



Introdução e Conceitos Básicos

Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade

Filipe Saraiva



Conteúdo

Introdução

Revisão

- Conjuntos

- Relações

- Funções

- Lógica

Conclusões

Conteúdo

Introdução

Revisão

Conjuntos

Relações

Funções

Lógica

Conclusões

Introdução

Teoria das Linguagens Formais:

- Tem início para pesquisas sobre linguagens naturais;
- Advento da computação: pode ser aplicada a linguagens artificiais.

Algumas aplicações:

- Aplicações em análise léxica e sintática de linguagens de programação;
- Modelos biológicos;
- Desenhos de circuitos;
- Relacionamentos com linguagens naturais;
- ...

Introdução

Sintaxe
X
Semântica

Introdução

Sintaxe

Propriedades livres da linguagem – verificação gramatical, estilo, etc.

Semântica

Interpretação para a linguagem, significado ou valor para um programa.

Introdução

Para linguagens de programação temos de forma aplicada:

Sintaxe

Manipula símbolos sem considerar significados.

Semântica

Objetiva dar significado à sintaxe, por exemplo determinando o que é um valor, uma variável, etc.

Sobre a disciplina

A abordagem dessa disciplina se dará sobre o tratamento sintático de linguagens formais abstratas, com fácil associação à linguagens de programação.

Os formalismos considerados são os seguintes:

- Operacional: autômatos;
- Axiomático: gramáticas;
- Denotacional: funções.

Conteúdo

Introdução

Revisão

- Conjuntos

- Relações

- Funções

- Lógica

Conclusões

Conteúdo

Introdução

Revisão

Conjuntos

Relações

Funções

Lógica

Conclusões

Conjuntos

Conceito

Conjunto é uma coleção de zero ou mais objetos distintos, já estes denominados **elementos** do conjunto.

Utilizaremos letras maiúsculas para nos referenciar a conjuntos (“A”) e minúsculas para elementos (“a”).

Conjuntos

Elementos e Conjuntos

- $a \in A$ – a **pertence a** A
- $a \notin A$ – a **não pertence a** A

Entre Conjuntos

- $B \subset A$ – B **está contido em** A
- $B \not\subset A$ – B **não está contido em** A
- $B \supset A$ – A **contém** B
- $B \not\supset A$ – A **não contém** B
- $B = A \iff B \subseteq A \wedge A \supseteq B$

Conjuntos

Representações de Conjuntos

- \emptyset – Conjunto Vazio
- $A = \{a, b, c, d, e\}$ – Denotação por Extensão (listagem)
- $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é par}\}$ – Denotação por Compreensão (propriedades)

Conjuntos podem ser **finitos** ou **infinitos**.

Conjuntos

Operações sobre Conjuntos

- União: $A \cup B = \{ x \mid x \in A \vee x \in B \}$
- Intersecção: $A \cap B = \{ x \mid x \in A \wedge x \in B \}$
- Complemento: $\neg A = A' = \{x \mid x \in U \wedge x \notin A\}$
- Diferença: $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
- Conjunto das Partes: $2^A = P(A) = \{S \mid S \subseteq A\}$
- Produto Cartesiano: $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$

Conjuntos

Propriedades das Operações

Idempotência

- $A \cup A = A$
- $A \cap A = A$

Comutativa

- $A \cup B = B \cup A$
- $A \cap B = B \cap A$

Associativa

- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Conjuntos

Propriedades das Operações

Distributiva

- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Duplo Complemento

- $\neg(\neg A) = A$

DeMorgan

- $\neg(A \cup B) = \neg A \cap \neg B$
- $\neg(A \cap B) = \neg A \cup \neg B$

Universo e Vazio

- $A \cup \neg A = U$
- $A \cap \neg A = \emptyset$

Conteúdo

Introdução

Revisão

Conjuntos

Relações

Funções

Lógica

Conclusões

Relações

Supondo os conjuntos A e B , chama-se de Relação binária R de A em B um subconjunto do produto cartesiano $A \times B$, ou seja:

$$R \subseteq A \times B$$

Ou mais comumente: $R: A \rightarrow B$

Tratando-se de elementos, quando $(a, b) \in R$ referenciamos como:

$$a R b$$

Relações

Dado $R: A \rightarrow B$, temos que:

- A é o domínio de R
- B é o contradomínio de R

Conteúdo

Introdução

Revisão

Conjuntos

Relações

Funções

Lógica

Conclusões

Funções

Função Parcial é uma relação $f \subseteq A \times B$ tal que:

$$\text{se } (a, b) \in f \wedge (a, c) \in f, \text{ então } b = c$$

Na Função Parcial cada elemento do domínio está relacionado com no máximo um elemento do contradomínio.

Funções

Imagem de um conjunto:

$$f(A) = \text{Img}(f) = \{b \in B \mid \exists a \in A \text{ tal que } f(a) = b\}$$

Se, para $a \in A$ existe $b \in B$ tal que **$f(a) = b$** , então afirma-se que **f está definido para a** e que **b é a imagem de a** .

Funções

Função Total é um caso particular de Funções Parciais onde:

$$\forall a \in A \exists b \in B \text{ tal que } f(a) = b$$

Ou seja, uma Função Total é aquela definida para todos os elementos do domínio.

Funções

- Função Injetora: $\forall b \in B \exists$ no máximo um $a \in A$ tal que $f(a) = b$
- Função Sobrejetora: $\forall b \in B \exists a \in A$ tal que $f(a) = b$
- Função Bijetora: A Função é Injetora e Sobrejetora ao mesmo tempo.

Conteúdo

Introdução

Revisão

Conjuntos

Relações

Funções

Lógica

Conclusões

Lógica

Lógica matemática é uma área fundamental para qualquer estudo sobre computação e informática, o que não é diferente para Linguagens Formais e Autômatos.

Para nós a ênfase é dada na **Lógica Booleana** que estuda métodos usados para distinguir sentenças verdadeiras e falsas.

Lógica

Proposição

Proposição é uma sentença a que se pode atribuir juízo de valor do tipo verdadeiro ou falso.

Lógica

No cálculo lógico utilizamos os chamados **Operadores Lógicos** sobre as proposições. Os operadores lógicos são os seguintes (utilizando as proposições **p** e **q** como exemplo):

- \neg – negação: $\neg p$
- \wedge – conjunção (e): $p \wedge q$
- \vee – disjunção (ou): $p \vee q$
- \longrightarrow – condição (se): $p \longrightarrow q$
- \longleftrightarrow – bicondição (se somente se): $p \longleftrightarrow q$

Lógica

O cálculo lógico é normalmente feito a partir de uma **Tabela Verdade** que apresenta o valor dos operadores lógicos para diferentes valores das proposições:

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \longrightarrow q$	$p \longleftrightarrow q$
V	V	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	F
V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	V	V

Conteúdo

Introdução

Revisão

Conjuntos

Relações

Funções

Lógica

Conclusões

Conclusões

- Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade são disciplinas elementares da ciência da computação relacionadas com decidibilidade, reconhecimento, etc;
- Essas disciplinas prescindem de conhecimentos em temas básicos como conjuntos, relações, lógica, etc;
- Apesar dessa apresentação e revisão, recomenda-se que o aluno recorra aos livros dos respectivos temas para recordar os assuntos aqui abordados.



Introdução e Conceitos Básicos

Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade

Filipe Saraiva

