



Linguagens e Gramáticas

Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade

Filipe Saraiva



Conteúdo

Introdução

Alfabeto

Palavra

Linguagem Formal

Gramática

Conclusões

Conteúdo

Introdução

Alfabeto

Palavra

Linguagem Formal

Gramática

Conclusões

Introdução

Nessa aula serão apresentados conceitos fundamentais para entendermos o conteúdo de linguagens formais e autômatos.

- Alfabeto
- Palavra
- Linguagem Formal
- Gramática

Introdução

As definições a seguir são baseadas no conceito de **símbolo** ou **caractere**.

Símbolo ou Caractere

Entidade abstrata básica, não definida formalmente. Letras e dígitos são exemplos de símbolos frequentemente utilizados.

Ex.:

- a
- b
- 0
- 1

Conteúdo

Introdução

Alfabeto

Palavra

Linguagem Formal

Gramática

Conclusões

Alfabeto

Alfabeto

Alfabeto é um conjunto finito de símbolos ou caracteres.

Alfabeto

Exemplos de alfabetos:

- $\{a, b\}$
- $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- \emptyset

Não são alfabetos:

- \mathbb{N}
- $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Alfabeto

O alfabeto de uma linguagem de programação é o conjunto de todos os símbolos utilizados na construção de programas, por exemplo:

- Letras;
- Dígitos;
- Caracteres especiais (\leq , \geq , $=$, ...);
- Espaços ou “branco”.

Conteúdo

Introdução

Alfabeto

Palavra

Linguagem Formal

Gramática

Conclusões

Palavra

Palavra

Palavra, **Cadeia de caracteres** ou **Sentenças** sobre um Alfabeto é uma sequência finita de símbolos do Alfabeto justapostos.

Uma cadeia sem símbolos é uma palavra válida, denotada pelo símbolo ϵ .

Palavra

Prefixo

Prefixo é qualquer sequência inicial de uma Palavra.

Sufixo

Sufixo é qualquer sequência final de uma Palavra.

Subpalavra

Subpalavra é qualquer sequência de símbolos contíguos de uma Palavra.

Palavra

Dada a palavra “**ababba**”, vejamos alguns exemplos:

Prefixos:

- $\{\varepsilon, a, ab, aba, abab, ababb, ababba\}$

Sufixos:

- $\{\varepsilon, a, ba, bba, abba, babba, ababba\}$

Subpalavras:

- Todos os Prefixos e Sufixos são Subpalavras.

Palavra

Concatenação de Palavras

Concatenação é uma operação onde duas palavras formam uma nova resultado da justaposição entre elas.

Exemplo: Suponha $\Sigma = \{a, b\}$ e **v = baaa** e **w = bb**

v w = baaabb

Palavra

Concatenação Sucessiva

Concatenação Sucessiva é uma Palavra concatenada a ela mesma, representada por w^n .

Exemplo: Suponha $\Sigma = \{a, b\}$ e $v = \mathbf{baaa}$

$v^2 = \mathbf{baaabaaa}$

Palavra

Comprimento de uma Palavra

O **Comprimento** ou **Tamanho** de uma palavra é o número de símbolos que compõem a palavra. Representamos por $|w|$.

Exemplo:

Seja $w = \mathbf{abaab}$, $|w| = 5$

Palavra

Conjunto de todas as Palavras

Seja Σ um Alfabeto, o conjunto de todas as palavras possíveis é um \mathbf{w} tal que:

$$\mathbf{w} \in \Sigma^*$$

Exemplo para $\Sigma = \{a, b\}$:

$$\Sigma^* = \{\epsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, \dots\}$$

Conteúdo

Introdução

Alfabeto

Palavra

Linguagem Formal

Gramática

Conclusões

Linguagem Formal

Linguagem Formal

Linguagem Formal definida por L sobre um Alfabeto Σ é um conjunto de palavras sobre Σ , ou seja:

$$L \subseteq \Sigma^*$$

Exemplos de Linguagens Formais sobre Σ :

- \emptyset
- $\{\epsilon\}$
- Σ^*
- Σ^+

Linguagem Formal

Conjunto de todas as Linguagens de um Alfabeto

O conjunto de todas as Linguagens sobre um Alfabeto Σ é dado pelo conjunto das partes de Σ^* , ou seja:

$$2^{\Sigma^*}$$

Conteúdo

Introdução

Alfabeto

Palavra

Linguagem Formal

Gramática

Conclusões

Gramática

Linguagem de programação pode ser definida formalmente pelo conjunto de todas as palavras de uma linguagem.

Normalmente isso gera um conjunto infinito de possibilidades.

Uma maneira de especificar formas finitas de linguagens infinitas é através de **Gramática**.

Gramática

Gramática

Uma **Gramática** (também chamada **Gramática de Chomsky** ou **Gramática Irrestrita**) é uma quádrupla ordenada:

$$G = (V, T, P, S)$$

Tal que:

- **V** – conjunto finito de símbolos **variáveis** ou **não-terminais**;
- **T** – conjunto finito de símbolos **terminais** (disjunto de **V**);
- **P**: $(V \cup T)^+ \rightarrow (V \cup T)^*$ – relação finita denominada **relação de produção**. Cada par da relação é uma **regra de produção**;
- **S** – um elemento distinguido de **V** denominado **símbolo inicial** ou **variável inicial**.

Gramática

Derivação

Sendo a Gramática $\mathbf{G} = (\mathbf{V}, \mathbf{T}, \mathbf{P}, \mathbf{S})$, uma **Derivação** é um par da **relação de derivação** denotado por \Rightarrow com domínio em $(\mathbf{V} \cup \mathbf{T})^+$ e codomínio em $(\mathbf{V} \cup \mathbf{T})^*$. Ou seja:

$$\alpha \Rightarrow \beta$$

Portanto **derivação** é a substituição de uma subpalavra de acordo com alguma regra de produção.

Gramática

Linguagem Gerada

Sendo a Gramática $\mathbf{G} = (\mathbf{V}, \mathbf{T}, \mathbf{P}, \mathbf{S})$, a **Linguagem Gerada** pela gramática \mathbf{G} denotada por $\mathbf{L(G)}$ ou **GERA(G)** é composta por todas as palavras de símbolos terminais deriváveis a partir do inicial \mathbf{S} , ou seja:

$$\mathbf{L(G)} = \{\mathbf{w} \in \mathbf{T}^* \mid \mathbf{S} \Rightarrow \mathbf{w}\}$$

Gramática

Exemplo de Gramática e Linguagem Gerada – Números Naturais:

$G = (V, T, P, N)$ onde:

- $V = \{N, D\}$
- $T = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$
- $P = \{N \rightarrow D, N \rightarrow DN, D \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid \dots \mid 9\}$

Gramática

Exemplo de Gramática e Linguagem Gerada – Números Naturais:

Derivando o número 243 da gramática anterior.

$N \Rightarrow N \longrightarrow DN$

$DN \Rightarrow D \longrightarrow 2$

$2N \Rightarrow N \longrightarrow DN$

$2DN \Rightarrow D \longrightarrow 4$

$24N \Rightarrow N \longrightarrow D$

$24D \Rightarrow D \longrightarrow 3$

243

Gramática

Exemplo de Gramática e Linguagem Gerada – Palavra Duplicada:

$G = (V, T, P, S)$ onde:

- $V = \{S, X, Y, A, B, F\}$
- $T = \{a, b\}$
- $P = \{S \rightarrow XY,$
 $X \rightarrow XaA \mid XbB \mid F,$
 $Aa \rightarrow aA, Ab \rightarrow bA, AY \rightarrow Ya,$
 $Ba \rightarrow aB, Bb \rightarrow bB, BY \rightarrow Yb,$
 $Fa \rightarrow aF, Fb \rightarrow bF, FY \rightarrow \varepsilon\}$

$L(G) = \{ww \mid w \text{ é palavra de } \{a, b\}^*\}$

Gramática

Exemplo de Gramática e Linguagem Gerada – Palavra Duplicada:

Derivando a palavra **baba** da gramática anterior.

$S \Rightarrow S \rightarrow XY$

$XY \Rightarrow X \rightarrow XaA$

$XaAY \Rightarrow AY \rightarrow Ya$

$XaYa \Rightarrow X \rightarrow XbB$

$XbBaYa \Rightarrow Ba \rightarrow aB$

$XbaBYa \Rightarrow BY \rightarrow Yb$

$XbaYba \Rightarrow X \rightarrow F$

$FbaYba \Rightarrow Fb \rightarrow bF$

$bFaYba \Rightarrow Fa \rightarrow aF$

$baFYba \Rightarrow FY \rightarrow \varepsilon$

baba

Conteúdo

Introdução

Alfabeto

Palavra

Linguagem Formal

Gramática

Conclusões

Conclusões

- Nessa apresentação vimos conceitos sobre linguagens e gramáticas;
- Esses conceitos são imprescindíveis para o entendimento de linguagens formais e os diferentes tipos de autômatos que serão estudados posteriormente.



Linguagens e Gramáticas

Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade

Filipe Saraiva

