

# 统计问题表述和实验设计

## 试验设计平衡性 (Experimental Design)

ex: 实验组对照组数量一致

假设我们要研究一种新肥料对小麦产量的影响。

- **实验因素：** 肥料（有两种：新肥料和传统肥料）
- **响应变量：** 小麦产量（单位：公斤/公顷）
- **实验单元：** 小麦田地

### 不平衡的设计：

假设我们有 10 块小麦田地，我们随机选择 3 块田地使用新肥料，其余 7 块田地使用传统肥料。

- **问题：** 这种设计不平衡，因为使用新肥料的田地数量远少于使用传统肥料的田地。这会导致以下问题：
  - **混杂因素：** 如果新肥料被分配到土壤肥沃的田地，而传统肥料被分配到土壤贫瘠的田地，那么我们无法确定小麦产量的差异是由于肥料造成的，还是由于土壤肥力的差异造成的。
  - **统计功效降低：** 由于样本量较小，我们可能无法检测到新肥料对小麦产量的影响，即使它确实存在。

### 平衡的设计：

为了解决不平衡问题，我们可以将 10 块田地分成两组，每组 5 块田地。然后，我们随机分配新肥料和传统肥料到这两组田地中。

- **优点：** 这种设计平衡了两种肥料的样本量，确保了两种肥料在土壤肥力等其他因素上的分布尽可能一致。这将有助于我们更准确地评估新肥料对小麦产量的影响。

### 总结：

平衡的设计可以有效地消除混杂因素，提高统计功效。在实验设计中，我们应该尽可能地确保所有实验组的样本量相等，并随机分配实验因素到不同的实验组中。

## 协变量 (Covariates)

ex: 会影响响应变量的相关变量

假设我们想要研究一种新药对高血压患者血压的影响。

- **实验因素：** 新药（有两种：新药和安慰剂）
- **响应变量：** 血压（单位：mmHg）
- **协变量：** 年龄、性别、体重、吸烟史、运动习惯等。

这些协变量可能影响血压，因此需要在分析中考虑。

- **例如：** 年龄较大的患者可能比年龄较小的患者血压更高，即使他们没有服用新药。
- **如果我们在分析中忽略了年龄的影响，那么我们可能会错误地将血压的差异归因于新药，而不是年龄。**

处理协变量的方法：

- **控制：** 如果可能，我们可以尝试控制协变量，例如只招募年龄相似的患者。
- **匹配：** 我们可以将患者根据协变量进行匹配，例如将年龄、性别、体重等因素相同的患者分配到不同的实验组。
- **统计分析：** 在数据分析中，我们可以使用统计模型来控制协变量的影响，例如线性回归模型。

总结：

协变量是实验设计中需要考虑的重要因素。通过控制、匹配或统计分析，我们可以减少协变量对研究结果的影响，从而获得更准确的结论。

---

## 分组设计 (block design)

---

ex: 由个体样本差异导致需要分组研究

假设我们要研究两种不同的教学方法对学生学习成绩的影响。

- **实验因素：** 教学方法（有两种：方法 A 和方法 B）
- **响应变量：** 学生成绩（单位：百分制）
- **实验单元：** 学生

问题：

如果我们直接将学生随机分配到两种教学方法中，可能会出现以下问题：

- **学生之间的个体差异：** 不同学生的学习能力、学习习惯、家庭背景等因素可能影响他们的学习成绩，即使他们接受相同的教学方法。

- **混杂因素：** 如果方法 A 被分配到学习能力较强的学生，而方法 B 被分配到学习能力较弱的学生，那么我们无法确定学习成绩的差异是由于教学方法造成的，还是由于学生个体差异造成的。

**分组设计：**

为了解决这个问题，我们可以使用分组设计。

- **步骤：**
  1. 将学生根据学习能力分成若干组（例如，分成高、中、低三个组）。
  2. 在每组中，随机分配学生到两种教学方法中。

**例如：**

假设我们有 30 个学生，我们将他们根据学习能力分成三个组，每组 10 个学生。

组别	学习能力	方法 A	方法 B
高组	高	5	5
中组	中	5	5
低组	低	5	5

**优点：**

- **控制个体差异：** 分组设计将学习能力相似的学生分配到不同的教学方法中，从而控制了学生个体差异的影响。
- **提高统计功效：** 分组设计可以减少随机误差，从而提高统计功效。

**总结：**

分组设计是一种有效的实验设计方法，可以控制混杂因素，提高统计功效。在实验设计中，如果存在可能影响响应变量的混杂因素，我们可以使用分组设计来控制这些因素的影响。

---

## 因子设计 (Factorial design)

ex: 根据每个影响因子制定控制变量的试验方案

假设我们要研究两种不同的肥料（肥料 A 和肥料 B）和两种不同的灌溉方式（灌溉方式 C 和灌溉方式 D）对小麦产量的影响。

- **实验因素：**

- 肥料：肥料 A 和肥料 B
- 灌溉方式：灌溉方式 C 和灌溉方式 D
- **响应变量：** 小麦产量（单位：公斤/亩）
- **实验单元：** 小麦田地

**因子设计：**

因子设计可以让我们同时研究多个因素的影响，以及因素之间的交互作用。

- **步骤：**
  - 1. 确定所有因素的水平：**
    - 肥料：肥料 A 和肥料 B
    - 灌溉方式：灌溉方式 C 和灌溉方式 D
  - 2. 创建所有因素水平的组合：**
    - 肥料 A + 灌溉方式 C
    - 肥料 A + 灌溉方式 D
    - 肥料 B + 灌溉方式 C
    - 肥料 B + 灌溉方式 D
  - 3. 将实验单元随机分配到每个组合中：**
    - 例如，我们可以将 4 块小麦田地随机分配到这 4 个组合中。

**例如：**

小麦田地	肥料	灌溉方式
1	肥料 A	灌溉方式 C
2	肥料 A	灌溉方式 D
3	肥料 B	灌溉方式 C
4	肥料 B	灌溉方式 D

**优点：**

- **研究因素之间的交互作用：** 因子设计可以让我们研究不同因素之间的交互作用，例如肥料 A 在灌溉方式 C 下的效果是否与在灌溉方式 D 下的效果相同。
- **提高统计功效：** 因子设计可以减少随机误差，从而提高统计功效。

**总结：**

因子设计是一种有效的实验设计方法，可以同时研究多个因素的影响，以及因素之间的交互作用。在实验设计中，如果我们想要研究多个因素的影响，以及因素之间的交互作用，我们可以使

用因子设计。

## 被试内设计 (组内设计) (within subject design)

ex: 每个实验对象在各种实验条件下轮流接受实验处理

假设我们要研究两种不同的记忆训练方法（方法 A 和方法 B）对记忆能力的影响。

- 实验因素：记忆训练方法（方法 A 和方法 B）
- 响应变量：记忆测试得分（单位：正确答案数量）
- 实验单元：被试（每个组）(实验的对象)

### 被试内设计：

被试内设计是指每个被试都接受所有实验条件的实验设计。

- 步骤：
  - 招募一组被试： 例如，招募 10 名被试。
  - 每个被试都接受两种记忆训练方法：
    - 首先，被试接受方法 A 的训练，然后进行记忆测试。
    - 然后，被试接受方法 B 的训练，然后进行记忆测试。
  - 记录每个被试在两种方法下的记忆测试得分。

例如：

被试	方法 A 的得分	方法 B 的得分
1	15	18
2	12	16
3	17	20
...	...	...
10	14	17

### 优点：

- 控制个体差异： 每个被试都接受两种方法，因此可以控制个体差异的影响。
- 提高统计功效： 被试内设计可以减少随机误差，从而提高统计功效。

### 缺点：

- **学习效应：** 被试在接受第一种方法的训练后，可能会对第二种方法产生学习效应，从而影响第二种方法的测试结果。
- **疲劳效应：** 被试在接受两种方法的训练后，可能会感到疲劳，从而影响测试结果。

#### 解决方法：

- **平衡训练顺序：** 可以将被试随机分配到不同的训练顺序中，例如一半被试先接受方法 A，另一半被试先接受方法 B。
- **休息时间：** 在两种方法的训练之间，可以安排休息时间，以减少疲劳效应。

#### 总结：

被试内设计是一种有效的实验设计方法，可以控制个体差异，提高统计功效。但是，需要注意学习效应和疲劳效应的影响，并采取相应的措施来解决这些问题。

---

## 分层设计 (Hierarchical design)

ex: 小麦----->田地----->农场 (实验单元嵌套在另一个层次的单元)

假设我们要研究不同类型的肥料对小麦产量的影响，但我们知道小麦生长在不同的农场，而农场之间存在差异。

- **实验因素：** 肥料类型（例如，肥料 A、肥料 B、肥料 C）
- **响应变量：** 小麦产量（单位：公斤/公顷）
- **实验单元：** 小麦田地
- **层次结构：** 小麦田地嵌套在农场中

#### 层次化设计：

层次化设计是指实验单元嵌套在另一个层次的单元中，例如小麦田地嵌套在农场中。

- **步骤：**
  1. **选择多个农场：** 例如，选择 3 个农场。
  2. **在每个农场中选择多个小麦田地：** 例如，在每个农场中选择 5 个小麦田地。
  3. **将肥料类型随机分配到每个小麦田地：** 例如，在每个农场中，将 5 个小麦田地随机分配到 3 种肥料类型中，每种肥料类型对应 1-2 个小麦田地。
  4. **记录每个小麦田地的产量。**

#### 例如：

农场	小麦田地	肥料类型	产量
农场 1	田地 1	肥料 A	60 公斤/公顷
农场 1	田地 2	肥料 B	55 公斤/公顷
农场 1	田地 3	肥料 C	62 公斤/公顷
农场 1	田地 4	肥料 A	58 公斤/公顷
农场 1	田地 5	肥料 B	57 公斤/公顷
农场 2	田地 6	肥料 B	65 公斤/公顷
农场 2	田地 7	肥料 C	68 公斤/公顷
农场 2	田地 8	肥料 A	63 公斤/公顷
农场 2	田地 9	肥料 B	67 公斤/公顷
农场 2	田地 10	肥料 C	70 公斤/公顷
农场 3	田地 11	肥料 C	72 公斤/公顷
农场 3	田地 12	肥料 A	75 公斤/公顷
农场 3	田地 13	肥料 B	71 公斤/公顷
农场 3	田地 14	肥料 C	73 公斤/公顷
农场 3	田地 15	肥料 A	74 公斤/公顷

优点：

- **控制农场差异：** 层次化设计可以控制农场差异的影响，因为每个农场都包含了所有肥料类型。
- **提高统计功效：** 层次化设计可以减少随机误差，从而提高统计功效。

缺点：

- **分析复杂：** 层次化设计的分析比简单设计更复杂，需要使用混合模型。

总结：

层次化设计是一种有效的实验设计方法，可以控制不同层次单元之间的差异，提高统计功效。但是，需要注意分析的复杂性，并使用合适的统计方法进行分析。

---

## 实验单元 (Experimental Units)

---

ex: 研究中接受处理的最小单位（而不是属性）

**研究目标：** 评估一种新药物对治疗高血压的有效性。

**实验因素：** 药物剂量（例如，安慰剂、低剂量、中剂量、高剂量）。

**响应变量：** 患者的血压变化。

**实验单元：** 患者。

**实验设计：**

1. **招募患者：** 招募一组患有高血压的患者，并将其随机分配到四个治疗组中，每个组接受一种剂量的药物。
2. **测量血压：** 在开始治疗之前，测量每个患者的血压作为基线值。
3. **进行治疗：** 每个患者接受分配给他们的治疗方案，持续一段时间。
4. **再次测量血压：** 在治疗结束后，再次测量每个患者的血压。
5. **分析数据：** 分析每个治疗组的血压变化，以评估药物的有效性。

**在这个例子中，每个患者都是一个实验单元。**

- 每个患者独立地接受一种剂量的药物，并且他们的血压变化不受其他患者的影响。
- 患者是研究中接受处理的最小单位，并且他们的血压变化是研究结果的直接反映。

**为什么患者是实验单元，而不是血压测量值？**

- 因为血压测量值是患者的属性，而不是独立的实验单元。
- 每个患者可以进行多次血压测量，但这些测量值只是患者的属性，而不是独立的实验单元。
- 每个患者的治疗结果是基于他们所有血压测量值的平均值，而不是单个血压测量值。

**总结：**

在这个药物研究中，患者是实验单元，因为他们独立地接受处理，并且他们的血压变化是研究结果的直接反映。选择合适的实验单元对于实验的设计和分析至关重要，因为实验单元代表了研究中接受处理的最小单位。

---

## 真复制 (True replicates)

- **真复制** 是指在不同实验单元上进行的重复测量，对统计功效影响最大。



- **伪复制** 是指在同一实验单元内的重复测量，需要进行更复杂的分析。

ex: 独立测量同一实验条件下每个单元, 而不是多次重复测量同一个单元

**研究目标：** 评估一种新药物对治疗高血压的有效性。

**实验因素：** 药物剂量（例如，安慰剂、低剂量、中剂量、高剂量）。

**响应变量：** 患者的血压变化。

**实验单元：** 患者。

**真复制：** 在这个研究中，真复制指的是 **独立的患者**，他们接受相同的药物剂量。

**例如：**

- 研究人员招募了 20 名患有高血压的患者，并将他们随机分配到四个治疗组中，每个组 5 名患者。
- 每个治疗组接受一种剂量的药物：安慰剂、低剂量、中剂量、高剂量。
- 每个治疗组中的 5 名患者都是真复制，因为他们接受相同的药物剂量，并且他们的血压变化是独立的。

**为什么真复制很重要？**

- 真复制可以提高研究的统计功效，因为它们可以提供更多关于药物效果的信息。
- 真复制可以减少随机误差的影响，因为它们可以提供更多关于药物效果的可靠估计。
- 真复制可以帮助研究人员确定药物效果的真实范围，因为它们可以提供更多关于药物效果的变异性信息。

**总结：**

在药物研究中，真复制指的是独立的患者，他们接受相同的药物剂量。真复制对于提高研究的统计功效、减少随机误差的影响和确定药物效果的真实范围至关重要。

---

## 随机化 (Randomization)

---

ex: 随机分配实验单元到各组

**研究目标：** 评估一种新药物对治疗高血压的有效性。

**实验因素：** 药物剂量（例如，安慰剂、低剂量、中剂量、高剂量）。

**响应变量：** 患者的血压变化。

**实验单元：** 患者。

**随机化：** 在这个研究中，随机化指的是 **随机分配患者到不同的治疗组**。

**例如：**

- 研究人员招募了 20 名患有高血压的患者。
- 他们使用随机数生成器，将这 20 名患者随机分配到四个治疗组中，每个组 5 名患者。
- 每个治疗组接受一种剂量的药物：安慰剂、低剂量、中剂量、高剂量。

**为什么随机化很重要？**

- 随机化可以确保每个治疗组的患者在基线特征上尽可能相似。
- 随机化可以减少混杂因素的影响，因为混杂因素可能会影响研究结果。
- 随机化可以提高研究结果的可靠性，因为它们可以减少偏差。

**随机化的例子：**

- 研究人员可以使用随机数生成器，将每个患者分配到一个数字，然后根据数字将患者分配到不同的治疗组。
- 研究人员可以使用随机分配表，将患者分配到不同的治疗组。

**总结：**

在药物研究中，随机化指的是随机分配患者到不同的治疗组。随机化对于确保每个治疗组的患者在基线特征上尽可能相似、减少混杂因素的影响和提高研究结果的可靠性至关重要。

---

## 限制随机化 (Restricted Randomization)

---

ex: 有条件地（如性别等）随机分配实验单元到各组

**研究目标：** 评估一种新药物对治疗高血压的有效性，同时考虑患者的性别差异。

**实验因素：** 药物剂量（例如，安慰剂、低剂量、中剂量、高剂量）。

**响应变量：** 患者的血压变化。

**实验单元：** 患者。

**受限随机化：** 在这个研究中，受限随机化指的是 **在考虑患者性别的情况下，随机分配患者到不同的治疗组**。

**例如：**

- 研究人员招募了 20 名患有高血压的患者，其中 10 名男性，10 名女性。
- 他们希望确保每个治疗组中男性和女性的比例与总体比例相同。
- 他们使用受限随机化，将患者分配到四个治疗组中，每个组 5 名患者，同时确保每个组中男性和女性的比例为 2:3。

### **为什么受限随机化很重要？**

- 受限随机化可以确保每个治疗组的患者在某些重要特征上尽可能相似，例如性别、年龄、疾病严重程度等。
- 受限随机化可以减少混杂因素的影响，因为混杂因素可能会影响研究结果。
- 受限随机化可以提高研究结果的可靠性，因为它们可以减少偏差。

### **受限随机化的例子：**

- 研究人员可以使用分层随机化，将患者根据性别进行分层，然后在每个层内进行随机分配。
- 研究人员可以使用配对随机化，将患者根据性别进行配对，然后将每个配对中的一个患者随机分配到一个治疗组，另一个患者分配到另一个治疗组。

### **总结：**

在药物研究中，受限随机化指的是在考虑某些重要特征的情况下，随机分配患者到不同的治疗组。受限随机化对于确保每个治疗组的患者在某些重要特征上尽可能相似、减少混杂因素的影响和提高研究结果的可靠性至关重要。