

V. FUNGSI KOMPOSISI DAN INVERS FUNGSI

Menentukan fungsi komposisi

Misalkan $f(x)$ dan $g(x)$ dan $h(x)$ adalah fungsi – fungsi yang terdefinisi dalam himpunan bilangan real. $R_f \cap D_g \neq \emptyset$, dan $R_g \cap D_h \neq \emptyset$ serta $R_g \cap D_h \neq \emptyset$, maka berlaku :

1. $\{f \circ g\}(x) = f(g(x)) = f\{g(x)\}$
2. $\{g \circ f\}(x) = g(f(x)) = g\{f(x)\}$
3. $\{f \circ g \circ h\}(x) = f(g(h(x))) = f[g\{h(x)\}]$

CONTOH

1. Diketahui fungsi $f : R \rightarrow R$ dan $g : R \rightarrow R$ dengan
 $f(x) = 2x + 1$ dan $g(x) = 3x^2 + x - 7$ Rumus
 $(g \circ f)(x) = \dots$
 - a. $3x^2 + 3x - 6$
 - b. $6x^2 + 2x - 13$
 - c. $12x^2 + 6x - 5$
 - d. $12x^2 + 14x - 3$
 - e. $12x^2 + 12x - 3$

Penyelesaian :

Jelas $f(x) = 2x + 1$, dan $g(x) = 3x^2 + x - 7$ maka :

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g\{f(x)\} = g\{2x + 1\} \\&= 3(2x + 1)^2 + (2x + 1) - 7 \\&= 3(4x^2 + 4x + 1) + 2x + 1 - 7 \\&= 12x^2 + 12x + 3 + 2x - 6 \\&= 12x^2 + 14x - 3 \\&\quad \text{(jawaban D)}\end{aligned}$$

Catatan : $g(2x+1)$ berarti mengganti x pada $g(x)$ dengan $2x+1$

2. Jika $f(x) = x^2 + 2$, maka $f(x+1) = \dots$
 - a. $x^2 + 2x + 3$
 - b. $x^2 + x + 3$
 - c. $x^2 + 4x + 3$
 - d. $x^2 + 3$
 - e. $x^2 + 4$

Penyelesaian :

Jelas $f(x) = x^2 + 2$, maka :

$$\begin{aligned}f(x+1) &= (x+1)^2 + 2 \\&= x^2 + 2x + 1 + 2 \\&= x^2 + 2x + 3 \\&\quad \text{(jawaban A)}\end{aligned}$$

Catatan : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

SOAL

1. Diketahui $f : R \rightarrow R$, $g : R \rightarrow R$, $f(x) = 3 - x^2$ dan $g(x) = 2x - 1$, rumus komposisi $(f \circ g)(x) = \dots$
 - a. $7 - 4x - 8x^2$
 - b. $2 + 4x - 4x^2$
 - c. $8 - 7x - 4x^2$
 - d. $2 - 4x - 6x^2$
 - e. $2 + 4x - 6x^2$
2. Diketahui $f : R \rightarrow R$, $g : R \rightarrow R$, $f(x) = 3x + 4$ dan $g(x) = 2 + x^2$, komposisi $(g \circ f)(x) = \dots$
 - a. $9x^2 + 24x + 18$
 - b. $4x^2 + 4x + 1$
 - c. $6x^2 - 20x + 18$
 - d. $6x^2 + 4x - 18$
 - e. $9x^2 + 24x - 16$
3. Diketahui fungsi $f : R \rightarrow R$ dan $g : R \rightarrow R$ dengan
 $f(x) = x - 2$ dan $g(x) = x^2 - 2x - 3$. Rumus
 $(g \circ f)(x)$ adalah \dots
 - a. $x^2 - 6x + 5$
 - b. $x^2 - 6x - 3$
 - c. $x^2 - 2x + 6$
 - d. $x^2 - 2x + 2$
 - e. $x^2 - 2x - 5$
4. Diketahui fungsi $f(x) = 2x + 1$ dan $g(x) = x^2 - 3x + 5$, maka
 $(g \circ f)(x) = \dots$
 - a. $4x^2 - 2x + 3$
 - b. $4x^2 - 6x + 3$
 - c. $4x^2 - 2x + 9$
 - d. $2x^2 - 6x + 6$
 - e. $2x^2 - 2x + 5$

5. Fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, jika fungsi $f(x)=x-2$ dan $g(x)=2x^2+3x+4$ maka $(g \circ f)(x)=\dots$
- $x^2-5x+12$
 - x^2-5x+6
 - $x^2-11x+6$
 - $2x^2+3x+6$
 - $2x^2-5x+6$
6. Diketahui fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ yang dinyatakan dengan $f(x)=x^2-3x-5$ dan $g(x)=x-2$. Komposisi dari kedua fungsi $(f \circ g)(x) = \dots$
- x^2-3x+5
 - x^2-7x+5
 - x^2+x-7
 - x^2-3x-3
 - x^2-3x-7
7. Jika fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ yang dinyatakan dengan $f(x)=4x-2$ dan $g(x)=x^2+8x-2$, maka $(g \circ f)(x) = \dots$
- $8x^2+16x-4$
 - $8x^2+16x+4$
 - $16x^2+8x-4$
 - $16x^2-16x+4$
 - $16x^2+16x+4$ (UN 2010)

Menentukan fungsi invers

1. Definisi :

Jika $f: A \rightarrow B$ yang dinyatakan dengan pasangan terurut

$f = \{(a,b) | a \in A, b \in B\}$ maka invers f adalah

$f^{-1}: B \rightarrow A$ yang dinyatakan dengan

$f^{-1} = \{(b,a) | b \in B, a \in A\}$

2. Cara menentukan fungsi invers :

Bentuk I :

$$f(x) = ax + b, \text{ maka } f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$$

+ jadi -
Kali a jadi bagi a

Contoh : $f(x) = -2x + 5$, maka $f^{-1}(x) = \frac{x-5}{-2} = \frac{5-x}{2}$

Bentuk II :

$$f(x) = ax - b, \text{ maka } f^{-1}(x) = \frac{x+b}{a}$$

- jadi +
Kali a jadi bagi a

Contoh : $f(x) = 3x - 6$, maka $f^{-1}(x) = \frac{x+6}{3} = \frac{1}{3}x + 2$

Catatan : a berupa konstanta/ bilangan baik positif maupun negatif

Bentuk III :

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}, \text{ dengan } x \neq -\frac{d}{c} \text{ maka } f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}, \text{ dengan } x \neq \frac{a}{c}$$

secara mudah kita katakan : “ **tukar saja a dan d sekaligus ubah tandanya** ”

catatan : a adalah koefisien dari x yang berada di atas, dan d adalah konstanta (bukan koefisien x) yang berada di bawah (**Ingat ! : a harus yang nempel pada x** di bagian atas)

Contoh :

$$f(x) = \frac{3x+5}{-x+2}, \text{ dengan } x \neq 2, \text{ maka}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x+5}{-x-3}, \text{ dengan } x \neq -3$$

Paket Soal 10 :

1. Diketahui $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$, $x \neq 3$ dan $f^{-1}(x)$ adalah invers dari $f(x)$, maka $f^{-1}(x) = \dots$

- $\frac{3x+1}{x-2}, x \neq 2$
- $\frac{3x-5}{x-4}, x \neq 4$
- $\frac{2x-3}{x-5}, x \neq 5$
- $\frac{2x+1}{x-3}, x \neq 3$
- $\frac{2x-2}{x+1}, x \neq -1$

2. Diketahui $f(x) = \frac{2-3x}{4x+5}$, $x \neq -\frac{5}{4}$ dan $f^{-1}(x)$ adalah invers dari $f(x)$, maka $f^{-1}(x) = \dots$

- $\frac{2+5x}{4x+3}, x \neq -\frac{3}{4}$
- $\frac{5x-2}{4x+3}, x \neq -\frac{3}{4}$
- $\frac{2-5x}{4x+3}, x \neq -\frac{3}{4}$
- $\frac{2-5x}{4x-3}, x \neq \frac{3}{4}$

e. $\frac{5x-2}{4x-3}, x \neq \frac{3}{4}$

3. Diketahui fungsi f ditentukan oleh

$$f(x) = \frac{x+2}{3x-5}, x \neq \frac{5}{3} \text{ dan } f^{-1} \text{ adalah fungsi invers dari}$$

f , maka $f^{-1}(x) = \dots$

a. $\frac{2x-3}{5x+1}, x \neq -\frac{1}{5}$

b. $\frac{3x+1}{2x+5}, x \neq -\frac{5}{2}$

c. $\frac{5x-2}{x+3}, x \neq -3$

d. $\frac{5x+2}{3x-1}, x \neq \frac{1}{3}$

e. $\frac{2x-5}{x+3}, x \neq -3$

4. Fungsi invers dari $f(x) = \frac{4-2x}{3x+1}, x \neq -\frac{1}{3}$, adalah

a. $\frac{4x+2}{-3x+4}, x \neq \frac{4}{3}$

b. $\frac{4-x}{3x+2}, x \neq -\frac{2}{3}$

c. $\frac{x-4}{3x-2}, x \neq \frac{2}{3}$

d. $\frac{4x-2}{3x-1}, x \neq \frac{1}{3}$

e. $\frac{4x-4}{3x+2}, x \neq -\frac{2}{3}$

5. Diketahui $f^{-1}(x)$ invers dari $f(x) = \frac{4-2x}{3x+1}, x \neq \frac{-1}{3}$ maka

$f^{-1}(x) = \dots$

a. $\frac{x-3}{-2x+4}, x \neq 2$

b. $\frac{3-x}{2x-4}, x \neq 2$

c. $\frac{x-2}{4x-3}, x \neq \frac{3}{4}$

d. $\frac{x-3}{2x+4}, x \neq -2$

e. $\frac{4-x}{3x+2}, x \neq \frac{-2}{3}$

6. Diketahui $f^{-1}(x)$ invers dari $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}, x \neq \frac{-1}{2}$ maka

$f^{-1}(x) = \dots$

a. $\frac{2x+1}{x-3}, x \neq 3$

b. $\frac{-2x-1}{-x+3}, x \neq 3$

c. $\frac{x+3}{-2x+1}, x \neq \frac{1}{2}$

d. $\frac{x-3}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2}$

e. $\frac{-x-3}{2x}, x \neq 0$

7. Fungsi invers dari $f(x) = \frac{3x-2}{2x+5}, x \neq -\frac{5}{2}$, adalah

a. $\frac{5x+2}{2x-3}, x \neq \frac{3}{2}$

b. $\frac{5x-2}{2x+3}, x \neq -\frac{3}{2}$

c. $\frac{5x+2}{3-2x}, x \neq \frac{3}{2}$

d. $\frac{2x+5}{3x-2}, x \neq \frac{2}{3}$

e. $\frac{2x-5}{2-3x}, x \neq \frac{2}{3}$ (UN 2010)

8. Diketahui $f^{-1}(x)$ invers dari $f(x) = -\frac{2-3x}{2}$, maka $f^{-1}(x)$

$= \dots$ (UN 2011)

a. $\frac{2}{3}(1+x)$

b. $\frac{2}{3}(1-x)$

c. $\frac{3}{2}(1+x)$

d. $-\frac{3}{2}(1-x)$

e. $-\frac{2}{3}(x+1)$