Mecânica e Campo Eletromagnético

2018/2019 – parte 8

Luiz Pereira
luiz@ua.pt

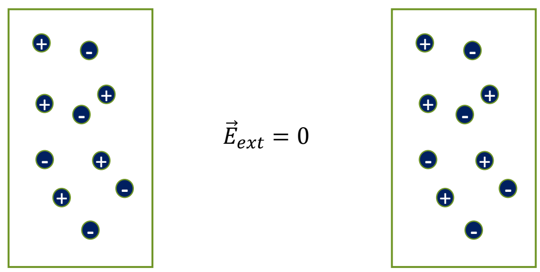
Tópicos

- **Condensadores**
- **Corrente elétrica e resistência**

Campo elétrico num condutor

Isolador
CARGAS FIXAS

Condutor
CARGAS MÓVEIS

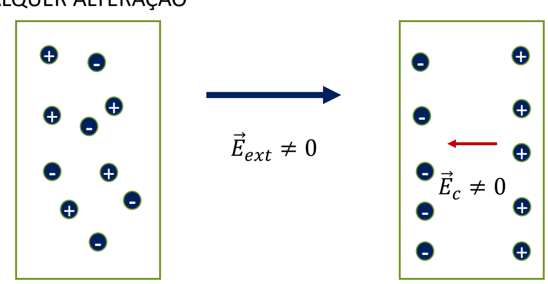


Se o campo elétrico externo for nulo, os sistemas estando em equilíbrio, apenas diferem no fato de as cargas elétricas se poderem mover livremente (de acordo com a eletrostática interna) no caso dos condutores. No geral, estão em ambas as situações, aleatoriamente distribuídas

Campo elétrico num condutor

Isolador
CARGAS FIXAS – NÃO EXISTE QUALQUER ALTERAÇÃO

Condutor
CARGAS MÓVEIS – MOVIMENTO DE CARGAS



$\vec{E}_{int} = 0$

Na presença de um campo elétrico externo que atravesse os materiais, a situação é alterada no caso dos condutores (os isoladores mantêm a mesma situação, em principio !). No condutor aparece um campo interno devido ao alinhamento das cargas

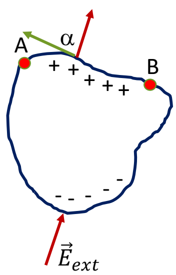
DENTRO do condutor, por seu lado, o campo elétrico é igual a zero pois $\vec{E}_c = -\vec{E}_{ext}$

Campo elétrico num condutor

Desta forma podemos determinar o potencial dentro do condutor

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int \vec{0} \cdot d\vec{l}$$ ➡ O POTENCIAL DENTRO DO CONDUTOR É CONSTANTE

A SUPERFÍCIE DO CONDUTOR É UMA SUPERFÍCIE EQUIPOTENCIAL



Trabalho de A até B $W_{A \to B} = q\Delta V = q(V_B - V_A) = 0$

porque $V_A = V_B$ (superfície equipotencial)

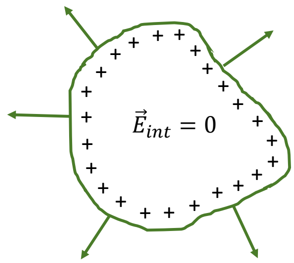
Como $W_{A \to B} = -\int q\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int q \cdot E \cdot dl \cdot cos\alpha$ isto implica que α = 90° ou seja as linhas de campo SÃO SEMPRE PERPENDICULARES NA SUPERRFÍCIE DE UM CONDUTOR

Condutores carregados

Num condutor carregado em equilíbrio eletrostático:

- A carga coloca-se na superfície exterior do condutor
- O campo elétrico à superfície é perpendicular à superfície do condutor
- O campo elétrico é nulo no interior do condutor
- A superfície de um condutor é uma superfície equipotencial
- Como o campo no interior do condutor é nulo o potencial é constante em todos os pontos do condutor e igual ao seu valor na superfície

Capacidade de um condutor



A uma distância r da superfície, e se o condutor tiver uma carga Q, teremos:

$$\vec{E} = K\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

$$V = -\int_{\infty}^{r} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_{\infty}^{r} K\frac{Q}{r^2}dr = K\frac{Q}{r}$$

Na situação de r fixo → **V = *const*** × **Q**

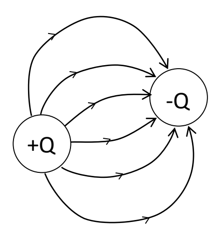
A constante entre V e Q é denominada de **CAPACIDADE** do sistema e **depende da configuração geométrica do mesmo**

A capacidade MEDE a relação entre a quantidade de carga num sistema e o seu potencial

Capacidade e condensadores

Definição de **capacidade elétrica**:

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$



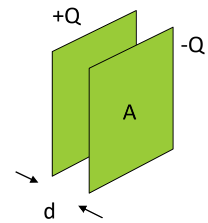
Um condensador é um sistema de dois condutores isolados eletricamente um do outro. A capacidade elétrica é a razão entre a carga armazenada em ambos os condutores e a sua diferença de potencial. Nota: C é sempre positiva !

Depende apenas da forma dos condutores, da posição relativa e do meio material presente entre eles.

Unidades: 1 **F** (Farad)= $\frac{1C}{1V}$

Cálculo da capacidade

Condensador de placas paralelas:



A densidade de carga em cada placa é

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

Se d é pequena relativamente às dimensões da placa

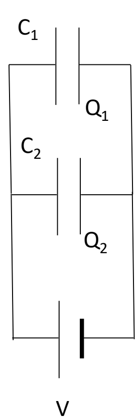
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$$

A diferença de potencial entre as placas é: $$V = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A}$$

como: $C = \dfrac{Q}{V}$ vem:

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$$

Associação de Condensadores



Associação em paralelo

Nesta configuração os condensadores estão ao mesmo potencial

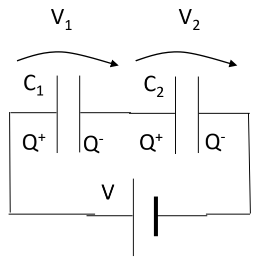
$Q_{total}=Q_1+Q_2$ $\quad$ $Q_1=C_1V$ $\quad$ $Q_2=C_2V$

$$Q_{total}= C_1V + C_2V =C_{eq}V$$

Portanto $\boxed{C_{eq}=C_1+C_2}$

Generalizando: $\boxed{C_{eq} = \sum_i C_i}$

Associação de Condensadores



Associação em série

Nesta configuração a carga em cada condensador é a mesma

$Q=C_1V_1$ $Q=C_2V_2$ e também $Q=C_{eq}V$

Como $V=V_1+V_2$ vem que

$$\frac{Q}{C_{eq}}=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}$$

Logo $$\boxed{\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}}$$

Generalizando: $$\boxed{\frac{1}{C_{eq}}=\sum_i\frac{1}{C_i}}$$

Energia de um condensador

O trabalho necessário para transferir um incremento de carga dq da placa – para a placa + é

$$dw=Vdq=\frac{q}{C}dq$$

O trabalho total necessário para carregar o condensador é

$$W=\int_0^Q\frac{q}{C}dq=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Portanto a energia de um condensador carregado é:

$$\boxed{U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}CV^2}$$

Dielétricos

Verifica-se que quando um material dielétrico (Ex. borracha, vidro, plástico, …) é introduzido entre as placas de um condensador a capacidade elétrica aumenta.

Para um condensador plano

$$C = \varepsilon_r \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Em que ε_r é a constante dielétrica relativa, sendo esta >1.
A constante dielétrica do meio é

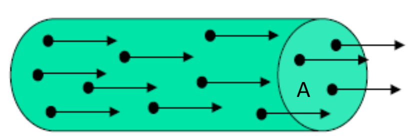
$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$$

Corrente elétrica e resistência

Corrente elétrica – carga, ΔQ, que atravessa uma superfície perpendicular ao fluxo de carga, A, por unidade de tempo.

Intensidade média:

$$I_{méd} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$



Intensidade instantânea:

$$\boxed{I = \frac{dQ}{dt}}$$

Unidades: **1 Ampére (A)** = $\frac{1\,C}{1\,s}$

Convenção: a corrente tem a direção do movimento das cargas positivas

Corrente elétrica e resistência

Exemplo:

Consideremos um fio de cobre de secção 3x10^{-6}m^2 que transporta uma corrente de 10A. Calculemos v_d.
Densidade do cobre ρCu=8,95 g/cm3 e MCu=63,5 g/mol

Se considerarmos que cada átomo contribui com 1 eletrão livre

$$n = \frac{1mol \times \rho_{Cu}}{M_{Cu}} = \frac{6{,}02\times10^{23}\times8{,}95}{63{,}5} = 8{,}48\times10^{22}\, eletrões/cm^3 = 8{,}48\times10^{28}\, eletrões/m^3$$

$$v_d = \frac{I}{nqA} = \frac{10}{8{,}48\times10^{28}\times1{,}68\times10^{-19}\times3\times10^{-6}} = 2{,}46\times10^{-4}\, m/s$$

Um eletrão necessita em média de 68 min para percorrer 1m neste condutor

Resistência e Lei de Ohm

- Vimos que dentro de um condutor em equilíbrio eletrostático o campo elétrico é nulo.
- Se as cargas movem-se no condutor (corrente elétrica) por exemplo por ação de uma fonte de alimentação (ex: bateria), então, há um campo elétrico dentro do condutor.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{nqA\Delta x}{\Delta t} = nqAv_d$$

q – carga elementar

v_d – velocidade da carga

n – número de cargas

Δx – espaço percorrido

Densidade e corrente, J = corrente por unidade de área:

$$\vec{J} = \frac{I}{A} = nq\vec{v}_d$$

Unidades: $\dfrac{A}{m^2}$

Resistência e Lei de Ohm

Uma densidade de corrente, J, e um campo elétrico, E, existem num condutor sempre que a diferença de potencial é mantida no condutor. Se ΔV é constante, então, E é constante.

Para muitos materiais, a relação entre J e E é:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Onde σ é a **condutividade** do material

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

Resistividade do material Unidades: $\Omega.m$

Pode-se exprimir a resistência de um pedaço de material uniforme:

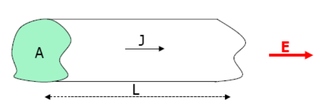
$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Resistividade – propriedade elétrica do material. Representa a velocidade com que as cargas se podem mover no material.

Resistência – propriedade elétrica de um corpo concreto, feito de um material.

Resistência e Lei de Ohm

Aplica-se uma diferença de potencial, ΔV, nas extremidades de um fio condutor de comprimento *L*.



Se E é uniforme, então:

$$\Delta V = EL$$

e: $J = \sigma E = \sigma \dfrac{\Delta V}{L}$

Como $J = \dfrac{I}{A}$

Então:

$$\Delta V = \frac{L}{\sigma} J = \left(\frac{l}{\sigma A}\right) I$$

onde: $\boxed{R = \dfrac{L}{\sigma A} = \dfrac{\Delta V}{I}}$

Resistência do material

Unidades: $1\Omega = \dfrac{1\,V}{1\,A}$

Lei de Ohm:

$$\boxed{\Delta V = RI}$$

Note-se que nem todos os materiais ou dispositivos têm esta propriedade de relação linear entre V e I pelo que distinguimos materiais ou dispositivos "ohmicos" de materiais ou dispositivos "não ohmicos

Resistência elétrica

A resistividade depende de vários fatores sendo um deles a temperatura

$$\rho(T) = \rho_0\left[1 + \alpha(T - T_0)\right]$$

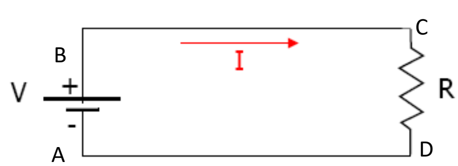
Sendo ρ_0 a resistividade à temperatura de referência T_0 e α um coeficiente de temperatura

Para os metais a resistividade aumenta com a temperatura.
Nos semicondutores diminui com a temperatura.

Material	Resistividade ρ (Ω m^{-1})	Coeficiente de temperatura α (ºC^{-1})
Prata	$1{,}59\times10^{-4}$	$3{,}8\times10^{-3}$
Cobre	$1{,}7\times10^{-4}$	$3{,}9\times10^{-3}$
Alumínio	$2{,}82\times10^{-4}$	$3{,}4\times10^{-3}$
Germânio	0.46	$-0{,}5\times10^{-3}$
Silício	640	-48×10^{-3}

Energia e potência elétricas

Considere o circuito com uma bateria e uma resistência:



- Energia (química) armazenada na bateria é continuamente transformada em energia cinética dos eletrões no circuito.
- A carga em B adquiriu energia (e a bateria perdeu igual quantidade de energia química)
- A carga ao passar pela resistência durante Δt, perde energia a uma taxa:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}\Delta V = I\Delta V$$

Energia e potência elétricas

Ora, a energia perdida pelas cargas por unidade de tempo é igual à **potência** que a resistência recebe:

$$P = I\Delta V$$

Utilizando a Lei de Ohm $\Delta V = RI$

$$P = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

Energia e potência elétricas

Considerando só a bateria (sem o circuito), a diferença de potencial entre A e B é igual à **força eletromotriz** da bateria, ε:

$$\Delta V = V_B - V_A = \varepsilon$$

Utilizando a Lei de Ohm,

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{\varepsilon}{R}$$

Considerando agora o circuito, a corrente ao passar na resistência interna da bateria, *r*, e na resistência R, faz diminuir *I*. (Note que A e C, (e B e D), estão ao mesmo potencial)

Assim, corrente no circuito é:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

E a diferença de potencial será: $\Delta V = \varepsilon - Ir$

Energia e potência elétricas

E a diferença de potencial será: $$\Delta V = \varepsilon - Ir$$

Que é igual à diferença de potencial a que está sujeita a resistência: $$\Delta V = IR$$

Exemplo:

Uma bateria de 12.0 V tem resistência interna de 0.05 Ω. Os seus terminais estão ligados a uma resistência de 3.00 Ω.

a) A corrente no circuito é: $$I = \frac{\varepsilon}{r+R} = \frac{12.0}{3.00+0.05} = 3.93 \quad A$$

A diferença de potencial nos pólos da bateria é:

$$\Delta V = \varepsilon - Ir = 12 - 3.93 \times 0.05 = 11.98 \quad V$$

Que é igual à diferença de potencial nas extremidades da resistência

$$\Delta V = IR = 3.93 \times 0.05 = 11.8 \quad V$$

Energia e potência elétricas

b) A potência entregue à resistência, R, é:

$$P = I^2 R = 46.4 \quad W$$

c) A potência entregue à resistência interna, r, é:

$$P = I^2 R = 0.772 \quad W$$

d) Para que valores de R a potência, P, é máxima? E qual é essa potência?

Derive *P* em ordem a *R,* iguale a zero e resolva em ordem *R*:

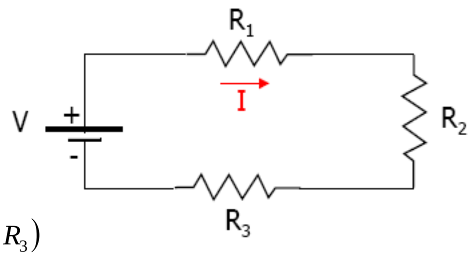
$$\frac{dP}{dR} = \frac{d}{dR}\left(\frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}\right) = \frac{(R+r)-2R}{(R+r)^3} = 0$$

$$\Rightarrow (R+r) - 2R = 0 \Rightarrow R = r$$

$$P = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 r}{(r+r)^2} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = 720 \quad W$$

Resistências em série

A corrente, *I* nas três resistências é a mesma (a carga que passa numa passa nas outras)



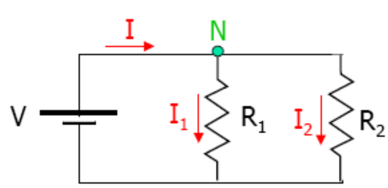
$$\Delta V = IR_1 + IR_2 + IR_3 = I(R_1 + R_2 + R_3)$$
$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$\boxed{R_{eq} = \sum_i R_i}$$

Resistências em paralelo

A corrente *I* quando chega à junção, *N,* subdivide-se por R_1 e por R_2.

As resistências estão sujeitas à mesma diferença de potencial



$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \Delta V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$$
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$
$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}}$$

Leis de Kirchhoff

1. A soma das correntes que entram numa junção é igual à soma das correntes que saem da junção.

$$\sum I_{in} = \sum I_{out}$$

2. A soma das diferenças de potencial através de todos os elementos num circuito fechado é zero.

$$\sum_{\substack{circuito\\fechado}} \Delta V = 0$$