## Wykład 5:

# Modelowanie i wizualizacja brył w grafice 3D

# modelowanie:

Trójwymiarowe obiekty graficzne istniejące w świecie rzeczywistym lub sztucznie tworzone, mogą być reprezentowane (opisywane) w obrazie komputerowym przy pomocy:

- modelowania powierzchni:
  * siatki wielokątów
  * powierzchnie parametryczne
  * powierzchnie drugiego stopnia
- modelowania brył

# siatka wielokątów:

**Siatka wielokątów** to zbiór krawędzi, wierzchołków i wielokątów taki, że:
- każda krawędź jest wspólna przynajmniej dla dwóch wielokątów
- krawędź łączy dwa wierzchołki
- wielokąt jest zamkniętą sekwencją krawędzi
- wierzchołek jest wspólny dla przynajmniej dwóch krawędzi
- każda krawędź jest częścią jakiegoś wielokąta.

Reprezentacje siatki wielokątów:
- reprezentacja bezpośrednia – wykaz wierzchołków każdego wielokąta, reprezentacja ta jest nadmiarowa
- metoda wskaźników na listę wierzchołków – każdy wierzchołek jest pamiętany raz, wielokąty zapisywane są jako wskaźniki do wierzchołków
- metoda wskaźników na listę krawędzi – lista krawędzi wskazuje na dwa wierzchołki oraz wielokąty, do których należy krawędź.

# modelowanie krzywych:

Przybliżanie danej krzywej **przy pomocy łamanej**.

**Wielomiany interpolacyjne**, np. wielomian interpolacyjny Lagrange'a:

$$L(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{j=0 \wedge j \neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

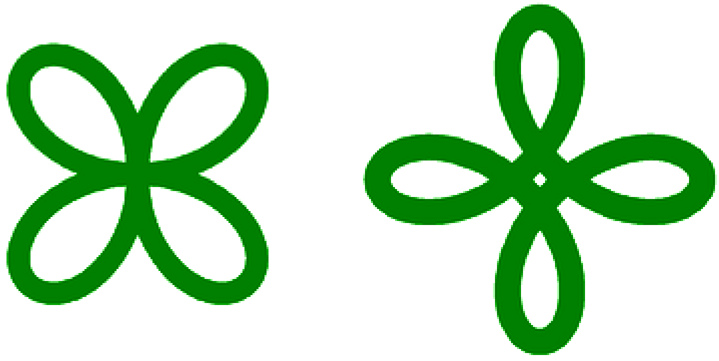
wielomian n-tego stopnia przechodzący przez punkty $(x_0, y_0), \ldots, (x_n, y_n)$.

**Parametryczny opis krzywej**, np.

$x(t) = a*\sin(2*t)*\cos(t)$

$y(t) = a*\sin(2*t)*\sin(t)$

$a>0,\ 0 \leq t < 2\pi$

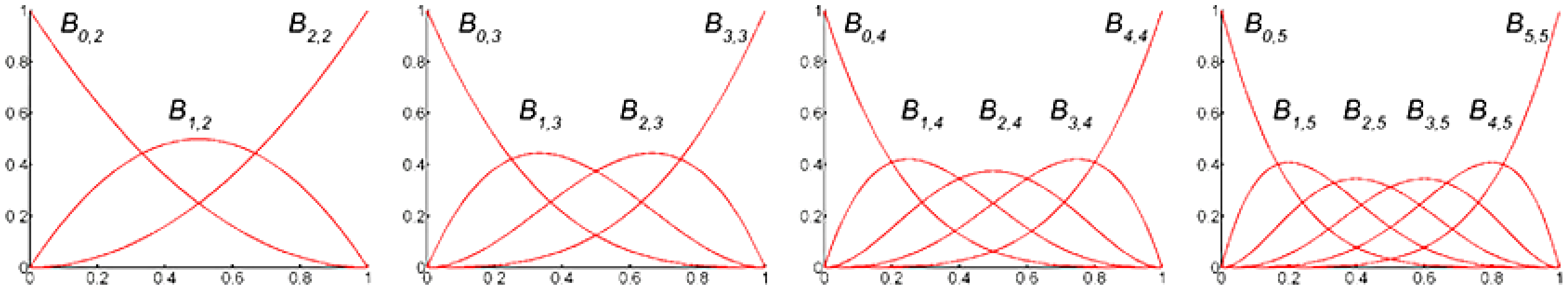


# krzywe Béziera:

Funkcjami bazowymi dla krzywych Béziera są wielomiany Bernsteina:

$$B_{i,n}(t) = \binom{n}{i}(1-t)^{n-i}t^{i} \quad dla \;\; i = 0,1,\ldots,n \quad t \in <0,1>$$

Wielomiany Bernsteina stopnia 2, 3, 4 i 5:

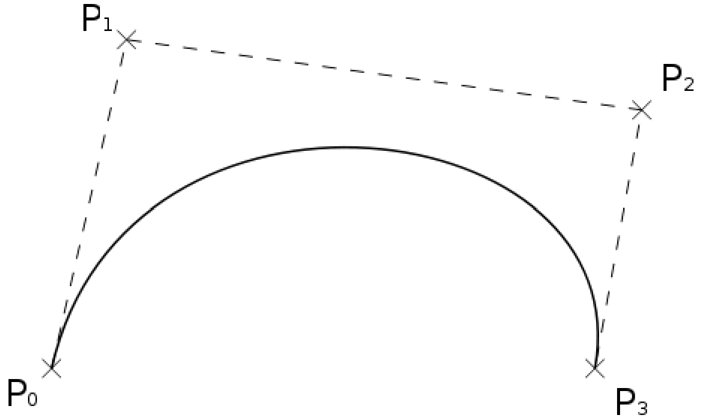


# krzywe Béziera:

**Krzywa Béziera** n-tego stopnia jest definiowana przez n+1 punktów $P_0, P_1, \ldots, P_n$ na bazie wielomianów Bernsteina wg wzoru:

$$Q_n(t) = \sum_{i=0}^{n} P_i B_{i,n}(t) \quad dla \quad t \in \langle 0, 1 \rangle$$

Najczęściej stosowane są krzywe stopnia 3:




Własności:

- końcowe punkty łamanej $P_0$ i $P_n$ są punktami końcowymi krzywej
- odcinki łamanej $P_0P_1$ i $P_{n-1}P_n$ są styczne do krzywej
- krzywa Béziera zawiera się całkowicie w wielościanie wypukłym, którego wierzchołkami są wierzchołki łamanej
- można w prosty sposób wyznaczyć każdy punkt leżący na krzywej (algorytm de Casteljau)

# krzywe B-sklejane:

**Krzywa B-sklejana (B-spline)** jest definiowana jako kombinacja liniowa funkcji sklejanych $N_{i,m}$ (t) o współczynnikach odpowiadających punktom kontrolnym $P_0$, $P_1$, …, $P_n$ (punktom de Boora):

$$Q_n(t) = \sum_{i=0}^{n} P_i N_{i,m}(t)$$

gdzie:

$$N_{i,0}(t) = 1 \quad dla \quad t \in \langle t_i, t_{i+1} \rangle$$

$$N_{i,0}(t) = 0 \quad dla \quad t \notin \langle t_i, t_{i+1} \rangle$$

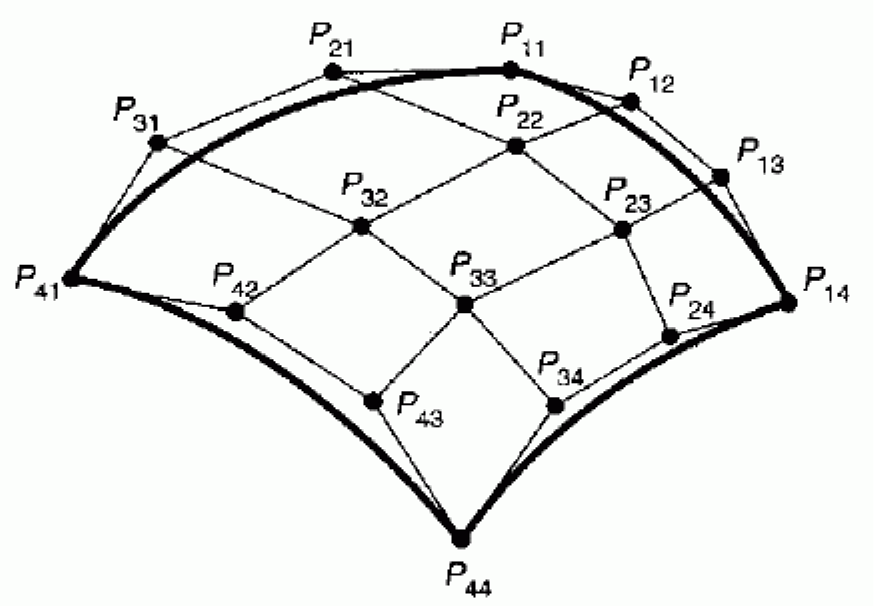
$$N_{i,j}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+j} - t_i} N_{i,j-1}(t) + \frac{t_{i+j+1} - t}{t_{i+j+1} - t_{i+1}} N_{i+1,j-1}(t) \quad dla \quad j > 0$$

Wymierne krzywe B-sklejane (**NURBS** – Non-Uniform Rational B-Splines) to rozwiązanie, które łączy zalety krzywych Béziera i krzywych B-sklejanych.

# modelowanie powierzchni:

Właściwości powierzchni są analogiczne do właściwości krzywych konstruowanych z wykorzystaniem tych samych funkcji bazowych.
Z drugiej strony przyjmując stałość jednego parametru (u lub v) otrzymujemy krzywą (rodzinę krzywych dla różnych wartości parametru.
Gdy jako funkcje bazowe przyjmiemy wielomiany Bernsteina, to otrzymamy powierzchnie Béziera:

$$S(u,v) = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} P_{i,j} B_{i,n}(u) B_{j,m}(v)$$



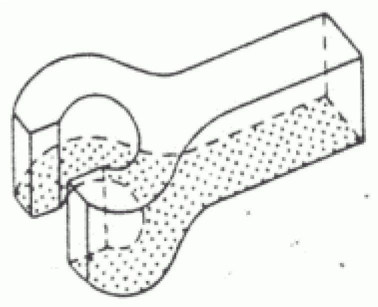

Gdy jako funkcje bazowe przyjmiemy funkcje sklejane, to otrzymamy powierzchnie B-sklejane:

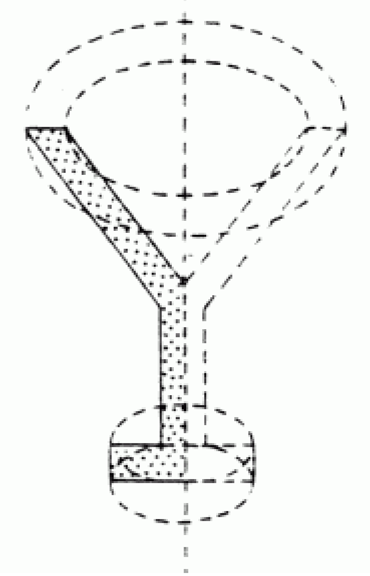
$$S(u,v) = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} P_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)$$

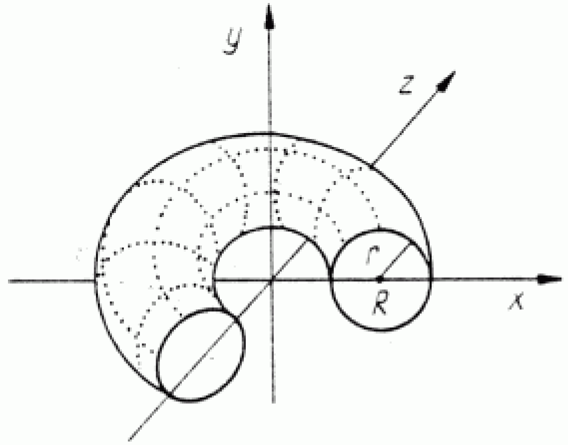
# modelowanie brył:

Modelowanie prostych, symetrycznych brył:

- bryły **przesuwane** („wyciągane”) – przesuwanie płaskiego obiektu wzdłuż wybranej trajektorii w przestrzeni, np. przesuwany prostokąt pozwala utworzyć prostopadłościan
- bryły **obrotowe** – obracanie płaskiego wzorca wokół osi, np. obracany prostokąt pozwala uzyskać walec



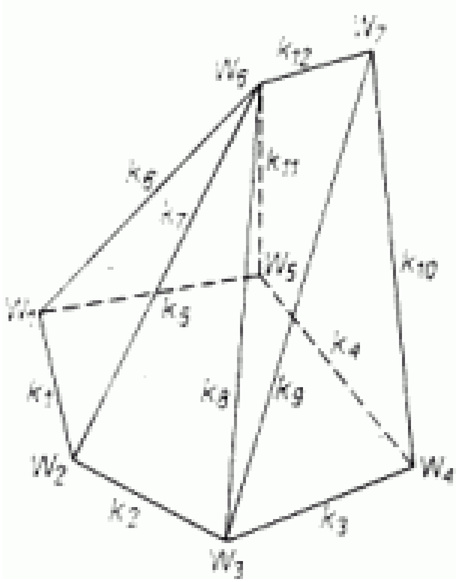




# modelowanie brył:

**Reprezentacja brzegowa** - prosta metoda reprezentacji brył.
Opisuje bryłę za pomocą:
- powierzchni ograniczających
- wierzchołków
- krawędzi
- ścian

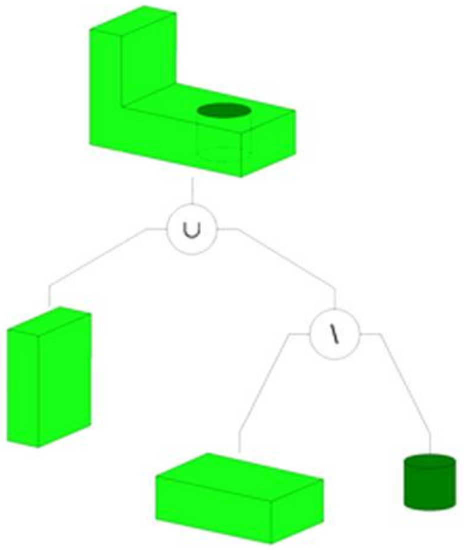
Stosowana jest np. przy tworzeniu brył złożonych z wielościanów.
Powierzchnie nie muszą być fragmentami płaszczyzn.

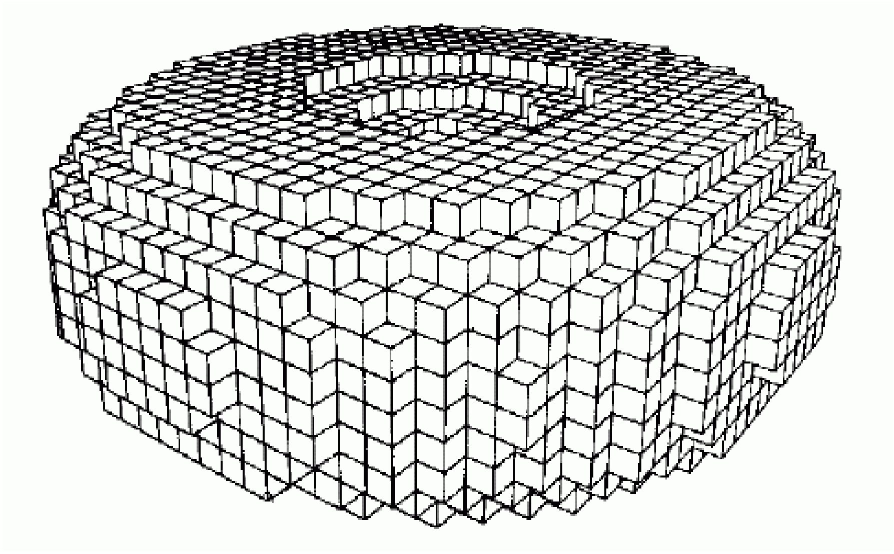


# modelowanie brył:

**Podział przestrzenny** - reprezentacja bryły za pomocą jej podziału na mniejsze bryły składowe:

- dekompozycja na komórki – podział bryły na „prymitywy” – proste bryły różnego typu
- reprezentacja wokselowa – podział bryły na **woksele** – elementy przestrzeni, najczęściej sześciany; reprezentacja: woksel jest zajęty lub nie

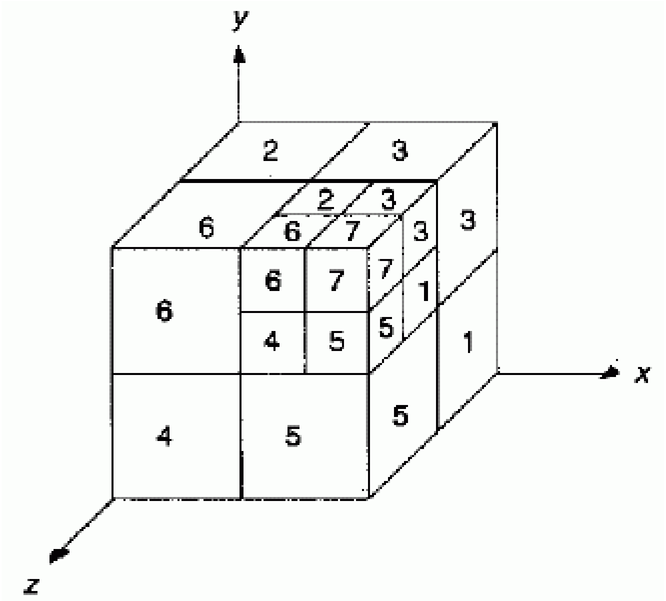




# modelowanie brył:

Reprezentacja wokselowa jest nadmiarowa. Konieczny jest opis wszystkich wokseli płaszczyzny. Duża zajętość pamięci.
Modyfikacja metody wokselowej – wykorzystanie **drzew ósemkowych**.

Przestrzeń jest dzielona na osiem oktantów.
Kodowanie oktantów za pomocą liczb.
Metoda rekurencyjna, tak jak dla drzew czwórkowych.
Zaleta metody: proste operacje boolowskie na drzewach ósemkowych:
- suma
- iloczyn
- różnica



# oświetlenie globalne:

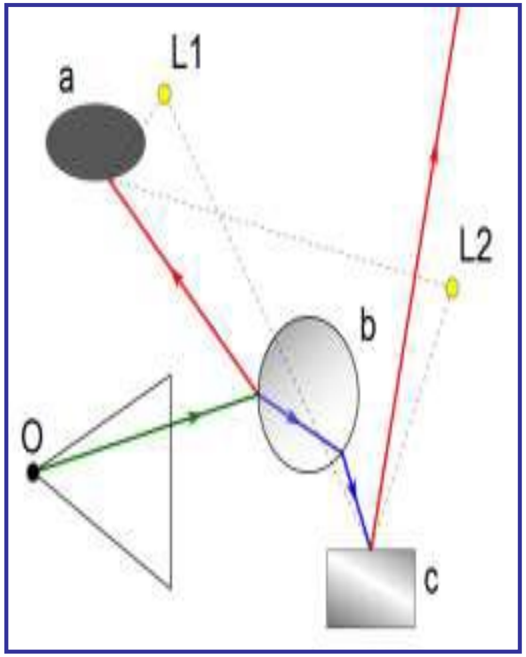
**Problem oświetlenia globalnego** jest opisem zależności związanych z rozchodzeniem się światła uwzględniającym wzajemne oddziaływanie między powierzchniami, np. wielokrotne odbicie światła między różnymi przedmiotami. Modelowanie lokalnego odbicia (lub przenikania) światła uwzględnia tylko lokalne właściwości powierzchni.

Rozwiązanie tego problemu na poziomie modelu odbicia lokalnego sprowadza się do uwzględnienia średniej wartości oświetlenia we wszystkich punktach sceny – oświetlenia tła. Taka składowa jest uwzględniona w modelu Phonga.

Ogólne metody stosowane do rozwiązania problemu oświetlenia globalnego:
- metoda śledzenia promieni
- metoda bilansu energetycznego (metoda energetyczna).

# metoda śledzenia promieni:

**Metoda śledzenia promieni** polega na analizie przebiegu promieni między obserwatorem, a źródłem światła. Drogę promieni opisuje drzewo przecięć, którego węzły reprezentują zjawiska, jakie zachodzą między promieniem, a powierzchniami obiektów. Korzeń drzewa odpowiada promieniowi docierającemu do obserwatora zaś liście — źródłom światła. Zjawiska odbicia, przenikania i pochłaniania opisane są odpowiednimi modelami matematycznymi. Wyznaczenie barwy danego piksela polega na analizie odpowiedniego drzewa.

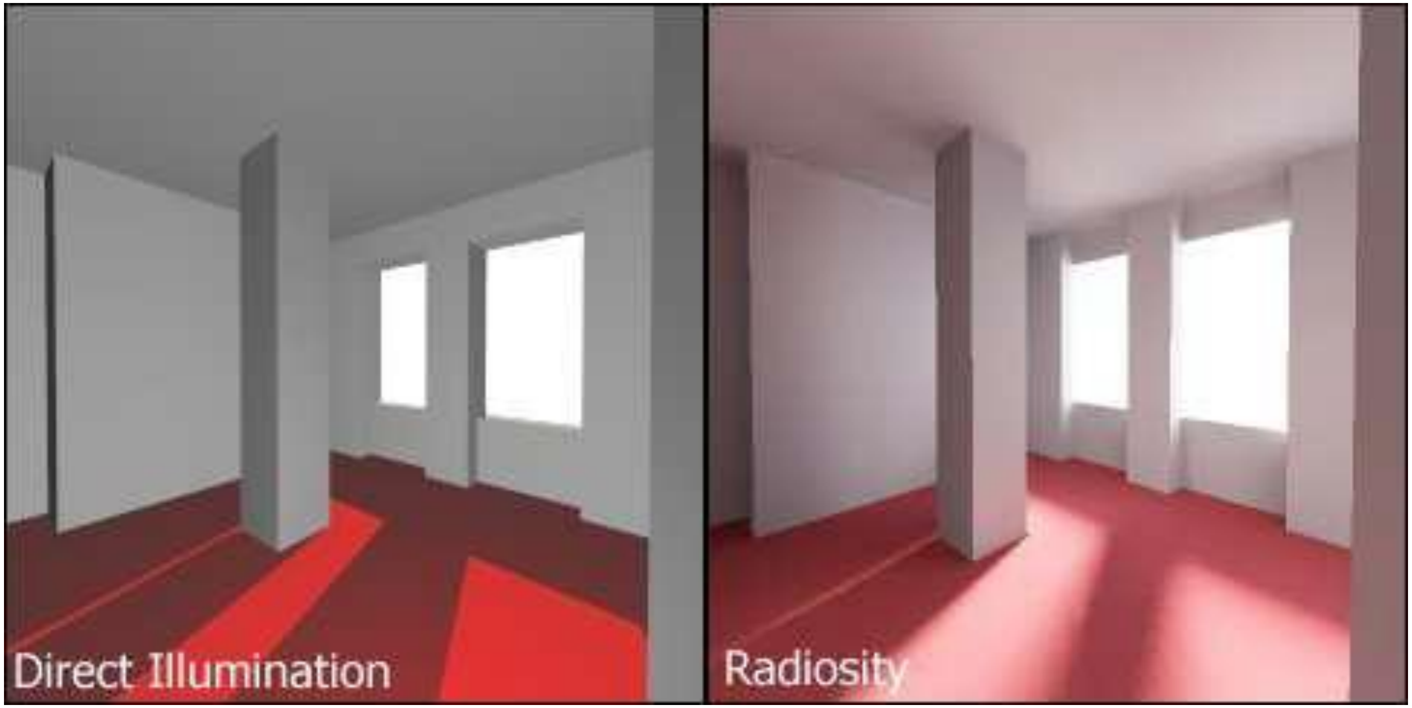


# metoda energetyczna:

**Radiosity (metoda energetyczna)** to metoda wykorzystywana w grafice komputerowej do wyznaczenia globalnego rozkładu oświetlenia scen trójwymiarowych.

Radiosity uwzględnia wyłącznie odbicia rozproszone, tj. intensywność światła odbitego jest niezależna od kierunku - dzięki temu uzyskane wyniki są niezależne od położenia obserwatora, co pozwala na wielokrotną, dowolną wizualizację sceny bez ponawiania obliczeń.

# metoda energetyczna:




Przykład: po lewej – oświetlenie bezpośrednie, po prawej – po użyciu metody energetycznej: światło odbite od czerwonej podłogi nadaje czerwone zabarwienie całemu pomieszczeniu.

# Literatura pomocnicza:

http://wazniak.mimuw.edu.pl/index.php?title=Grafika_komputerowa_i_wizualizacja (kurs autorstwa Dariusza Sawickiego):
- Moduł 6: Modelowanie obiektów

Foley J., Van Dam A., Feiner S., Hughes J., Philips R.: Wprowadzenie do grafiki komputerowej. WNT 1995

Kiciak P.: Podstawy modelowania krzywych i powierzchni, WNT 2005

c. d. n.