



Linguagens Regulares – Gramática Regular

Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade

Filipe Saraiva



Conteúdo

Introdução

Gramática Regular

Exemplos

Construção de um AFNe de uma Gramática Regular

Construção da Gramática Regular de um AFD

Conclusões

Conteúdo

Introdução

Gramática Regular

Exemplos

Construção de um AFNe de uma Gramática Regular

Construção da Gramática Regular de um AFD

Conclusões

Introdução

É possível utilizar a definição de Gramática apresentada nesta disciplina para definir tanto Linguagens Regulares quanto Linguagens Não Regulares.

Entretanto, é possível limitar as regras de produção em Gramáticas para que elas definam exatamente a classe de Linguagens Regulares.

Conteúdo

Introdução

Gramática Regular

Exemplos

Construção de um AFNe de uma Gramática Regular

Construção da Gramática Regular de um AFD

Conclusões

Gramática Linear

Definição

Seja uma Gramática $\mathbf{G} = (\mathbf{V}, \mathbf{T}, \mathbf{P}, \mathbf{S})$ (lembrando, \mathbf{V} são os estados, \mathbf{T} os símbolos, \mathbf{P} as regras de produção, e \mathbf{S} o estado inicial), com $\mathbf{A} \in \mathbf{V}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{V}$ e $\mathbf{w} \in \mathbf{T}^*$. Então \mathbf{G} é uma **Gramática Linear** se todas as suas produções encontram-se em uma e somente uma das seguintes formas:

Gramática Linear

Definição (Continuação)

- **Gramática Linear à Direita (GLD)** - Todas as regras de produção são da forma $A \rightarrow wB$ ou $A \rightarrow w$.
- **Gramática Linear à Esquerda (GLE)** - Todas as regras de produção são da forma $A \rightarrow Bw$ ou $A \rightarrow w$.
- **Gramática Linear Unitária à Direita (GLUD)** - Todas as regras de produção são como em GLD mas $|w| \leq 1$.
- **Gramática Linear Unitária à Esquerda (GLUE)** - Todas as regras de produção são como em GLE mas $|w| \leq 1$.

Gramática Linear

Equivalências entre Gramáticas Lineares

Se **L** é uma linguagem, então:

- **L** é gerada por uma **GLD** se e somente se,
- **L** é gerada por uma **GLE** se e somente se,
- **L** é gerada por uma **GLUD** se e somente se,
- **L** é gerada por uma **GLUE**.

Ou seja, as diversas Gramáticas Lineares são formalismos com expressividade equivalente.

Gramática Regular

Definição

Uma Gramática **G** é dita **Gramática Regular** se **G** é uma Gramática Linear.

Linguagem Gerada

Definição

Seja $\mathbf{G} = (\mathbf{V}, \mathbf{T}, \mathbf{P}, \mathbf{S})$ uma Gramática. A **Linguagem Gerada** por \mathbf{G} , denotada por:

$$\mathbf{L(G)} \text{ ou } \mathbf{GERA(G)}$$

é tal que:

$$\mathbf{L(G)} = \{\mathbf{w} \in \mathbf{T}^* \mid \mathbf{S} \Rightarrow^+ \mathbf{w}\}$$

Conteúdo

Introdução

Gramática Regular

Exemplos

Construção de um AFNe de uma Gramática Regular

Construção da Gramática Regular de um AFD

Conclusões

Exemplo 1 - $a(ba)^*$

A linguagem $a(ba)^*$ é gerada por quais gramáticas regulares?

Exemplo 1 - $a(ba)^*$ (Continuação)

A linguagem $a(ba)^*$ é gerada por quais gramáticas regulares?

- **GLD:** $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$ com P :
 - $S \rightarrow aA$
 - $A \rightarrow baA \mid \varepsilon$
- **GLE:** $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$ com P :
 - $S \rightarrow Sba \mid a$

Exemplo 1 - $a(ba)^*$ (Continuação)

A linguagem $a(ba)^*$ é gerada por quais gramáticas regulares?

- **GLUD:** $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ com P :

- $S \longrightarrow aA$
- $A \longrightarrow bB \mid \varepsilon$
- $B \longrightarrow aA$

- **GLUE:** $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$ com P :

- $S \longrightarrow Aa \mid a$
- $A \longrightarrow Sb$

Conteúdo

Introdução

Gramática Regular

Exemplos

Construção de um AFNe de uma Gramática Regular

Construção da Gramática Regular de um AFD

Conclusões

AFN ϵ de uma Gramática Regular

Como uma Gramática Regular representa uma Linguagem Regular, é possível criar um AFN ϵ que reconhece a linguagem gerada por uma Gramática Regular.

AFN $_{\epsilon}$ de uma Gramática Regular

Construção de um AFN $_{\epsilon}$ a partir de uma Gramática Regular

Considere a GLD abaixo:

$G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ com P :

- $S \longrightarrow aA$
- $A \longrightarrow bB \mid \epsilon$
- $B \longrightarrow aA$

AFN ϵ de uma Gramática Regular

Construção de um AFN ϵ a partir de uma Gramática Regular

Considere a GLD abaixo:

$$G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S) \text{ com } P:$$

Em primeiro lugar, constrói-se o autômato a partir dos dados da Gramática.

Adiciona-se um Estado Final q_f e usa-se S como Estado Inicial.

- $S \longrightarrow aA$
- $A \longrightarrow bB \mid \epsilon$
- $B \longrightarrow aA$

$$M = (\{a, b\}, \{S, A, B, q_f\}, \delta, S, \{q_f\})$$

AFN ϵ de uma Gramática Regular

Construção de um AFN ϵ a partir de uma Gramática Regular

Considere a GLD abaixo:

$$G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S) \text{ com } P:$$

Agora, converte-se as regras de produção da Gramática em transições do Autômato.

A conversão é direta: a partir de um estado, lê-se um símbolo e chega-se a outro estado.

- $S \longrightarrow aA$
- $A \longrightarrow bB \mid \epsilon$
- $B \longrightarrow aA$

Produção	Transição
$S \longrightarrow aA$	$\delta(S, a) = \{A\}$
$A \longrightarrow bB$	$\delta(A, b) = \{B\}$
$A \longrightarrow \epsilon$	$\delta(S, \epsilon) = \{q_f\}$
$B \longrightarrow aA$	$\delta(B, a) = \{A\}$

AFN ϵ de uma Gramática Regular

Construção de um AFN ϵ a partir de uma Gramática Regular

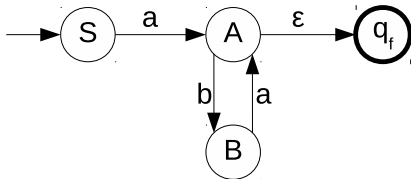
Considere a GLD abaixo:

$$G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$$

O AFN ϵ será:

$$M = (\{a, b\}, \{S, A, B, q_f\}, \delta, S, \{q_f\})$$

δ	a	b	ϵ
S	{A}	\emptyset	\emptyset
A	\emptyset	{B}	{ q_f }
B	{A}	\emptyset	\emptyset
q_f	\emptyset	\emptyset	\emptyset



Conteúdo

Introdução

Gramática Regular

Exemplos

Construção de um AFNe de uma Gramática Regular

Construção da Gramática Regular de um AFD

Conclusões

Gramática Regular de um AFD

Além de extrair um AFN_{ϵ} de uma Gramática Regular, é possível fazer uma operação “quase inversa” de encontrar uma Gramática Regular de um AFD.

Gramática Regular de um AFD

Construção de uma Gramática Regular a partir de um AFD

Considere o autômato abaixo:

$M = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1, q_2\})$ com δ :

δ	a	b	c
q₀	{q ₀ }	{q ₁ }	∅
q₁	∅	{q ₁ }	{q ₂ }
q₂	∅	∅	{q ₂ }

Gramática Regular de um AFD

Construção de uma Gramática Regular a partir de um AFD

Considere o autômato abaixo:

$M = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1, q_2\})$ com δ :

Pra criar a Gramática primeiro adicionamos um estado inicial **S** ao conjunto de estados do Autômato, e utilizamos os dados deste último para montar a Gramática:

δ	a	b	c
q₀	{q ₀ }	{q ₁ }	\emptyset
q₁	\emptyset	{q ₁ }	{q ₂ }
q₂	\emptyset	\emptyset	{q ₂ }

$G = (\{q_0, q_1, q_2, S\}, \{a, b, c\}, P, S)$

Gramática Regular de um AFD

Construção de uma Gramática Regular a partir de um AFD

Considere o autômato abaixo:

$$M = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1, q_2\}) \text{ com } \delta:$$

Agora, converte-se as regras de transição do Autômato nas regras de produção da Gramática: a partir de um estado, lê-se um símbolo e chega-se a outro estado. Adiciona-se leituras de estados vazios e do inicial para q_0 .

Transição	Produção
-	$S \longrightarrow q_0$
-	$q_0 \longrightarrow \varepsilon$
-	$q_1 \longrightarrow \varepsilon$
-	$q_2 \longrightarrow \varepsilon$
$\delta(q_0, a) = q_0$	$q_0 \longrightarrow aq_0$
$\delta(q_0, b) = q_1$	$q_0 \longrightarrow bq_1$
$\delta(q_1, b) = q_1$	$q_1 \longrightarrow bq_1$
$\delta(q_1, c) = q_2$	$q_1 \longrightarrow cq_2$
$\delta(q_2, c) = q_2$	$q_2 \longrightarrow cq_2$

Gramática Regular de um AFD

Construção de uma Gramática Regular a partir de um AFD

Considere o autômato abaixo:

$M = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1, q_2\})$ com δ :

Será a Gramática:

$G = (\{q_0, q_1, q_2, S\}, \{a, b, c\}, P, S)$

Com P :

$S \longrightarrow q_0$

$q_0 \longrightarrow \varepsilon$

$q_1 \longrightarrow \varepsilon$

$q_2 \longrightarrow \varepsilon$

$q_0 \longrightarrow aq_0$

$q_0 \longrightarrow bq_1$

$q_1 \longrightarrow bq_1$

$q_1 \longrightarrow cq_2$

$q_2 \longrightarrow cq_2$

Conteúdo

Introdução

Gramática Regular

Exemplos

Construção de um AFNe de uma Gramática Regular

Construção da Gramática Regular de um AFD

Conclusões

Conclusões

- Gramáticas Regulares são linguagens formais capazes de gerar palavras;
- Uma Gramática Regular será GLD, GLE, GLUD ou GLUE;
- A partir de uma Gramática Regular é possível extrair um AFN_{ϵ} que reconhece a linguagem gerada pela Gramática Regular;
- Também é possível criar uma Gramática Regular a partir de um AFD.



Linguagens Regulares – Gramática Regular

Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade

Filipe Saraiva

