# IX. BARISAN DAN DERET

## Ringkasan Materi:

- 1. Barisan dan Deret Aritmetika
  - > Definisi Barisan Aritmetika :

Definisi I:

Barisan Aritmetika adalah susunan bilangan yang kenaikan suku berurutannya ditambah ( atau dikurangi ) dengan bilangan yang tetap/ sama

Bilangan yang tetap/ sama itu disebut dengan beda ( b ) Definisi II :

Barisan Aritmetika adalah susunan bilangan yang memenuhi sifat setengah dari jumlah suku pertama dan terakhir sama dengan suku tengahnya.

rumus suku ke-n barisan aritmetika

$$U_n = a + (n - 1).b$$

Dan b =  $U_n - U_{n-1}$ , dengan  $U_{n-1}$  adalah suku sebelum suku ke-n

$$U_{\text{tengah}} = U_{\text{t}} = \frac{U_1 + U_n}{2}$$

- Rumus suku ke-n :  $U_n = a + (n 1) \cdot b$ , dengan a= suku pertama, b = beda, dan n adalah urutan suku
- > Definisi Deret Aritmetika :

Deret Aritmetika adalah penjumlahan dari suku – suku pada barisan aritmetika.

$$U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n$$

Selanjutnya  $U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n$  ditulis dengan  $S_n$  dari kata Sum n, yang berarti jumlah n suku pertama )

> Rumus Jumlah n suku pertama deret aritmetika (S<sub>n</sub>)

$$S_n = \frac{n[2a + (n-1).b]}{2} = \frac{1}{2}n(2a + (n-1)b)$$
 atau

$$S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n)$$

ightharpoonup Hubungan  $U_n$ , dan  $S_n$  ( juga berlaku untuk barisan/ deret geometri )

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$

Dengan  $S_{n-1}$  = jumlah suku pertama sampai dengan suku sebelum n

> Contoh:

Diketahui sebuah barisan 20, 18, 16, 14, ...

Tentukanlah: a. beda

b. suku ke-7

c. jumlah 7 suku pertama

Penyelesaian:

Jelas  $U_1 = a = 20$ , dan beda ( b ) = -2 ( dapat dicari dengan  $U_2 - U_1$  atau  $U_3 - U_2$ ) Suku ke-7 =  $U_7 = a + (7 - 1)$ . b = 20 + 6.(-2) = 20 - 12

Jumlah 7 suku pertama =  $S_7$ 

Cara I : 
$$S_7 = \frac{1}{2}.7.(2a + (7 - 1).b)$$
  
=  $\frac{1}{2}.7(2.20 + 6.(-2))$   
=  $\frac{1}{2}.7.(40 - 12) = \frac{1}{2}.7.28 = 7.14 = 98$ 

Cara II : 
$$S_7 = \frac{1}{2}.7.(a + U_7)$$
  
=  $\frac{1}{2}.7.(20 + 8)$   
=  $\frac{1}{2}.7.28$   
= 7. 14  
= 98

- 2. Barisan dan Deret Geometri
  - > Definisi Barisan Geometri :

Barisan Geometri adalah susunan bilangan yang kenaikan suku berurutannya dikalikan ( atau dibagi ) dengan sesuatu/ bilangan yang tetap/ sama.

Bilangan yang tetap/ sama itu disebut dengan rasio ( r

$${\bf r} = \frac{{\cal U}_2}{{\cal U}_1} = \frac{{\cal U}_3}{{\cal U}_2} = \ldots = \frac{{\cal U}_n}{{\cal U}_{n-1}} \ {\rm dengan}$$

U<sub>n-1</sub> adalah suku sebelum suku ke-n

- > Rumus suku ke-n barisan geometri :  $U_n = a.r^{n-1}$
- Rumus suku tengah pada barisan geometri ( dengan syarat banyaknya suku ganji ) :  $U_t = \sqrt{U_1.U_n}$
- Definisi Deret Geometri : penjumlahan suku suku pada barisan geometri

$$U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n = S_n$$

> Rumus Jumlah n suku pertama deret Geometri (S<sub>n</sub>)

$$S_n = \frac{U_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$
, untuk r < 1 atau

$$S_n = \frac{U_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$
 , untuk  $r > 1$ 

ightharpoonup Hubungan  $U_n$ , dan  $S_n: U_n = S_n - S_{n-1}$ 

➤ Deret geometri tak hingga ( dalam arti n menuju ∞ ), dituliskan dengan :

 $U_1 + U_2 + U_3 + ... = S_{\infty}$  ( baca : jumlah tak hingga suku derat geometri )

> Rumus tak hingga deret geometri :

$$S_{\infty} = \frac{U_1}{1-r} = \frac{a}{1-r}$$

> Contoh:

Diketahui barisan geometri 9, 3, 1,  $\frac{1}{3}$ , ....

Tentukan : rasio, suku ke-7, jumlah 5 suku pertama, dan jumlah tak hingga suku tersebut

## Penyelesaian:

Jelas yang ditanya: r, U<sub>7</sub>, S<sub>5</sub>, dan S<sub>∞</sub>

dan jelas bahwa r =  $\frac{1}{3}$  ( dapat dicari dengan 3 dibagi 9 /

$$U_{1}$$

$$U_{7} = 9.\left(\frac{1}{3}\right)^{7-1}$$

$$= 9.\left(\frac{1}{3}\right)^{6}$$

$$= 9.\left(\frac{1}{3^{6}}\right)$$

$$= 3^{2}.\frac{1}{3^{6}} = \frac{1}{3^{4}} = \frac{1}{81}$$

(Catatan: Anda dapat menempuh cara lain)

$$\begin{split} S_5 &= \frac{9(1 - (\frac{1}{3})^5)}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{9(1 - \frac{1}{243})}{\frac{3}{3} - \frac{1}{3}} \\ &= \frac{9(\frac{243}{243} - \frac{1}{243})}{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{9 \cdot (\frac{242}{243})}{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{\frac{242}{27}}{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{242}{27} \cdot \frac{3}{2} = \frac{121}{9} = 13\frac{4}{9} \\ S_\infty &= \frac{9}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{9}{\frac{2}{3}} = 9 \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2} \end{split}$$

## **Contoh Soal**:

- Diketahui deret aritmatika dengan suku pertama adalah 5 dan suku ketujuh 23. Suku ketiga belas dalam deret itu adalah ........
  - a. 40
- d. 43
- b. 41
- e. 44
- c. 42

# Penyelesaian:

Jelas  $U_1$ = a = 5 dan  $U_7$  = a + (7-1). b = 23, maka

$$a + 6b = 23$$

$$\Leftrightarrow$$
 5 + 6b = 23

Sehingga suku ketiga belas =  $U_{13}$  = a + 12b = 5 + 12.3= 5+36=41

Jadi jawabanya B.

- Suku ke-2 suatu deret aritmetika adalah 8 dan suku ke-6 adalah –8. Jumlah tujuh suku pertama adalah ...
  - a. -12
- d. 12
- b. -8
- e. 168
- c. 0

### Penyelesaian:

Jelas  $U_2 = 8$  berarti a + b = 8, dan

 $U_6$  = -8 berarti a + 5b = -8, selanjutnya kita cari a dan b, coba saja a diganti 12 dan b diganti -4 ( dan tepat ) / Anda dapat pula mencari a dan b dengan cara eliminasi – subtitusi.

Ditanya: S7

Jelas S<sub>7</sub> = 
$$\frac{1}{2}$$
 .7(2.12 + (7-1).(-4))

$$= \frac{1}{2} .7(24+6.(-4))$$

$$= \frac{1}{2} .7(24-24)$$

$$= \frac{1}{2} .7.0$$
Ingat !
$$S_n = \frac{1}{2} n(2a + (n-1)b)$$

= 0 . Jadi jawabannya C.

- 3. Suku kedua barisan geometri adalah 9 dan suku kelima adalah 243. Jumlah sepuluh suku pertama adalah ....
  - a. 1536
- d. 14267
- b. 3072
- e. 88572
- c. 6144

### Penyelesaian:

Jelas diketahui  $U_2 = 9$ , berarti a. r = 9, dan

$$U_5 = 243$$
, berarti a.r<sup>4</sup> = 243, maka

$$\frac{a.r^4}{a.r} = \frac{243}{9}$$

$$\Leftrightarrow r^3 = 27$$

$$\Leftrightarrow$$
  $r = 3$ , maka a = 3 (sebab a. r = 9)

Ditanya:  $S_{10}$ 

Jelas S<sub>10</sub> = 
$$\frac{3.(3^{10} - 1)}{3 - 1}$$
  
=  $\frac{3.(3^5 - 1).(3^5 + 1)}{2}$ 

$$= \frac{3.(243-1).(243+1)}{2}$$

$$= \frac{3.242.244}{2}$$

$$= 3.242.122$$

$$= 88572 \text{ (jawaban E)}$$

Catatan: (i). (a - b). (a + b) = 
$$a^2 - b^2$$
  
(ii).  $(3^5 - 1).(3^5 + 1) = ((3^5)^2 - 1^2) = 3^{10} - 1$ 

- 4. Jumlah sampai tak hingga deret 3 + 1 +  $\frac{1}{3}$  + ... adalah ....
  - a.  $\frac{6}{2}$
- d.  $\frac{11}{2}$
- b.  $\frac{7}{2}$
- e.  $\frac{13}{2}$
- c.  $\frac{9}{2}$

## Penyelesaian:

Jelas yang ditanyakan adalah  $S_\infty$  , maka yang perlu ditentukan terlebih dahulu adalah mencari a dan r .

Dan jelas:

a = 3 ( suku pertama )

$$r = \frac{1}{3} \left( dari \frac{U_2}{U_1} atau \frac{U_3}{U_2} \right)$$

Sehingga 
$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{3}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{\frac{2}{3}} = 3.\frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$
 ( jawabannya C )

## Paket Soal 16:

Kelompok menentukan U<sub>n</sub>

- Diketahui barisan aritmatika dengan suku kedua 8 dan suku kesepuluh 24, suku keduapuluh lima barisan aritmatika tersebut adalah....
  - a. 48
- d. 54
- b. 50
- e. 56
- c. 52
- d. 54
- Suatu deret geometri suku pertama dan suku ke empat berturut-turut adalah 3 dan 24. Suku ketujuh deret tersebut adalah ....
  - a. 64

d. 192

b. 80

- e. 320
- c. 120

- a.  $\frac{6}{9}$

d.  $\frac{4}{27}$ 

b.  $\frac{4}{9}$ 

e.  $\frac{2}{27}$ 

- c.  $\frac{6}{27}$
- 4. Suatu deret geometri suku pertama dan suku ke empat berturut-turut adalah 5 dan 40. Suku ketujuh deret tersebut adalah ....
  - a. 64

d. 320

b. 80

- e. 640
- c. 120
- 5. Seorang ayah akan membagikan 78 ekor sapi kepada keenam anaknya yang banyaknya setiap bagian mengikuti barisan aritmetika. Anak termuda mendapat bagian paling sedikit, yaitu 3 ekor dan anak tertua mendapat bagian terbanyak. Anak ketiga mendapat bagian sebanyak .... (UN 2011)
  - a. 11 ekor
- d. 18 ekor
- b. 15 ekor
- e. 19 ekor
- c. 16 ekor
- Suku ketiga dan suku keenam barisan geometri berturutturut adalah 18 dan 486. Suku kedelapan barisan tersebut adalah .... ( UN 2011 )
  - a. 4.374
- d. 1.458
- b. 3.768
- e. 1.384
- c. 2.916
- Dari suatu barisan aritmetika diketahui suku ke-5 adalah
   dan suku ke-12 adalah 57. Suku ke-15 barisan ini adalah....

(UN 2011)

- a. 62
- b. 68
- c. 72
- d. 74 e. 76

Kelompok Menentukan S<sub>n</sub>

- 8. Diketahui suku pertama suatu deret aritmetika adalah 2 dan suku ke-10 adalah 38. Jumlah 20 suku pertama deret tersebut adalah ....
  - a. 400
  - b. 460

- c. 800
- d. 920
- e. 1600
- 9. Suku lelima dan suku kedua belas suatu barisan aritmetika berturut turut adalh 42 dan 63. Jumlah dua puluh suku pertama barisan tersebut adalah ....
  - a. 870
- d. 1.170
- b. 900
- e. 1.200
- c. 970
- 10. Diketahui suku pertama suatu barisan geometri adalah 3 dan suku ke-4 adalah 24. Jumlah tujuh suku pertama barisan tersebut adalah ....
  - a. 182
- d. 381
- b. 189
- e. 384
- c. 192
- 11. Seorang petani mencatat hasil panennya selama 100 hari. Jika hasil panen hari pertama 12 kg dan mengalami kenaikan 3 kg setiap 10 hari. Banyak seluruh hasil panen setelah 100 hari adalah ... kg.
  - a. 245
- d. 260
- b. 250
- e. 265
- c. 255
- 12. Suatu pabrik sepatu dapat menghasilkan 5000 buah sepatu pada awal bulan. Pada bulan berikutnya ditingkatkan menjadi 5050 buah. Bila peningkatan produksi setiap bulanya tetap makan jumlah produksi pabrik tersebut dala setahun adalah ....buah
  - a. 5550
- d. 63300
- b. 60000
- e. 63000
- c. 60600
- 13. Suku pertama barisan geometri adalah 3 dan suku kelima adalah 48. Jumlah sepuluh suku pertama adalah ....
  - a. 384
- d. 3069
- b. 768
- e. 6144
- c. 1536
- 14. Seorang petani jeruk berhasil memetik buah jeruk setiap harinya sesuai rumus deret Aritmetika dimana n menunjukkan hari , Un banyaknya jeruk yang dipetik setiap harinya dan Un = 50 + 25n. Banyak jeruk yang berhasil dipetik selama sepuluh hari adalah ....
  - a. 1525
- d. 1875
- b. 1625
- e. 1925

- c. 1775
- 15. Diketahui deret aritmetika dengan suku ke-3 adalah 3 dan suku ke-8 adalah 23. Jumlah 20 suku pertama deret tersebut adalah .... ( UN 2010 )
  - a. 656
- d. 668
- b. 660
- e. 672
- c. 664
- 16. Suku ketiga dan suku keenam suatu deret geometri berturut – turut adalah – 12 dan 96. Jumlah tujuh suku pertama deret tersebut adalah.... ( UN 2010 )
  - a. -192
- d. 129
- b. -129
- e. 192
- c. -127
- 17. Suku kedua deret geometri dengan rasio positif adalah 10 dan suku keenam adalah 160. Jumlah 10 suku pertama deret tersebut adalah .... ( UN 2011 )
  - a. 5.215
- d. 5.120
- b. 5.210
- e. 5.115
- c. 5.205

Kelompok Menentukan  $S_{\scriptscriptstyle\infty}$ 

18. Jumlah deret geometri tak hingga  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$ 

adalah ....

a.  $\frac{3}{2}$ 

d.  $\frac{2}{3}$ 

- b.  $\frac{4}{3}$
- e. -

- c.  $\frac{3}{4}$
- 19. Rumus suku ke-n barisan geometri tak hingga turun adalah  $\frac{1}{3^n}$ , maka jumlah deret geometri tak hingga

tersebut adalah ....

a. 3

d. ·

b. 2

e.  $\frac{3}{4}$ 

- c. 1
- 20. Jumlah deret geometri tak hingga 8 + 4 + 2 + 1 + ... adalah

a. 15

d. 24

b. 16

e. 32

c. 8

21. Jumlah tak hingga deret geometri : 64 + 8 + 1 +  $\frac{1}{8}$  + ...

adalah .... ( UN 2010 )

- d.  $73\frac{1}{7}$ e.  $73\frac{1}{8}$