

NYA DEVAS LANELLE



Université
de Lille

SAE
STATISTIQUE
INFÉRENTIELLE

BUT
SCIENCE DES DONNÉES
(SD)

ANNÉE
UNIVERSITAIRE
2024-2025



STATISTIQUE INFERENTIELLE

SAE 202 : Estimation par sondage simple

Introduction

Dans le cadre de notre étude statistique intitulée "**Échantillonnage par sondage simple**", l'objectif principal est d'analyser statistiquement un ensemble de données issues d'une population donnée afin d'en tirer des estimations fiables. Plus précisément, nous visons à réaliser une **estimation par intervalle de confiance** des paramètres d'une population à partir d'un **échantillon aléatoire simple**.

Cette étude repose sur l'analyse de trois variables principales : **l'âge**, **le sexe**, et **l'avis** des individus sondés. Nous étudierons d'abord l'ensemble de la population, puis nous comparerons les résultats obtenus entre les sous-populations des **hommes** et des **femmes**.

À travers ce travail, nous appliquerons des notions clés de la statistique descriptive et inférentielle telles que **l'espérance mathématique**, la **variance** et **l'écart-type**.

PARTIE 1 :

Calcule des différents paramètres de l'âge sur la population total, population des hommes, populations des femmes.

POPULATION TOTALE	
Paramètres	Valeurs
Espérance	39,5
Variance	36,8
Écart-Type	6,1

POPULATION FEMME	
Paramètres	Valeurs
Espérance	39,7
Variance	35,9
Écart-Type	5,98

POPULATION HOMME	
Paramètres	Valeurs
Espérance	39,30
Variance	37,8
Écart-Type	6,14

PARTIE2 : Estimation de l'âge moyen de la population totale

Conception de l'échantillons (50 individus)

Soit la table des nombres aléatoires. Prenons comme point d'entrée **la première ligne, première colonne**, et comme itinéraire de lecture **du haut vers le bas**. Étant donné que la population est composée de **500 individus**, nous allons considérer **les trois derniers chiffres** de chaque nombre.

NB : Sachant que la première colonne n'a pas été suffisante pour avoir les 50 numéros j'ai utilisé la première colonne.

Les numéros sélectionnés pour notre échantillon sont :

373, 476, 269, 44, 448, 290, 106, 420, 262, 175,
511, 73, 133, 140, 38, 297, 430, 260, 231, 291,
210, 337, 20, 256, 475, 350, 179, 82, 106,
, 52, 226, 476, 499, 356, 297, 435, 339, 106, 430, 260

Les âges correspondants :

38, 34, 48, 38, 42, 31, 48, 34, 50, 50, 42, 36, 47, 32, 36, 37, 41, 50, 50, 40, 43, 46, 48, 46, 34,
42, 41, 31, 40, 34, 34, 32, 49, 45, 30, 32, 39, 47, 36, 41, 48, 50, 50, 40, 48, 41, 50, 48, 41, 50

Réalisation de l'estimation ponctuelle : avec la moyenne comme estimateur

On a donc pour moyenne estimée m :

$$\bar{X} = 1/50 * \sum x_i = 2080 / 50 = 41,6$$

Estimation de m par un intervalle de confiance de $1 - \alpha$

Soit I l'intervalle de confiance pour m au niveau de confiance $1 - \alpha$ avec $\alpha \in \{10\%, 5\%, 1\%\}$

L'intervalle est sous la forme :

$$I = [\bar{X} - k ; \bar{X} + k]$$

où k est la marge d'erreur.

- **Détermination de I :**

Nous devons d'abord trouver la valeur de k telle que :

$$P(\bar{X} - k < m < \bar{X} + k) = 1 - \alpha$$

- **Élément de contexte**

X : l'âge des individus

- **Caractérisation de la loi de la variable X et ses paramètres :**

inconnue

- **Tableau :**

	Population : N = 500	Échantillon : n = 50
Espérance	$E(X) = 39,5$	$\bar{X} = 41,6$
Variance		$s^2 \approx 40,57$

- **Conditions expérimentales :**

- Population inconnu

- Variance inconnue

- $n > 30$

Construction de I pour un niveau de confiance de 0.05, soit 95 % :

Détermination de k :

$$P(\bar{X} - k < m < \bar{X} + k) = 0,95$$

$$\Rightarrow P(-k < m - \bar{X} < k) = 0,95$$

$$\Rightarrow P(-k / (\sigma/\sqrt{n}) < (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) < k / (\sigma/\sqrt{n})) = 0,95$$

$$\text{Soit } T = (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) \sim \text{app } N(0,1) \text{ estimé par } s/\sqrt{n} \quad T = (\bar{X} - m) / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow P(-a < T < a) = 0,95 \text{ avec } a = k / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow F(a) - F(-a) = 0,95$$

$$\Rightarrow 2F(a) = 1,95 \Rightarrow F(a) = 0,975 \Rightarrow \text{car } F(a) = 1 - \alpha/2$$

$$a = 1,96 \text{ (table de loi normale)}$$

- **Calcul de k :**

$$k = 1,96 \times (s / \sqrt{n}) = 1,96 \times (6,065 / \sqrt{50}) \approx 1,68$$

- **Intervalle de confiance à 95 % :**

$$I = [41,6 - 1,68 ; 41,6 + 1,68] = [39,92 ; 43,28]$$

Conclusion :

Cela signifie que l'intervalle de confiance à 95% pour la moyenne des âges de la population se situe entre 39.92 et 43,28.

Construction de I pour un niveau de confiance de 0.1, soit 90 % :

$$P(\bar{X} - k < m < \bar{X} + k) = 0,9$$

$$\Rightarrow P(-k < m - \bar{X} < k) = 0,9$$

$$\Rightarrow P(-k / (\sigma/\sqrt{n}) < (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) < k / (\sigma/\sqrt{n})) = 0,9$$

$$\text{Soit } T = (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) \sim \text{app } N(0,1) \text{ estimé par } s/\sqrt{n} \quad T = (\bar{X} - m) / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow P(-a < T < a) = 0,9 \text{ avec } a = k / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow F(a) - F(-a) = 0,9$$

$$\Rightarrow 2F(a) = 1,9 \Rightarrow F(a) = 0,95 \Rightarrow a = 1,645 \text{ (table de loi normale)}$$

- **Calcul de k :**

$$k = 1,645 \times (s / \sqrt{n}) = 1,645 \times (6,065 / \sqrt{50}) \approx 1,411$$

- **Intervalle de confiance à 90 % :**

$$I = [41,6 - 1,411, 41,6 + 1,411] = [40,189, 43,011]$$

Conclusion :

Cela signifie que l'intervalle de confiance à 90% pour la moyenne des âges de la population se situe entre 40,189 et 43,011.

Construction de I pour un niveau de confiance de 0.01, soit 99% :

$$P(\bar{X} - k < m < \bar{X} + k) = 0,99$$

$$\Rightarrow P(-k < m - \bar{X} < k) = 0,99$$

$$\Rightarrow P(-k / (\sigma/\sqrt{n}) < (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) < k / (\sigma/\sqrt{n})) = 0,99$$

$$\text{Soit } T = (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) \sim \text{app } N(0,1) \text{ estimé par } s/\sqrt{n} \quad T = (\bar{X} - m) / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow P(-a < T < a) = 0,99 \text{ avec } a = k / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow F(a) - F(-a) = 0,99$$

$$\Rightarrow 2F(a) = 1,99$$

$$F(a) = 0,995$$

$$a = 2,576$$

- **Calcul de k :**

$$\sigma = \sqrt{36,8} \approx 6,065$$

$$k = 2,576 \times (s / \sqrt{n}) = 2,576 \times (6,065 / \sqrt{50}) \approx 2,213$$

- **Intervalle de confiance à 90 % :**

$$I = [41,6 - 2,213, 41,6 + 2,213] = [39,387, 43,813]$$

Conclusion :

Cela signifie que l'intervalle de confiance à 99% pour la moyenne des âges de la population se situe entre 39,387 et 43,813.

Estimation de l'âge moyen de la population des femmes :

Conception de l'échantillon (30 individus)

Soit la table des nombres aléatoires. Prenons comme point d'entrée **la première ligne, 3 3ème colonne**, et comme itinéraire de lecture **du haut vers le bas**.

NB : 4-ème colonne utilise si on pas assez de valeurs ainsi de suite
Étant donné que la population est composée de **500 individus**, nous allons considérer **les trois derniers chiffres** de chaque nombre.

Il faut déjà remarquer qu'on a les femmes pour les numéros de ligne suivant, donc mon choix de numéros aléatoires doit respecter ces numéros de ligne : 142, 8, 380, 12, 34, 161, 36, 145, 484, 396, 218, 389, 291, 157, 191, 255, 135, 426, 122, 50, 116, 200, 205, 283, 482, 48, 76, 384, 53, 183

Les âges correspondants : 50, 48, 43, 33, 30, 36, 40, 39, 45, 42, 33, 50, 40, 30, 49, 49, 30, 46, 31, 34, 42, 47, 49, 36, 39, 50, 47, 31, 39, 40

Réalisation de l'estimation ponctuelle : avec la moyenne comme estimateur

On a donc pour moyenne estimée m :

$$\bar{X} = 1/50 * \sum x_i = 1268 / 30 = 42.267$$

Estimation de m par un intervalle de confiance de $1 - \alpha$

Soit I l'intervalle de confiance pour m au niveau de confiance $1 - \alpha$ avec $\alpha \in \{10\%, 5\%, 1\%\}$

L'intervalle est sous la forme :

$$I = [\bar{X} - k ; \bar{X} + k]$$

où k est la marge d'erreur.

- **Détermination de I :**

Nous devons d'abord trouver la valeur de k telle que :

$$P(\bar{X} - k < m < \bar{X} + k) = 1 - \alpha$$

- **Élément de contexte**

X : l'âge des individus

- **Caractérisation de la loi de la variable X et ses paramètres :**

inconnue

- **Tableau :**

	Population : $N = 245$	Échantillon : $n = 30$
Espérance	$E(X) = 39,7$	$\bar{X} = 42,267$

Variance		$s^2 \approx 35,9$
----------	--	--------------------

- **Conditions expérimentales :**

- Population inconnue
- Variance inconnue
- $n > 30$

Construction de I pour un niveau de confiance de 0.05, soit 95 % :

Détermination de k :

$$P(\bar{X} - k < m < \bar{X} + k) = 0,95$$

$$\Rightarrow P(-k < m - \bar{X} < k) = 0,95$$

$$\Rightarrow P(-k / (\sigma/\sqrt{n}) < (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) < k / (\sigma/\sqrt{n})) = 0,95$$

$$\text{Soit } T = (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) \sim \text{app } N(0,1) \text{ estimé par } s/\sqrt{n} \text{ on a } T = (\bar{X} - m) / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow P(-a < T < a) = 0,95 \text{ avec } a = k / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow F(a) - F(-a) = 0,95$$

$$\Rightarrow 2F(a) = 1,95 \Rightarrow F(a) = 0,975 \Rightarrow \text{car } F(a) = 1 - \alpha/2$$

$$a = 1,96 \text{ (table de loi normale)}$$

- **Calcul de k :**

$$k = 1,96 \times (s / \sqrt{n}) = 1,96 \times (5,98 / \sqrt{30}) \approx 2.14$$

- **Intervalle de confiance à 95 % :**

$$I = [42.27 - 2.14 ; 42.27 + 2.14] = [40.13 ; 44.41]$$

Conclusion :

Cela signifie que l'intervalle de confiance à 95% pour la moyenne des âges de la population se situe entre 40.13 et 44.41.

Construction de I pour un niveau de confiance de 0.1, soit 90 % :

$$P(\bar{X} - k < m < \bar{X} + k) = 0,9$$

$$\Rightarrow P(-k < m - \bar{X} < k) = 0,9$$

$$\Rightarrow P(-k / (\sigma/\sqrt{n}) < (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) < k / (\sigma/\sqrt{n})) = 0,9$$

Soit $T = (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) \sim \text{app } N(0,1)$ estimé par s/\sqrt{n} on a $T = (\bar{X} - m) / (s/\sqrt{n})$

$$\Rightarrow P(-a < T < a) = 0,9 \text{ avec } a = k / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow F(a) - F(-a) = 1,9$$

$$\Rightarrow 2F(a) = 1,9 \Rightarrow F(a) = 0,95 \Rightarrow a = 1,645 \text{ (table de loi normale)}$$

- **Calcul de k :**

$$\sigma = \sqrt{36,8} \approx 6,065$$

$$k = 1,645 \times (s / \sqrt{n}) = 1,645 \times (5,98 / \sqrt{30}) \approx 1,796$$

- **Intervalle de confiance à 90 % :**

$$I = [42,27 - 1,796, 42,27 + 1,796] = [40,474, 44,066]$$

Conclusion :

Cela signifie que l'intervalle de confiance à 90% pour la moyenne des âges de la population se situe entre 40,47 et 44,066.

Construction de I pour un niveau de confiance de 0.01, soit 99% :

$$P(\bar{X} - k < m < \bar{X} + k) = 0,99$$

$$\Rightarrow P(-k < m - \bar{X} < k) = 0,99$$

$$\Rightarrow P(-k / (\sigma/\sqrt{n}) < (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) < k / (\sigma/\sqrt{n})) = 0,99$$

Soit $T = (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) \sim \text{app } N(0,1)$ estimé par s/\sqrt{n} on a $T = (\bar{X} - m) / (s/\sqrt{n})$

$$\Rightarrow P(-a < T < a) = 0,99 \text{ avec } a = k / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow F(a) - F(-a) = 0,99$$

$$\Rightarrow 2F(a) = 0,99$$

$$F(a) = 0,995$$

$$a = 2,576$$

- **Calcul de k :**

$$k = 2,576 \times (s / \sqrt{n}) = 2,576 \times (5,98 / \sqrt{30}) \approx 2,812$$

- **Intervalle de confiance à 90 % :**

$$I = [42,27 - 2,812, 42,27 + 2,812] = [39,458, 45,082]$$

Conclusion :

Cela signifie que l'intervalle de confiance à 99% pour la moyenne des âges de la population se situe entre 39,458 et 45,082.

Estimation de l'âge moyen de la population des hommes :

Conception de l'échantillon (30 individus)

Soit la table des nombres aléatoires. Prenons comme point d'entrée **la première ligne, 3ème colonne**, et comme itinéraire de lecture **du haut vers le bas**. Étant donné que la population est composée de **500 individus**, nous allons considérer **les trois derniers chiffres** de chaque nombre.

Il faut déjà remarquer qu'on a les hommes pour les numéros de ligne suivant, donc mon choix de numéros aléatoires doit respecter ces numéros de ligne : 174, 211, 142, 008, 069, 380, 123, 000, 008, 012, 061, 017, 115, 034, 161, 036, 023, 145, 407, 484, 396

Les âges correspondants : 34, 40, 50, 47, 46, 45, 40, 33, 32, 45, 32, 50, 30, 33, 50, 35, 37, 38, 50, 30, 43, 48, 48, 39, 32, 49, 49, 39, 50, 33

Réalisation de l'estimation ponctuelle : avec la moyenne comme estimateur

On a donc pour moyenne estimée m :

$$\bar{X} = 1/30 * \sum x_i = 1195/30 = 39.83$$

Estimation de m par un intervalle de confiance de $1 - \alpha$

Soit I l'intervalle de confiance pour m au niveau de confiance $1 - \alpha$ avec $\alpha \in \{10\%, 5\%, 1\%\}$

L'intervalle est sous la forme :

$$I = [\bar{X} - k ; \bar{X} + k]$$

où k est la marge d'erreur.

- **Détermination de I :**

Nous devons d'abord trouver la valeur de k telle que :

$$P(\bar{X} - k < m < \bar{X} + k) = 1 - \alpha$$

- **Élément de contexte**

X : l'âge des individus

- **Caractérisation de la loi de la variable X et ses paramètres :**

inconnue

- **Tableau :**

	Population : N = 255	Échantillon : n = 30
Espérance	$E(X) = 39,30$	$\bar{X} = 39.83$
Variance		$s^2 \approx 37.8$

- **Conditions expérimentales :**

- Population inconnue
- Variance inconnue
- $n > 30$

Construction de I pour un niveau de confiance de 0.05, soit 95 % :

Détermination de k :

$$P(\bar{X} - k < m < \bar{X} + k) = 0,95$$

$$\Rightarrow P(-k < m - \bar{X} < k) = 0,95$$

$$\Rightarrow P(-k / (\sigma/\sqrt{n}) < (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) < k / (\sigma/\sqrt{n})) = 0,95$$

$$\text{Soit } T = (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) \sim \text{app } N(0,1) \text{ estimé par } s/\sqrt{n} \text{ on a } T = (\bar{X} - m) / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow P(-a < T < a) = 0,95 \text{ avec } a = k / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow F(a) - F(-a) = 0,95$$

$$\Rightarrow 2F(a) = 0,95 \Rightarrow F(a) = 0,975 \Rightarrow \text{car } F(a) = 1 - \alpha/2$$

$$a = 1,96 \text{ (table de loi normale)}$$

- **Calcul de k :**

$$k = 1,96 \times (s / \sqrt{n}) = 1,96 \times (6.14 / \sqrt{30}) \approx 2.2$$

- **Intervalle de confiance à 95 % :**

$$I = [39.83 - 2.2; 39.83 + 2.2] = [37.63 ; 42.03]$$

Conclusion :

Cela signifie que l'intervalle de confiance à 95% pour la moyenne des âges de la population se situe entre 37.63 et 42.03.

Construction de I pour un niveau de confiance de 0.1, soit 90 % :

$$P(\bar{X} - k < m < \bar{X} + k) = 0,9$$

$$\Rightarrow P(-k < m - \bar{X} < k) = 0,9$$

$$\Rightarrow P(-k / (\sigma/\sqrt{n}) < (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) < k / (\sigma/\sqrt{n})) = 0,9$$

Soit $T = (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) \sim \text{app } N(0,1)$ estimé par s/\sqrt{n} on a $T = (\bar{X} - m) / (s/\sqrt{n})$

$$\Rightarrow P(-a < T < a) = 0,9 \text{ avec } a = k / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow F(a) - F(-a) = 0,9$$

$$\Rightarrow 2F(a) = 0,9 \Rightarrow F(a) = 0,95 \Rightarrow a = 1,645 \text{ (table de loi normale)}$$

- **Calcul de k :**

$$k = 1,645 \times (s / \sqrt{n}) = 1,645 \times (6.14 / \sqrt{30}) \approx 1,796$$

- **Intervalle de confiance à 90 % :**

$$I = [39.83 - 1,796, 39.83 + 1,796] = [38.034, 41,626]$$

Conclusion :

Cela signifie que l'intervalle de confiance à 90% pour la moyenne des âges de la population se situe entre 38.034 et 41.626.

Construction de I pour un niveau de confiance de 0.01, soit 99% :

$$P(\bar{X} - k < m < \bar{X} + k) = 0,99$$

$$\Rightarrow P(-k < m - \bar{X} < k) = 0,99$$

$$\Rightarrow P(-k / (\sigma/\sqrt{n}) < (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) < k / (\sigma/\sqrt{n})) = 0,99$$

Soit $T = (\bar{X} - m) / (\sigma/\sqrt{n}) \sim \text{app } N(0,1)$ estimé par s/\sqrt{n} on a $T = (\bar{X} - m) / (s/\sqrt{n})$

$$\Rightarrow P(-a < T < a) = 0,99 \text{ avec } a = k / (s/\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow F(a) - F(-a) = 0,99$$

$$\Rightarrow 2F(a) = 0,99$$

$$F(a) = 0,995$$

$$a = 2,576$$

- **Calcul de k :**

$$k = 2,576 \times (s / \sqrt{n}) = 2,576 \times (6.14 / \sqrt{30}) \approx 2.89$$

- **Intervalle de confiance à 99 % :**

$$I = [39.83 - 2.89, 39.83 + 2.89] = [36.94, 42.72]$$

Conclusion :

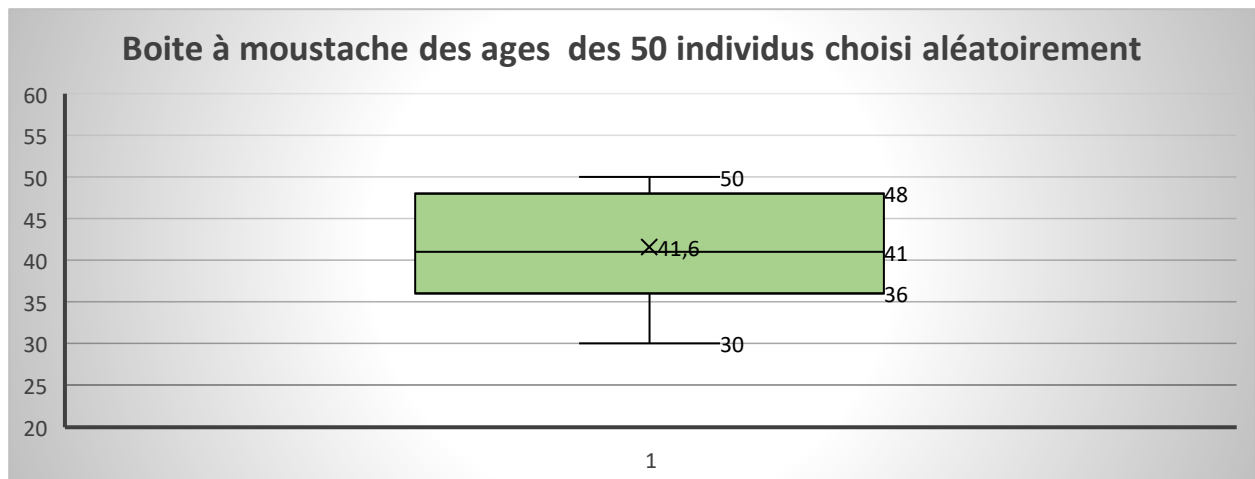
Cela signifie que l'intervalle de confiance à 99% pour la moyenne des âges de la population se situe entre 36.94 et 42.72.

Résumé des intervalles de confiances :

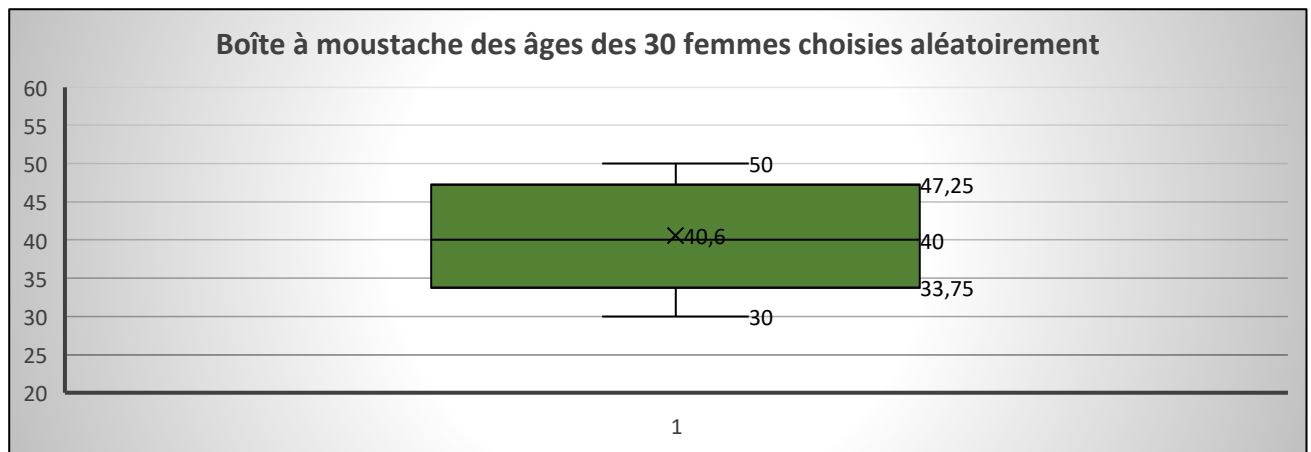
Niveau de confiance	Population totale	Femmes	Hommes
95%	[39,92 ; 43,28]	[40,13 ; 44,41]	[37,63 ; 42,03]
90%	[40,19 ; 43,01]	[40,47 ; 44,07]	[38,03 ; 41,63]
99%	[39,387 ; 43,813]	[39,46 ; 45,08]	[36,94 ; 42,72]

Boîtes à moustache des échantillons :

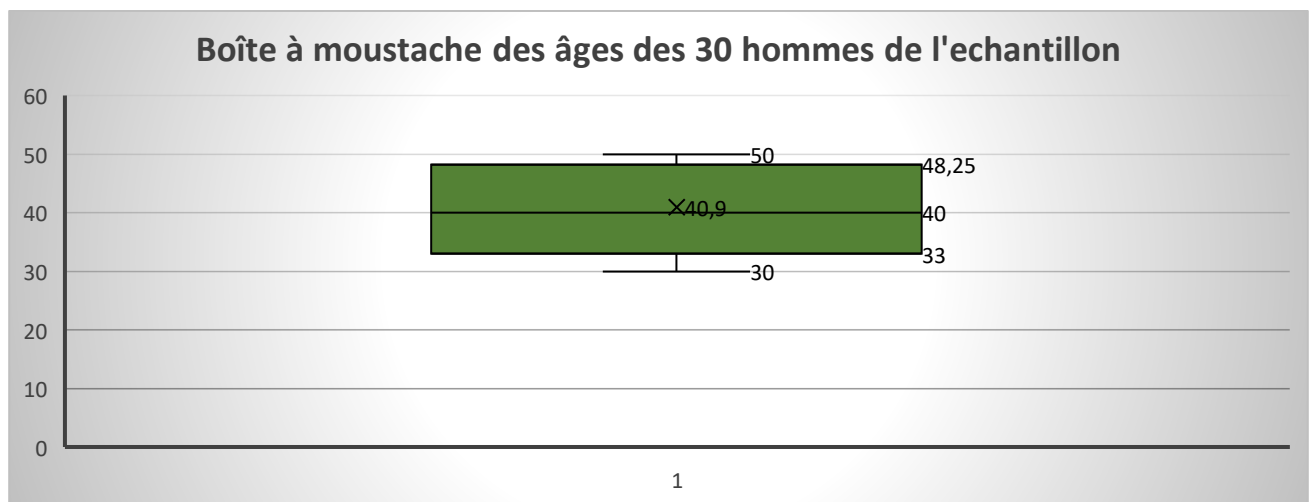
Population totale :



Populations des femmes



Populations des hommes :



Interprétation :

I. Analyse de la moyenne estimée et des intervalles de confiance de l'échantillon de la population totale :

1. Intervalle de confiance à 95 % (niveau de confiance de 0,05)

$$I=[39,92;43,28]I = [39,92 ; 43,28]I=[39,92;43,28]$$

Interprétation :

Vous êtes **95 % certain** que la vraie moyenne de la population se situe entre 39,92 et 43,28. La moyenne de la population (39,5) est **en dehors** de cet intervalle, ce qui suggère que l'échantillon n'est pas parfaitement représentatif.

2. Intervalle de confiance à 90 % (niveau de confiance de 0,1)

$$I=[40,19;43,01]I = [40,19 ; 43,01]I=[40,19;43,01]$$

Interprétation :

Vous êtes **90 % certain** que la moyenne de la population est entre 40,19 et 43,01. La moyenne de la population (39,5) est encore **en dehors** de cet intervalle, mais l'incertitude est plus faible qu'à 95 %.

3. Intervalle de confiance à 99 % (niveau de confiance de 0,01)

$$I=[39,387;43,813]I = [39,387 ; 43,813]I=[39,387;43,813]$$

Interprétation :

Vous êtes **99 % certain** que la vraie moyenne est entre 39,387 et 43,813. La moyenne de la population (39,5) est dans cet intervalle, ce qui suggère que l'échantillon est plus représentatif.

Conclusion :

Les intervalles à 95 % et 90 % ne contiennent pas la moyenne de la population, tandis qu'à 99 %, l'intervalle l'inclut. Cela montre que l'estimation est plus précise à ce niveau de confiance plus élevé.

II. Analyse de la moyenne estimée et des intervalles de confiance de l'échantillon de la population des femmes :

1. Intervalle de confiance à 95 % (niveau de confiance de 0,05)

$$I=[40,13;44,41]$$

Interprétation :

On est **95 % certain** que la vraie moyenne d'âge des femmes dans la population se situe entre 40,13 et 44,41. La moyenne réelle (39,7) est **en dehors** de cet intervalle, ce qui suggère que l'échantillon utilisé pourrait ne pas parfaitement représenter l'ensemble des femmes de la population.

2. Intervalle de confiance à 90 % (niveau de confiance de 0,1)

$$I=[40,474;44,066]$$

Interprétation :

On est **90 % certain** que la moyenne d'âge des femmes se situe entre 40,47 et 44,07. La moyenne de la population (39,7) est encore **en dehors** de cet intervalle, ce qui suggère que l'échantillon utilisé pourrait ne pas bien représenter l'ensemble des femmes de la population.

3. Intervalle de confiance à 99 % (niveau de confiance de 0,01)

$$I=[39,458;45,082]$$

Interprétation :

Vous êtes **99 % certain** que la moyenne d'âge réelle se situe entre 39,46 et 45,08. Cette fois, la moyenne de la population (39,7) est **incluse** dans l'intervalle, ce qui indique que l'estimation est plus fiable et que l'échantillon est sûrement représentatif.

Conclusion :

Les intervalles à 95 % et 90 % ne contiennent pas la moyenne d'âge réelle des femmes (39,5), mais l'intervalle à 99 % l'inclut, ce qui montre une estimation plus sûre à ce niveau de confiance.

III. Analyse de la moyenne estimée et des intervalles de confiance de l'échantillon de la population des hommes :

1. Intervalle de confiance à 95 % (niveau de confiance de 0,05)

$$I=[37,63;42,03]$$

Interprétation :

On est **95 % certain** que la vraie moyenne d'âge des hommes dans la population se situe entre 37,63 et 42,03. La moyenne réelle (39,3) est **dans** cet intervalle, ce qui indique que l'échantillon est représentatif de la population des hommes.

2. Intervalle de confiance à 90 % (niveau de confiance de 0,1)

$$I=[38,03;41,63]$$

Interprétation :

On est **90 % certain** que la moyenne d'âge des hommes se situe entre 38,03 et 41,63. La moyenne de la population (39,3) est **incluse** dans cet intervalle, ce qui prouve que l'estimation est plus fiable.

3. Intervalle de confiance à 99 % (niveau de confiance de 0,01)

$$I=[36,94;42,72]$$

Interprétation :

Avec un **niveau de confiance de 99 %**, vous êtes presque sûr que la moyenne réelle des âges se situe entre 36,94 et 42,72. La moyenne de 39,3 est **bien comprise** dans cet intervalle, ce qui confirme la **très bonne représentativité** de l'échantillon.

Conclusion :

Tous les intervalles (90 %, 95 %, et 99 %) contiennent la moyenne d'âge des hommes dans la population (39,5), ce qui montre que l'échantillon est **représentatif**, peu importe le niveau de confiance choisi.

IV. Analyse globale :

- L'âge **moyen estimé des femmes (42,27 ans)** est **supérieur** à celui des **hommes (39,83 ans)** dans l'échantillonnage. Preuve que **les femmes sont plus âgées que les hommes**. Ce qui était déjà le cas dans l'analyse de la population totale avec 39.7ans pour les femmes et 39.3 pour les hommes.
- Il y'a un léger **chevauchement** entre l'intervalle de la moyenne des âges des hommes et de la moyenne estimée des femmes qui **ne permet pas d'affirmer avec certitude** qu'il y a une **différence** entre l'âge des hommes et des femmes. Par exemple :

IC à 95 % pour les femmes :

[40,13;44,41]

IC à 95 % pour les hommes :

[37,70;41,96]

L'**intervalle des femmes commence à 40,13** et celui des hommes **se termine à 41,96**. Il y a donc un **chevauchement** entre **40,13 et 41,96** : les deux intervalles **partagent une plage commune**.

Conclusion générale :

Mon analyse montre que :

- L'âge moyen estimé varie légèrement entre les groupes, avec les femmes présentant une moyenne un peu plus élevée.
- Les intervalles de confiance donnent une estimation **fiable** de l'âge moyen dans chaque population.