theta_m}{dt^2}$
5. $T_2(t) - B_L * W_L - T_p = J_L \frac{d^2\theta_L}{dt^2}$
6. $T_p = m * g * L * \sin(\theta_L)$

Vcc : [V] Voltaje
 Ro : [Ohms] Resistencia motor
 Lo : [H] Inductancia motor
 Kvo : [V/rad s] Cte contraelectromotriz motor
 Kio : [Nm/A] Cte par del motor
 no : Relación caja de engranajes
 Jmo : [Kg.m2] Inercia motor
 Jlo : [Kg.m2] Inercia barra
 Bmo : [Kg/s] Fricción viscosa motor
 Blo : [Kg/s] Fricción viscosa barra
 mo : [kg] masa de la barra
 do : [m] Distancia del eje al centro de gravedad
 go : [m/s^2] Gravedad

Ecuación 1. Ecuaciones diferenciales para la planta planteada.

REPRESENTACIÓN EN ESPACIO DE ESTADOS

Para el punto de equilibrio se asume x_{20} y x_{30} .

$$\begin{aligned} x_{20} &= \theta_L \\ x_{10} &= m_0 * g_0 * d_0 \frac{\sin(x_{20})}{*K_{io}} \\ x_{30} &= 0 \\ V_{in0} &= R_0 * x_{10} \end{aligned}$$

Ecuación 2. Expresión simbólica del punto de equilibrio.

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a \\ \theta_L \\ W_L \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{K_v+n}{L} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_i+n}{J_m n^2+J_l} & -\frac{d_0 g_0 m \cos(x_2)}{J_m n^2+J_l} & -\frac{B_m n^2+B_l}{J_m n^2+J_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_{in} + \begin{bmatrix} 0 \\ T_L \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_L \\ W_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_{in}$$

Ecuación 3. Espacio de estados del modelo lineal.

ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DE LA PLANTA

Para la parte generadora de movimiento se tiene:



Figura 2. Motorreductor Encoder-SJ01 con encoder.

Voltaje de operación del motor: 3V ~ 7.5V

Voltaje: 6V a 160 RPM

Voltaje de operación del encoder: 4.75V ~ 7.5V

Corriente sin carga a 6V: 17mA

RPM: 160

Relación: 120:1

Máximo torque: 0.8kgf*cm
 Resolución: 16 pulsos por vuelta
 Temperatura de operación: - 10°C ~ 60°C
 Peso: 50g

Para la barra la cual ejerce un torque aprox. del 70% del torque máximo del motor se tiene:



Figura 3. Modelo 3D barra de hierro.

Masa = 0.1.7244 [Kg]
 Material = Hierro dúctil
 Volumen = 0.00002429 [m3]
 Longitud = 0.13261 [m]
 Centro de gravedad = 0.06861 [m]
 Distancia c.gravedad-eje = 0.04762 [m]
 Momento de inercia =
 8.403161000000001e-05 [kg*m^2]

Por último, antes de realizar los diseños de los controladores se requiere realizar una estimación de parámetros con datos de posición, velocidad y pwm tomados a lazo abierto, de esta manera se ajustan los parámetros iniciales en función de los datos experimentales para que el modelo entregue una mayor exactitud.

```
% DATOS ESTIMADOS
R0 = 12; %ESTIMADA
L0 = 0.171319600851342; %ESTIMADA
Ki0 = 0.00160119572488985; %ESTIMADA
Kv0 = 0.00313545752318492; %ESTIMADA
Jm0 = 2.13190246911322e-07; %ESTIMADA
Bm0 = 1.07240481196771e-08 %ESTIMADA;
n0 = 120; % Relación de engranajes
Jl0 = 0.000244979327240305; %ESTIMADA
Bl0 = 1.33884099995416e-05 %ESTIMADA
m0 = 0.17244; % Masa de la barra [kg]
d0 = 0.06862-0.021; % Distancia del eje al centro de gravedad [m]
g0 = 9.81; % gravedad [m/s^2]
```

Ecuación 4. Parámetros finales del modelo lineal.

Ahora bien, cada técnica de control como lo es PID, LQR, espacio de estados y robusto tiene subtecnicas, en este artículo se va a comparar únicamente la mejor subtecnica de cada técnica de control, para ver los resultados de cada subtecnica se recomienda leer el laboratorio correspondiente a cada técnica de control.

Cabe aclarar que cada controlador fue montado en un microcontrolador Arduino con el mismo periodo de muestreo, 30 [ms].

COMPENSADOR DE ZONA MUERTA Y BACKSLASH

El motor antes de frenar por completo debido a la fricción viscosa genera un leve movimiento debido a la holgura del tren de engranajes, esto se tomó como el "intento de movimiento" para esto se basamos en la lectura de la variable en y sus respectivas memorias, de esta manera podemos saber el momento en el cual el motor se detuvo y aplicar un compensador (ya sea positivo o negativo) para romper la inercia lo más rápido posible sin inestabilizar el sistema.

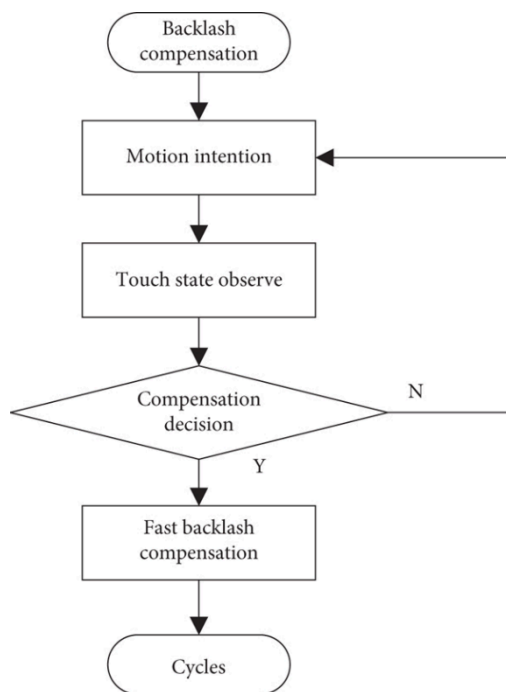


Figura 5. Algoritmo de compensador de backlash.

A medida que se cambió de técnica de control el compensador se fue optimizando poco a poco hasta obtener la versión final.

```

if (en_3 == enn) ut = ut + (ut * 0.19);

en_1 = enn;
float en_2 = en_1;
en_3 = en_2;
  
```

Figura 6. Algoritmo de compensador de backlash implementado en Arduino.

El compensador lo que ataca es la acción de control para acelerarla, de esta manera ayuda al controlador a calcularla más rápido para salir de la zona muerta lo más rápido posible. Estos

se realizan sumando el 19% de la acción de control al valor parcial.

Ahora bien, a la hora de tomar datos a lazo abierto se observó que la zona muerta de la planta se encontraba entre $[-25,25]\%$ de PWM, para los controladores PID y LQR se aplicó un compensador de zona muerta para las demás técnicas este compensador no ofrecía mejora significativa y en algunos casos llegaba a inestabilizar el sistema.

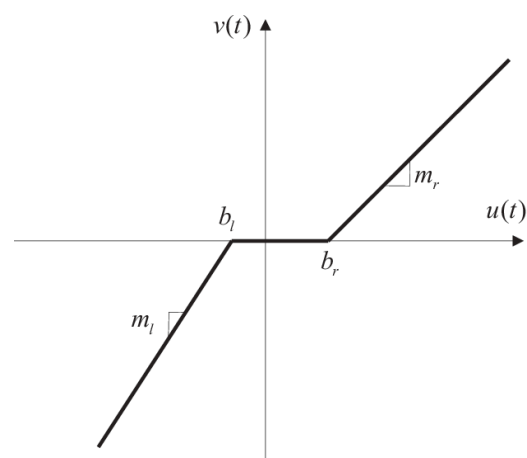


Figura 7. Zona muerta entre b_l y b_r .

```

if (en<0 && abs(ud) < 18) us = -18;
if (en>0 && abs(ud) < 18) us = 18;
  
```

Figura 8. Algoritmo de compensador de zona muerta implementado en Arduino.

Se decide eliminar esos valores de PWM de zona muerta, para esto es necesario saber la dirección de giro y el valor del error para saber cuándo aplicar un PWM positivo o negativo. Se redujo la zona muerta a $[-18,18]\%$ dado que ofrecía mejores resultados.

DISEÑO DE CONTROLADOR: PID 2 DOF

A la hora de aplicar técnicas de control PID la que mejor resultado ofreció fue PIDs-PI.

$$C1s = \frac{35.29 s^2 + 116 s + 1044}{s^2 + 8.192 s}$$

Ecuación 5. Función de transferencia del controlador PID con pseudo.

$$C2s = \frac{3.668 s + 2.079}{s + 0.09451}$$

Ecuación 6. Función de transferencia del controlador PI.

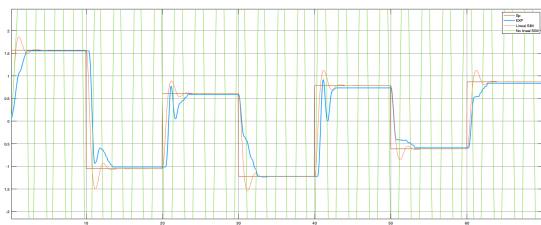


Figura 4. Respuesta transitoria de la posición experimental y simulada PID 2 DOF.

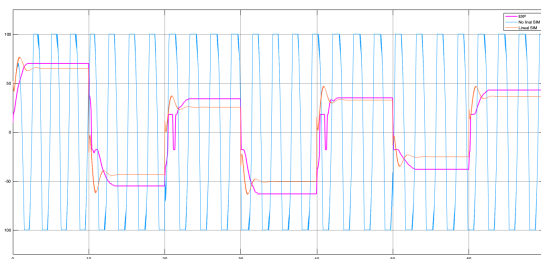


Figura 4. Respuesta transitoria de la acción de control experimental y simulada PID 2 DOF.

DISEÑO DE CONTROLADOR: LQR

A la hora de aplicar técnicas de LQR se realizó una reducción de estados dado que no era posible medir la corriente, solo se tenía acceso a la posición y velocidad.

$Kes =$

8.392729648618287 6.196276250778606

$Kid =$

0.391152144312159

Ecuación 7. Ganancia de estados e integral del controlador.

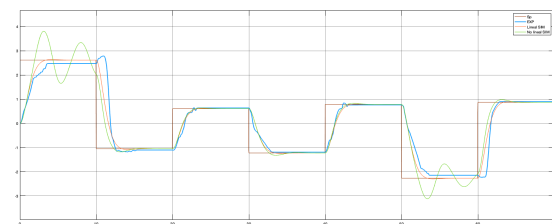


Figura 6. Respuesta transitoria de la posición experimental y simulada LQR.

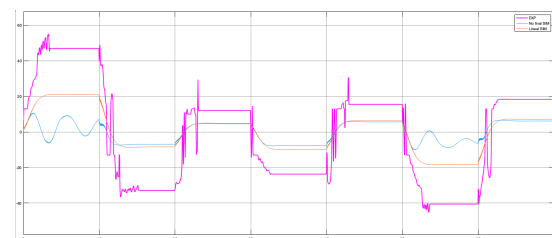


Figura 7. Respuesta transitoria de la acción de control experimental y simulada LQR.

DISEÑO DE CONTROLADOR: ESPACIO DE ESTADOS

Para este caso se diseña a partir de la técnica de LQR con un observador Kalman y se unifica con 2 DOF.

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{array}{c} \\ \begin{array}{ccc} & x1 & x2 & x3 \\ x1 & 0.7844 & 0.005319 & -0.01687 \\ x2 & 0.01476 & 0.9911 & 0.02949 \\ x3 & 0.9408 & -0.5924 & 0.9601 \end{array} \\ \\ \end{array} \\
 B &= \begin{array}{c} \\ \begin{array}{c} u1 \\ x1 & 0.002798 \\ x2 & 1.582e-05 \\ x3 & 0.001548 \end{array} \\ \\ \end{array} \\
 C &= \begin{array}{c} \\ \begin{array}{ccc} x1 & x2 & x3 \\ y1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \\ \\ \end{array} \\
 D &= \begin{array}{c} \\ \begin{array}{c} u1 \\ y1 & 0 \end{array} \\ \\ \end{array}
 \end{aligned}$$

Ecuación 8. Representación de espacio de estados del controlador en continua.

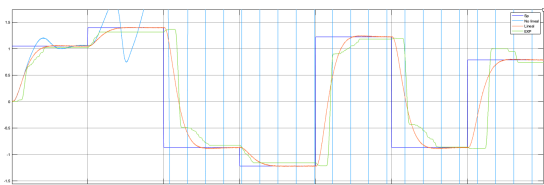


Figura 8. Respuesta transitoria de la posición experimental y simulada espacio de estados unificado 2 DOF.

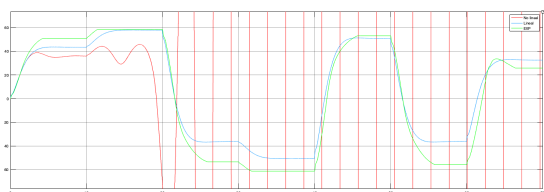


Figura 9. Respuesta transitoria de la acción de control experimental y simulada espacio de estados unificado 2 DOF.

DISEÑO DE CONTROLADOR: ROBUSTO

Para lo referente a la técnica de robusto, las sub técnicas Loopshaping y Mixsyn ofrecieron resultados parecidos entre sí, el criterio para elegir una por sobre otra fue el ángulo máximo al cual permitió llevar la barra sin inestabilizarse. Este caso fue loopshaping de 1 DOF.

$$\begin{aligned}
 K_{red} &= \\
 A &= \begin{array}{c} \\ \begin{array}{ccc} & x1 & x2 & x3 \\ x1 & 0.3854 & -0.3519 & 0 \\ x2 & 0.3519 & 0.104 & 0 \\ x3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \\ \\ \end{array} \\
 B &= \begin{array}{c} \\ \begin{array}{c} u1 \\ x1 & 73.48 \\ x2 & -11.49 \\ x3 & -293.4 \end{array} \\ \\ \end{array} \\
 C &= \begin{array}{c} \\ \begin{array}{ccc} x1 & x2 & x3 \\ y1 & -0.5511 & -0.08614 & -0.003909 \end{array} \\ \\ \end{array} \\
 D &= \begin{array}{c} \\ \begin{array}{c} u1 \\ y1 & 64.54 \end{array} \\ \\ \end{array}
 \end{aligned}$$

Sample time: 0.03 seconds

Ecuación 9. Controlador reducido K en discreta LOOPSHAPING 1DOF.

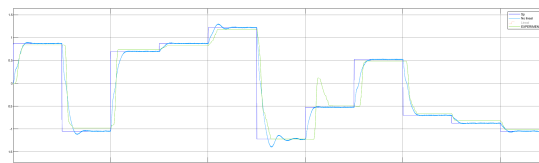


Figura 10. Respuesta transitoria de la posición experimental y simulada LOOPSHAPING 1 DOF.

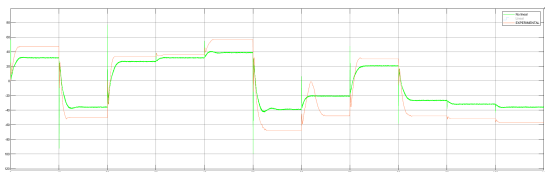


Figura 11. Respuesta transitoria de la acción de control experimental y simulada LOOPSHAPING 1 DOF.

ANALISIS DE RESULTADOS

Para realizar la comparación entre técnicas cabe aclarar que un buen controlador siempre llega al punto de consigna, tiene acciones de control suaves, no genera sobre pasos mayores al 20% ni oscilaciones en su respuesta transitoria. De igual manera se debe contextualizar el análisis haciendo referencia a un manipulador de una barra el cual tiene rangos de movimientos entre $\pm [0,180]^\circ$. Por ende un buen controlador debe permitir cambios de SP de cualquier tipo, ya sea cercanos o lejanos entre sí y aceptar el mayor ángulo posible, estos dos puntos serán los principales a la hora de evaluar.

| | PID 2DOF | LQR | LQG UNIF | LOOP SHAPING 1DOF |
|------------------------|----------|-----|----------|-------------------|
| T. establecimiento [s] | 1.2 | 3.3 | 4.1 | 2.5 |
| Angulo maximo | 90 | 150 | 80 | 100 |
| Angulo minimo | 35 | 40 | 40 | 30 |

| | | | | |
|-------------------------------|-------|-------|----|----|
| Oscilaciones en transitorio | SI | NO | NO | NO |
| Sobrepaso | 23% | 0% | 0% | 0% |
| Soporta cambio de SP pequeños | NO | MEDIO | NO | SI |
| Soporta cambio de SP grandes | SI | SI | SI | SI |
| Acción de control suave | MEDIO | MEDIO | SI | SI |

Tabla 1. Comparación de datos generales entre las distintas técnicas de control

Como se observa en la tabla anterior, cada técnica de control tiene sus ventajas y desventajas, ahora bien, depende de la aplicación que se requiera una técnica puede funcionar más que otra. Por ejemplo, si se requiere que el manipulador llegue rápido al punto de consigna el mejor será el PID, si se necesita que llegue a ángulos grandes LQR es el más adecuado y si lo que se busca es estabilidad para cambios grandes o pequeños de SP el mejor es el robusto.

CONCLUSIONES

1. El cálculo de los parámetros es parte fundamental del éxito de las distintas técnicas de control, la estimación es sólo un algoritmo de optimización que ajusta datos experimentales con simulados pero no garantiza el óptimo funcionamiento, en el caso de este artículo los parámetros

podieron haber sido mejor calculados.

2. Cuando los parámetros del modelo no son los adecuados, el compensador juega un papel importante en la estabilidad de la respuesta transitoria, ayudando así al sistema a corregir los efectos negativos de la zona muerta, backlash y por parámetros NO óptimos.
3. El controlador robusto fue el mejor en términos generales, permitió llegar a la mayor variación de ángulos posible sin sacrificar los demás ítems de la comparación.
4. El controlador con peor resultado fue LQG unificado 2 DOF, esto se debe a un factor importante como lo es el microcontrolador, al operar con varias matrices y de gran tamaño el microcontrolador no fue capaz de garantizar el periodo de muestreo, aumentando de 30 [ms] a 50[ms] por esta razón dio peores resultados en general. Por esta razón se recomienda cambiar el micro en esta técnica o evitar la operación repetitiva de matrices dentro del ciclo de trabajo.
5. El motivo por el cual el controlador LQR fue el único en romper la barrera de los $\pm 100^\circ$ es un factor importante, estaba calculando el error de dos variables, posición y velocidad, por esta razón permite mayor estabilidad en valores grandes de ángulo.

BIBLIOGRAFÍA

1. Jessica Maradey, M.Eng. MSc. "Guía de Laboratorio No. 3 Compras en un supermercado". Sistemas Flexibles de Manufactura. TEMA UNAB 2019. Tomado de <https://unabvirtual.unab.edu.co/>.