Benzekri Omar
300262795

CSI 2110
Devoir #1:

· Question 1:

a) $7\log_{10}(n^4)$ est $O(\log_2 n)$ VRAI

Il faut trouver un nombre c et un nombre n_0 tel que:
$F(n) = 7\log_{10}(n^4) \leq c \cdot \log_2 n$ pour tout $n \geq n_0$

$F(n) = 7\log_{10}(n^4) = 28\log_{10}(n) = 28 \cdot \log_2(n) \cdot \log_{10}(2)$

donc $F(n) \leq c \cdot \log_2(n)$ pour $c = 28\log_{10}(2)$ et tout $n \geq 1$
$c = 28\log_{10}2$, $n_0 = 1 \Rightarrow F(n) = O(\log_2 n)$.

b) $n \times (10n^2 + 2n)$ est $\Omega(n\sqrt{2})$ VRAI

$F(n) = n(10n^2+2n) = 10n^3 + 2n^2$ $g(n) = n$ (on néglige la constante $K = \sqrt{2}$)
$10n^3 \geq 10n$ pour tout $n \geq 1$
$2n^2 \geq 2n$ pour tout $n \geq 1$
$\} F(n) \geq c \cdot g(n)$ pour tout $n \geq 1$

$F(n)$ est $\Omega(n\sqrt{2})$ pour $c = 1$ et $n_0 = 1$

c) 3^n est $\Theta(2^n)$ VRAI
d'abord 3^n est $O(2^n)$:
$3^n \leq c \cdot 2^n$ est vrai pour tout $c \geq \frac{3}{2}$ et tout $n \geq$
donc 3^n est $O(2^n)$ pour $c = 2$ et $n_0 = 1$
ensuite 3^n est $\Omega(2^n)$:
$3^n \geq c \cdot 2^n$ pour $c \leq 1$ et tout $n \geq 1$
donc 3^n est $\Omega(2^n)$ pour $c = 1$ et $n_0 = 1$
alors 3^n est $O(2^n)$ et $\Omega(2^n)$ il est donc $\Theta(2^n)$

Question 2.

a) Dans le pire cas, la condition if ne sera pas validé et la fonction va donc retourner True. La première boucle (dans ce cas) est exécuté $(n-1)$ fois et la deuxième boucle est aussi exécuté $(n-1)$ fois, on ignore les constants et donc :
$T(n) = (n-1)(n-1) = n^2 - 2n + 1$; n^2 domine donc :
$T(n) = O(n^2)$

b) Dans le meilleur cas, la condition if est validé aussitôt que possible donc la première boucle est exécuté une fois et de même pour la deuxième donc :
$B(n) = O(1)$
Dans ce cas le premier $A[i, j]$ donc $A[0, 1]$ n'est pas égale au premier $A[j, i]$ donc $A[1, 0]$, ce sont deux différents integers.