完整生成一个板块大概需要几分钟的时间，其中思维导图和文件上传识别后生成速度较慢，请助教哥哥们谅解一下，耐心等待 QAQ

# Eg1：文字输入

## Input：

导函数：如果函数 f(x)在(a,b)中每一点处都可导，则称 f(x)在(a,b)上可导，则可建立 f(x)的导函数，简称导数，记为 f'(x)。
如果 f(x)在(a,b)内可导，且在区间端点 a 处的右导数和端点 b 处的左导数都存在，则称 f(x)在闭区间[a,b]上可导，f'(x)为区间[a,b]上的导函数，简称导数。
条件
如果一个函数的定义域为全体实数，即函数在上都有定义，那么该函数是不是在定义域上处处可导呢？答案是否定的。函数在定义域中一点可导需要一定的条件是：函数在该点的左右两侧导数都存在且相等。这实际上是按照极限存在的一个充要条件（极限存在它的左右极限存在且相等）推导而来。
例如：f(x)=|x|在 x=0 处虽连续，但不可导（左导数-1，右导数 1）
上式中，后两个式子可以定义为函数在处的左右导数：
左导数：f(x−)=-1
右导数：f(x+)=1
单调性
一般地，设函数 y=f(x)在某个区间内有导数，如果在这个区间 y'>0，那么函数 y=f(x)在这个区间上为增函数：如果在这个区间 y'<0，那么函数 y=f(x)在这个区间上为减函数；如果在这个区间 y'=0，那么函数 y=f(x)在这个区间上为常数函数。
导数极值
一般地，设函数 y=f(x)在 x=X0 及其附近有定义，如果的值比附近所有各点的函数值都大，我们说是函数 y=f(x)的一个极大值；如果的值比附近所有各点的函数值都小，我们说是函数 y=f(x)的一个极小值。极大值与极小值统称极值。
在定义中，取得极值的点称为极值点，极值点是自变量的值，极值指的是函数值。请注意以下几点：
1．极值是一个局部概念。根据定义，极值只是某个点的函数值与它附近点的函数值比较是最大或最小，并不意味着它在函数的整个的定义域内最大或最小。
2．函数的极值不是唯一的。即一个函数在某区间上或定义域内极大值或极小值可以不止一个。
3．极大值与极小值之间无确定的大小关系。即一个函数的极大值未必大于极小值。
4．函数的极值点一定出现在区间的内部，区间的端点不能成为极值点。而使函数取得最大值、最小值的点可能在区间的内部，也可能在区间的端点。
5．在函数取得极值处，如果曲线有切线的话，则切线是水平的，从而有 f'(x) =0。但反过来不一定。如函数 y=x3，在 x=0 处，曲线的切线是水平的，但这点的函数值既不比它附近的点的函数值大，也不比它附近的点的函数值小。 若满足 =0，且在的两侧 f(x)的导数异号，则是 f(x)的极值点，是极值，并且如果 在 x0 两侧满足“左正右负”，则是 f(x)的极大值点，f()是极大值；如果 在 x0 两侧满足“左负右正”，则是 f(x)的极小值点，f()是极小值。
6.极值与最值的区别：极值是在局部对函数进行比较，最值是在整体区间上对函数值进

行比较。

## Output:

生成结果

复制 下载

以下是根据提供内容生成的 **中等难度** 复习题（共8题），覆盖导函数定义、可导条件、单调性、极值等核心知识点：

---

**选择题（单选）**

- 函数 $f(x)=|x|$ 在 $x=0$ 处不可导的根本原因是（ ）

A. 函数在 $x=0$ 处不连续 B. 左导数 $f'_-(0)$ 和右导数 $f'_+(0)$ 存在但不相等 C. $f(x)$ 的定义域未包含全体实数 D. $f'(0)$ 的极限不存在

**答案**：B **解析**：根据内容，函数在某点可导需左右导数存在且相等。$f(x)=|x|$ 在 $x=0$ 处左导数为 $-1$，右导数为 $1$，两者不等，因此不可导。

---

**选择题（多选）**

- 下列关于函数极值的描述，正确的有（ ）（多选）

A. 极值点一定是导数为零的点 B. 区间端点可能成为极值点 C. 极大值可能小于极小值 D. 一个函数的极值可以有多个

**答案**：C、D **解析**： - A错误：极值点处导数可能不存在（如 $f(x)=|x|$ 在 $x=0$）或为零，但导数为零未必是极值点（如 $f(x)=x^3$ 在 $x=0$）。 - B错误：极值点必须在区间内部（原文明确"端点不能成为极值点"）。 - C正确：极大值可能小于极小值（如局部振荡函数）。 - D正确：如三角函数有多个极值点。

---

判断题

生成结果

复制 下载

以下是根据您提供的内容整理的详细学习笔记，采用Markdown格式并包含LaTeX公式：

---

# 导数与函数性质学习笔记

## 一、导函数定义

- **开区间可导**

若函数 $f(x)$ 在区间 $(a,b)$ 内每一点可导，则称 $f(x)$ 在 $(a,b)$ 上可导，其导函数记为 $f'(x)$。$$1$

- **闭区间可导**

若 $f(x)$ 在 $(a,b)$ 内可导，且在端点 $a$（右导数）和 $b$（左导数）处导数存在，则称 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可导。

> **重要提示**：闭区间可导需额外验证端点单侧导数存在性。

---

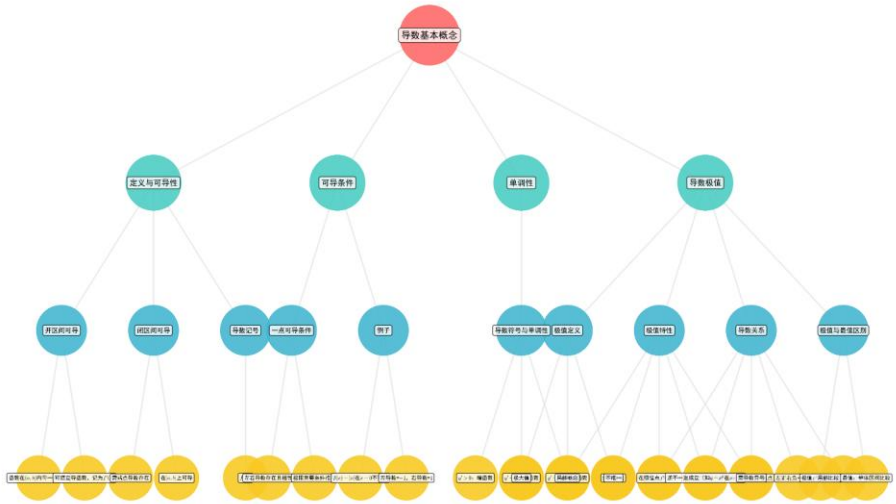
## 二、可导的条件

### 1. 核心条件

## 生成结果

复制 下载

导数基本概念



# Eg2：PNG 格式图片文件输入

## Input：

2020-2021 学年高等数学 B(II) 期末考试

**4. 【15 分】**

任意取定 $r>0$。证明含参变量 $y$ 的无穷积分 $\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-xy^2}\cos x\,\mathrm{d}x$ 对于 $y\in[r,+\infty)$ 是一致收敛的。

**5. 【10 分】**

求出函数项级数

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n^x+n}$$

的收敛域。

**6. 【10+3+7=20 分】**

贯通三小题。

(1) 设 $p$ 是非整数的实数，$(-\infty,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 以 $2\pi$ 为周期，它在 $[-\pi,\pi)$ 等于 $\cos(px)$。求出 $f(x)$ 的傅里叶级数，及其和函数。

(2) 明确写出从上面 (1) 中 $\cos(px)$ 的傅里叶展开式推出下面等式的详细推导过程：当 $t\in\mathbb{R}$，$\frac{t}{\pi}$ 不是整数时，有

$$\frac{1}{\sin t}=\frac{1}{t}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{t+n\pi}+\frac{1}{t-n\pi}\right)$$

(3) 明确写出从上面 (2) 中 $\frac{1}{\sin t}$ 的展开式推出下面等式的详细推导过程：

$$\int_0^{+\infty}\frac{\sin t}{t}\,\mathrm{d}t=\frac{\pi}{2}$$

## output：

中等难度复习题

**生成结果**

复制 下载

根据内容中涉及的三角级数、傅里叶级数收敛性等核心概念，生成以下符合要求的复习题：

---

**选择题**

- 设函数 $f(x)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上可积，其傅里叶级数为 $\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$。若 $f(x)$ 是偶函数，则级数中必然消失的系数是：

A. $a_0$ B. $a_n$ C. $b_n$ D. 所有系数均存在 **答案**：C **解析**：偶函数的傅里叶级数仅含余弦项（$a_n$ 和 $a_0$），正弦系数 $b_n=0$。

---

**判断题**

- 若函数 $f(x)$ 在 $(-\pi,\pi]$ 上满足狄利克雷条件，则其傅里叶级数在连续点处收敛于 $f(x)$。（对/错）

**答案**：对 **解析**：狄利克雷定理指出：满足条件（分段单调、有限个间断点）的函数，其傅里叶级数在连续点收敛于函数值，在间断点收敛于左右极限平均值。

---

**填空题**

- 函数 $f(x)=x^2$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上的傅里叶系数 $a_0=$ ______。

**答案**：$\frac{2\pi^2}{3}$ **解析**：计算得 $a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}x^2dx=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}x^2dx=\frac{2}{\pi}\cdot\frac{\pi^3}{3}=\frac{2\pi^2}{3}$。

---

## Eg3：敏感词屏蔽

Input：赌博

Output：