

VII. PROGRAM LINIER

MATERI

1. Dalam permasalahan program linear dikenal dua istilah , yaitu :
 - a. Fungsi Kendala/ pembatas, berupa pertidaksamaan – pertidaksamaan linear
$$ax + by > 0; ax + by < p; ax + by \geq 0; ax + by \leq 0$$
 - b. Fungsi/ bentuk objektif, berupa fungsi linear
$$z = ax + by$$
2. Terkait bentuk objektif, biasanya yang dicari adalah memaksimalkan atau meminimalkan nilai $z = ax + by$ yang secara singkat disebut mengoptimalkan
3. Langkah dalam menentukan nilai optimum adalah :
 - a. gambar garis dari semua fungsi kendala yang ada (jika persamaan garis belum ada maka harus dicari dahulu)

Cara Menentukan Persamaan garis :

Jika titik potong dg sb-Xnya (p,0) dan titik potong dg sb-Ynya (0,q); maka persamaan garisnya adalah :

$$q x + p y = p \cdot q$$

(untuk ruas kiri hanya saling tukar saja, dan untuk ruas kanan kalikan saja)

- b. tentukan daerah penyelesaian yang memenuhi syarat fungsi kendala (jika belum ada)
- c. tentukan titik – titik fisible, yaitu titik sudut dari daerah penyelesaian (jika belum ada)
- d. periksa nilai bentuk objektif $z = ax + by$ pada titik – titik fisible tersebut

Catatan :

Untuk memeriksa nilai Z pada titik – titik fisible, jangan diperiksa semua, pilih saja sesuai permintaan, dengan asumsi :

- (i). Jika pada $z = ax + by$ nilai $a > b$ dan masalahnya adalah memaksimalkan, maka periksa saja titik – titik yang nilai x-nya besar, dan sebaliknya jika masalahnya meminimalkan maka periksa saja nilai Z dari titik – titik yang nilai x-nya kecil

- (ii). Jika pada $z = ax + by$ nilai $a < b$ dan masalahnya adalah memaksimalkan, maka periksa saja titik – titik yang nilai y-nya besar, dan sebaliknya jika masalahnya meminimalkan maka

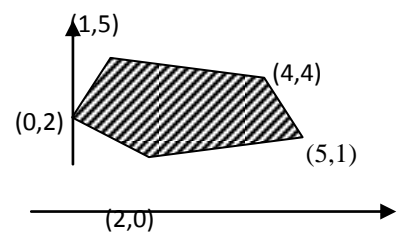
periksa saja nilai Z dari titik – titik yang nilai y-nya kecil

- e. pilih nilai Z yang sesuai dengan permintaan (yang paling besar/ maksimal atau yang paling kecil / minimal)

CONTOH

1. Pada gambar di bawah, daerah yang diarsir merupakan grafik himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear. Nilai maksimum dari bentuk obyektif $5x + y$ dengan $x, y \in C$ himpunan penyelesaian itu adalah

- a. 21
- b. 24
- c. 26
- d. 27
- e. 30



Penyelesaian :

Jelas $z = 5x + y$, ditanya $Z_{maks} = \dots ?$

dan

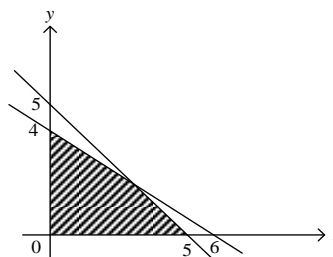
Jelas $a = 5, b = 1$, maka pilih saja titik yang x – nya besar yaitu titik (4, 4) dan (5, 1)

$$Z (4, 4) = 5 \cdot 4 + 4 = 20 + 4 = 24$$

$$Z (5, 1) = 5 \cdot 5 + 1 = 25 + 1 = 26$$

Jadi $Z_{maks} = 26$ (jawaban C)

2. Daerah yang diarsir pada gambar merupakan himpunan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan linear. Nilai maksimum dari $f (x, y) = 5x + 6y$ adalah



- a. 18
- b. 20
- c. 27
- d. 28
- e. 45

Penyelesaian :

Jelas $Z = 5x + 6y$, ditanya $Z_{maks} = \dots$

Jelas bahwa antara a (koefisien variabel x) dan b (koefisien variabel y) perbedaannya tidak terlalu besar, maka nanti yang akan memberi nilai maksimum adalah titik yang x dan y-nya sama – sama besar, maka pasti titik potong kedua garis tersebut.

Sayangnya titik potong belum diketahui, maka harus dicari, dan untuk mencari titik potong perlu persamaan garisnya.

(i) buat persamaan garis :

Garis yang memotong sb-X di titik (5,0), dan sb- Y di titik (0,5) adalah :

$$5x + 5y = 5.5 \text{ (bagi dg 5)}$$

$$\Leftrightarrow x + y = 5$$

Garis yang memotong sb-X di titik (6,0), dan sb- Y di titik (0,4) adalah :

$$4x + 6y = 4.6 \text{ (bagi dg 2)}$$

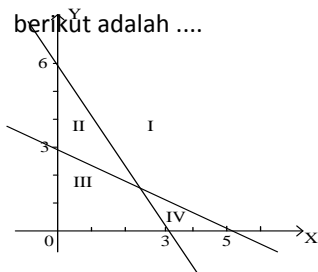
$$\Leftrightarrow 2x + 3y = 12$$

(ii) titik potong kedua garis $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$ dapat kita

tebak yaitu : (3,2) (ingat ! SPLDV)

$$\text{Jadi } Z_{\text{maks}} = 5.3 + 6.2 = 15 + 12 = 27 \text{ (jawaban C)}$$

3. Daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan linier $3x + 5y \geq 15$, $2x + y \geq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ yang ditunjukkan gambar berikut adalah



- a. I
- b. II
- c. III
- d. IV
- e. II dan IV

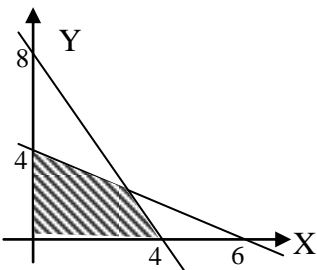
Penyelesaian :

Jelas jawabannya adalah A karena $3x + 5y \geq 15$ dan $2x + y \geq 6$

(tandanya semuanya \geq), maka daerah penyelesaiannya yang berada di atas kanan (daerah I)

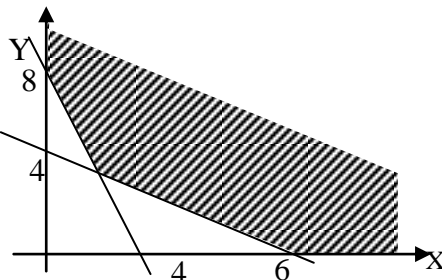
SOAL

1. Untuk daerah penyelesaian yang diarsir pada gambar berikut nilai maksimum dari fungsi obyektif $f(x,y) = 5x + 4y$ adalah



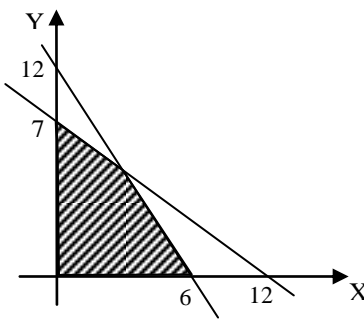
- a. 14
- b. 16
- c. 20
- d. 23
- e. 26

2. Untuk daerah yang diarsir pada gambar berikut , nilai minimum dari fungsi obyektif $f(x,y) = 5x + 4y$ adalah



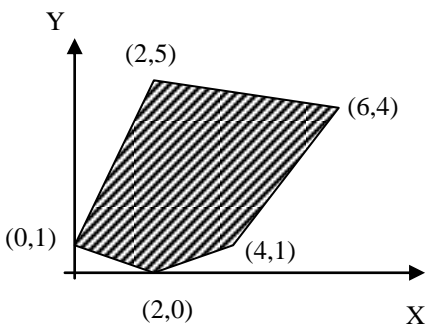
- a. 14
- b. 16
- c. 20
- d. 23
- e. 26

3. Nilai maksimum $f(x,y) = 15x + 20y$, dari daerah yang diarsir pada gambar disamping, adalah...



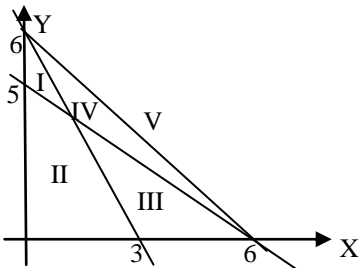
- a. 165
- b. 150
- c. 140
- d. 90
- e. 60

4. Nilai maksimum fungsi objektif $f(x,y) = x + 3y$ untuk himpunan penyelesaian seperti pada grafik di bawah ini adalah



- a. 50
- b. 22
- c. 18
- d. 17
- e. 7

5. Diketahui sistem pertidaksamaan linear $2x + y \leq 6$, $5x + 6y \leq 30$, $x + y \leq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x, y \in R$. Daerah himpunan penyelesaian yang memenuhi sistem pertidaksamaan linear tersebut adalah

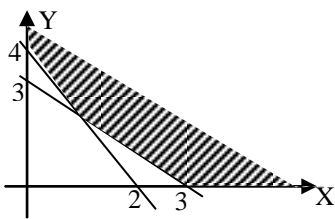


- a. I
- b. II
- c. III
- d. IV
- e. V

6. Perhatikan gambar ! (UN 2011)

Nilai minimum fungsi objektif $f(x,y) = 3x + 2y$ dari daerah yang diarsir pada gambar adalah

- a. 4
- b. 6
- c. 7
- d. 8
- e. 9



Merancang atau menyelesaikan model matematika dari masalah program linear

Dalam Kisi ini ada 2 hal yang difokuskan :

- a. Merancang model, dan
- b. Menyelesaikan model

MATERI

- 1. Menyusun model matematika dari fungsi kendala yang berupa pertidaksamaan – pertidaksamaan linear dan fungsi objektif
- 2. Menggambar / memilih gambar daerah penyelesaian
- 3. Menentukan nilai optimum (maksimum/ minimum) dari fungsi objektif yang telah disusun

CONTOH

- 1. Pedagang sepatu mempunyai kios yang hanya cukup ditempati 40 pasang sepatu. Sepatu jenis I dibeli dengan harga Rp60.000,00 setiap pasang dan sepatu jenis II dibeli dengan harga Rp80.000,00 setiap pasang. Jika pedagang tersebut mempunyai modal Rp3.000.000,00 untuk membeli sepatu jenis I dan jenis II. Maka model matematika dari masalah tersebut adalah
 - a. $3x + 4y \geq 150, x + y \leq 40, x \geq 0, y \geq 0$
 - b. $3x + 4y \geq 150, x + y \geq 40, x \geq 0, y \geq 0$
 - c. $3x + 4y \leq 150, x + y \leq 40, x \geq 0, y \geq 0$
 - d. $6x + 8y \leq 300, x + y \geq 40, x \geq 0, y \geq 0$
 - e. $6x + 4y \leq 300, x + y \leq 40, x \geq 0, y \geq 0$

Penyelesaian :

Buat tabel :

Jenis sepatu	Harga / jenis	Permisalan/ jenis sepatu
I	60.000	X
II	80.000	Y
batasan	3.000.000	40

Maka model fungsi kendala dari permasalahan tersebut :

- (i). $60.000 x + 80.000 y \leq 3.000.000$ (bagi dg 20.000)
 $\Leftrightarrow 3 x + 4 y \leq 150$
- (ii). $x + y \leq 40$
- (iii). $x \geq 0$, dan $y \geq 0$ (karena banyak sepatu tidak mungkin negatif).

Jadi jawabannya : $3 x + 4 y \leq 150, x + y \leq 40, x \geq 0, y \geq 0$ (C)

- 2. Seorang penjahit membuat dua jenis pakaian untuk dijual, pakaian jenis I memerlukan 2 m kain katun dan 4 m kain sutera, dan pakaian jenis II memerlukan 5 m kain katun dan 3 m kain sutera. Bahan katun yang tersedia 70 m dan sutera 84 m. Pakaian jenis I dijual dengan laba Rp25.000,00/buah dan pakaian jenis II mendapat laba Rp50.000,00/buah. Agar ia memperoleh laba yang sebesar-besarnya, maka banyaknya pakaian jenis I dan jenis II berturut-turut adalah
 - a. 15 dan 8
 - b. 8 dan 15
 - c. 20 dan 3
 - d. 13 dan 10
 - e. 10 dan 13

Penyelesaian :

(i) rancang model

Jenis pakaian	Permisalan / jenis pakaian	Kebutuhan Bahan Katun (m)	Kebutuhan Bahan sutera (m)	Laba (Z)
I	X	2	4	25.000
II	y	5	3	50.000
batasan		70	84	

Modelnya fungsi kendalanya :

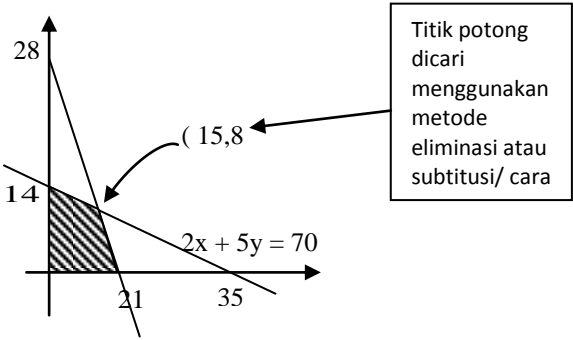
- $2 x + 5 y \leq 70$
- $4 x + 3 y \leq 84 ; x \geq 0, y \geq 0$

Model fungsi objektifnya :

- $Z = 25.000 x + 50.000 y$

Yang ditanyakan : **berapa x dan y agar Z_{maks} .**

(ii) gambar daerah penyelesaian :



Dari daerah yang diarsir tampak titik – titik siselnya adalah (21,0), (0,14) dan titik potong kedua garis (15, 8), dan dengan melihat pilihan maka pasti jawabannya adalah titik potong kedua garis tersebut, yaitu titik potong antara garis : $2x + 5y = 70$ dan $4x + 3y = 84$,
maka jawabannya **A (15,8)**

Catatan : untuk mencari titik potong dua garis, sama halnya kita mencari penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel (lihat kisi 11)

SOAL

Seorang pembuat mebel akan membuat meja dan kursi yang terbuat dari kayu. Untuk membuat sebuah meja diperlukan 6 lembar papan .Sedangkan untuk membuat sebuah kursi diperlukan 3 lembar papan.Papan yang tersedia sebanyak 900 lembar. Jika banyaknya meja x buah dan kursi y buah.serta membuat sebuah meja memerlukan biaya Rp.30.000,00 dan sebuah kursi Rp.25.000,00 Dana yang tersedia Rp. 6.000.000,00 .

Model matematika dari uraian di atas adalah

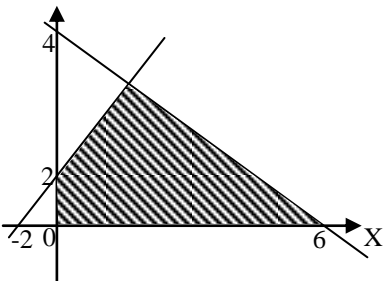
- a. $2x + y \leq 300, 6x + 5y \leq 1200, x \geq 0, y \geq 0$
- b. $x + 2y \leq 300, 6x + 5y \leq 1200, x \geq 0, y \geq 0$
- c. $2x + y \geq 300, 6x + 5y \geq 1200, x \geq 0, y \geq 0$
- d. $2x + y \geq 300, 5x + 6y \leq 1200, x \geq 0, y \geq 0$
- e. $2x + y \geq 300, 6x + 5y \leq 1200, x \geq 0, y \geq 0$

1. Sebuah industri kecil memproduksi 2 jenis barang (barang A dan barang B) yang dikerjakan dengan 2 mesin (mesin M1 dan mesin M2). Satu unit barang A dikerjakan M1 selama 2 menit dan M2 selama 4 menit. Barang B dikerjakan M1 selama 8 menit dan M2 selama 4 menit. Dalam sehari M1 dan M2 masing-masing bekerja tidak lebih dari 8 jam.

Model matematika dari uraian di atas adalah

- a. $x + 2y \leq 240, 2x + y \leq 120, x \geq 0, y \geq 0$
- b. $x + 2y \leq 240, 2x + y \geq 120, x \geq 0, y \geq 0$
- c. $x + 2y \geq 240, 2x + y \leq 120, x \geq 0, y \geq 0$
- d. $x + 4y \leq 240, x + y \leq 120, x \geq 0, y \geq 0$
- e. $x + 4y \geq 240, x + y \geq 120, x \geq 0, y \geq 0$

2. Daerah penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan linier dalam x dan y, ditunjukkan oleh daerah yang diraster pada gambar di bawah ini. Sistem pertidaksamaannya adalah



- a. $2x + 3y \leq 12, -x + y \geq 2, x \geq 0, y \geq 0$
- b. $2x + 3y \geq 12, -x + y \geq 2, x \geq 0, y \geq 0$
- c. $2x + 3y \leq 12, -x + y \leq 2, x \geq 0, y \geq 0$
- d. $2x + 3y \geq 12, -x + y \leq 2, x \geq 0, y \geq 0$
- e. $3x + 2y \leq 12, -x + y \leq 2, x \geq 0, y \geq 0$

3. Suatu pabrik roti memproduksi 120 kaleng roti setiap hari yaitu roti asin dan roti manis. Setiap hari diproduksi paling sedikit 30 kaleng roti asin dan 50 kaleng roti manis. Misalkan x adalah banyak kaleng roti asin dan y adalah banyak kaleng roti manis maka model matematika yang memenuhi permasalahan diatas adalah
 - a. $x + y \leq 120, x \geq 30, y \geq 50, x, y \in C$
 - b. $x + y \geq 120, x \geq 30, y \geq 50, x, y \in C$
 - c. $x + y \leq 120, x \geq 30, y \leq 50, x, y \in C$
 - d. $x + y = 120, x \geq 30, y \geq 50, x, y \in C$
 - e. $x + y = 120, x = 30, y = 50, x, y \in C$
4. Sebuah pabrik menggunakan bahan A, B dan C untuk memproduksi 2 jenis barang, yaitu barang jenis I dan jenis II. Sebuah barang jenis I memerlukan 1 kg bahan A, 3 kg bahan B dan 2 kg bahan C. Sedangkan barang jenis II memerlukan 3 kg bahan A, 4 kg bahan B dan 1 kg bahan C. Bahan baku yang tersedia 480 kg bahan A, 720 kg bahan B dan 360 kg bahan C. Model matematika dari uraian di atas adalah
 - a. $x + 3y \leq 480; 3x + 4y \leq 720; x + 2y \leq 360; x \geq 0; y \geq 0$
 - b. $x + 3y \leq 480; 3x + 4y \leq 720; 2x + y \leq 360; x \geq 0; y \geq 0$
 - c. $3x + y \leq 480; 3x + 4y \leq 720; 2x + y \leq 360; x \geq 0; y \geq 0$
 - d. $3x + y \leq 480; 4x + 3y \leq 720; 2x + y \leq 360; x \geq 0; y \geq 0$
 - e. $3x + 4y \leq 480; x + 3y \leq 720; 2x + y \leq 360; x \geq 0; y \geq 0$
5. Seorang penjahit membuat 2 model pakaian . Model pertama memerlukan 4 m kain polos dan 2 m kain bercorak.Model kedua memerlukan 3 m kain polos dan 3m kain bercorak. Dia hanya mempunyai 41 m kain polos dan 31 m kain bercorak. Jumlah maksimum pakaian yang dapat dibuat adalah ... potong.
 - a. 10
 - b. 12
 - c. 14
 - d. 15
 - e. 19
6. Tempat parkir seluas 600 m² hanya mampu menampung 58 bus dan mobil. Tiap mobil membutuhkan tempat seluas 6 m² dan bus 24 m². Biaya parker tiap mobil Rp. 2.000,00 dan bus Rp. 3.000,00. Jika tempat parkir penuh, maka hasil dari biaya parkir maksimum dalam satu kali parkir sebesar

- a. Rp. 75.000,00
- b. Rp.116.000,00
- c. Rp.130.000,00
- d. Rp.174.000,00
- e. Rp.290.000,00

7. Seorang pedagang buah menjual mangga dan pisang dengan menggunakan gerobak. Pedagang tersebut membeli mangga dengan harga Rp 8.000/kg dan pisang Rp 6.000/kg. Modal yang tersedia Rp 1.200.000 dan gerobak hanya dapat memuat mangga dan pisang sebanyak 180 kg ,jika harga jual mangga Rp 9200/ kg dan pisang Rp 7000/kg maka laba maksimum yang dapat diperoleh adalah

- a. Rp 150000
- b. Rp 180 000
- c. Rp 192 000
- d. Rp 204 000
- e. Rp 216 000

8. Pedagang makanan membeli tempe seharga Rp 2.500 per buah di jual dengan laba Rp 50 per buah, sedangkan tahu seharga Rp 4.000 per buah dan di jual dengan laba Rp 1.000 . Pedagang tersebut mempunyai modal Rp 1.450.000 dan kios hanya mampu menampung tempe dan tahu sebanyak 400 buah, maka keuntungan maksimum pedagang tersebut adalah....

- a. Rp 250.000
- b. Rp 350.000
- c. Rp 362.000
- d. Rp 400.000
- e. Rp 500.000

9. Sebuah butik memiliki 4m kain satin dan 5m kain prada. Dari bahan tersebut akan dibuat dua baju pesta. Baju jenis I memerlukan 2m kain satin dan 1m kain prada, baju jenis II memerlukan 1m kain satin dan 2m kain prada. Jika harga jual baju jenis I Rp. 500.000 dan jenis II Rp. 400.000, maka hasil penjualan maksimum butik tersebut adalah

- a. Rp800.000
- b. Rp1.000.000
- c. Rp1.300.000
- d. Rp1.400.000
- e. Rp2.000.000

10. Sebuah pabrik memproduksi dua jenis barang. Barang jenis I dengan modal Rp30.000,00/buah member keuntungan Rp4.000,00/buah dan barang jenis II dengan modal

Rp25.000,00/buah member keuntungan Rp5.000,00/buah. Jika seminggu dapat diproduksi 220 buah dan modal yang dimiliki Rp6.000.000,00 maka keuntungan terbesar yang diperoleh adalah.... (UN 2010)

- a. Rp800.000,00
- b. Rp880.000,00
- c. Rp1.000.000,00
- d. Rp1.100.000,00
- e. Rp1.200.000,00

11. Seorang peternak ikan hias memiliki 20 kolam untuk memelihara ikan koki dan ikan koi. Setiap kolam dapat menampung ikan koki saja sebanyak 24 ekor, atau ikan koi saja sebanyak 36 ekor. Jumlah ikan yang direncanakan akan dipelihara tidak lebih dari 600 ekor. Jika banyak kolam berisi ikan koki adalah x , dan banyak kolam berisi ikan koi adalah y , maka model matematika untuk masalah ini adalah (UN'11)

- a. $x + y \geq 20, 3x + 2y \leq 50, x \geq 0, y \geq 0$
- b. $x + y \geq 20, 2x + 3y \leq 50, x \geq 0, y \geq 0$
- c. $x + y \leq 20, 2x + 3y \leq 50, x \geq 0, y \geq 0$
- d. $x + y \leq 20, 2x + 3y \geq 50, x \geq 0, y \geq 0$
- e. $x + y \leq 20, 3x + 2y \geq 50, x \geq 0, y \geq 0$

12. Seorang ibu memproduksi dua jenis keripik pisang, yaitu rasa coklat dan rasa keju. Setiap kilogram keripik rasa coklat membutuhkan modal Rp10.000,00, sedangkan keripik rasa keju membutuhkan modal Rp15.000,00 per kilogram. Modal yang dimiliki ibu tersebut Rp500.000,00. Tiap hari hanya bisa memproduksi paling banyak 40 kilogram. Keuntungan tiap kilogram keripik pisang rasa coklat adalah Rp2.500,00 dan keripik rasa keju Rp3.000,00 per kilogram. Keuntungan terbesar yang dapat diperoleh ibu tersebut adalah(UN 2011)

- a. Rp110.000,00
- b. Rp100.000,00
- c. Rp99.000,00
- d. Rp89.000,00
- e. Rp85.000,00