

Análise de Performance do *Imperialist Competitive Algorithm* através de Funções de *Benchmark*

Marco Antônio Florenzano Mollinetti¹, José Ney Magalhães Almeida¹, Rodrigo Lisboa Pereira¹, Otávio Noura Teixeira¹

¹Laboratório de Computação Natural (LCN) – Centro Universitário do Estado do Pará (CESUPA) – Av. Gov. José Malcher, 1663 – 66060-230 – Belém, PA – Brasil

{marco.molinetti, almeida.jnm}@gmail.com, {lisboa, onoura}@cesupa.br

Abstract. The following article addresses the efficiency and quality of the Imperialist Competitive Algorithm, an algorithm that takes inspiration from sociopolitical features, as well as its concepts are explained and its feasibility of solving mathematical optimization functions that were specifically made for measuring the quality of the algorithm are gauged. Six different benchmark functions are solved by the algorithm and compared with other optimization techniques.

Resumo. Este artigo aborda a eficiência e qualidade do algoritmo - Imperialist Competitive Algorithm - baseado em aspectos sociopolíticos; assim como, explicita e testa a sua eficiência, ao resolver funções de otimização matemática que possuem como finalidade a medição da qualidade do algoritmo. Neste artigo, seis diferentes funções de benchmark são resolvidas pelo algoritmo e comparadas com outras técnicas de otimização existentes.

1. Introdução

Ao longo dos anos, diferentes metaheurísticas que se baseiam em vários conceitos naturais, sociais ou biológicos, foram criados por cientistas e pesquisadores com o objetivo de atingir resultados satisfatórios para vários problemas considerados de difícil resolução. Um exemplo destas metaheurísticas é o *Imperialist Competitive Algorithm* (ICA) - proposto por Atashpaz-Gargari e Lucas (2007) - o qual é objeto de estudo deste trabalho. Ela é fundamentada no comportamento sociopolítico de unidades federativas, no que concerne relações de imperialismo, e seu estudo é feito através da comparação de um conjunto de países dominantes e dominados em um determinado espaço geográfico. Diversos exemplos de problemas *NP-hard* utilizando o ICA foram resolvidos e apresentaram bons resultados. Alguns exemplos são os trabalhos de: Kaveh e Talatahari (2010), o qual trata de problemas de medição de elasticidade de mola e de pressão de um vaso de pressão; o trabalho de Moussavi Rad *et al.* (2012) o qual, através do ICA, realiza a distinção e classificação de diferentes tipos de grãos de arroz em uma fotografia; e, por fim, a obra de Attar *et al.* (2011), que lida com o sequenciamento de diferentes tarefas para máquinas paralelas.

Este trabalho mede a eficácia do ICA para alcançar uma solução ótima em problemas de otimização envolvendo o processo de minimização de funções matemáticas, tanto em funções unimodais quanto em funções multimodais, provando a eficiência dessa na habilidade de exploração global e local. No intuito de atingir este objetivo, serão empregadas cinco diferentes funções de benchmark para o ICA e os resultados serão comparados com resultados obtidos por outros métodos de otimização.

A seção 2 aborda o embasamento teórico do ICA, evidenciando os principais aspectos do algoritmo; a seção 3 detalha as funções utilizadas para medir a performance do ICA; a seção 4 contém os resultados e comparações de todos os testes realizados; e finalmente, a seção 5 conclui o trabalho e expõe trabalhos futuros para este algoritmo.

2. Imperialist Competitive Algorithm

O *Imperialist Competitive Algorithm* é um algoritmo de otimização recentemente criado por Atashpaz-Gargari e Lucas (2007), o qual, segundo estes autores, por utilizar conceitos de relações sociopolíticas é definido como a “contraparte sociopolítica do Algoritmo Genético”. O ICA adotou uma abordagem contrária a grande maioria dos outros algoritmos de otimização, visto que esses algoritmos, de acordo com Attar *et al.* (2011), não levam em conta fatores sociopolíticos ou culturais, inspirando-se somente em processos encontrados na natureza ou no comportamento de determinados animais.

O ICA simula o processo de imperialismo e a competição entre países imperialistas que subjugarão outros países mais fracos, chamados de países colônias, com o objetivo de aumentar o seu poder e influência (Kaveh e Talatahari 2010) para que, ao final, sobre apenas um império dominando colônias tão desenvolvidas quanto o próprio país imperialista.

2.1 Inicialização

A princípio, o espaço de busca de uma solução é representado como a divisão geográfica de países do planeta, e, então, soluções em potencial tomarão forma através de países, na qual as variáveis que se deseja otimizar são chamadas posições geográficas. Os valores para as posições são gerados aleatoriamente através de uma distribuição uniforme e os países são ordenados em ordem crescente de acordo com a sua função de avaliação, denominada função custo. Vale ressaltar que o custo e o poder de um país são inversamente proporcionais (Kaveh e Talatahari, 2010). Escolhe-se uma parcela N_{imp} do número total de países $N_{país}$ para tornarem-se impérios, Atashpaz-Gargari e Lucas (2007) recomenda que uma porcentagem de 5% a 10% dos melhores países para tornarem-se impérios é suficiente. O restante dos países, representado por N_{col} , passam a ser colônias dos N_{imp} impérios. Em seguida, calcula-se o custo normalizado de todos os impérios para que se possa computar o poder normalizado deles e, assim, estimar qual a porção de colônias de N_{col} que cada respectivo país imperialista receberá. O custo normalizado do i ésimo império se dá por (1):

$$C_n = c_n - \max\{c_i\} \quad (1)$$

Aonde c_n é o custo do império em questão, e $\max\{c_i\}$ é o império de menor custo. Posteriormente, calcula-se o poder normalizado de cada país imperialista através de (2).

$$P_n = \left| \frac{c_n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} c_i} \right| \quad (2)$$

Desta forma, multiplicando-se o valor encontrado por (2) pelo número de colônias N_{col} , encontra-se em (3) a quantidade de quantas colônias o i ésimo império receberá.

$$N.C_n = \text{round}(p_n \cdot N_{col}) \quad (3)$$

Esta equação resultará em uma configuração na qual haverá uma distribuição de colônias proporcional ao poder de cada império, concluindo-se que quanto mais forte for um império mais colônias este dominará.

2.2. Convergência e troca de poder

Após a etapa inicial de consolidação da configuração mundial, Inicia-se um ciclo de assimilação cultural das colônias caracterizado como a movimentação de x unidades do vetor país colônia em direção ao seu país imperialista. Neste movimento, pode-se adotar variadas políticas de convergência representadas por diferentes aproximações de cálculos vetoriais, assim expostos por Kaveh e Talatahari (2010). No entanto, para este artigo, utilizou-se a política de convergência presente apenas no trabalho de Atashpaz-Gargari e Lucas (2007), a qual consiste em utilizar números aleatórios uniformemente distribuídos, exposta pelas equações (4) e (5):

Na equação (4), d representa a distância entre o império e a sua colônia, e β o coeficiente de assimilação de colônias, segundo Atashpaz-Gargari e Lucas (2007). Para que haja convergência o valor de β deve ser maior do que 1 (um). Caso, o valor seja maior que dois, a colônia se aproximará do império por ambos os lados.

$$x \sim U(0, \beta \cdot d) \quad (4)$$

Para aumentar a variabilidade de soluções encontradas, Kaveh e Talatahari (2010) e Atashpaz-Gargari e Lucas (2007), expõem a aplicação de um desvio de ângulo θ , onde esse desvio será um número aleatório, delimitado pelo coeficiente de desvio γ , de valor $\pi/4$ radianos, assim sugerido. Este desvio é caracterizado por (5) e resultará em uma movimentação similar à exposta na Figura 01.

$$\theta \sim U(-\gamma, \gamma) \quad (5)$$

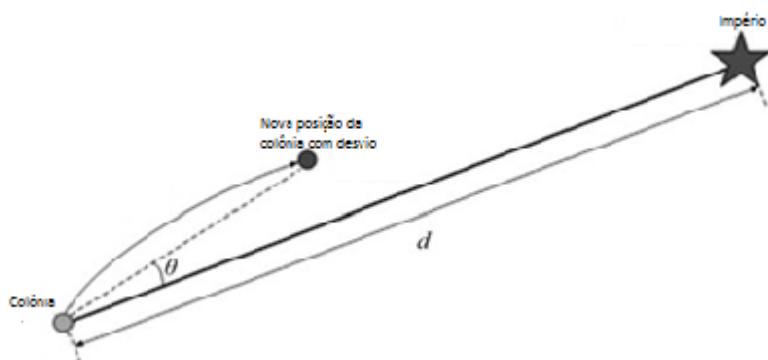


Figura 01. Convergência de colônia para seu respectivo império com desvio (Kaveh e Talatahari, 2010).

Realizada a assimilação das colônias, é possível que haja uma colônia que possua custo menor que o seu país imperialista e, caso isto ocorra, de acordo com Kaveh e Talatahari (2010), uma troca de poder será realizada de forma que a colônia passará a ser o império e o império será rebaixado ao estado de colônia. No algoritmo, isto é representado como a troca da posição do império com a posição da colônia ótima. Ocorrido isto, as colônias passarão a convergir para a posição de onde o novo império se encontra.

2.3. Revolução

Assim mostrado por Kaveh e Talatahari (2010), é possível que ocorra revoluções em colônias que estão subjugadas, resultando em uma melhora dessa colônia. Este mecanismo de revolução, de acordo com Moussab Rad *et al.* (2012), aumenta o fator de exploração do algoritmo, e evita a convergência prematura de países para um ótimo local. Vale ressaltar que Attar *et al.* (2011) classifica a revolução como um mecanismo similar a mutação de um cromossomo nos Algoritmos Genéticos, na qual ocorre uma

perturbação no valor das variáveis da solução. No ICA, a frequência de revoluções é controlada pelo coeficiente de revolução α , que diminui a cada iteração subsequente. Através de (6), utiliza-se o coeficiente α para regular o número N_{rev} de quantas colônias do i ésimo império realizarão a revolução. Em seguida, escolhe-se aleatoriamente N_{rev} colônias do império e realiza-se outra distribuição aleatória em seus valores de posição.

$$N_{rev_i} = \text{round}(\alpha \times N.C_{i,i}) \quad (6)$$

2.4. Competição Imperialista e Eliminação de Impérios

Por fim, é realizada uma competição entre os impérios, no qual a colônia mais fraca do império mais fraco é tomada pelo império que possuir a maior tendência a conquistá-lo. Vale ressaltar que nem sempre o império mais forte será o império que conquistará a colônia mais fraca, porém, inevitavelmente, este mecanismo fará com que gradualmente os impérios mais fortes se fortaleçam mais e os mais fracos se debilitem ainda mais (Kaveh e Talatahari, 2010). A competição imperialista se dá inicio com a medição do poder total de cada país imperialista dado por (7). O poder total é o custo do império somado a média dos custos das colônias que o império possui multiplicado pelo fator de importância de colônias ξ . Assim sendo, quanto maior este fator, mais influentes serão as colônias no resultado final. Atashpaz-Gargari e Lucas (2007) sugere um valor de 0.1 para ξ .

$$T.C_n = \text{Custo}(império_n) + \xi \cdot \text{média}\{\text{Custo}(colonias\ do\ império_n)\} \quad (7)$$

Após o cálculo do poder total, calcula-se a probabilidade de possessão de cada império através de (8).

$$P_{p_n} = \left| \frac{T.C_n - \max_{i=1}^{N_{imp}} \{ T.C_i \}}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} T.C_i} \right| \quad (8)$$

Por fim, são organizados os valores de (8) em um arranjo chamado P e cria-se outro arranjo R com o mesmo tamanho de P. Neste arranjo R, cada índice será um valor numérico entre 0 e 1 uniformemente distribuído de forma randômica. Feito isto, cria-se outro vetor denominado D, de mesmo tamanho de P e R, contendo em cada índice a subtração dos valores P com os valores R para que, então, seja entregue a colônia ao império cujo índice no arranjo D seja o maior.

$$D = P - R = [p_{p_1} - r_1, p_{p_2} - r_2, p_{p_3} - r_3, \dots, p_{p_{N_{imp}}} - r_{N_{imp}}] \quad (9)$$

Na corrida rumo ao imperialismo, os países imperialistas quando perdem seus poderes entram em colapso e têm suas colônias divididas entre outros impérios. No ICA, Kaveh e Talatahari (2010) especificam que um império ruiu quando não possui mais nenhuma colônia e, portanto, é eliminado.

2.5. Critério de Parada

Atashpaz-Gargari e Lucas (2007) apontam que ao final do processo de imperialismo haverá apenas um império dominando todas as colônias, porém, todas as colônias serão tão desenvolvidas quanto o império, culminando na idéia de uma sociedade perfeita. No ICA, essa ideia é representada quando há apenas um império localizado no ótimo global possuindo todas as colônias presentes no espaço mundo que possuam o mesmo custo do império ou que o processo de busca atinja o limite de gerações pré-estabelecido (Kaveh e Talatahari, 2010).

3. Estudo de Casos

A qualidade e eficácia de procedimentos de otimização são usualmente medidas por funções de avaliações que se apresentam comuns na literatura. Além disso, tais funções, como dito por Molga e Smutnicki (2005), podem ser: unimodais, convexas e multidimensionais; multimodais, com duas dimensões e com um pequeno número de extremos locais; multimodais, com duas dimensões e com um grande número de extremos locais; multimodais, multidimensionais, com um grande número de extremos locais.

Estas funções possuem como objetivo encontrar o menor valor possível dentro de um intervalo definido e esse menor valor é chamado de mínimo global ou ótimo global. Para este artigo, utilizar-se-ão seis funções de *benchmark*.

3.1. Função de De Jong

A função de De Jong, de acordo com Molga e Smutnicki (2005), é uma das mais simples para se realizar um teste de *benchmark*. Esta função é contínua, convexa e unimodal. Sua função caracteriza-se por:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (10)$$

A função de De Jong possui como espaço de busca os valores $-5,12 < x_i < 5,12$, $i = 1, \dots, n$. Mínimo global de $f(x) = 0$ aonde $x_i = 0, i = 1, \dots, n$

3.2. Função da Soma dos Quadrados

Molga e Smutnicki (2005) classificam essa função como similar a função de De Jong, com uma pequena diferença. A função é contínua, convexa e unimodal, e possui a seguinte definição geral:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (i \cdot x_i^2) \quad (11)$$

A função, assim como a de De Jong possui como espaço de busca os valores $-5,12 < x_i < 5,12$, $i = 1, \dots, n$. Mínimo global de $f(x) = 0$ aonde $x_i = 0, i = 1, \dots, n$

3.3. Função de Easom

A função de Easom é uma função unimodal onde o mínimo global é uma pequena área em relação ao espaço de busca. Sua equação é:

$$f(x_1, x_2) = i \cdot \cos(x_1) \cos(x_2) \exp(-(x_1 - \pi)^2 - (x_2 - \pi)^2) \quad (14)$$

A função possui como espaço de busca os valores $-100 \leq x_1 \leq 100, -100 \leq x_2 \leq 100$, e possui mínimo global de $f(x) = -1$ e é obtido para quando $(x_1, x_2) = (\pi, \pi)$.

3.4. Função de Goldstein-Price

Jamil e Yang (2013) *apud* Goldstein e Price (1971) caracterizam esta função como uma função de otimização de teste. Ela é contínua, diferenciável, não separável, não escalável e multimodal. Sua definição é:

$$f(x_1, x_2) = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2 (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2 + 1)]. [30 + (2x_1 - 3x_2)^2 (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)] \quad (12)$$

A função possui apenas duas variáveis, e espaço de busca de $-2 \leq x_1 \leq 2, -2 \leq x_2 \leq 2$. Seu ótimo global se dá por $f(x) = 3$ pelos valores de $(x_1, x_2) = (0, -1)$.

3.5. Função de Rastrigin

A função de Rastrigin, segundo Molga e Smutnicki (2005) é baseada na função de De Jong mais a adição de modulações de cosseno, o que faz com que essa tenha uma quantidade elevada de ótimos globais, tornando-a multimodal.

$$f(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)] \quad (13)$$

A função possui como espaço de busca os valores $-5,12 < x_i < 5,12$, $i = 1, \dots, n$. Possuindo mínimo global de $f(x) = 0$ aonde $x_i = 0, i = 1, \dots, n$.

3.6. Função de Griewank

Segundo Molga e Smutnicki (2005), a função de Griewank é similar a função de Rastrigin, possuindo vários mínimos locais distribuídos de forma regular. Sua interpretação muda de acordo com a escala, e, de forma geral é uma função convexa. A sua equação é:

$$f_n(x_1, \dots, x_n) = 1 + \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) \quad (15)$$

O espaço de buscas da função é o intervalo de $-600 < x_i < 600$, $i = 1, \dots, n$, e seu mínimo global $f(x) = -1$ é obtido através de $x_i = 0, i = 1, \dots, n$.

4. Resultados

Para realizar os testes utilizando as seis funções de *benchmark*, foram testadas 20 vezes cada função e foram adotados os seguintes parâmetros: uma população de 100 países - dos quais 8 serão impérios; 1000 gerações; 2 para β ; $\pi/4$ rad para γ ; 0.1 para o coeficiente ξ ; e 0.99 para o coeficiente de revolução α , sendo que este decai em 1% a cada ciclo subsequente.

Os resultados dos testes são comparados com outros dois tipos de técnicas de otimização: o *Particle Swarm Optimization*, de Kennedy e Eberhart (1995), que se baseia no comportamento coletivo de grupos de seres encontrados na natureza; e o *Artificial Bee Colony* de Karaboga (2005), que consiste em uma simulação do processo exploratório de uma colônia de abelhas. Esta comparação é realizada para que seja possível constatar o quanto efetivo o ICA é capaz de minimizar funções de otimização tanto unimodais quanto multimodais.

De acordo com a Tabela 1, foi considerado como Melhor, o melhor valor do melhor resultado. Considerou-se a Média como valor resultante da média de todos os melhores valores e, também foi considerado como Desvio Padrão, o resultado do desvio padrão estatístico dos melhores valores. É importante frisar que qualquer valor menor que 10^{-6} foi arredondado para zero a fim de facilitar a interpretação de dados.

Tabela 1. Comparação dos resultados encontrado pelo ICA, PSO e ABC.

Função	D	ABC			PSO		
		Melhor	Média	Desvio Padrão	Melhor	Média	Desvio Padrão
De Jong	30	0	0	0	0	0	0
Sum Squares	30	0.00674	0.004833	0.003715	0.0521	16.301	48.692
Easom	5	-1	-1	-1	-1	-1	-1
Goldstein-Price	2	3	3	0	3	3	0
Rastrigin	30	0	0	0	0	0.003815	0.003815
Griewank	30	0	0	0	0.023007	0.989998	0.989999

Função	D	ICA		
		Melhor	Média	Desvio Padrão
Sphere	30	0	0	0
Sum Squares	30	0	0.19951	0.017714
Easom	5	-1	-1	0
Goldstein-Price	2	3	3	0
Rastrigin	30	0	0	0
Griewank	30	0.000193	0.027324	0.028901

Para as funções unimodais, a de De Jong, Soma dos Quadrados e Easom, o ICA e o PSO, ao contrário do ABC, falharam em encontrar o ótimo global apenas na função da Soma dos Quadrados. Nesta função, o ICA se comportou melhor que o PSO, e encontrou como melhor valor um número próximo do mínimo, e apresentou uma variação pequena de valores encontrados, assim visto em seu baixo valor de média e desvio padrão.

Para as funções multimodais, a de Goldstein-Price, Rastrigin e Griewank, o ICA, assim como os outros, foi capaz de encontrar o mínimo global para a função de Goldstein-Price, que apresenta um relevo com muitas planícies. O ICA também obteve êxito, assim como o ABC, em alcançar o mínimo na função de Rastrigin, a qual é uma função multidimensional que possui muitos ótimos locais, podendo facilmente fazer com que o algoritmo se perca em destes ótimos. Para a função de Griewank, uma função convexa e multimodal, o ICA obteve resultados melhores que o PSO, porém não foi capaz de atingir o ótimo global com ocorrido no ABC.

É importante ressaltar que para as funções que o ICA não encontrou o ótimo global, os resultados obtidos se encontram perto do ótimo global possuem média e desvio padrão baixos, o que significa que todos os resultados possuem valores próximos ao melhor valor, fato este que confirma a robustez do ICA.

5. Considerações Finais

De acordo com os resultados apresentados pode-se constatar que o algoritmo possui capacidade de resolver problemas de otimização tanto unimodais quanto multimodais, apresentando resultados melhores que o algoritmo PSO, porém sua eficácia ainda não se

encontra tão otimizada quanto o algoritmo ABC, que conseguiu atingir o ótimo global em funções que o ICA não o fez. Portanto, conclui-se que o ICA ainda necessita de maiores mudanças em seus mecanismos para que ele possa apresentar melhores resultados do que algoritmos, como o ABC, que possuem maior eficácia em resolver este tipo de problema.

Nos trabalhos posteriores, pretende-se utilizar o ICA para resolver problemas de otimização matemática com restrições, com o intuito de verificar de forma mais profunda a sua eficácia. Também se pretende realizar mudanças em mecanismos do algoritmo, a fim de aumentar seu poder de busca, como: modificação na assimilação de colônias de acordo com o trabalho de Kaveh *et al.* (2012), o qual utiliza diferentes abordagens matemáticas para simular melhores políticas de convergência para aumentar a variabilidade do movimento de assimilação; alteração do mecanismo de geração de países, utilizando uma abordagem similar ao trabalho de Duan *et al.* (2010), no qual são empregados elementos da teoria do caos para conferir diferentes variações na geração de países; e, por fim, adição de um coeficiente que realize uma relação direta entre o tamanho do espaço de busca e o número de países existentes no cálculo do poder total de um império.

Referências

- Atashpaz-Gargari E., Lucas C. (2007) "Imperialist Competitive Algorithm: An Algorithm for Optimization Inspired by Imperialistic Competition" IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC).
- Attar, S. F.; Mohhamadi, M.; Tavakkoli-Moghaddam, R. (2011) "A novel Imperialist Competitive Algorithm to Solve Flexible Flow Shop Scheduling Problem in Order to Minimize Maximum Completion Time" Int. Journal of Computer Applications (0975-8887), Vol. 28 – No. 10.
- Duan H.; Xu, C; Liu, S.; Shao, S. (2010) "Template matching using chaotic imperialist competitive algorithm", Pattern Recognition Letters 31, pages 1868-1875.
- Goldstein, A. A; Price, J. F. (1971) "On Descent from Local Minima," Mathematics and Computation, vol.25, no.115, pp. 569-574.
- Jamil, M.; Yang, X. (2013) "A Literature Survey of Benchmark Functions For Global Optimization Problems", Int. Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimization, Vol. 4, No.2, pp.150-194
- Kaveh, A.; Talatahari, S. (2010) "Imperialist Competitive Algorithm for Engineering design problems", Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing), Volume II, number 6., pages 675-697.
- Karaboga, D. (2005). An idea based on honey bee swarm for numerical optimization. Technical Report TR06, Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, 2005.
- Kennedy, J.; Eberhart, R. (1995) "Particle Swarm Optimization". Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks IV. pp. 1942–1948.
- Molga, M.; Smutnicki, C. (2005) "Test Function for Optimization needs" disponível em "<http://www.zsd.ict.pwr.wroc.pl/files/docs/functions.pdf>". Acesso em 15 de Setembro de 2013.

Moussavi Rad, S. J.; Akhlaghian Tab, F.; Mollazade, K. (2012) “Application of Imperialist Competitive Algorithm for Feature Selection: A case Study on Bulk Rice Classification”, Int. Journal of Computer Applications (0975- 8887), Vol.40 – No. 16.

Talatahari, S.; Kaveh, A.; Sheikholeslami, R. (2012) “Chaotic imperialist competitive algorithm for optimum design of truss structures”, Struct Multidisc Optim 46:355–367.