XII. PELUANG

Ringkasan Materi:

Kaidah Pencacahan

1. Aturan Perkalian

Jika sesuatu objek dapat diselesaikan dalam n₁ cara berbeda, dan sesuatu objek yang lain dapat diselesaikan dalam n₂ cara berbeda, maka kedua objek itu dapat diselesaikan secara bersama – sama (secara berurutan) dalam $n_1 \times n_2$ cara berbeda.

Contoh:

Ali memiliki 2 baju putih dan 3 celana abu – abu, ada berapa cara bagi Ali untuk memasangkan perpaduan baju putih dan celana abu – abu tersebut?

Penyelesaian:

Jelas pasangan antara baju putih dan celana abu - abu yang dapat dibentuk ada sebanyak 2 x 3 = 6 pasangan berbeda. Untuk lebih jelasnya perhatikan diagram berikut ini:

BAJU PUTIH CELANA ABU2 HASIL PASANGAN

	CL_1	BJ_1CL_1
BJ_1	CL ₂	BJ ₁ CL ₂
	CL ₃	BJ ₁ CL ₃
BJ ₂	CL ₁	BJ ₂ CL ₁
	CL ₂	BJ ₂ CL ₂
	CL ₃	BJ ₂ CL ₃

Aturan Perkalian juga bisa disajikan dalam model pengisisan kotak kosong (filling slots):

Kotak	Kotak	Hasil	
1	II		
2	3	= 6	

2. Permutasi

Permutasi adalah banyaknya susunan objek - objek yang berbeda dengan memperhatika urutan.

Rumus permutasi r objek dari n objek berbeda adalah :

$$P_{(n,r)} = {}_{n} P_{r} = P_{r}^{n} = \frac{n!}{(n-r)!}, \text{ dengan } r \le n.$$

Jika r = n, maka rumusnya menjadi :

$$P_{(n,n)} = P_n = P_n = P_n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

Catatan: (i). n! (baca n faktorial) = 1.2.3 n (ii). 0 ! = 1

Kombinasi

Kombinasi adalah banyaknya cara susunan objek – objek berbeda tanpa memperhatikan urutan

Rumus kombinasi r objek dari n objek berbeda adalah :

$$C_{(n,r)} = {}_{n} C_{r} = C_{r}^{n} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}, \text{ dengan } r \leq n.$$

Jika r = n, maka menjadi:

$$C_{(n,n)} = {}_{n} C_{n} = C_{n}^{n} = \frac{n!}{n!.(n-n)!} = \frac{n!}{n!.0!} = \frac{n!}{n!} = 1$$

Contoh Soal:

1. Dari 7 finalis Putri Indonesia 2009, akan dipilih peringkat 1 sampai dengan 3. Banyak cara memilih peringkat tersebut adalah

d.35

b. 7 e. 210

21

Penyelesaian:

Jelas, misalkan terpilih 3 finalis berinisial A, B, dan C, maka antara si A sebagai juara I, si B sebagai juara II, dan si C sebagai juara III, tentu dianggap berbeda hasilnya jika yang juara I si B, juara II si C dan juara III si A. Oleh karena urutan hasil peringkat/ juara sangat diperhatikan maka masalah tersebut adalah masalah permutasi

Sehingga jawabannya:

$$P_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{1.2.3.4.5.6.7}{1.2.3.4} = 5.6.7 = 210$$

Jawabannya E

Cara II: menggunakan pengisian kotak:

Posisi	Posisi	Posisi	Banyak
juara	juara	juara	cara yang
I	II	Ш	<u>mungkin</u>
7	6	5	= 210

2. Banyak bilangan terdiri dari 2 angka berlainan yang dapat disusun dari angka – angka 1, 2, 4, 5 dan 6 adalah

a.

10

d. 35

b. 20

e. 50

Penyelesaian:

Yang pertama kali perlu dicermati adalah kata **berlainan**, yang berarti tidak boleh ada bilangan yang terbentuk dari 2 angka yang sama, misalkan 22, 11, 44 dsb. Oleh karena yang boleh adalah 2 angka berlainan maka tentu masalah ini masalah permutasi (karena antara 12 dengan 21 tentu sebuah bilangan yang berbeda/ antara 1 di depannya 2 dengan 2 di depannya 1 akan menghasilkan bilangan yang berbeda, jadi **urutan** sangat **diperhatikan**)

Cara I; pakai rumus permutasi

$$P_2^5 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 4.5 = 20$$
 (jawaban B)

Cara II: filling slots

Keterangan:

Angka 5 berasal dari banyak angka 1, 2, 4, 5 dan 6 Angka 2 berasal dari banyak angka yang disusun

- 3. Lima orang bermain bulu tangkis satu lawan satu bergantian, banyaknya pertandingan adalah
 - a. 5

d. 20

b. 10

e. 25

c. 15

Penyelesaian:

Perhatikan! Bahwa dalam pasangan pertandingan antara A bertemu B, dengan kita katakan B bertemu A adalah pertandingan yang sama, hanya mengatakannya yang berbeda. Jadi A-B kita sebut dengan B-A itu pertandingannya sama saja, berarti dalam masalah ini **urutan tidak diperhatikan,** maka merupakan masalah **kombinasi**

Sehingga banyaknya pertandingan:

$$C_2^5 = \frac{5!}{2!.(5-2)!} = \frac{5!}{2!.3!} = \frac{4.5}{2!} = \frac{4.5}{1.2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ pert.}$$

Jadi jawabannya B.

Paket Soal 19:

- Seorang ingin melakukan pembicaraan melalui telepon di sebuah wartel. Ada 4 buah kamar dan ada 6 nomor yang akan dihubungi. Banyak susunan pasangan kamar bicara dan nomor telpon yang akan dihubungi ada
 - a. 10

d. 1.296

b. 24

- e. 4.096
- c. 360

- 2. Tono akan membeli sebuah sepeda motor. Ketika ia berkunjung ke ruang pamer sepeda motor ternyata ada 4 pilihan merek sepeda motor dan masing-masing merek menyediakan 6 pilihan warna. Banyak cara Tono memilih merek dan warna sepeda motor adalah
 - a. 4 cara
- d. 18 cara
- b. 6 cara
- e. 24 cara
- c. 10 cara
- Dari 10 finalis lomba AFI akan dipilih juara I, II dan III.
 Banyaknya kemungkinan susunan terpilihnya sebagai juara adalah
 - a. 120
- d. 620
- b. 240
- e. 720
- c. 480
- 4. Dari 7 orang calon pelajar teladan di suatu daerah akan dipilih 3 orang pelajar teladan I, II, dan III. Banyak cara susunan pelajar yang mungkin akan terpilih sebagai pelajar teladan adalah
 - a. 21

d. 210

b. 35

e. 720

- c. 120
- 5. Pada suatu ruang pertemuan mempunyai 7 buah pintu masuk. Jika ditentukan bahwa seseorang yang masuk tidak boleh keluar pada pintu yang sama, maka banyak cara yang dapat dilakukan adalah
 - a. 21

d. 56

b. 30

e. 84

- c. 42
- 6. Banyaknya bilangan genap terdiri dari tiga angka berlainan yang dapat disusun dari angka-angka 2, 3, 4, 5,6, 7 dan 8 adalah
 - a. 120
- d. 196

b. 144

e. 210

- c. 168
- 7. Dari angka-angka 2,3,4,5, dan 6 akan disusun bilanganbilangan yang terdiri dari tiga angka berlainan. Banyaknya bilangan ganjil yang dapat disusun adalah
 - a. 60

d. 24

b. 48

e. 12

c. 36

	Ш
	0
	ပ
	•
	٠
	0
	s p
	S
	ad
	0
,	_
	p I
	<u> </u>
	ပ
	r 1
	H
	ļ
	a
	Ш
	0
	a
	Ш
	\
`	\
	Д
	٠,
	_
٠	Ч

14. Banyaknya cara memilih pemain bulu tangkis ganda putra

dari delapan pemain putra adalah

a 16 d. 42 8. Dari enam calon pengurus osis akan dipilih tiga orang b. 20 e. 56 pengurus inti yaitu satu orang ketua, satu orang sekretaris, c. 28 dan satu orang bendahara. Banyaknya susunan yang terbentuk adalah 15. Dari delapan orang pemain inti, akan dibentuk sebauah a. 12 d. 60 team bola basket. Banyaknya cara pemilihan team bola b. 18 e. 120 basket tersebut adalah c. 20 d. 64 a. 36 9. Dari 20 orang yang berkumpul, mereka saling berjabat b. 40 e. 76 tangan, maka banyaknya jabatan tangan yang terjadi c. 56 adalah d. 360 a. 40 16. Dari angka-angka 1, 2, 3, 4, 5, 6 akan disusun suatu b. 80 e. 400 bilangan yang terdiri dari 3 angka berbeda. Banyaknya c. 190 bilangan yang dapat disusun adalah (UN 2010) d. 120 a. 18 10. Sebuah kompetisi sepak bola diikuti oleh 6 negara. Pada b. 36 e. 216 babak awal setiap negara harus bertanding satu sama lain. c. 60 Banyaknya pertandingan pada babak awal adalah a. 36 d. 12 17. Dari angka-angka 1, 2, 3, 4 dan 7 akan disusun suatu b. 30 bilangan yang terdiri dari 3 angka berbeda. Banyaknya e. 6 bilangan berbeda yang dapat disusun dengan nilai kurang dari 400 adalah 11. Pada suatu bidang terdapat 20 titik, dengan ketentuan (UN 2011) d. 48 tidak ada 3 titik yang terletak pada satu garis. Banyaknya a. 12 e. 84 garis yang dapat terjadi adalah h 24 a. 100 d. 200 c. 36 b. 120 e. 210 c. 190 18. Dalam kompetisi bola basket yang terdiri dari 10 regu peserta akan dipilih juara 1, 2, 3. Banyak cara memilih 12. Suatu kepanitiaan yang beranggotakan 4 orang akan dipilih adalah dari 4 pria dan 7 wanita. Bila dalam kepanitiaan tersebut (UN 2010) disyarakat paling sedikit 2 wanita maka banyaknya cara d. 720 a. 120 memilih panitia adalah e. 900 b. 360 a. 1008 d. 301 c. 540 b. 672 e. 27 c. 330 19. Banyak cara memasang 5 bendera dari Negara yang berbeda disusun dalam satu baris adalah(UN 2011) 13. Sebuah kotak berisi 4 buah bola merah dan 5 bola putih d. 120 a. 20 akan diambil tiga buah bola. Banyak cara mengambil 2 bola b. 24 e. 132 merah dan 1 bola putih adalah c. 69 a. 15 d. 120 e. 240 20. Dari 20 kuntum bunga mawar akan diambil 15 kuntum b. 30 c. 60 secara acak. Banyak cara pengambilan ada(UN 2011) a. 15.504 d. 4.896

b. 12.434

c. 9.024

e. 816

Menentukan nilai peluang dan frekuensi harapan suatu kejadian

Ringkasan Materi:

1. Peluang:

a. Peluang kejadian tunggal

Misalkan

A : suatu kejadian

S : semesta pembicaraan

n(A) : banyaknya anggota kejadian A

n(S) : banyaknya anggota semesta pembicaraan maka Peluang kejadian A (P(A)) dirumuskan dengan

maka Peluang kejadian A (P(A)) dirumuskan deng

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

b. Peluang kejadian majemuk biasa:

Jika A dan B dua kejadian, maka berlaku:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

c. Peluang kejadian majemuk saling lepas

Misalkan A dan B dua kejadian, jika anggota kejadian A dan kejadian B <u>tidak ada yang sama</u> (yang berarti $A \cap B = \Phi$) maka A dan B disebut <u>dua kejadian yang saling lepas</u>, dan berlaku :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Catatan : secara mudah kita katakan bahwa dua <u>kejadian saling lepas tidak mungkin terjadi secara</u> <u>bersama - sama</u>

d. Peluang kejadian majemuk saling bebas

Misalkan A dan B dua kejadian, jika terjadinya kejadian A tidak dipengaruhi oleh terjadi atau tidak terjadinya kejadian B, dan sebaliknya terjadinya kejadian B tidak dipengaruhi oleh terjadi atau tidak terjadinya kejadian A, maka A dan B disebut dua kejadian saling bebas, dan berlaku:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

Catatan : dua kejadian saling bebas, dapat terjadi secara bersama – sama tetapi tidak saling mempengaruhi.

2. Frekuensi harapan suatu kejadian (F_h)

Misalkan dalam sebuah percobaan yang dilakukan berulang- ulang sebanyak n kali, kemungkinan munculnya kejadian A sebesar P(A), maka **Frekuensi harapan kejadian** A ($F_h(A)$) dirumuskan dengan :

$$F_h(A) = n \cdot P(A)$$

Contoh Soal:

 Dua buah dadu dilempar undi bersama – sama. Peluang munculnya jumlah kedua mata dadu merupakan bilangan prima adalah

a.
$$\frac{1}{36}$$

d.
$$\frac{9}{36}$$

b.
$$\frac{1}{6}$$

e.
$$\frac{15}{36}$$

c.
$$\frac{4}{36}$$

Penyelesaian:

Misalkan A = kejadian munculnya jumlah mata dadu merupakan bil. prima

n(S) = 36, yaitu:

$$S = \{(1,1), (1,2), ..., (6,6)\}$$

anggotanya A =

 $\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,3),(3,2),(1,4),(4,1),(1,6),(6,1),(2,5),(5,2),(3,$

$$,4),(4,3),(5,6),(6,5)$$
, jadi n(A) = 15

maka peluang A sebesar:

$$P(A) = \frac{15}{36}$$
. jadi jawabannya E

2. Sebuah dadu dan sekeping mata uang logam dilempar undi bersama-sama sekali. Peluang munculnya mata dadu lima dan angka pada mata uang logam adalah

a.
$$\frac{1}{24}$$

d.
$$\frac{2}{3}$$

b.
$$\frac{1}{12}$$

e.
$$\frac{5}{6}$$

Misalkan

A = kejadian munculnya mata dadu 5

n(A) = 1, dengan n(S) = 6 (karena muka dadu ada 6)

akibatnya P(A) =
$$\frac{1}{6}$$

B = kejadian munculnya angka pada uang logam

$$= \{A\}$$

n(B) = 1, dengan n(S) = 2 (karena muka uang ada 2 yaitu Gambar / G dan Angka /A)

akibatnya P(B) = $\frac{1}{2}$

yang ditanyakan adalah : P(A∩B)

jelas A dan B saling bebas (karena keduanya tidak saling mempengaruhi), maka :

 $P(A \cap B) = P(A). P(B)$

$$=\frac{1}{6}.\frac{1}{2}$$

$$=\frac{1}{12}$$
 . Jadi jawabannya B

- Tiga buah mata uang logam dilempar undi bersama sama sebanyak 40 kali. Frekuensi harapan munculnya dua angka dan satu gambar adalah
 - a. 12
- d. 37
- b. 13
- e. 38

c. 15

Penyelesaian :

Jelas bahwa tiap mata uang logam ada 2 permukaan, maka kalau 3 mata uang logam dilempar maka akan diperoleh delapan pasangan (dari $2^3 = 8$), jadi n (S) = 8.

Misalkan A: kejadian munculnya 2 Angka dan 1 Gambar

n(A) = 3, sehingga

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

Jelas banyaknya percobaan (n) = 40 , maka :

Frekuensi harapan kejadian $A = F_h(A) = n \cdot P(A)$

$$F_h(A) = 40 \cdot \frac{3}{8}$$

$$F_h(A) = 5.3 = 15$$

Jadi jawabannya C

Paket Soal 20:

- Pada percobaan melempar dua buah dadu satu kali, peluang munculnya mata dadu berjumlah lebih dari 10 adalah
 - a. $\frac{1}{18}$

d. -

b. $\frac{1}{12}$

e. $\frac{1}{4}$

c. $\frac{1}{9}$

- Sebuah kotak berisi 5 kelereng merah dan 3 kelereng kuning. Jika diambil dua kelereng secara acak satu persatu berturut-turut tanpa pengembalian, maka peluang terambil pertama kelereng merah dan kedua kelereng kuning adalah
 - a. $\frac{3}{4}$

- d. $\frac{15}{56}$
- b. $\frac{8}{15}$

e. $\frac{15}{64}$

- c. $\frac{5}{14}$
- Dua buah dadu dilambungkan bersama-sama satu kali.
 Peluang munculnya jumlah mata dadu 9 atau 10 adalah
 - a. $\frac{5}{36}$
- d. $\frac{9}{36}$
- b. $\frac{7}{36}$
- e. $\frac{11}{36}$
- c. $\frac{8}{36}$
- Dua buah dadu dilemparkan bersama-sama satu kali.
 Peluang muncul mata dadu berjumlah empat atau sepuluh adalah
 - a. $\frac{5}{36}$

d. $\frac{8}{30}$

b. $\frac{6}{36}$

e. $\frac{9}{36}$

- c. $\frac{7}{36}$
- 5. Dalam sebuah kotak berisi 6 bunga mawar merah dan 4 bunga mawar putih. Dari kotak itu diambil satu tangkai bunga berturut turut tanpa pengembalian. Peluang terambilnya bunga mawar merah pada pengambilan pertama dan mawar putih pada pengambilan kedua adalah
 - a. $\frac{1}{18}$
- d. $\frac{2}{0}$
- b. $\frac{4}{15}$
- e. $\frac{1}{3}$

c. $\frac{1}{6}$

- 6. Dua buah dadu yang seimbang dilempar undi bersama sama sebanyak 540 kali. Frekuensi harapan munculnya mata dadu berjumlah 5 adalah
 - a. 240 kali
- d. 60 kali
- b. 180 kali
- e. 30 kali
- c. 90 kali
- Pada percobaan melempar 3 keping mata uang logam sebanyak 64 kali, frekuensi harapan munculnya paling sedikit satu angka adalah
 - a. 21
- d. 67
- b. 24
- e. 192
- c. 56
- Dua mata uang logam dilempar bersama-sama sebanyak 80 kali. Frekuensi harapan munculnya keduanya gambar adalah
 - a. 20 kali
- d. 40 kali
- b. 30 kali
- e. 60 kali
- c. 35 kali
- Sebuah dadu dilemparkan 108 kali. Frekuensi harapan munculnya permukaan dadu prima ganjil adalah
 - a. 36

d. 62

b. 42

e. 74

- c. 54
- Sebuah lempeng berbentuk lingkaran dibagi 12 juring sama besar dan setiap juring diberi bernomor 1 sampai dengan
 dan dilengkapi jarum penunjuk. Jika jarum diputar sebanyak 120 kali, maka frekuensi harapan jarum menunjuk nomor yang merupakan bilangan prima adalah
 -
 - a. 60 kali
 - b. 50 kali
 - c. 40 kali
 - d. 30 kali
 - e. 20 kali
- 11. Dua buah dadu dilempar undi bersama-sama sebanyak satu kali. Peluang munculnya mata 3 pada dadu pertama atau mata 2 pada dadu kedua adalah(UN 2010)
 - a. $\frac{5}{36}$
- d. $\frac{12}{36}$

- b. $\frac{6}{36}$
- e. $\frac{17}{36}$
- c. $\frac{11}{36}$
- 12. Sebuah kotak berisi 6 bola hitam dan 5 bola putih. Jika dari kotak diambil 2 bola secara acak, maka peluang terambil 2 bola hitam adalah(UN 2010)
 - a. $\frac{2}{55}$
- d. $\frac{15}{55}$
- b. $\frac{6}{55}$
- e. $\frac{25}{55}$
- c. $\frac{12}{55}$
- 13. Kotak I berisi 4 bola biru dan 3 bola kuning. Kotak II berisi 2 bola biru dan 5 bola merah. Dari masing-masing kotak diambil sebuah bola secara acak. Peluang terambilnya kedua bola berlainan warna adalah.... (UN 2011)
 - a. $\frac{6}{49}$
- d. $\frac{21}{49}$
- b. $\frac{15}{49}$
- e. $\frac{41}{49}$
- c. $\frac{20}{49}$
- 14. Sebuah dadu dilempar undi sebanyak 150 kali. Frekuensi harapan muncul mata dadu kurang dari 4 adalah
 (UN 2010)
 - a. 25

d. 100

b. 50

e. 125

- c. 75
- 15. Pada percobaan lempar undi 3 keping uang logam bersama-sama sebanyak 600 kali. Frekuensi harapan muncul paling sedikit dua gambar adalah (UN 2011)
 - a. 500
- d. 200
- b. 400
- e. 100
- c. 300