Manuel
Nzuzi Rodolfo

Instituição: Instic

Professor: Nzuzi Rodolfo H. Manuel

Tema da aula: Conceitos básicos sobre grafos

Duração: 90 min

Objectivos:

- Definir grafos não orientado;
- Apresentar o Conceito de Vizinhança de um vertice ou Conjunto de vertice;
- Apresentar o Conceito de grau de um vertice para grafos não orientados
- Definir grafo Orientado
- Apresentar o Conceito de grau de um vertice para grafos Orientados
- Apresentar resultados envolvendo grau de um vertice.

Metodologia: Aula Expositiva participada

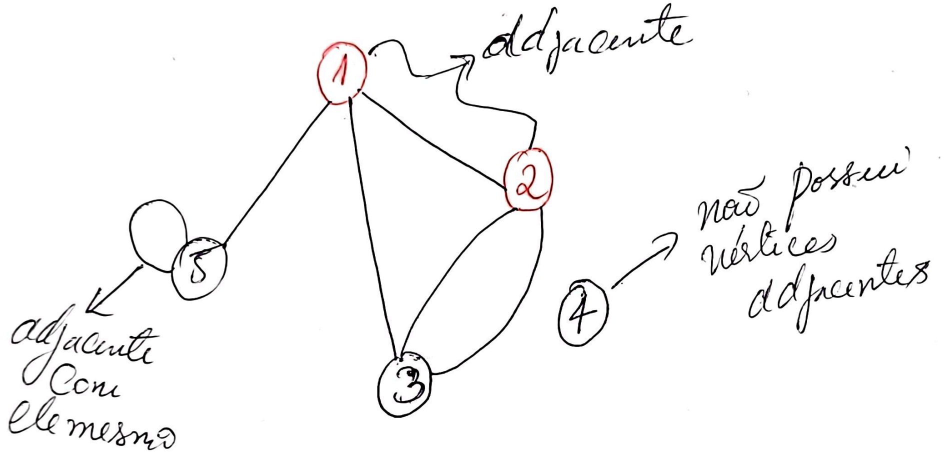
Recursos Didaticos: Quadro e Marcador

Avaliação: Observação; Resolução de Exercícios

1-* Grafos Não Orientados

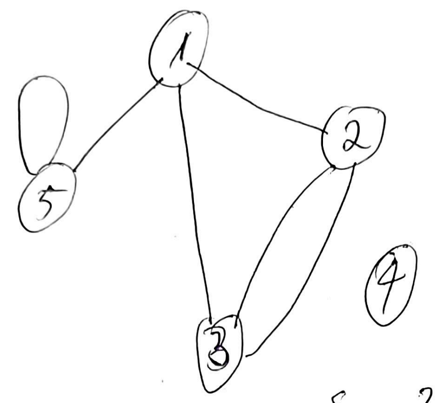
Adjacência:

1.1 - Definição: Dois vértice u e v em um grafo não Orientado G são chamados adjacentes ou vizinhos em G se u e v são pontos finais de uma aresta e de G. Tal aresta e é chamada "incidente" com vértices u e v.



1.2 - Vizinhança: O conjunto de todos os vizinhos de um vértices v de $G=(V,E)$, denotado por $N(v)$, é chamado vizinhança de v. Se A é um subconjunto de V, denotamos por $N(A)$ o conjunto de todos vertices em G que são adjacente a pelo menos um vértice A. Assim $N(A) = \bigcup_{v \in A} N(v)$.

Exemplo: Determine a vizinhança de todos os vértices do grafo G dado

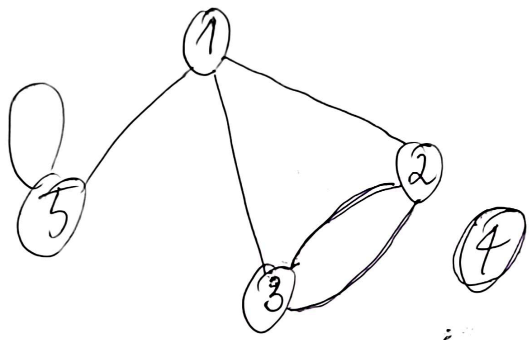


$N(1) = \{2,3,5\}$, $N(2) = \{1,3\}$, $N(3) = \{1,2\}$

$N(4) = \emptyset$ $N(5) = \{1,5\}$

1.3 ⇒ Grau de Um Vertice: em um grafo não orientado é o numero de arestas incidentes com ele, excepto que um loop em um vertice contribui duas vezes para o grau do vertice. O grau do vértice v é denotado por $deg(v)$.

Exemplo: Determine o grau de todos os vértices do grafo G.



$deg(1) = 3$, $deg(2) = 3$, $deg(3) = 3$
$deg(4) = 0$ $deg(5) = 3$

Teorema 1: Seja $G = (V, E)$ um grafo não orientado com m arestas. Então $\sum_{v \in V} deg(v) = 2m$

* Aplica-se a todo tipo de grafo não orientado *

$\sum deg(v) = 12$

$2 \cdot 6 = 12$ //

Exemplo: Quantas arestas existem em um grafo com 8 vértice de grau seis cada um

$$\sum_{v \in V} deg(v) = 2m \Rightarrow$$

$$\underbrace{6+6+6+6+6+6+6+6}_{6 \cdot 8} = 2m$$

$$6 \cdot 8 = 2m \Rightarrow m = 24$$

arestas.

Teorema 2: Um grafo não orientado possui um número par de vértice de grau impar.

Demonstração: Sejam V_1 e V_2 o conjunto de vértice de graus pares e conjunto de vertices de grau impares respectivamente, em um grafo não orientado $G = (V, E)$ com m arestas.

Então $2m = \sum_{v \in V} deg(v) = \sum_{v \in V_1} deg(v) + \sum_{v \in V_2} deg(v) \Rightarrow$

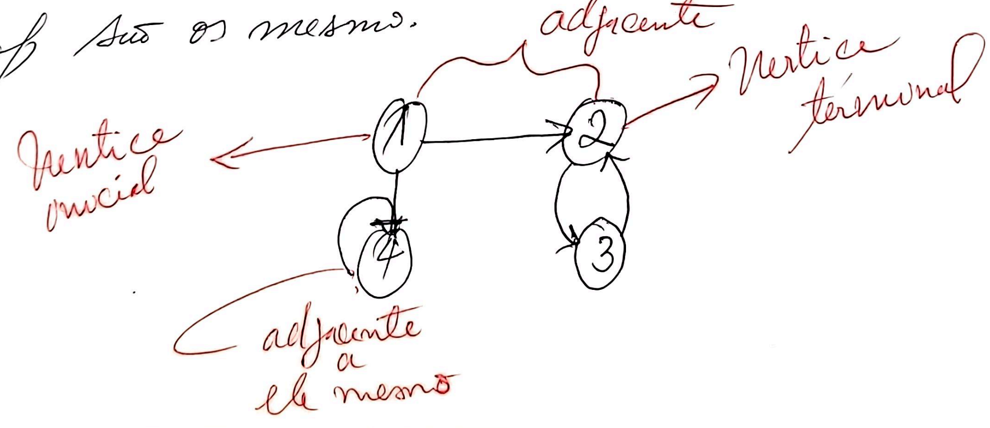
$$2m = 2k + \sum_{v \in V_2} deg(v) \Rightarrow \sum_{v \in V_2} deg(v) = 2(m-k)$$

Exemplo: É possível desenhar um grafo contendo 5 vértice sendo dois de grau 2, um de grau 3 e dois de grau 1?

Solução: não é possível pois temos três vértice de grau ímpar. "não existe".

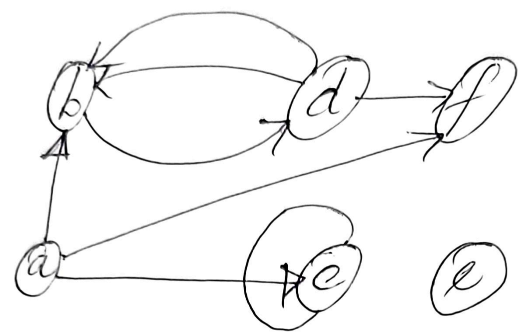
Grafos Orientados

2.1- Adjacência: Quando (u,v) é uma aresta do grafo orientado G u é dito ser adjacente a v e v é dito ser adjacente a u u é chamado vértice inicial (u,v), e v é chamado vértice terminal ou vertice final (u,v). O vértice inicial e vértice terminal de um loop são os mesmo.



2.2 ⇒ Grau: Em grafo com arestas orientadas, o <u>grau de entrada</u> de um vértice v denotado por $deg^-(v)$, é o número de arestas cujo vértice terminal é v. O <u>grau de saída</u> de v, denotado $deg^+(v)$, é o número de arestas cujo vértice inicial é v. Um loop em um vértice contribui com 1 para tanto o grau de entrada quanto o de saída desse vértice.

Exemplo: Encontre o grau de entrada e saída de cada vértice no grafo orientado G.



Solução: Os grau de entrada em G são $deg^-(a) = 0$, $deg^-(b) = 3$, $deg^-(c) = 2$
$deg^-(d) = 1$, $deg^-(e) = 0$, $deg^-(f) = 2$

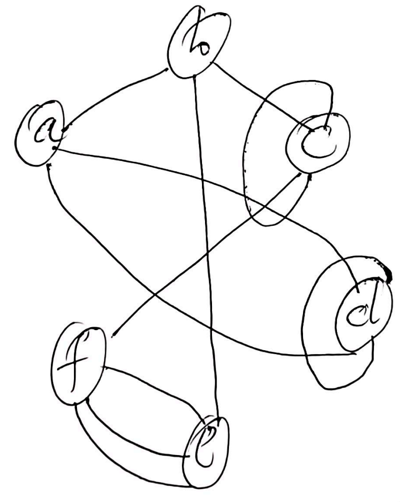
Os grau de saída: em G são

$deg^+(a) = 3$, $deg^+(b) = 1$, $deg^+(c) = 1$,
$deg^+(d) = 3$, $deg^+(e) = 0$, $deg^+(f) = 0$

Teorema: Seja $G(V,E)$ um grafo orientado

Então $\sum_{v \in V} deg(v) = \sum_{v \in V} deg^{+}(v) = |E|$

Exercícios: Considere o grafo não orientado G



a) Determine os vizinhos de cada um dos vértices a, c e f.

b) Determine a vizinhança de cada um dos conjuntos $A = \{a, b\}$ e $B = \{c, d\}$

c) O grau de cada um dos vertices b, c, d e e.

Ex 2 ⇒ Quantos vértices, todos de grau 5, tem um grafo não orientado com 20 arestas.