

# **Engenharia de Informática**

## **Matemática Discreta**

### **Introdução á disciplina**

*Docente: eng.º Nzuzi Rodolfo*

# QUEM É O PROF?



*Engº Nzuzi Rodolfo Henriques Manuel*  
*E-mail: nzuzimanuel@instic.uniluanda.ao*  
*E-mail : [nzuzirodolfo9@gmail.com](mailto:nzuzirodolfo9@gmail.com)*  
*Código ORCID: 0009-0007-1463-3369*



LinkedIn

## APRESENTAÇÃO E INTRODUÇÃO DA DISCIPLINA

Esclarecimentos e Procedimentos

<https://github.com/nzuziRodolfo/Matematica-Discreta.git>

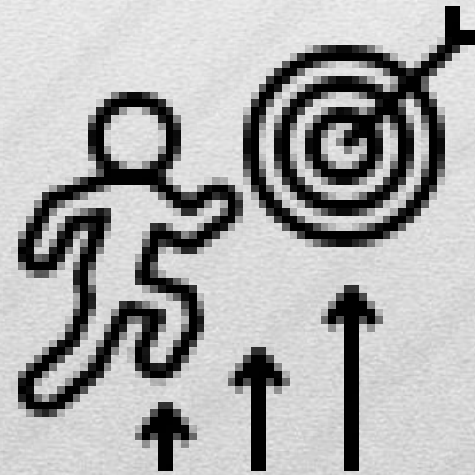
2





**Objetivo Geral(INSTIC):** Preparar os alunos para aplicar os conceitos básicos da matemática discreta como uma ferramenta para investigações e aplicações precisas em Informática, tais como:

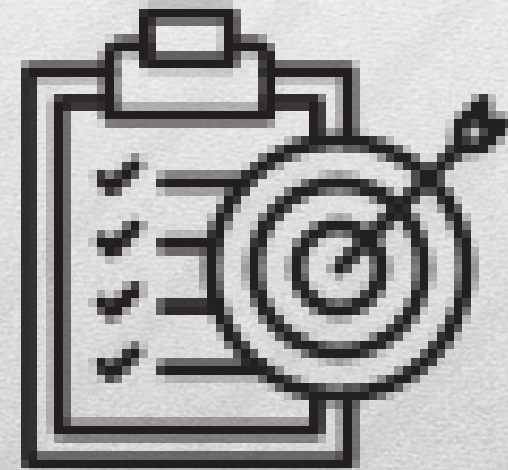
- O desenvolvimento de modelos matemáticos, a familiarização com a escrita matemática formal e a linguagem computacional e a representação de fenômenos nas formas algébricas e gráficas.



# Objectivos do curso



1. Conceitos Básicos de Teoria de Conjuntos: Conceito de Conjunto.
2. Conjuntos Finitos e Infinitos. Subconjuntos. Igualdade de Conjuntos.
3. Representação e Manipulação de Conjuntos nas Principais Linguagens de Programação.
4. Álgebra de Conjuntos: Diagramas de Venn. Paradoxo de Russel. União.
5. Intersecção. Complemento. Conjunto das Partes. Produto Cartesiano de Conjuntos.
6. Relação entre Lógica e Álgebra de Conjuntos.
7. Álgebra de Conjuntos nas Principais Linguagens de Programação.
8. Elementos da Teoria da Dedução: Conjectura Demonstração.

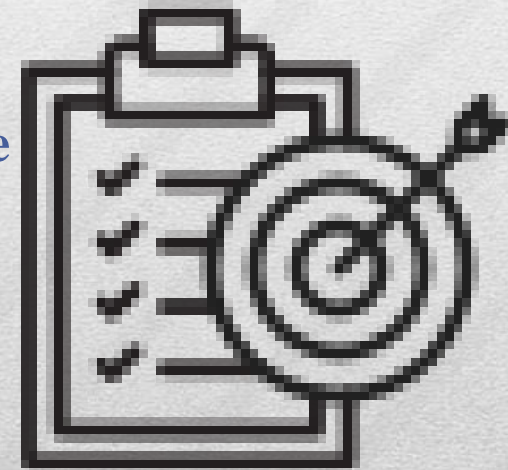


# Programa

---



10. Logica Proposicional. Teoremas e Demonstrações.
11. Números Naturais: Axiomática dos Números Naturais. Aritmética dos
12. Números Naturais. Indução Matemática.
13. Relações: Relações como Grafo. Relações como Matriz. Relações Duais. Composição de Relações.
14. 9. Tipos de Relações: Funcional. Injectiva. Sobrejectiva. Monomorfismo.
15. Epimorfismo. Isomorfismo.
16. 10. Rede de Petri: Modelos e Exemplos. Rede de Petri como Relação.
17. 11. Teoria dos Grafos: Caminhos de um Grafo. Graus dos Vértices de um
18. Grafo. Representação de Grafos por Matrizes. Matrizes de Adjacência e de
19. Incidência. Caminhos Eulerianos e Hamiltonianos. Árvores e Florestas.



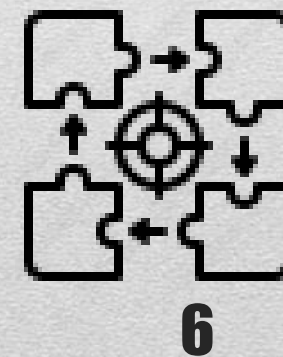
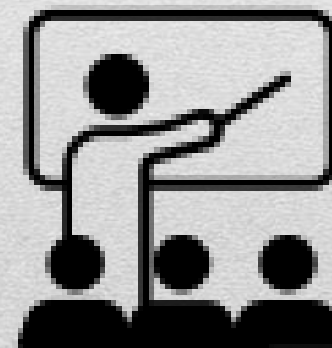
# Programa



**Metodologia Proposta:** A disciplina será ministrada através de aulas expositivas utilizando-se projetor multimídia e quadro e videos aulas explicativas. Com actividades frequentes como :

- Debates para levantamento de dificuldades.
- Resolução de exercícios.
- Metodologia e provas de avaliação
- A avaliação incidirá sobre o trabalho desenvolvido ao longo da unidade curricular e será um processo continuado de regulação retroativa que contemplará momentos de trabalho individual e de grupo e actividades de expressão escrita e oral.

# Metodologia de Ensino





# MATEMÁTICA

# Discreta

## MATEMÁTICA DISCRETA

Teória dos conjuntos

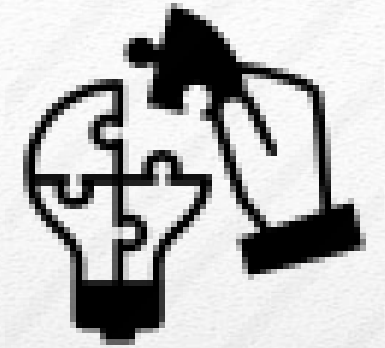
Objetivos

- Conceituar conjuntos e subconjuntos.
- Estudar as relações de igualdade e inclusão entre conjuntos e de pertinência entre elementos e conjuntos.
- Conceituar conjunto universo

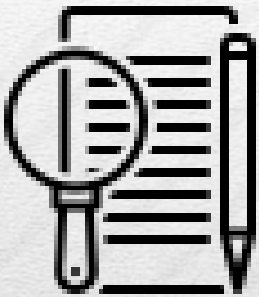




# O que é Matemática discreta?



Resposta : ?



- **Contínuo** : refere-se ao que não cessa. = CONTINUADO, CONSTANTE, ININTERRUPTO, SEGUIDO, SUCESSIVO  $\neq$  DESCONTÍNUO "contínuo", in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa [em linha], 2008-2024,
  - Que não tem separadas umas das outras as partes de que se compõe
- **Discreto**: Diz-se da grandeza que não é contínua, sendo constituída por unidades distintas.





# O que é Matemática discreta ?

- \* **Elementos contínuo**

- \* Exemplos o conjunto dos numeros reais não é contavel ou não discreto.
- \* Isso significa que existe conjuntos infinitos contaveis e conjunto infinitos não contaveis.

- \* **Elementos discreto**

- \* Exemplos o conjunto dos numeros naturais é obviamente contável-
- \* Qualquer conjunto de recursos computacionais, finito ou infinito é contável ou discreto(em oposição ao terno contínuo), no sentido de que seus elementos(recursos) podem ser enumerados e sequenciados(segundo algum critério de numeração).

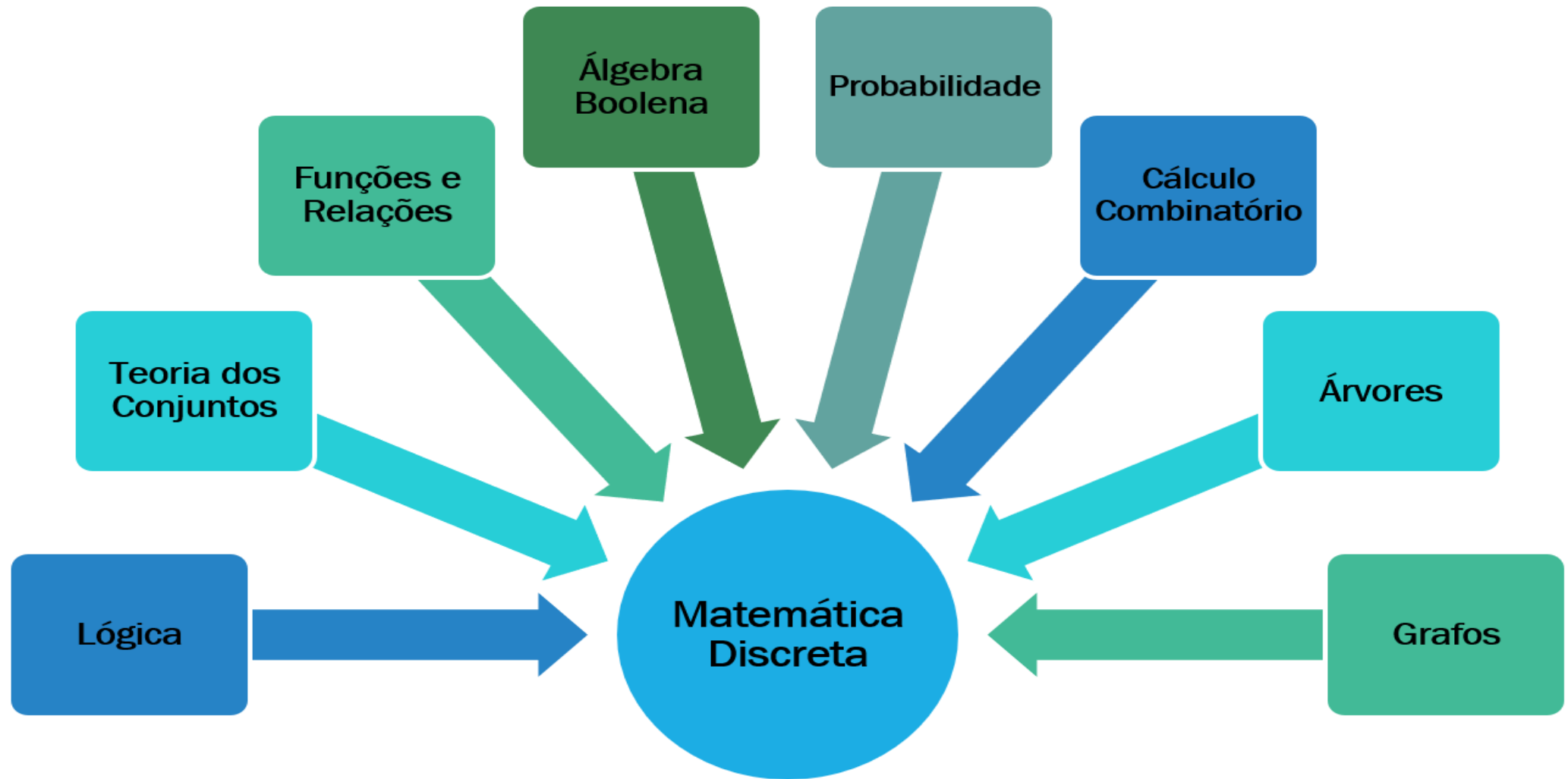


# Matemática Discreta

- \* **Definição:** é o estudo das estruturas algébricas que são fundamentalmente discretas, em vez de contínuas. (*Judith L. Gersting Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação, 5a Edição, LTC Editora (2004)*).
- \* Assim, a matemática discreta possui como ênfase os estudos matemáticos baseados em conjunto contáveis, finitos ou infinitos em oposição a matemática do continuum que baseia os estudos em conjuntos não contáveis. Um exemplo de matemática do continuum é o cálculo diferencial e integral.



# Matemática Discreta







# MATEMÁTICA

# Discreta

## TEORIA DOS CONJUNTOS

### Teória dos conjuntos

#### Objetivos

- Conceituar conjuntos e subconjuntos.
- Estudar as relações de igualdade e inclusão entre conjuntos e de pertinência entre elementos e conjuntos.
- Conceituar conjunto universo

1. Definição
2. Denotação
3. Representação
4. Diagrama de Venn
5. Relação de Pertinência
6. Família de Conjuntos
7. Igualdade de Conjuntos
8. Desigualdade de Conjuntos



## 1. O que são “conjuntos”?

Intuitivamente, por “**conjunto**” entenderemos qualquer **coleção** bem definida de **objetos distinguíveis**, não importando sua natureza ou ordem. Os objetos que constituem um conjunto são chamados de **elementos do conjunto**.

Exemplos:

- Conjunto das Vogais:  $V = \{a, e, i, o, u\}$
- Conjunto dos Números Naturais Pares:  $P = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$
- Conjunto dos Números Naturais primos e pares:  $A = \{2\}$

# Teoria dos Conjuntos



## 2.Denotação

É costume denotar conjuntos usando letras maiúsculas e seus elementos por letras minúsculas. Em geral, os elementos são separados por vírgulas e delimitados por chaves.

### Exemplos

- Conjunto das letras da palavra “Matemática”  $\rightarrow L = \{m, a, t, e, i, c\}$
- Conjunto dos meses do ano que começam pela letra “A”  $\rightarrow M = \{abril, agosto\}$

# Teoria dos Conjuntos



### 3. Representação

Um conjunto pode ser representado entre chaves de duas maneiras:

- a) por **extenso**, enumerando elemento por elemento ou
- b) **abreviadamente**, destacando uma propriedade comum apenas aos seus elementos.

Os elementos do conjunto **A** são os divisores de 24. A representação entre chaves pode ser feita:

- a) Por extenso :  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$  ou
- b) Abreviadamente :  $A = \{x \mid x \text{ é divisor positivo de } 24\}$

**Um conjunto é dito finito se pode ser denotado por extensão e infinito caso contrário.**

# Teoria dos Conjuntos

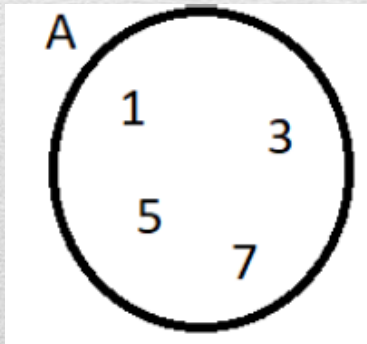


## 4.Diagrama de Venn

Escrevemos os elementos do conjunto dentro de uma linha fechada simples.

Exemplos:

$A = \{\text{Números naturais ímpares menores que } 9\}$

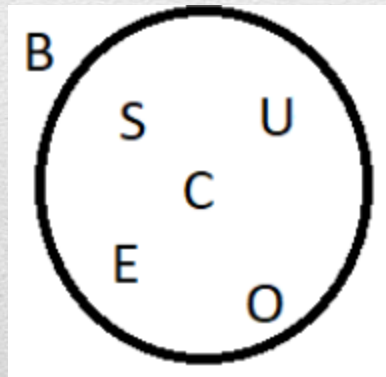


# Teoria dos Conjuntos



## 5. Diagrama de Venn

$B = \{\text{Letras da palavra SUCESSO}\}$



# Teoria dos Conjuntos



# Representação do conjunto nas principais de programação

Vectores são estruturas de dados que armazenam usualmente uma quantidade fixa de dados de um certo tipo; por esta razão, também são conhecidos como estruturas homogêneas de dados

## Vetores em Java

Declarando Variáveis do Tipo Vetor

```
int vetor[]; // declaração do vetor
```

```
vetor = new int[10]; // alocação de espaço para vetor
```

```
double salario = new double[10];
```

```
String mes = new String[12];
```

# Teoria dos Conjuntos



# Representação do conjunto nas principais de programação

## Vetores em Java

```
int n = 10; // tamanho do vetor
int v[] = new int[n]; // declaração e alocação de espaço para o vetor "v"
int i; // índice ou posição

// processando os "n" elementos do vetor "v"
for (i=0; i<n; i++) {
    v[i] = i; // na i-ésima posição do vetor "v" armazena o valor da variável i
}
```

# Teoria dos Conjuntos



# Representação do conjunto nas principais de programação

## Vetores em Java

Representação interna:

v[0]	v[1]	v[2]	v[3]	v[4]	v[5]	v[6]	v[7]	v[8]	v[9]
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

# Teoria dos Conjuntos



```

1  import java.util.Scanner;
2
3  public class Exemplo1 {
4
5      public static void main(String[] args) {
6          Scanner ler = new Scanner(System.in);
7
8          int n = 10; // tamanho do vetor
9          int v[] = new int[n]; // declaração do vetor "v"
10         int i; // índice ou posição
11
12     }
13
14     }
15
16     // Processamento: somar todos os valores, definir o maior e o menor valor
17     int soma = 0;
18     int menor = v[0]; // v[0] = 1o. valor armazenador no vetor "v"
19     int maior = v[0];
20     for (i=0; i<n; i++) {
21         soma = soma + v[i];
22
23         if (v[i] < menor) {
24             menor = v[i];
25         }
26         if (v[i] > maior) {
27             maior = v[i];
28         }
29     }
30
31     System.out.printf("Soma = %d\n", soma);
32
33     System.out.printf("Maior = %d\n", maior);
34     System.out.printf("Menor = %d\n", menor);
35
36     }
37 }

```

```

12 // Entrada de Dados
13 for (i=0; i<n; i++) {
14     System.out.printf("Informe %2do. valor de %d: ", (i+1), n);
15     v[i] = ler.nextInt();
16 }
17
18 // Processamento: somar todos os valores, definir o maior e o menor valor
19 int soma = 0;
20 int menor = v[0]; // v[0] = 1o. valor armazenador no vetor "v"
21 int maior = v[0];
22 for (i=0; i<n; i++) {
23     soma = soma + v[i];

```

# Aplicação Java exemplificando a utilização do tipo de dados vetor:



## 6. Relação de Pertinência

Para indicar que um elemento  $x$  pertence ao conjunto  $A$ , escrevemos  $x \in A$ , e para indicar que um elemento  $y$  não pertence ao conjunto  $A$ , escrevemos  $y \notin A$ .

Exemplos:

Considere o conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Temos que:  $1 \in A$ ,  $2 \in A$ , e  $6 \notin A$

Desafio

Considere o conjunto  $M = \{x \mid x \text{ são números pares menores que } 20\}$ .

O número 20 pertence ao conjunto  $M$ ?

# Teoria dos Conjuntos



## 7. Família de Conjuntos

Um conjunto cujos elementos também são conjuntos é chamado de **família de conjuntos**.

Exemplos:

Considere o conjunto  $F = \{\{2, 3\}, \{2\}, \{5, 6, 7\}\}$ .

- $F$  é uma família de conjuntos, cujos elementos são  $\{2, 3\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{5, 6, 7\}$ .
- Neste caso, temos que:  $\{2, 3\} \in F$ ,  $\{2\} \in F$  e  $\{5, 6, 7\} \in F$ .
- Note que  $2 \notin F$  e  $5 \notin F$ , pois os elementos de  $F$  não são números, são conjuntos!

## 8. Igualdade de Conjuntos

Dois conjuntos são iguais quando os dois têm os mesmos elementos, em qualquer ordem

## 9. Desigualdade de Conjuntos

Dois conjuntos são diferentes quando existe pelo menos um elemento que pertence a um dos conjuntos e não pertence ao outro.

# Teoria dos Conjuntos



## 7. Família de Conjuntos

Um conjunto cujos elementos também são conjuntos é chamado de **família de conjuntos**.

Exemplos:

Considere o conjunto  $F = \{\{2, 3\}, \{2\}, \{5, 6, 7\}\}$ .

- $F$  é uma família de conjuntos, cujos elementos são  $\{2, 3\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{5, 6, 7\}$ .
- Neste caso, temos que:  $\{2, 3\} \in F$ ,  $\{2\} \in F$  e  $\{5, 6, 7\} \in F$ .
- Note que  $2 \notin F$  e  $5 \notin F$ , pois os elementos de  $F$  não são números, são conjuntos!

## 8. Igualdade de Conjuntos

Dois conjuntos são iguais quando os dois têm os mesmos elementos, em qualquer ordem

## 9. Desigualdade de Conjuntos

Dois conjuntos são diferentes quando existe pelo menos um elemento que pertence a um dos conjuntos e não pertence ao outro.

# Teoria dos Conjuntos



## Exemplos

- ❖ Dados os conjuntos  $A = \{1, 3, 5\}$  e  $B = \{x \mid x \text{ é impar positivo e menor que } 7\}$ . Temos que  $A = B$ .
- ❖ Dados os conjuntos  $M = \{9, 11, 13, \dots\}$  e  $N = \{x \mid x \text{ é impar positivo e maior ou igual a } 7\}$ . Temos que  $M \neq N$ .

# Teoria dos Conjuntos



1- Considere os conjuntos:

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

$$B = \{b, c, d, f, g\}$$

Utilizando os símbolos  $\in$  e  $\notin$ , complete os espaços adequadamente:

a)  $a$  \_\_\_\_\_  $A$

b)  $u$  \_\_\_\_\_  $B$

c)  $c$  \_\_\_\_\_  $B$

d)  $d$  \_\_\_\_\_  $A$

2- Representar, abreviadamente e por extenso, o conjunto

a) dos múltiplos negativos de 3.

b) dos números ímpares.

c) dos números naturais maiores que 2 e menores ou iguais a 10.

# Exercícios



3- Relacionar os conjuntos utilizando os símbolos  $=$  ou  $\neq$ .

a)  $A = \{1, 3, 5, 7\}$  e  $B = \{x \mid x \text{ é um número ímpar, positivo, menor que } 9\}$

b)  $A = \{\text{verde, amarelo}\}$  e  $B = \{x \mid x \text{ é uma cor da bandeira de Angola}\}$

4- Representar, usando o diagrama de Venn, o conjunto

a) dos números naturais primos menores que 30.

b) das letras da palavra ARARA.

c) dos meses do ano começados pela letra “M”.

# Exercícios



4- Dado  $A = \{1, 4, 8, 9, 15, 16, 17\}$ , represente os conjuntos abaixo por extenso

a)  $B = \{a \in A; \sqrt{a} \in \mathbb{N}\}$

b)  $A = \{a \in A; \sqrt{a} \in A\}$

c)  $C = \{a \in A; |a - 5| < 7\}$

d)  $D = \{a \in A; a^2 \leq 2a - 1\}$

e)  $E = \{a \in A; (a-1) \in A\}$

f)  $F = \{a \in A; (a+1) \in A\}$

# Exercícios





# MATEMÁTICA

# Discreta

## TEORIA DOS CONJUNTOS

- 9. Inclusão – Subconjuntos
- 10. União
- 11. Intersecção
- 12. Conjunto Vazio
- 13. Diferença
- 14. Complementar



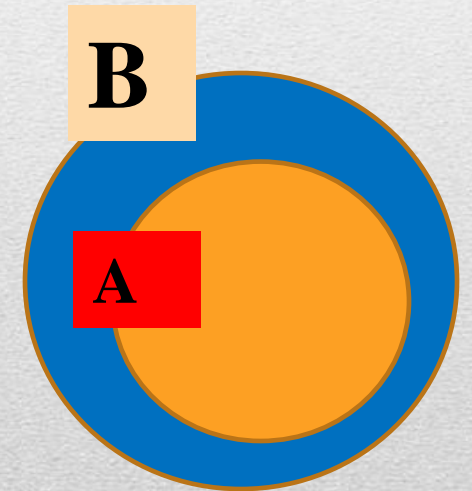
## 9. Inclusão - Subconjuntos

Um conjunto **A** está contido em um conjunto **B** quando cada elemento de **A** também pertence a **B**. Neste caso dizemos que **A** é um subconjunto de **B**.

- Observação: Quando **A** está contido em **B** podemos dizer que **B** contém **A**.
- $A \subset B$  lê-se: A está contido em B.
- $B \supset A$  lê-se: B contém A.

Exemplo:

Dados os conjuntos  $A = \{1, 3, 5\}$  e  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  temos que todos os elementos de A pertencem a B, logo:  $A \subset B$ .



# Teoria dos Conjuntos



## 9. Inclusão - Subconjuntos

A negação da inclusão é representada por:

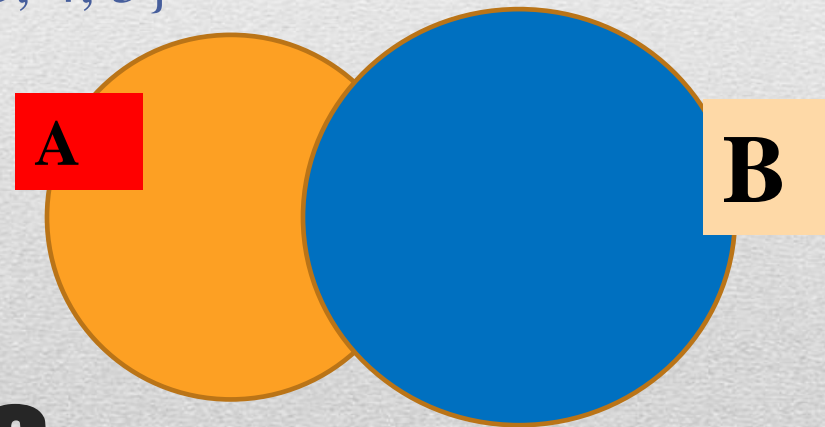
- $A \not\subset B$  □ lê-se: A não está contido em B.

Nesse caso, existe algum elemento pertencente a A que não pertence a B.

Exemplo

Dados os conjuntos  $A = \{0, 2, 4\}$  e  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

temos que  $0 \in A$  mas  $0 \notin B$ . Logo,  $A \not\subset B$ .





## 10. União $\cup$

O conjunto união de A com B é formado pelos elementos que pertencem a A, a B ou a ambos.

- $A \cup B$  lê-se: A união B.

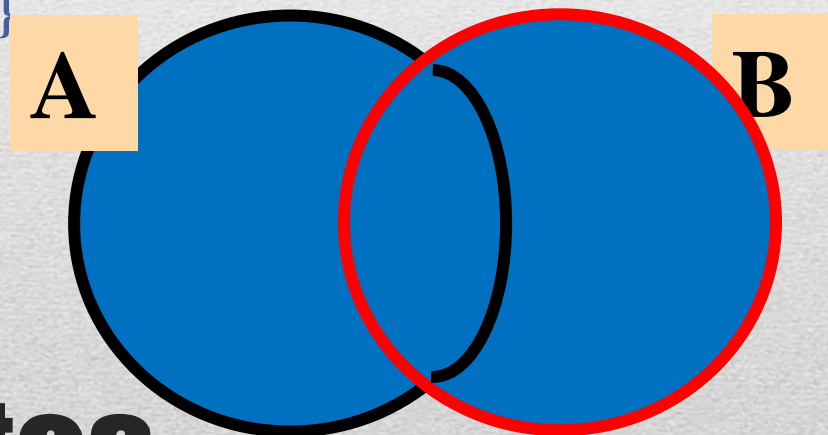
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

**Observação:**  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Exemplo

Dados os conjuntos  $A = \{-3, -2, -1, 0\}$  e  $B = \{-1, 0, 1\}$  temos:

$$A \cup B = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$



# Teoria dos Conjuntos



## 11. Intersecção

O conjunto intersecção de  $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$  pontos comuns aos conjuntos A e B.

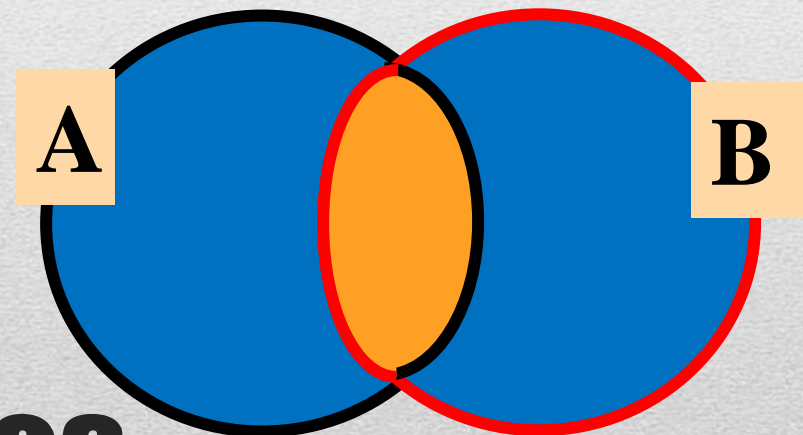
- $A \cap B$  lê-se: A intersecção B.

### Exemplo

Dados os conjuntos  $A = \{-3, -2, -1, 0\}$  e  $B = \{-1, 0, 1\}$

temos:

$$A \cap B = \{-1, 0\}$$



# Teoria dos Conjuntos



## 12. Conjunto Vazio

Conjunto vazio é o conjunto que não possui elementos.

- $\emptyset$  ou  $\{ \}$  □ lê-se: conjunto vazio. **Exemplo**

**Exemplo :**

Dados os conjuntos  $A = \{0, -1, -2\}$  e  $B = \{1, 2, 3\}$  temos:

- $A \cap B = \emptyset$
- Nesse caso dizemos que A e B são **conjuntos disjuntos**.

# Teoria dos Conjuntos



### 13. Diferença -

O conjunto diferença de A e B é formado por elementos de A que não pertencem a B.

- $A - B$  lê-se: A menos B.

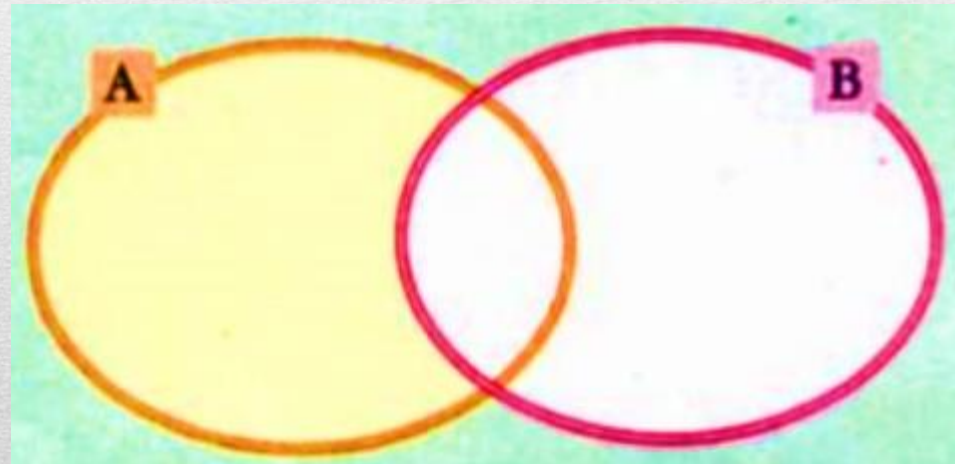
$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

**Exemplo:**

Dados os conjuntos  $A = \{-4, -3, -2, -1, 0\}$  e

$B = \{-2, -1, 0, 1\}$  temos:

$$A - B = \{-4, -3\}$$



# Teoria dos Conjuntos



## 14. Complementar

O conjunto complementar de B em relação a A é dado por:

$$C_A B = A - B \text{ (Condição: } B \subset A \text{)}.$$

- $C_A B$  lê-se: Complementar de B em relação a A

**Exemplo:**

Dados os conjuntos  $A = \{-4, -3, -2, -1, 0\}$  e

$B = \{-2, -1, 0, 1\}$  temos:

$$A - B = \{-4, -3\}$$





## 15. Cardinalidade

Informalmente, dizemos que um conjunto  $A$  é finito se ele tem um número finito  $n \in \mathbb{N}$  de elementos. Este número é a **cardinalidade de  $A$** , denotada por  $|A|$  ou  $\# A$ . Observe que  $|A| = 0$  se e somente se  $A = \emptyset$ .

Dizemos que um conjunto é **infinito se ele não é finito**. Os conjuntos  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ , e  $\mathbb{R}$  são infinitos.

Conjuntos infinitos não podem ter seus elementos listados explicitamente. Informalmente, é comum usar ‘...’ nesses casos, por exemplo:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$$



1- Considere os conjuntos:

$A = \{x \mid x \text{ é letra do alfabeto latino}\}$

$B = \{a, e, i, o, u\}$

$C = \{x \mid x \text{ é consoante do alfabeto latino}\}$

Usando os símbolos  $\subset$  ou  $\not\subset$ , preencha adequadamente os espaços abaixo:

a)  $A \subset B$  c)  $A \subset C$

b)  $B \subset A$  d)  $C \subset A$

2- Dados os conjuntos:

- $A = \{1, 2\}$
- $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- $C = \{3, 4, 5\}$
- $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F):

a)  $A \subset B$  b)  $C \subset A$  c)  $B \subset C$

d)  $D \subset B$  f)  $A \subset D$  g)  $B \subset C$

# Exercícios



3- Dados os conjuntos

$A = \{a, b, c\}$   $B = \{b, c, d\}$   $C = \{a, c, d, e\}$

O conjunto  $(A - C) \cup (C - B) \cup (A \cap B \cap C)$

é igual a:

- a)  $\{a, b, c, e\}$  d)  $\{a, c, e\}$
- b)  $A \cap B$  e)  $\{b, d, e\}$
- c)  $\{b, c, d, e\}$

4 - Dados os conjuntos  $A = \{1, 2, -1, 0, 4, 3, 5\}$

e  $B = \{-1, 4, 2, 0, 5, 7\}$  assinale a afirmação verdadeira:

- a)  $A \cup B = \{2, 4, 0, -1\}$
- b)  $A \cap (B - A) = \emptyset$
- c)  $A \cap B = \{-1, 4, 2, 0, 5, 7, 3\}$
- d)  $(A \cup B) \cap A = \{-1, 0\}$

# Exercícios



5- 35 estudantes estrangeiros vieram em Angola. 16 visitaram Kilamba; 16, São Paulo e 11, Cacuaco. Desses estudantes, 5 visitaram Kilamba e Cacuaco e , desses 5, 3 visitaram também São Paulo. O número de estudantes que visitaram kilamba ou São Paulo foi:

- a) 29      b) 24      c) 11  
d) 8        e) 5

# Exercícios



Na universidade de Luanda são lidos apenas dois jornais, X e Y. 80% dos alunos da mesma leem o jornal X e 60%, o jornal Y. Sabendo-se que todo aluno é leitor de pelo menos um dos jornais, assinale a alternativa que corresponde ao percentual de alunos que leem ambos:

- a) 80%
- b) 14%
- c) 40%
- d) 60%
- e) 48%

# Exercícios



# **Propriedades das operações com conjuntos**

---



A seguir listaremos algumas propriedades que são satisfeitas pelas operações com conjuntos.

➤ **Comutatividade:**

$$A \cup B = B \cup A.$$

$$A \cap B = B \cap A.$$

➤ **Associatividade:**

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C.$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

# Propriedades das operações com conjuntos



➤ **Distributividade:**

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

➤ **Leis de De Morgan:**

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}.$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}.$$

*Propriedades do complemento:*

- $\bar{\bar{A}} = A.$
- $A \cup \bar{A} = \mathcal{U}.$
- $A \cap \bar{A} = \emptyset.$
- $\bar{\mathcal{U}} = \emptyset.$
- $\bar{\emptyset} = \mathcal{U}.$

*Propriedades do conjunto vazio:*

- $A \cup \emptyset = A.$
- $A \cap \emptyset = \emptyset.$

# Propriedades das operações com conjuntos



A collage of various mathematical symbols and formulas, including numbers, plus, minus, multiplication, division, and infinity signs, as well as some specific equations like  $101_2 = 5_{10}$  and  $101_2 = 2^3 + 2^0$ .

# MATEMÁTICA

# Discreta

## CONJUNTOS DE CONJUNTOS

---



- Conjuntos podem ser elementos de outros conjuntos. Por exemplo, o conjunto  $A = \{\emptyset, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 4, 7\}\}$  um conjunto com quatro elementos. Se  $B$  é o conjunto  $\{2, 3\}$ , temos que  $B$  é elemento de  $A$ . Note que  $\emptyset$  é elemento de  $A$  e também subconjunto de  $A$ , enquanto que  $\{2\}$  não é nem uma coisa nem outra.
- Em particular, o conjunto  $A = \{\emptyset\}$  não é vazio, pois ele tem um elemento conjunto vazio.
- Observe que  $|A| = 1$ , enquanto que  $|\emptyset| = 0$

# Conjuntos de conjuntos



## Conjunto potência

- O conjunto de todos os subconjuntos de um conjunto  $A$  é chamado de **conjunto potência de  $A$** , e denotado por  $\mathbb{P}(A)$ .
- **Exemplo:** Se  $A = \{1, 2, 3\}$  então  $\mathbb{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$

Observe que se  $A = \emptyset$  então  $\mathbb{P}(A) = \{\emptyset\}$ , e se  $A = \{\emptyset\}$  então  $\mathbb{P}(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ .

# Conjuntos de conjuntos



## Partição

Seja  $A$  um conjunto, e  $P$  um conjunto cujos elementos são sub-conjuntos de  $A$  (isto é,  $P \subseteq \mathcal{P}(A)$ ). Dizemos que  $P$  é uma partição de  $A$  se os elementos de  $P$  são não vazios, disjuntos dois a dois, e a união de todos os elementos de  $P$  é  $A$ . Nesse caso, cada elemento de  $P$  é também chamado de uma **parte ou bloco da partição**.

**Exemplo :** Se  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

o conjunto  $P = \{\{1, 2, 5, 6, 7\}, \{3\}, \{4, 8, 10\}, \{9\}\}$  é uma partição de  $A$ .

# Conjuntos de conjuntos



## Produto cartesiano

Indicamos por  $(a, b)$  um par ordenado de elementos, no qual  $a$  é o primeiro elemento e  $b$  é o segundo elemento. Um par ordenado não deve ser confundido com um conjunto de dois elementos, pois a ordem é importante (por exemplo, o **par**  $(10, 20)$  é diferente do **par**  $(20, 10)$ ) e os dois elementos podem ser iguais (como por exemplo no **par**  $(10, 10)$ ). Dois pares ordenados  $(a, b)$  e  $(c, d)$  são iguais (são o mesmo par) se, e somente se,  $a = c$  e  $b = d$

## Produto cartesiano de dois conjuntos

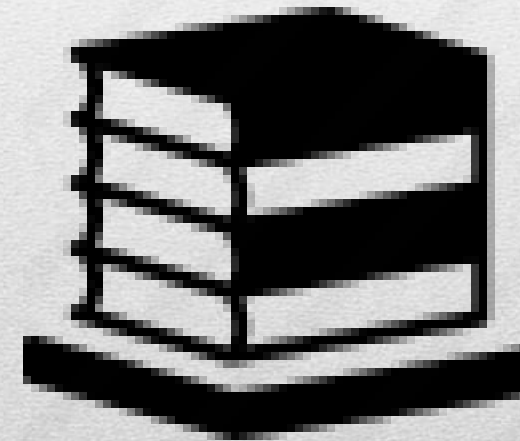
Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. O produto cartesiano, denotado por  $A \times B$ , é o conjunto de todos os

pares ordenados  $(a, b)$  com  $a \in A$  e  $b \in B$ . Como os pares são ordenados, temos que  $A \times B \neq B \times A$  (exceto quando  $A = B$  ou  $A = \emptyset$  ou  $B = \emptyset$ )

# Conjuntos de conjuntos



- LIPSON, M.; LIPSCHUTZ, S. - Matemática Discreta; 2ª ed.; São Paulo:Bookman, 2004.
- MENEZES, P.B. - Matemática Discreta para Computação e Informática;
- Porto Alegre: Instituto de Informática da UFRGS, Série Livros Didáticos, Número 16, 2004.



# Bibliografia





Busque auxílio em livro,  
não pare por aqui!

*Docente: eng.º Nzuzi Rodolfo*