

# Lista 1 - Matemática Concreta

sábado, 26 de março de 2022 10:04



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS  
FACULDADE DE COMPUTAÇÃO

Discente: Luiz Jordany de Sousa Silva

Matrícula: 202104940005

Curso: Bacharelado em Ciência da Computação

Disciplina: Matemática Concreta

Código: EN01211

Carga Horária: 68h

Professor: Renato Hidaka Torres

SIAPE: 1269902

## List 1

**Questão 1:** Escreva a sequência finita  $f$  cujos termos obedecem a seguinte recorrência:

$$f = \begin{cases} a_1 = 4 \\ a_i = a_{i-1} + 7 \quad \forall i \in \{2,3,4,5,6,7,8\} \end{cases}$$

• Obedecendo a recorrência, temos:

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = a_{2-1} + 7 = a_1 + 7 = 4 + 7 = 11$$

$$a_3 = a_{3-1} + 7 = a_2 + 7 = 11 + 7 = 18$$

$$a_4 = a_{4-1} + 7 = a_3 + 7 = 18 + 7 = 25$$

$$a_5 = a_{5-1} + 7 = a_4 + 7 = 25 + 7 = 32$$

$$a_6 = a_{6-1} + 7 = a_5 + 7 = 32 + 7 = 39$$

$$a_7 = a_{7-1} + 7 = a_6 + 7 = 39 + 7 = 46$$

$$a_8 = a_{8-1} + 7 = a_7 + 7 = 46 + 7 = 53$$

• Logo a sequência finita  $f$  é:

$$f = (4, 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53)$$

**Questão 2:** Escreva a sequência finita  $f$  cujos termos obedecem a seguinte recorrência:

$$f = \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = -2 \\ a_i = a_{i-1} + a_{i-2} \quad \forall i \in \{3,4,5,6,7,8,9,10\} \end{cases}$$

• Obedecendo a recorrência, temos:

$$a_1 = 3$$

$$a_2 = -2$$

$$a_3 = a_{3-1} + a_{3-2} = a_2 + a_1 = -2 + 3 = 1$$

$$\begin{aligned}
 a_4 &= a_{4-1} + a_{4-2} = a_3 + a_2 = 1 + (-2) = -1 \\
 a_5 &= a_{5-1} + a_{5-2} = a_4 + a_3 = -1 + 1 = 0 \\
 a_6 &= a_{6-1} + a_{6-2} = a_5 + a_4 = 0 + (-1) = -1 \\
 a_7 &= a_{7-1} + a_{7-2} = a_6 + a_5 = -1 + 0 = -1 \\
 a_8 &= a_{8-1} + a_{8-2} = a_7 + a_6 = -1 + (-1) = -2 \\
 a_9 &= a_{9-1} + a_{9-2} = a_8 + a_7 = -2 + (-1) = -3 \\
 a_{10} &= a_{10-1} + a_{10-2} = a_9 + a_8 = -3 + (-2) = -5 \\
 \bullet \text{ Logo, a sequência finita } f \text{ é:} \\
 f &= (3, -2, 1, -1, 0, -1, -1, -2, -3, -5)
 \end{aligned}$$

**Questão 3:** Escreva os seis termos iniciais da sequência  $f$  cujos termos obedecem a seguinte recorrência:

$$f = \begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n = (-1)^n \times a_{n-1} \quad \forall n > 1 \end{cases}$$

• Obedecendo a recorrência, temos:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 4 \\
 a_2 &= (-1)^2 \cdot a_{2-1} = 1 \cdot a_1 = 1 \cdot 4 = 4 \\
 a_3 &= (-1)^3 \cdot a_{3-1} = -1 \cdot a_2 = -1 \cdot 4 = -4 \\
 a_4 &= (-1)^4 \cdot a_{4-1} = 1 \cdot a_3 = 1 \cdot (-4) = -4 \\
 a_5 &= (-1)^5 \cdot a_{5-1} = -1 \cdot a_4 = -1 \cdot (-4) = 4 \\
 a_6 &= (-1)^6 \cdot a_{6-1} = 1 \cdot a_5 = 1 \cdot 4 = 4
 \end{aligned}$$

• Logo, os seis termos iniciais da sequência  $f$  são:  
 $(4, 4, -4, -4, 4, 4)$

**Questão 4:** Descrever por fórmula de recorrência as seguintes sequências:

a)  $(3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots)$

$$f = \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = a_{n-1} + 3 \quad \forall n > 1 \end{cases}$$

b)  $(1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots)$

$$f = \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} \cdot (-1) \quad \forall n > 1 \end{cases}$$

c)  $(1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots)$

$$f = \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 2 \cdot a_{n-1} \quad \forall n > 1 \end{cases}$$

d)  $(2, 3, 8, 27, 112, 565\dots)$

$$f = \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = (a_{n-1} \cdot n - 1) + n - 1 \quad \forall n > 1 \end{cases}$$

Questão 5: Obter a razão de uma P.A em que o primeiro termo é -8 e o vigésimo é 30.

- Pela fórmula do termo geral da P.A. sabe-se que:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

• Logo,

$$a_{20} = a_1 + (20-1) \cdot r$$

$$30 = -8 + 19r$$

$$19r = 38$$

$$r = 2$$

- Portanto, a razão da P.A. de primeiro termo igual a -8 e vigésimo termo igual a 30 é 2.

Questão 6: Obter a razão de uma P.A em que  $a_2 = 9$  e  $a_{14} = 45$ .

- Pela fórmula do termo geral da P.A. sabe-se que:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

• Além disso, sabe-se que:

$$a_1 = a_2 - r$$

• Logo,

$$a_n = a_2 - r + (n-1) \cdot r$$

• Portanto,

$$a_{14} = a_2 - r + (14-1) \cdot r$$

$$45 = 9 - r + 13r$$

$$12r = 36$$

$$r = 3$$

- Assim sendo, a razão de uma P.A. em que  $a_2 = 9$  e  $a_{14} = 45$  é 3.

Questão 7: Qual o primeiro termo da P.A em que  $r = 4$  e  $a_{23} = 86$ ?

- Pela fórmula do termo geral da P.A. sabe-se que:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

• Logo,

• Logo,

$$a_{23} = a_1 + (23-1) \cdot 4$$

$$86 = a_1 + 22 \cdot 4$$

$$a_1 = 86 - 88$$

$$a_1 = -2$$

• Portanto, o primeiro termo da P.A. em que  $n=4$  e  $a_{23}=86$  é  $-2$

Questão 8: Intercalar 5 meios aritméticos entre -2 e 40.

• Calculando a razão:

$$r = \frac{40 - (-2)}{5+1}$$

$$r = \frac{42}{6}$$

$$r = 7$$

• Logo, interpolando os 5 meios termos entre -2 e 40, temos:

-2	5	12	19	26	33	40
----	---	----	----	----	----	----

Questão 9: Quantos meios aritméticos devem ser interpolados entre 12 e 34 para que a razão da P.A seja  $\frac{1}{2}$ ?

• Sabendo que os termos extremos da P.A. são 12 e 34, e a razão é  $\frac{1}{2}$ , pode-se calcular a quantidade  $k$  de meios aritméticos da seguinte forma:

$$r = \frac{a_n - a_1}{k+1}$$

$$(k+1) \cdot r = a_n - a_1$$

$$k+1 = \frac{a_n - a_1}{r}$$

$$k = \frac{a_n - a_1}{r} - 1$$

$$k = \frac{34 - 12}{\frac{1}{2}} - 1$$

$$k = 22 \cdot 2 - 1$$

$$k = 44 - 1$$

$$k = 43$$

**Questão 10:** Determinar a P.A em que o vigésimo termo é 2 e a soma dos cinquenta primeiros é igual a 650.

- Sabendo que o vigésimo termo da P.A. é 2, temos que:

$$\begin{aligned} a_{20} &= a_1 + (20-1) \cdot r \\ 2 &= a_1 + 19r \\ a_1 &= 2 - 19r \end{aligned}$$

- Sabendo que a soma dos cinquenta primeiros termos é igual a 650, podemos determinar a razão da P.A. da seguinte forma:

$$\begin{aligned} S_{50} &= 50 \cdot a_1 + \frac{50 \cdot (50-1)}{2} \cdot r \\ 650 &= 50 \cdot (2 - 19r) + \frac{50 \cdot 49}{2} \cdot r \end{aligned}$$

$$650 = 100 - 950r + 1225r$$

$$650 - 100 = 275r$$

$$275r = 550$$

$$r = 2$$

- Por consequência:

$$a_1 = 2 - 19r$$

$$a_1 = 2 - 19 \cdot 2$$

$$a_1 = 2 - 38$$

$$a_1 = -36$$

- Portanto, a P.A. é definida pela seguinte lei de recorrência:

$$f = \begin{cases} a_1 = -36 \\ a_n = a_{n-1} + 2 \quad \forall n > 1 \end{cases}$$

**Questão 11:** Qual é o 23º termo de uma P.A de razão 3 em que a soma dos 30 termos iniciais é 255?

- Sabendo que a soma dos 30 termos iniciais da P.A. é 255, temos que:

$$S_{30} = 30a_1 + \frac{30(30-1)}{2} \cdot 3$$

$$255 = 30a_1 + 435 \cdot 3$$

$$30a_1 = 255 - 435 \cdot 3$$

$$a_1 = \frac{255 - 1305}{30}$$

$$a_1 = -35$$

• Logo, o 23º termo da P.A. em questão é:

$$a_{23} = -35 + (23-1) \cdot 3$$

$$a_{23} = -35 + 66$$

$$a_{23} = 31$$

Questão 12: Conhecendo os extremos de uma P.A., demonstre que:

$$r = \frac{a_n - a_1}{k+1}$$

• Pela fórmula do termo geral de uma P.A., podemos determinar o  $n$ -ésimo termo  $a_n$  da sequência da seguinte forma:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r,$$

sendo  $a_1$  o primeiro termo e  $r$  a razão da P.A.

• Portanto, considerando  $n = K+2$ , sendo  $K$  o número de meios termos entre os extremos da P.A., temos o seguinte:

$$a_n = a_1 + (K+2-1) \cdot r$$

$$a_n - a_1 = (K+1) \cdot r$$

$$r = \frac{a_n - a_1}{K+1} \quad \text{c.q.d.}$$

Questão 13: Na P.G em que o primeiro termo é  $a_1$  e a razão é  $q$ , demonstre que:

$$a_n = a_1 \times q^{(n-1)}$$

• Uma P.G. é definida pela seguinte recorrência:

$$f = \begin{cases} a_1 = K, \text{ sendo } K \in \mathbb{R} \\ a_n = a_{n-1} \cdot q \quad \forall n > 1 \end{cases}$$

• Assim,

$$a_1 = K$$

$$a_2 = a_1 \cdot q = a_1 \cdot q^{2-1}$$

$$a_3 = a_2 \cdot q = a_1 \cdot q \cdot q = a_1 \cdot q^{3-1}$$

$$a_4 = a_3 \cdot q = a_1 \cdot q \cdot q \cdot q = a_1 \cdot q^{4-1}$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots$$

$$a_n = a_{n-1} \cdot q = a_1 \cdot \underbrace{q \cdot \dots \cdot q}_{n-1} = a_1 \cdot q^{n-1}$$

c.q.d.

- Analisando a recorrência, é possível generalizar os casos para um termo geral  $n$ , obtendo o que foi feito anteriormente, da seguinte forma:

$$a_n = a_{n-1} \cdot q = a_1 \cdot \underbrace{q \cdot \dots \cdot q}_{n-1} = a_1 \cdot q^{n-1}$$

c.q.d.

**Questão 14:** A partir das propriedades de classificação de uma P.G, justifique se as afirmações são verdadeiras ou falsas.

- a) Na P.G em que  $a_1 > 0$  e  $q > 0$ , todos os termos são positivos?

Sim, pois se a razão é positiva e o primeiro termo também, a P.G. terá o seguinte comportamento:

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

$\overbrace{> 0}^{\rightarrow} \quad \overbrace{> 0}^{\rightarrow}$

$a_1$	$q^{(n-1)}$	$a_n$
+	+	+

Como  $a_1 > 0$  e  $q > 0$ , para qualquer  $n > 1$ ,  $a_n$  sempre será positivo, podendo ser:

- Crescente para termos positivos: quando  $a_n > a_{n-1}$  e  $\frac{a_n}{a_{n-1}} > 1$  e  $q > 1$

- Decrescente para termos positivos: quando  $a_n < a_{n-1}$  e  $0 < \frac{a_n}{a_{n-1}} < 1$  e  $0 < q < 1$

- Constante: quando  $a_n = a_{n-1}$  e  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = 1$  e  $q = 1$

- b) Na P.G em que  $a_1 < 0$  e  $q > 0$ , todos os termos são negativos?

Sim, pois se a razão é positiva e  $a_1$  é negativo, a P.G. terá o seguinte comportamento:

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

$\downarrow 0$      $\downarrow < 0$      $\downarrow > 0$

$a_1$	$q^{(n-1)}$	$a_n$
-	+	-

Como  $a_1 < 0$  e  $q > 0$ , para qualquer  $n-1$ ,  $a_n$  sempre será negativo, podendo ser:

- **Crescente para termos negativos:** quando  $a_n > a_{n-1}$  e  $0 < \frac{a_n}{a_{n-1}} < 1$  e  $0 < q < 1$
- **Decrescente para termos negativos:** quando  $a_n < a_{n-1}$  e  $\frac{a_n}{a_{n-1}} > 1$  e  $q > 1$
- **Constante:** quando  $a_n = a_{n-1}$  e  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = 1$  e  $q = 1$

c) Na P.G em que  $a_1 > 0$  e  $q < 0$ , todos os termos são negativos?

Não, pois quando  $q$  é negativo e  $a_1$  é positivo, a P.G. pode ser alternante ( $q = -1$ ). Portanto, os seus termos podem alternar entre positivos e negativos

d) Na P.G em que  $a_1 < 0$  e  $q < 0$ , todos os termos são negativos?

Não, pois quando  $q$  é negativo e  $a_1$  é negativo também, a P.G. pode ser alternante ( $q = -1$ ). Portanto, os seus termos podem alternar entre positivos e negativos.

e) Na P.G em que  $a_1 > 0$  e  $q < 0$ , todos os termos são negativos?

Não, pois quando  $q$  é negativo e  $a_1$  é positivo, a P.G. pode ser alternante ( $q = -1$ ). Portanto, os seus termos podem alternar entre positivos e negativos.

Questão 15: Poste o código e gráficos das questões práticas passadas durante as aulas.

- **Código da P.A.:**

```
You, há 1 segundo | 1 author (You)
1 def identificaEClassificaPA(sequencia):
2     razao = sequencia[1] - sequencia[0]
3     indice = 2
4     while indice < len(sequencia):
5         if razao != sequencia[indice] - sequencia[indice-1]:
6             return 'não é uma P.A.'
7         indice += 1
8     if razao == 0:
9         return 'é uma P.A. constante'
10    elif razao < 0:
11        return 'é uma P.A. decrescente'
12    else:
13        You, há 4 dias * first commit ...
14        return 'é uma P.A. crescente'
15
16 print(identificaEClassificaPA([2, -9, 20, 0]))
17 print(identificaEClassificaPA([2, 2, 2, 2]))
18 print(identificaEClassificaPA([0, -2, -4, -6]))
19 print(identificaEClassificaPA([1, 3, 5, 7]))
```

sáida →

não é uma P.A.
é uma P.A. constante
é uma P.A. decrescente
é uma P.A. crescente

# • Código e Gráfico sem contar o tratamento de repetições

26/03/2022 16:51

comparaListasGrafico

## Trabalho de Matemática Concreta

- Resultado do trabalho de comparação de duas listas usando métodos diferentes:
  - Comparando elemento a elemento de forma randômica
  - Comparando elemento a elemento em ordem crescente de índice

In [23]: `import matplotlib.pyplot as plt`

In [24]: `def comparaSequenciasAleatoriamente():  
 from random import randint  
 global sequenciaA, sequenciaB  
  
 indicesJaSorteados = []  
 comandos = 0  
 while True:  
 indiceAleatorio = randint(0,99)  
 while indiceAleatorio in indicesJaSorteados:  
 indiceAleatorio = randint(0,99)  
 indicesJaSorteados.append(indiceAleatorio)  
 comandos += 1  
 if sequenciaA[indiceAleatorio] != sequenciaB[indiceAleatorio]:  
 break  
 return comandos`

In [25]: `def comparaSequenciasEmOrdem():  
 global sequenciaA, sequenciaB  
  
 comandos = 0  
 for indice, elemento in enumerate(sequenciaA):  
 comandos += 1  
 if elemento != sequenciaB[indice]:  
 break  
 return comandos`

In [26]: `def trocaZeroPorUm():  
 from random import randint  
 global indicesSorteados  
 global sequenciaA, sequenciaB  
  
 indiceAleatorio = randint(0,99)  
 while indiceAleatorio in indicesSorteados:  
 indiceAleatorio = randint(0,99)  
 indicesSorteados.append(indiceAleatorio)  
 sequenciaA[indiceAleatorio] = 1`

```
In [27]: def criaSequencias():
    global sequenciaA, sequenciaB

    sequenciaA = []
    sequenciaB = []
    for i in range(0, 100):
        sequenciaA.append(0)
        sequenciaB.append(0)
```

```
In [28]: comandosComparandoEmOrdem = []
comandosComparandoAleatoriamente = []
indicesSorteados = []
while len(indicesSorteados) != 100:
    criaSequencias()
    trocaZeroPorUm()
    comandosComparandoEmOrdem.append(comparaSequenciasEmOrdem())
    comandosComparandoAleatoriamente.append(comparaSequenciasAleatoriamente())
print(comandosComparandoEmOrdem)
print(comandosComparandoAleatoriamente)
```

[39, 8, 66, 100, 21, 13, 12, 71, 24, 70, 2, 68, 26, 34, 53, 18, 1, 76, 95, 51, 94, 20, 54, 83, 65, 82, 73, 11, 28, 40, 62, 72, 87, 29, 89, 63, 32, 10, 96, 23, 17, 33, 93, 46, 91, 74, 27, 49, 98, 6, 7, 84, 16, 59, 5, 50, 44, 90, 81, 69, 75, 60, 85, 86, 42, 19, 79, 80, 14, 56, 78, 3, 36, 57, 37, 9, 97, 88, 4, 25, 92, 43, 35, 47, 55, 38, 52, 48, 58, 15, 30, 64, 45, 67, 41, 31, 22, 61, 77, 99]  
[42, 1, 38, 18, 85, 4, 33, 38, 67, 72, 6, 89, 78, 65, 96, 18, 50, 31, 13, 61, 29, 35, 28, 92, 53, 93, 81, 28, 23, 82, 82, 52, 72, 38, 73, 32, 26, 16, 13, 59, 52, 54, 35, 95, 38, 19, 73, 36, 5, 61, 53, 76, 89, 74, 41, 75, 11, 31, 18, 81, 82, 13, 71, 59, 66, 31, 47, 62, 6, 26, 98, 52, 9, 82, 23, 8, 30, 42, 67, 31, 92, 39, 16, 41, 21, 71, 36, 57, 65, 56, 14, 75, 37, 91, 65, 27, 78, 14, 80, 28]

## Plotando o gráfico

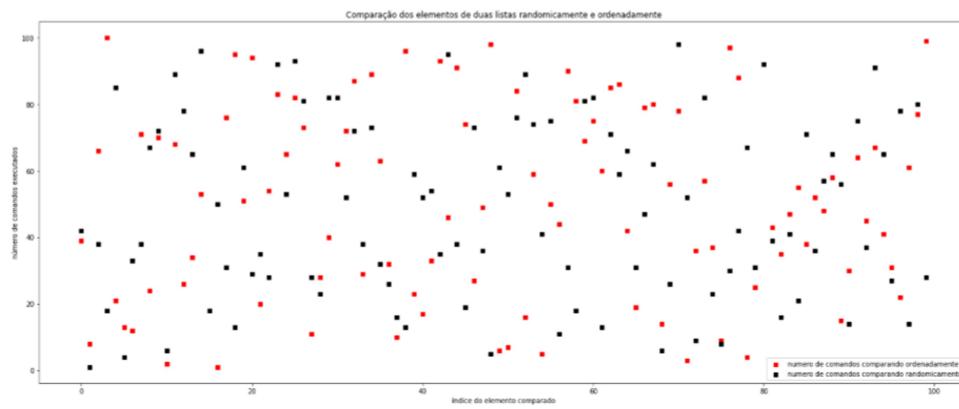
```
In [29]: x = list(range(0,100))
y1 = comandosComparandoEmOrdem
y2 = comandosComparandoAleatoriamente

plt.figure(figsize=(25,10))
plt.scatter(x, y1, color='r', marker='s', label='numero de comandos comparando
sequentialmente')
plt.scatter(x, y2, color='k', marker='s', label='numero de comandos comparando
randomicamente')
plt.legend()
plt.ylabel('número de comandos executados')
plt.xlabel('índice do elemento comparado')
plt.title('Comparação dos elementos de duas listas randomicamente e
ordenadamente')
```

26/03/2022 16:51

comparaListasGrafico

```
plt.show()
```

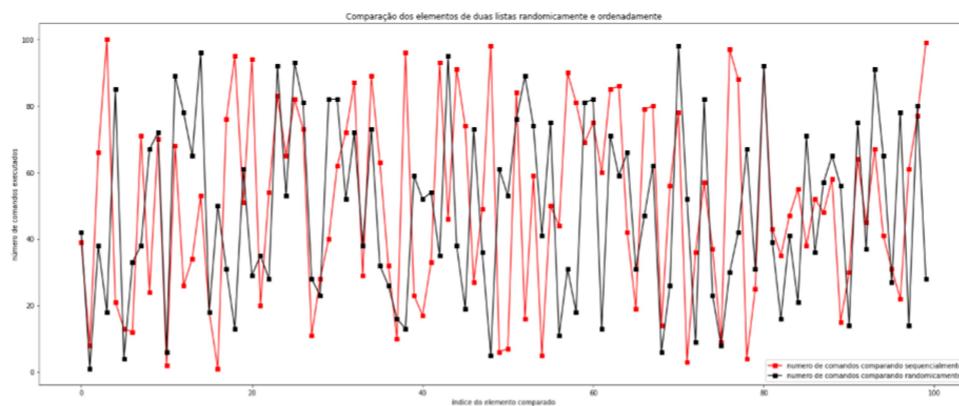


In [30]:

```
x = list(range(0,100))
y1 = comandosComparandoEmOrdem
y2 = comandosComparandoAleatoriamente

plt.figure(figsize=(25,10))
plt.plot(x, y1, color='r', marker='s', label='número de comandos comparando\nsequencialmente')
plt.plot(x, y2, color='k', marker='s', label='número de comandos comparando\nrandomicamente')
plt.legend()
plt.ylabel('número de comandos executados')
plt.xlabel('índice do elemento comparado')
plt.title('Comparação dos elementos de duas listas randomicamente e\nordenadamente')

plt.show()
```



# • Código e Gráfico contando o tratamento de repetições

26/03/2022 17:00

comparaListasGrafico2

## Trabalho de Matemática Concreta

- Resultado do trabalho de comparação de duas listas usando métodos diferentes:
  - Comparando elemento a elemento de forma randômica
  - Comparando elemento a elemento em ordem crescente de índice

In [1]: `import matplotlib.pyplot as plt`

In [2]: `def comparaSequenciasAleatoriamente():  
 from random import randint  
 global sequenciaA, sequenciaB  
  
 indicesJaSorteados = []  
 comandos = 0  
 while True:  
 indiceAleatorio = randint(0,99)  
 while indiceAleatorio in indicesJaSorteados:  
 indiceAleatorio = randint(0,99)  
 comandos += 1  
 indicesJaSorteados.append(indiceAleatorio)  
 comandos += 1  
 if sequenciaA[indiceAleatorio] != sequenciaB[indiceAleatorio]:  
 break  
 return comandos`

In [3]: `def comparaSequenciasEmOrdem():  
 global sequenciaA, sequenciaB  
  
 comandos = 0  
 for indice, elemento in enumerate(sequenciaA):  
 comandos += 1  
 if elemento != sequenciaB[indice]:  
 break  
 return comandos`

In [4]: `def trocaZeroPorUm():  
 from random import randint  
 global indicesSorteados  
 global sequenciaA, sequenciaB  
  
 indiceAleatorio = randint(0,99)  
 while indiceAleatorio in indicesSorteados:  
 indiceAleatorio = randint(0,99)`

26/03/2022 17:00

comparaListasGrafico2

```
    indicesSorteados.append(indiceAleatorio)
    sequenciaA[indiceAleatorio] = 1
```

In [5]:

```
def criaSequencias():
    global sequenciaA, sequenciaB

    sequenciaA = []
    sequenciaB = []
    for i in range(0, 100):
        sequenciaA.append(0)
        sequenciaB.append(0)
```

In [6]:

```
comandosComparandoEmOrdem = []
comandosComparandoAleatoriamente = []
indicesSorteados = []
while len(indicesSorteados) != 100:
    criaSequencias()
    trocaZeroPorUm()
    comandosComparandoEmOrdem.append(comparaSequenciasEmOrdem())
    comandosComparandoAleatoriamente.append(comparaSequenciasAleatoriamente())
print(comandosComparandoEmOrdem)
print(comandosComparandoAleatoriamente)
```

[93, 84, 100, 40, 24, 63, 16, 68, 85, 8, 49, 19, 25, 42, 47, 22, 67, 4, 38, 72, 55, 94, 64, 97, 58, 57, 90, 21, 1, 10, 96, 45, 98, 51, 52, 80, 7, 81, 86, 9, 69, 54, 12, 74, 23, 3, 78, 89, 30, 2, 15, 26, 34, 53, 48, 59, 99, 91, 35, 20, 83, 61, 17, 62, 8, 29, 79, 46, 18, 56, 32, 73, 27, 39, 11, 33, 77, 75, 31, 36, 13, 65, 66, 41, 76, 43, 95, 60, 44, 6, 14, 71, 82, 87, 37, 5, 50, 92, 70, 28] [469, 16, 80, 9, 46, 209, 114, 27, 44, 139, 268, 71, 80, 61, 115, 16, 64, 32, 72, 12, 6, 75, 13, 33, 80, 98, 90, 23, 166, 267, 28, 123, 282, 434, 53, 47, 180, 90, 10, 4, 189, 247, 82, 105, 6, 42, 65, 21, 75, 350, 252, 118, 765, 32, 6, 11, 109, 257, 139, 38, 97, 1, 84, 127, 204, 20, 219, 195, 47, 177, 81, 25, 192, 28, 262, 224, 22, 44, 6, 41, 197, 71, 28, 78, 33, 43, 218, 71, 63, 69, 40, 85, 181, 95, 66, 75, 5, 71, 34, 0, 64, 38]

## Plotando o gráfico

In [7]:

```
x = list(range(0,100))
y1 = comandosComparandoEmOrdem
y2 = comandosComparandoAleatoriamente

plt.figure(figsize=(25,10))
plt.scatter(x, y1, color='r', marker='s', label='numero de comandos comparando
sequencialmente')
plt.scatter(x, y2, color='k', marker='s', label='numero de comandos comparando
randomicamente')
plt.legend()
plt.ylabel('número de comandos executados')
plt.xlabel('índice do elemento comparado')
```

localhost:8888/nbconvert/html/OneDrive/Documentos/segundoPeriodoFacul/matematicaConcreta/comparaListasGrafico2.ipynb?download=false

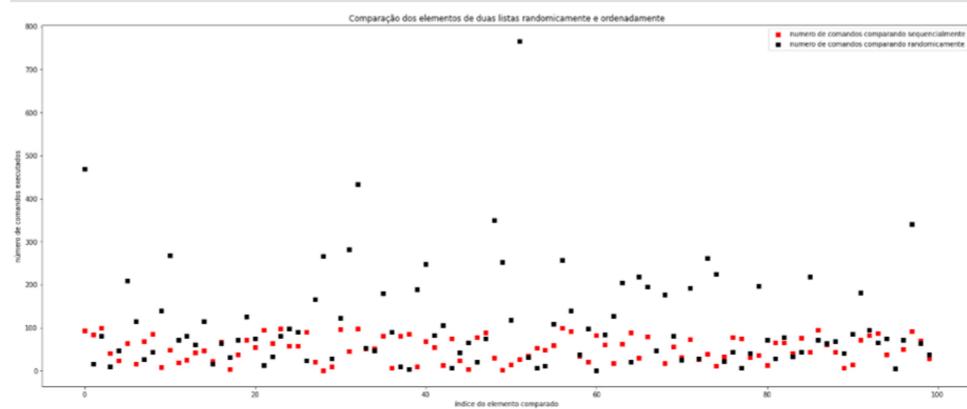
2/3

26/03/2022 17:00

comparaListasGrafico2

```
plt.title('Comparação dos elementos de duas listas randomicamente e ordenadamente')

plt.show()
```

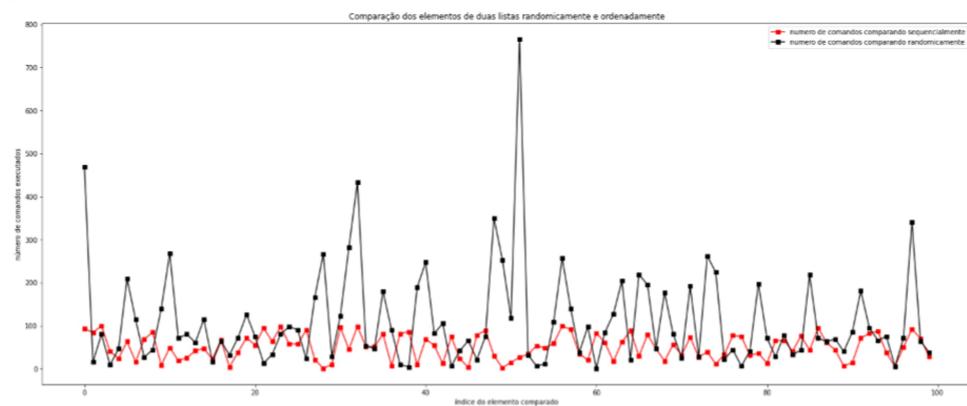


In [8]:

```
x = list(range(0,100))
y1 = comandosComparandoEmOrdem
y2 = comandosComparandoAleatoriamente

plt.figure(figsize=(25,10))
plt.plot(x, y1, color='r', marker='s', label='numero de comandos comparando
sequencialmente')
plt.plot(x, y2, color='k', marker='s', label='numero de comandos comparando
randomicamente')
plt.legend()
plt.ylabel('número de comandos executados')
plt.xlabel('índice do elemento comparado')
plt.title('Comparação dos elementos de duas listas randomicamente e
ordenadamente')

plt.show()
```



## • Código da P.G.:

```
rou, na 54 segundos | 1 author (rou)
1 def identificaEClassificaPG(sequencia):
2     razao = sequencia[1]/sequencia[0]
3     if razao != 0:
4         for indice in range(2, len(sequencia)):
5             if razao != sequencia[indice]/sequencia[indice-1]:
6                 return 'não é uma P.G.'
7             if sequencia[1] > sequencia[0] and razao > 1:
8                 return 'P.G. Crescente para termos positivos'
9             elif sequencia[1] > sequencia[0] and 0 < razao < 1:
10                return 'P.G. Crescente para termos negativos'
11            elif sequencia[1] == sequencia[0] and razao == 1:
12                return 'P.G Constante'
13            elif sequencia[1] < sequencia[0] and 0 < razao < 1:
14                return 'P.G. Decrescente para termos positivos'
15            elif sequencia[1] < sequencia[0] and razao > 1:
16                return 'P.G. Decrescente para termos negativos'
17            elif razao == -1:
18                return 'P.G. Alternante'
19            elif razao == 0:
20                return 'P.G. Estacionária'
21
22
23 print(identificaEClassificaPG([2,4,4,0,2,3]))
24 print(identificaEClassificaPG([2,4,8,16,32]))
25 print(identificaEClassificaPG([1,1/3,1/9,1/27]))
26 print(identificaEClassificaPG([-4,-2,-1,-0.5]))
27 print(identificaEClassificaPG([-4,-8,-16,-32]))
28 print(identificaEClassificaPG([5,5,5,5,5]))
29 print(identificaEClassificaPG([3,-3,3,-3,3]))
```

Saída

não é uma P.G.  
P.G. Crescente para termos positivos  
P.G. Decrescente para termos positivos  
P.G. Crescente para termos negativos  
P.G. Decrescente para termos negativos  
P.G Constante  
P.G. Alternante