

# 1. 区间合并

## 1.1. 题意描述

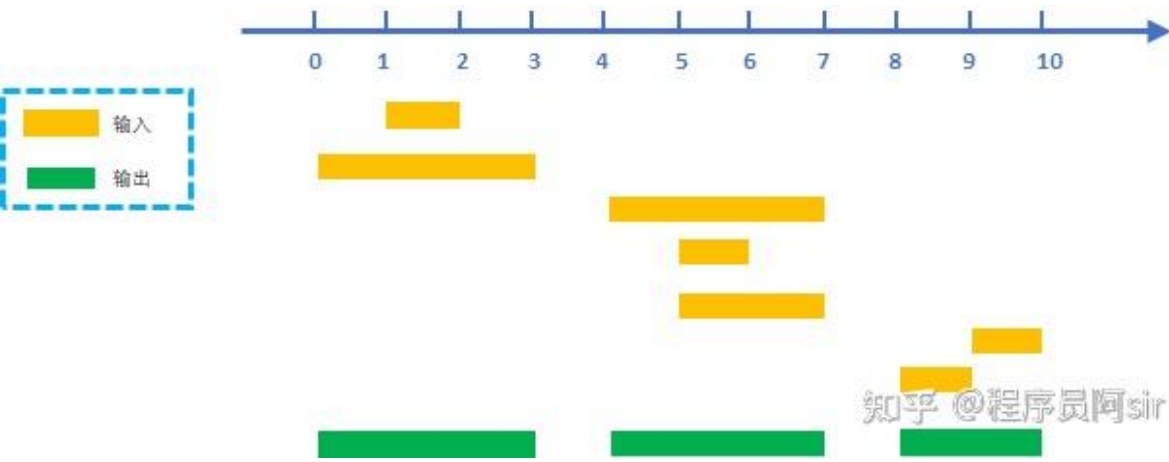
区间合并问题大概题意就是：

给出一堆区间，要求**合并所有有交集的区间**（端点处相交也算有交集）。最后问合并之后的**区间个数**。

区间合并问题示例：合并结果包含3个区间

## 1.2. 解题步骤

【步骤一】：按照区间**左端点**从小到大排序：



步骤1. 按照区间左端点从小到大排序

【步骤二】：维护前面区间中最右边的端点为 $ed$ 。从前往后枚举每一个区间，判断是否应该将当前区间视为新区间。

假设当前遍历到的区间为第 $i$ 个区间  $[l_i, r_i]$ ，有以下两种情况：

- $l_i \leq ed$ ：说明当前区间与前面区间**有交集**。因此**不需要**增加区间个数，但需要设置  $ed = \max(ed, r_i)$ 。
- $l_i > ed$ ：说明当前区间与前面**没有交集**。因此**需要**增加区间个数，并设置  $ed = \max(ed, r_i)$ 。



两种区间位置情况示意图

## 2. 选择不相交区间

### 2.1. 题意描述

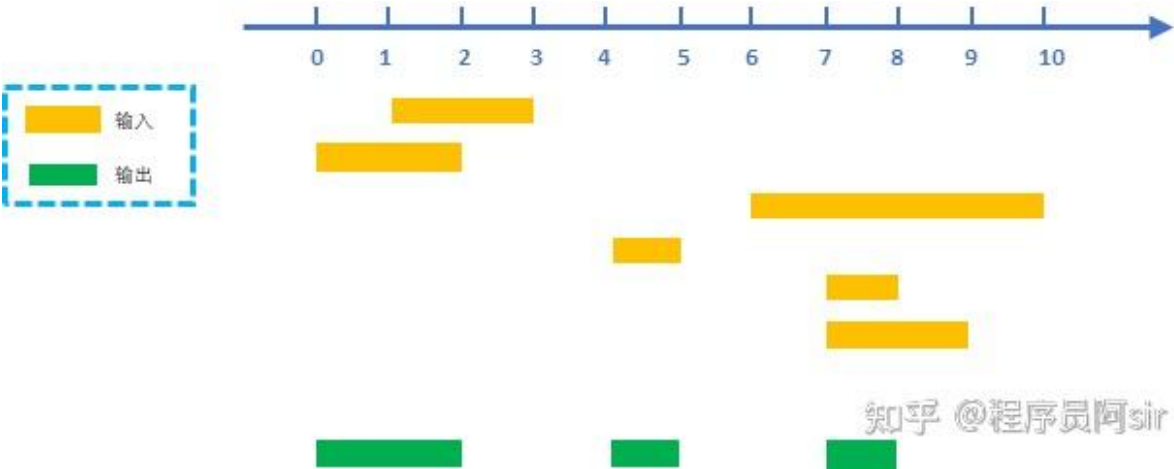
**选择不相交区间**问题大概题意就是：

给出一堆区间，要求选择**尽量多**的区间，使得这些区间**互不相交**，求可选取的区间的**最大数量**。这里端点相同也算有重复。

选择不相交区间问题示例：结果包含3个区间

## 2.2. 解题步骤

【步骤一】：按照区间**右端点**从小到大排序。



步骤1. 按照区间右端点从小到大排序

【步骤二】：从前往后依次枚举每个区间。

假设当前遍历到的区间为第*i*个区间  $[l_i, r_i]$ ，有以下两种情况：

- $l_i \leq ed$ : 说明当前区间与前面区间有交集。因此直接跳过。
- $l_i > ed$ : 说明当前区间与前面没有交集。因此选中当前区间，并设置  $ed = r_i$ 。



两种区间位置情况示意图

## 3. 区间选点

### 3.1. 题意描述

区间选点问题大概题意就是：

给出一堆区间，取**尽量少**的点，使得每个区间内**至少有一个点**（不同区间内含的点可以是同一个，位于**区间端点**上的点也算作区间内）。

区间选点问题示例，最终至少选择3个点

这个题可以转化为上一题的**求最大不相交区间**的数量。

对于这些**最大的不相交区间**，肯定是每个区间都需要选出一个点。而其他的区间都是和这些选出的区间有重复的，我们只需要把点的位置选在**重合**的部分即可。

也可以换一种思路：

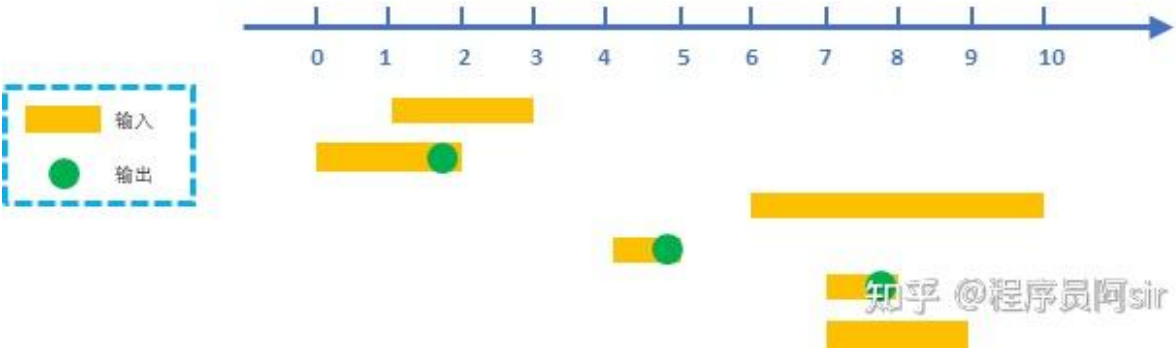
我们将区间按照**右端点**从小到大排序，这时我们应该尽量选择**当前区间最右边的点**。

因为最右边的点可能和下面的其他区间重复，所以至少不比选择区间靠前位置的**点差**。

所以，最后的解法与选择不相交区间问题解法完全一样。

### 3.2. 解题步骤

【步骤一】：按照区间右端点从小到大排序。



步骤1. 按照区间右端点从小到大排序

【步骤二】：从前往后依次枚举每个区间。

假设当前遍历到的区间为第 $i$ 个区间  $[l_i, r_i]$ ，有以下两种情况：

- $l_i \leq ed$ : 说明当前区间与前面区间有交集，前面已经选点了。因此直接跳过。
- $l_i > ed$ : 说明当前区间与前面没有交集。因此选择当前区间中的点，并设置  $ed = r_i$ 。



两种区间位置情况示意图

## 4. 区间覆盖

### 4.1. 题意描述

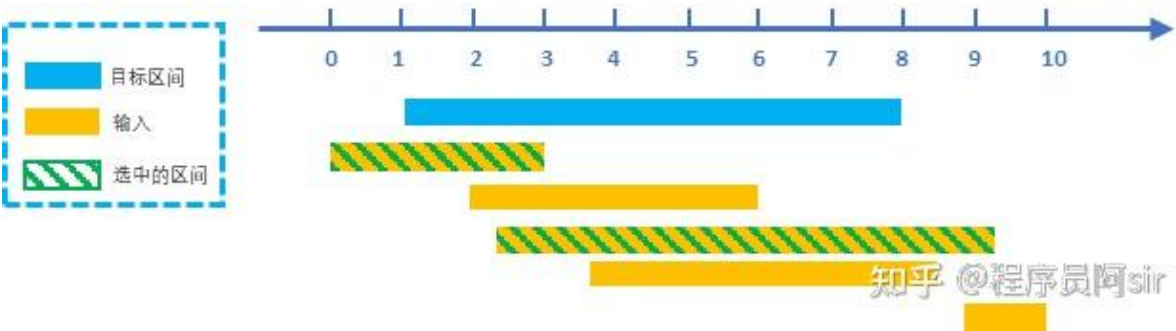
区间覆盖问题大概题意就是：

给出一堆区间和一个目标区间，问最少选择多少区间可以覆盖掉题中给出的这段目标区间。

区间覆盖问题示例，最终至少选择2个区间才能覆盖目标区间

### 4.2. 解题步骤

【步骤一】：按照区间左端点从小到大排序。



步骤1. 按照区间左端点从小到大排序

【步骤二】：从前往后依次枚举每个区间，在所有能覆盖当前目标区间起始位置start的区间之中，选择右端点最大的区间。

假设右端点最大的区间是第i个区间，右端点为  $r_i$ 。

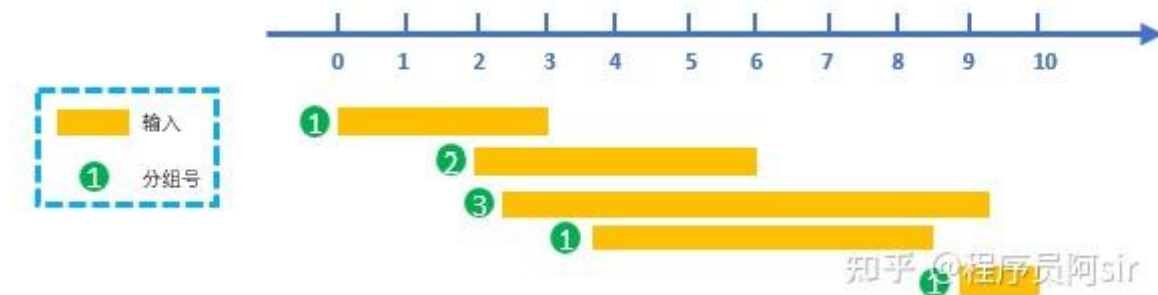
最后将目标区间的start更新成  $r_i$

## 5. 区间分组

### 5.1. 题意描述

区间分组问题大概题意就是：给出一堆区间，问最少可以将这些区间分成多少组使得每个组内的区间互不相交。

如下图所示：



区间分组问题示例，最少分成3个组

### 5.2. 解题步骤

【步骤一】：按照区间左端点从小到大排序。

【步骤二】：从前往后依次枚举每个区间，判断当前区间能否被放到某个现有组里面。

(即判断是否存在某个组的右端点在当前区间之中。如果可以，则不能放到这一组)

假设现在已经分了  $m$  组了，第  $k$  组最右边的一个点是  $r_k$ ，当前区间  $i$  的范围是  $[L_i, R_i]$ 。则：

如果  $L_i \leq r_k$  则表示第  $i$  个区间无法放到第  $k$  组里面。反之，如果  $L_i > r_k$ ，则表示可以放到第  $k$  组。

- 如果所有  $m$  个组里面没有组可以接收当前区间，则当前区间新开一个组，并把自己放进去。
- 如果存在可以接收当前区间的组  $k$ ，则将当前区间放进去，并更新当前组的  $r_k = R_i$ 。

注意：

为了能快速的找到能够接收当前区间的组，我们可以使用[优先队列](#)（小顶堆）。

优先队列里面记录每个组的右端点值，每次可以在  $O(1)$  的时间拿到右端点中的最小值。