

Universidade Federal do Pará

Faculdade de Computação

Exercícios - Conceitos básicos, Representação e Operações com Grafos

1. Represente cada um dos seguintes grafos apresentados na Figura 1 utilizando matrizes de adjacência e listas de adjacências. **Observação:** no caso do grafo não direcionado com arestas paralelas abaixo, como esse grafo poderia ser representado através de uma matriz de adjacência ?

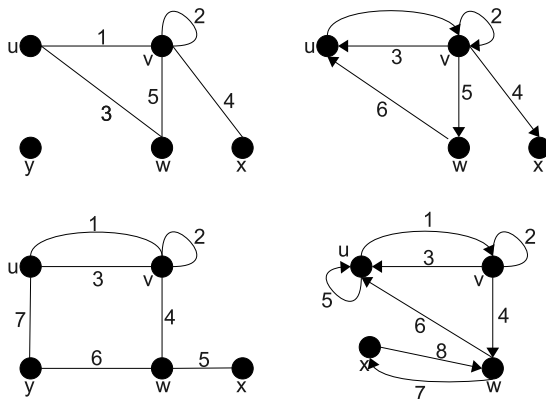
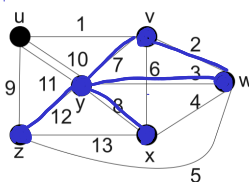


Figura 1:

2. Considerando os grafos representados nas figuras 1 e 2, encontre ou verifique:
- Se cada grafo é conexo;
 - Se cada grafo é completo;
 - Se existem ciclos;
 - Os grafos são x -regulares, onde x é o grau ?
 - Identifique e descreva, se possível, um CLIQUE em cada grafo.

3. Dado o grafo da Figura 2, determine (justificando) se cada um dos sub-conjuntos de vértices e arestas, V e A , formam um subgrafo. Caso existam subgrafos, verifique cada um deles é induzido e/ou abrangente;

- (a) $V = \{u, v, y\}$, $A = \{10, 7\}$ *π induzido, π abrangente*
 (b) $V = \{u, v, y\}$, $A = \{10, 11\}$
 (c) $V = \{u, v, y\}$, $A = \{11, 12, 8\}$
 (d) $V = \{g, v, x\}$, $A = \{3, 6, 7\}$
 (e) $V = \{y, x, v, z, w\}$, $A = \{12, 7, 3, 2, 8\}$



4. Determine se os seguintes grafos (Figura 3) são bipartidos. Se forem, estabeleça a bipartição dos vértices. Caso contrário, explique por que o grafo não é bipartido.
5. Verifique se cada um dos seguintes pares grafos (Figura 5) são isomorfos. Se forem, encontre o isomorfismo.

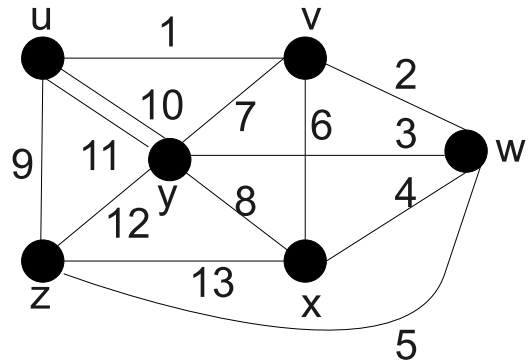
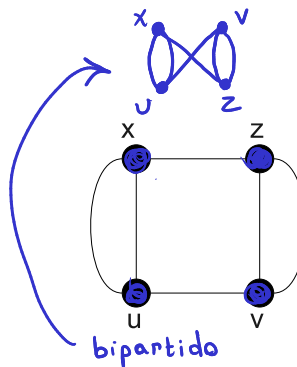


Figura 2:



π bipartido, π tem como dividir o conjunto das arestas em 2 conj. distintos

Figura 3: dividir o conjunto das arestas em 2 conj. distintos

6. Verifique se cada um dos seguintes pares grafos (Figura 5) são isomorfos. Se forem, encontre o isomorfismo.
7. (Feofiloff) Seja G um grafo completo com conjunto de vértices $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ e H um grafo completo com conjunto de vértices $\{4, 5, 6, 7, 8\}$. Faça figuras dos grafos $G \cup H$ e $G \cap H$.
8. Determine o grafo resultante da soma $G_1 + G_2$ e $G_2 + G_1$ dos grafos da Figura 6.
9. Sejam os grafos G_1 e G_2 apresentados na Figura 7, determine os grafos resultantes do produto cartesiano entre: G_1 e G_2 , e G_2 e G_1 .
10. Quantas arestas possui um grafo completo K_n , onde n é o número de vértices ? $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$
11. Seja um grafo bipartido completo $K_{m,n}$. Quantos vértices e arestas possui esse grafo ? $V: m+n$ $A: m \cdot n$
12. Seja G um grafo simples que possui v vértices e a arestas, qual o número de arestas de \bar{G} ? $\frac{v \cdot (v-1)}{2} - a$
13. Sejam dois (possíveis) grafos simples e não orientado contendo 5 vértices cada, verifique se eles existem ou não. Os graus dos vértices do primeiro grafo são: 3, 3, 3, 3, 2. Os graus dos vértices do segundo grafo são: 3, 4, 3, 4, 3. *existe, π existe, pq tem uma qntd ímpar de vértices de grau ímpar*

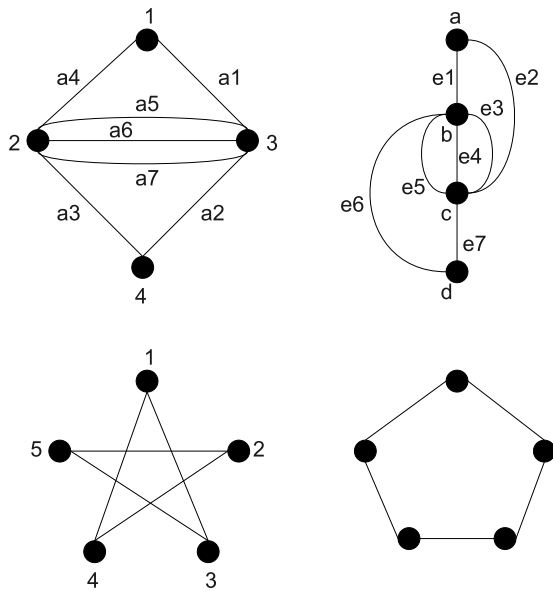


Figura 4:

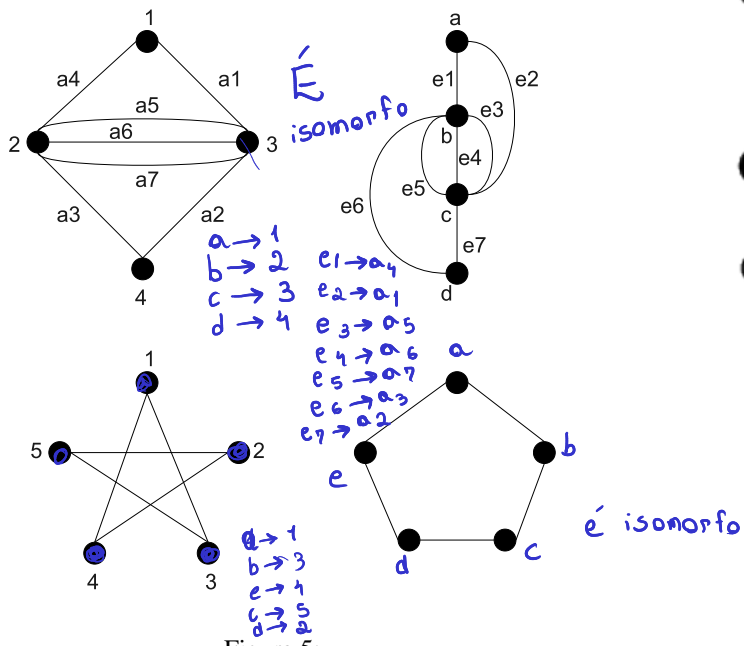


Figura 5:



Figura 7:

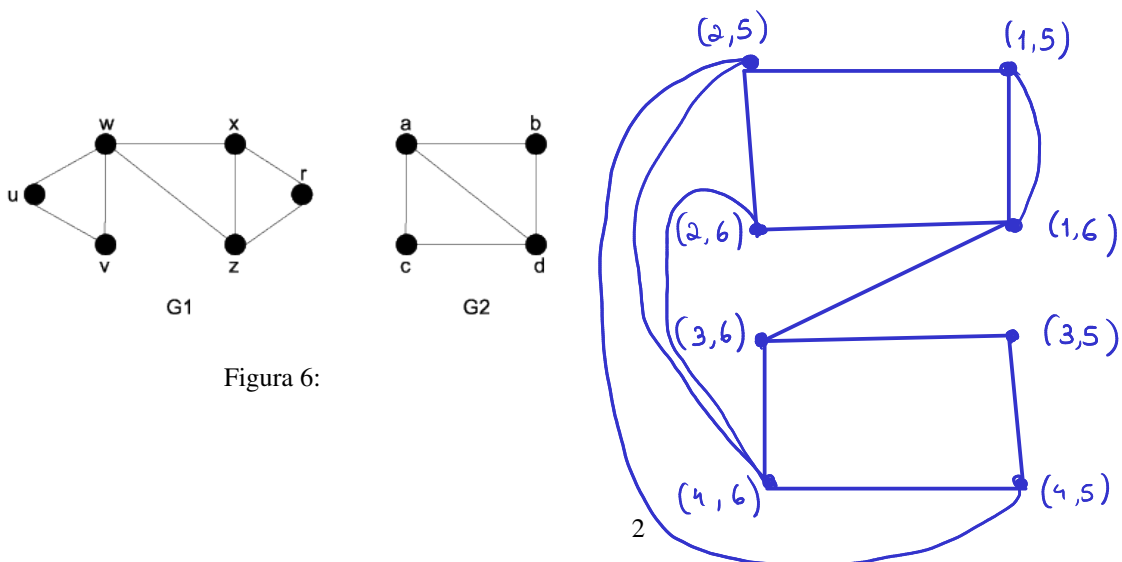
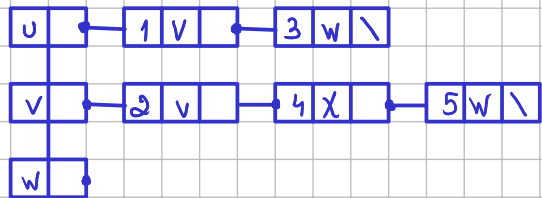
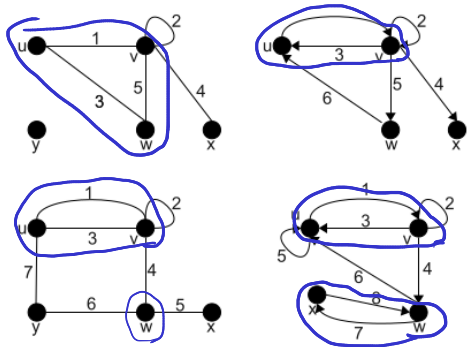


Figura 6:

1. Represente cada um dos seguintes grafos apresentados na Figura 1 utilizando matrizes de adjacência e listas de adjacências. **Observação:** no caso do grafo não direcionado com arestas paralelas abaixo, como esse grafo poderia ser representado através de uma matriz de adjacência ?

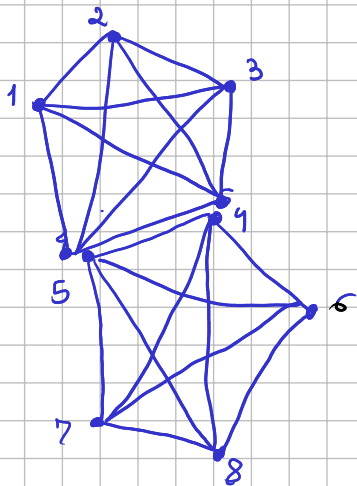


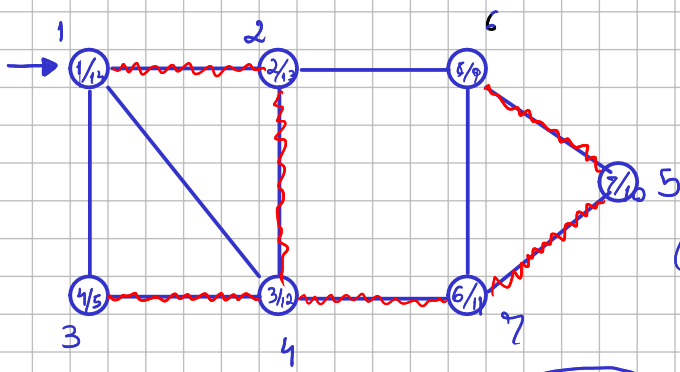
2. Considerando os grafos representados nas figuras 1 e 2, encontre ou verifique:

- Se cada grafo é conexo; 1: não, 2: fracamente, 3: 1-conexo, 4: fortemente | fig 2: 3-conexo
- Se cada grafo é completo; 1: não, 2: não, 3: não, 4: não | fig 2: não
- Se existem ciclos; 1: sim, 2: sim, 3: sim, 4: sim | fig 2: sim
- Os grafos são x-regulares, onde x é o grau ?
- Identifique e descreva, se possível, um CLIQUE em cada grafo.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad B = \{4, 5, 6, 7, 8\} \quad V_{G \cap A \cup B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A_{aresta \ A \cup B} = \{(1, 2), ($$





① $\pi[1] = \text{Null}$
 $\text{cor}[1] = \text{cinza}$
 $\text{tempo} += 1$
 $d[1] = 1$
 $\text{Adj}[1]$
 $\text{tempo} += 1$
 $\text{cor}[2] = \text{preto}$
 $\text{cor}[3] = \text{preto}$
 $\text{f}[1] = 14$
 $\pi[2] = 1$
 $\text{cor}[2] = \text{cinza}$
 $\text{tempo} += 1$

③ $\pi[3] = 4$
 $\text{cor}[3] = \text{cinza}$
 $\text{tempo} += 1$
 $d[3] = 4$
 $\text{Adj}[3]$
 $\text{cor}[3] = \text{preto}$
 $\text{tempo} += 1$
 $\text{f}[3] = 5$

⑦ $\pi[7] = 4$
 $\text{cor}[7] = \text{cinza}$
 $\text{tempo} += 1$
 $d[7] = 6$
 $\text{Adj}[7]$
 $\text{tempo} += 1$
 $\text{cor}[7] = \text{preto}$
 $\text{f}[7] = 11$

⑤ $\pi[5] = 7$
 $\text{cor}[5] = \text{cinza}$
 $\text{tempo} += 1$
 $d[5] = 7$
 $\text{Adj}[5]$
 $\text{tempo} += 1$
 $\text{cor}[5] = \text{preto}$
 $\text{f}[5] = 10$

⑥ $\pi[6] = 5$
 $\text{cor}[6] = \text{cinza}$
 $\text{tempo} += 1$
 $d[6] = 8$
 $\text{Adj}[6]$
 $\text{tempo} += 1$
 $\text{cor}[6] = \text{preto}$
 $\text{f}[6] = 9$

④ $\pi[4] = 2$
 $\text{cor}[4] = \text{cinza}$
 $\text{tempo} += 1$
 $d[4] = 3$
 $\text{Adj}[4]$
 $\text{tempo} += 1$
 $\text{cor}[4] = \text{preto}$
 $\text{f}[4] = 12$

