

Национальный исследовательский университет ИТМО

Индивидуальное домашнее задание №1

по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

Работу выполнил:
бакалавр 1 курса,
Кожин Павел
Сергеевич, группы
О3143

Преподаватель:
Бабушкин Максим
Владимирович

22.06.2023

Вариант №8

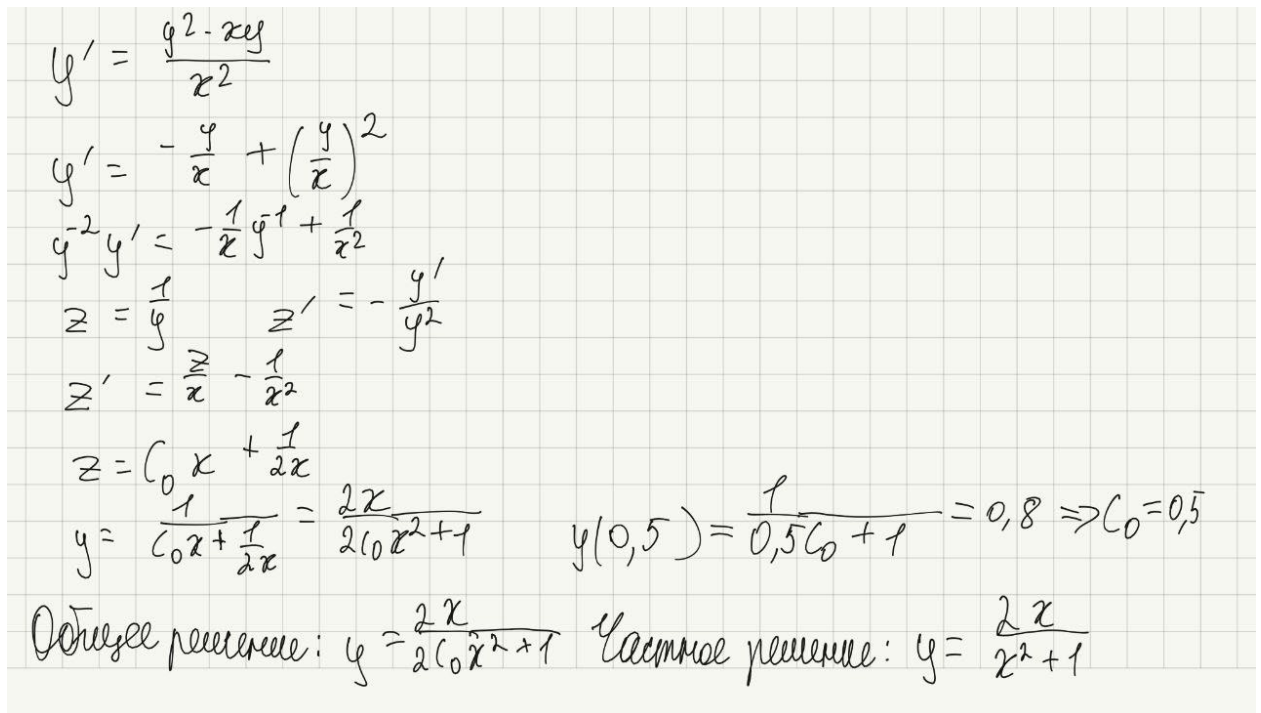
Условия:

Написать программу, решающую задачу Коши $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[x_0, X]$ методом Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом h . Программа должна считывать значения переменных X и h из файла `in.txt`, а построенную таблицу значений выводить в файл `out.txt`. Решить также поставленную задачу аналитически. Построить три графика: график точного решения, график приближённого решения с шагом h , и график приближённого решения с шагом $h/10$.

Исходные данные:

| | | |
|----|-----------------------------|----------------|
| 8. | $y' = \frac{y^2 - xy}{x^2}$ | $y(0,5) = 0,8$ |
|----|-----------------------------|----------------|

Аналитическое решение:


$$\begin{aligned} y' &= \frac{y^2 - xy}{x^2} \\ y' &= -\frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2 \\ y^{-2} y' &= -\frac{1}{x} \frac{y'}{y} + \frac{1}{x^2} \\ z = \frac{y}{x} \quad z' &= -\frac{y'}{y^2} \\ z' &= \frac{z}{x} - \frac{1}{x^2} \\ z &= C_0 x + \frac{1}{2x} \\ y &= \frac{1}{C_0 x + \frac{1}{2x}} = \frac{2x}{2C_0 x^2 + 1} \quad y(0,5) = \frac{1}{0,5C_0 + 1} = 0,8 \Rightarrow C_0 = 0,5 \\ \text{Общее решение: } y &= \frac{2x}{2C_0 x^2 + 1} \quad \text{Частное решение: } y = \frac{2x}{x^2 + 1} \end{aligned}$$

Решение с помощью программы:

Программа была написана на языке Python. Код (а также все файлы и графики) были залиты на Github: <https://github.com/oAnthocyane/DifferentialEquationsIDZ>

Графики:

График №1: График функции, полученный при шаге $h=1$, $X=100$

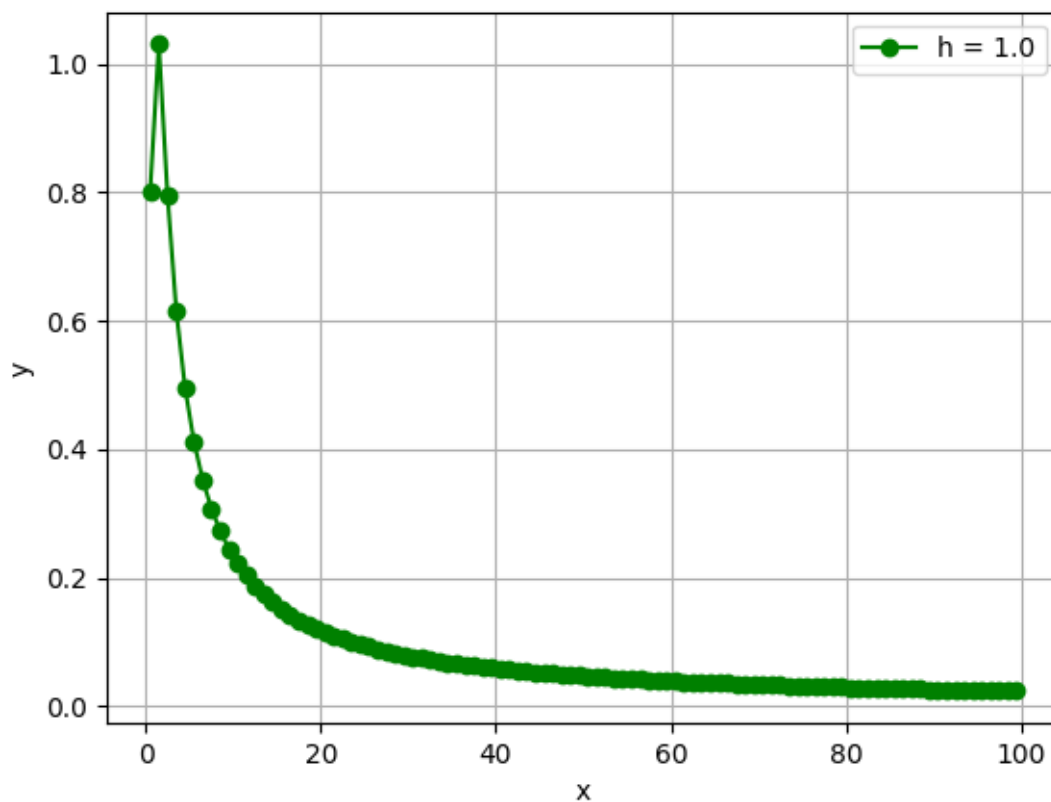


График №2: График функции, полученный при шаге $h=0.1$, $X=100$

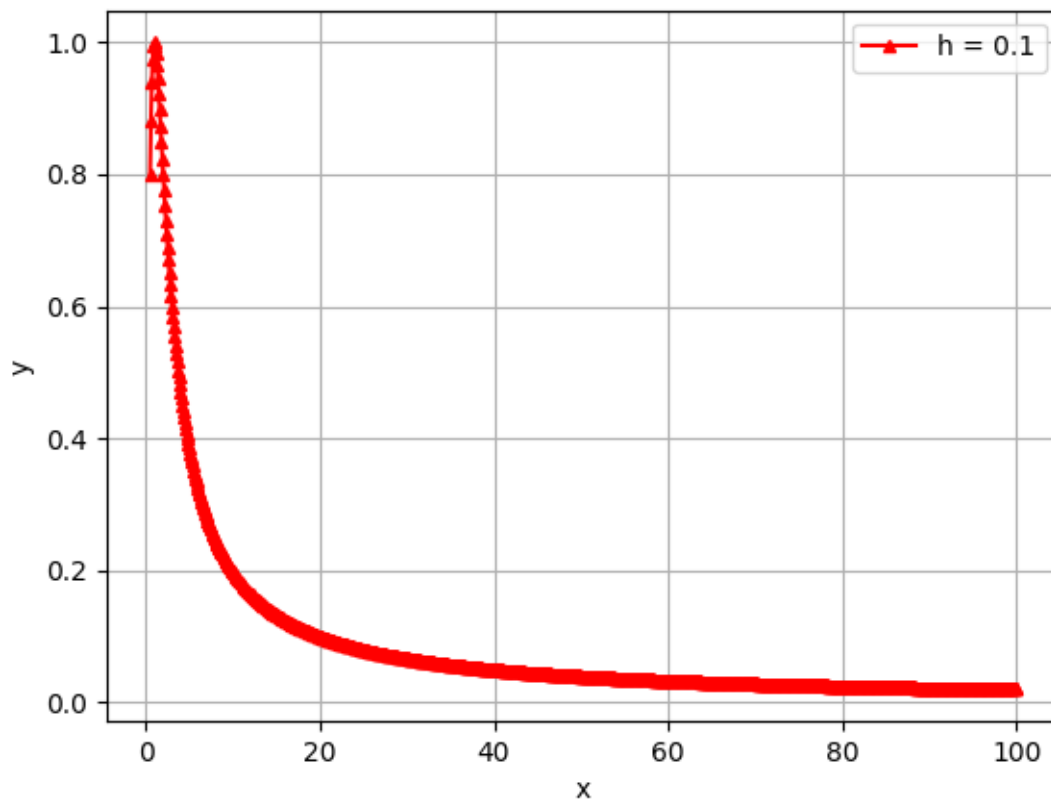


График №3: График исходной функции $X=100$

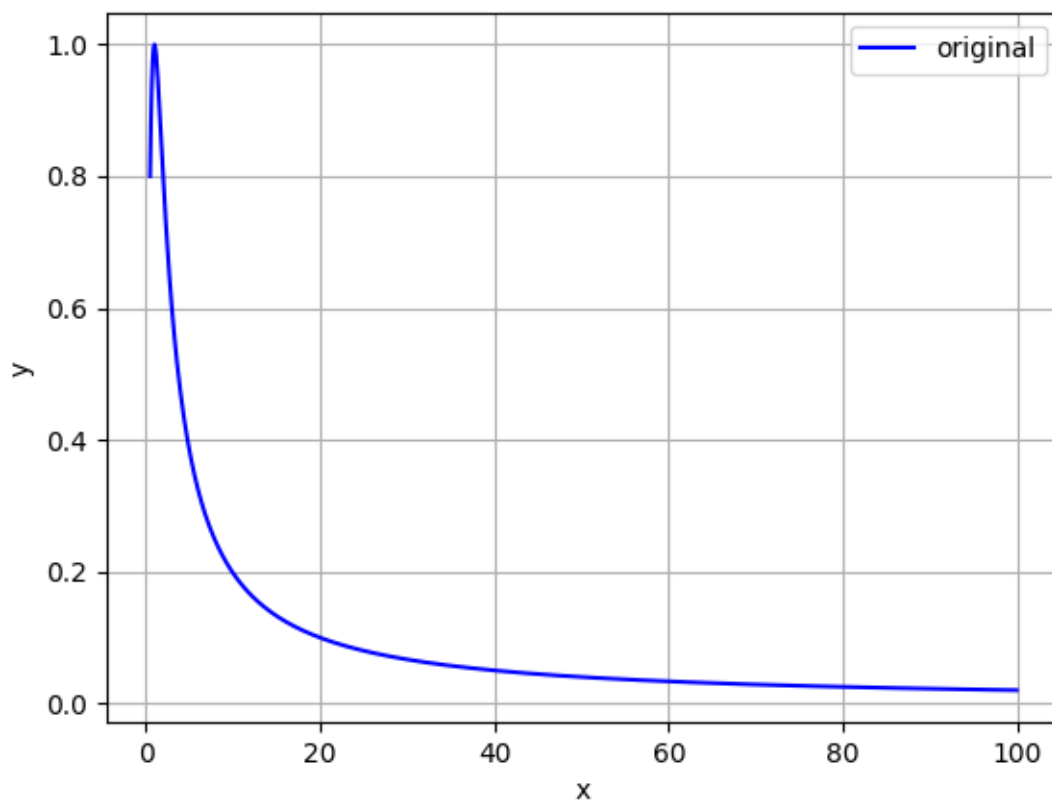
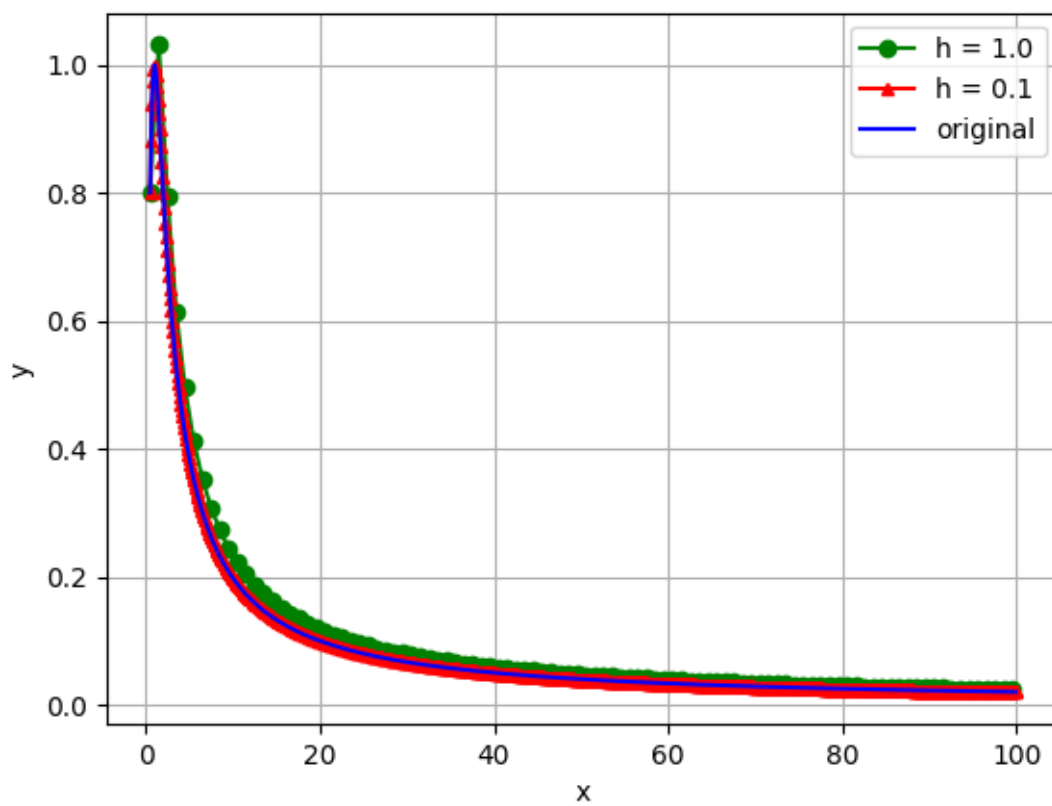


График №4: Все 3 графика, наложенных друг на друга



Вывод:

Графики, полученные в результате решения задачи методом Рунге-Кутты совпадают с графиком исходной функции, из чего можно сделать вывод, что написанный код работает корректно и задача, поставленная в начале данного задания, была выполнена.