

Prop 1. C changes σ to σ' iff
 C changes σ to σ'' iff $\sigma' = \sigma''$

Proof. C changes σ to σ' の導出に関する帰納法で証明する。
 この判断を導いた最後の規則で場合分けする。

◦ (E-Seq) の場合

$C = C_0 ; C_1$, C_0 changes σ to σ_1 , ... ①

C_1 changes σ_1 to σ' ... ② for some C_0, C_1, σ_1

C changes σ to σ'' を導出した最後の規則は E-Seq のはず。よて。

C_0 changes σ to σ_2 ... ③

C_1 changes σ_2 to σ'' ... ④

①と③と I.H. より、 $\sigma_1 = \sigma_2$ 。

よて ②と④と I.H. より、 $\sigma' = \sigma''$ として証明された。

◦ (E-IfTrue) の場合。

$C = \text{if } b \text{ then } C_0 \text{ else } C_1$, $\sigma \models b$ true, C_0 changes σ to σ' ... ①
 for some C_0, C_1, b

C changes σ to σ'' を導出した最後の規則は E-IfTrue のはず。

よて。 C_0 changes σ to σ'' ... ②

①, ②と I.H. より $\sigma' = \sigma''$ として示された。

◦ (E-IfFalse) の場合

$C = \text{if } b \text{ then } C_0 \text{ else } C_1$, $\sigma \models b$ false, C_1 changes σ to σ' ... ①
 for some b, C_0, C_1

C changes σ to σ'' を導出した最後の規則は E-IfFalse のはず。

よて。 C_1 changes σ to σ'' ... ②

①, ②と I.H. より $\sigma' = \sigma''$ として証明された。